

Compton散乱理論の 実験的検証

2022年3月14日
課題演習A1後期

池邊 凌 山田 匠悟 岩井 沙彩
埴村 圭吾 伊津野 勝英 岡崎 凜太郎

目次

- 1 実験背景、目的 (伊津野)
- 2 理論的背景 (山田)
- 3 実験方法 (岩井)
- 4 実験結果、考察 (池邊 埴村 岡崎)
- 5 結論 (岡崎)

実験背景、目的

(伊津野)

実験背景

19世紀ごろの量子力学が生まれる前に、それまでの物理学では説明できない様々な現象が発見された。

このうちの1つがコンプトン散乱というものであり、これは X線(γ 線)光子が電子により散乱された際に波長にズレが生じるという現象である。この現象は光を波動だと考えると説明がつかなかった。

実験背景

19世紀ごろの量子力学が生まれる前に、それまでの物理学では説明できない様々な現象が発見された。

このうちの1つがコンプトン散乱というものであり、これは X線(γ 線)光子が電子により散乱された際に波長にズレが生じるという現象である。この現象は光を波動だと考えると説明がつかなかった。

→量子力学では光子は波動性だけではなく粒子性も持っているとし、電子と光子の二体問題と考えることでこの現象を説明した。

また、場の理論を量子力学に組み込んだ量子電磁気学によって、どの角度へどれぐらいの確率で散乱が起こるかという微分散乱断面積を求めることができた。

実験目的

今回の実験は、実測値と理論値を比較することで、量子力学の正当性を検証するのが目的

具体的には

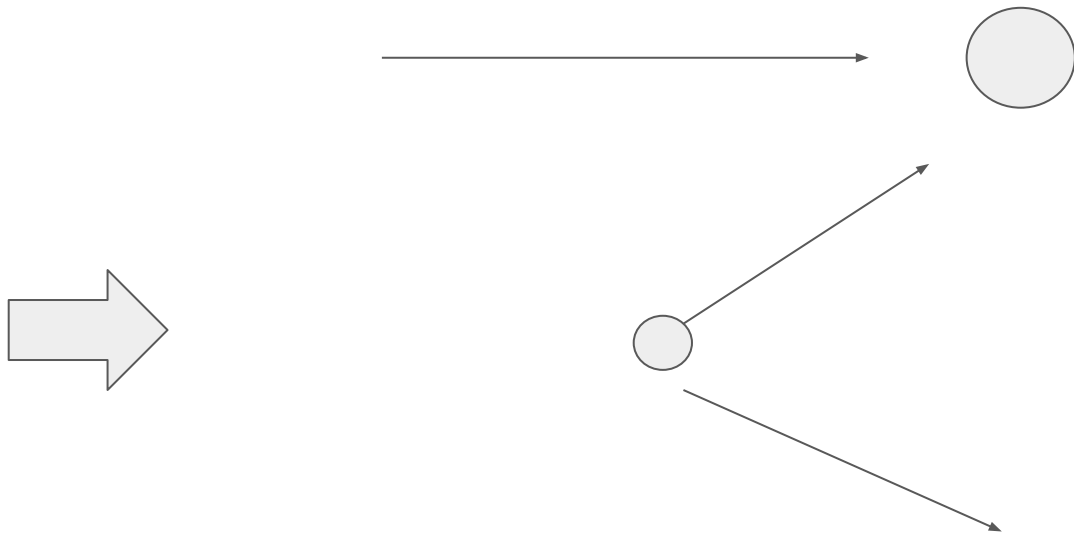
1:コンプトン散乱における散乱角とエネルギーの関係式を検証する。

2:それぞれの角度でのコンプトン散乱の反応頻度を実験系のKlein-仁科の式とくらべ検証する。

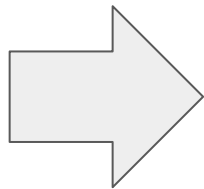
理論的背景

(山田)

コンプトン散乱



$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)}$$



散乱後のエネルギーが散乱角に依存

微分散乱断面積

粒子がどの角度に散乱するかを示す指標

QEDを用いて一次摂動まで計算

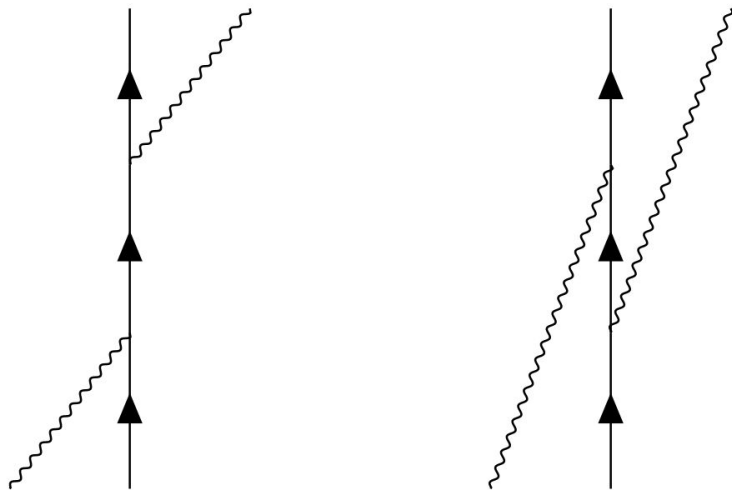
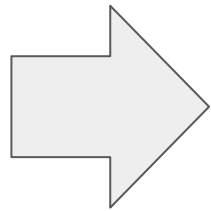


図 1: コンプトン散乱に対応する一次摂動の diagram



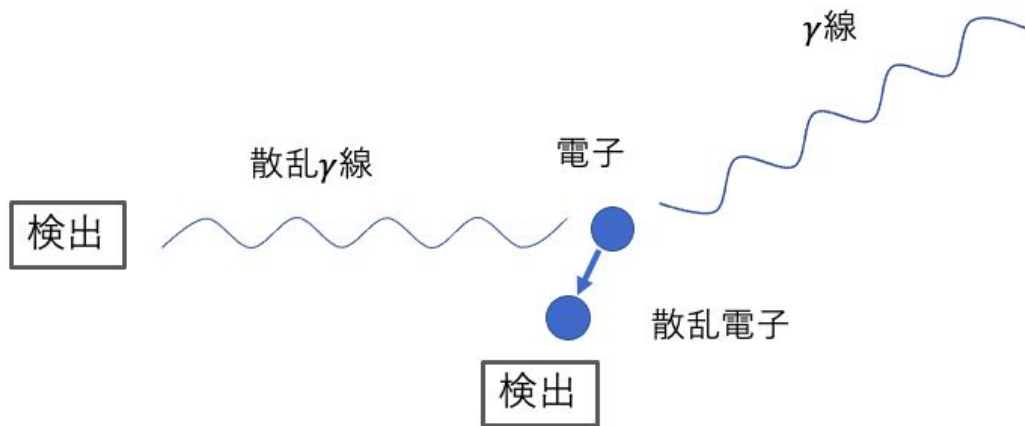
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \left(\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta\right)$$

α : 微細構造定数

実験方法

(岩井)

