2014 前期 A1
μ 粒子の寿命測定・g 因子の測定

井上篤生　　岡﨑佑太　　高橋祐羽　　長村夏生　　細川拓也

2014 年 11 月 4 日

目次

表目次

1　概要

宇宙線の大部分を占める μ 粒子をとらえてその寿命（平均の崩壊時間）を測定する。また μ 粒子に磁場をかけることでスピンの歳差運動をとらえ理論から g 因子を決定する。

2　理論

2.1　表記

自然単位系

$$c = \hbar = 1$$

Minkowski 計量

$$(\eta_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

Pauli 行列

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dirac の γ 行列

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_2 & O \\ O & -\mathbf{1}_2 \end{pmatrix} \qquad \gamma^i = \begin{pmatrix} O & \sigma^i \\ -\sigma^i & O \end{pmatrix}$$

2.2　粒子の寿命

粒子は一定の確率 λ で崩壊していく。このことから各時刻で崩壊せずに残っている粒子数 $N(t)$ に関して次の微分方程式を立てることができる：

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$$

ただし $N(t)$ 個の粒子はそれぞれ独立とする。これを解けば、

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

となる。ここで N_0 は $t = 0$ のときの全粒子数である。これから粒子の平均崩壊時間を計算できる。これはすなわち粒子の平均寿命とよばれるものである。粒子の平均寿命 τ は、

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \mathrm{d}t\, t N(t)}{\int_0^\infty \mathrm{d}t\, N(t)}$$

先ほど求めた解をこれに代入して計算すると、

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \mathrm{d}t\, N(t) &= \int_0^\infty \mathrm{d}t\, N_0 e^{-\lambda t} \\ &= N_0 \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^\infty \\ &= \frac{N_0}{\lambda} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\int_0^\infty \mathrm{d}t\, tN(t) &= \int_0^\infty \mathrm{d}t\, N_0 t e^{-\lambda t} \\
&= N_0 \left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^\infty + \frac{N_0}{\lambda} \int_0^\infty \mathrm{d}t\, e^{-\lambda t} \\
&= \frac{N_0}{\lambda} \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^\infty \\
&= \frac{N_0}{\lambda^2}
\end{aligned}
$$

以上の計算から、

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

と求まる。したがって粒子数の時間変化、あるいは寿命の分布は、

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{1}$$

とかける。粒子の寿命の分布を調べればその粒子の平均寿命を実験的に求めることができる。

2.3　μ 粒子

地球大気に飛来する宇宙線は主に陽子や原子核などであるが、これらは空気中の原子核と衝突して多数の粒子を放出し再び粒子が別の原子核と衝突して中間子などを生成する。このうち π 中間子は弱い相互作用によって次のように崩壊し μ 粒子を生成する[1)]：

$$
\begin{aligned}
\pi^+ &\to \mu^+ + \nu_\mu \\
\pi^- &\to \mu^- + \overline{\nu}_\mu
\end{aligned}
$$

この崩壊の寿命は約 $(2.6030 \pm 0.0024) \times 10^{-8}$s である。これ以外にも様々な崩壊過程を経て大気で散乱され宇宙線の大半は μ 粒子、電子・陽電子、γ 線となる。しかし電子・陽電子、γ 線はエネルギーが小さく簡単にコンクリートなどの物質に吸収されてしまう。一方 μ 粒子は ~ 1GeV 以上のエネルギーをもつのでコンクリートなどは通り抜ける。このように実験室内で観測される宇宙線中の荷電粒子のうち 3/4 が μ 粒子を占めているため、観測される荷電粒子を μ 粒子とみなしてもよい。

ニュートリノは左巻きのものしか観測されていない。上の崩壊をパイ中間子の静止系で観測する。π 中間子のスピンは 0 でありニュートリノは左巻きでヘリシティが必ず -1 であることから、μ 粒子のヘリシティも -1 と定まる。すなわち μ 粒子は左巻きに偏極している。もし π 中間子が地表に向かって落下してきていたならば、この μ 粒子を実験室系で観測したときに左巻きと右巻きでエネルギー差が生じる。実験室系へ移る Lorentz 変換によって右巻きになる μ 粒子があったとすると、このような μ 粒子は π 中間子の進行方向と反対向きに放出されているので運動エネルギーは小さくなる。そうすると右巻きの方は観測にかかる数が左巻きに比べると少なくなる。

