

2023/3/20 13:00
京都大学 理学部5号館
第4講義室(525号室)

コンプトン散乱の検証

課題演習A1

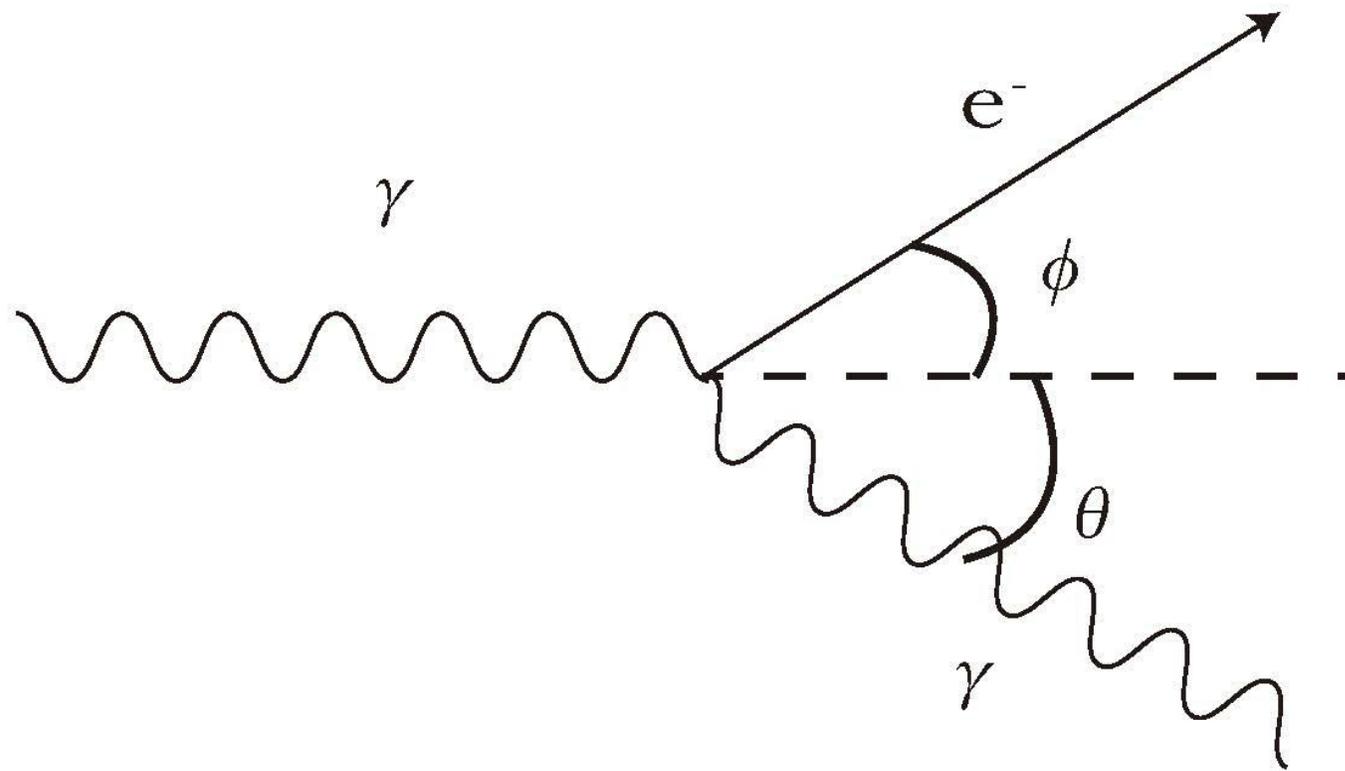
北出直也・中村七海・堀祐輔・松田和樹

目次

1. 概要(中村)
2. 理論(中村)
3. 実験方法(松田)
4. 解析(北出)
5. 考察(堀)
6. まとめ(堀)

概要と理論(中村)

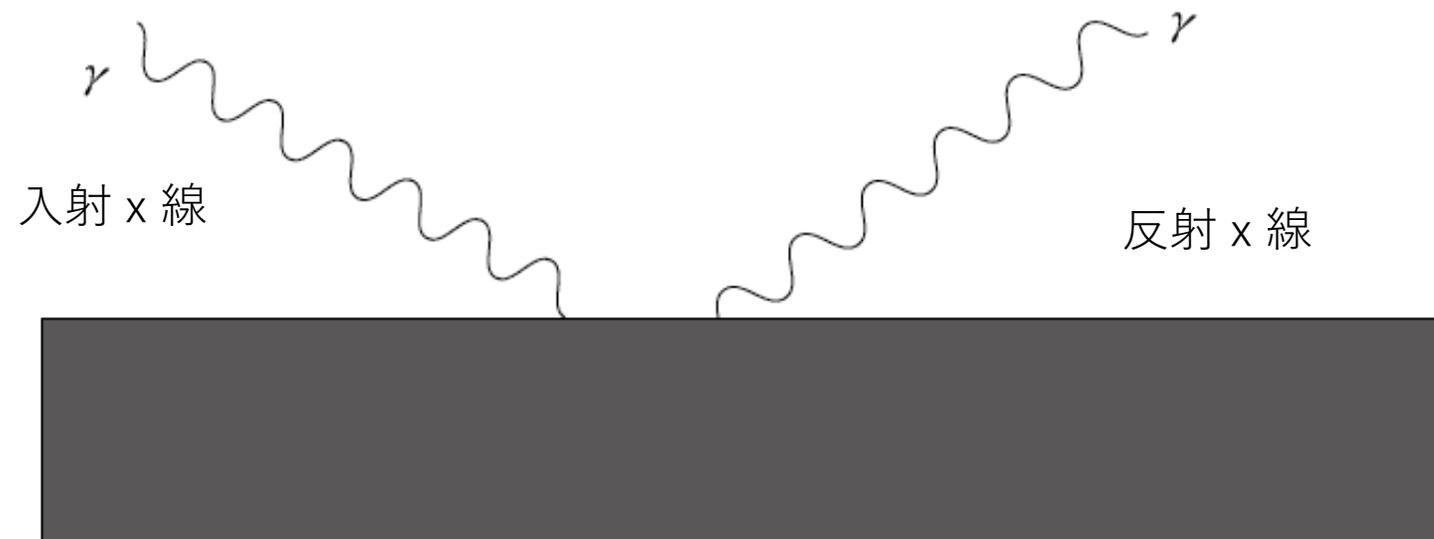
概要



コンプトン散乱の散乱角ごとのエネルギー分布と断面積の分布が理論と整合するかを測定した。

古典力学では

波の反射で振動数は変化しない



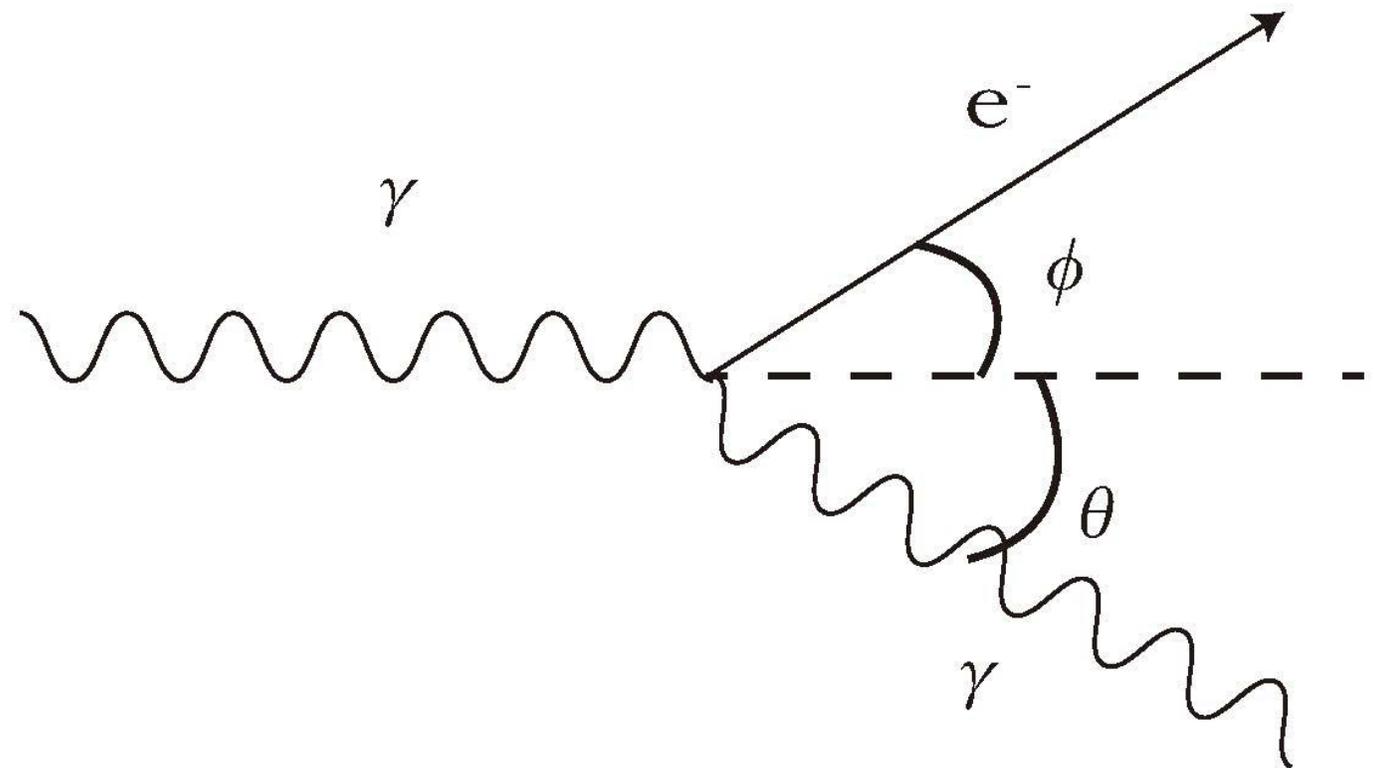
量子力学の答え

光は粒子としての性質をもつ。光子のエネルギーと運動量を

$$E = h \nu$$

$$p = h \nu / c$$

として2物体の衝突問題を計算する。

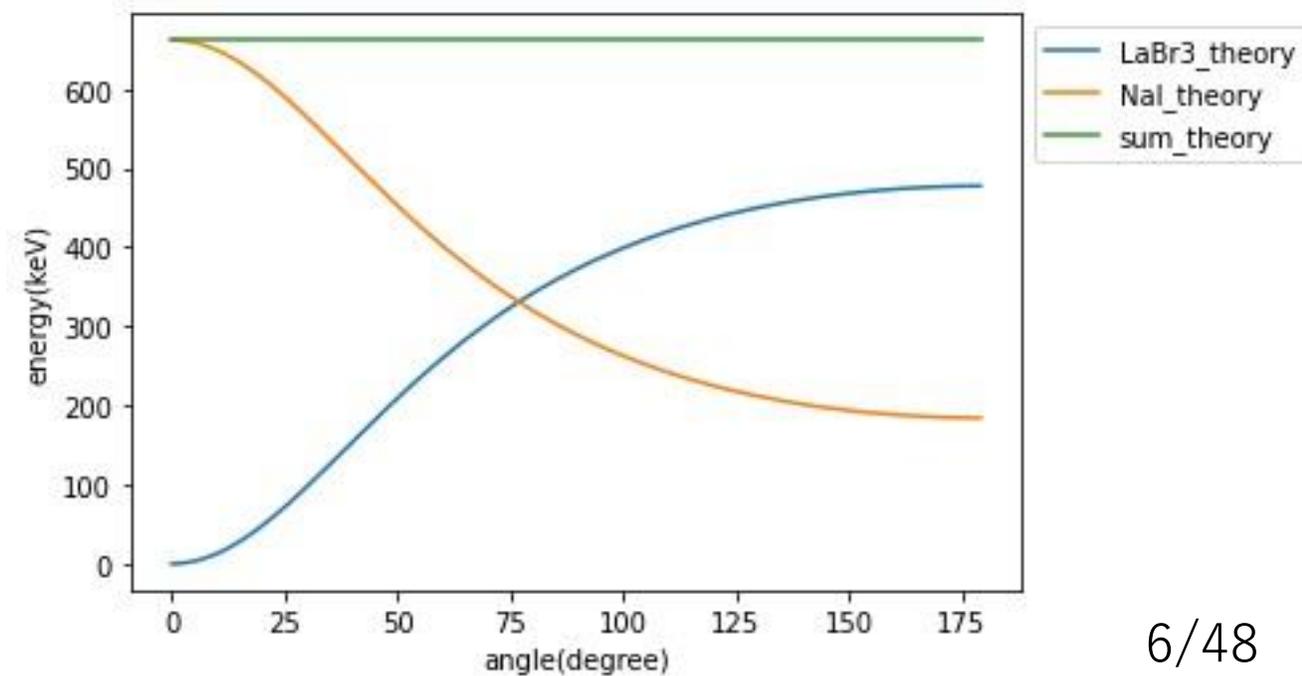


エネルギー分布

コンプトン散乱の散乱角とエネルギーの関係は

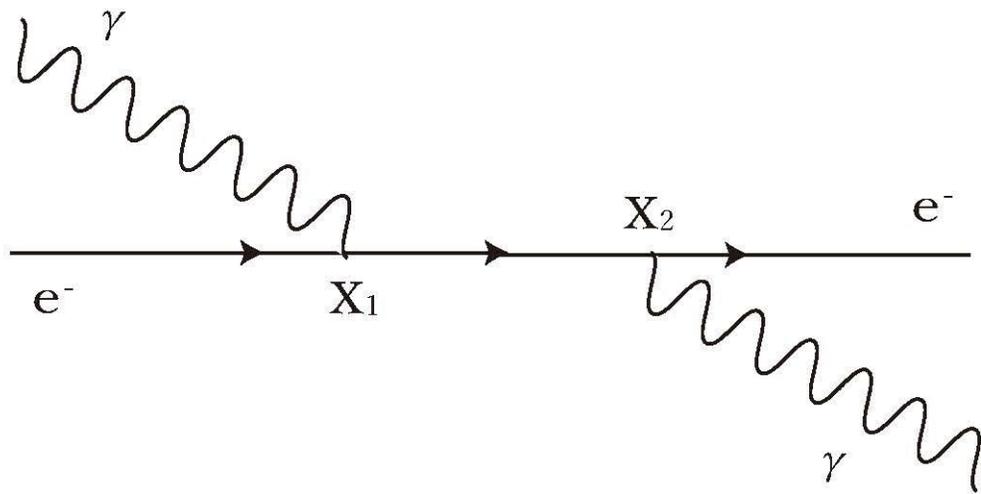
$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

と書ける。

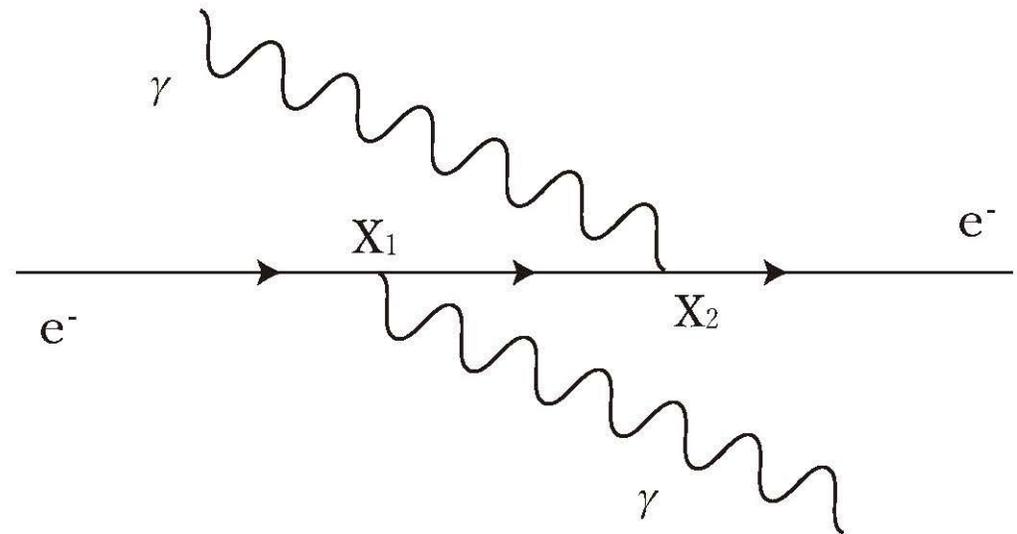


さらに

どの角度が最も反応しやすいのか調べたい。各状態間の遷移を計算する。→ファインマンダイアグラムを計算したらよい。



(a)