実験模式図



散乱のイメージ図

散乱 γ 線の検出

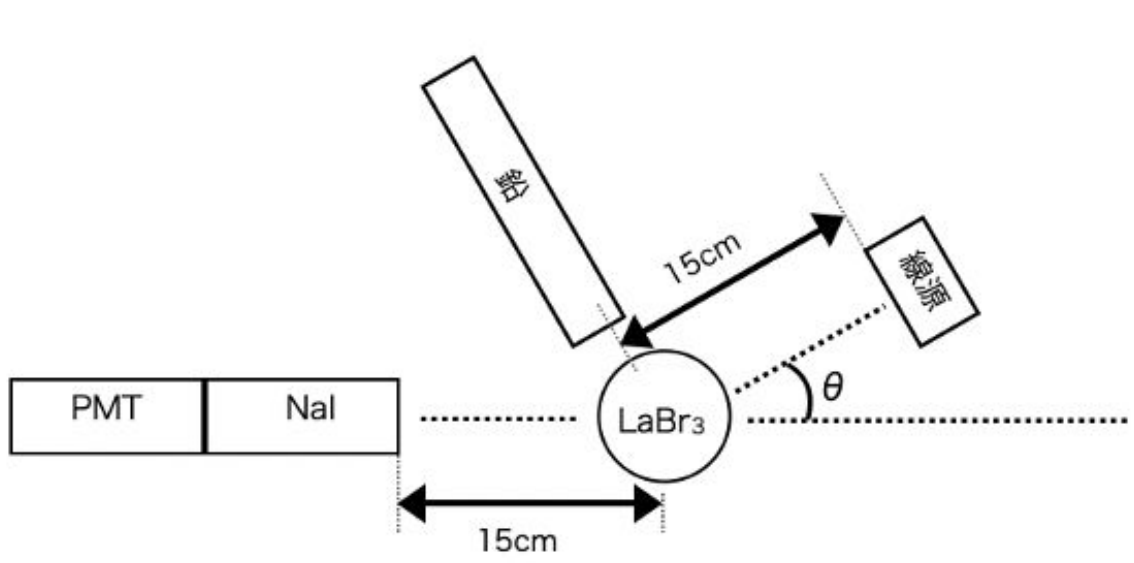
→ **NaIシンチレータ**

ぶつける電子

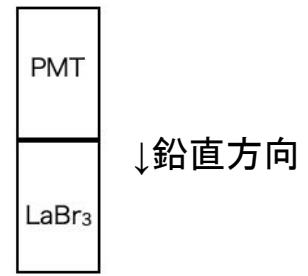
散乱電子の検出

→ **LaBr₃シンチレータ**

実験装置



Compton散乱実験の配置図



PMT ... 光電子増倍管

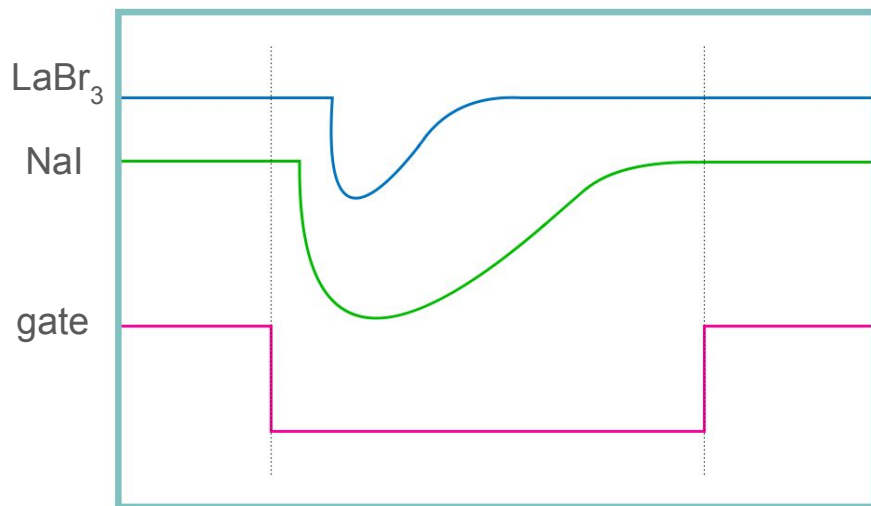
鉛 ... 不要なイベントの検出を遮断

線源 ... ^{137}Cs (662keV: 既知)

実験方法

ADC (Analog Digital Converter)

- ・・・gateで指定された区間について入力信号(Analog)の積分値(Digital)を出力



compton散乱の測定実験

このようなgateを出力するよ
うに回路を組む

エネルギー較正 (Calibration)

X: 機器が出力するデータ値 (ADC)

E: 実際に観測したエネルギー (KeV)

