μ^+粒子の寿命とg因子の測定

秋山晋一　松田冬樹　住吉浩明　高橋卓也　古市康之

平成22年9月29日

目 次

1 実験の概要 2
1.1 目的 2
1.2 原理 2
2 理論 2
2.1 μ^+ 粒子の偏極 2
2.2 μ^+ 粒子の g 因子 2
2.3 スピン歳差運動 3
2.4 μ^+ 粒子の崩壊 4
3 実験装置と方法 4
3.1 実験方法 4
3.2 装置 4
3.3 コイルの設定 5
3.4 回路 5
3.5 Discriminator の閾値の決定と PMT の電圧調整 7
3.6 TDC のキャリブレーション 8
3.7 TDC カウントと寿命 9
4 結果・解析 9
4.1 実験 1 9
4.2 実験 2 10
4.3 誤差評価 10
5 考察 12
5.1 μ^- による誤差 12
5.2 磁場の測定による誤差 12
謝辞 13

1 実験の概要

1.1 目的

μ^+ 粒子の寿命、及び g 因子を求めること。

1.2 原理

宇宙からやってきた μ^+ 粒子を銅板で止め、それが崩壊する時間を直接計って寿命を求める。また磁場をかけた場合、崩壊してできた陽電子が上に飛び出る確率と下に飛び出る確率に違いが生じるため、ここから g 因子が求められる。

2 理論

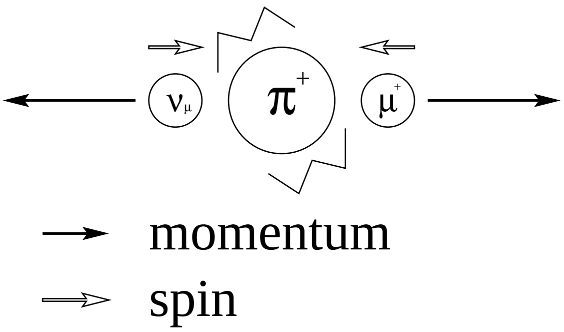
2.1 μ^+ 粒子の偏極

我々が観測する μ^+ 粒子の大部分は宇宙線中の π^+ が

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

のように崩壊してできたものである。

これを π^+ の静止系で考えると図のように、運動量保存則から μ^+ と ν_μ は反対方向に飛び出す。またニュートリノは左巻き (運動の向きとスピンの向きが反対) なので、スピンの保存から μ^+ も左巻きであることが分かる。



なので、Lorenrtz 変換により実験室系に移ると右巻きの粒子も現れるものの、多くは左巻きであり偏極している。また、右巻きになった粒子は運動方向と逆に Lorentz 変換されたものなので実験室系での運動エネルギーが低く、地上に届きにくい。このため地上においては崩壊直後に比べて更に偏極具合が増している。

2.2 μ^+ 粒子の g 因子

磁場中の Dirac 粒子の運動方程式は、

$$\begin{aligned}\left\{(ic\hbar\partial_0 - qcA_0) - \sigma^i(ic\hbar\partial_i - qcA_i)\right\}\psi_L &= mc^2\psi_R \\ \left\{(ic\hbar\partial_0 - qcA_0) + \sigma^i(ic\hbar\partial_i - qcA_i)\right\}\psi_R &= mc^2\psi_L\end{aligned}$$

となるが、

$$\phi = \mathrm{e}^{imc^2t/\hbar}(\psi_L + \psi_R), \chi = \mathrm{e}^{imc^2t/\hbar}(\psi_L - \psi_R)$$

を導入すれば、

$$\begin{aligned}(ic\hbar\partial_0 - qcA_0)\,\phi - \sigma^i(ic\hbar\partial_i - qcA_i)\chi &= 0 \\ \left(2mc^2 + ic\hbar\partial_0 - qcA_0\right)\chi - \sigma^i(ic\hbar\partial_i - qcA_i)\phi &= 0\end{aligned}$$

ところで 2 式目について、非相対論的粒子の場合 $ic\hbar\partial_0 - qcA_0$ は $2mc^2$ に比べて無視できるので、

$$\chi = \frac{1}{2mc}\sigma^i(i\hbar\partial_i - qA_i)\phi$$

よって、

$$\begin{aligned}i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} &= \frac{1}{2m}\sigma^i(i\hbar\partial_i - qA_i)\sigma^j(i\hbar\partial_j - qA_j)\phi + qcA_0\phi \\ &= \frac{1}{2m}(-i\hbar\boldsymbol{\nabla} - q\boldsymbol{A})^2\phi + qcA_0\phi - \frac{q\hbar}{2m}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{B}\phi\end{aligned}$$