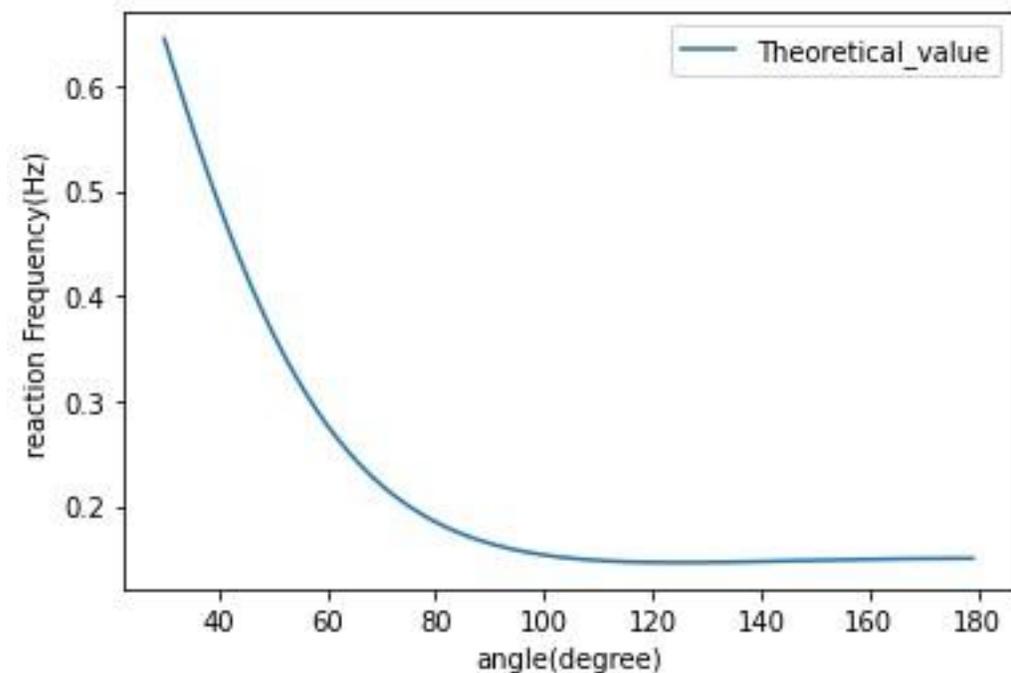
(b)

微分断面積

各角度に対する、反応確率、つまり微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left[\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right]^2 \left[\frac{1 + \cos^2\theta}{2} \right] \cdot \left[1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)[1 + \alpha(1 - \cos\theta)]} \right]$$

と書ける。



微分断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left[\frac{\omega}{\omega'} + \frac{\omega'}{\omega} - \sin^2 \theta \right] \quad (1)$$

これが、クライン仁科の式である。これに、

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos \theta)} \quad (2)$$

を代入して整理すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \left[\frac{1}{1 + \alpha'(1 - \cos \theta)} \right]^2 \left[\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right] \quad (3)$$

$$\cdot \left[1 + \frac{\alpha'^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha'(1 - \cos \theta)]} \right] \quad (4)$$

ただし、この時、 α' は微細構造定数ではなく、 $\alpha' = \omega/m, r_0 = \alpha\lambda/2\pi$ (λ は電子のコンプトン波長) である。また、実際に標的になるのはひとつの電子ではなく、物質の中の電子である。よって、断面積は原子内の電子が大きくなるほど大きくなると考えられるので、原子番号に比例すると考えて、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left[\frac{1}{1 + \alpha'(1 - \cos \theta)} \right]^2 \left[\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right] \quad (5)$$

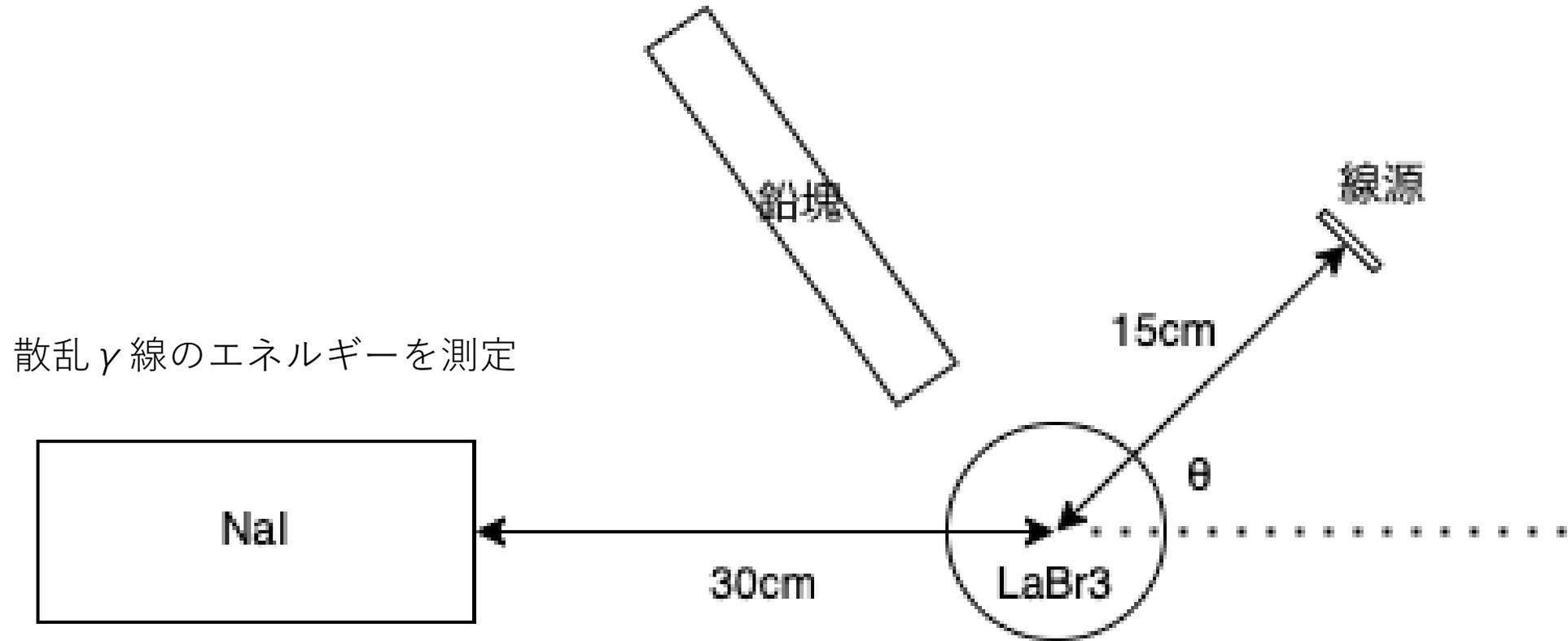
$$\cdot \left[1 + \frac{\alpha'^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha'(1 - \cos \theta)]} \right] \quad (6)$$

として、実験結果と比較する。

実験方法(松田)

概要

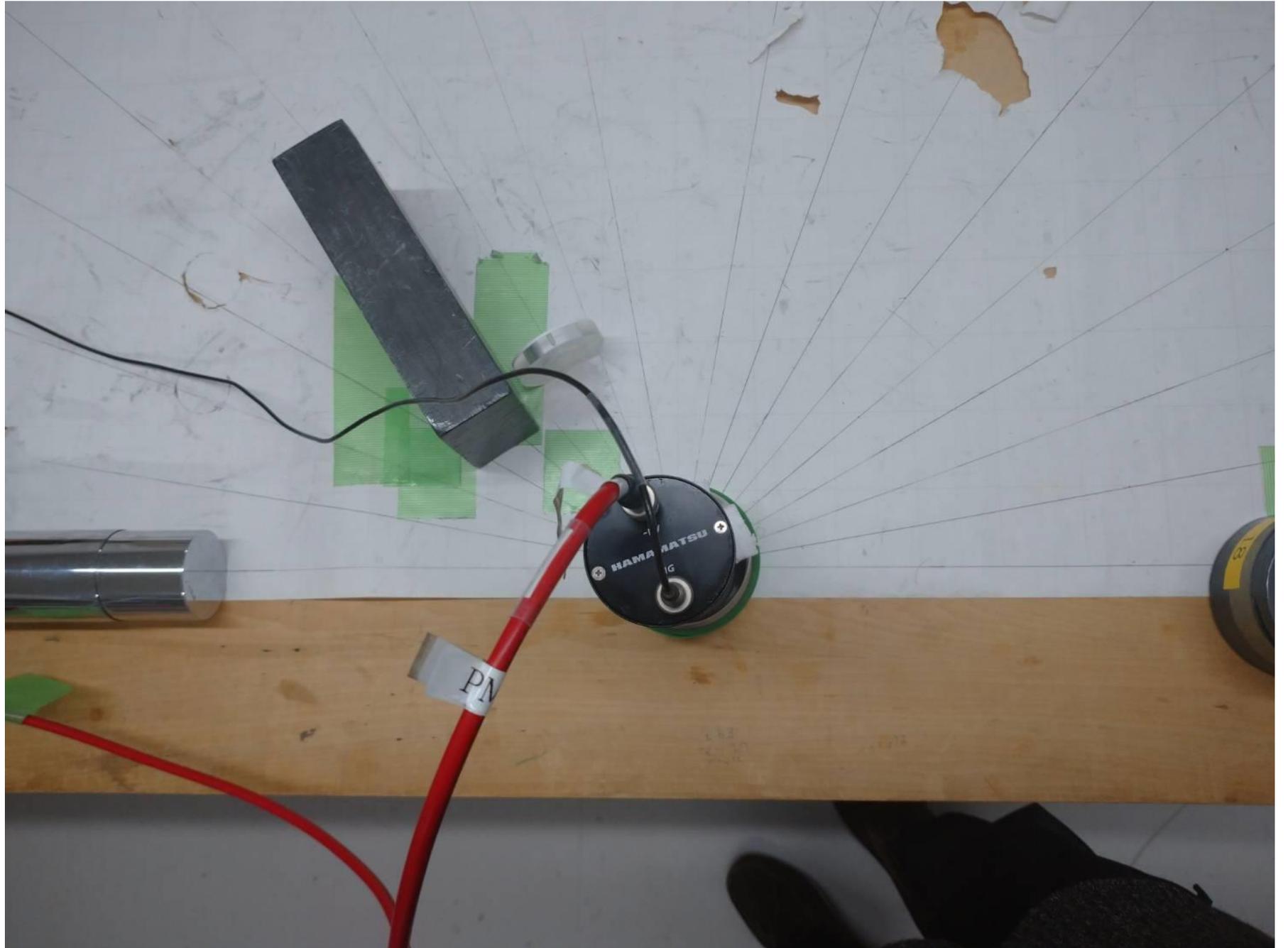
線源から放射される γ 線と LaBr₃ シンチレータ内の電子でコンプトン散乱させる



