

# コンプトン散乱の散乱角 度ごとにおけるエネル ギーと頻度

小川 順生

澤崎 義仁

武市 宗一郎

長澤 広武

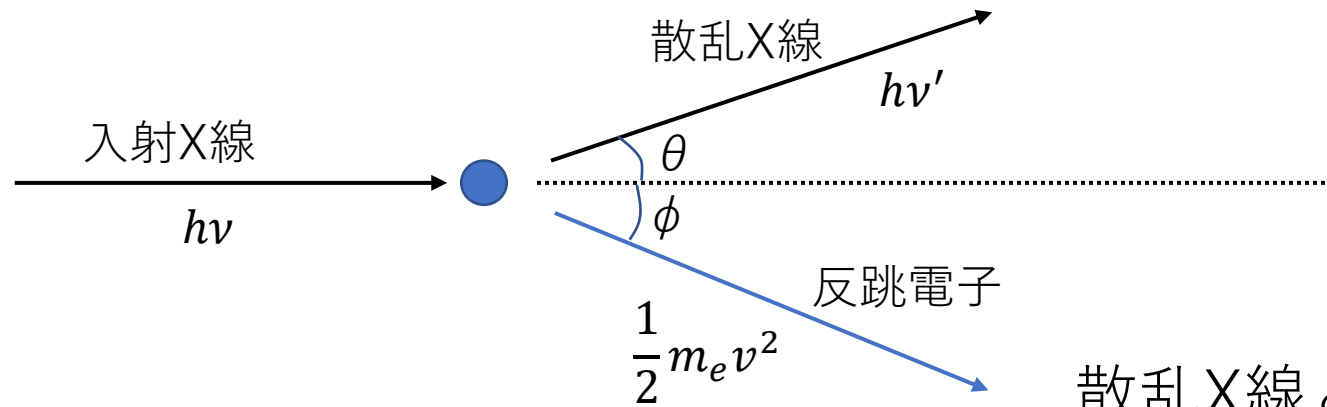
PARK JUNEWO

# 実験の目的

- コンプトン散乱における、X線の散乱角度ごとにおける散乱光子・反跳電子のエネルギー、コンプトン散乱の反応頻度を計測し、理論が正しいのかを検証する。

# 実験の理論

- コンプトン散乱(光の粒子性)



散乱X線と反跳電子のエネルギー

$$\bullet h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\bullet \frac{1}{2} m_e v^2 = h\nu - h\nu'$$

- Klein-仁科の式（量子電磁気学）

コンプトン散乱のX線散乱角度ごとにおける微分断面積の式。

（導出は省く）

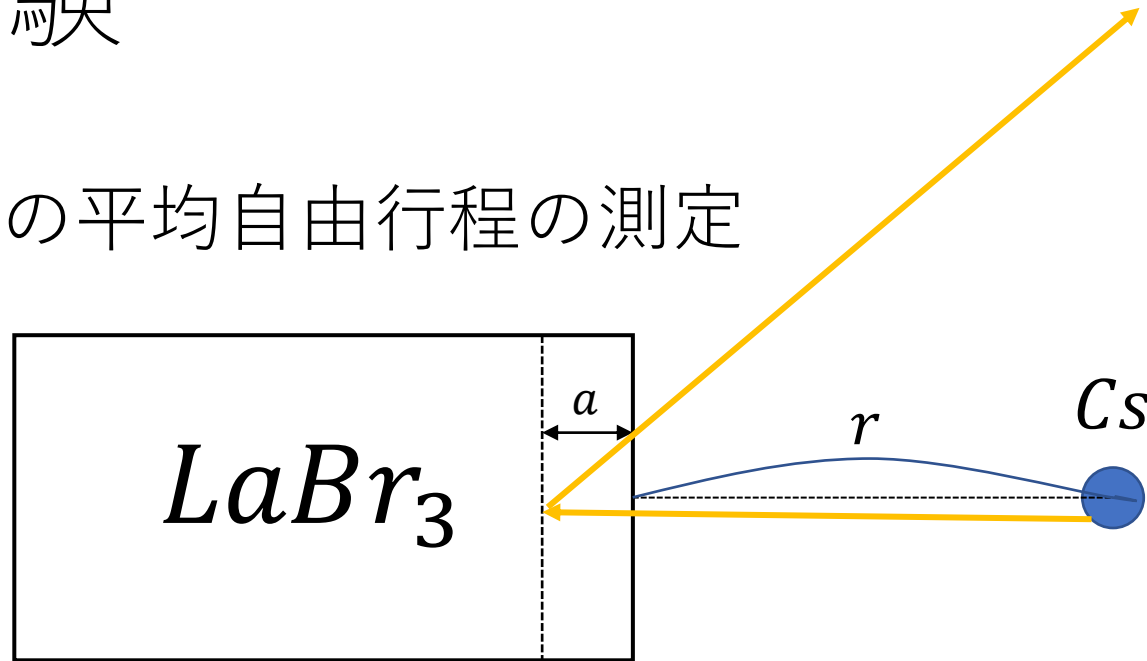
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \left( \frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)} \right)^2 \left( \frac{1+\cos^2\theta}{2} \right) \left( 1 + \frac{\alpha^2(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos^2\theta)(1+\alpha(1-\cos\theta))} \right)$$

（ただし

$$\alpha \cong \frac{h\nu}{m_e c^2}, \quad r_0 \text{ は古典的電子半径である。）}$$

# 予備実験

- ガンマ線の平均自由行程の測定

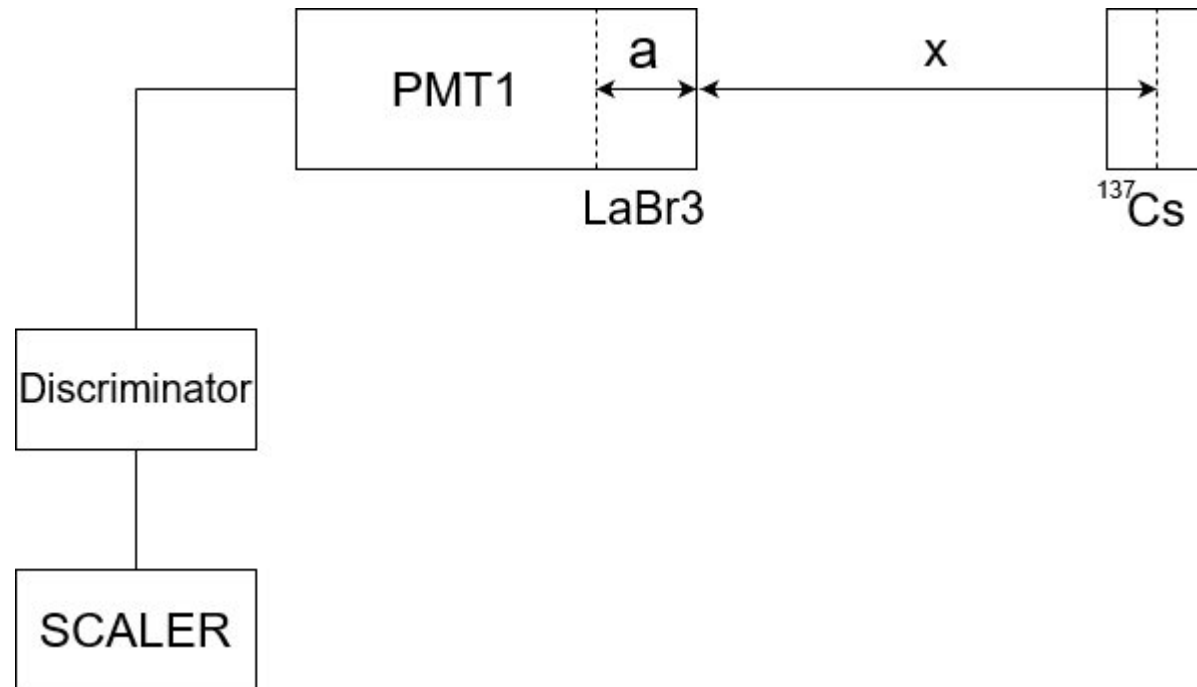


Csから出た  $\gamma$  線が  $LaBr_3$  の中をどれだけ進んで反応しているかを計測する実験を行った。

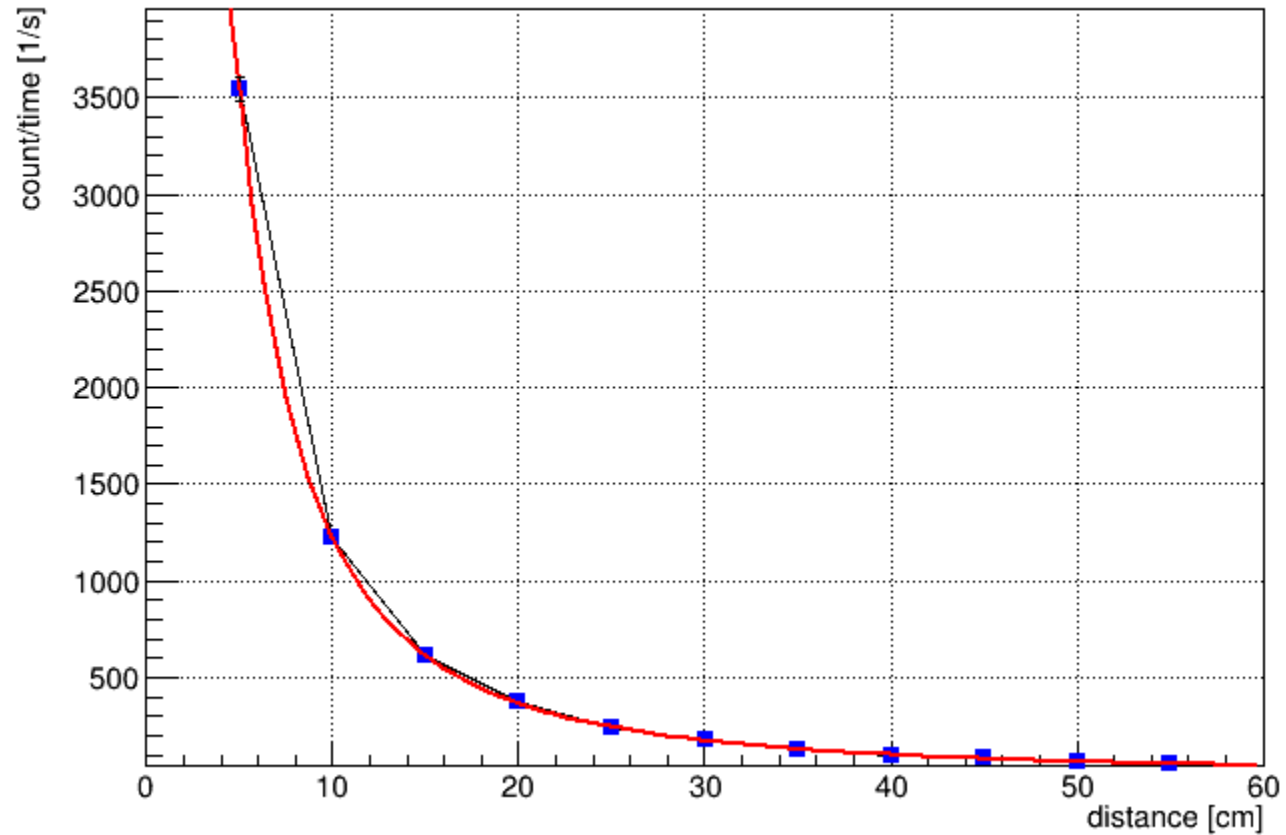
- 実験方法

$r$  を変化させ、 $\text{LaBr}_3$  で  $\gamma$  線の数を計測する。

この計数が  $(r + a)^2$  に反比例するとしてフィッティングすることで  $a$  を求め、この  $a$  を  $\gamma$  線の平均自由行程とした。