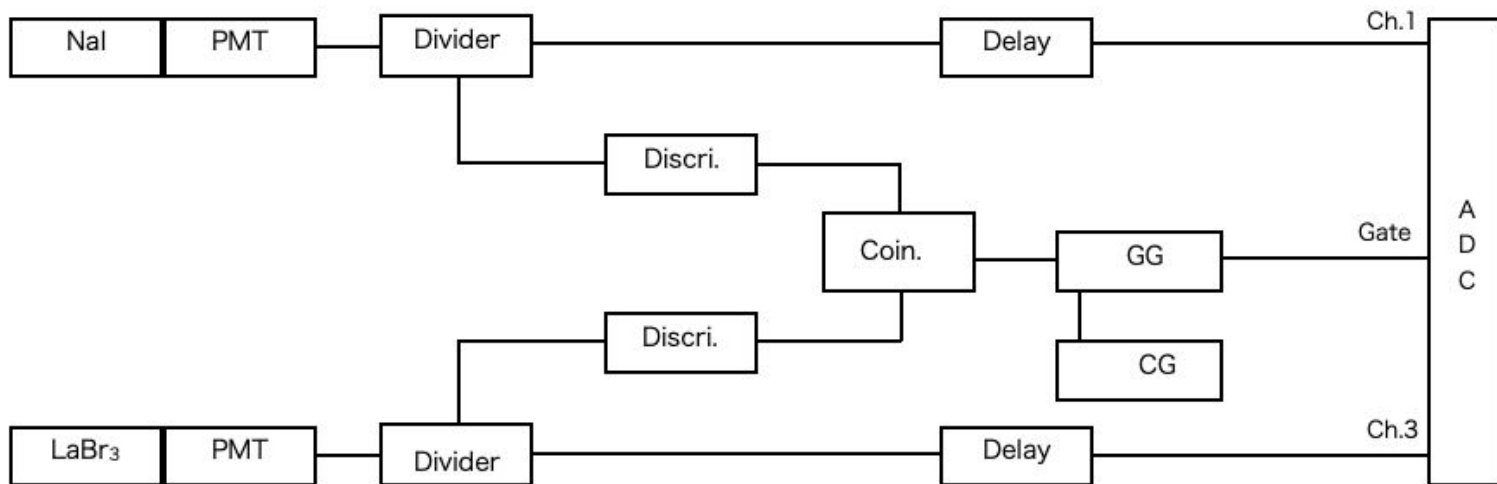
$$X = aE + b$$

線源無しでの測定・エネルギーの値が分かっている線源を用いた測定
→ a、bを決める

実験詳細

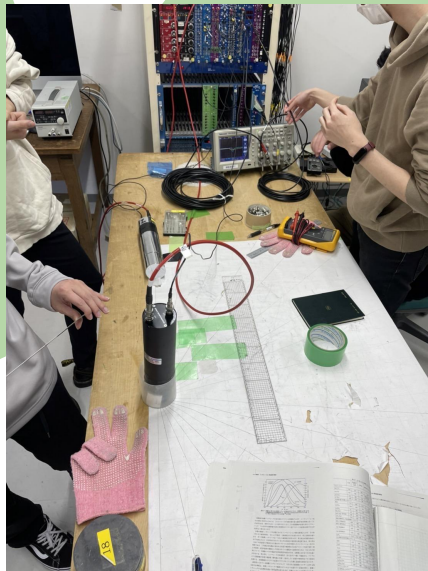
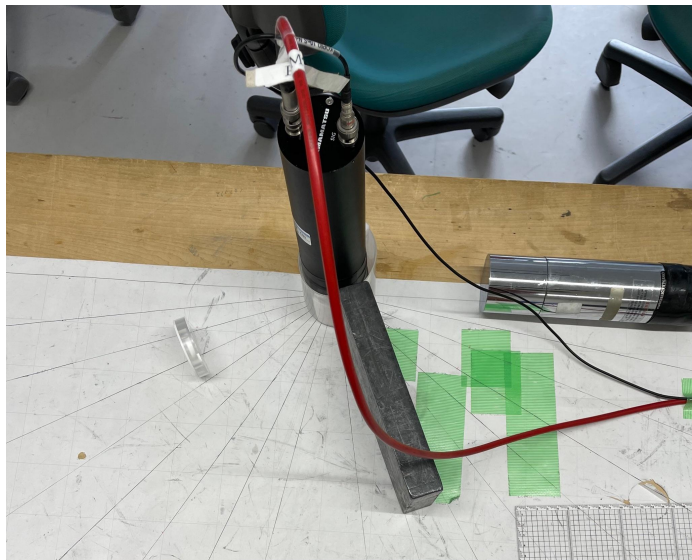
	線源	回数	Gate
Calibration	^{22}Na , ^{137}Cs , ^{60}Co	5000回 /各シンチレータ	シンチレータ毎
	無し	5000回	Clock Generator
Compton散乱	^{137}Cs	5000回/ $\theta = 0^\circ 30^\circ 60^\circ 90^\circ 120^\circ$ 150°	両シンチレータの Coincidence

実験回路



回路図

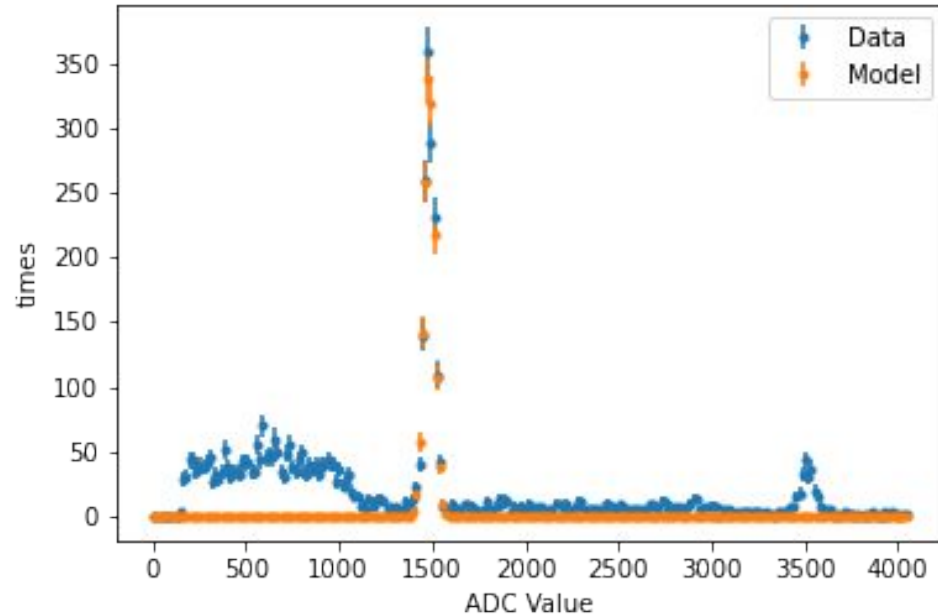
実験風景



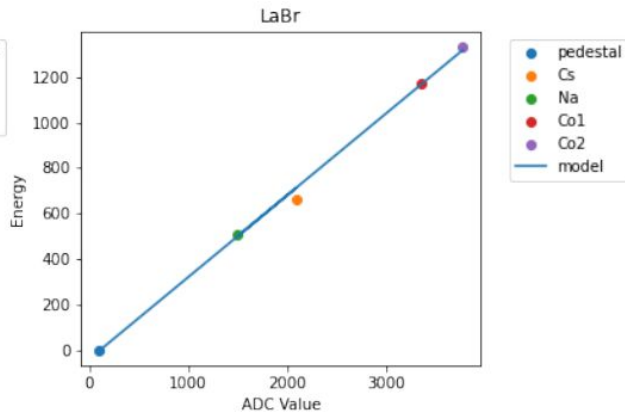
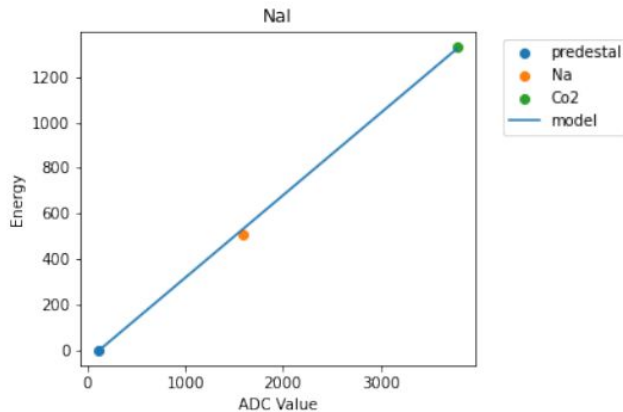
実験結果と考察

(池邊・埴村・岡崎)

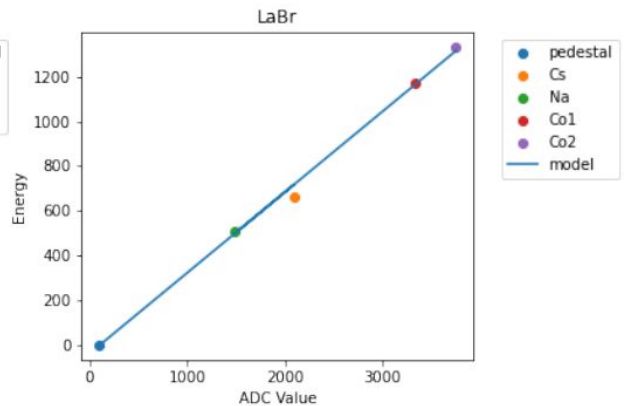
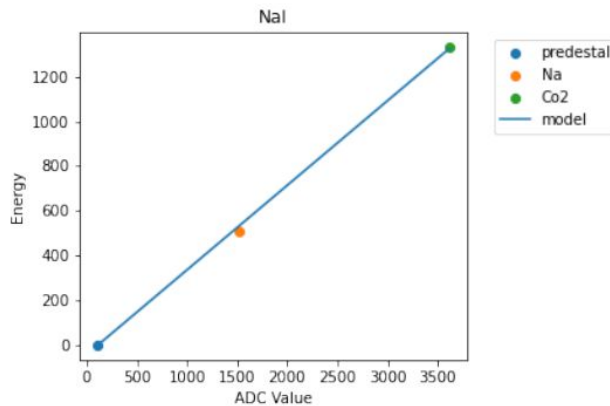
$$X = aE + b$$