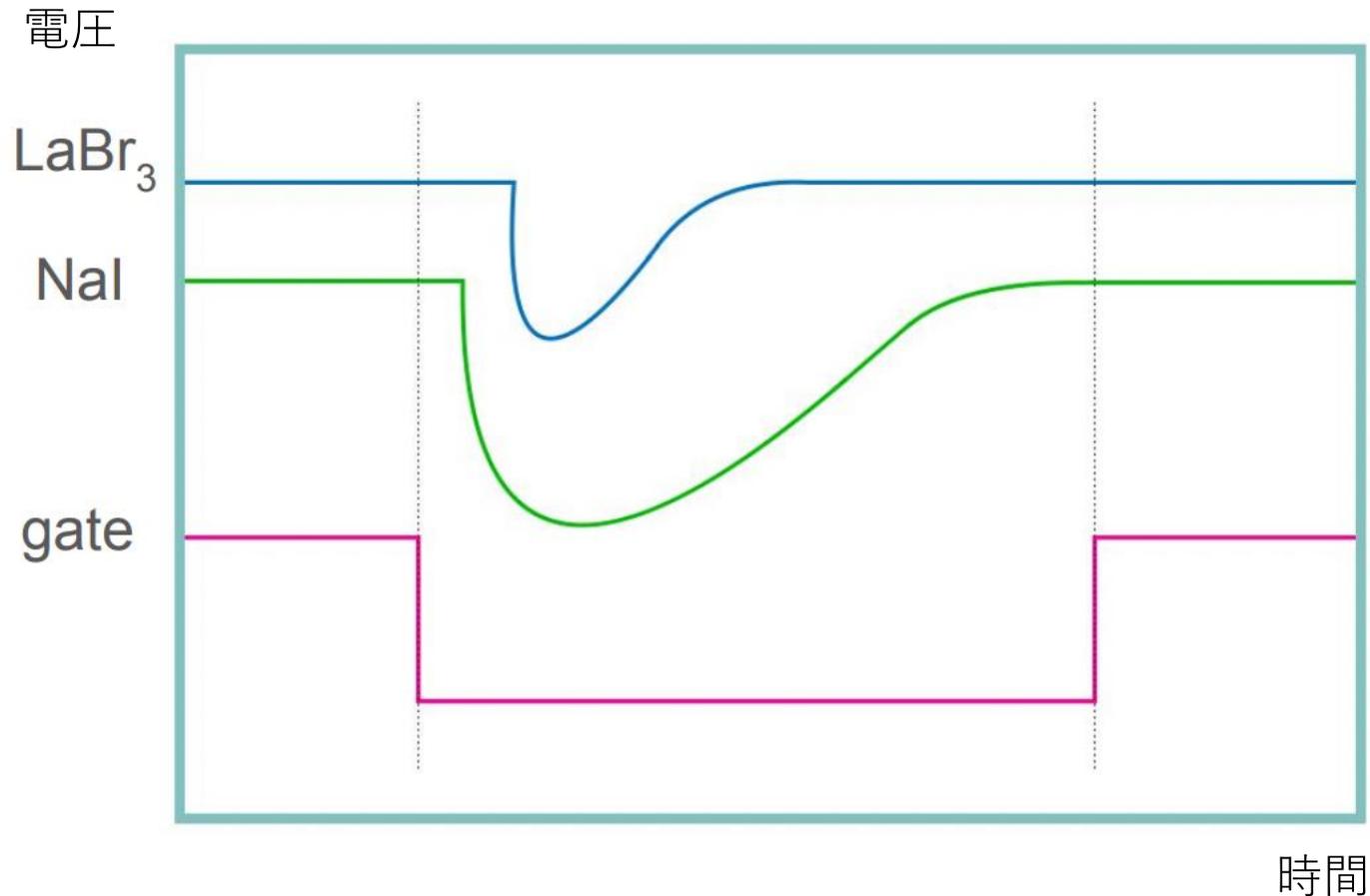
散乱 γ 線のエネルギーを測定

散乱電子のエネルギーを測定

実際の写真



何を測定するのか



gateで指定された区間について
シンチレータで受け取った信号を
それぞれ積分したもの

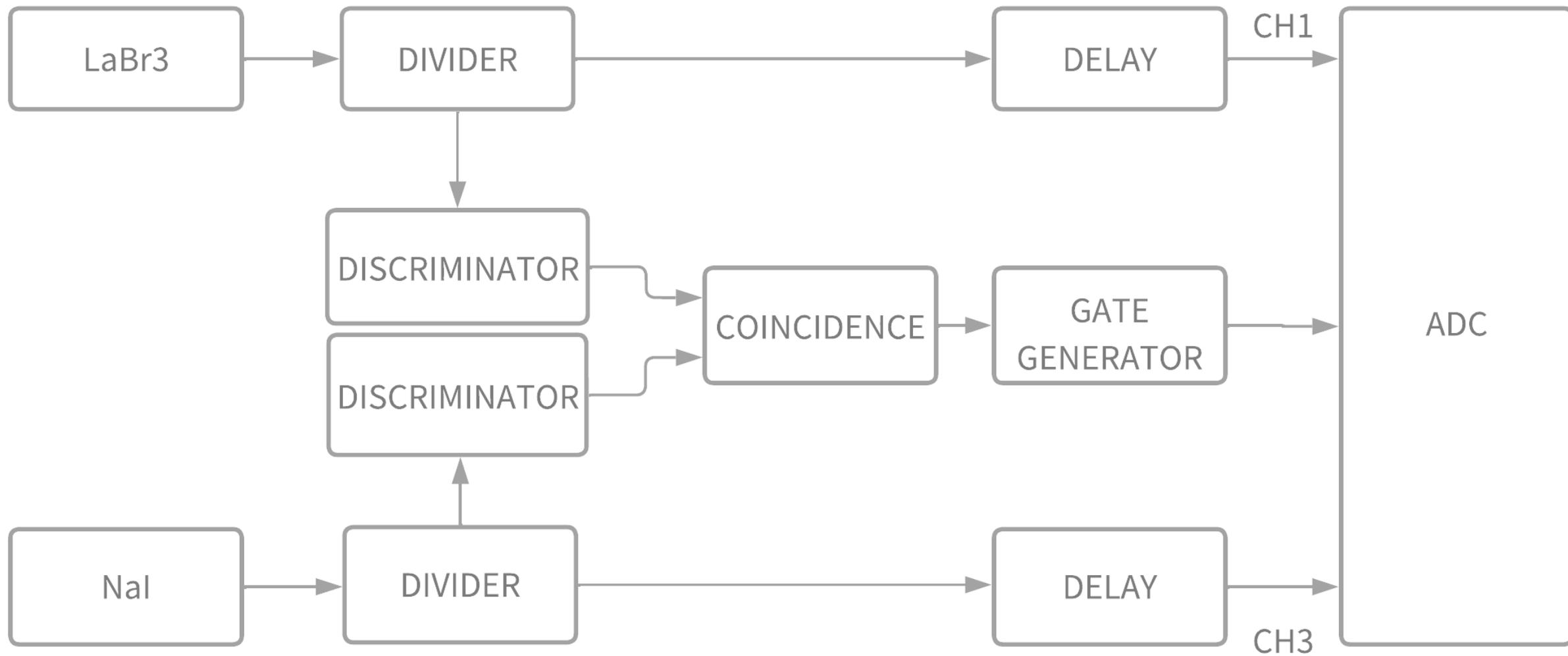
これをADCカウントと呼ぶ

シンチレータ
電子のエネルギーを光に変換

光電子増倍管
光を電気信号に変換

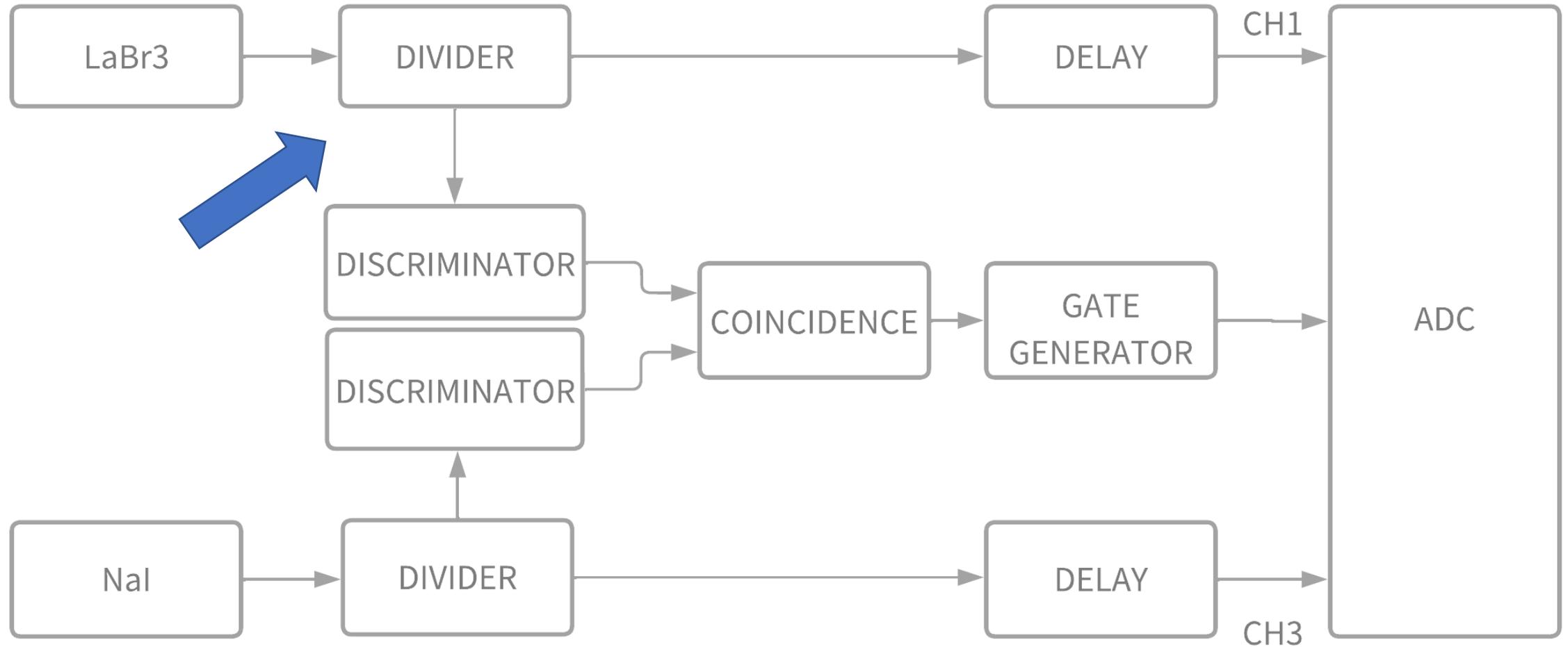
→ 電子のエネルギーを電気信号に変換

回路図



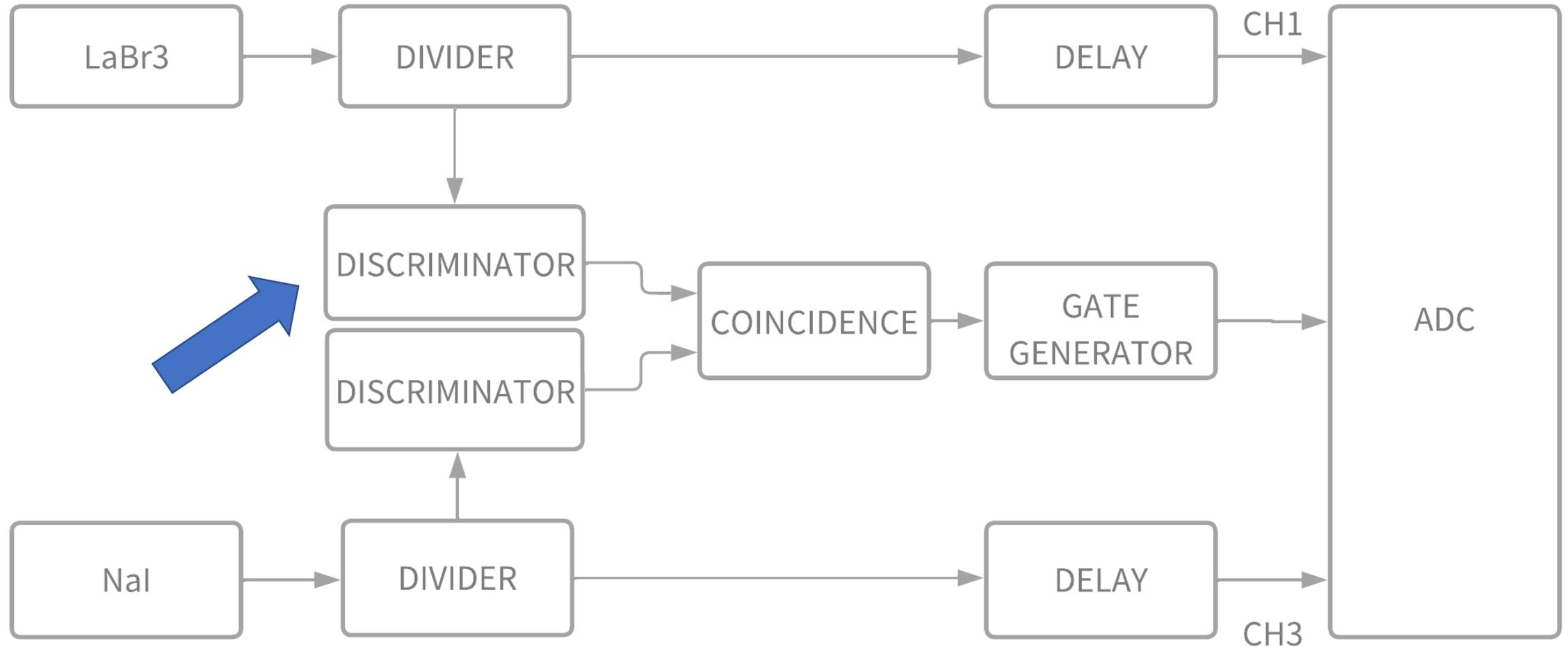
DIVIDER

入力信号と同じ信号を二つ出力する



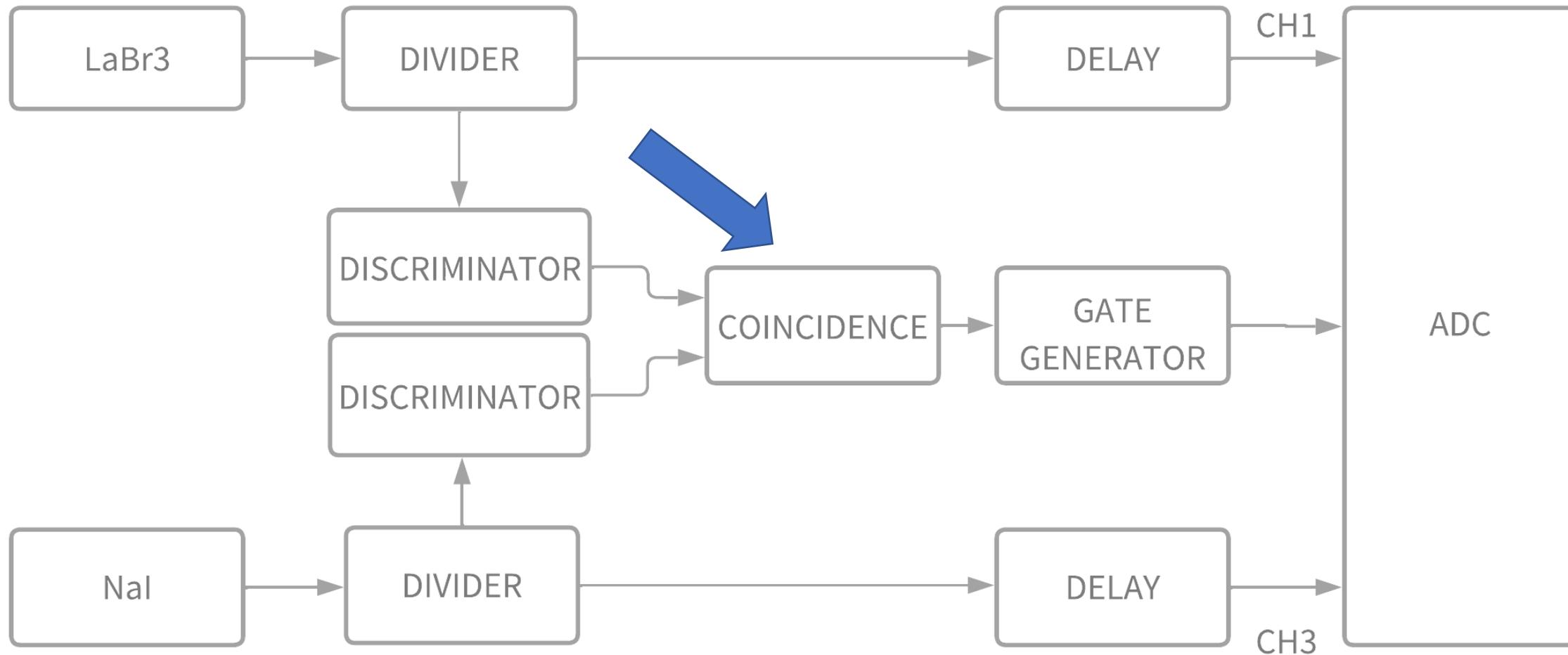
DISCRIMINATOR