本実験では飛来する μ 粒子を銅板でとめる。μ 粒子の弱い相互作用による崩壊過程は次の通り：

$$\mu^+ \to e^+ + \overline{\nu}_e + \nu_\mu \tag{2}$$

$$\mu^- \to e^- + \nu_e + \overline{\nu}_\mu \tag{3}$$

μ 粒子の寿命は文献値では $(2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$s である [4]。ただし μ^- は $\mu^- + p \to \nu_\mu + n$ によって銅原子核に捕獲されてしまうことがあるため、寿命が μ^+ より見かけ上短くなる。他文献によれば銅原子核の場合約 0.16μs となる [14]。

1) π^0 については、

$$\pi^0 \to 2\gamma$$

という崩壊がおこる。寿命は約 $(8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17}$s。

2.4　静磁場中の Dirac 方程式

静磁場中の μ 粒子を議論するために、電磁場中のスピン 1/2 の粒子に対する Dirac 方程式から出発する。

$$\Big(i\gamma^\mu D_\mu - m\Big)\psi = 0 \tag{4}$$

ここで $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ である。左から $i\gamma^\nu D_\nu + m$ を作用させると、

$$\Big(i\gamma^\nu D_\nu + m\Big)\Big(i\gamma^\mu D_\mu - m\Big)\psi = \Big(\gamma^\mu\gamma^\nu D_\mu D_\nu - im\gamma^\nu D_\nu + im\gamma^\mu D_\mu - m^2\Big)\psi = 0$$

ここで Dirac 代数より、

$$\gamma^\mu\gamma^\nu = \frac{1}{2}\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} + \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \eta^{\mu\nu} - i\sigma^{\mu\nu} \qquad \Big(\sigma^{\mu\nu} := \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]\Big)$$

であるから、

$$\Big(\eta^{\mu\nu} D_\mu D_\nu - i\sigma^{\mu\nu} D_\mu D_\nu - m^2\Big)\psi = 0$$

定義より $\sigma^{\mu\nu}$ が反対称テンソルであるから 2 階共変微分は反対称成分が残って、

$$\sigma^{\mu\nu} D_\mu D_\nu = \frac{1}{2}\sigma^{\mu\nu}[D_\mu, D_\nu]$$

となる。ゆえに、

$$\Big(D_\mu D^\mu - \frac{i}{2}\sigma^{\mu\nu}[D_\mu, D_\nu] - m^2\Big)\psi = 0$$

共変微分の定義を代入して方程式にあらわれる交換子を計算する:

$$\begin{aligned}[D_\mu, D_\nu] &= (\partial_\mu - ieA_\mu)(\partial_\nu - ieA_\nu) - (\partial_\nu - ieA_\nu)(\partial_\mu - ieA_\mu) \\ &= \Big(\partial_\mu\partial_\nu - ie\partial_\mu A_\nu - ieA_\mu\partial_\nu - e^2 A_\mu A_\nu\Big) - \Big(\partial_\nu\partial_\mu - ie\partial_\nu A_\mu - ieA_\nu\partial_\mu - e^2 A_\nu A_\mu\Big)\end{aligned}$$

光子場 A_μ は可換だから、

$$[D_\mu, D_\nu] = -ie(\partial_\mu A_\nu) + ie(\partial_\nu A_\nu) = -ieF_{\mu\nu}$$

となり方程式は、

$$\Big(D_\mu D^\mu - \frac{e}{2}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - m^2\Big)\psi = 0$$

外場を静的とした Dirac 方程式の解が平面波解の重ね合わせであることから共変微分の項を $-(p_\mu - eA_\mu)(p^\mu - eA^\mu)$ に書き換えると、

$$\Big((p_\mu - eA_\mu)(p^\mu - eA^\mu) + \frac{e}{2}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + m^2\Big)\psi = 0$$

$$(E - e\phi)^2\psi = \Big[(\boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A})^2 + m^2 + \frac{e}{2}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\Big]\psi$$

E はこの系のエネルギー固有値である。これを $E = m + E^{(NR)}$ と分離して非相対論的な場合 $m \gg E^{(NR)}$ を仮定する。すると左辺は、

$$(E - e\phi)^2 = (m + E^{(NR)} - e\phi)^2 = m^2 + 2m\left[(E^{(NR)} - e\phi) + \frac{(E^{(NR)} - e\phi)^2}{2m}\right]$$

非相対論的よりポテンシャルも静止エネルギー m に比べてとても小さいと仮定して、

$$(E - e\phi)^2 \simeq m^2 + 2m(E^{(NR)} - e\phi)$$

と近似する。したがって、

$$E^{(NR)}\psi = \left[\frac{(\boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A})^2}{2m} + e\phi + \frac{e}{4m}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right]\psi$$