これから Dirac 粒子はスピン磁気能率

$$\boldsymbol{\mu}_s = \frac{q\hbar}{2m}\boldsymbol{\sigma} = \frac{q}{m}\boldsymbol{S} \quad (\boldsymbol{S}\text{ はスピン角運動量})$$

を持ち、

$$\boldsymbol{\mu}_s = \frac{gq}{2m}\boldsymbol{S}$$

と表せることから g 因子は 2 であることが分かる。

2.3 スピン歳差運動

z 方向に一様な外部磁場 B_z がある場合、μ^+ 粒子のハミルトニアンは、

$$H = -\frac{geB_z}{2m_\mu}S_z \equiv -\omega S_z$$

なので、初期状態を x 方向のスピンの固有状態の一次結合で

$$\begin{aligned}|t=0\rangle &= C_+|x_+\rangle + C_-|x_-\rangle \quad (|C_+|^2 + |C_-|^2 = 1) \\ &= C_+(\frac{1}{\sqrt{2}}|z_+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|z_-\rangle) + C_-(\frac{1}{\sqrt{2}}|z_+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|z_-\rangle) \\ &\equiv D_+|z_+\rangle + D_-|z_-\rangle\end{aligned}$$

とすれば、時間発展演算子 $\exp(i\omega\hat{S}_z t/\hbar)$ を掛けることにより、

$$\begin{aligned}|t\rangle &= D_+\exp\left(\frac{i\omega\hat{S}_z t}{\hbar}\right)|z_+\rangle + D_-\exp\left(\frac{i\omega\hat{S}_z t}{\hbar}\right)|z_-\rangle \\ &= D_+\exp\left(\frac{i\omega t}{2}\right)|z_+\rangle + D_-\exp\left(-\frac{i\omega t}{2}\right)|z_-\rangle\end{aligned}$$

なので、x 方向のスピンの期待値は、

$$\begin{aligned}\langle S_x\rangle &= \langle t|S_x|t\rangle \\ &= \frac{\hbar}{2}\left(D_+D_-^*\exp(i\omega t) + D_+^*D_-\exp(-i\omega t)\right) \\ &= \frac{\hbar}{4}\left((C_+C_+^* + C_-C_+^* - C_+C_-^* - C_-C_-^*)\exp(i\omega t) + (C_+^*C_+ + C_-^*C_+ - C_+^*C_- - C_-^*C_-)\exp(-i\omega t)\right) \\ &= \frac{\hbar}{2}\left((|C_+|^2 - |C_-|^2)\cos\omega t + i(C_+^*C_- - C_+C_-^*)\sin\omega t\right)\end{aligned}$$

なのでスピンが偏極している場合、$|C_+| \neq |C_-|$ であるので、x 方向のスピンの期待値は振動数 ω で振動することになる。

2.4 μ^+ 粒子の崩壊

μ^+ 粒子は以下のように崩壊する。

$$\mu^+ \longrightarrow \mathrm{e}^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mathrm{e}$$

この時、崩壊してできた e^+ は μ^+ 粒子のスピン方向に飛び出しやすい。

3 実験装置と方法

3.1 実験方法

2 種類の実験を行う。

実験 1

鉛直下向きに降ってきた μ^+ 粒子を銅板で止めてそれが崩壊するまでの時間を測定し、そのヒストグラムから寿命を求める。

実験 2

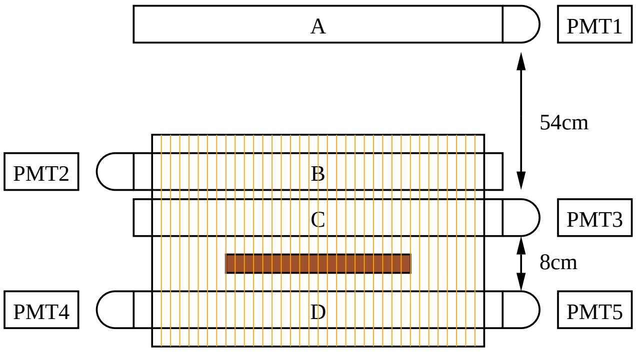
ほぼ実験 1 と同様であるがこちらでは磁場をかけて行う。μ^+ 粒子は偏極しているため、初めは左巻き、つまり上向きスピンの方が多いが、歳差運動しているので一定の周期でスピンは上向きの方が多くなったり下向きの方が多くなったりする。またスピン方向に崩壊してできた e^+ が飛び出しやすいため、上と下で分けて測定すれば観測される粒子数は振動するはずである。この振動の周期から g 因子を求めることができる。