LaBr₃にてNaのエネルギーを計測した

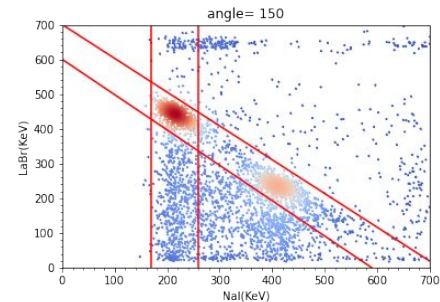
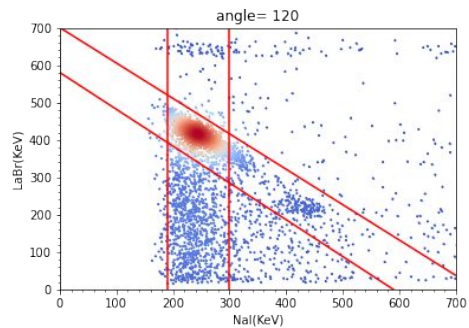
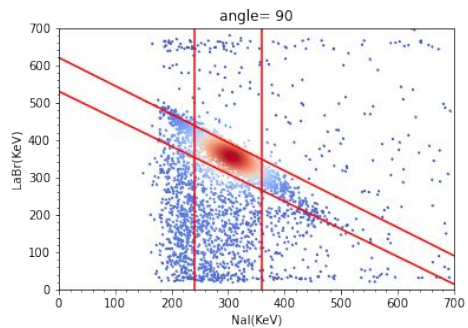
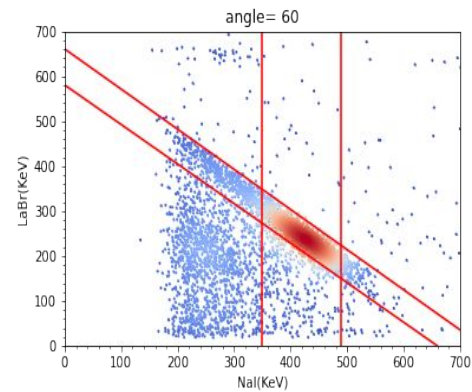
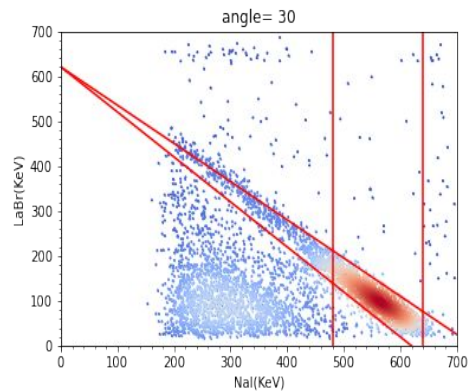
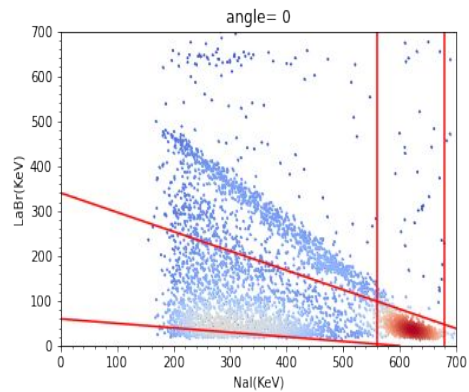


実験前の較正

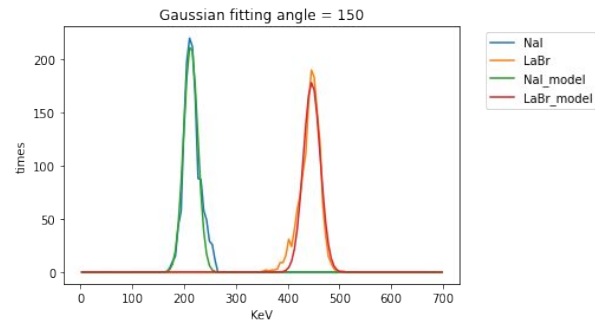
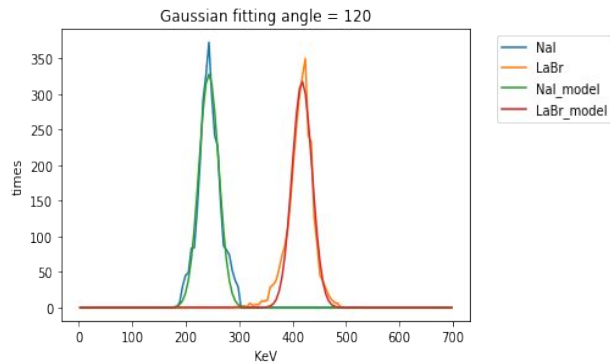
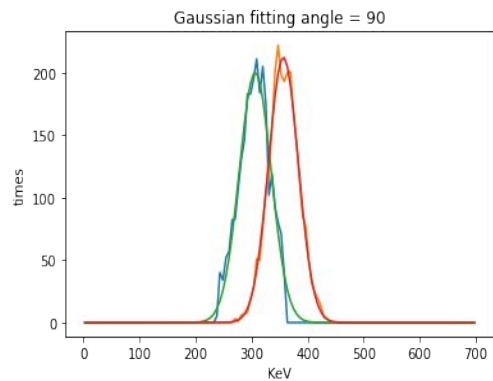
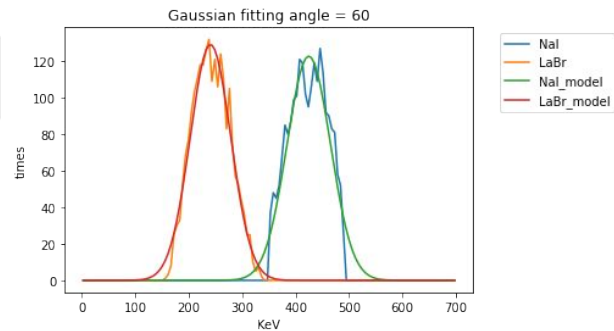
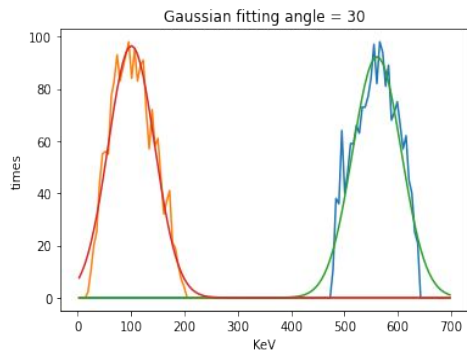
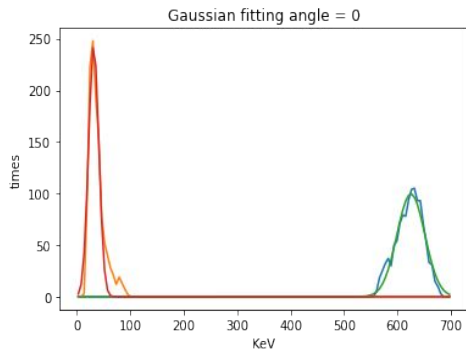


