

2018年度後期 課題演習A1

# Compton散乱

川上将輝 木下雄大 戸田倫太郎

仲里夢叶 藤原拓

# 概要

1. 研究の動機 ... 川上
2. 実験の方法 ... 木下
3. 結果・考察 ～エネルギー分布～ ... 戸田
4. 結果・考察 ～Klein・仁科の式～ ... 藤原 仲里

# 1. 研究の動機

担当:川上

# 古典物理学の困難

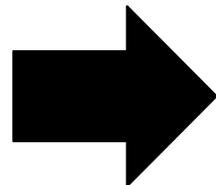
Compton散乱・光電効果

電子の二重スリット実験

固体の低温比熱

黒体放射スペクトル

- ・
- ・
- ・



Bohr



Heisenberg



## 量子力学の構築



Schrödinger



Dirac

wikipediaより

# Compton散乱の困難

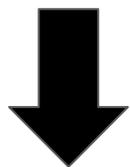


古典力学：波の反射で振動数は変化しない

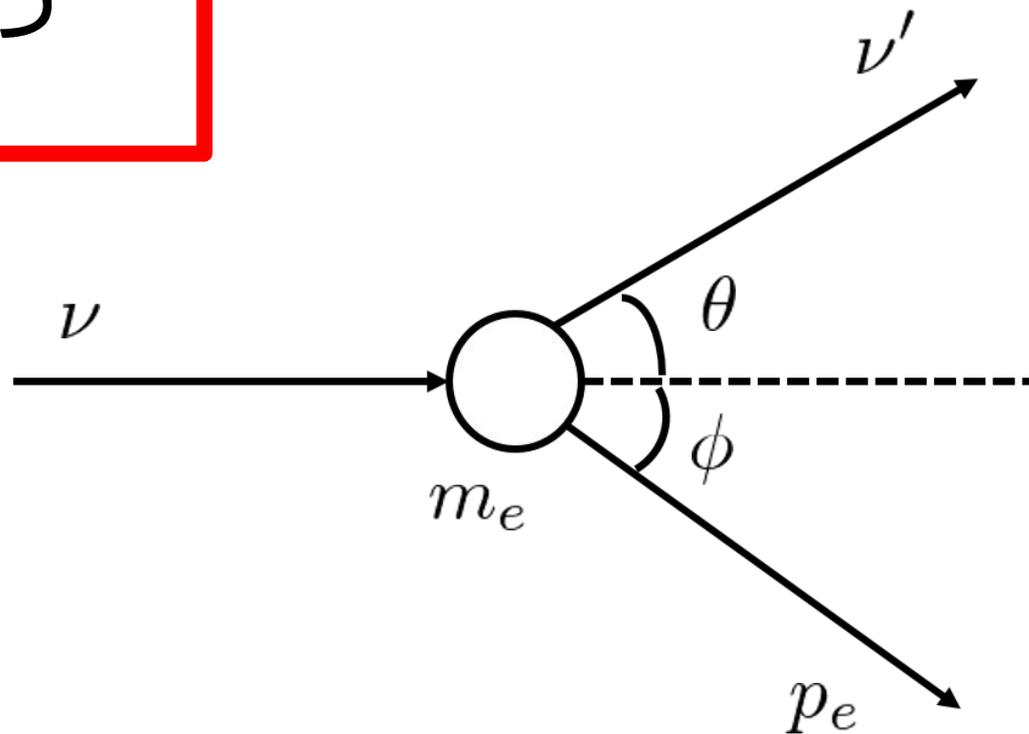
# 量子力学の教え

光は粒子性を持つ

Compton散乱



二体の散乱問題

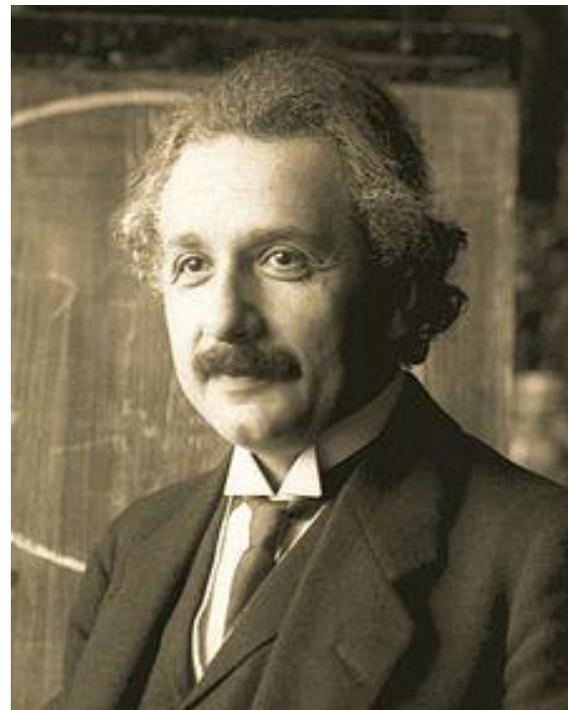


# 光の粒子としての性質？

## 量子力学の教え

$$E_\nu = h\nu$$

$$p_\nu = \frac{h\nu}{c}$$



Einstein

## 4元運動量保存（始状態電子の実験室系）

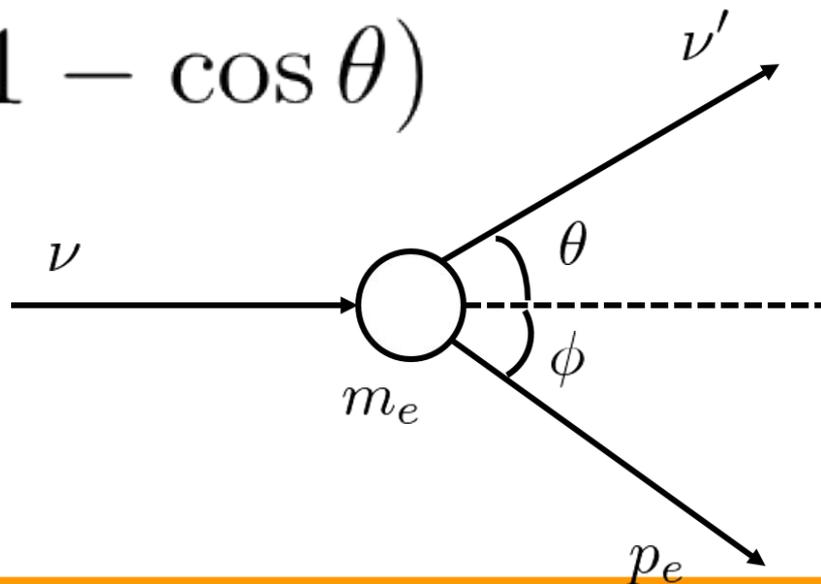
$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 p_e^2}$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p_e \sin \phi$$

# 反射光子のエネルギーの角度依存性

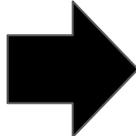
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$