3.2 装置

μ^+ や e^+ を検出し、アナログ信号に変える装置は次の 4 つからなる。

- プラスチックシンチレータ (100cm × 48cm × 1cm) 4 枚
- 光電子増倍管 (PMT) 5 個
- 銅板 (50cm × 48cm × 1cm) 2 枚
- コイル (詳細は後述)

以上の装置を、次の図のように配置した。ただし、各プラスチックシンチレータ、PMT は、この図のようにそれぞれ A,B,C,D、及び PMT1,2,3,4,5 と名付けた。

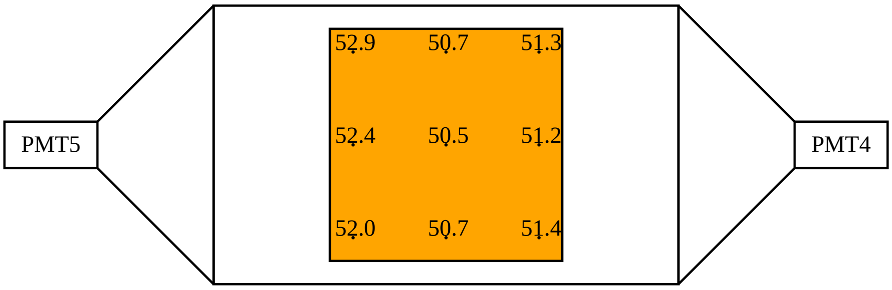


プラスチックシンチレータ及び PMT に光が入ると大きなノイズとなるため、遮光する必要がある。前者はアルミホイールを巻き、その上から更に黒ビニールを巻いて、後者は黒ビニールテープを巻いて遮光した。また、部屋を暗くしたとき、明るくしたときのカウント数を計測し、この二つに有意な差がないことを確認したことにより、遮光が出来ていると断定した。μ^+ を捕捉する素材として銅板を選んだ理由は、銅は密度が高いために μ^+ を止めやすいこと、強磁性体でないためにコイルによってかける磁場を乱しにくいこと、μ^- が銅中では非常に早く崩壊するため、検出されにくいことによる。

プラスチックシンチレータの間隔は、B と C を重ね、C と D の間隔を 8cm とした。また、A と B の間隔であるが、この間隔が大きいと、トリガーシンチレータである A を通り銅板に捕捉される μ^+ は、運動方向が鉛直下向きに近いものが多くなり、そのため、歳差運動による検出数の変化が大きく、有利である一方、粒子が選別されることによって検出数は減少し、統計誤差が大きくなるという不利な面もある。そこで、本実験では、A と B の間隔を 54cm と大きめに取る代わり、測定日数を 23 日と長めに取ることにした。

3.3　コイルの設定

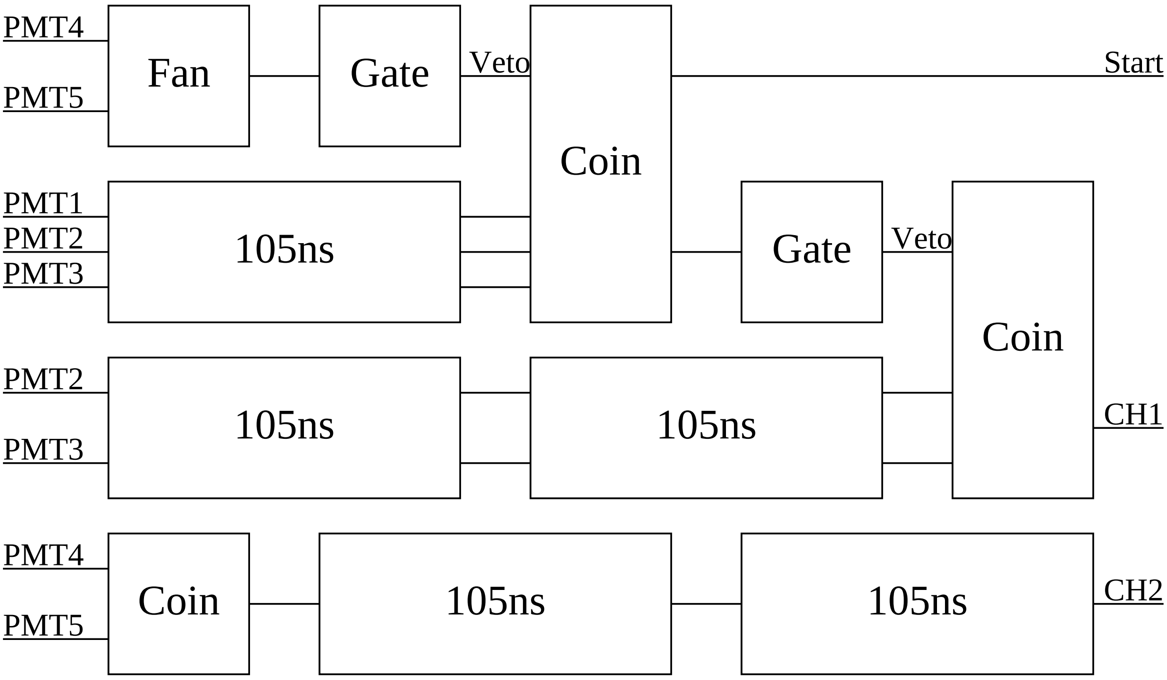
コイルは 2004 年度に先輩方が作ったものを使わせていただいた。実験終了時に図のように、銅板の上の 9 カ所で磁場を測定した。これから測定値として、平均及び標準偏差 51.46 ± 0.82 Gauss を用いた。