閾値を超えた信号を矩形波に変換する



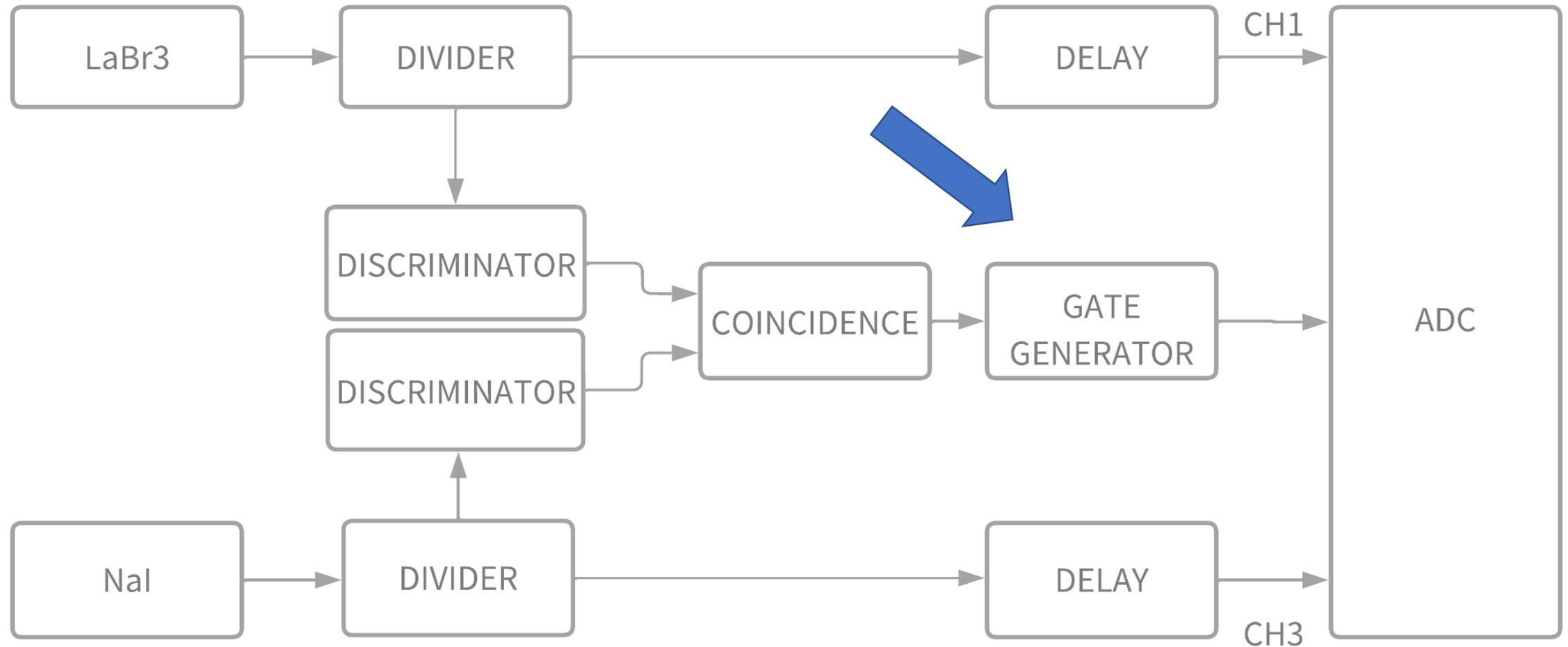
COINCIDENCE

入力の論理積を出力する



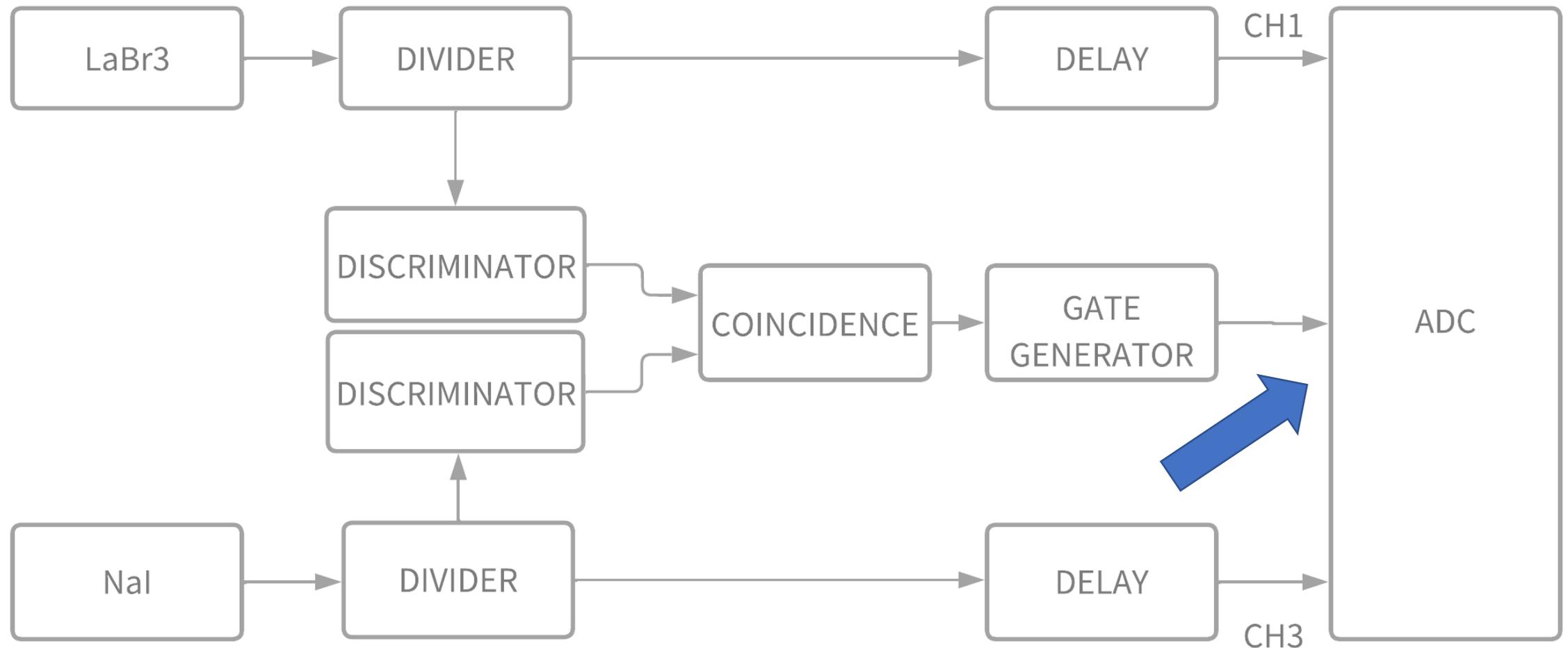
GATE GENERATOR

入りに反応してGATE信号を出力する

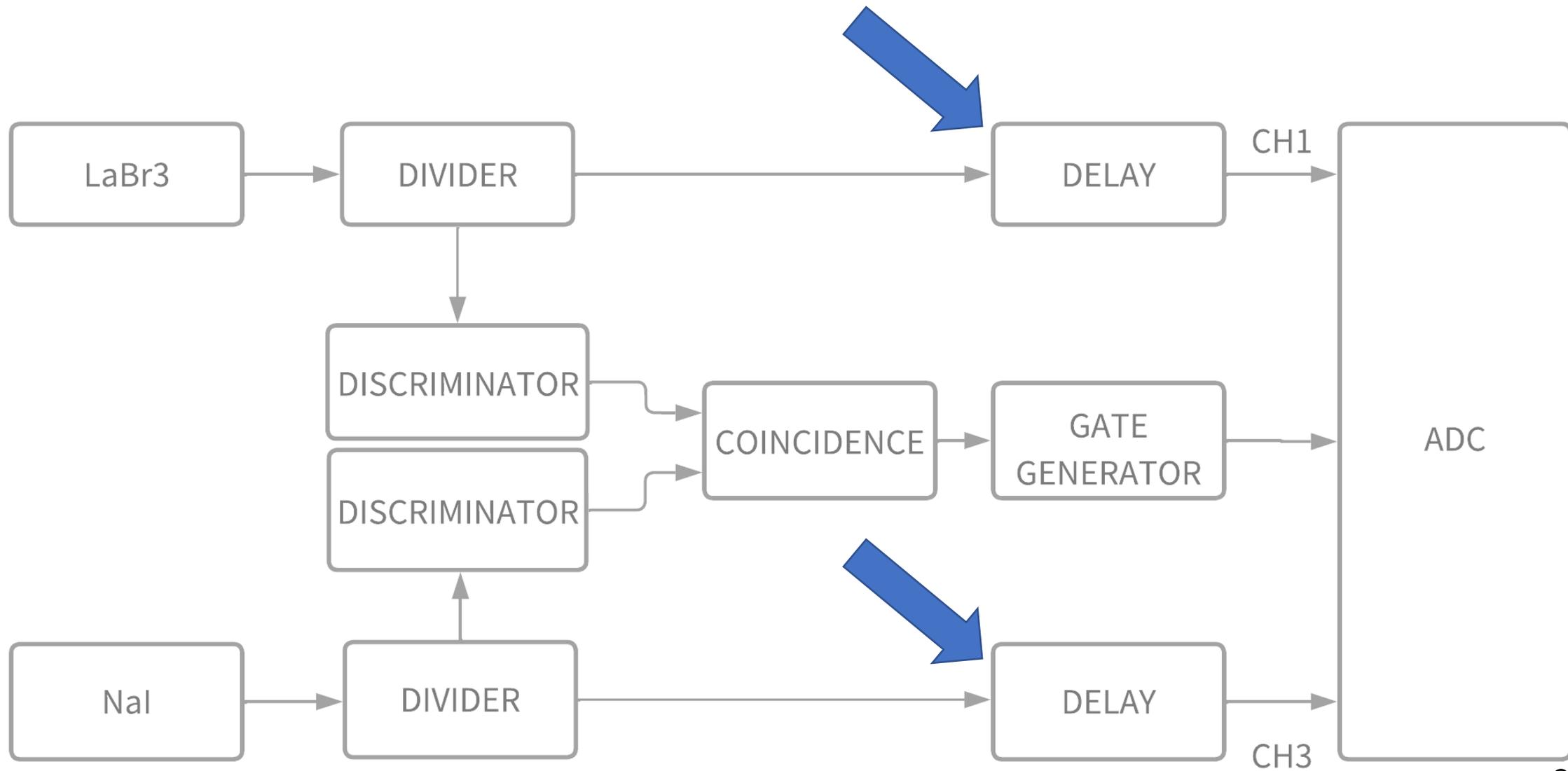


ADC Analog-to-Digital Converter.

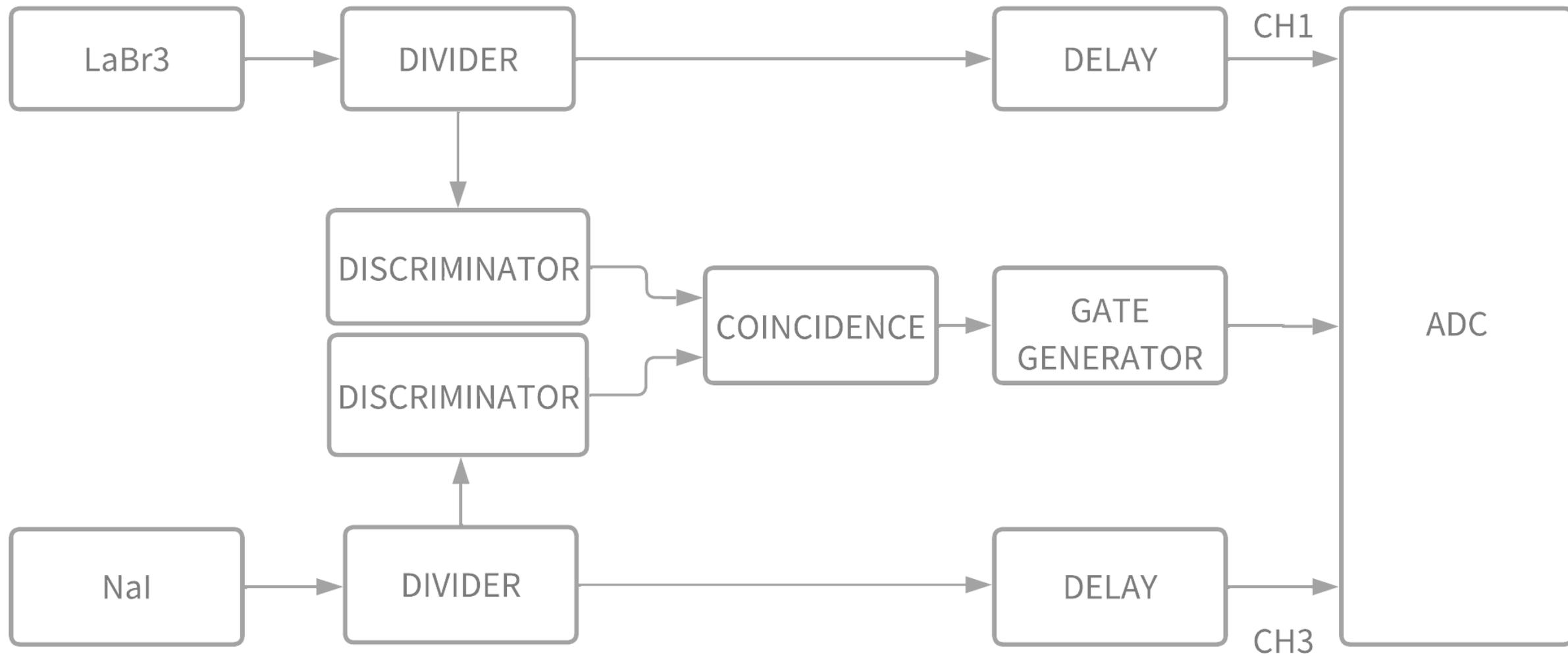
各シンチレータの波形をGATE信号ごとに積分したデータをPC経由で出力する。



遅延ケーブル



回路図



実際の装置



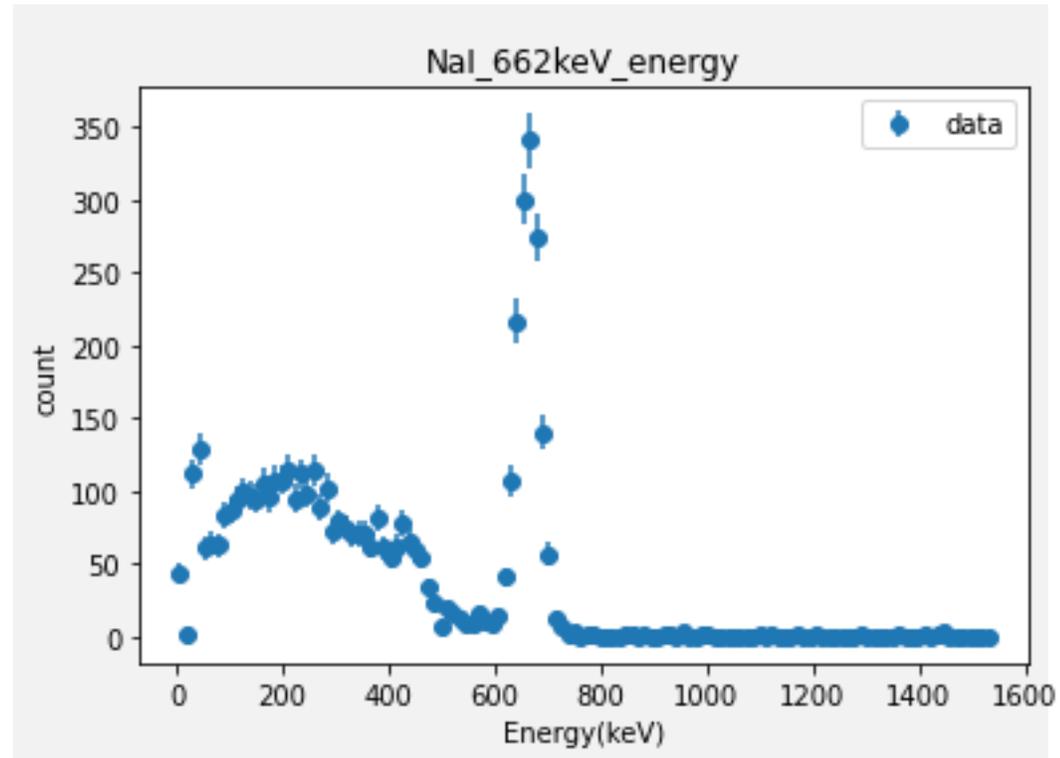
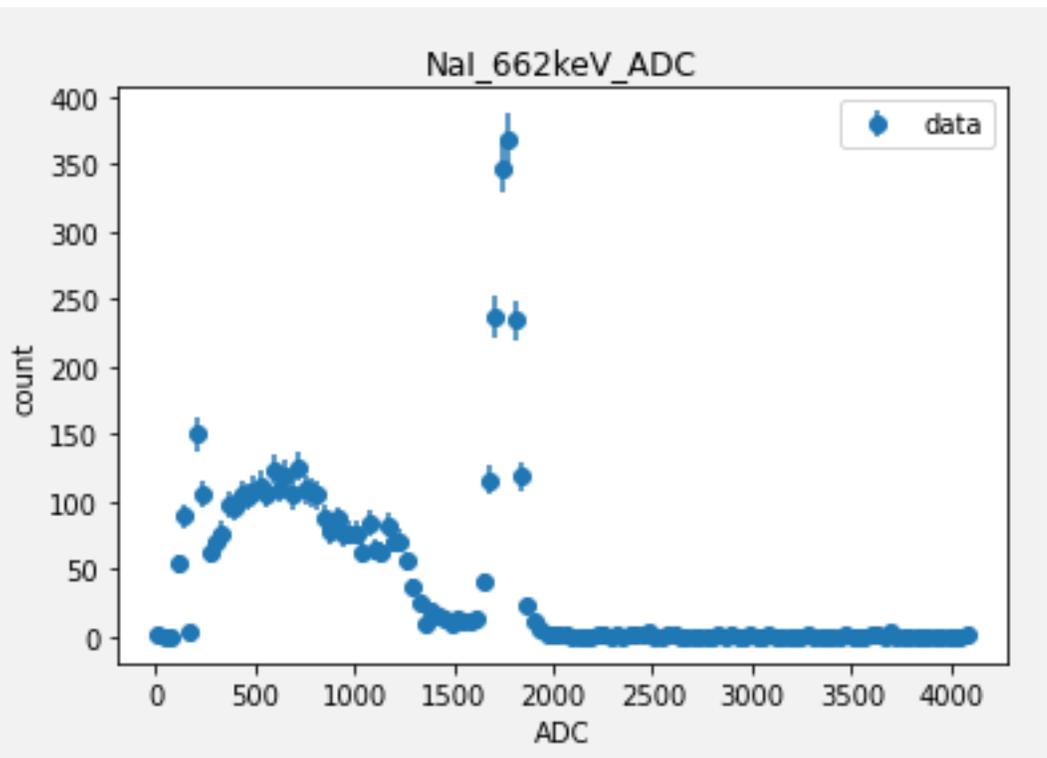
実験結果・解析(北出)

