

A1 2011 前期  
ミュオンの寿命・ $g$  因子の測定

内田 健人  
大野 海  
上路 市訓  
救仁郷 拓人  
仲村 佳悟

2011 年 10 月 1 日

# 目次

<b>1</b>	<b>概要</b>	<b>3</b>
1.1	$\mu$ の崩壊	3
1.2	Dirac 方程式と $g$ 因子	4
1.3	Spin の Larmor 歳差運動	5
<b>2</b>	<b>実験装置</b>	<b>7</b>
2.1	実験の原理	7
2.2	セットアップ	8
2.2.1	実験 1	8
2.2.2	実験 2	9
2.3	コイル	9
2.4	回路	11
2.5	TDC	11
<b>3</b>	<b>光電子増倍管 (PMT) の設定</b>	<b>14</b>
3.1	光漏れのチェック	14
3.2	電圧設定	14
3.2.1	検出率	14
3.2.2	アフターパルスの低減とシングルレート	15
3.2.3	Discriminator の閾値設定	16
<b>4</b>	<b>解析</b>	<b>17</b>
4.1	得られたデータのキャッシング	17
4.2	寿命の解析	17
4.2.1	$\mu^+$ のみを考慮した場合	17
4.2.2	$\mu^-$ も含めた解析	20
4.3	$g$ 因子の解析	21
<b>5</b>	<b>考察・結果</b>	<b>24</b>
5.1	解析結果の考察	24
5.1.1	寿命について	24
5.1.2	$g$ 因子について	24
5.2	反省	25
5.3	機器の不具合について	26
<b>A</b>	<b>One-loop 補正</b>	<b>28</b>
A.1	Form Factor	28
A.2	Vertex Function	29



# 1 概要

地球大気に高エネルギーの宇宙線が入射すると、空気シャワー現象により、多くの二次粒子が生じる。これらのうち寿命の短いものはすぐに崩壊するが、安定な粒子は地上でも観測できる。 $\mu$  は  $K$ 、 $\pi$  の崩壊によって生じる。およそ上空 15km で  $K$ 、 $\pi$  のほとんどが崩壊する。そのため、地表で観測できる二次宇宙線のほとんどが  $\mu$  である。つまり、 $\mu$  とは地表で観測できるほとんど唯一の二次宇宙線であるため、本実験では  $\mu$  を測定することとする。

## 1.1 $\mu$ の崩壊

$\mu^+$ ,  $\mu^-$  粒子は、それぞれ

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (1)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (2)$$

という崩壊をする。 $\mu^+$  の Feynman diagram は下の図 1 である。

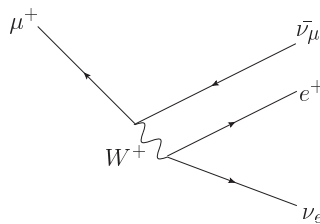


図 1: Feynman Diagram

いま、実験に用いた銅では、この反応による  $\mu^-$  粒子の寿命は

$$0.160 \pm 0.004 [\times 10^{-6} \text{sec}]$$

捕獲される頻度は、 $57.9 \pm 1.6 [\times 10^6 / \text{sec}]$

であり、約  $\mu^+ : \mu^- = 1 : 3$  であることも考えて

$$\tau_\mu = 2.19703 \pm 0.00004 (10^{-6} \text{sec})$$

は、原子番号  $Z=12$  の捕獲頻度

$$0.44 \pm 0.10 [\times 10^5 / \text{sec}]$$

で、自由崩壊と捕獲による崩壊の頻度がほぼ等しく、 $Z$  の増大につれて捕獲率は急激に大きくなっていくので、このとき  $\mu^-$  は主に捕獲で崩壊しているとみなせ、 $\mu^-$  の崩壊による影響は、 $t$  の小さい部分で大きくなる。ここで、 $\mu^+$ ,  $\mu^-$  とともに上のような崩壊過程を示すが、 $\mu^-$  は、負電荷を持つため、原子の軌道上に捕獲され、 $\mu$  粒子の質量が電子の 200 倍程度であることから、このときの軌道は Bohr 半径の約  $\frac{1}{200}$  となり、原子核と非常に近いため、核を構成する陽子による  $\mu$  粒子捕獲が起こり、

$$p + \mu^- \rightarrow n + \nu_\mu \quad (3)$$

という反応によって、中性子を出して  $\mu^-$  粒子は崩壊する。この崩壊がある事によって  $\tau_\mu$  の観測値が影響を受ける。

## 1.2 Dirac 方程式と g 因子

Dirac 方程式

$$(\not{p} + m)\psi = 0 \quad (4)$$

を書き換えて

$$(i\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi = E\psi \quad (5)$$

とする。電磁場が存在するときは

$$p^\mu \rightarrow p^\mu - eA^\mu \quad (6)$$

と置き換えればよく、方程式は

$$(i\vec{\alpha} \cdot (\vec{p} - e\vec{A}))\psi + m\beta\psi = (E + eA^0)\psi \quad (7)$$

となる。ここで

$$\psi = \begin{pmatrix} \vec{\phi} \\ \vec{\chi} \end{pmatrix} \quad (8)$$

として、Dirac-Pauri 表現

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (9)$$

を用いて展開すると

$$\begin{pmatrix} m & \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A}) \\ \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A}) & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\phi} \\ \vec{\chi} \end{pmatrix} = (E + eA^0) \begin{pmatrix} \vec{\phi} \\ \vec{\chi} \end{pmatrix} \quad (10)$$

となる。展開して

$$\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A})\chi = (E + eA^0 - m)\phi, \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A})\phi = (E + eA^0 + m)\chi, \quad (11)$$

非相対論的極限は上の 2 成分のみ考えればよいので  $\phi$  についてとくと

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A}) \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A})}{(E + eA^0 + m)} \phi = (E + eA^0 - m) \phi \quad (12)$$

公式

$$(\sigma A)(\sigma B) = A \cdot B + \text{sigma}(A \times B), (\vec{p} \times \vec{A} + \vec{A} \times \vec{p}) = -i(\nabla \times B) \quad (13)$$

より、

$$\begin{aligned} (\sigma(\vec{p} - e\vec{A}))^2 &= (\vec{p} - e\vec{A})^2 + i\sigma(\vec{p} - e\vec{A}) \times (\vec{p} - e\vec{A}) \\ &= (\vec{p} - e\vec{A})^2 + ie\sigma(\vec{p} \times \vec{A} + \vec{A} \times \vec{p}) \\ &= (\vec{p} - e\vec{A})^2 + \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \end{aligned} \quad (14)$$

$E - m = E', |eA^0| \ll m$  とすれば (12) は

$$\left[ \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + \frac{e}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} - eA^0 \right] \phi = E' \phi, \quad (15)$$

よって磁気モーメントは

$$\mu = \frac{e}{2m} \vec{\sigma} = g \frac{e}{m} \left( \frac{\vec{\sigma}}{2} \right) \quad (16)$$

である。2つの表現を比べると  $g$  因子は 2 であることがわかる。また、放射補正を行うと (A 参照)  $g = 2.002$  である。

### 1.3 Spin の Larmor 歳差運動

(12)(16) より、磁場と spin の相互作用の Hamiltonian は

$$H = -\frac{gq}{2m} \vec{s} \vec{B} \quad (17)$$

となる。ここで、以下では  $-q$  を  $q$  と書き、磁場は  $z$  方向のみにかかっているとすれば、(17) 式は以下のように書き直せる。

$$H = \frac{gq}{2m} s_z B \quad (18)$$

よって、この Hamiltonian による時間発展を考えれば、初期状態を  $|a\rangle$  として

$$|a(t)\rangle = \exp\left(-i\frac{gqs_z B}{2m\hbar} t\right) |a\rangle \quad (19)$$

よって、これより、 $t$  秒後の spin の  $x$  成分の期待値は

$$\langle a(t) | s_x | a(t) \rangle = \langle a | \exp\left(i\frac{gqs_z B}{2m\hbar} t\right) s_x \exp\left(-i\frac{gqs_z B}{2m\hbar} t\right) | a \rangle \quad (20)$$