単位：Gauss

3.4　回路

PMT1〜5 の信号を ×10 AMP、Discriminator に通してから以下のような回路に入力する。



AMP アナログ信号の増幅 (N0813-009)

Discriminator アナログ信号が指定した値を超えた時デジタル信号を出力する。(KN1300?)

105ns 105nsFixed Delay。信号を 105ns 遅らせる。(N0531-0040)

Fan Fan in/out。(複数の) 入力信号の OR を出力。(N007)

Coin Coincidence。入力の AND を出力。また Veto に信号が入力されている間は出力しない。(KN470)

Gate Gate Generator。信号が入力された時、指定した幅の信号を出力する。(N014)

TDC Start 信号と Stop 信号を入力すると、その 2 つの時間差を PC で読み取ることができる。(C-TS 103)

この回路によって TDC に入力する以下の 3 つの信号ができる。

Start $(1 \wedge 2 \wedge 3) \wedge \neg(4 \vee 5)$

CH1 $(2 \wedge 3) \wedge \neg$**Start**

CH2 $4 \wedge 5$

すなわち、シンチレータ A,B,C を通過したが D には来なかった、つまり銅板で何らかの粒子が止まったことを TDC の Start 条件とし、その後のシンチレータ D の反応を TDC CH2 の Stop 条件としている。CH1 の方もほぼ同じであるが、CH2 のように単に $2 \wedge 3$ を Stop 条件としてしまうと Start 信号そのものを Stop 信号と認識してしまうため、Veto によって Start 信号の直後約 300ns(直前にある GateGenerator の Width で設定できる) は Stop 信号が出ないようにしている。尚、もう一方の Veto についても、PMT4 もしくは PMT5 が反応してから一定時間は Start 信号が出ないように GateGenerator の Delay 及び Width を適切に設定する必要がある。

3.5 Discriminator の閾値の決定と PMT の電圧調整

PMT から出る信号は、同じ宇宙線が入ってきたときでも、PMT や印加電圧によって波高が大きく異なる。そのため、閾値以上のアナログ信号が来たらデジタル信号に変える装置である Discriminator の閾値と、各 PMT に印加する電圧を適切に設定しないと、μ^+ や e^+ が来てもそれがデジタル信号として出力されなかったり、ノイズばかりがデジタル信号として出力されたりすることになる。本実験では、この 2 つを以下のようにして決定した。

Discriminator の閾値の設定値によって、PMT の検出率の電圧特性が変化するため、最初に仮に閾値を設定し、次いで PMT の印加電圧を決定した。その上で閾値が適当であることを確かめた。

スペックシートにある電圧の典型値である 1500V を印加した PMT(CH3) からの出力を (AMP に通して) オシロスコープで観察したところ、ノイズと思われる波の波高は 10mV 程度であったので、ノイズを拾わずできるだけ多くの宇宙線を計数できるよう、仮に閾値を 20mV に設定した。

次に、各 PMT の、印加電圧と宇宙線検出効率の相関を調べた。ただし、例えば CH1 の検出効率は、CH1 以外の PMT の印加電圧を調べるときは、スペックシートの印加可能電圧ぎりぎりに設定してほぼすべての宇宙線を検出できる状態に固定し、CH1 の印加電圧を変化させていったときの $(1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 5)/(2 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 5)$ を検出効率とした。cincidence をとることにより、ノイズはほぼカットされ、重ねてあるシンチレーターを突き抜ける宇宙線（主に μ）を計数していると考える。