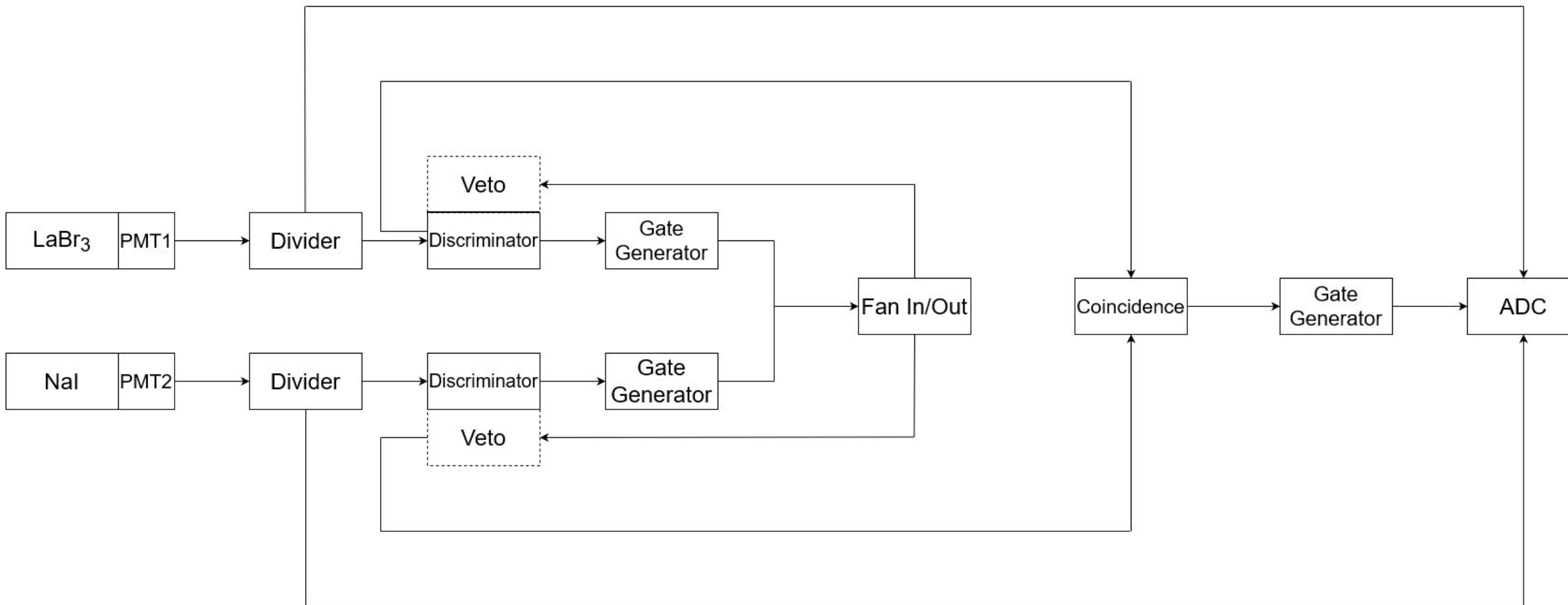


# 実験結果



これにより、 $a = 2.156 \pm 0.01596$  (cm) となった。よってこの実験では  $\gamma$  線の平均自由行程を 2.2cm とした。