ここで、

$$\exp(i\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t) s_x \exp(-i\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t)$$

をベーカー・ハウドルフの補助定理を用いて計算すると

$$\begin{aligned} \exp(i\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t) s_x \exp(-i\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t) &= s_x + \left(\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t\right) [s_z, s_x] \\ &\quad + \frac{1}{2!} \left(\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t\right)^2 [s_z, [s_z, s_x]] \\ &\quad + \frac{1}{3!} \left(\frac{gq s_z B}{2m\hbar}t\right)^3 [s_z, [s_z, [s_z, s_x]]] \\ &\quad \vdots \\ &= s_x \left[1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{gq B t}{2m}\right)^2 + \dots\right] - s_y \left[\left(\frac{gq B t}{2m}\right) - \frac{1}{3!} \left(\frac{gq B t}{2m}\right)^3 + \dots\right] \\ &= s_x \cos\left(\frac{gq B}{2m}t\right) - s_y \sin\left(\frac{gq B}{2m}t\right) \end{aligned} \quad (21)$$

よって、初期時刻の期待値を  $\langle s_x \rangle$ 、t 秒後の期待値を  $\langle s_x(t) \rangle$  と書けば、

$$\langle s_x(t) \rangle = \langle s_x \rangle \cos\left(\frac{gq B}{2m}t\right) - \langle s_y \rangle \sin\left(\frac{gq B}{2m}t\right) \quad (22)$$

となる。y 成分についても同じことを行えば、

$$\langle s_y(t) \rangle = \langle s_y \rangle \cos\left(\frac{gq B}{2m}t\right) + \langle s_z \rangle \sin\left(\frac{gq B}{2m}t\right) \quad (23)$$

となる。z 成分に関しては、 $s_z$  同士が交換するから、

$$\langle s_z(t) \rangle = \langle s_z \rangle \quad (24)$$

となる。(22) 式、(23) 式、(24) 式から spin が磁場の向きを軸にして角速度

$$\omega_\mu = \frac{geB}{2m_\mu} \quad (25)$$

で回転していることがわかる。よって、この角速度と磁場の強さがわかれば、

$$g = \frac{2m_\mu \omega}{eB} \quad (26)$$

と g 因子を求めることができる。

## 2 実験装置

### 2.1 実験の原理

本実験は、 $\mu^+$  の寿命及び磁気能率を測定することが目的である。まず、用いた実験装置の概略図を以下の図 2 に示す。

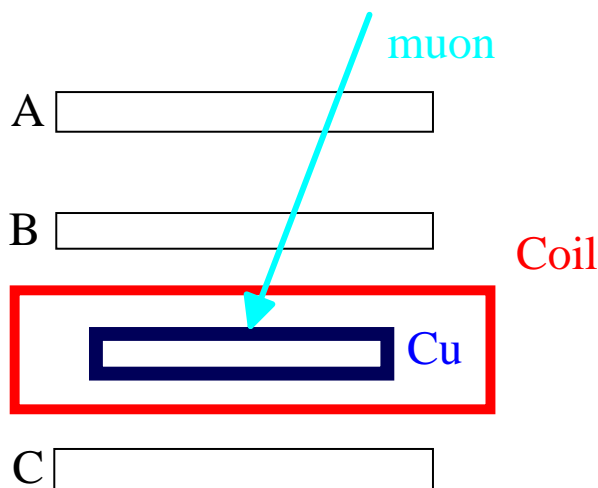


図 2: コイルの概略図

ここに A・B・C はプラスチックシンチレーターを表し、Cu は銅板を表し、赤の線はコイルを表している。本実験においては、磁場をかけない状態で寿命を測定し、磁場をかけた状態で寿命及び磁気能率を測定した。ここでは、 $\mu$  がどのような振舞いをするかを簡単に述べるとする。

1.  $\mu$  がどこからか降って来て、A を突き抜ける。
2. (1) の  $\mu$  が B、C を突き抜けて Cu 板にたどり着く。
3. 多くの場合には、(2) の  $\mu$  は Cu 板も突き抜けて、D にまでたどり着く。しかし、あるエネルギー程度の  $\mu$  は Cu 板で止まる。
4. この止まった  $\mu$  がしばらくすると、弱い相互作用によって式 (1) のように崩壊する。
5. (4) で生じた陽電子が C に到着する。

また、磁場をかけると  $\mu$  が spin を持つため、磁場との相互作用が生じ陽電子は色々な方向に飛んで行く。Cu に止まってから崩壊した陽電子が B または C に到着するまでの時間を計測することで寿命と g 因子を調べることができる。



## 2.2 セットアップ

以下の装置を用いて実験を行った。

- シンチレーションカウンター (片読み 1 組)(両読み 2 枚) 3 枚
  - 光電子増倍管 (PMT) 5 本
    - PMT1 浜松ホトニクス製 H7195
    - PMT2 同 H1161 (寿命)
    - 同 H7195 (g 因子)
    - PMT3 同 H1161
    - PMT4 同 H1949
    - PMT5 同 H7195
  - プラスチックシンチレーター (100cm × 48cm × 1cm) 3 枚
  - ライトガイド (フラット型) 5 枚
- コイル (90cm × 49cm × 13cm)
- 銅板 2 枚 (50cm × 48cm × 1cm)

### 2.2.1 実験 1

寿命を測定するときにはできるだけ多くのイベント数をとるためにシンチレータ 1 を低くし、以下のように設定した

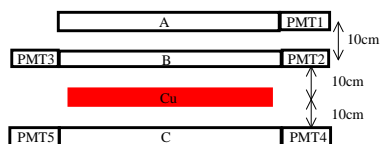


図 3: 概略図 1

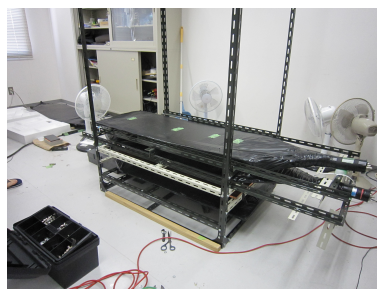


図 4: 装置 1

## 2.2.2 実験 2

g 因子の測定の際は計測時にスピンの方向が垂直であることを仮定している。あまりシンチレータ 1 を低くするとななめ方向からの  $\mu$  が入り込んでしまう。一方であまり高くしすぎるとイベント数が減ってしまう。その両立を考えた上で、我々は以下のような設定にした。

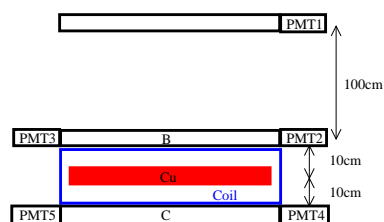


図 5: 概略図 2

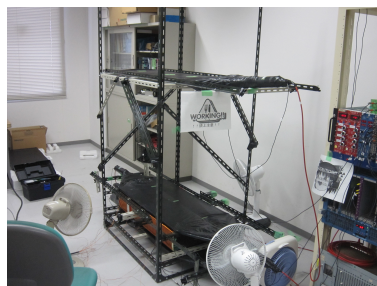


図 6: 装置 2

## 2.3 コイル

コイルは、2004 年度の卒業研究に使用されたものをそのまま用いている。以下にコイルの情報を載せる。

厚さ 2mm のアルミ板を直方体筒状に組み、直径 1.1mm の銅線を用いて上図のように main coil を 4 本、その上に sub coil を 2 本巻いた。各コイルの巻き数、抵抗値を表に示す。

		巻き幅 (cm)	巻き数	抵抗値 ( $\Omega$ )	電流 (A)
	main1	22.5	208	5.98	並列 20
	main2	22.5	200	5.75	
	main3	22.5	195	5.67	
	main4	22.5	205	5.96	
	sub1	15.0	138	3.95	1.20
	sub2	15.0	138	4.00	1.92