エネルギー較正

実験データ
ADC値
X

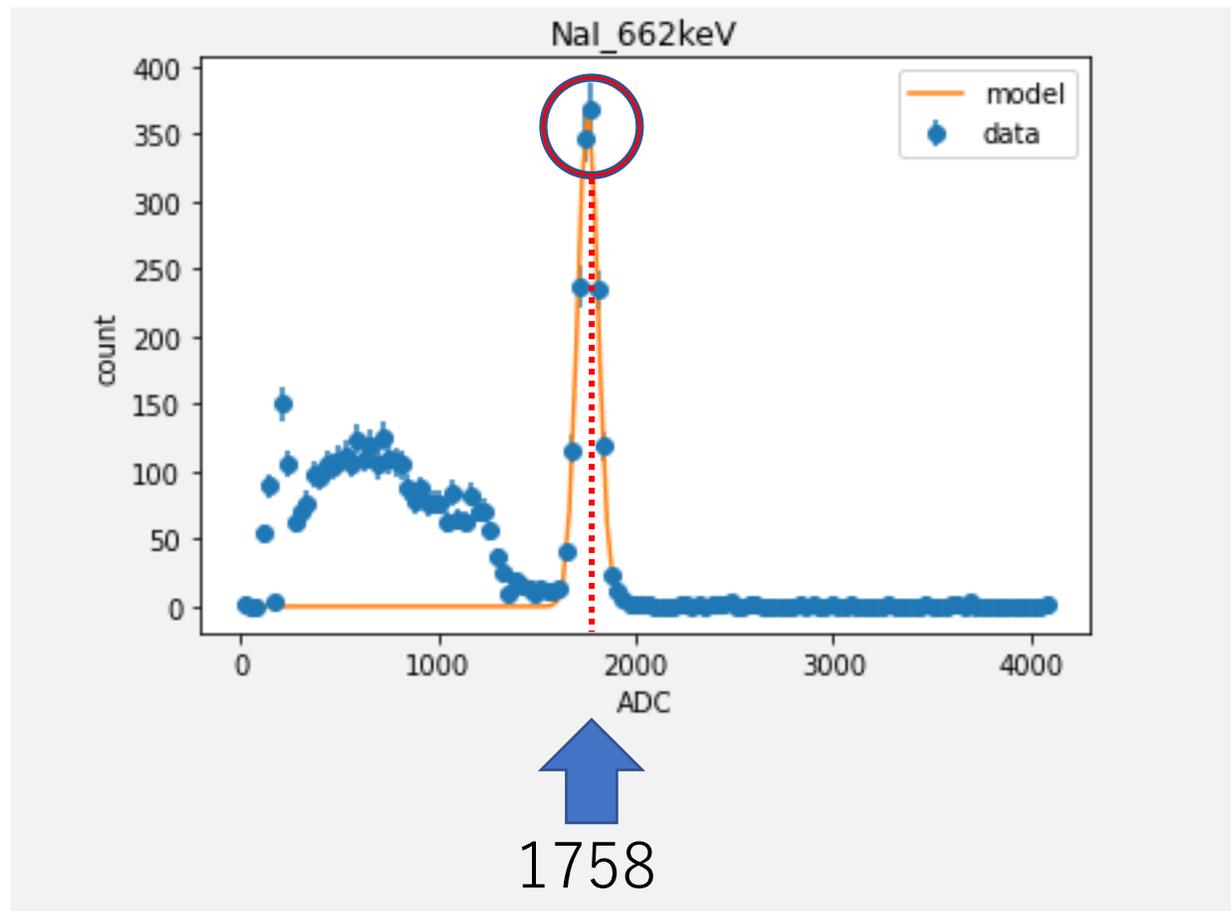


知りたい値
エネルギー
E(keV)



エネルギー較正の手法(662keV)

(例)NaIシンチレータの662keV



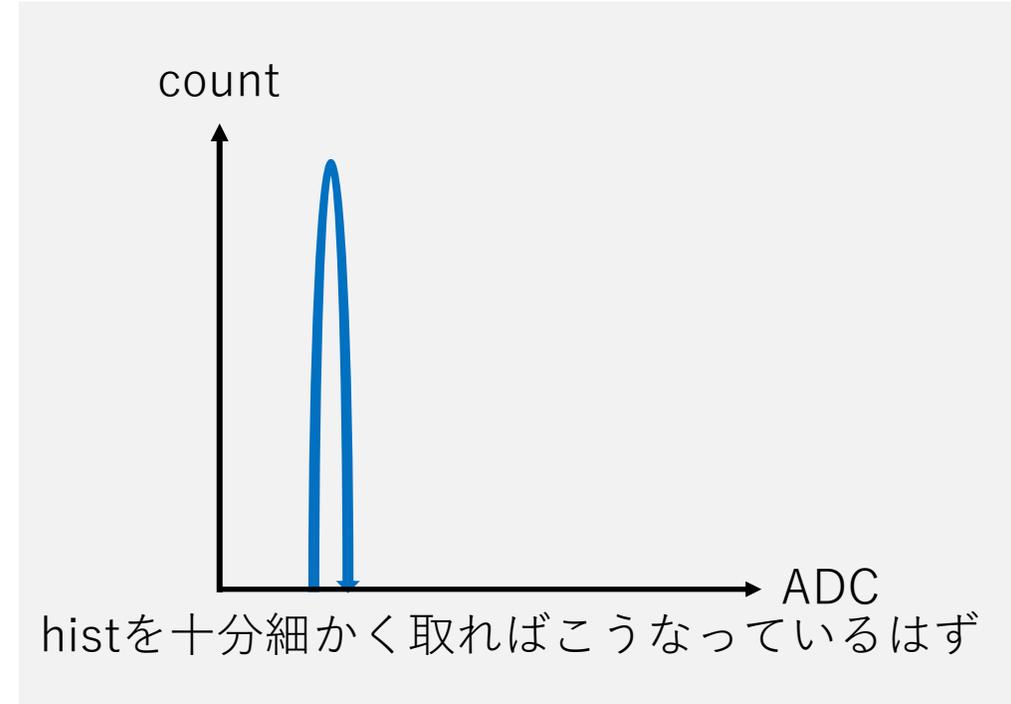
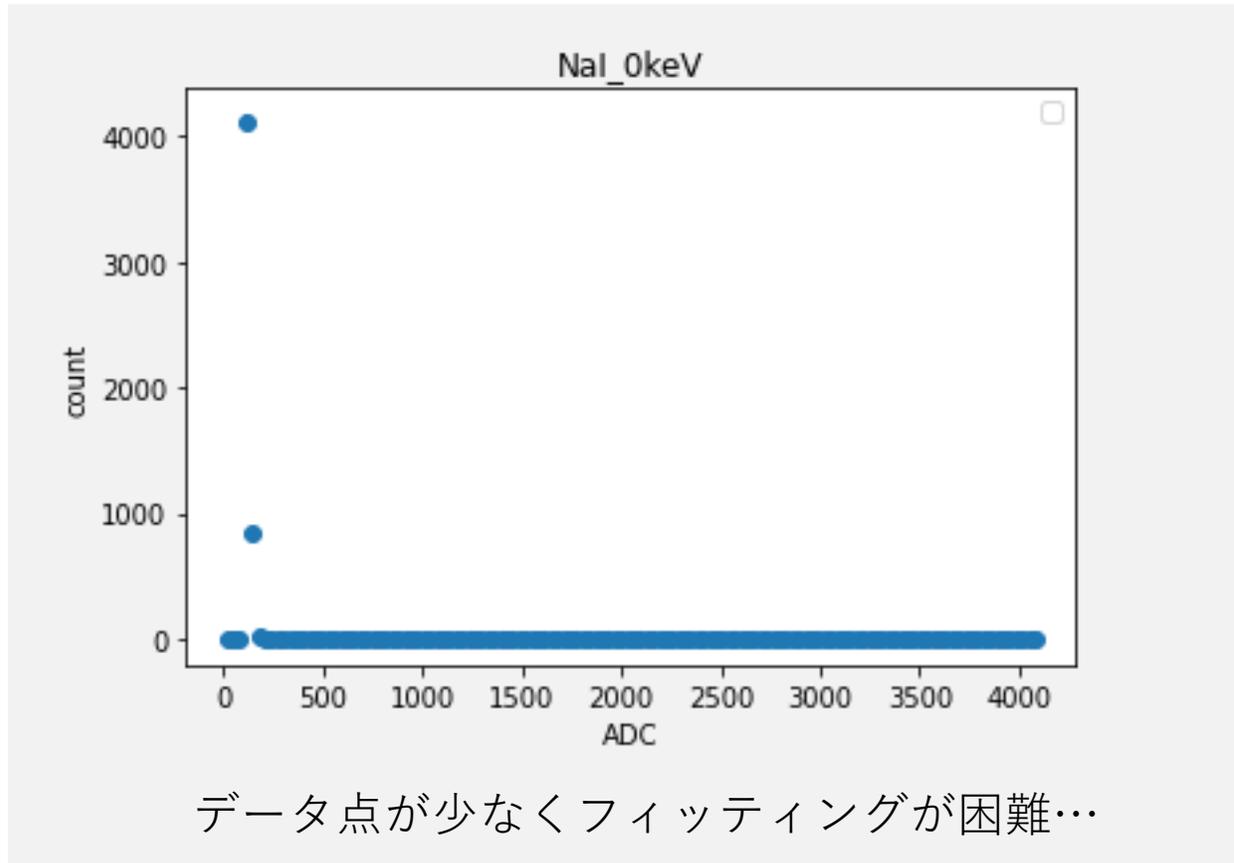
^{137}Cs を線源としたCoincidence
対応するピークをガウス分布で
フィッティング

$$G = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$$

662keVはADC値の
1758に対応！

エネルギー較正の手法(0keV)

(例) NaIシンチレータの0keV(Pedestalのピーク)

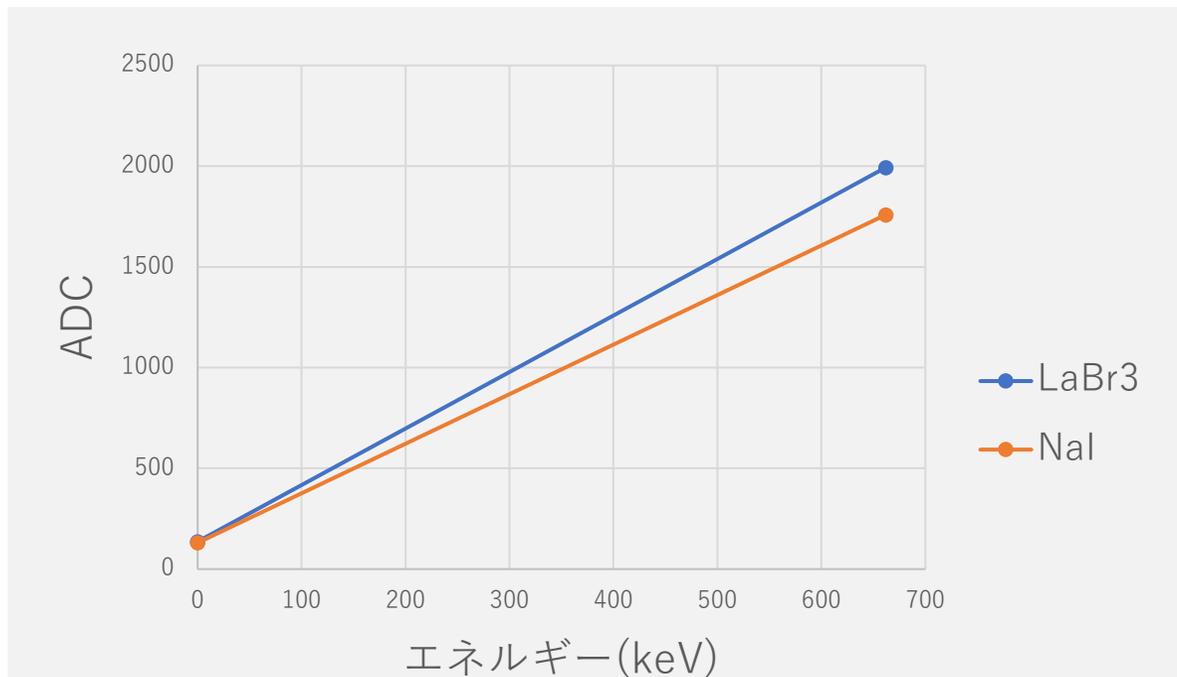


ADC値の平均をとればピークが
求まる

0keVはADC値の130に対応！

エネルギー較正の結果

	0keV	662keV
LaBr ₃	135 ± 46.1	1990 ± 0.930
NaI	130 ± 70.7	1760 ± 1.32



誤差について

$$662\text{keV} \quad \sigma = \frac{\sigma_{Gauss}}{\sqrt{N}}$$

$$0\text{keV} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}}$$

(Nはフィッティングに用いたデータ点)

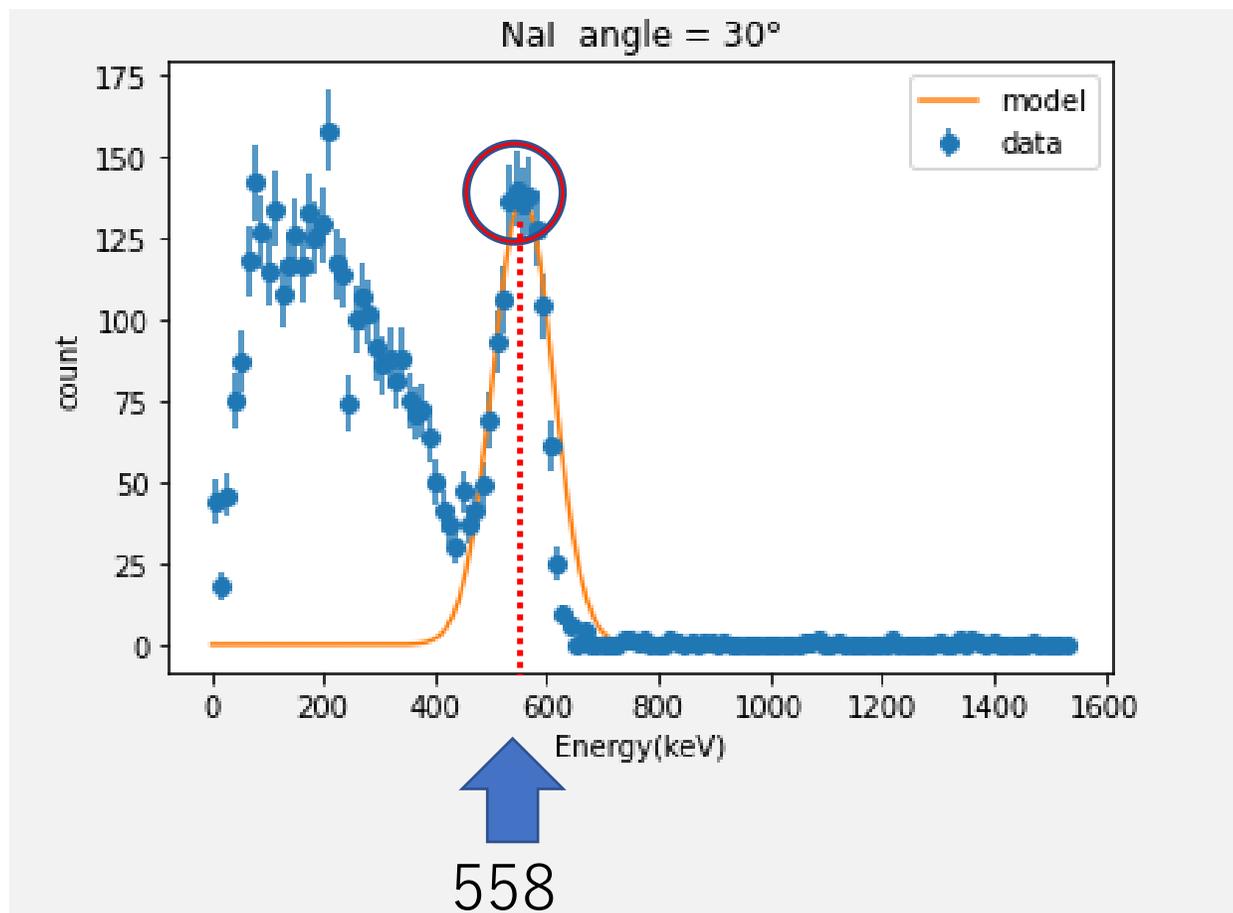
$$\text{LaBr}_3 \quad X = 2.81 \times E + 135$$