## 次の疑問

$\theta$ 方向にはどれくらい散乱されるのか？

## 量子力学の教え

- ・各状態間の遷移は確率的過程
- ・量子多体系問題  場の量子論の導入

# 微分断面積

時間発展演算子  $S$

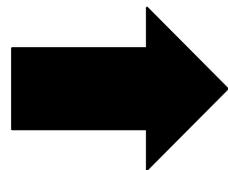
$$|\Phi(\infty)\rangle = S |\Phi(-\infty)\rangle = S |i\rangle$$

ある終状態に遷移する確率

$$w = \frac{|\langle f | S | i \rangle|^2}{T} \quad d\sigma = \frac{w}{I}$$

# 場の量子論

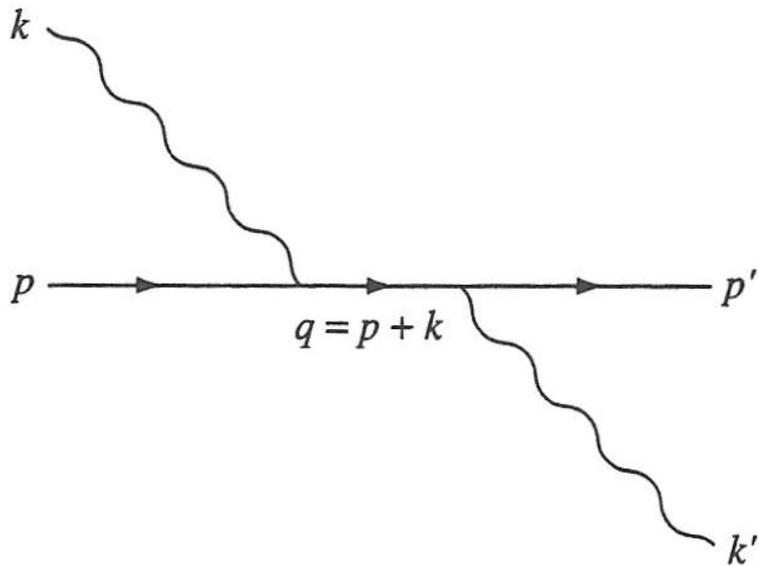
- ・場の量に交換関係を導入
- ・Klein-Gordon(Dirac)方程式の基本解展開



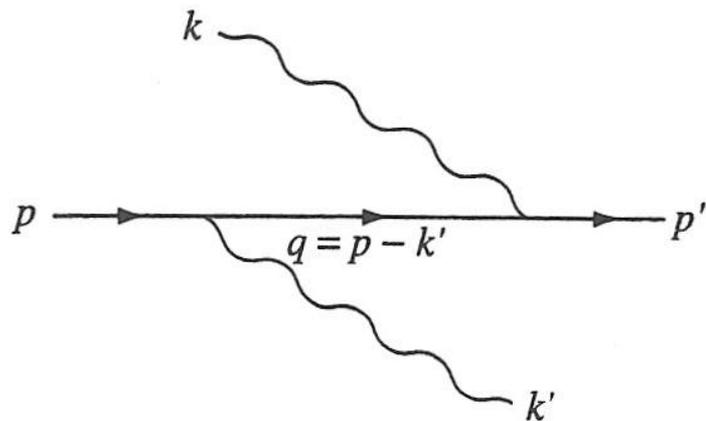
場の量を生成・消滅演算子で表す  
(第二量子化)

# Feynmanダイアグラム

反応の様子を運動量空間で図式化したもの

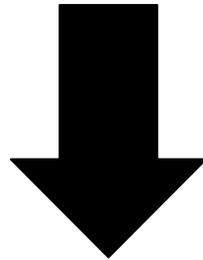


(a)



(b)

第二量子化, Heisenberg方程式, QED Hamiltonian, 摂動展開, Wickの定理, Klein-Gordon方程式, Dirac方程式, Feynmanの伝播関数, 微分断面積,  $\gamma$ 行列の計算, 4元運動量の保存...



## Klein-仁科の公式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left[ \frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \theta \right]$$

# 量子力学の教えに従って導かれた式

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left[ \frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \theta \right]$$