図 7: コイルの概略図

表 1: coil-data

参考文献 [1] によると一様な磁場になる箇所は中心の  $49 \times 50$  の範囲である。我々もその範囲のみを用いることにして測定を行った。結果を以下の表に示す。

この測定結果  $54.7 \pm 0.2$  (Gauss) をコイルの磁束密度とした。

	1 回目	2 回目	3 回目
1.1	55.1	54.8	54.4
1.2	54.7	54.6	54.7
1.3	55.9	55.9	55.9
1.4	54.4	54.4	54.4
2.1	53.8	53.9	54
2.2	54.4	54.1	54.4
2.3	55.3	55.6	55.6
2.4	52.9	53.7	53.9
3.1	55	54.3	54.3
3.2	54.9	54.6	54.4
3.3	56.3	56	55.9
3.4	54.5	54.2	54.1
4.1	55.5	54.1	53.7
4.2	53.9	53.9	53.8
4.3	56	55.5	55.7
4.4	54.6	54.5	54.5
average	54.825	54.63125	54.60625
dev	0.881286938	0.733683628	0.748748957

表 2: coil

## 2.4 回路

以下のような回路を用いて実験を行った。

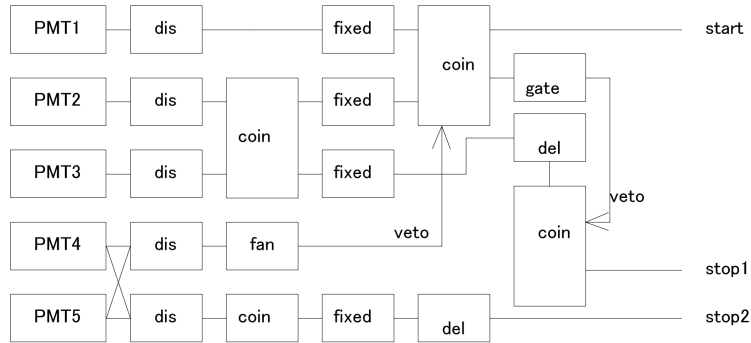


図 8: 回路

dis	discriminator	del	analog delay(62ns)
coin	coincidence	fixed	fixed delay(105ns)
fan	fan in fan out	gate	gate generator

上記の回路を論理記号を用いて表すと

$$\text{start signal: } (1 \wedge 2 \wedge 3) \wedge \neg(4 \vee 5)$$

$$\text{stop1 signal: } (2 \wedge 3) \wedge \neg(1 \wedge 2 \wedge 3) \wedge \neg(4 \vee 5)$$

$$\text{stop2 signal: } (4 \wedge 5)$$

となる。veto の長さは 400ns に設定した。

## 2.5 TDC

TDC のスケールが何 sec なのか、clock generator を用いて調べた。その結果を以下の表にまとめる。

ns	TDC count
1000	1.43531e+06 ± 232.266
2000	2.74997e+06 ± 327.665
3000	4.04568e+06 ± 297.981
4000	5.33513e+06 ± 331.813
5000	6.65349e+06 ± 379.765
6000	7.97031e+06 ± 382.281
7000	9.28606e+06 ± 415.853
8000	1.05841e+07 ± 451.926
9000	1.19208e+07 ± 483.435
10000	1.3223e+07 ± 503.73
11000	1.45423e+07 ± 556.491
12000	1.58831e+07 ± 605.987
13000	1.70649e+07 ± 651.231
14000	1.85218e+07 ± 1075.98
15000	1.98185e+07 ± 1114.77
16000	2.11667e+07 ± 849.209
17000	2.23661e+07 ± 954.133
18000	2.37245e+07 ± 6707.35

表 3: 時間 (ns) と TDCcount

表 3 を横軸 ns、縦軸 TDCcount でプロットし、一次関数でフィットしたものが図 9 である。

以上より CH0 は  $1 \text{ ns} = 1310.62 \pm 0.025 \text{ TDCcount}$ 、オフセットは  $114895 \pm 172 \text{ TDCcount}$  となった。同様の計測を行い CH1 は  $1 \text{ ns} = 1311.59 \pm 0.0007 \text{ TDCcount}$ 、オフセットは  $112644 \pm 5.116 \text{ TDCcount}$  となった。

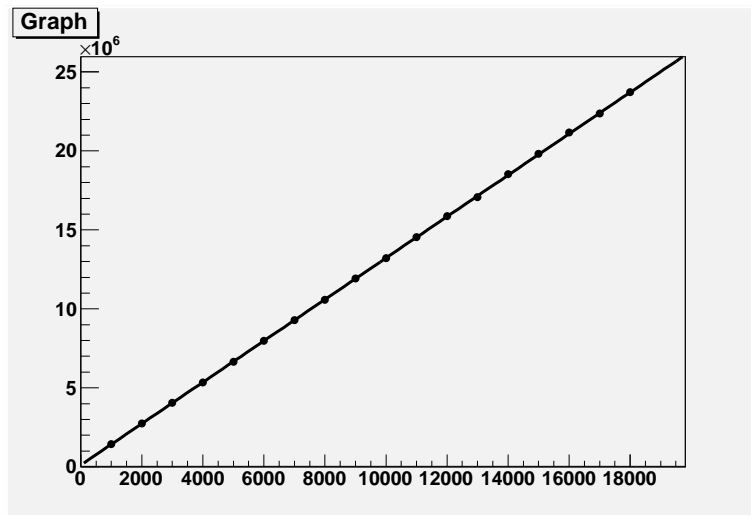


図 9: TDC 較正

### 3 光電子増倍管 ( P M T ) の設定

#### 3.1 光漏れのチェック

装置を運用する上で  $\mu$  粒子の崩壊に伴うプラスチックシンチレーターからの発光のみを検出するために、装置に外部の光が侵入 ( 光漏れ ) しないようにプラスチックシンチレータおよび機器の接続部分に覆いをする必要がある。もし覆いが不完全であれば、室内灯点灯時と消灯時で P M T のカウント率が変化するはずである。このことを利用して光漏れを防げているかを確認することができる。P M T のカウント率はスケアラーストップウォッチを用いて確認した。

#### 3.2 電圧設定

ここではな寿命および  $g$  因子測定で採用した電圧の設定方法を述べる。

今回の実験においてもっとも難航したもののひとつがこの電圧設定である。実験を進めていく上で不具合などが生じ、測定をやり直すことがしばしばあったため論理的にではなく、応急処置的に対応した部分もあった。

実験で用いた設定方法を述べるだけで済ませたほうがより簡潔であるが、本実験で行った電圧の決め方には不十分な点が多いため、最終的に採用した方法にたどり着くまでの過程も同時に記すことにする。

##### 3.2.1 検出率

あるイベントに対して P M T が正しい挙動を示しているかどうかということを確認するのは重要なことである。ここでいう正しい挙動とは、一つの放射線 ( あるいは宇宙線 ) によってプラスチックシンチレーターが発光したときに、P M T がその光を正しく増幅して、信号を出すことである。これを検証するために行ったのが次式で定義される検出率の測定である。

$$\text{検出率} = \frac{\text{着目する P M T 以外の P M T が同時に反応した回数 } A}{\text{全ての P M T が同時に反応した回数 } B}$$

この値が大きいということは、ある放射線または宇宙線が装置を上から下に貫通して、全ての P M T が反応するようなイベントが起こったときに着目する P M T が反応していないということが起こりにくいことを意味する。

ただしここで定義された検出率は、一部の  $\mu$  粒子のように銅版で停止して崩壊して三枚のプラスチックシンチレーターを貫通しないようなイベントに対して、全シンチレーターを一つの粒子が貫くようなイベントが十分に大きいときのみ " 検出率 " として意味を成すことに注意が必要である。

まずこの検出率が大きくなるように P M T の電圧を決めていくことにする。検出率の具体的な測定の方法は次のようにした :