$$\text{NaI} \quad X = 2.46 \times E + 130$$

エネルギースペクトルの解析

目的：各角度でのエネルギー値よりコンプトン散乱の正当性を確かめたい！

(例)NaI 30°



ガウシアンでフィッティング

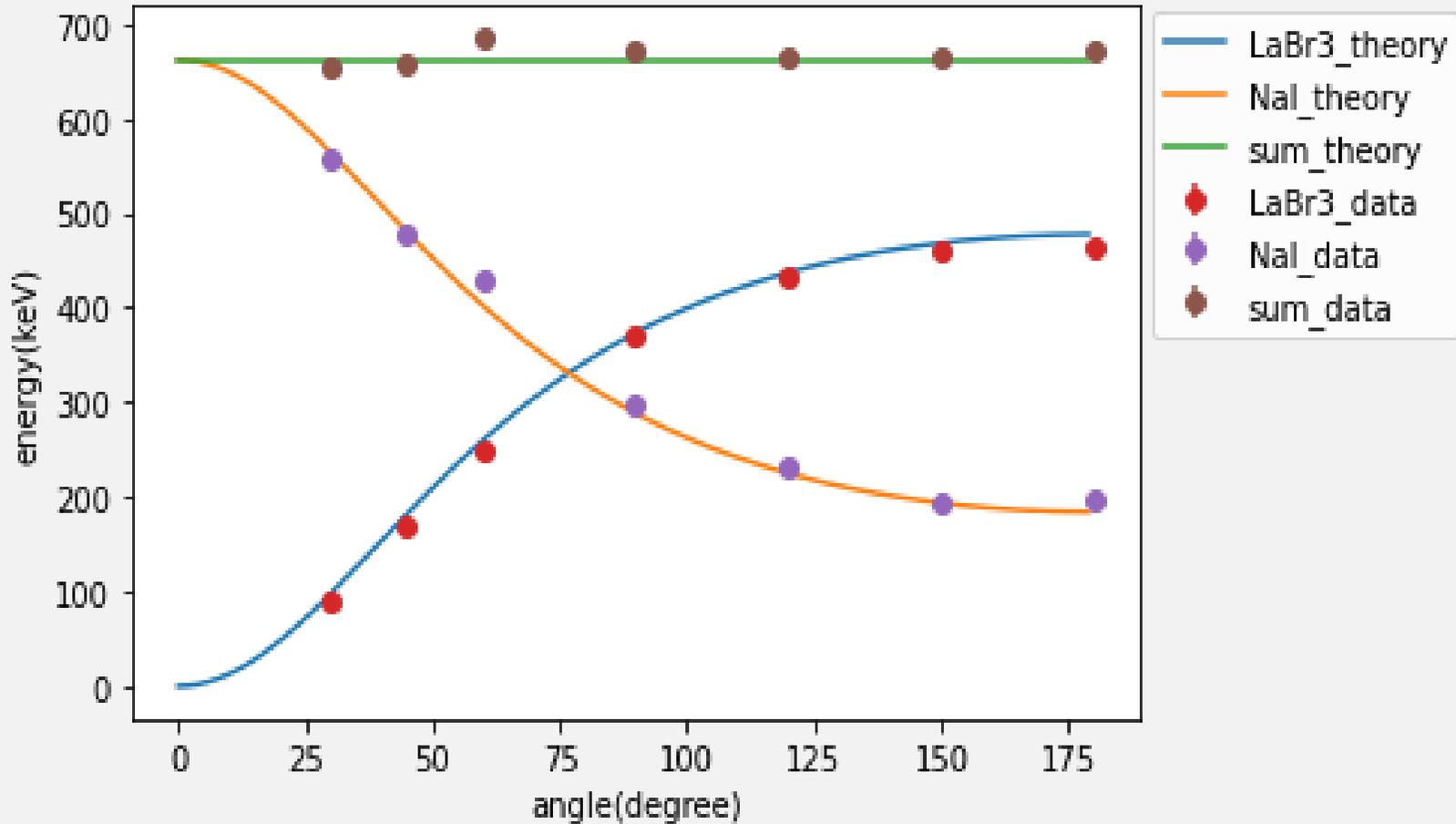
$$G = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$$

エネルギーの角度分布

θ (degree)	LaBr3(keV)	NaI(keV)	sum(keV)
30	88.7 \pm 0.796	558 \pm 1.52	655 \pm 0.561
45	171 \pm 0.906	476 \pm 1.28	659 \pm 0.536
60	249 \pm 0.967	428 \pm 1.07	684 \pm 0.563
90	371 \pm 0.773	297 \pm 0.809	673 \pm 0.462
120	431 \pm 0.723	231 \pm 0.667	666 \pm 0.426
150	461 \pm 0.619	194 \pm 0.502	666 \pm 0.465
180	463 \pm 1.16	199 \pm 1.40	671 \pm 1.15

誤差 $\sigma = \frac{\sigma_{Gauss}}{\sqrt{N}}$

エネルギーの角度分布



理論式

LaBr₃(電子)

$$hv \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{hv}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \right)$$

NaI(γ 線)

$$\frac{hv}{1 + \frac{hv}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

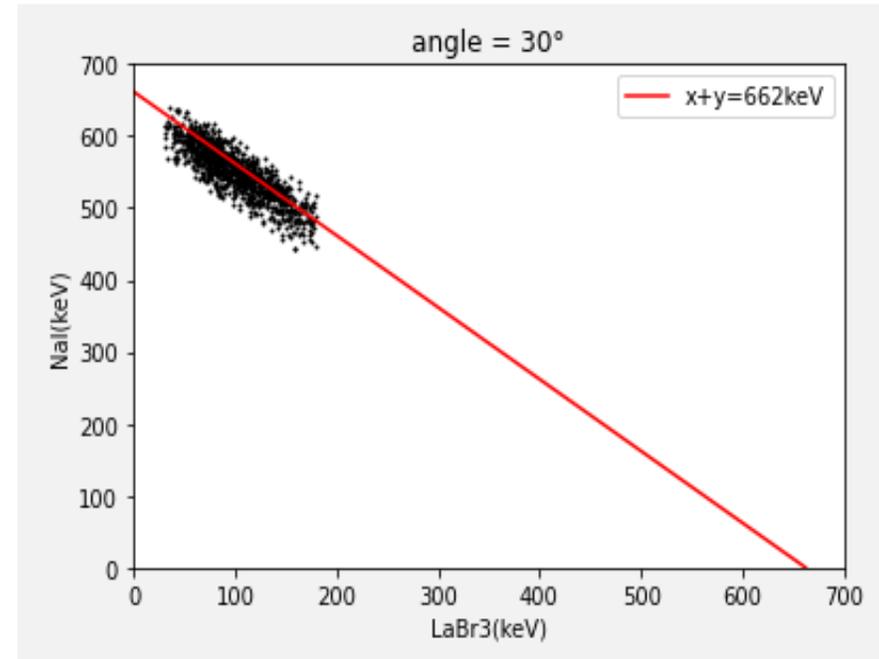
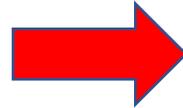
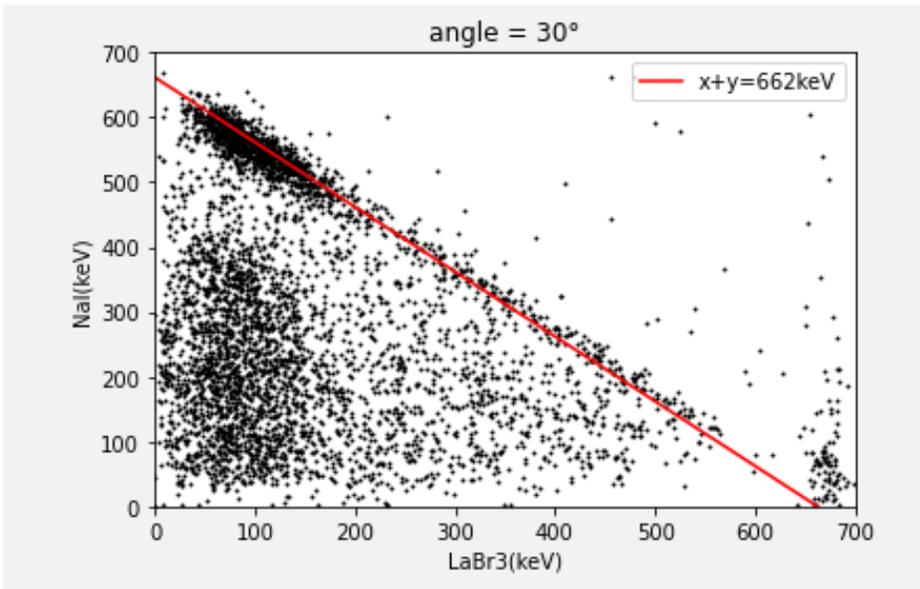
コンプトン散乱のデータの抽出

目的：微分散乱断面積($\propto \frac{dN}{dt}$)を求めたい！



コンプトン散乱のイベント数を数える

(例)30°

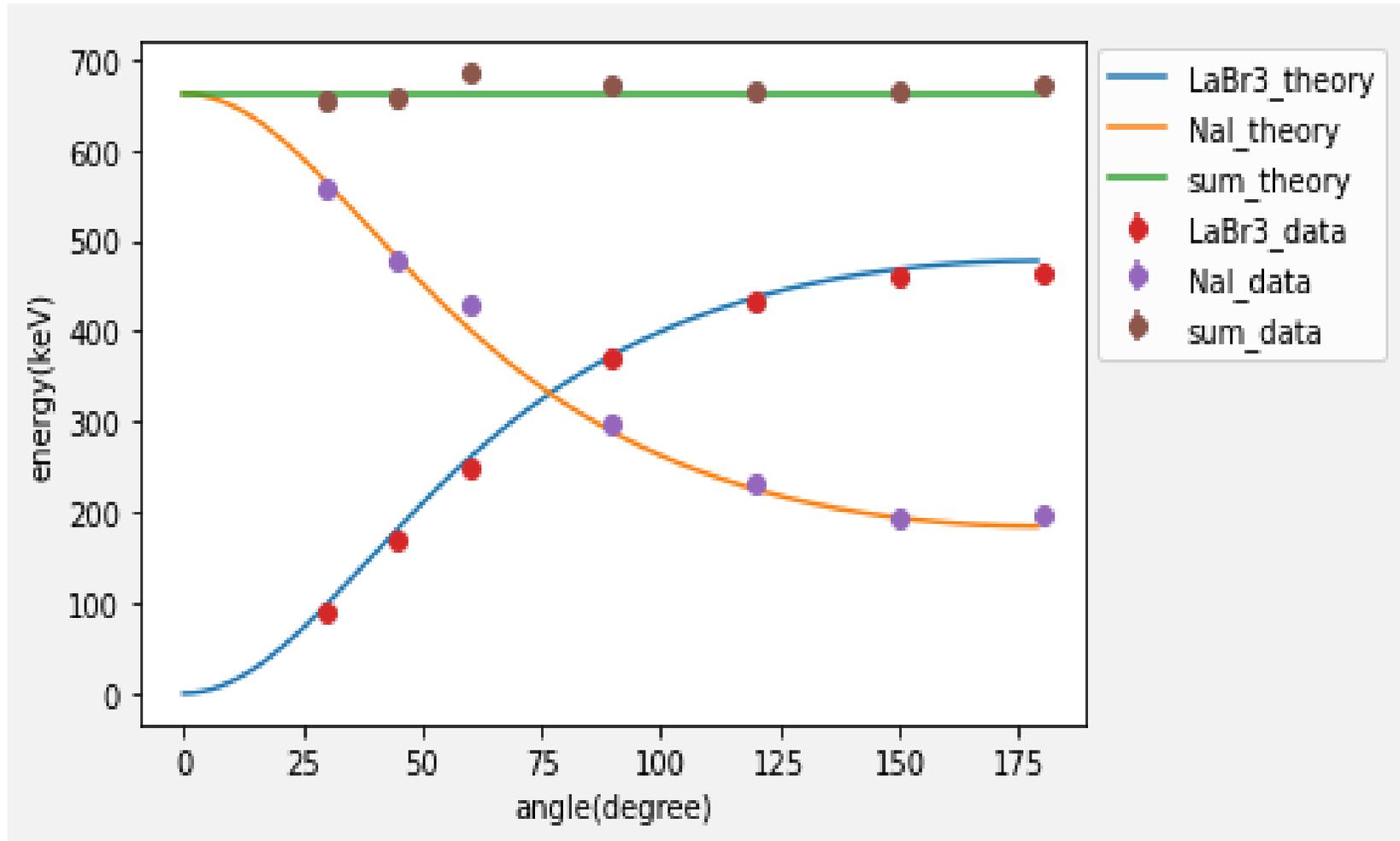


反応頻度の結果

θ (degree)	データ数(回)	計測時間(t)	dN/dt
30	1143	940.879	1.22
45	1060	1218.278	0.870
60	1117	1509.543	0.740
90	1256	1867.05	0.673
120	1545	2098.527	0.736
150	1321	1676.219	0.788
180	417	560.219	0.744

考察（堀）

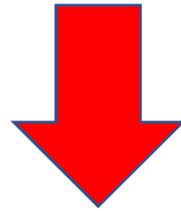
1. エネルギーの角度分布 (再掲)