# 本実験





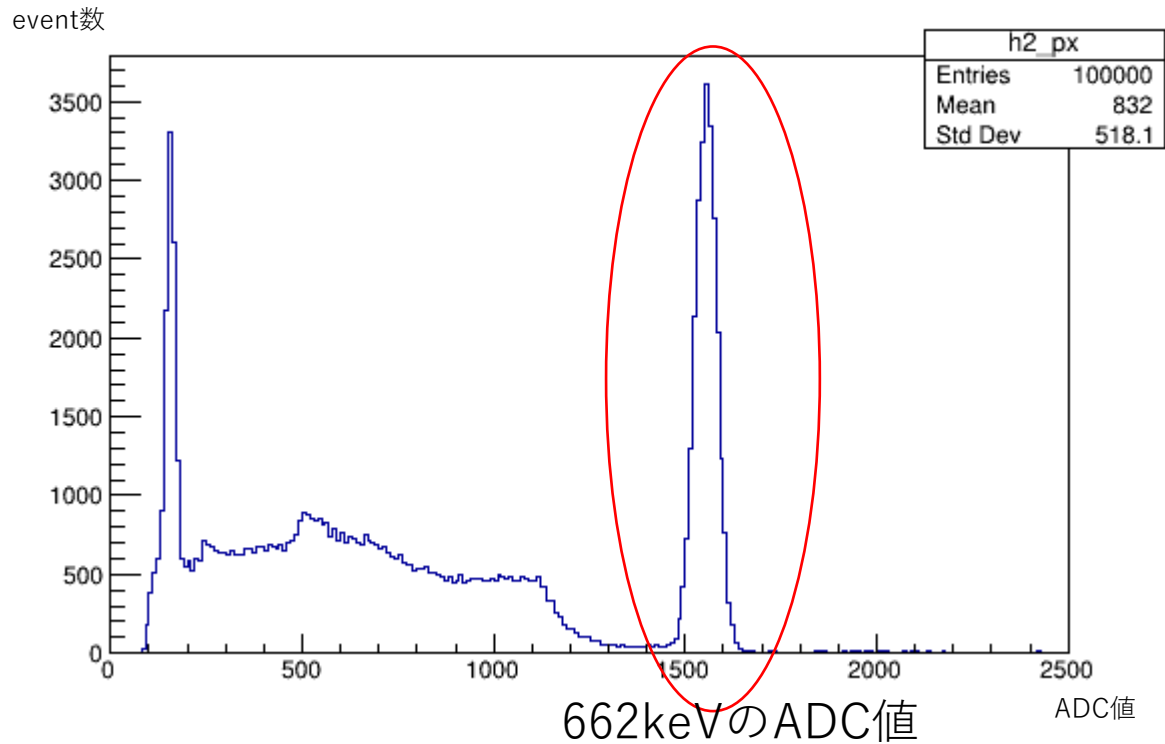
- Calibration

ADC値をエネルギー値に変換する操作である。

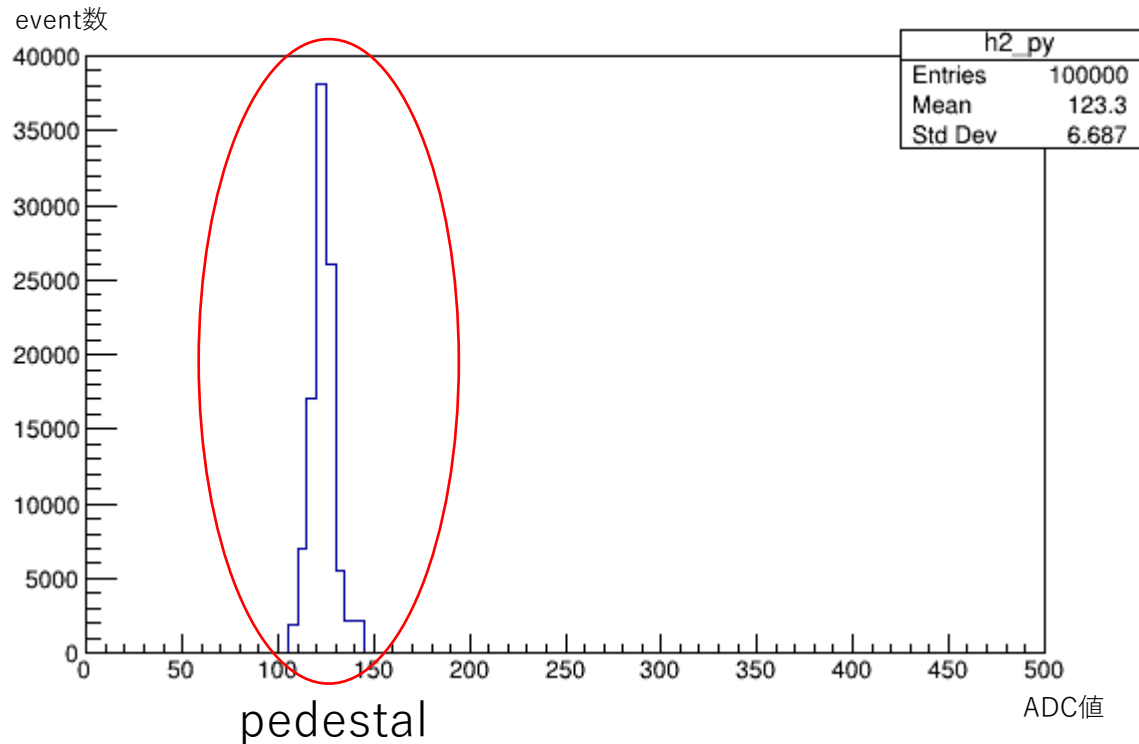
回路は本実験のものと同じである。

Coincidenceを片方にかけて測定をする。それをどちらにもすると次のようなグラフができる。

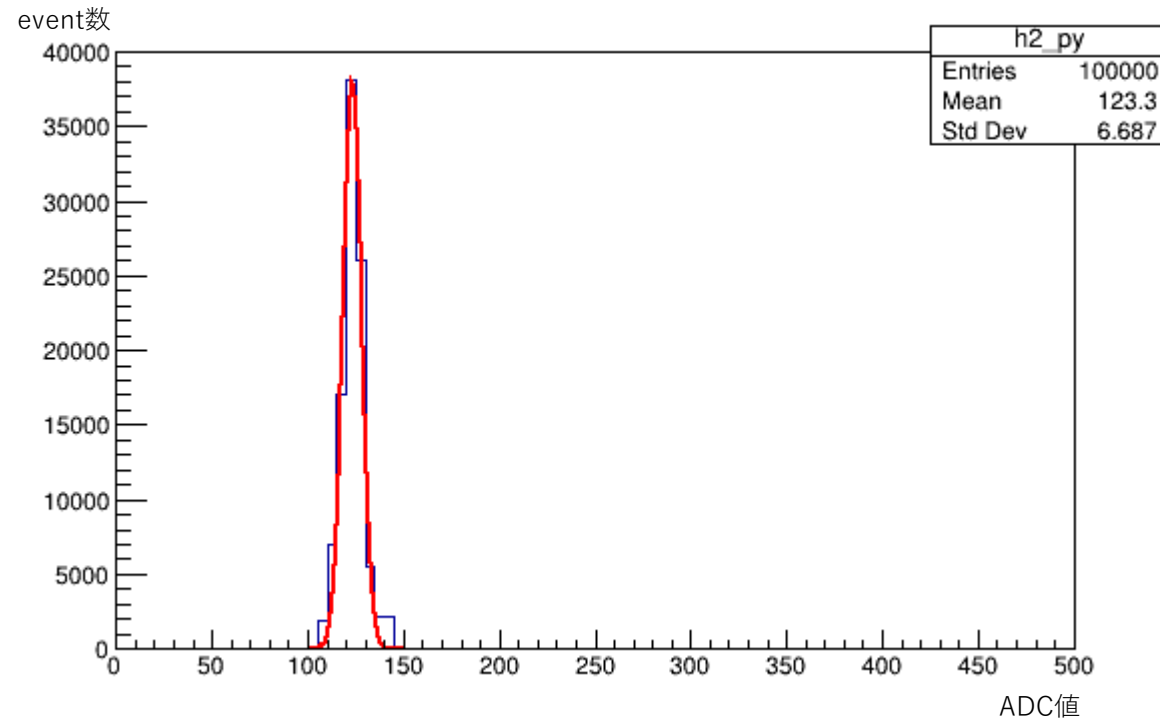
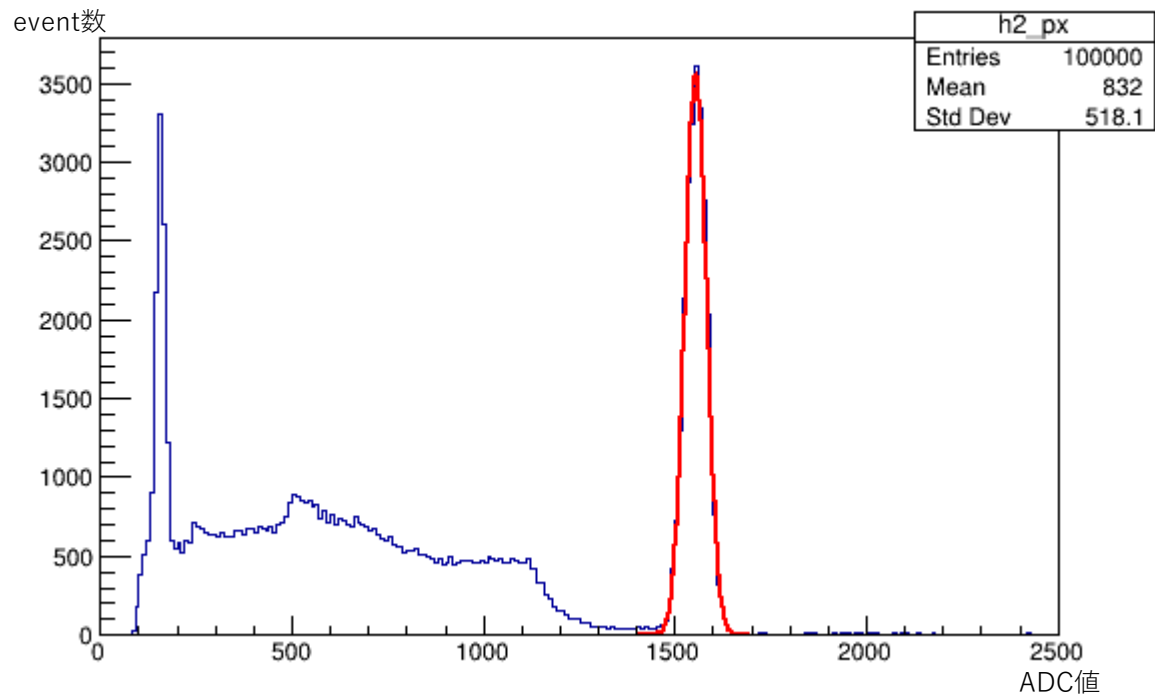
coincidenceをかけた時のグラフ