実験後の較正

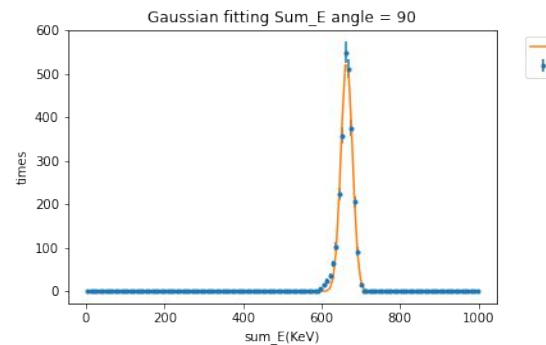
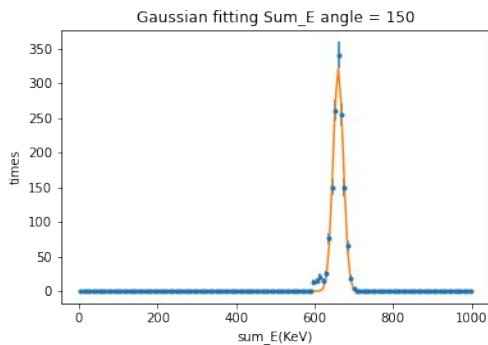
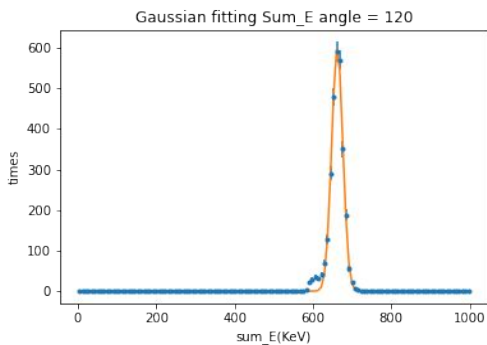
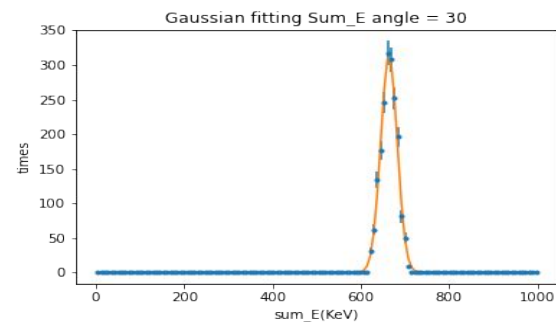
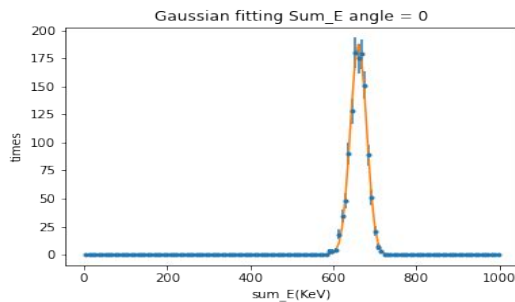
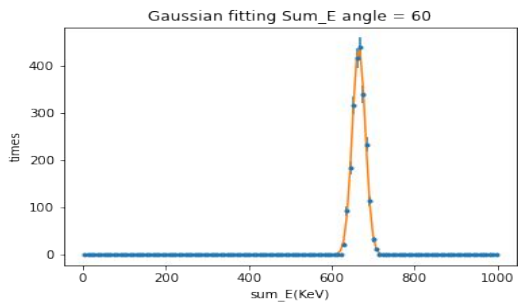
エネルギーの散布図