が観測と整合するか検証したい！

# 2. 実験の方法

担当: 木下

# 実験の概略

## 1. Calibration

## 2. Compton散乱の測定

Compton散乱における散乱角 $\theta$ によって、

- ・エネルギーの大きさ
- ・単位時間あたりのカウント数  $\propto$  散乱断面積

がどのように変化するか調べたい。

# 実験装置

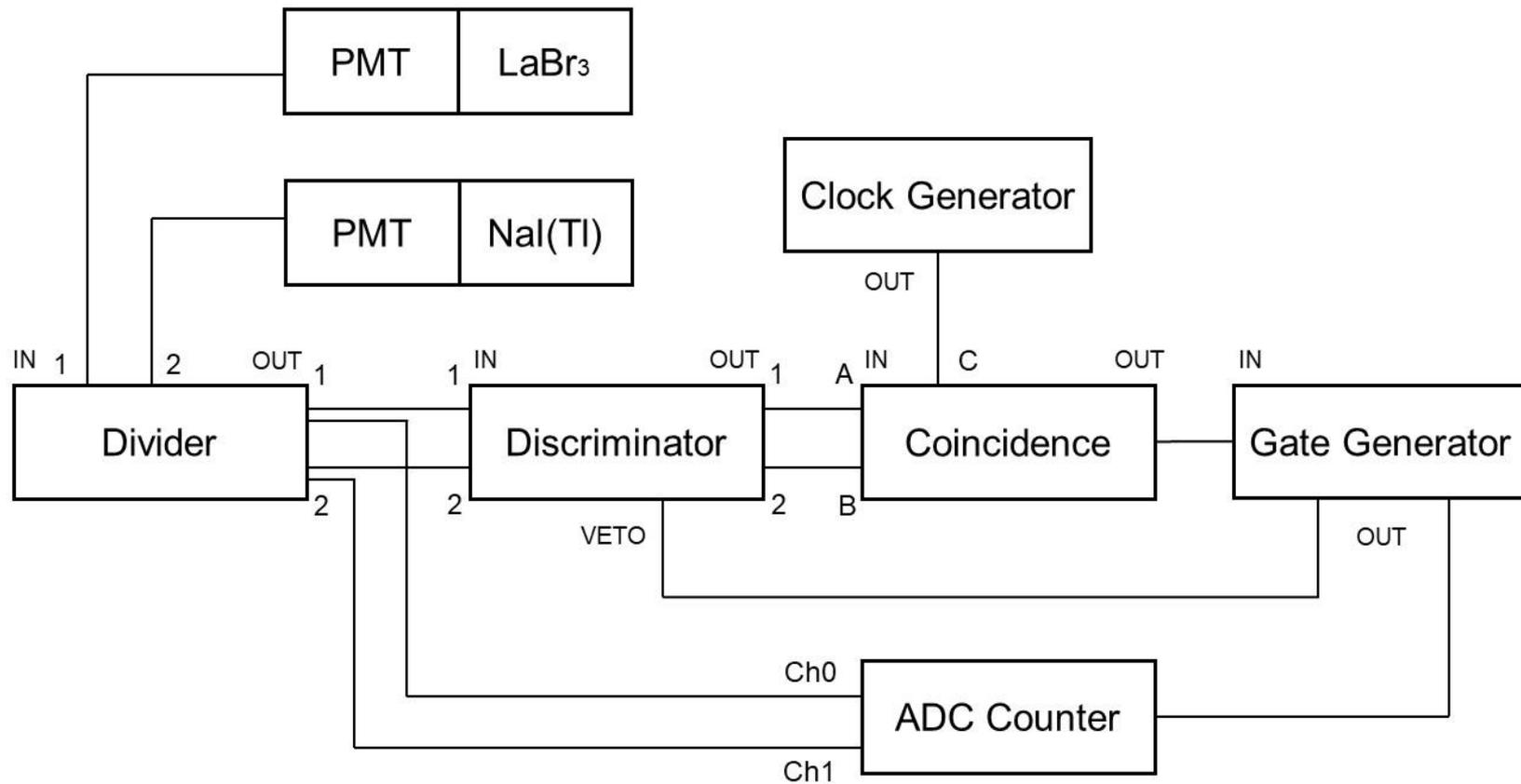
## 線源

$^{137}\text{Cs}$  662 keVのガンマ線

## 検出器

- ・シンチレータ ( $\text{NaI(Tl)}$ 、 $\text{LaBr}_3$ )  
放射線を吸収し、シンチレーション光を放出する
- ・光電子増倍管  
シンチレータから出た光を電子に変換し、増幅させる

# 回路



# Calibration

各検出器で得られるADCカウントと実際のエネルギーの大きさの対応関係を知るため、以下を測定する。

- ・線源を置いていない時の  
LaBr<sub>3</sub>とNaIのADCカウント (Pedestal)
- ・662 keVに対応したLaBr<sub>3</sub>のADCカウント
- ・662 keVに対応したNaIのADCカウント

各角度の測定ごとに行う。

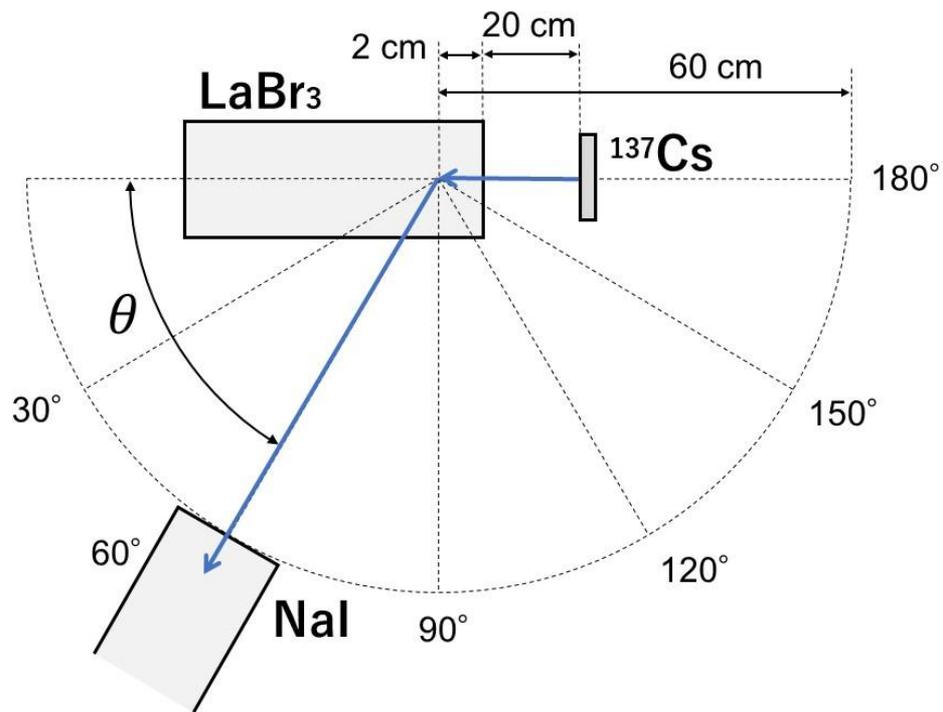
# Compton散乱の測定

ガンマ線が $\text{LaBr}_3$ の結晶中の電子とコンプトン散乱を起こす。

NaIでガンマ線を、  
 $\text{LaBr}_3$ で電子を検出する。

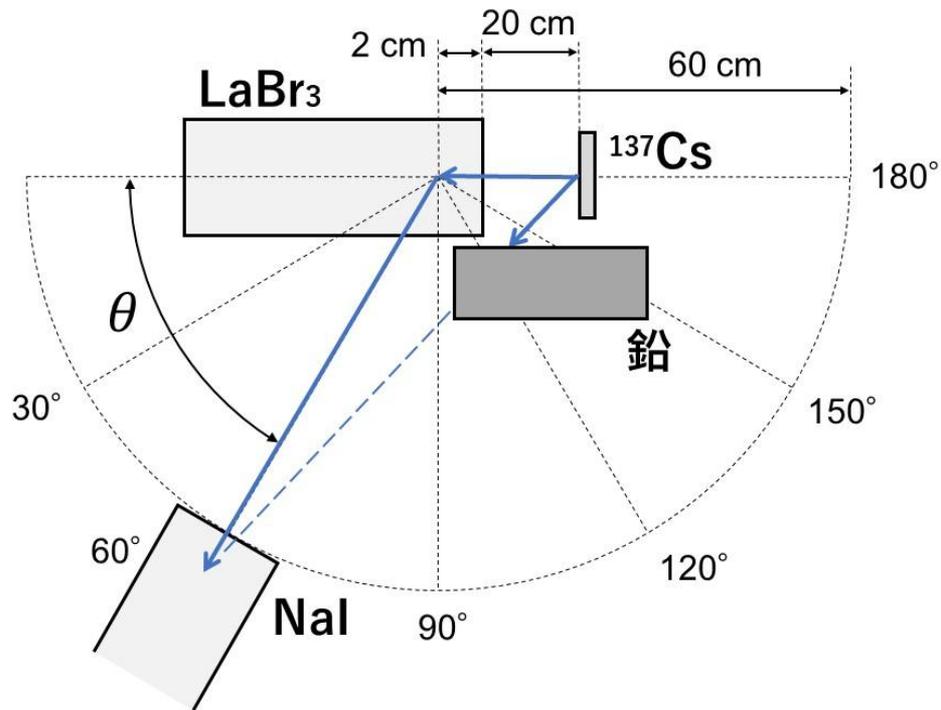
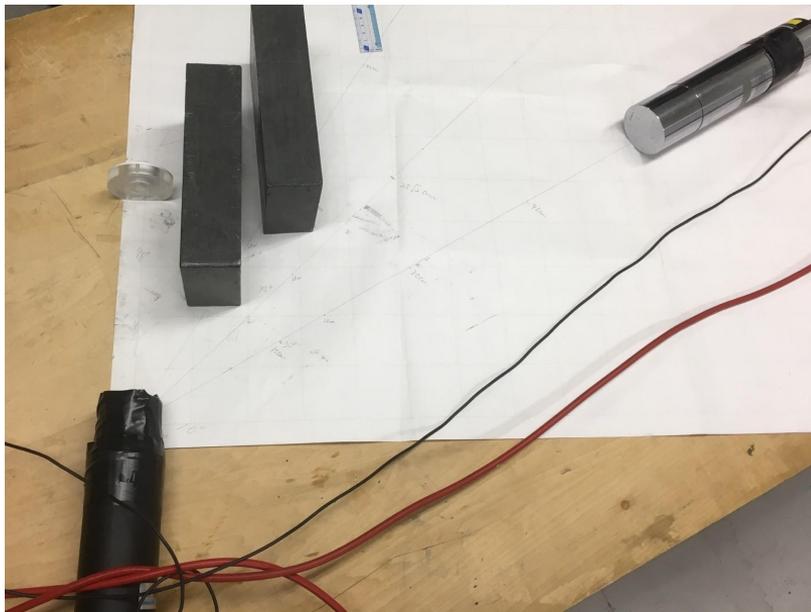
coincidenceをとり、  
 $\text{LaBr}_3$ とNaIで同時に検出  
された時だけを測定する。