coincidenceをかけていないときのグラフ

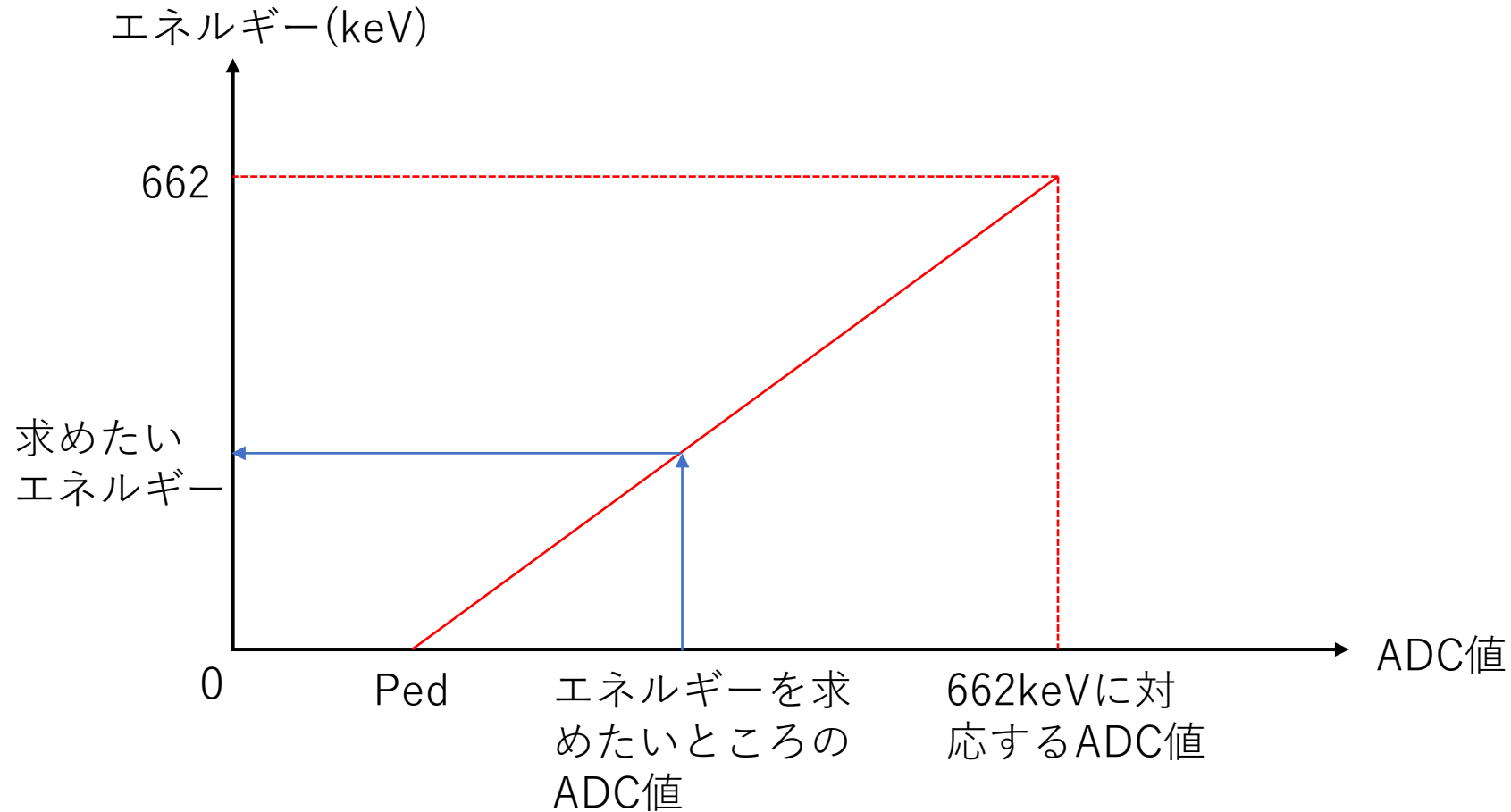


それぞれのピークを見るためにガウシアンでフィッティングする。



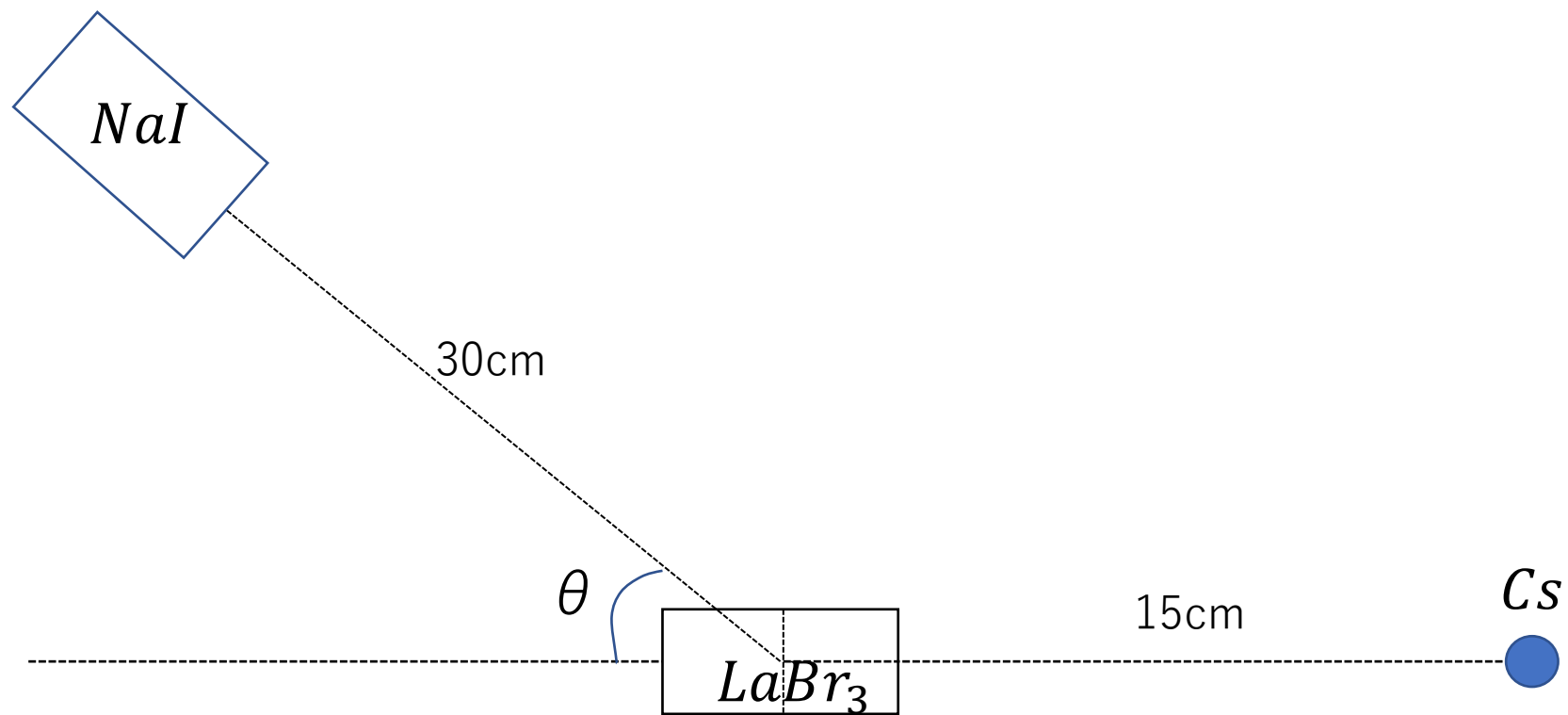
それぞれのガウシ안의meanをとり、対応するADC値とした。

ADC値がエネルギーに対して線形に変換されると仮定した。



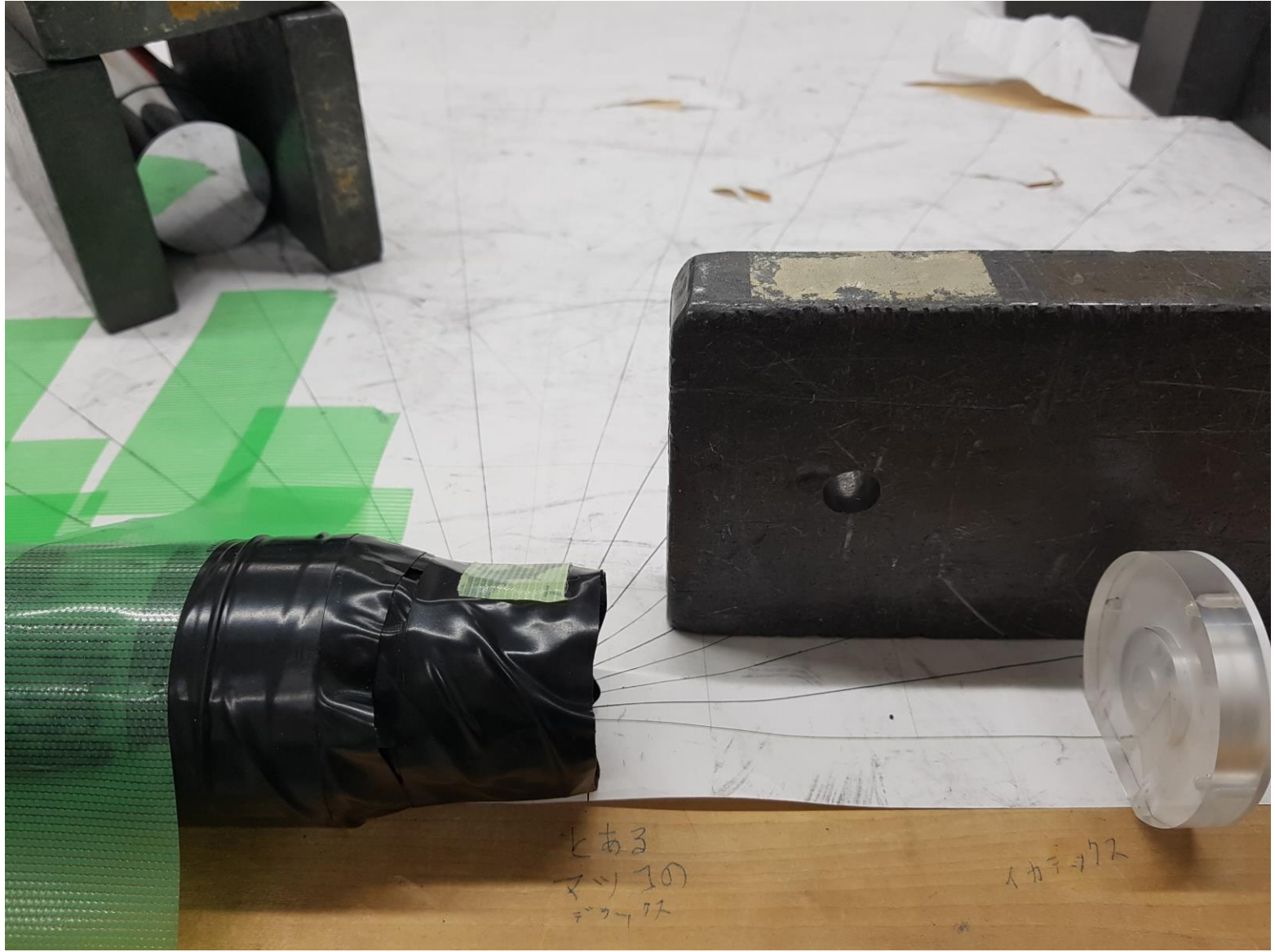
以上のようにしてADC値をエネルギーに変換した。Pedestalと662keVのADC値の測定は、毎実験の前後で行い、その平均を用いた。

• 本実験



本実験を上図のような配置で行った。



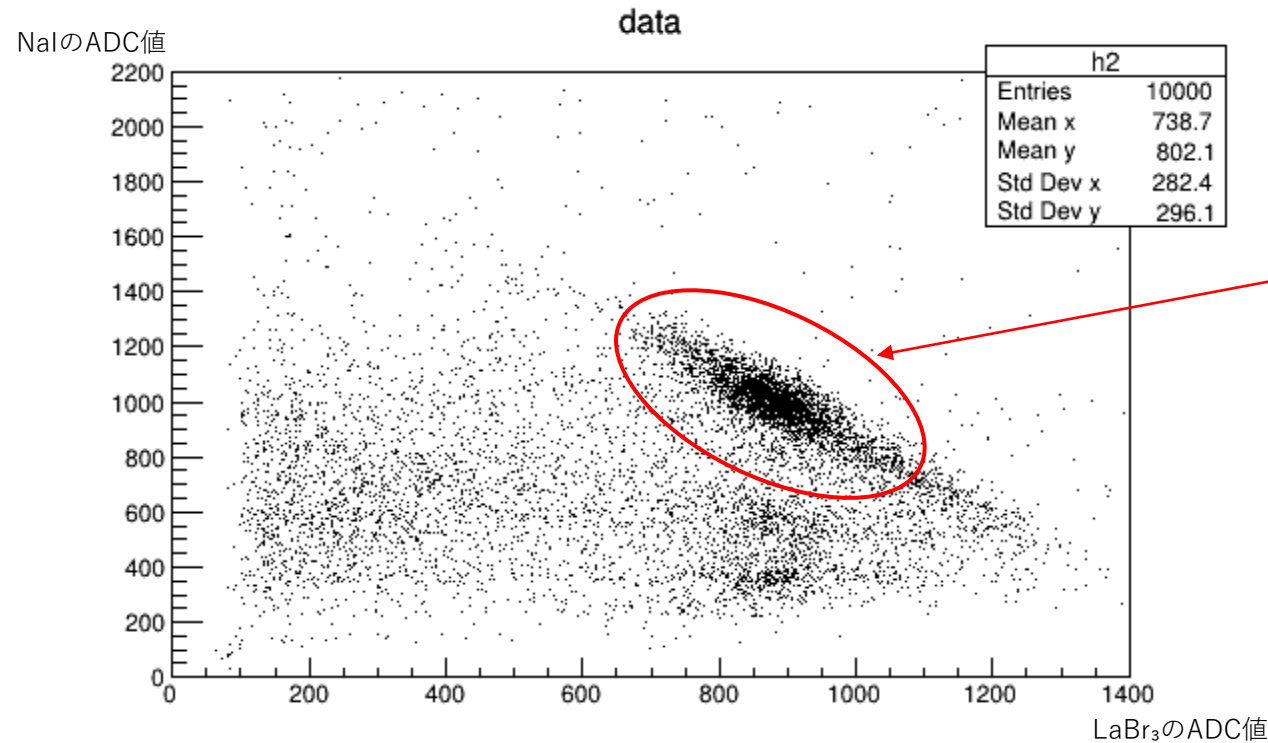


とある  
マツ 30  
パワー 17

人カマ 72

# 実験結果

- エネルギー（例として  $\theta = 90^\circ$  の解析をする。）

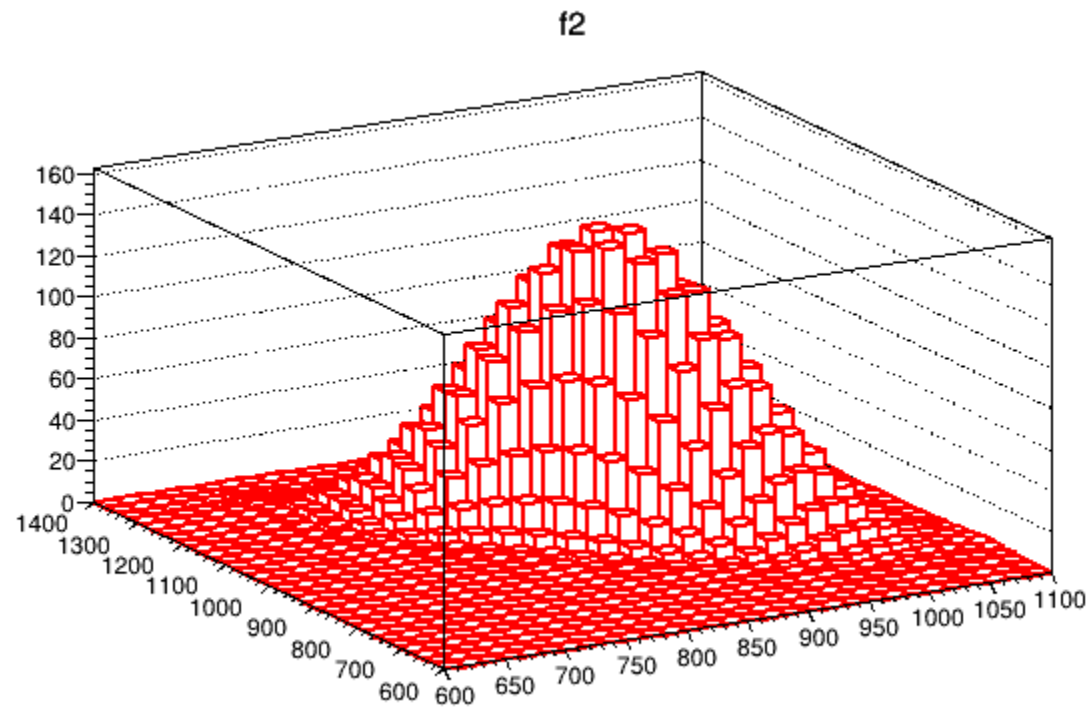
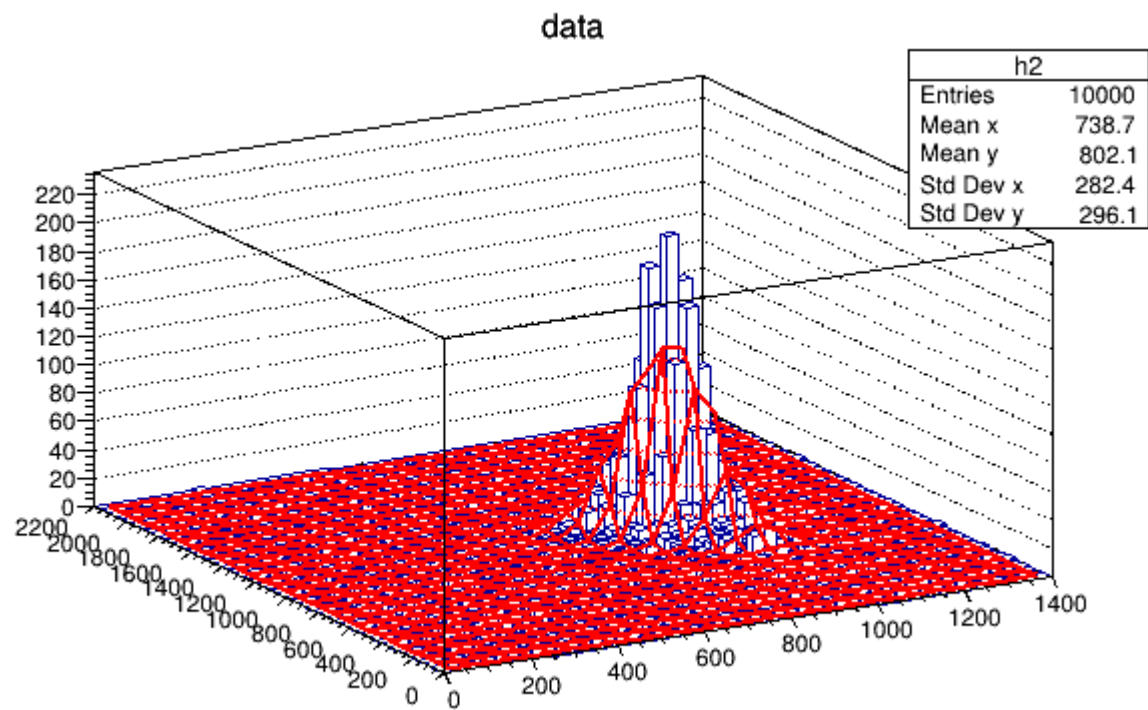