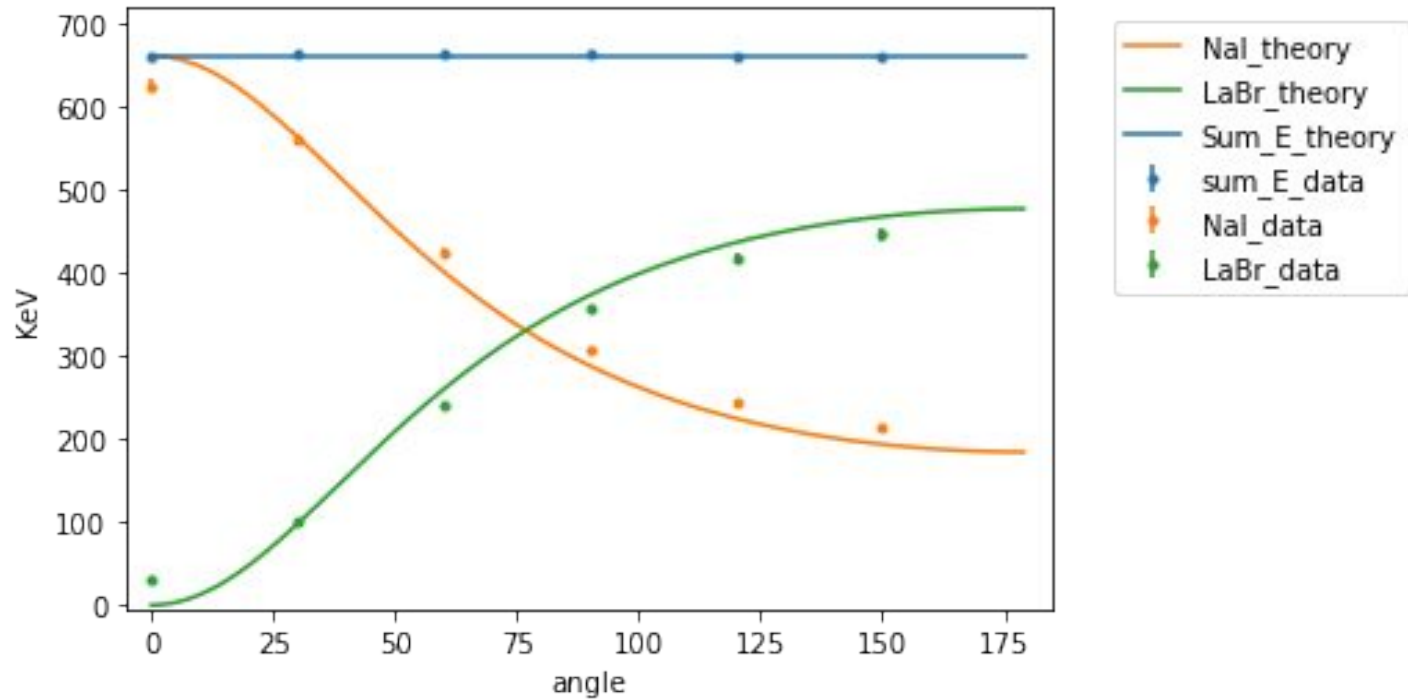
取り出した範囲をガウス分布でフィッティング



NaIとLaBr₃のエネルギーの和



エネルギーの角度分布の実験値と理論値



エネルギー-角度分布の考察

- 観測値は理論値に沿っており、エネルギー-角度分布は理論式

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)}$$

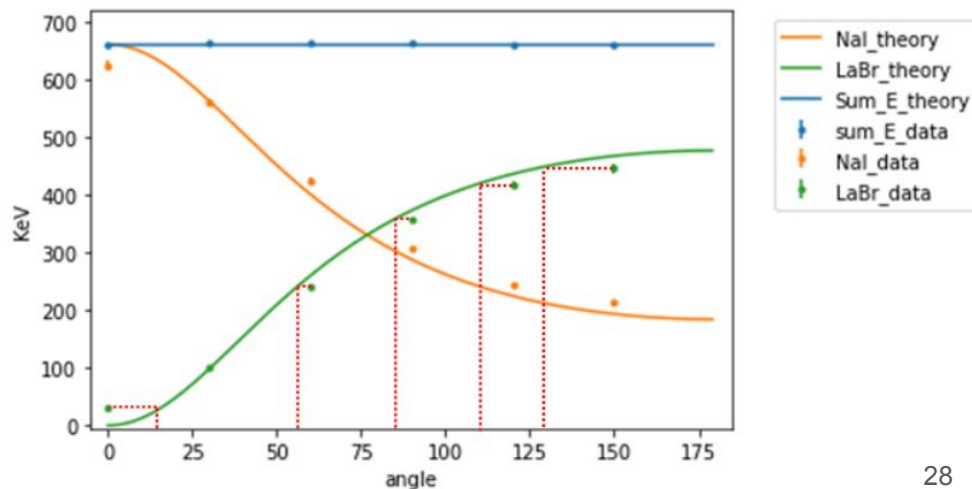
に従うと考えてよい。

- とはいえエラーバー込みで

一致していないのは事実

→実測値は理論上、何度の散乱角に

相当するコンプトン散乱だったのか逆算



エネルギー-角度分布の考察

$$E_{\text{ex}} = \left[1 - \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta_{\text{inv}})} \right] h\nu$$

θ [°]	0	30	60	90	120	150
E_{ex} [keV]	31.60	100.74	240.67	356.64	417.64	446.44
θ_{inv} [°]	17.49	30.68	55.42	84.09	109.29	129.17

↑ この角度のズレの原因は

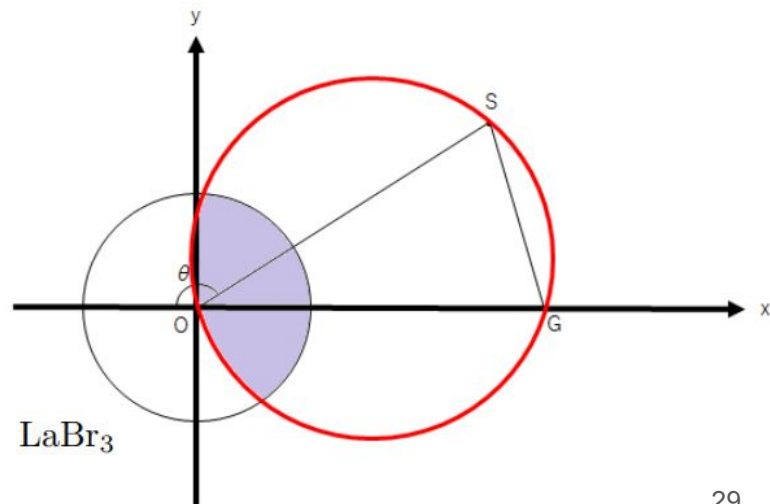
シンチレータの大きさが加味されていないから？

→ まず $\theta \geq 30^\circ$ について考える: 想定角より小さい

→ 右図の紫色の部分が

散乱が頻繁だった領域

(Sに線源、GにNaIの中心)



エネルギー-角度分布の考察

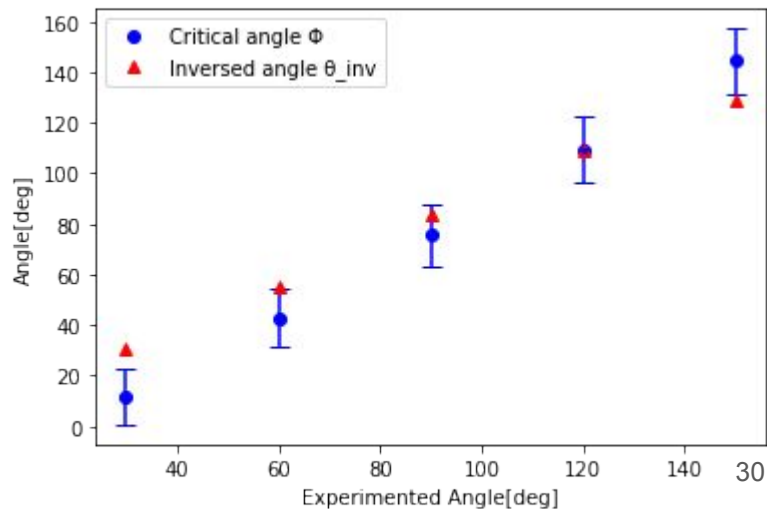
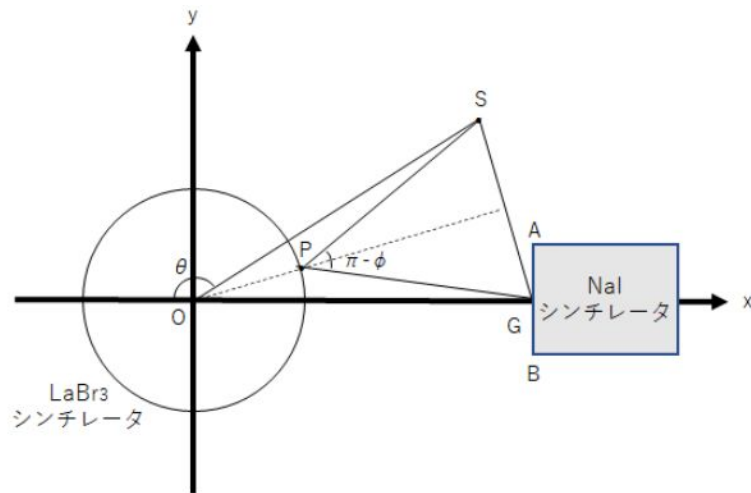
S→P→G を通るコンプトン散乱の散乱角は、
散乱角 θ の計測実験で起きうる最小のもの: 臨界角 ϕ

$$\cos \phi = 1 - \frac{2l^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{r^2 + l^2 - 2rl \cos \frac{\theta}{2}}$$

（ 端点ABが経路の終点の時 ↓
 $\delta\theta = \angle AOG = \angle GOB = \arctan \frac{R}{l} = 10.85^\circ$ ）