$\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$



# Compton散乱の測定

鉛を置いて $^{137}\text{Cs}$ から直接NaIに向かうガンマ線を遮蔽。



# 3. 結果・考察

## ～エネルギー分布～

担当：戸田

# エネルギー分布

4元運動量が保存するので、

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

実験によって、

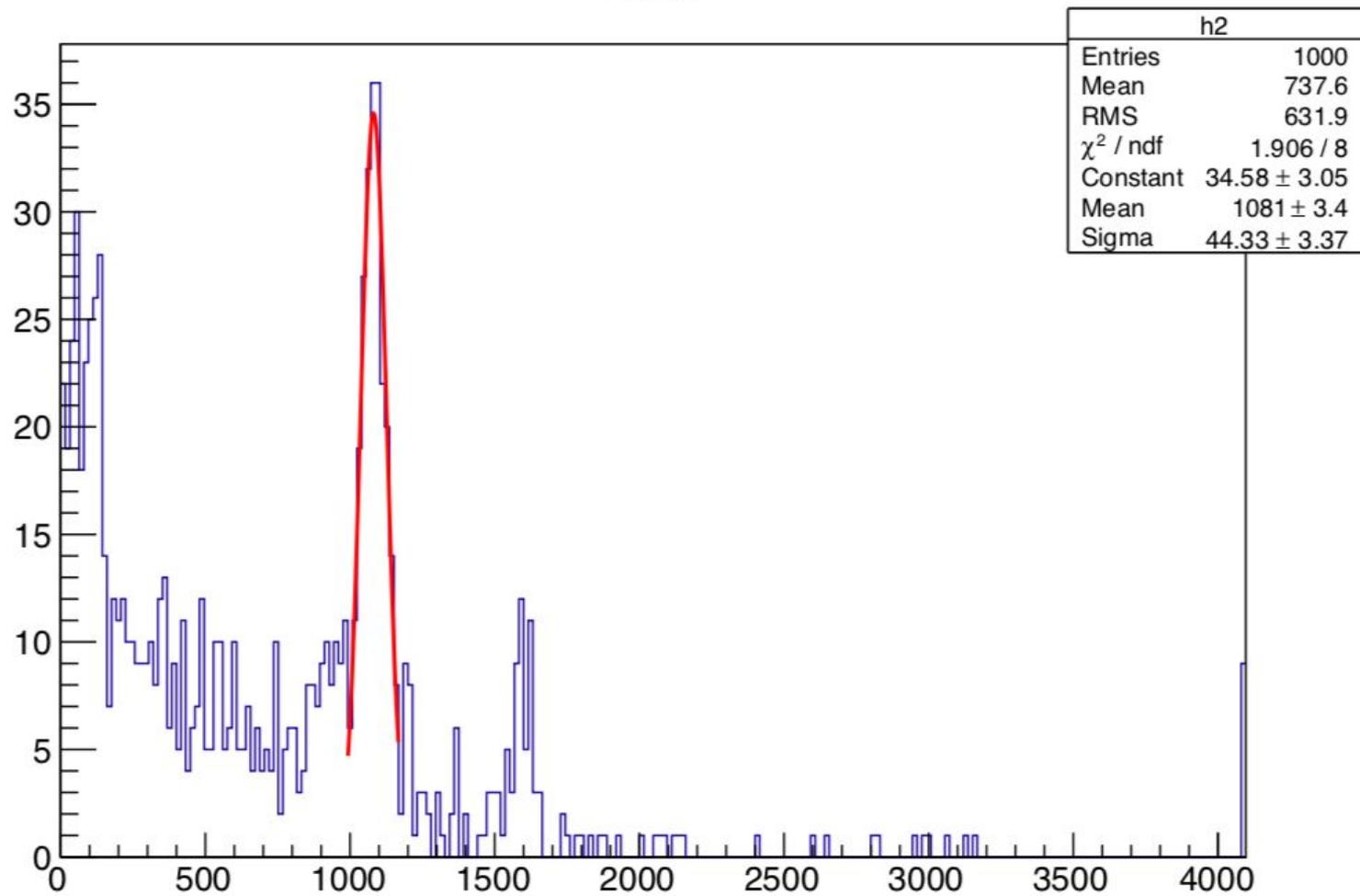
光の粒子性を裏付ける！

# 解析

## 1. Gaussianフィッティングについて

- 角度を測定するとき、シンチレーターの形状から立体角で測ることになる
- 角度によって理論的にエネルギーの分布が変わるのでピークとなる値をGaussianで求めてその値をエネルギーの値およびエラーとして求めた

## LaBr

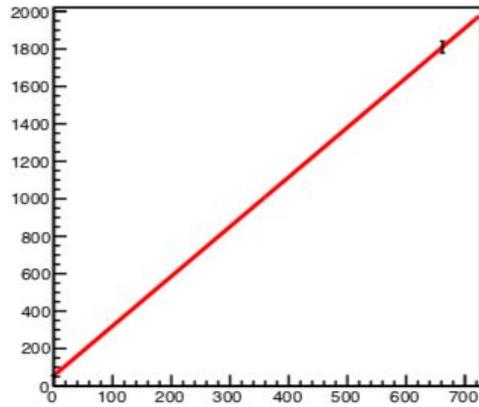


# 解析

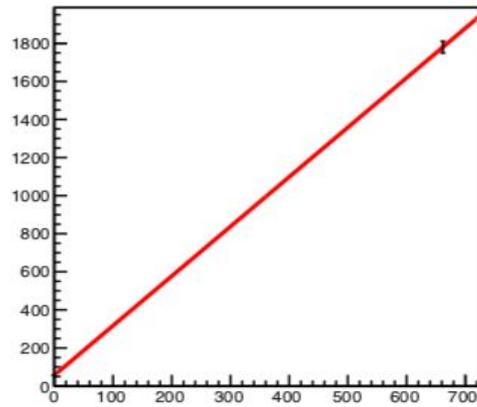
## 2. Calibrationとエネルギーの求め方

- Gaussianで求めたPedestalとLaBrまたはNaIのエネルギーを結んだ直線を求める
- それを用いてCoincidenceをとった時のエネルギー値を求める