応答曲線を図 1 に示す。データを多くとるため、できるだけ高い宇宙線の検出効率を得たい一方、電圧を高く設定しすぎると、ノイズが増えてしまう。図 1 によると、すべての PMT において、ある一定値以上印加電圧を変化させても検出効率があまり変化しないという結果が得られたことがわかる。この値は、宇宙線を最大限に検出しつつ、ノイズを最小限に抑えることができる電圧の値だと考えられるため、これを本実験での印加電圧として定めた。ただし、値は以下に記す。

その後、PMT からのアナログ信号の波形を観察し、ノイズと思われる信号の波高がほぼ 20mV 以下におさまっていることを確認して、最終的に Discriminator の閾値を 20mV に決定した。

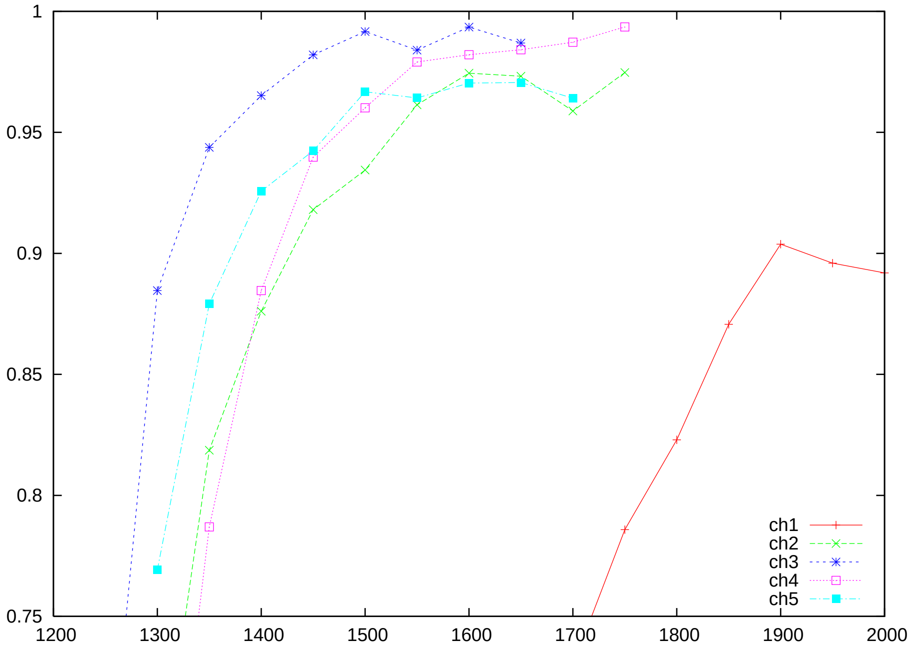
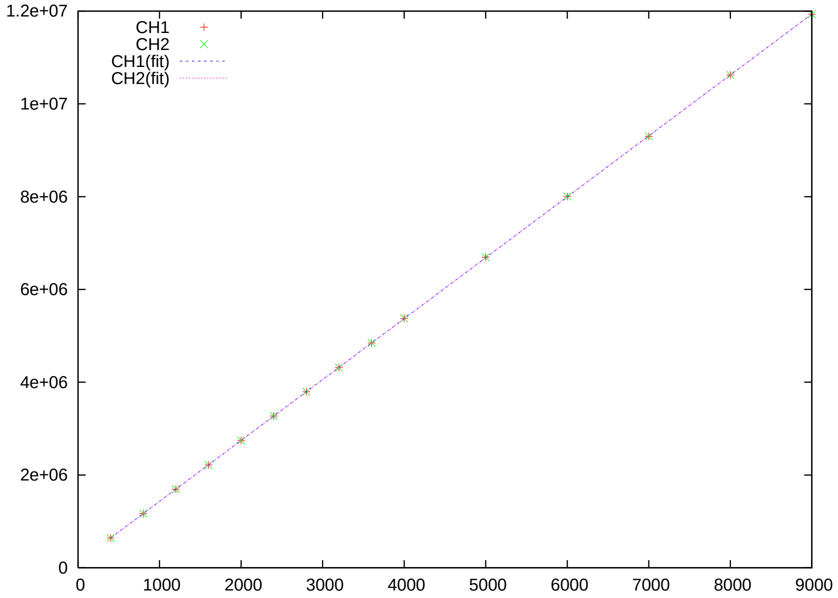


図 1: 電圧

	PMT1	PMT2	PMT3	PMT4	PMT5
電圧 [V]	1900	1550	1450	1550	1500

3.6 TDC のキャリブレーション

TDC は start シグナルが入ってから、CH1 と CH2 にシグナルが入ったときまでの時間を計測する機器であるが、その 1 カウントがどれくらいの時間に対応するかを調べる必要がある。そのために、Clock Generator で信号を 2 つ作り、片方を Gate Generator で一定時間遅らせ (オシロスコープで見て肉眼で調節)、それぞれを TDC の start と CH1,2 に入力して、TDC の出力と実時間の関係式を求めた。(図 2)