ここがLaBr<sub>3</sub>でコンプトン散乱し、NaIで光電吸収された点の集まりである。このピークを見たい。

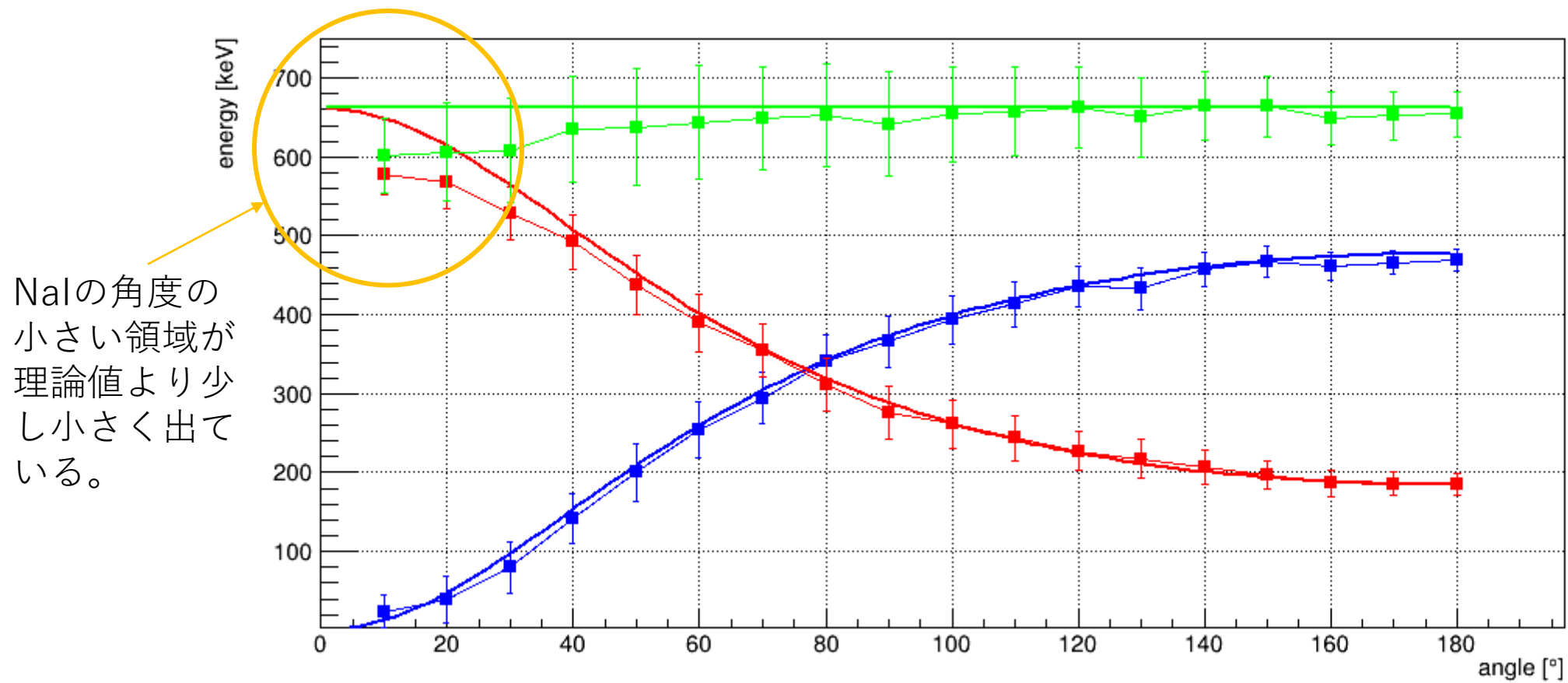
このグラフは  $\theta = 90^\circ$  における生データである。（横軸：LaBr<sub>3</sub> 縦軸：NaI）



この散布図をガウシアンでフィッティングする。



このフィッティング関数のピークのところをコンプトン散乱が起こった点とみなした。  
これを各点について行いグラフ化する。



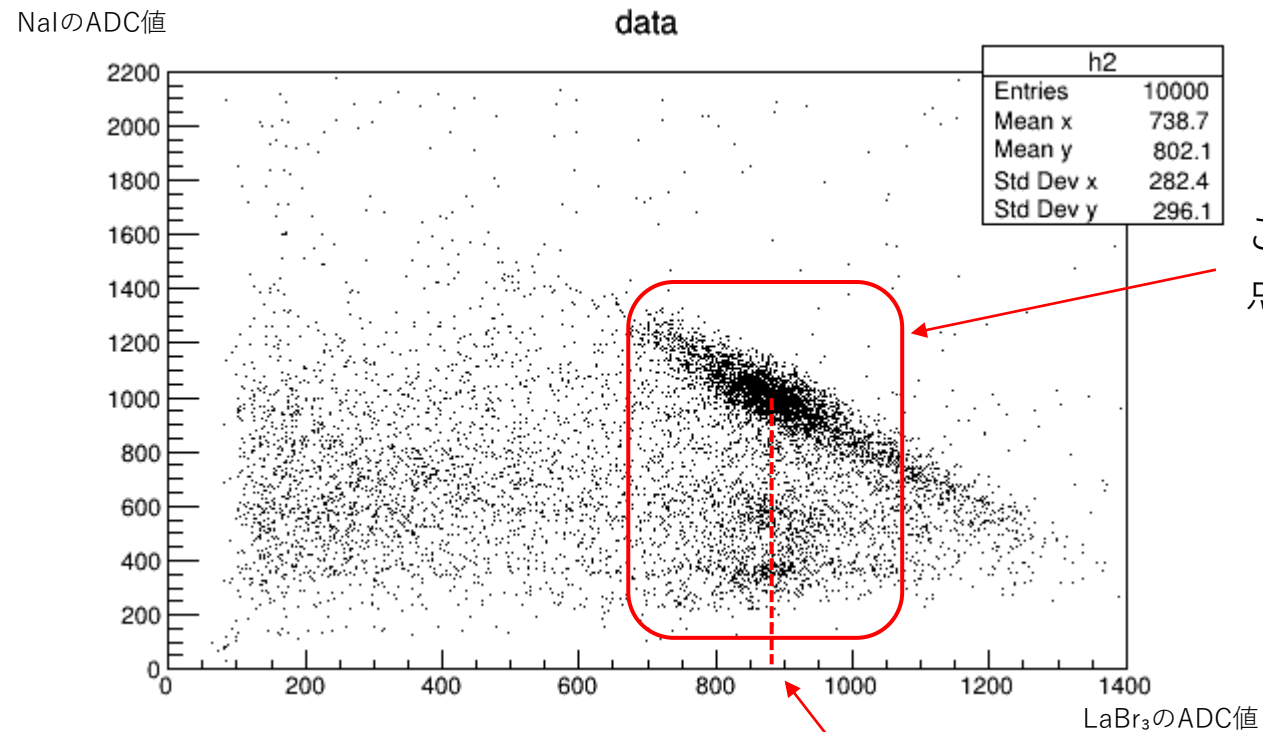
太線が理論値、プロットが実験値である。(赤 : NaI 青 : LaBr<sub>3</sub> 緑 : 合計)

- 反応頻度 ( $\theta = 90^\circ$  の解析)

反応頻度は

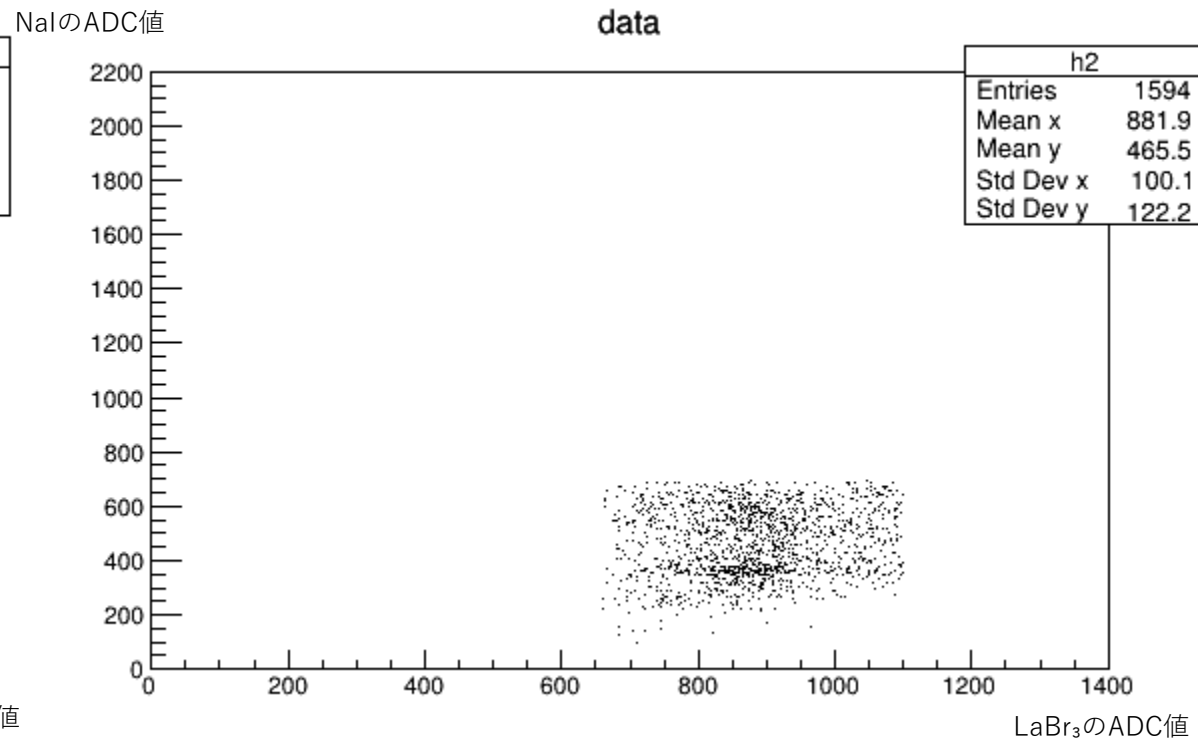
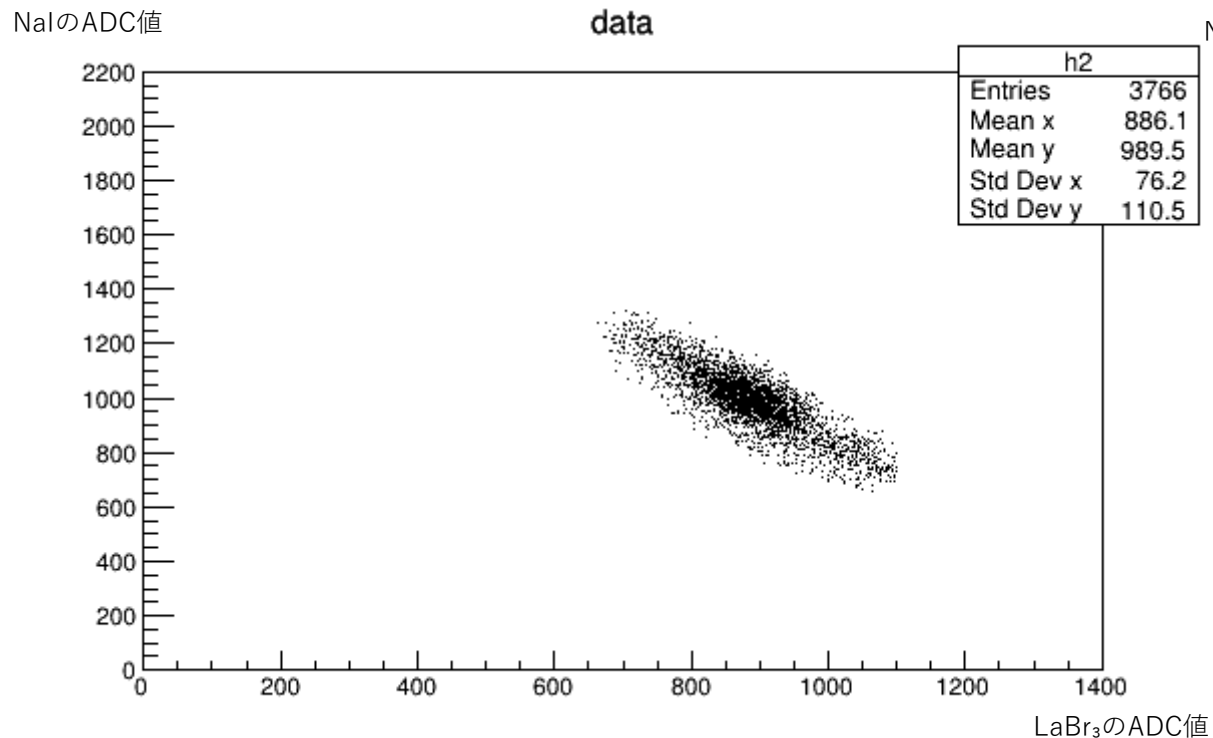
(コンプトン散乱のevent数) / (計測にかかった時間)