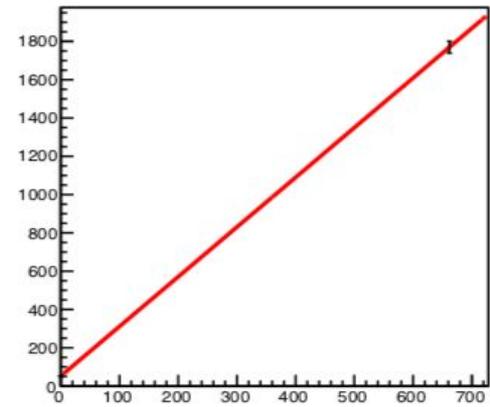
Angle = 30



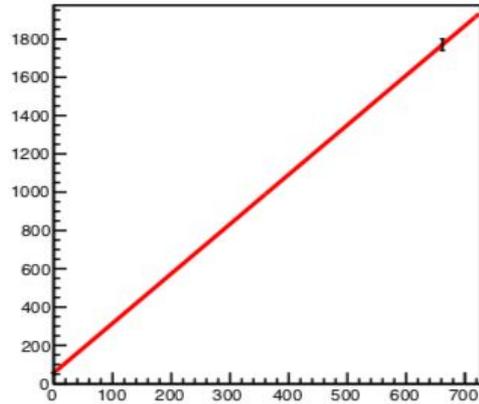
Angle = 60



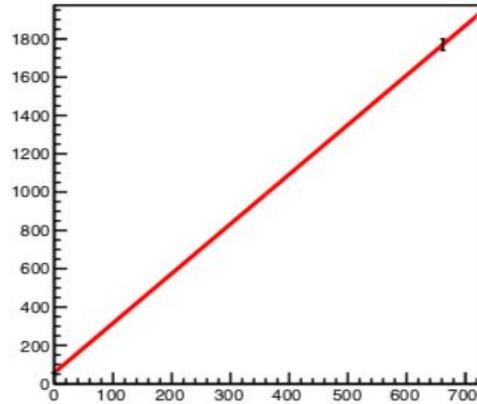
Angle = 90



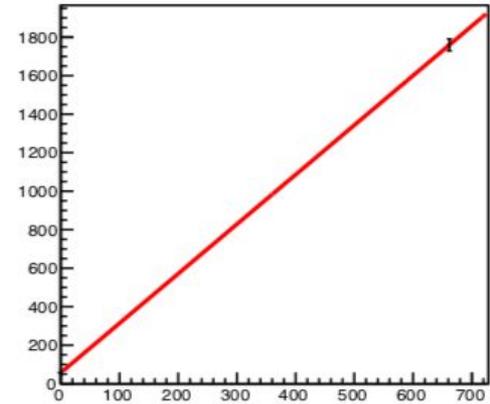
Angle = 120



Angle = 150

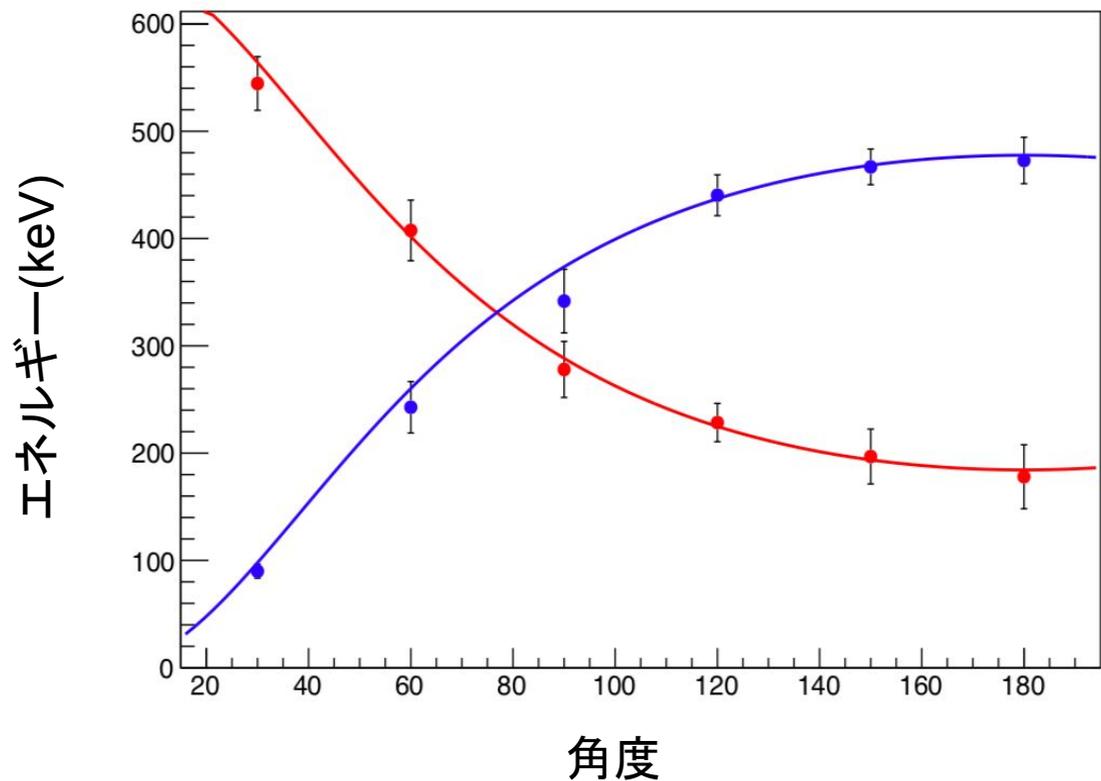


Angle = 180



labrでのCalibration. 縦軸がADCカウントで、横軸がエネルギー

# 結果



それぞれの角度  
において、ほぼエ  
ラーバーの中に  
入っている。

# 考察

1. Calibrationを各角度でとったこと
2. Gaussianフィッティングについて

# 考察

## 1. Calibrationを各角度でとった

- 測定値は温度などの外的変化によって変化を受ける
- Calibrationを各角度において行うとで可能な限り、変化を誤差をなくすことができたと考えられる

# 考察

## 2. Gaussianフィッティングについて

Gaussianフィッティングは手動で行ったこと、正確にはグラフがGaussu分布でないことから恣意性や誤差が現れてきている。この辺りは改良しうると思われる。

# 考察

3. 三野さんのマクロ助かりました！

ありがとうござ  
います！！

# まとめ

- エネルギーの角度分布が光が粒子性を持つと仮定した時の理論値とほぼ一致し、粒子性を確認できた
- 課題としてはGaussianフィッティングを手動ではなく、より恣意性が低くなるように計測すると、より精度が上がると思われる