T[ns]	CH1	CH2
400	642469.202	642235.986
800	1167265.064	1167036.244
1200	1694607.354	1694395.878
1600	2216295.484	2216067.536
2000	2743262.778	2743039.222
2400	3270717.272	3270492.136
2800	3795722.878	3795503.134
3200	4315578.656	4315361.350
3600	4843868.606	4843646.340
4000	5378614.334	5378386.408
5000	6694404.434	6694208.962
6000	8002507.010	8002289.634
7000	9299671.756	9299466.476
8000	10622314.312	10622100.124
9000	11932977.324	11932738.908

図 2: 時間と TDC カウントの関係。数値は 1000 回計測した平均

カウント数を C、時間を T[ns] と書くと、CH1,2 のカウント数から時間への変換式は次のようになる。

$$T_1 = (C_1 - 118620.9)/1313.0$$
$$T_2 = (C_2 - 118397.0)/1313.0$$

このとき、直線の傾きの誤差は 0.04%となった。

3.7 TDC カウントと寿命

TDC カウントからそれに対応する μ^+ 粒子の寿命を出すためには寿命が 0 である場合の TDC カウントを知っておかなければならない。このために、回路中の全 Veto を外して CH1〜5 に疑似信号を同時に入力してその TDC カウントを 1000 回測定した。その結果 TDC カウントの平均は、CH1 は 243989.970、CH2 は 244760.464 となった。なので、結局 TDC カウントから寿命を求めるには

$$\begin{aligned} T_1 &= (C_1 - 243990.0)/1313.0 \\ T_2 &= (C_2 - 244760.5)/1313.0 \end{aligned}$$

とすればよいことがわかる。

4 結果・解析

4.1 実験 1

実験で得られた結果を図 3〜4 に示す。本実験では、13 日間データを取り、CH1 では 14205,CH2 では 35861 個のデータを得た。縦軸がイベント数、横軸が時間 μs を表している。0.5〜20μs をヒストグラムで表示してある。これらのデータを、次の式を用いて、1〜19μs の範囲でフィッティングを行った。

$$N_1 = A_1 + B_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$$

その結果、実験 1 の結果から得られた μ^+ 粒子の寿命は、CH1 からは $2.049 \pm 0.041\mu$s、CH2 からは $2.103 \pm 0.055\mu$s となった。

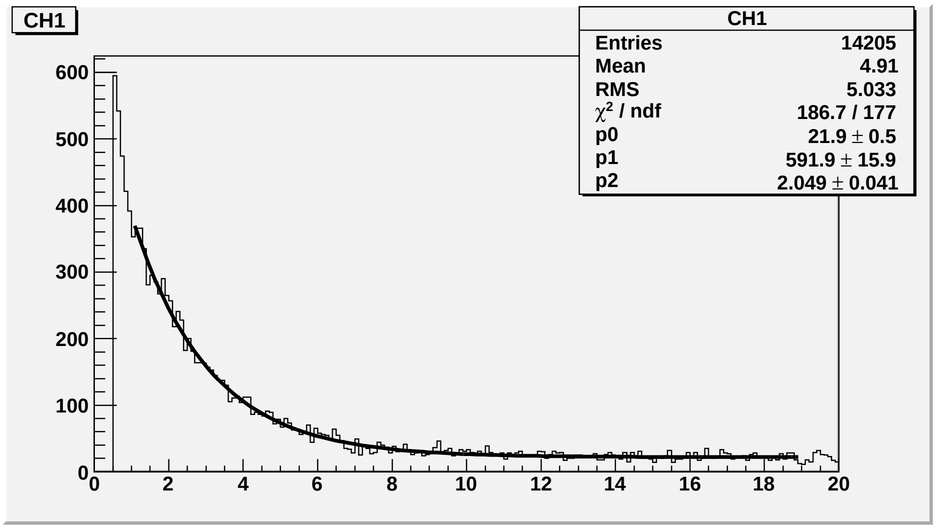


図 3: CH1(実験 1)