・60°から 150°の散乱でおおよそ θ_{inv} は
大体 ϕ の範囲内に収まる

→この実験角では線源、NaIに近い表面
付近の領域でよく散乱したということ



エネルギー角度分布の考察

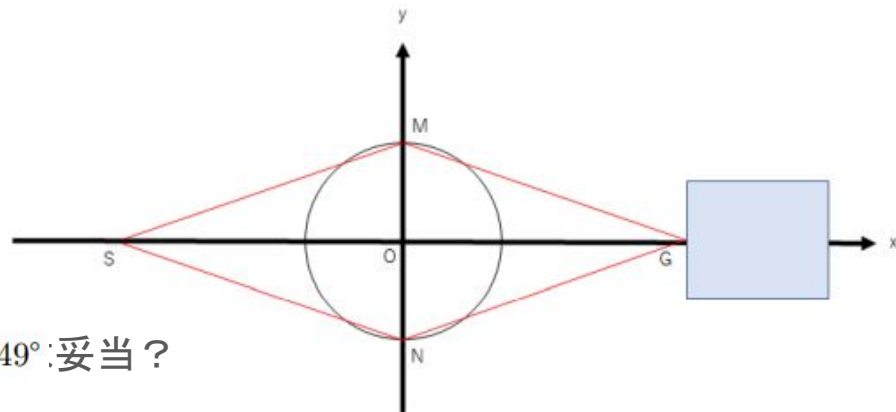
・ 0° の実験で観測しうる散乱は、

12.21° (終点G固定)+ 10° (終点自由) ← $\theta_{inv} = 17.49^\circ$:妥当?

→ 直進するよりも原点から上下にずれる経路の方が多い?

↑しかしKlein-仁科の式曰く、 0° の散乱が最も高頻度

→ 0° が目立たない理由が他にある(LaBr₃の閾値:あとで詳細に扱う)



- ・ 30° は
- ・臨界角問題(大きい散乱角)と閾値問題(小さい散乱角)が中和
 - ・単に鉛の配置がよかった
 - ・そもそも臨界角の経路をとる粒子数が少ない

反応頻度角度分布

次を比較した:

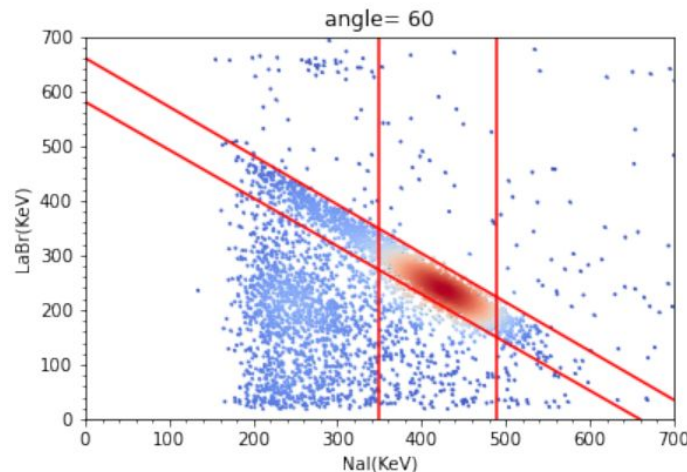
- **実験値**

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ex}} = \text{イベント数}N / \text{計測時間}T$$

- **理論値**: Klein-仁科の式 (から比例定数を除去した式)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{th;rd}} = \frac{1 + \cos^2 \theta}{[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]^2} \left[1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right]$$

$$\alpha = \frac{h\nu}{mc^2}$$



反応頻度角度分布

実験値と理論値は比例関係にあるはず

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ex}} = C \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{th;rd}}$$

として**Cは定数**になると予想される。しかし結果は ↓

θ [°]	0	30	60	90	120	150
$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ex}}$	2.096	4.651	3.056	2.705	2.697	2.063
$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{th;rd}}$	2.000	1.289	0.5542	0.3285	0.2924	0.2963
C	1.048	3.608	5.515	8.232	9.222	6.962

反応頻度角度分布

C は明らかに不一致→ 最小2乗法でもとめる

$$d = \sum_{\theta} \frac{1}{\sigma^2} \left[\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{ex}} - C \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{th,rd}} \right]^2$$

$$C = 3.576 \quad d=6581$$

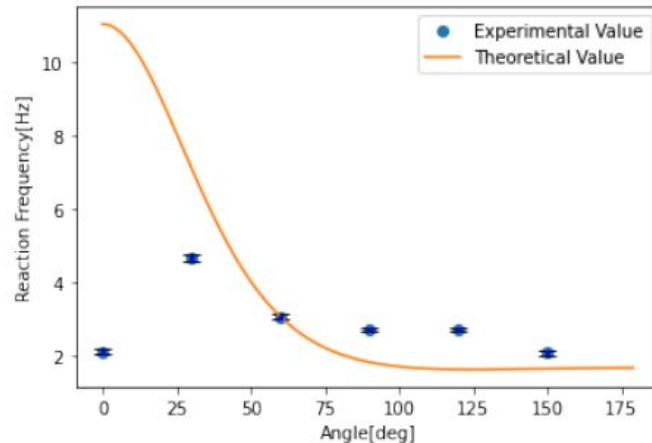
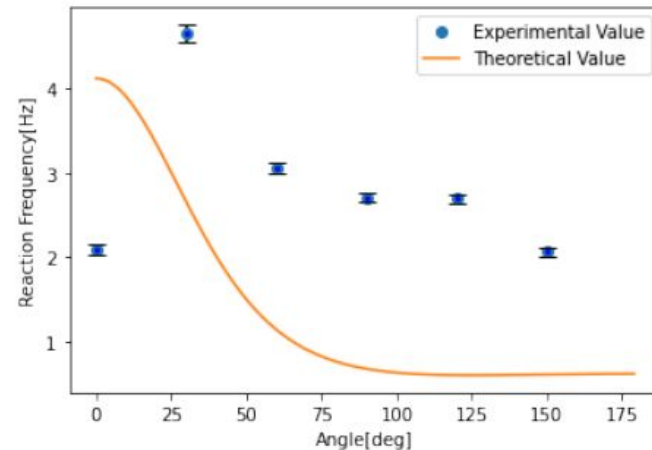
として実験値、理論値のC 倍をプロット

→ 一致しなかった(0°、30°で特に顕著)

・0°は外れ値として再計算

$$C = 5.513 \quad d=1332$$

→ 一致しなかった(0°、30°で特に顕著)



0°以外で平均

反応頻度角度分布の考察: カウント数補正

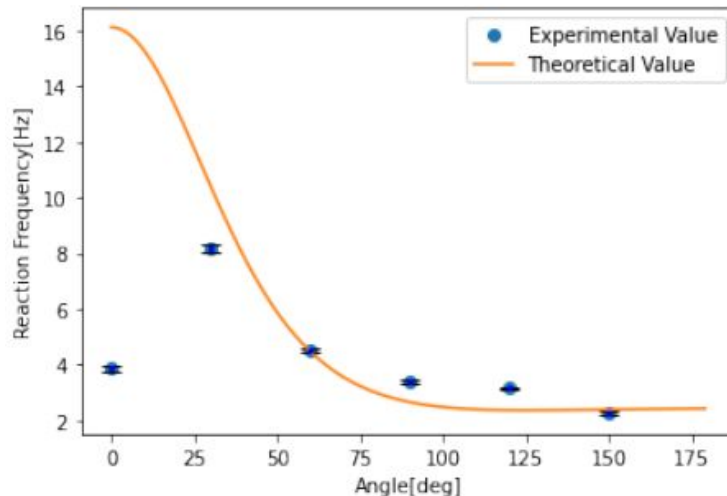
- ・ NaIを透過する光子を考慮していない: N_0 を入射光子数、 N を反応光子数として