# 4. 結果・考察

~Klein-仁科の式~

担当：藤原・仲里

## 4. 結果・考察 ~Klein-仁科の式~

QEDより→

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left[ \frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \theta \right]$$

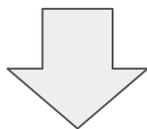
実験によって、

QEDの正しさを裏付ける！

# 結果

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left[ \frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \theta \right]$$

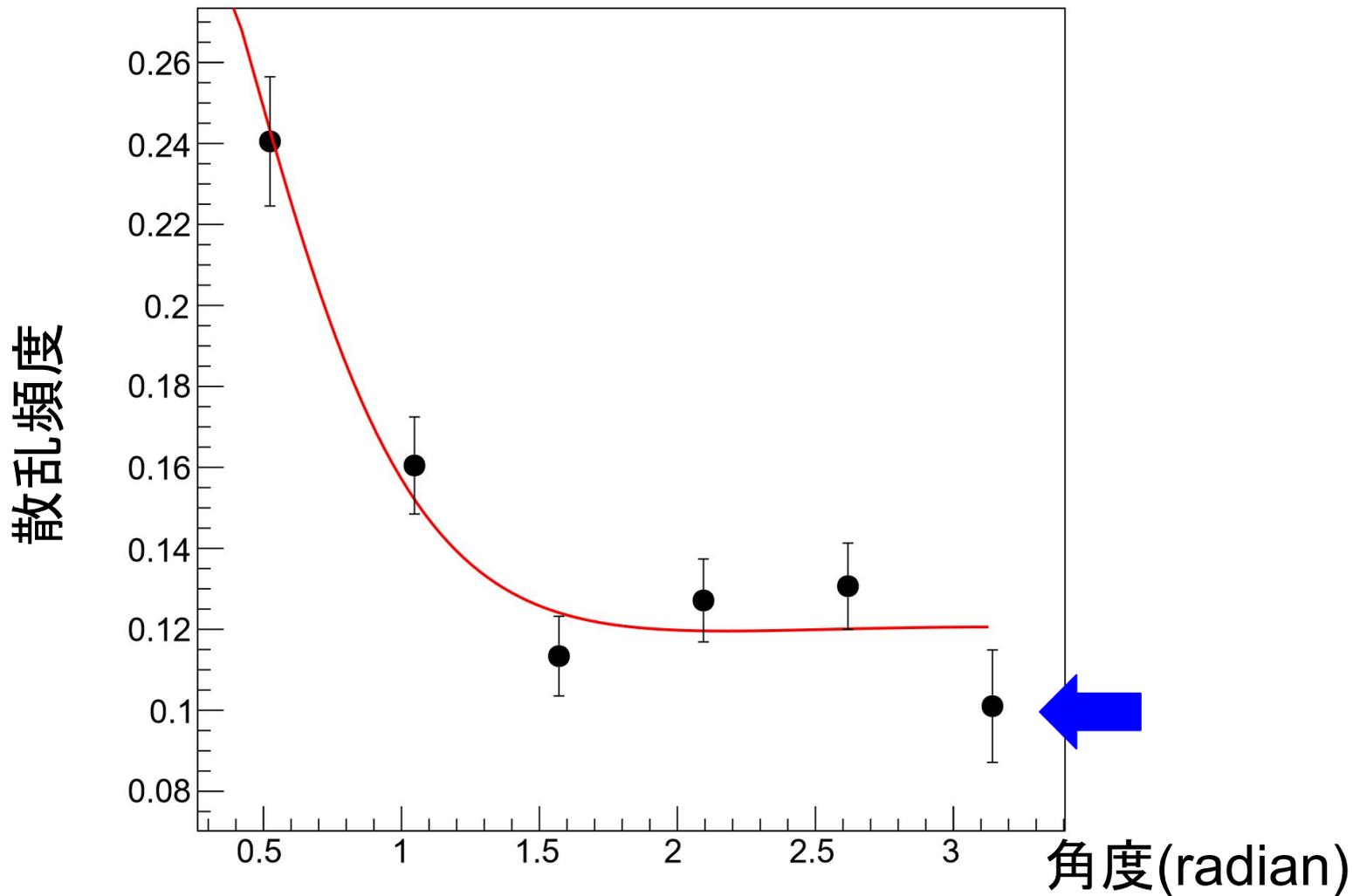
$$h\nu' = \frac{662}{1 + \frac{662}{511}(1 - \cos \theta)}$$



$$F = A_0 \left( \frac{1}{1 + \frac{662}{511}(1 - \cos \theta)} \right)^2 \left( \frac{1}{1 + \frac{662}{511}(1 - \cos \theta)} + 1 + \frac{662}{511}(1 - \cos \theta) - \sin^2 \theta \right) + A_1$$