1. まず検出率を求める一つのPMTを除いて、そのほかのすべてのPMTの電圧をそのPMTが反応する程度に適当な値で固定する(たとえば-1500 Vなど)。この状態で、検出率を求めるPMTの電圧を100 V刻みで変更しながら、一定時間(今回は5分程度とした)A,Bの値を測定し、各電圧値における検出率を求める。
2. 電圧に対して検出率をみてみると、印加する電圧がある一定の値を超えたところで検出率は変化が小さくなる。検出率が最も高かった電圧値のなかで一番電圧の小さいものをそのPMTの暫定的な電圧値として固定する。これを他のPMTに対しても行い、すべてのPMTの暫定値を決める。
3. 再び同じ操作を繰り返すのだが、今回は固定する電圧を暫定値にしておく。
4. そうして、すべてのPMTの検出率を再度測定して、最大検出率を記録した電圧が暫定値と同じであった場合は、それが最終的な設定値になる。もし暫定値と異なった場合は、それを暫定値として に戻る。

検出率を用いた電圧の決め方は機械的に電圧を決められるので簡単であるが、今回使用したPMTでは設定電圧が高くなりがちであった。そのためにアフターパルスが頻繁に発生しており、改善を余儀なくされた。

### 3.2.2 アフターパルスの低減とシングルレート

前節で述べた検出率の代わりに、本実験のPMTの電圧の設定は、各PMTが単位時間あたりに反応する割合(シングルレート)を元に決めることにした。今回の実験ではTDCの測定時間を最大20  $\mu\text{s}$ としているので、この時間間にPMTが再度反応しても、そのデータは記録されないことになる。よって、PMTが反応する時間間隔を少なくとも20  $\mu\text{s}$ 以上、つまり毎秒50000カウント以下にする必要がある。これで、TDCが測定する最大時間間に複数のイベントが起こらないようにすることができる。

これに加えて、アフターパルスの発生を低減しつつ、ある程度のイベント数を稼げるようにするには、毎秒500カウント程度のカウント率になるように電圧を調整することがよいことがわかった。この状態で検出率を測定してみると、一番低いもので70%程度、高いものでは90%程度であった。

最終的な設定においてもシングルレートを重視した。もちろん、検出率が低すぎると、有効なデータが減ってしまい、解析を行う段階で無理が生じてしまうのであるが、上記のように最低でも70%を超える検出率を示しており、これらの方法ではこれ以上の検出率を記録するのはできなかったため、この設定法を採用することにした。

寿命測定を行う際に設定した電圧の値は表4のとおりである。



PMT1	1900V
PMT2	2270V
PMT3	2400V
PMT4	2250V
PMT5	1850V

表 4: 寿命測定における電圧の設定値

補足 PMTの電圧設定の基本的な方針は上に述べたとおりであるが、実際に実験を進めていくうえで機器の不良等が見つかったので、電圧の設定をその都度変更した。特に  $g$  因子の測定においては、真ん中のシンチレータに接続されたPMTの波形が乱れるという現象が発生していた。これの start 信号のトリガーとしての役割が損なわれることを防ぐために、コインシデンスをとる一番上のシンチレータに接続されたPMT 1のアフターパルスをできる限り軽減する必要がある。そのため、PMT 1の電圧を測定が可能なぎりぎりの範囲まで落として、アフターパルスを最大限軽減したうえで測定を行った。 $g$  因子測定時の電圧設定は表 5のとおりである。

PMT1	1700V
PMT2	1850V
PMT3	2400V
PMT4	2250V
PMT5	1850V

表 5:  $g$  因子測定における電圧の設定値

### 3.2.3 Discriminator の閾値設定

PMTの電圧設定と同時に重要になってくるのが Discriminator の閾値設定である。この閾値をうまく設けることによってPMTのデータのうち低エネルギーのイベントだけをシャットダウンすることができる。

今回の実験では Discriminator の threshold の設定はかなり受動的に行った。最初に適当な値(たとえば 50 mV)にしてデータを試し取りし、そのデータをみて、ヒストグラムがバックグラウンドに埋もれるようなことがあれば上げたり、逆に極端にデータ数が少なくなってしまう場合は下げることにより対処した。

## 4 解析

この章では得られたデータの解析の方法と、その結果を記す。今回の実験ではデータの取得に上下二枚のシンチレータを用いているため、一回の測定に対してデータは二つ得られる。しかしながら、装置の不調のために最終的な解析作業は一番下のシンチレータCから得られたデータに対してのみ行っている。したがって、これから示すヒストグラム等はすべてシンチレータC装置から得られたデータについてのものであり、そのことを以下断らないので注意していただきたい。

このことについては「5 考察・結果」で説明する。

### 4.1 得られたデータのキャッシング

フィッティング等の解析を行うために、まず不要なデータを取り除く。「2 実験装置」のところで説明したように、銅板で捕獲された $\mu$ 粒子が崩壊すると、電子あるいは陽電子が上下いずれかのシンチレータを通過する。銅板中での $\mu$ 粒子の崩壊と思われるイベントは上下の検出器を同時に反応させることはない。したがって、得られたデータのうち上下両方のシンチレータが反応したイベントはカットしても差し支えない。また、今回の実験では最大でも $20\ \mu\text{s}$ の時間間隔しか測定しないように設定しているため、以下すべてのヒストグラムは $20\ \mu\text{s}$ までの範囲で描画してある。

### 4.2 寿命の解析

図10はシンチレータCで得られたカットを行う前のデータのヒストグラムで、横軸は時間(ns)、縦軸はイベント数である。これに対して「4.1 得られたデータのキャッシング」で述べたデータのカットを行ったヒストグラムが図11である。図にも示されているように、このキャッシングによって総イベント数は33009から22407に減っている。

#### 4.2.1 $\mu^+$ のみを考慮した場合

概要(p.3)のところでも説明したように、飛来する $\mu$ 粒子には $\mu^+$ と $\mu^-$ の二種類が存在している。いずれもその一部が装置の銅板で捕獲され、そのうち崩壊する。よって、得られるデータもこの二つの崩壊イベントの両方を含んだものが得られる。

$\mu^-$ は銅板中において $\mu^+$ に比べて早く崩壊することが知られている(寿命約160 ns)。この崩壊の寿命が約200 nsだとしても1000 nsでデータの数 $1/e^5 \sim 1/148$ に減少している。カットされたデータ(図11)のほとんどが $\mu^-$ のものだったとしても、1000 ns付近になればそのデータ数は