で求めるため、コンプトン散乱のevent数を求める。



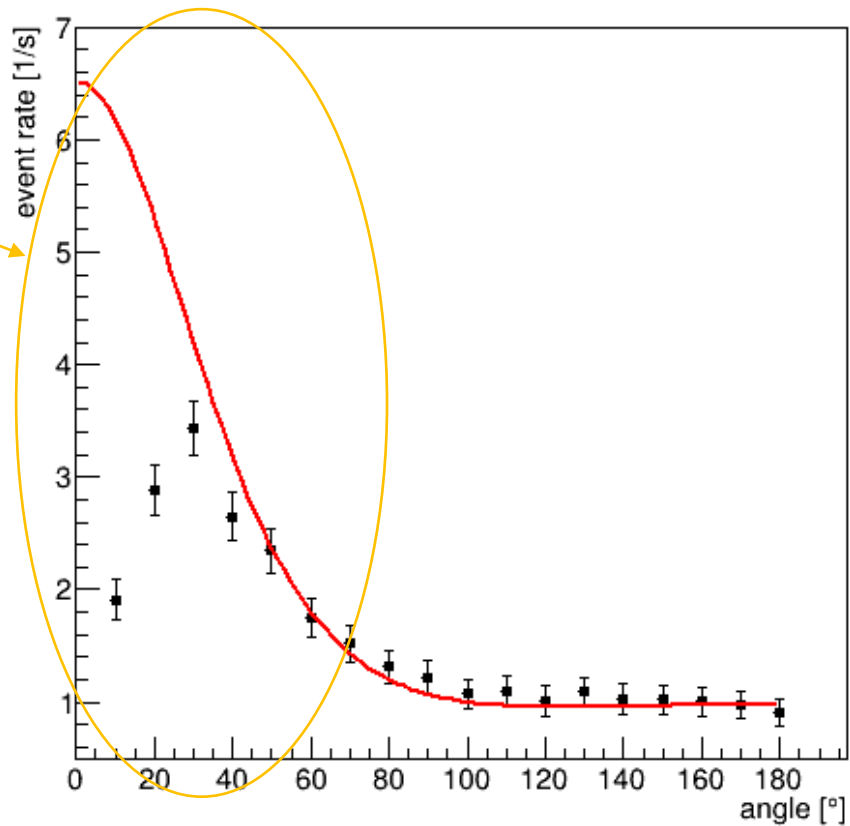
この領域にある  
点の数を数える。

LaBr<sub>3</sub>でコンプトン散乱したエネルギー



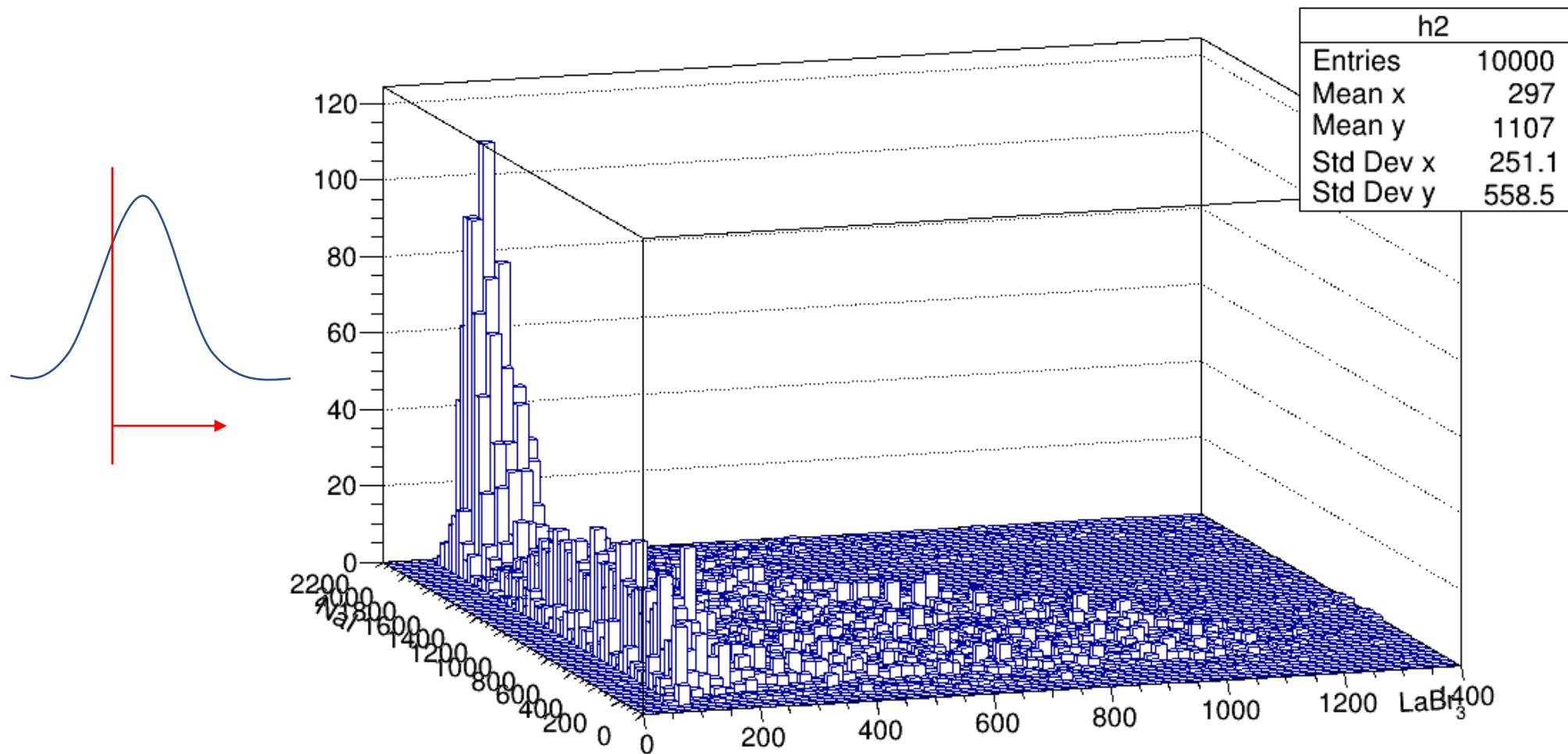
散布図から数えたい点を抜き出し、この点の数を求めた。  
抜き出した方法は、左はフィッティングしたガウシアンの高さが1/10になるまでの領域で、右はその領域の下である。  
この数を計測時間で割り、グラフを作成した。