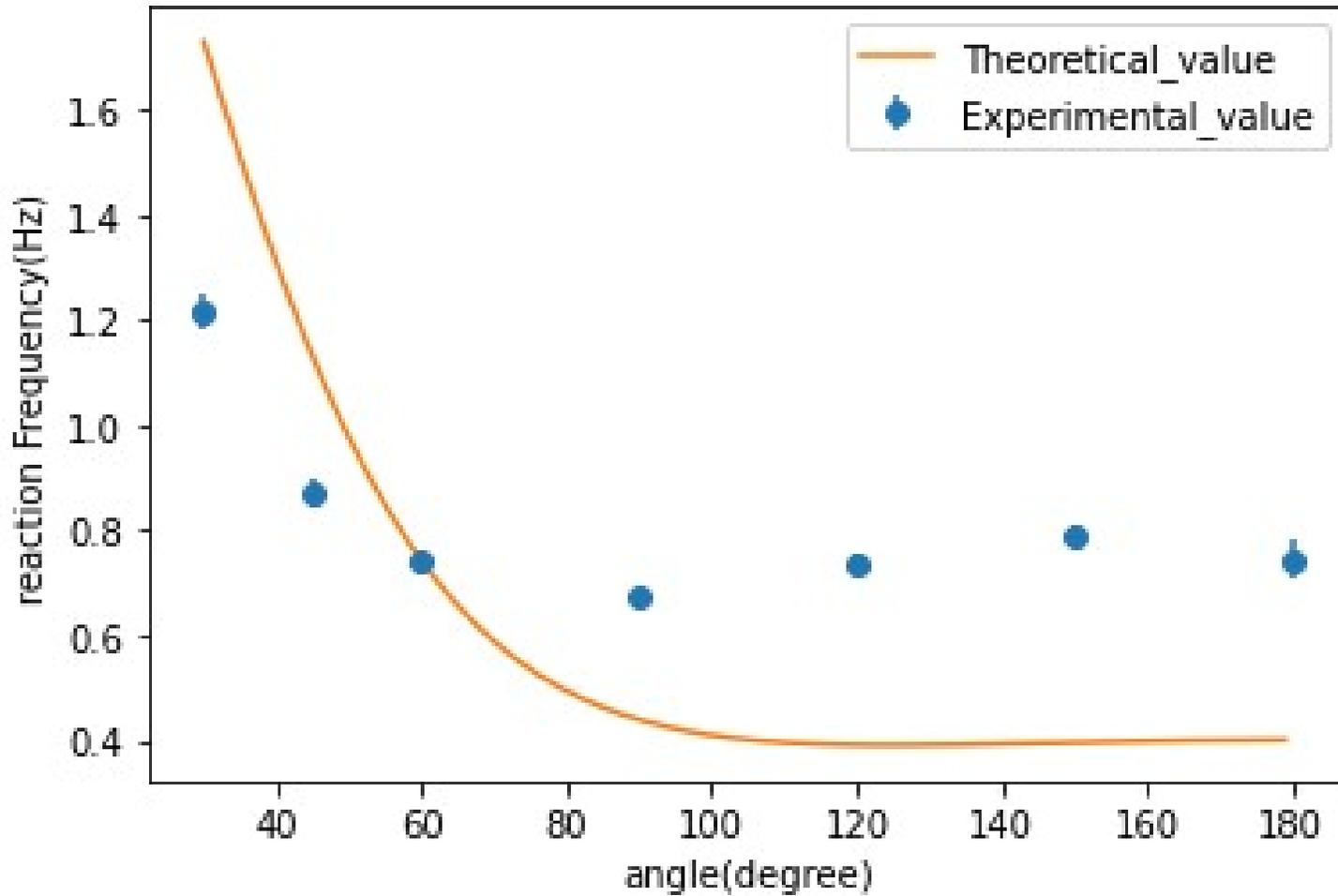
理論値と実験で得られたデータは概ね一致している

2.微分散乱断面積の角度分布

$$(\text{微分散乱断面積}) = \frac{dN}{dt} \quad (\text{実験で求められた値}) \times C(\text{定数})$$



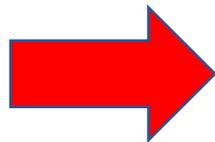
C を決定する必要がある：最小二乗法によるfitting



最小二乗法で得られた定数

$$C = 2.68058918$$

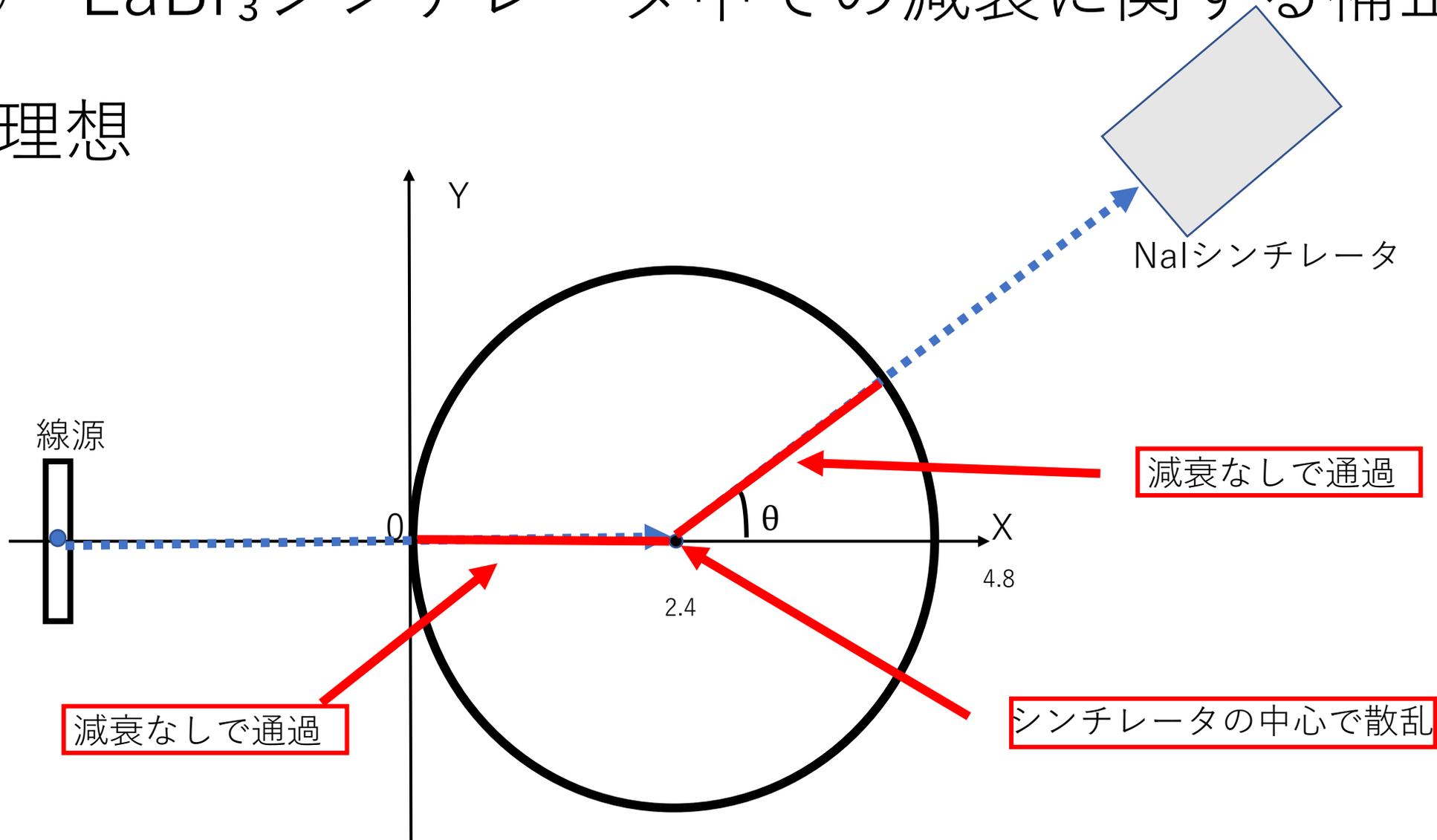
$$\chi^2 = 1199.71229$$



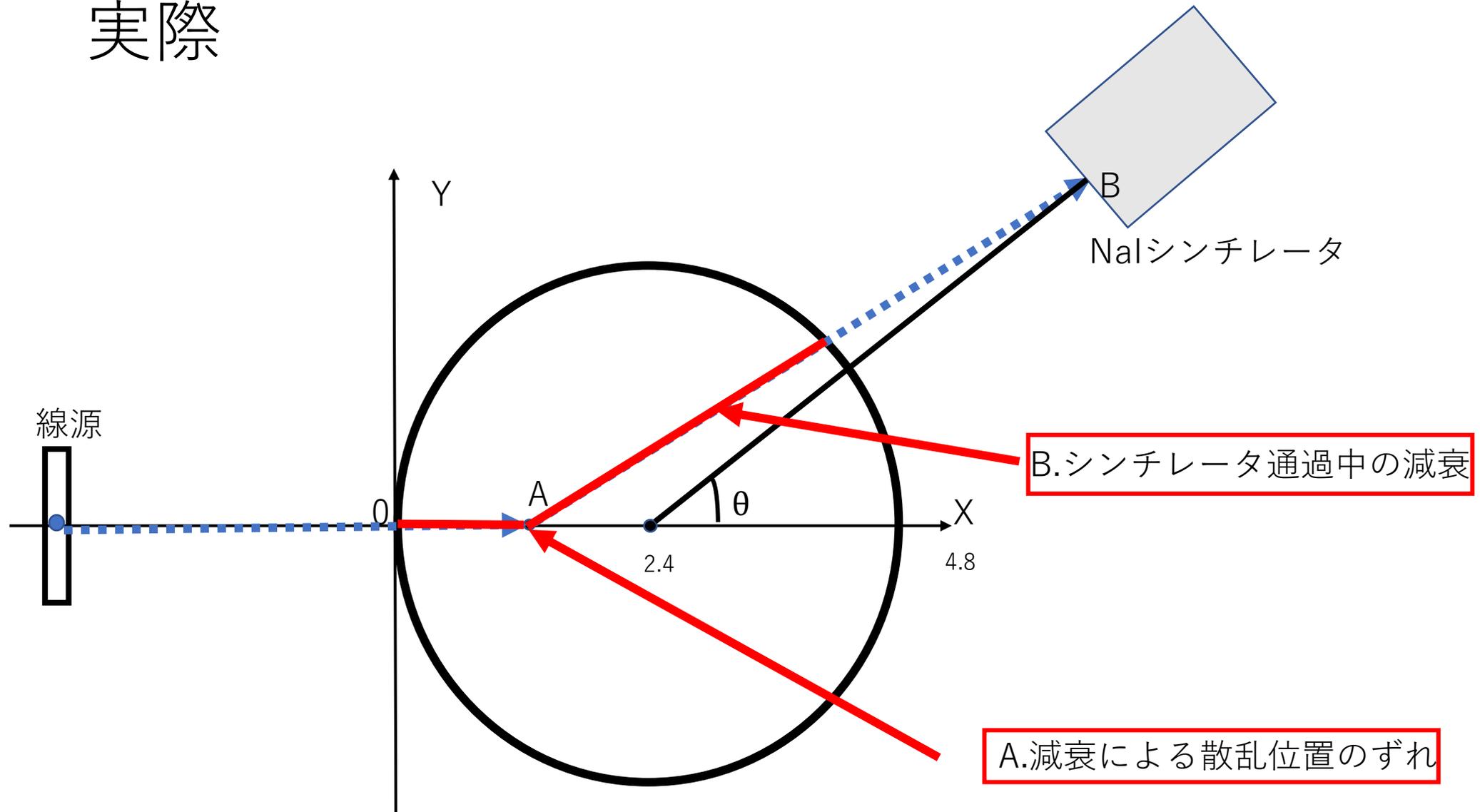
何らかの補正が必要

補正① LaBr₃シンチレータ中での減衰に関する補正

理想



実際



A. 減衰による散乱位置のずれ

x軸上の点xまで γ 線が進入する確率

(LaBr₃の密度5.29g/cm³)

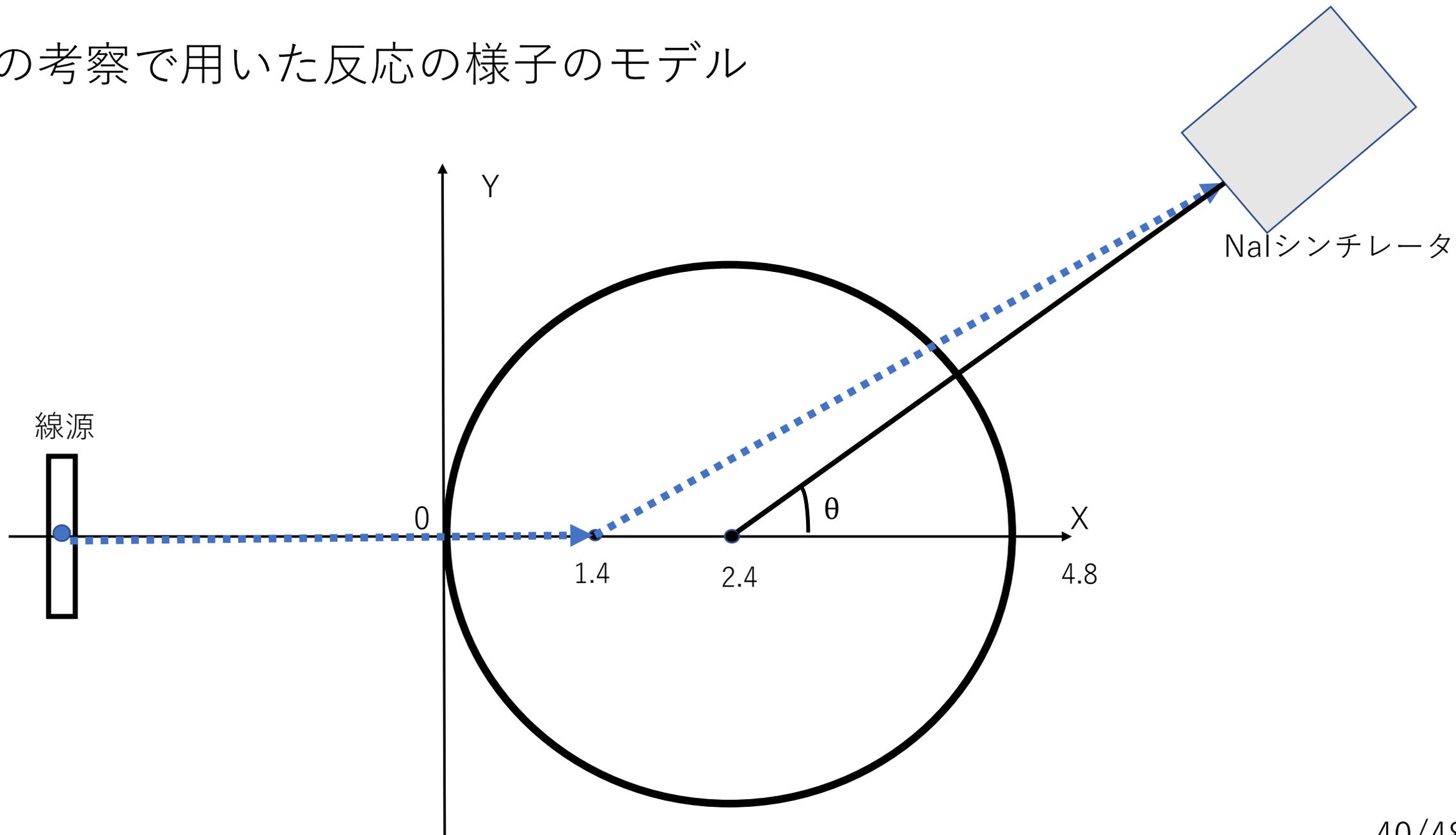
(入射 γ 線のエネルギー662KeVに対応する減衰係数0.072cm²/g)