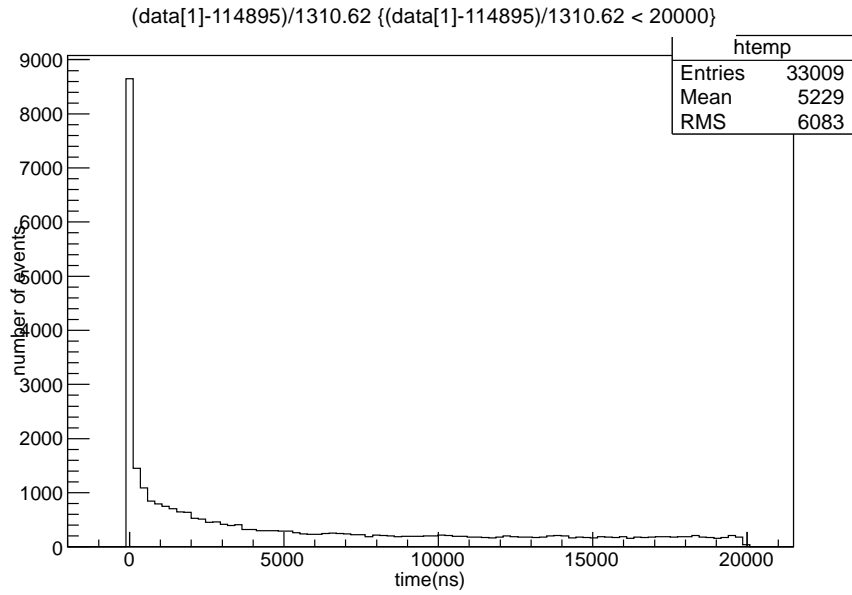


図 10: 寿命測定で得られた生のデータ

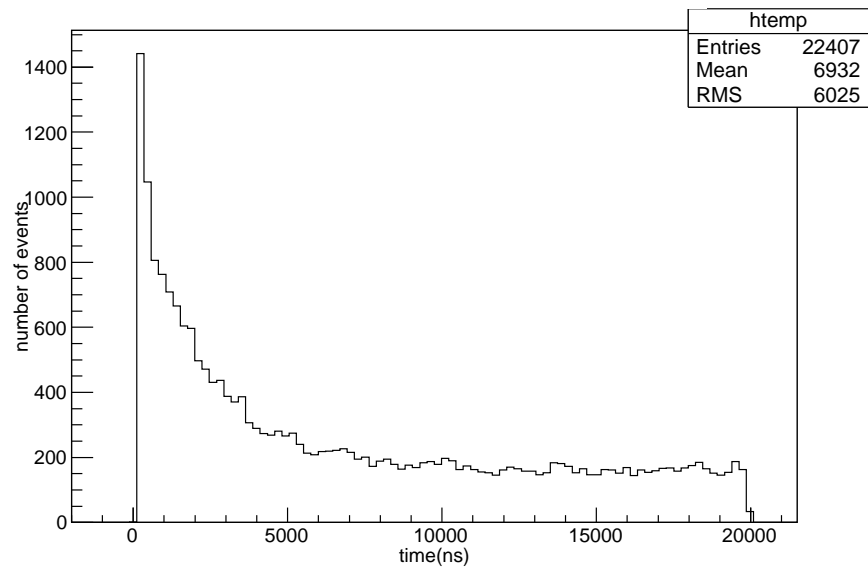


図 11: カットされたデータ

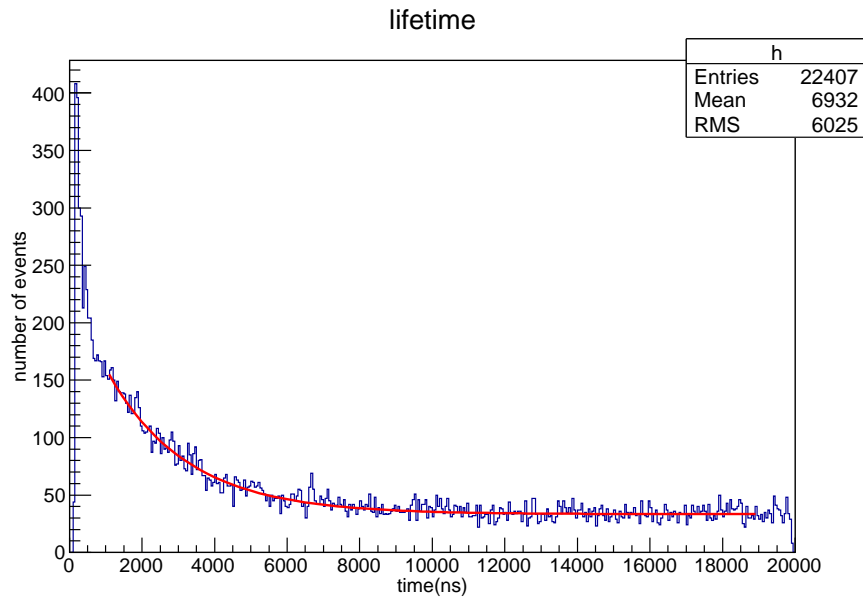


図 12:  $\mu^+$  のみを考慮した場合のフィッティング

1400(events)/148 ~ 10(events) 程度に減少しているはずである。図 11 を見れば、1000 ns 付近でも 800 近くの event があるので  $\mu^-$  のイベントはこの付近では十分小さく無視してしまえる。

したがって、まず  $\mu^+$  の寿命の解析を行うために、1000 ns 以降のデータを用いてヒストグラムをフィッティングしてみることにする。フィッティングの関数は次式で与えられる指数関数である：

$$f_+(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_+}\right) + C \quad (27)$$

ここで、 $\tau_+$  は  $\mu^+$  の寿命で、 $A$ 、 $C$  とともにフィッティングのパラメータである。パラメータ  $C$  は時間について一様なバックグラウンドを想定して付け加えられた項になっている。一様なバックグラウンドの仮定は自明なことではない。今回の測定においてどの程度バックグラウンドが一様であるかは付録 B (p. 32) を参照のこと。

式 (27) を用いてヒストグラムをフィッティングした結果が図 12 である。赤い線がフィッティングによって得られた関数を描画したものである。

この時各パラメータの値は

$$\begin{aligned} \tau_+ &= 2.19 \pm 0.07(\mu\text{s}) \\ A &= 199 \pm 8(\text{events}) \\ C &= 33.4 \pm 0.4(\text{events}) \end{aligned} \quad (28)$$

となった。

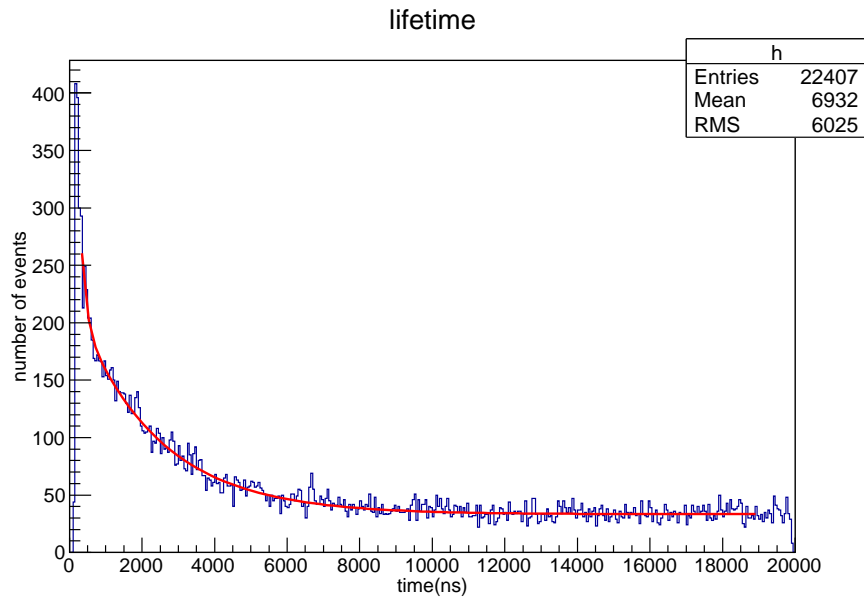


図 13:  $\mu^-$  まで含めた場合のフィッティング

#### 4.2.2 $\mu^-$ も含めた解析

前節でも述べたように、1000ns よりも早い時間からフィッティングを行えば  $\mu^-$  の効果を取り入れることができるはずである。今回の測定で得られたヒストグラム (図 fig-mucut) の下限は  $\sim 200$  ns である。このずれは図 8 (p. 11) を見ると分かるように、stop 信号の手前に合計 200 ns 弱の delay が存在しているために発生したオフセットによる。ぎりぎりの 200 ns まで用いるのは避け、この節では 250 ns から 20000 ns までのフィッティングを行うことにする。

フィッティング関数として  $\mu^-$  の項を含めたものを用意する：

$$f_{\pm}(t) = A_+ \exp\left(-\frac{t}{\tau_+}\right) + A_- \exp\left(-\frac{t}{\tau_-}\right) + C \quad (29)$$

添え字の  $\pm$  はそれぞれ  $\mu^{\pm}$  に対応する。各パラメータの役割は式 (27) と同じになっている。

式 (29) を用いてヒストグラムをフィッティングした結果が図 13 である。赤い線はフィッティングによって得られた関数を描画したもの。

この時各パラメータの値は

$$\begin{aligned} \tau_+ &= 2.22 \pm 0.07(\mu\text{s}) & \tau_- &= 0.13 \pm 0.04(\mu\text{s}) \\ A_+ &= 195 \pm 7(\text{events}) & A_- &= 7 \times 10^2 \pm 5 \times 10^2(\text{events}) \\ C &= 33.3 \pm 0.4(\text{events}) \end{aligned} \quad (30)$$