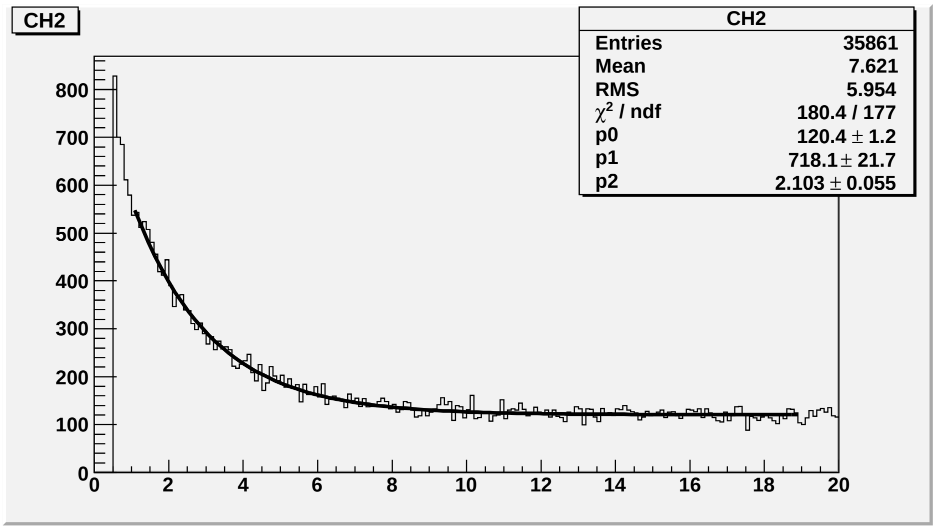


図 4: CH2(実験 1)

4.2 実験 2

実験 1 と同様に結果を図 5〜6 に示す。ただしフィットする式としては

$$N_2 = A_2 + B_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \times (1 + \alpha_2 \cos[\omega(t - t_2)])$$

を用いた。またこちらは 23 日間データを取り、CH1 は 23736,CH2 は 61191 個のデータを得た。この時フィットの結果から以下のような寿命、歳差運動の周期、g 因子が得られた。

	$\tau_\mu[\mu\mathrm{s}]$	$\omega[\mu\mathrm{s}^{-1}]$	g
CH1	2.137 ± 0.034	4.913 ± 0.146	2.246
CH2	2.144 ± 0.043	4.621 ± 0.188	2.113

尚、g 因子は次の式から求められる。

$$g = \frac{2m_\mu}{eB_z}\omega \quad (B_z = 51.46\mathrm{G})$$

ところで ωt_2 はスピン歳差運動の初期位相を表すので、CH1 と CH2 で、この値は π ずれているはずである。なので CH1 と CH2 の t_2 の差 0.632μs は歳差運動の半周期となっており、この値から ω を計算すれば約 $4.97\mu\mathrm{s}^{-1}$ と確かに CH1,CH2 の ω_2 の値とほぼ一致している。

4.3 誤差評価

誤差の原因としては、フィッティング時の誤差の他に、TDC カウントを時間に直すときの誤差、磁場の不均一性による誤差などがある。しかし、TDC カウントの誤差は 0.04 %とフィッティング時の誤差に比べて十分小さいので、実験 1 の τ_μ の標準偏差は結果に記した通りである。一方、実験 2 は、磁場の不均一性による誤差を考慮する必要がある。磁場の測定値の標準偏差 σ_B は、0.82Gauss であった。g 因子の標準偏差 σ_g は、次の式によって求めることができる。

$$\begin{aligned}\sigma_g^2 &= \left(\frac{\partial g}{\partial \omega}\right)^2 \sigma_\omega^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial B}\right)^2 \sigma_B^2 \\ &= g^2 \left(\left(\frac{\sigma_\omega}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2\right)\end{aligned}$$

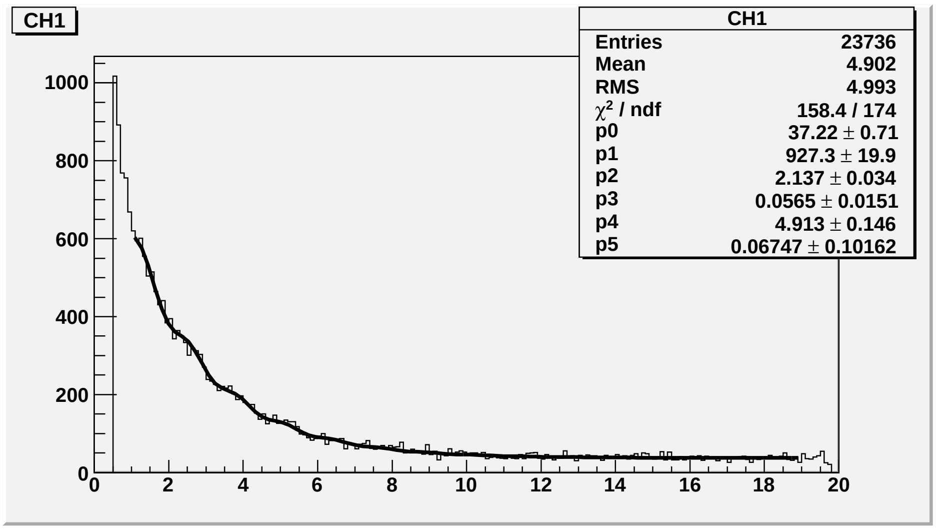


図 5: CH1(実験 2)