$A_0$ と $A_1$ をパラメーターにしてフィッティングしている

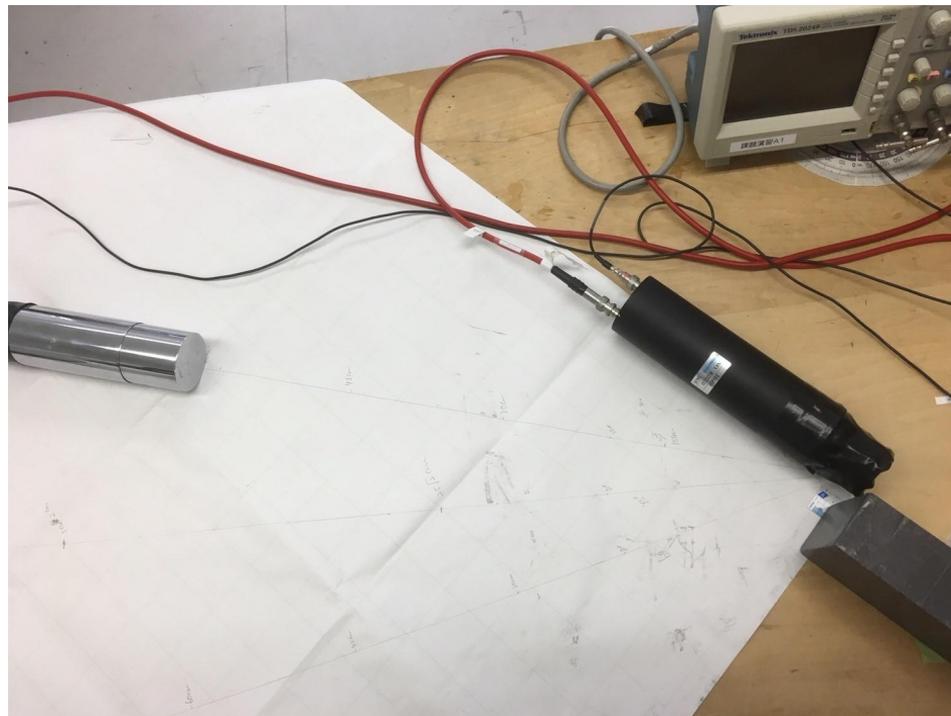
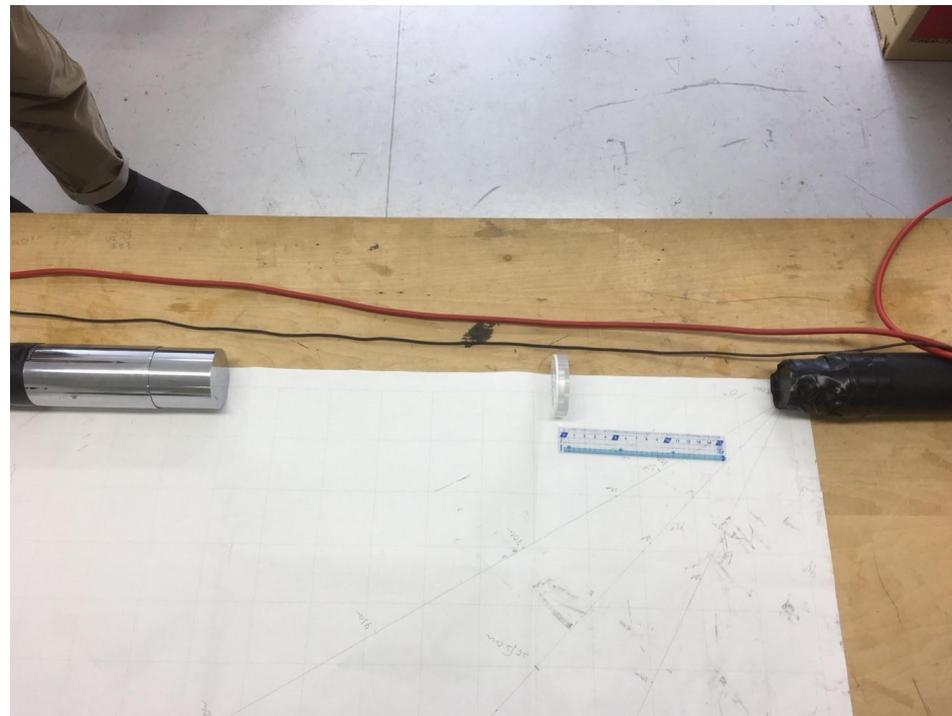
# 結果