となった。

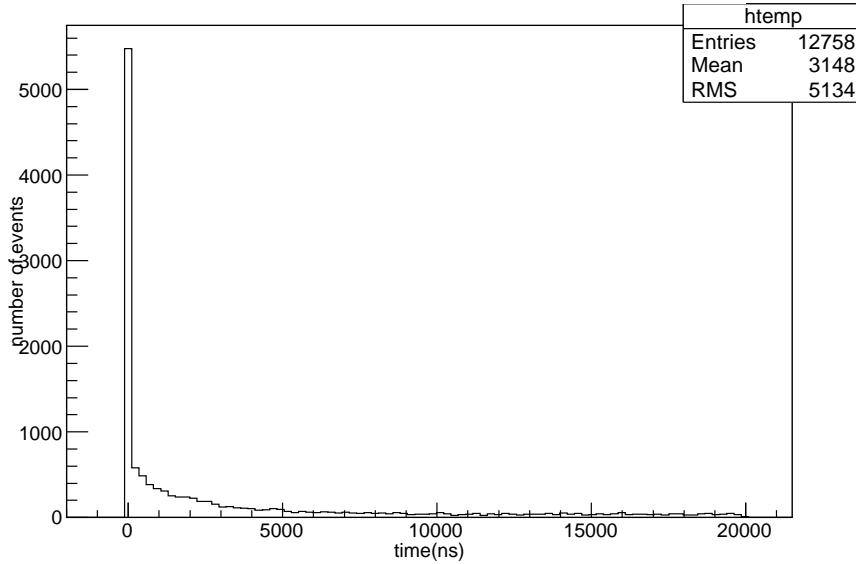


図 14: g 因子測定で得られた生のデータ

### 4.3 g 因子の解析

g 因子の解析も寿命の解析と同様に行うことができる。まず、図 14 はカットを行う前のデータのヒストグラムで、横軸は時間 (ns)、縦軸はイベント数である。これに対してデータのカットを行ったヒストグラムが図 15 である。図にも示されているように、このカッティングによって総イベント数は 12758 から 6757 に減っている。

カットされたヒストグラムのフィッティングは次の関数を用いる：

$$f_g(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) [1 + B \cos(\omega(t - t_0))] + C \quad (31)$$

ここで、 $\tau$  は  $\mu^+$  の寿命、 $\omega$  はスピンの歳差運動の角振動数で、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  とともにフィッティングのパラメータである。実際にフィッティングしてみたのが図 16 である。

フィッティングを行った結果、パラメータの値は

$$\begin{aligned} \tau &= 2.1 \pm 0.1(\mu\text{s}) \\ \omega &= 4.9 \times 10^{-3} \pm 0.3 \times 10^{-3}(\text{ns}^{-1}) \\ A &= 3.8 \times 10^2 \pm 0.2 \times 10^2(\text{events}) \\ B &= 0.07 \pm 0.03 \\ C &= 28 \pm 2(\text{events}) \end{aligned} \quad (32)$$

となった。

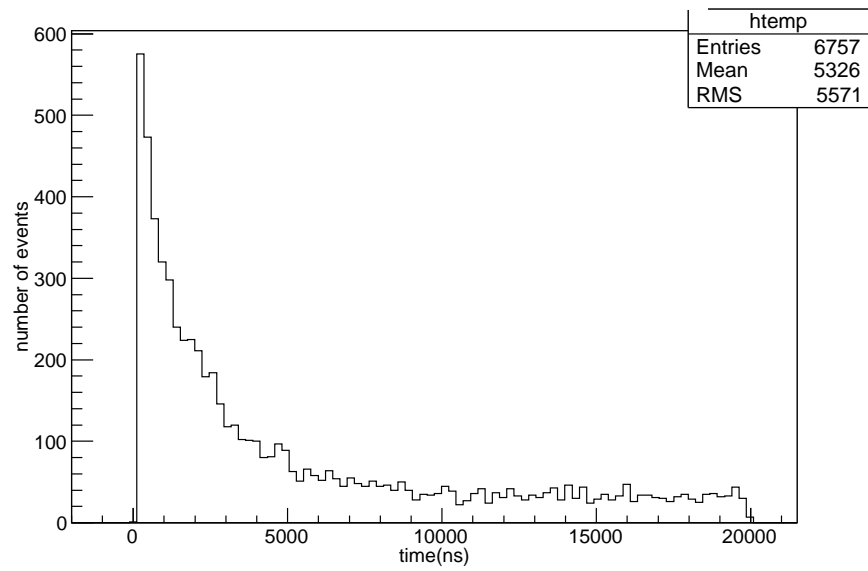


図 15: カットされたデータ

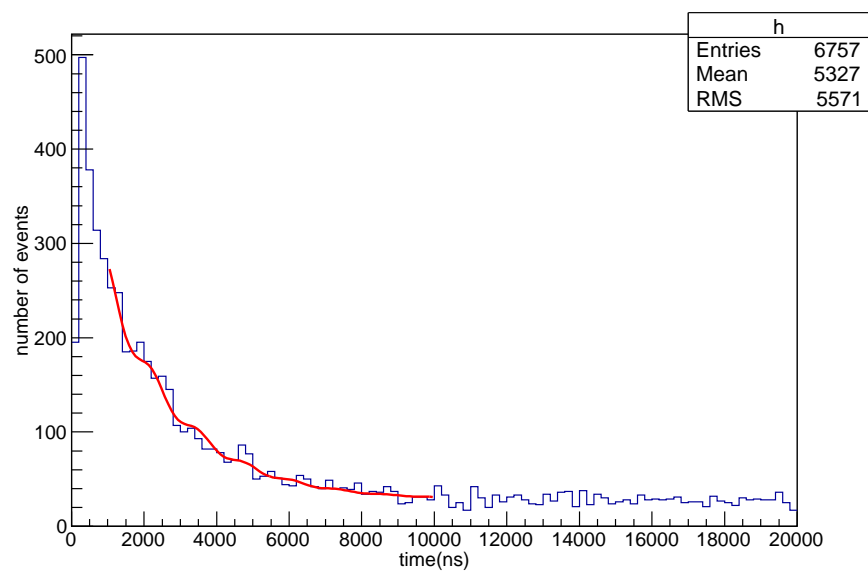


図 16: ヒストグラムのフィッティング (g 因子)

ここで得た $\omega$ の値と「2.3 コイル」で測定したコイルの磁場 $54.7 \pm 0.2$ (Gauss)の値、そして $\mu$ 粒子の質量 $m_\mu = 1.88 \times 10^{-28}$ 、電荷の大きさ $e = 1.60 \times 10^{-19}$ を式(26)に代入することで $g$ 因子の値を求めると、

$$g = 2.1 \pm 0.1 \quad (33)$$

を得た。しかしながら、図16をみると、フィッティングがあまりうまくいっていないように見える。なので、ここで得られた値には信頼性がない可能性が高い。次章でこのことをもう少し追求する。



## 5 考察・結果

### 5.1 解析結果の考察

「4 解析」のところで得た結果について考察を行う。

#### 5.1.1 寿命について

得られた結果をもう一度まとめたものが表 6 である。

	$\mu^+$ のみを考慮した場合	$\mu^-$ も考慮に入れた場合
寿命 ( $\mu\text{s}$ )	$\tau_+ = 2.19 \pm 0.07$	$\tau_+ = 2.22 \pm 0.07$ $\tau_- = 0.13 \pm 0.04$

表 6: 寿命の解析結果まとめ

これらの結果はその誤差の範囲で文献値  $\tau_+ = 2.197(\mu\text{s})$  および  $\tau_- = 0.16(\mu\text{s})$  を含む結果となった。 $\mu^+$  の寿命  $\tau_+$  はいずれの解析方法をとっても互いに誤差の範囲で交わる結果となったため、この誤差の範囲ではよく一致していることがわかるが、 $\mu^-$  の寿命  $\tau_-$  は誤差が大きい。この原因は  $\mu^-$  に対する有効なデータが 1000 ns 付近までにほとんどなくなってしまっていると考えられるので、 $\mu^+$  に比べてデータの少ないことが大きく寄与していると思われる。