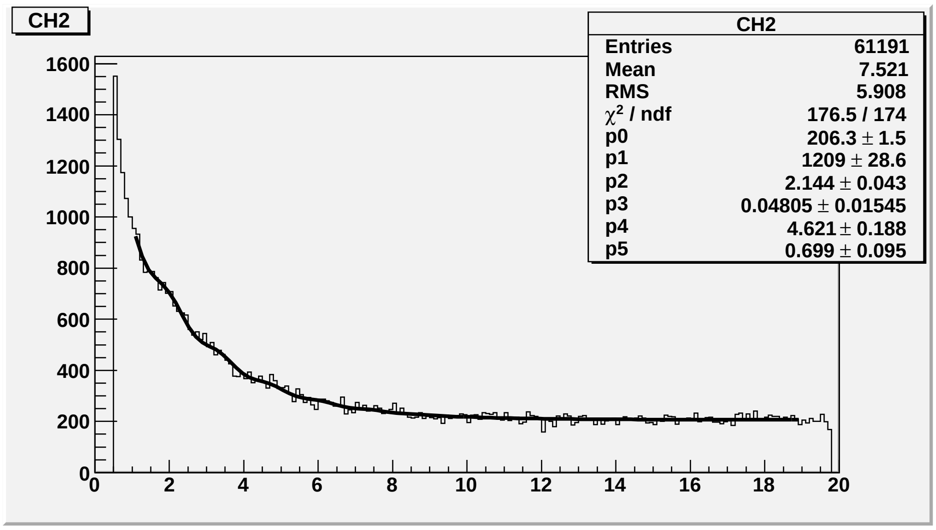


図 6: CH2(実験 2)

σ_g の値は、CH1 が 0.076、CH2 が 0.092 となった。

5 考察

本実験で得られた寿命は文献値より短く、g 因子は大きかった。以下、この理由について考察する。

		寿命 (μs)	g
実験 1	CH1	2.049 ± 0.041	
	CH2	2.103 ± 0.055	
実験 2	CH1	2.137 ± 0.034	2.246 ± 0.076
	CH2	2.144 ± 0.043	2.113 ± 0.092
	文献値	2.197	2.002

5.1 μ^- による誤差

地上には μ^+ 以外にも μ^- が降ってくる。そこで、本実験で求めた μ^+ の寿命に対する μ^- の影響を考察する。個数比は $N_+ : N_- = 6 : 5$ で与えられ、μ^- の寿命は 0.16μs である。しかし、フィッティングには 1μs 秒以後のデータを用いたため、1μs 秒後には μ^- の個数は約 1/400 にまで減っていることを考えると、さほど影響はないと考えられる。

5.2 磁場の測定による誤差

g 因子の値が文献値より大きくなった理由として、磁場を実際の値より小さく測定してしまったことが考えられる。磁場の測定にはハンディガウスメータを使ったが、このプローブの先端が磁場に対して垂直でないと実際の磁場より小さい値が観測されてしまう。例えば、複数回測定して最大のものを測定値として採用するなどの工夫をして、この問題を解消するべきだった。

また今回コイルに流す電流の値を最初から設定していたため、銅板上の磁場の分布のばらつきが統計誤差に表れてしまったが、磁場を測定しながらサブコイルにかける電圧を調整して磁場の分布を一様にすることで統計誤差を抑えることができるはずである。

関連図書

[1] 2004 年度 P1 レポート

[2] 2009 年度前期 A1 レポート

[3] 2009 年度後期 A1 レポート

[4] 2007 年度後期 A1 レポート

[5] 国立天文台編 『理科年表　平成 14 年』 丸善株式会社 (2001)

[6] W.N. コッティンガム (著)・D.A. グリーンウッド (著)・樺沢宇紀 (訳) 『素粒子標準模型入門』 シュプリンガー・フェアラーク東京 (2005)

[7] 桜井純 (著)・桜井明夫 (訳) 『現代の量子力学＜上＞』 吉岡書店 (1989)

謝辞

実験にあたり、ご指導して下さった南野彰宏先生、TA の山内隆寛さんに感謝いたします。