# 考察

おおよそは一致したが、

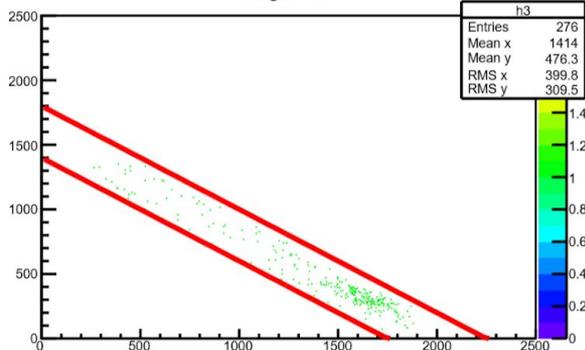
180°の時に有意なズレ



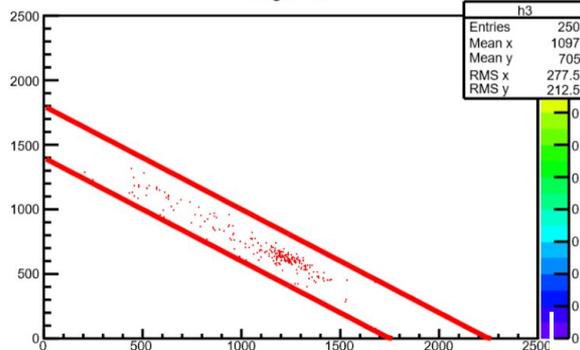
# 考察

縦軸がLaBr、横軸がNaIの検出したエネルギーである。

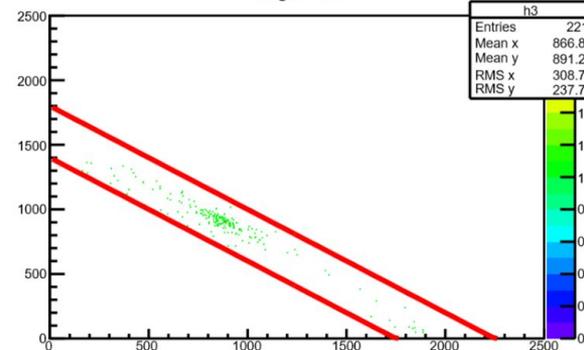
angle=30



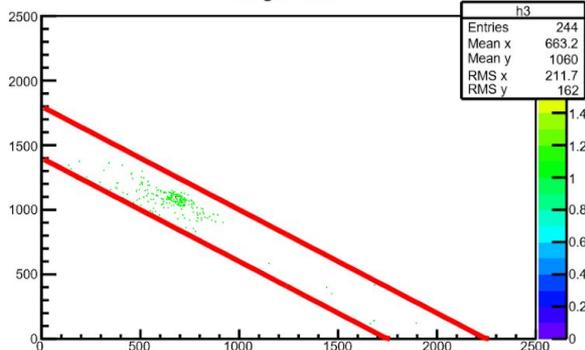
angle=60



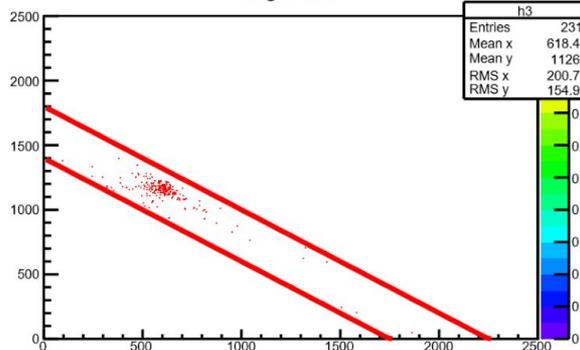
angle=90



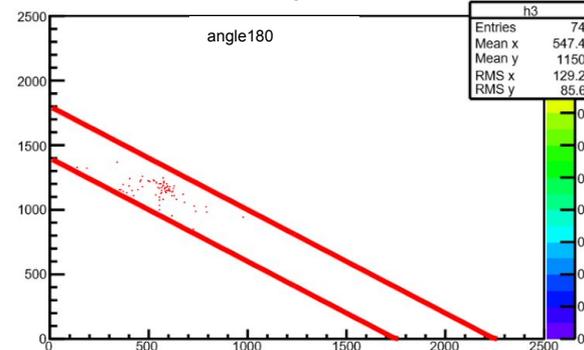
angle=120



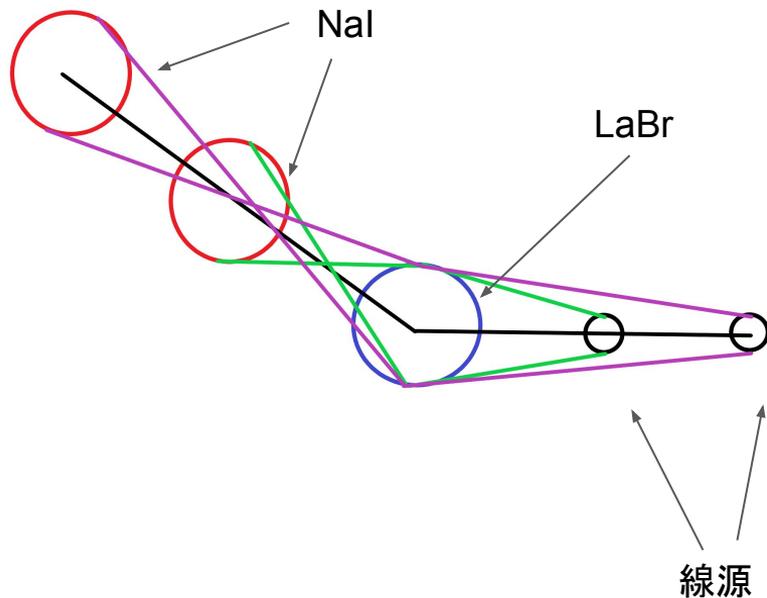
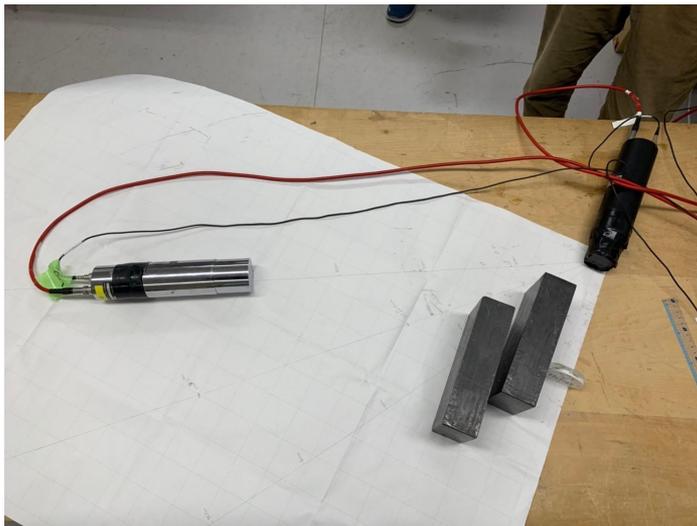
angle=150



angle=180



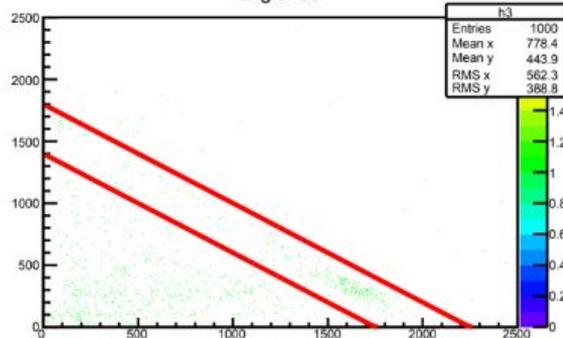
# 考察



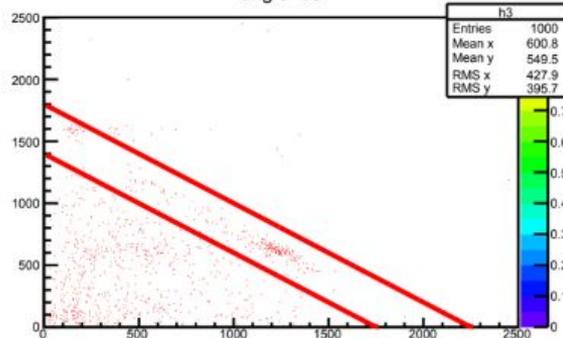
各々の距離を遠くすることによって角度の広がりが小さくなるので可能な限り遠くすることが望ましい

# 考察

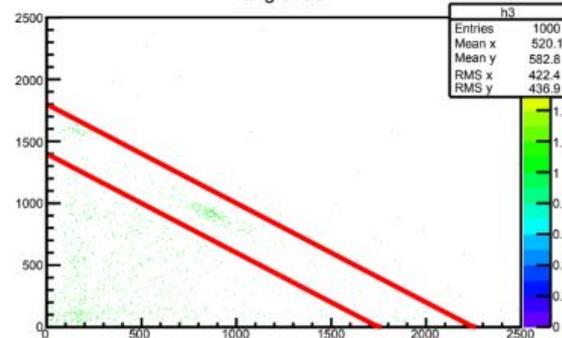
angle=30



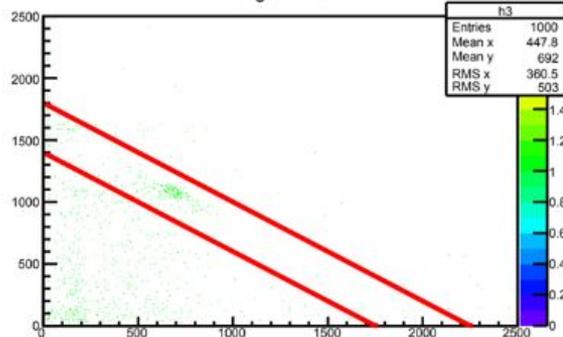
angle=60



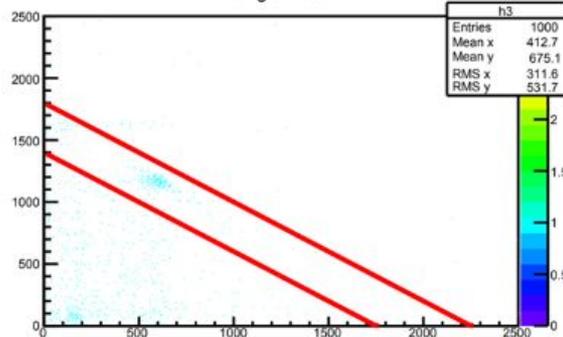
angle=90



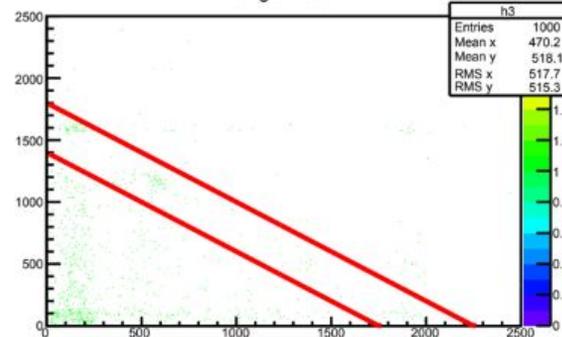
angle=120



angle=150



angle=180



## 今後の展望

QEDを支持するような実験結果が得られた

180°の場合だけ大きくずれてしまったが。。。

恣意性が低く、正確な解析方法を見つけることが一番の課題だと思う。

## 5. 全体のまとめ

ありがとう  
ごさましいした