#### 5.1.2 g 因子について

「4.3g 因子の解析」においてフィッティングを行った結果 (図 16) をみると、正しくフィットできていない可能性があるためこれを検証する。

そのために、フィッティング関数 (式 (31)) の位相定数の部分、すなわち  $t_0$  の部分のフィッティングの初期値に着目する。「4.3g 因子の解析」で行ったフィットの際にはこの値を 0 ns とおいてフィッティングのプロセスを通していたが、これを -500 ns から 500 ns の範囲で 100 ずつ変更しながらフィッティングの結果をそれぞれ確認していく。なお、そのほかのパラメータの初期値はすべて「4.3g 因子の解析」で行ったフィッティングのときと同じ初期値に設定してある。表 7 にその初期値を記す。

$$\begin{aligned} A &= 150(\text{events}) & B &= 0.2 & C &= 5(\text{events}) \\ \tau &= 2000(\text{ns}) & \omega &= 0.003(\text{ns}^{-1}) & t_0 &= -500 \sim 500(\text{ns}) \end{aligned}$$

表 7: 初期値の設定値

こうしてフィッティングを行い、それぞれの  $t_0$  に対する結果を表 8 にまとめた。この表をみると、フィッティングの初期値を変えることによって、異

なる結果が得られることがわかる。各フィットの  $\chi^2$  はほとんど変わらないので、フィッティングの結果だけをもってそれぞれの結果に優劣をつけるのは難しい。

g 因子の測定にかけることのできた時間は寿命の測定と同じく約二週間であったが、データ数は寿命のものに比べてかなり少ない。この原因として考えられるのは、「2 実験装置」のところに説明があるように、g 因子の測定では一番上のシンチレータの高さを寿命の測定に比べて高くしてあることで、装置を貫通する  $\mu$  粒子の数が減ったのではないかと予想される。

初期値	$t_0(\text{ns})$		$\omega(\text{ns}^{-1})$	g 因子	$\chi^2$
		フィット後			
-500		$(4.5 \pm 2.2) \times 10^2$	$(3.1 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	$1.3 \pm 0.1$	35.1104
-400		$(4.5 \pm 2.2) \times 10^2$	$(3.1 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	$1.3 \pm 0.1$	35.1104
-300		$(4.5 \pm 2.2) \times 10^2$	$(3.1 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	$1.3 \pm 0.1$	35.1104
-200		$(-2.4 \pm 1.0) \times 10^2$	$(8.7 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$3.7 \pm 0.1$	29.8532
-100		$(-3.0 \pm 2.1) \times 10^2$	$(4.9 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$2.1 \pm 0.1$	36.2479
0		$(-3.0 \pm 2.1) \times 10^2$	$(4.9 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$2.1 \pm 0.1$	36.2479
100		$(-3.0 \pm 2.1) \times 10^2$	$(4.9 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$2.1 \pm 0.1$	36.2479
200		$(4.8 \pm 0.7) \times 10^2$	$(8.7 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$3.7 \pm 0.1$	29.8532
300		$(1.1 \pm 0.9) \times 10^2$	$(10.7 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$4.6 \pm 0.2$	39.0525
400		$(8.4 \pm 0.6) \times 10^2$	$(8.7 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$3.7 \pm 0.1$	29.8532
500		$(24.8 \pm 1.3) \times 10^2$	$(-3.1 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	$1.3 \pm 0.1$	35.1104

表 8: 各  $t_0$  の初期値に対する振動数  $\omega$  と g 因子およびフィットの  $\chi^2$  値

## 5.2 反省

- PMT の電圧設定について、一定のガイドラインを作成しきれなかったこと。「3 光電子増倍管 (PMT) の設定」のところでも述べたように、PMT の設定は検出率の方法を経て、シングルレートの方法を採るに至ったのであるが、最終的に時間が足りず、シングルレートの方法を徹底できなかった。
- Discriminator の設定もあいまいなままで、その影響を十分に検証できなかった。
- アフターパルスや、おかしな波形を出す PMT が多かったので、機器の構成 (論理回路、電圧、新旧品の交換) を再考すれば、有効データ数を増やせたと思われる。(これについては、未検証であるため詳しい議論は省くが、次節に不具合の詳細を書くことにする)

### 5.3 機器の不具合について

「4 解析」の冒頭でも記したように、今回の実験において stop 信号の一つを担う予定だった真ん中のシンチレータに取り付けられた PMT2 台が不具合を起こした。そのため、今回の解析においては stop1 のデータを用いることができなかった。

この原因は不明のまま実験を終えることとなったが、今後のために今現在考えられる原因を列挙しておこうと思う。

#### PMT の故障

真っ先に考えられるのは PMT 自身が故障していたため正しい信号が送れなくなっているという事態である。今回の実験で用いた PMT のうちこのような現象を起こしたのは、「2.2 セットアップ」の PMT2 および 3 とした「H1161」2 台と「H7195」1 台である。この内、2 台の H1161 は電圧の特性があまりよくなく、検出率が最大でも 70% を下回るものであったため、これらになんらかの不具合があった可能性が指摘される。しかしながら、同様の現象が別の型番「H7195」でも起こっていることを考えるとこの可能性は疑わしいであろう。

#### シンチレータと PMT の接触部分の故障

PMT とシンチレータの接触部分には金属箔が巻かれていて、これが PMT のレンズ付近に存在している。これが今回の不具合の原因である可能性が課題演習の発表のときに指摘された。詳しいメカニズム等はわからないので、詳しく書くのは避けるが、今後実験を行う上で検証してみる必要があるだろう。

以上二つが考えられる主な原因である。これら以外の可能性を含めて今後の検証が必要であると考ええる。

### 謝辞

この実験を行うにあたって、南野先生、TA の久保さん、TA の長崎さんには様々なご助言およびご指導をいただきました。この場を借りて、皆様にお礼を申し上げます。ありがとうございました。

### 参考文献

- [1] 2004 年度 P1 レポート
- [2] J.J.sakurai 『現代の量子力学 (上)』(吉岡書店)

- [3] Peskin Schroeder 「An Introduction to Quantum Field Theory」(Westview Press)
- [4] 南部陽一郎他 「大学院 素粒子物理 1」(講談社)
- [5] ハルツェン他 「クォークとレプトン」 (培風館)

## A One-loop 補正

### A.1 Form Factor

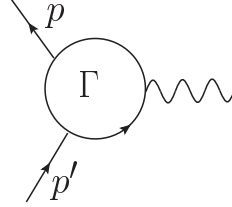


図 17: Feynman Diagram

ファインマン則より

$$iM = -ie[\bar{u}(p')\Gamma(p', p)u(p)]\tilde{A}_u^{cl}(\vec{q}) \quad (34)$$

$\tilde{A}_\mu^{cl}$  は  $A_\mu^{cl} = (\phi, \vec{A}^{cl}(\vec{x}))$  をフーリエ変換したものである  
 $\Gamma$  は  $p, p'$  の関数であり、線形結合をとって

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu A + (p'^\mu + p^\mu)B + q^\mu C \quad (35)$$

とおく。ABC は  $q^2$  の関数であり、カレント保存より  $C=0$ 。Gordon 恒等式より

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p')\left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}\right]u(p) \quad (36)$$

$$q = (p' - p)$$

これを考慮に入れると

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}F_2(q^2) \quad (37)$$

とおける。

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \xi \\ \sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \xi \end{pmatrix} \approx \sqrt{m} \begin{pmatrix} \frac{1 - \vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{2m} \xi \\ \frac{1 + \vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{2m} \xi \end{pmatrix} \quad (38)$$

とおくと

$$\bar{u}(p')\gamma^i u(p) = 2m\xi'^\dagger \left(-\frac{i}{2m}\epsilon^{ijk}q^j\gamma^k\right)\xi \quad (39)$$

$$\bar{u}(p')\left(\frac{i\sigma^{i\nu}q_\nu}{2m}\right)u(p) = 2m\xi'^\dagger \left(-\frac{i}{2m}\epsilon^{ijk}q^j\sigma^k\right)\xi \quad (40)$$