10°, 20° において大きく理論値から外れている

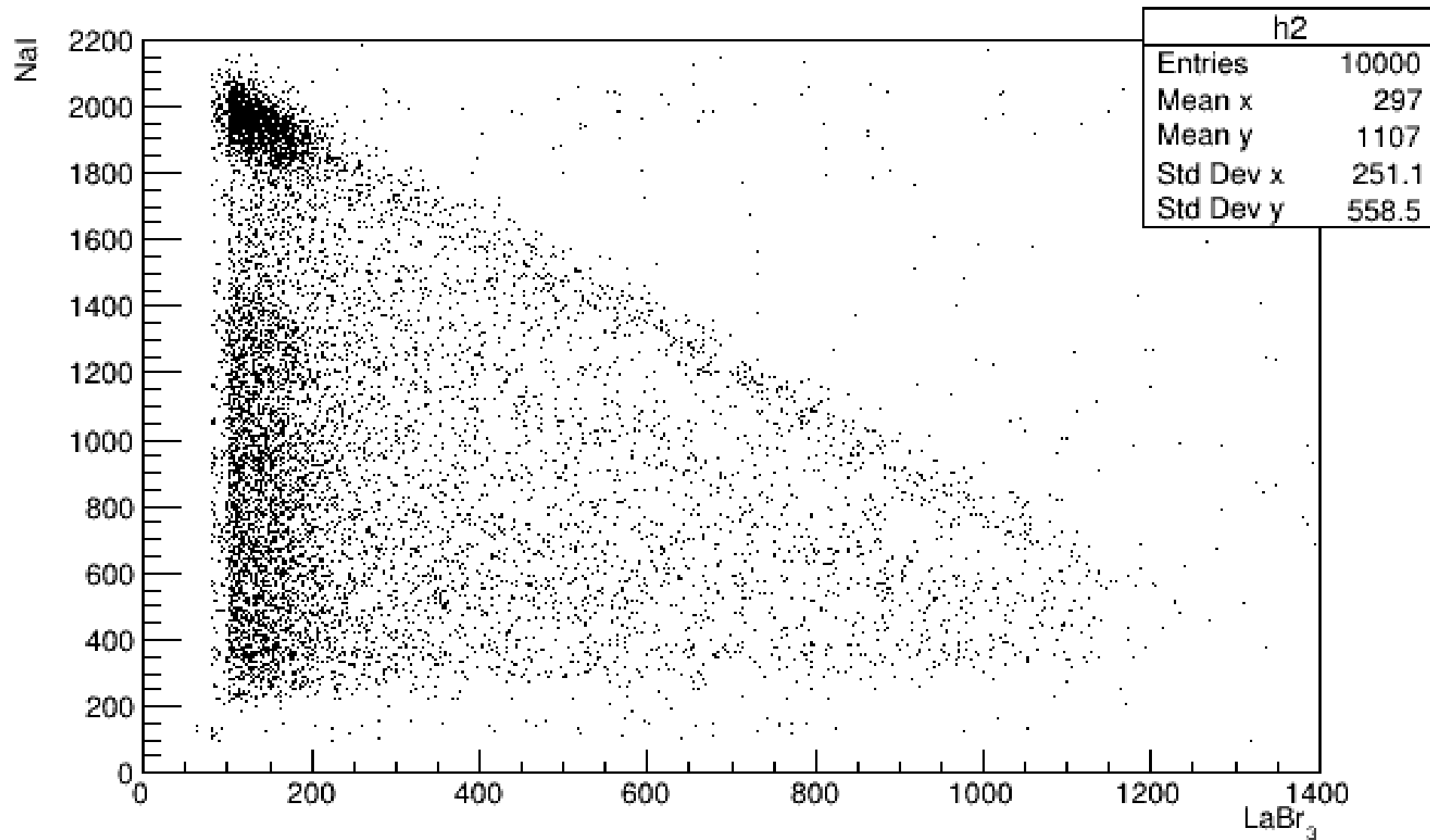


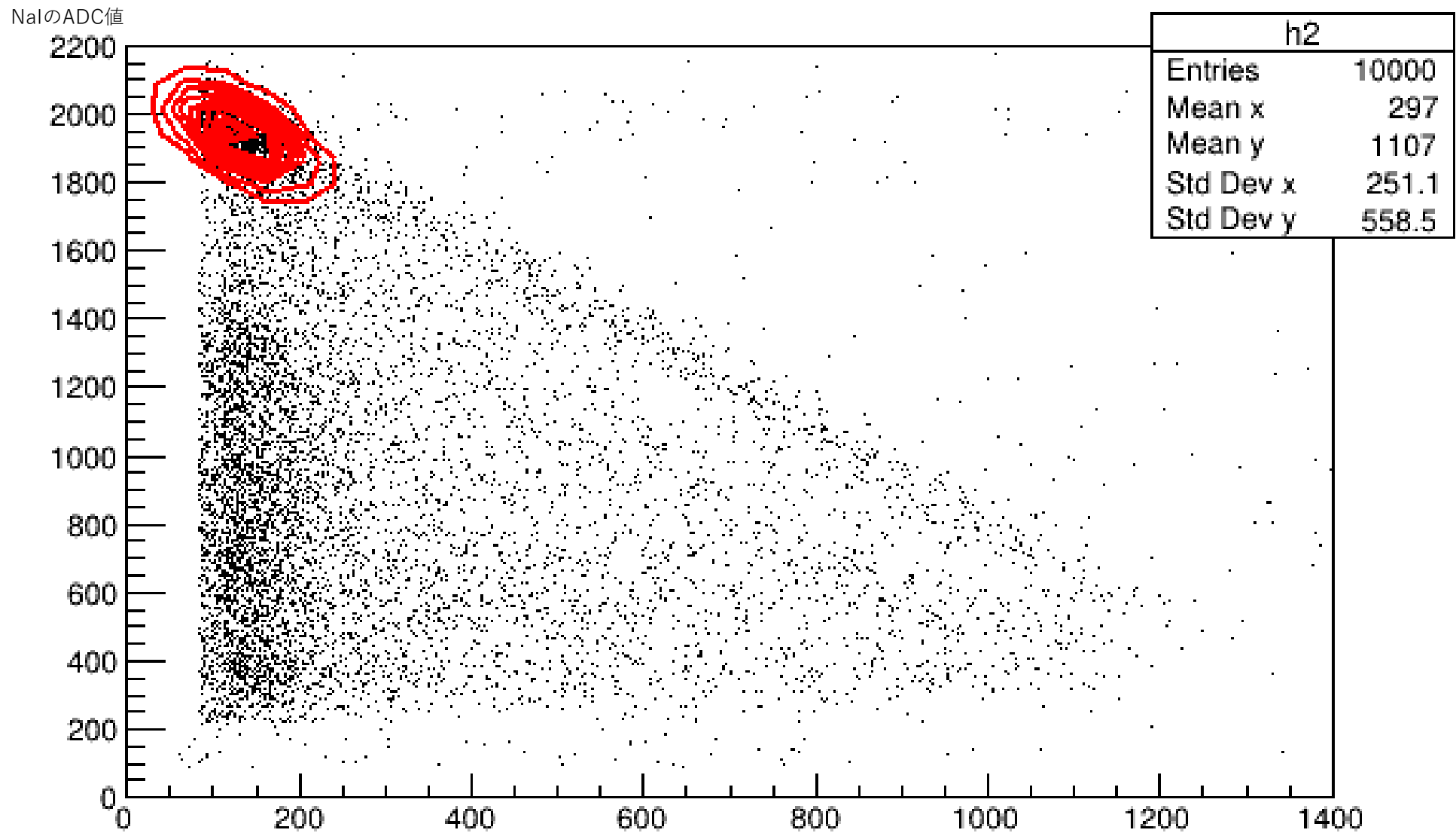
エネルギー、反応頻度ともに10°, 20° あたりにおいて大きく理論値から外れていた。ここで角度の小さな領域をもう少し詳しく見ていくことにする。

10° のときの散布図を見てみる。



ガウシアンが途中で切断されているように見える。





図はフィッティングした関数の等高線である。

LaBr<sub>3</sub>のADC値

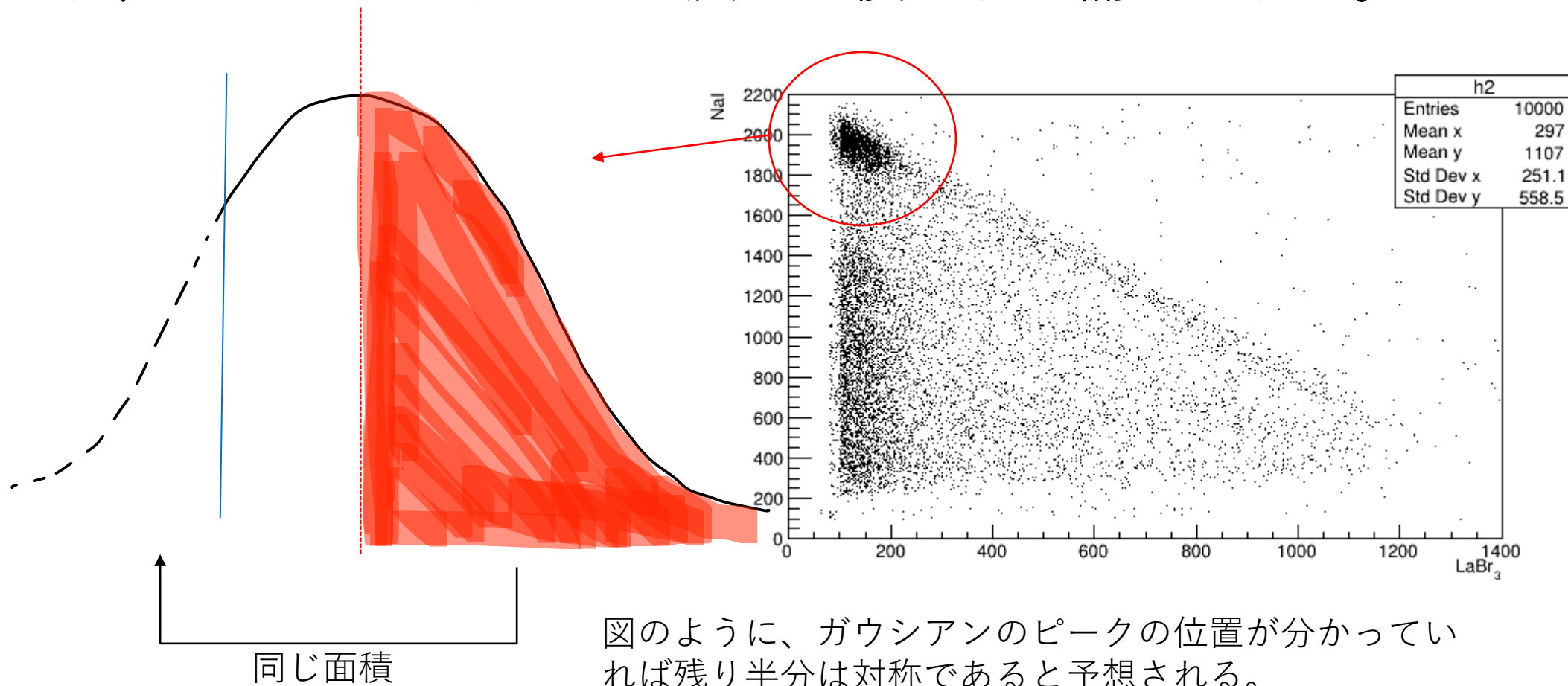


ガウシアンが切断された原因はdiscriminatorのthresholdにより、エネルギーの小さな信号が切られてしまったことであると考えた。

また、角度が小さい領域ではNaIで反応せずに通り抜けてしまうX線多くなってしまうのではないかと考えた。

これをもとに実験値に補正を加えてみる。

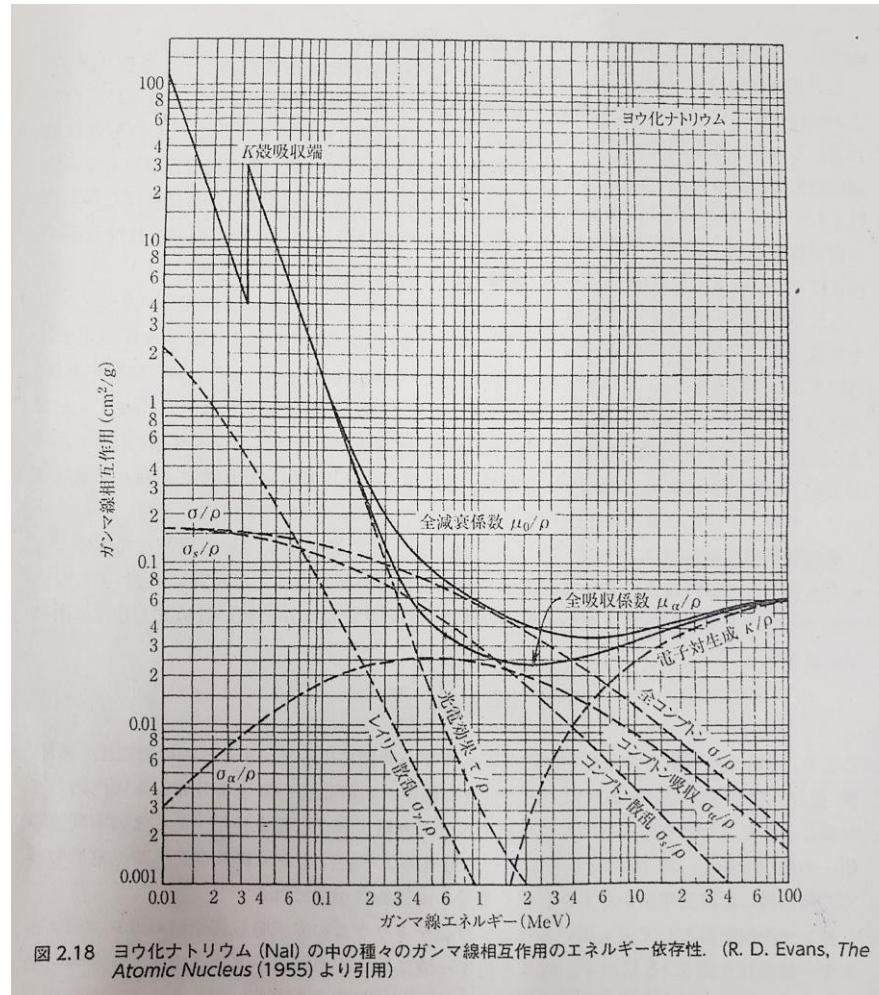
まず、thresholdで切られた反応を復元する補正をする。



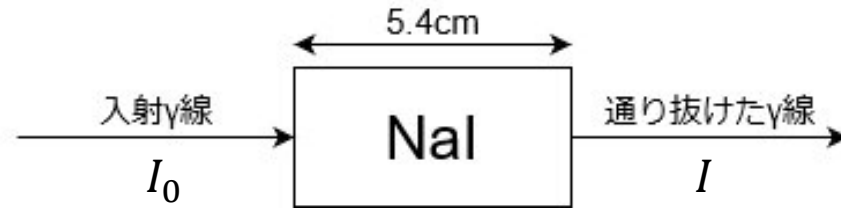
図のように、ガウシアンピークの位置が分かっている場合は残り半分は対称であると予想される。よってデータ数はガウシアンピークの右半分を二倍する方法で補正した。