$$\exp(-x \times 5.29 \times 0.072)$$

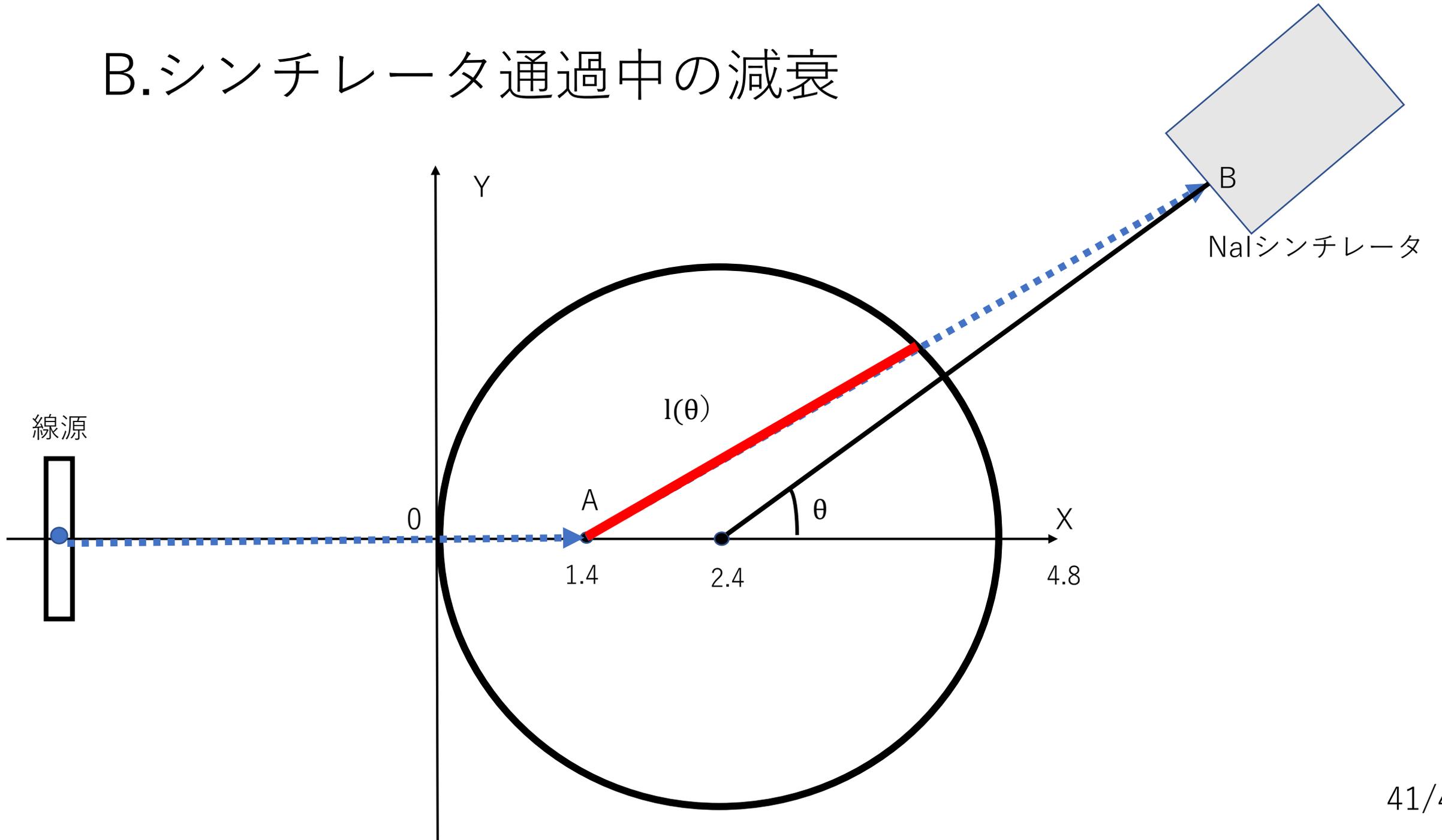
散乱位置の期待値

$$\langle \mathbf{x} \rangle = \frac{\int_0^{4.8} x \times \exp(-x \times 5.29 \times 0.072)}{\int_0^{\infty} \exp(-x \times 5.29 \times 0.072)} \simeq 1.4$$

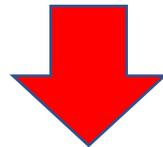
今回の考察で用いた反応の様子のモデル



B.シンチレータ通過中の減衰



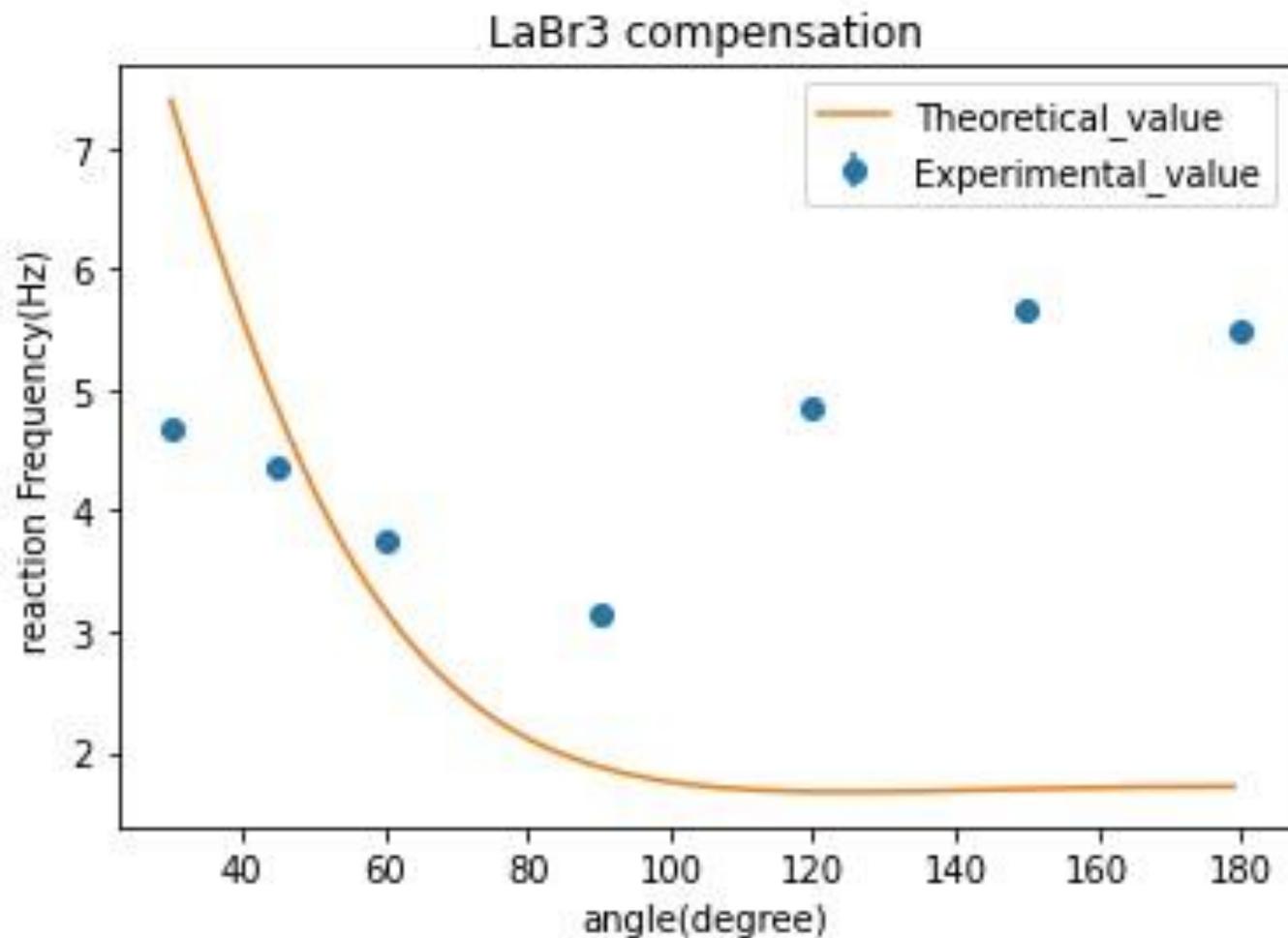
$\theta(^{\circ})$	$l(\theta)$ (cm)	減衰係数 $\mu/\rho(\text{cm}^2/\text{g})$
30	3.23	0.079
45	3.04	0.10
60	2.79	0.11
90	2.24	0.13
120	1.78	0.20
150	1.493	0.25
180	1.40	0.27



実験で得られたカウント数 N の補正の式

$$N' = \frac{N}{\exp(-l(\theta) \times 5.29 \times \frac{\mu}{\rho})}$$

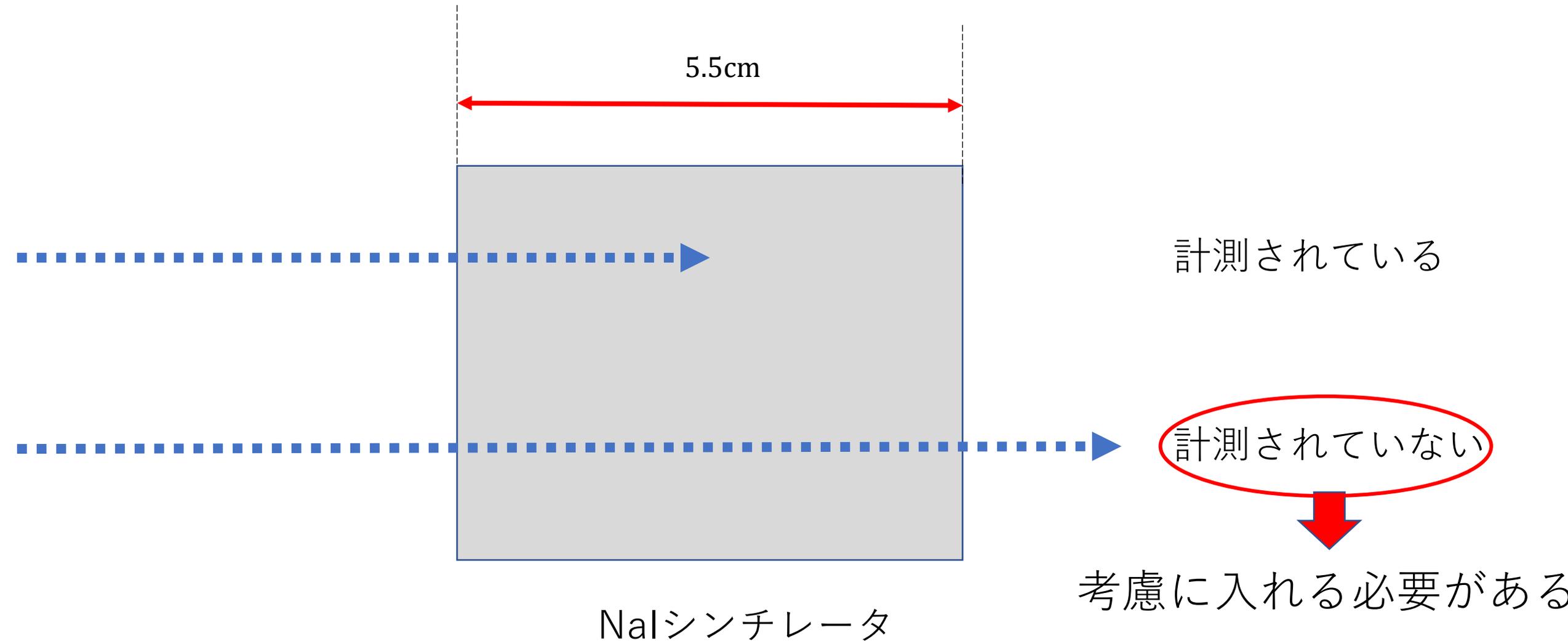
補正①によって得られた微分散乱断面積の角度分布



$$C = 11.4650428$$

$$\chi^2 = 2129.04074$$

補正② NaIシンチレータ中での減衰に関する補正



NaIシンチレータを γ 線が透過する確率
(NaIの密度 3.67g/cm^3)
(NaIの光電吸収の質量減衰係数 μ/ρ)
(シンチレータの厚さ 5.5cm)

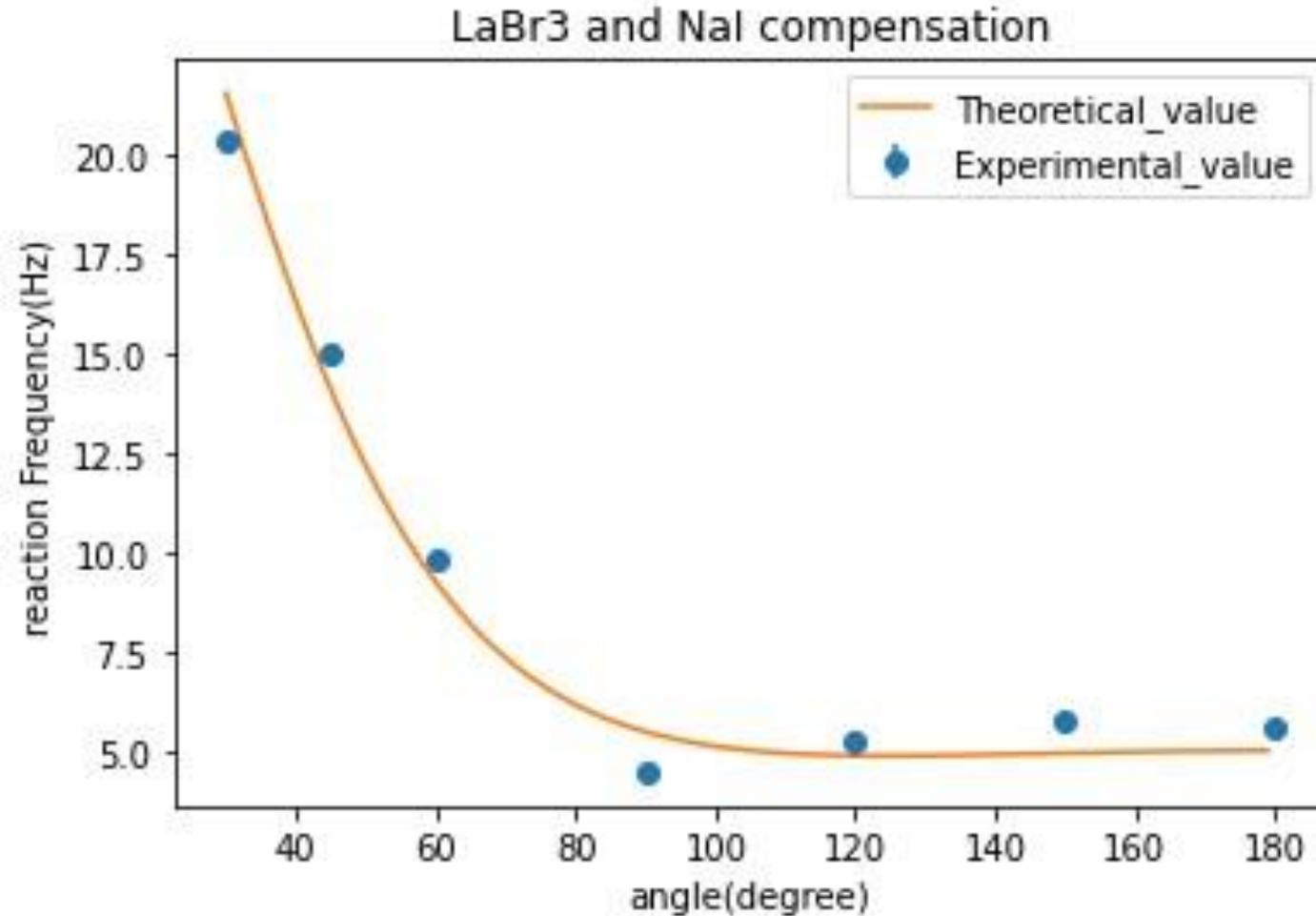
$$1 - \exp\left(-5.5 \times 3.67 \times \frac{\mu}{\rho}\right)$$

$\theta(^{\circ})$	減衰係数 $\mu/\rho(\text{cm}^2/\text{g})$
30	0.013
45	0.017
60	0.024
90	0.06
120	0.13
150	0.23
180	0.23

①の補正で得られたカウント数 N' の補正の式

$$N'' = \frac{N'}{1 - \exp\left(-5.5 \times 3.67 \times \frac{\mu}{\rho}\right)}$$

補正②によって得られた微分散乱断面積の角度分布



$$C = 33.3873984$$

$$\chi^2 = 106.848038$$

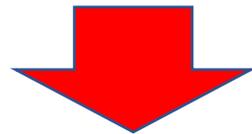
まとめ(堀)

①エネルギー角度分布について

エネルギー角度分布の理論式に概ね一致した。
理論値と実測値のずれの原因としてはシンチレータに幅があるため期待する角度以外の γ 線を含んでいるためだと考えられる。

②微分散乱断面積の角度分布について

Labr₃、NaIシンチレータでの γ 線の減衰を考慮することにより χ^2 の値が小さくなり、理論式に概ね一致した。理論値と実測値のずれの原因としては上記の誤差に加え、補正で用いたモデルにずれがあるとかんがえられる。



コンプトン散乱の検証し、**光の粒子性**を確認することができた。