よって

$$\bar{u}(p')\left(\gamma^i F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{i\nu}q_\nu}{2m}F_2(q^2)\right)u(p) = 2m\xi'^\dagger \left(-\frac{i}{2m}\epsilon^{ijk}q^j\sigma^k[F_1(q^2) + F_2(q^2)]\right)\xi \quad (41)$$

$q \rightarrow 0$  のとき

$$iM = i(2m)e\xi^\dagger \left( \frac{1}{2m} \sigma^k [F_1(0) + F_2(0)] \xi \bar{B}^k(\vec{q}) \right) \quad (42)$$

$$\bar{B}^k(q) = -i\epsilon^{ijk} q^i A_{cl}^j(q) \quad (43)$$

M はポテンシャル中の電子散乱の Born 近似と解釈できる。ポテンシャルは磁場と磁気モーメントの相互作用のみなので

$$V(\vec{x}) = -\langle \mu \rangle \cdot \vec{B}(\vec{x}) \quad (44)$$

(42) と比較して

$$\langle \mu \rangle = \frac{e}{m} [F_1(0) + F_2(0)] \xi^\dagger \frac{\vec{\sigma}}{2} \xi \quad (45)$$

$$\mu = \frac{e}{m} [F_1(0) + F_2(0)] \frac{\vec{\sigma}}{2} \quad (46)$$

なので g 因子は

$$2[F_1(0) + F_2(0)] = g \quad (47)$$

$F_1(0) = 1$  とすれば、g 因子は 2 から  $2F_2(0)$  の分だけ変化する。次に  $F_2(0)$  を求める。

## A.2 Vertex Function

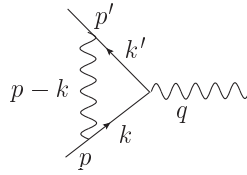


図 18: Feynman Diagram

$\Gamma^\mu = \gamma^\mu + \delta\Gamma^\mu$  とすると

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \delta\Gamma^\mu u(p) &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-ig\gamma^\rho}{(k-p)^2 + i\epsilon} \bar{u}(p') (-ie\gamma^\nu) \frac{i(\not{k} + m)}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \frac{i(\not{k} + m)}{k^2 - m^2 + i\epsilon} (-ie\gamma^\rho) u(p) \\ &= 2ie^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\bar{u}(p') [\not{k} \gamma^\mu \not{k}' + m^2 \gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu] u(p)}{((k-p)^2 + i\epsilon)(k'^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - m^2 + i\epsilon)} \end{aligned} \quad (48)$$

ここで、公式

$$\frac{1}{ABC} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{[xA+yB+zC]^3} \quad (49)$$

を用いると

$$\frac{1}{(k-p)^2 + i\epsilon(k^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - m^2 + i\epsilon)} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{D^3} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} D &= x(k^2 - m^2) + y(k'^2 - m^2) + z(k-p)^2 + (x+y+z)i\epsilon \\ &= k^2 + 2k(y p - z p) + y q^2 + z p^2 - (x+y)m^2 + i\epsilon \\ &= l^2 - \Delta + i\epsilon \end{aligned}$$

ここで  $l = k - yq - zp$ 、 $\Delta = -xyq^2 + (1-z)^2 m^2$  である。Wick 回転を行い、極座標として積分すると

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - \Delta]^3} = \frac{i(-1)^3}{(4\pi)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta} = -\frac{i}{2(4\pi)^2} \frac{1}{\Delta} \quad (51)$$

また、分子を (2) の形に変形させると

$$\begin{aligned} \text{分子} &= \bar{u}[\gamma^\mu(-\frac{1}{2}l^2 + (1-x)(1-y)q^2 + (1-2z-z^2)m^2 \\ &\quad + (p'^\mu + p^\mu)mz(z-1) + q^\mu m(z-2)(x-y)]u(p) \\ &= \bar{u}[\gamma^\mu(-\frac{1}{2}l^2 + (1-x)(1-y)q^2 + (1-4z+z^2)m^2 \\ &\quad + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q^\nu}{2m}(2m^2 z(1-z))]u(p) \end{aligned} \quad (52)$$

よって

$$\begin{aligned} \bar{u}(p')\delta\Gamma^\mu(p \cdot p')u(p) &= 2ie^2 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{1}{D^3} \\ &\quad [\bar{u}[\gamma^\mu(-\frac{1}{2}l^2 + (1-x)(1-y)q^2 + (1-4z+z^2)m^2 \\ &\quad + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q^\nu}{2m}(2m^2 z(1-z))]u(p)] \end{aligned} \quad (53)$$

前の議論より  $g$  因子に寄与するのは  $F_2(q^2)$  のみなので  $i\frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}$  の項の係数のみを考えると

$$\begin{aligned} F_2(q^2) &= 2ie^2 \int_0^1 dx dy dz \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{D^3} [2m^2 z(1-z)] \\ &= \int \frac{l^2}{8\pi^2} [\frac{1}{\Delta} 2m^2 z(1-z)] \delta(x+y+z-1) dx dy dz \end{aligned} \quad (54)$$

となる。

$q \rightarrow 0$  では

$$\begin{aligned} F_2(0) &= \frac{\alpha}{2\pi} \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2m^2 z(1-z)}{m^2(1-z)^2} \\ &= \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy \frac{2z}{1-z} = \frac{\alpha}{2\pi} \simeq 0.0011614 \end{aligned} \quad (55)$$

よって one-loop 補正を加えると  $g$  因子は  $g = 2.0023228$  となる。<sup>1</sup>

<sup>1</sup>今回は QED での one-loop 補正のみ考えたが  $\mu$  の異常磁気モーメントはこの他に弱相互作用

---

用とハドロンによる寄与が考えられており、理論値は  $g_{\mu} = 2.002331834$  と与えられる。また、現在知られている実験値は  $\mu = 2.0023318414$  である。[4]



## B バックグラウンドの一様性

ここでは本実験においてバックグラウンドがどの程度一様とみなせるかについて考える。以下述べる内容は結論に論理的な理由付けが足りていないと思われるため、本文から切り離して付録として掲載することとした。

時間  $t(\text{ns})$  の間にバックグラウンドが  $n$  回くる確率  $P(n; t)$  が Poisson 分布に従うとする：

$$P(n; t) = \frac{(rt)^n e^{-rt}}{n!} \quad (56)$$

ここで  $r$  は  $1 \text{ ns}$  当たりのバックグラウンドの平均イベント数である。ここで、ある瞬間にバックグラウンドが来てから、時間  $t$  だけ経過して時間  $t$  から  $t+dt$  のあいだに次のバックグラウンドがくる確率を  $I(t)dt$  とすると、時間  $dt$  の間にイベントが起こる確率は  $r dt$  であるから、

$$I(t)dt = P(0; t) \times r dt \quad (57)$$

となる。式 (56) を用いると、

$$I(t) = r e^{-rt} \quad (58)$$

すなわち、 $r^{-1}$  がバックグラウンドの時間間隔を特徴づけるパラメータであることがわかる。

今回のセッティングでは「3.2.2 アフターパルスの低減とシングルレート」で述べたように P M T の反応回数を毎秒 1000 回以内に抑えているので、各イベント間の最小時間間隔は  $1 \text{ ms}$  程度になっている。このことから、 $1 \text{ ns}$  当たりの平均イベント数は  $1(\text{ns}) \times 1(\text{event/ms}) = 10^{-6}(\text{events})$  であるから、 $r^{-1} = 10^6$  となる。これは、今回のフィッティングの時間範囲である  $20 \mu\text{s}$  に比べて十分に大きい。式 (58) に  $t = 2.0 \times 10^4$  を代入すると、 $I(t) \sim r \times 0.98$  となって  $t = 0$  における値  $I(0) = r$  との差は約 2% である。したがって、今回のフィッティングにおいてはバックグラウンドを定数にすることにした。