次に、NaIを通り抜けるX線についての補正をする。

NaIに入射するX線のエネルギーによってX線の平均自由行程が変化するので、これによる補正を考える必要がある。



講義での配布資料を参考にし、平均自由行程を算出した。



平均自由行程を $a(cm)$ とすると、以下の式が成り立つ。

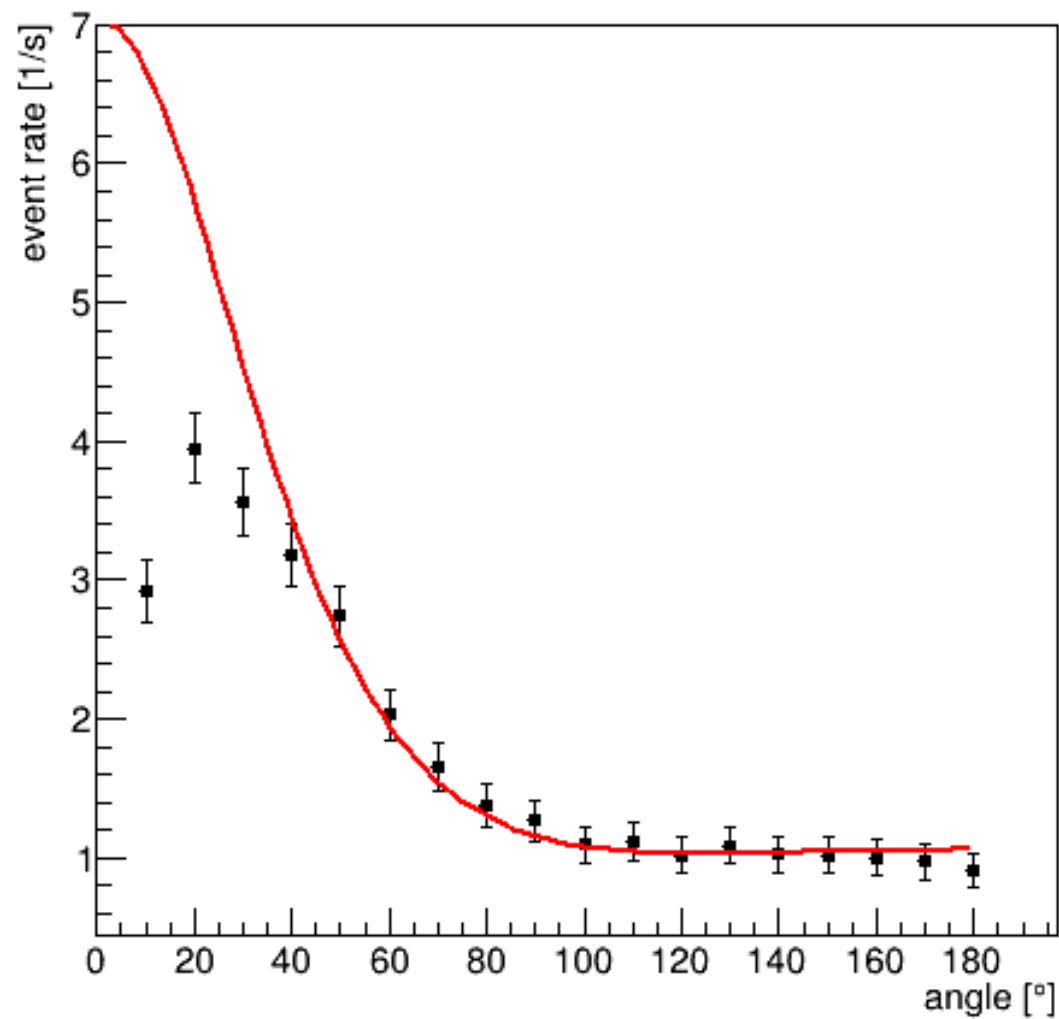
$$I = I_0 \exp\left(-\frac{5.4}{a}\right)$$

この式をもとにNaIシンチレーターを素通りしてしまうX線の割合

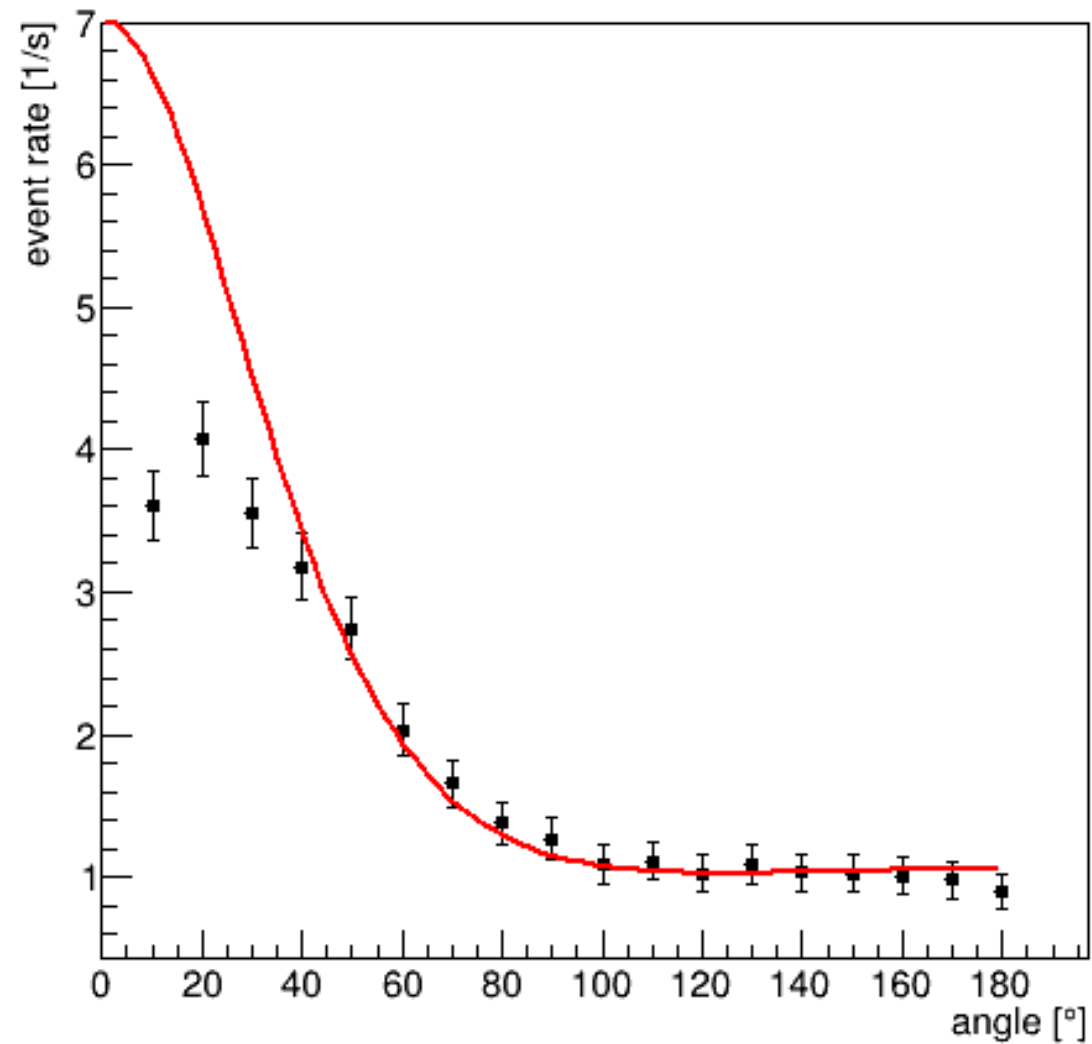
$$1 - \frac{I}{I_0} = 1 - \exp\left(-\frac{5.4}{a}\right)$$

を求めた。（ここで平均自由行程 $a$ は入射X線のエネルギーの関数である。）

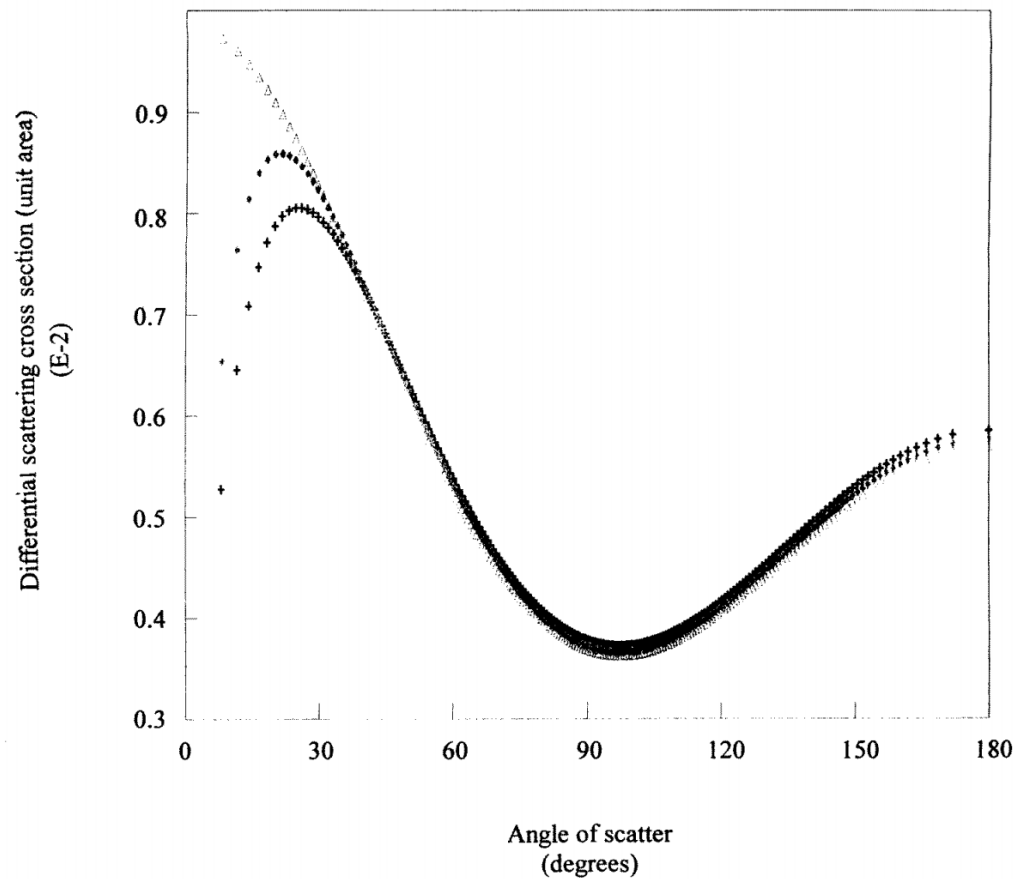
これらの補正を加えた結果、以下のようにになった。



10° と20° について計数を増やして再度測定し、おなじく補正をした。



- $\triangle$  Klein Nishina formula
- $+$  Klein Nishina formula with incoherent scattering function of calcium,  $S(\omega=122 \text{ keV}, \theta)$
- $\blacklozenge$  Klein Nishina formula with incoherent scattering function of oxygen,  $S(\omega=122 \text{ keV}, \theta)$



Monte Carlo simulation of source-excited in vivo x-ray fluorescence measurements of heavy metals  
より引用

**Figure 3.** A comparison of the Klein–Nishina formula alone with the inclusion of the incoherent scattering function. Note that the incident photon energy is set at 122 keV, the primary photon energy of the  $^{57}\text{Co}$  source. From this figure it is apparent that the incoherent scattering function only affects the low-angle scatter portion of the differential scattering cross section.