$$N_0 = \frac{N_{ab}}{(1 - e^{-\mu l}) \left(1 - \frac{\sigma_a}{\mu}\right)}$$

から再計算

→ 実験値と理論値が近づいた

$C=8.058$ $d=627.3$



反応頻度角度分布の考察:シンチレータの大きさ

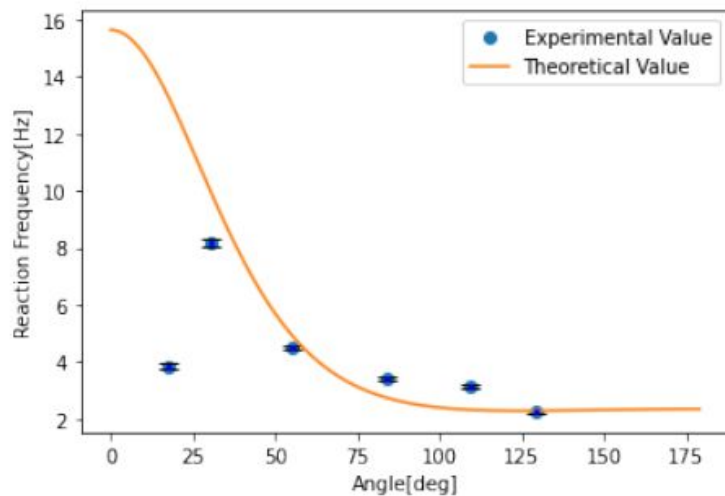
• $\theta \rightarrow \theta_{inv}$ とすると大きさも考慮したことに相当する

$$C = 7.819$$

$$d = 539.7$$

→ 妥当な補正

しかし一致とは言えない



反応頻度角度分布の考察: 0° 付近

0° では実験値と理論値がかけ離れている

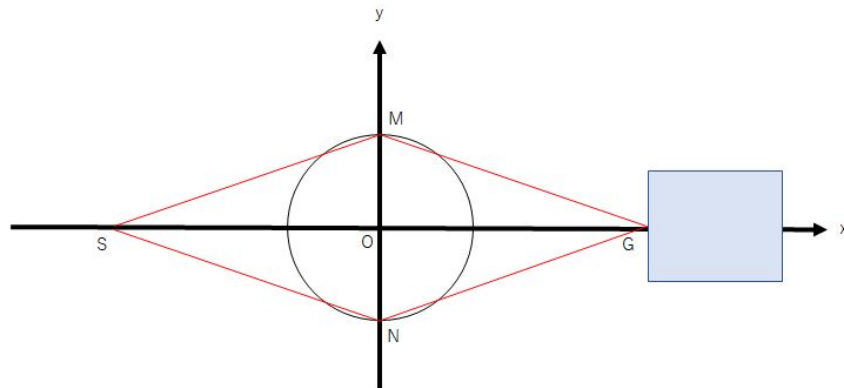
→ 実験と理論で条件が異なっている？

理論: 0° の散乱のみを考慮

実験: 0° 以外の散乱、及びノイズが存在

ノイズへの対処: 信号のしきい値

→ 0° 以外の散乱？



反応頻度角度分布の考察:0°付近

反跳電子のエネルギーは以下の式で与えられる:

$$E_{\text{electron}} = h\nu \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{mc^2} (1 - \cos \theta)} \right]$$

小さい散乱角 θ では反跳電子のエネルギーは小さくなる

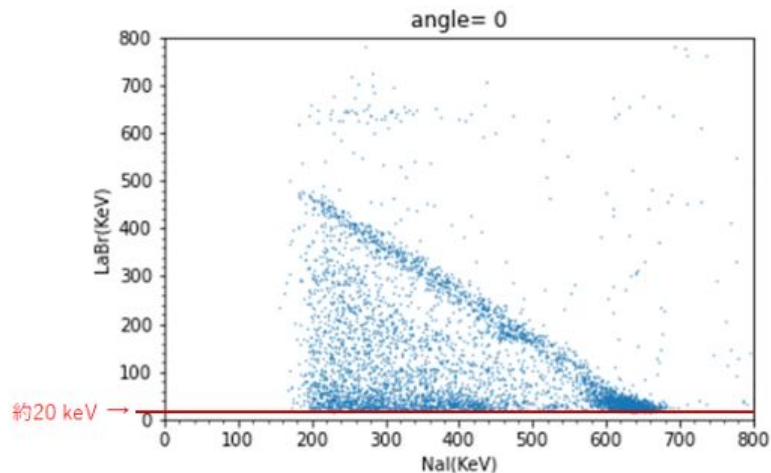
→小さい θ では LaBr_3 からの信号はしきい値に阻まれる?

反応頻度角度分布の考察:0°付近

散乱角0°の実験では、最大で20.85°までの散乱角によるコンプトン散乱を観測

- この時の LaBr_3 のエネルギーは51.8keV
- LaBr_3 のしきい値は約20keV(散乱角では12.21°)

→散乱角0°の実験では発生した散乱の一部のみが検出される



結論

エネルギー角度分布:形としては沿う一方、誤差を考えても理論値と一致しない

→シンチレータの幅によって目的の散乱角と異なる角度のものが検出されている可能性

反応頻度の角度分布:どのような補正を考えても低散乱角では不一致

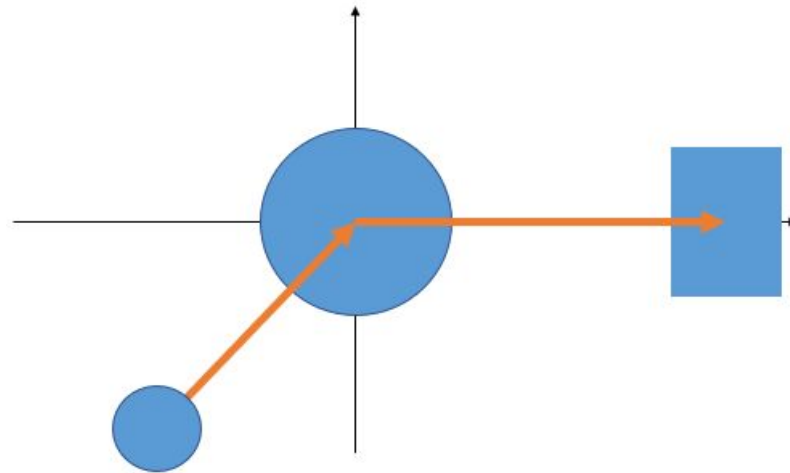
→シンチレータの幅による影響 & しきい値による一部散乱のカット

実験精度の向上のために

可能な限りシンチレータ中心以外への入射を阻害したい

- コリメータなどを用いて入射線を直線的にする
- 散乱線も同様にシンチレータ中心からの放射線のみを抽出できるようにする

課題として、イベントの発生頻度の劇的な低下が予想される



実験精度の向上のために

考察が正しければしきい値を取り払うと低散乱角での散乱が観測されるはず

→ノイズ(環境放射線)の除去が必要

- 鉛などで実験設備と外部を隔離
- 空気中での散乱防止のために隔壁内部を真空に

環境の整備が非常に大変