非相対論的な近似を用いると４次元スピノルは上２成分だけが残る。そこで

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \qquad \varphi \gg \chi$$

として２つの２次元スピノル φ, χ にわける。右辺第３項を計算すると

$$\sigma^{ij} F_{ij} = \epsilon^{ijk} \begin{pmatrix} \sigma^k & O \\ O & \sigma^k \end{pmatrix} F_{ij} = -2 \begin{pmatrix} \sigma^k & O \\ O & \sigma^k \end{pmatrix} B^k \tag{5}$$

$$\sigma^{0i} F_{0i} = i \begin{pmatrix} O & \sigma^i \\ \sigma^i & O \end{pmatrix} E^i \tag{6}$$

であるが今は静磁場中を考えているので (6) は関係ない。よって上２成分だけの方程式、

$$E^{(NR)} \varphi = \left[\frac{(\boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A})^2}{2m} + e\phi - \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B} \right] \varphi \tag{7}$$

となる。この右辺第３項は粒子が磁気モーメント、

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} = g \frac{e}{2m} \hat{\boldsymbol{s}} \qquad \left(\hat{\boldsymbol{s}} := \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} \right) \tag{8}$$

をもつことを意味する。ここで $g = 2$ である。

2.5 Lamor の歳差運動

前節の結果から粒子のスピンと磁場の相互作用 Hamiltonian は、

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} = -g \frac{e}{2m} \hat{\boldsymbol{s}} \cdot \boldsymbol{B}$$

である。磁場の方向を z 軸にとって $\boldsymbol{B} = (0, 0, B)$ とすると、

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = -g \frac{e}{2m} \hat{s}_z B = -\omega \hat{s}_z \qquad \left(\omega := \frac{geB}{2m} \right)$$

z 方向に磁場がかかっているとスピンはこの向きにそろう。つまり s_z は他の成分比べて大きな確定値をもつようになる。一方で Pauli 行列の交換関係からわかるように x, y 成分は z 成分と同時には確定値をもてない。つまり s_x, s_y の値はぼける。そこでスピンの磁場と垂直な成分の期待値を計算してみる。

この系に対応する状態ベクトルを $|\varphi(t)\rangle$ とおく。各時刻でのスピンの期待値は、

$$\langle \hat{s}_i(t) \rangle = \langle \varphi(t) | \hat{s}_i | \varphi(t) \rangle$$

で与えられる。初期状態からのユニタリ時間発展 $|\varphi(t)\rangle = e^{-i\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} t} |\varphi(0)\rangle$ を考えることで Schrödinger 描像から Heisenberg 描像へ移る。そのときスピン演算子は、

$$\hat{s}_i(t) = e^{i\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} t} \hat{s}_i e^{-i\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} t}$$

と置き換わって時間依存性をもつ。この変換で期待値は、

$$\langle \hat{s}_i(t) \rangle = \langle \varphi(0) | \hat{s}_i(t) | \varphi(0) \rangle$$

となる。まず $\hat{s}_z$ の期待値を計算してみる。すると、

$$\langle \hat{s}_z(t) \rangle = \langle \varphi(0) | e^{-i\omega \hat{s}_z t} \hat{s}_z e^{i\omega \hat{s}_z t} | \varphi(0) \rangle$$

一般にオブザーバブルとその函数は可換であるので、$\hat{s}_z$ と $\exp(i\omega \hat{s}_z t)$ が交換して、

$$\langle \hat{s}_z(t) \rangle = \langle \hat{s}_z(0) \rangle \tag{9}$$

となる。つまり z 成分の期待値は時間によらず一定である。これは磁場が z 軸方向にかかっていてこの方向のスピンの成分が確定していることによる。

x, y 成分では時間発展演算子とスピン演算子は交換しない。そこで Baker-Hausdorff の補助定理、

$$e^{i\lambda\hat{B}}\hat{A}e^{-i\lambda\hat{B}} = \hat{A} + i\lambda[\hat{B},\hat{A}] + \frac{(i\lambda)^2}{2!}[\hat{B},[\hat{B},\hat{A}]] + \frac{(i\lambda)^3}{3!}[\hat{B},[\hat{B},[\hat{B},\hat{A}]]] + \cdots$$

を用いて展開すると x 成分については、

$$\begin{aligned}
e^{-i\omega\hat{s}_z t}\hat{s}_x e^{i\omega\hat{s}_z t} &= \hat{s}_x + i\omega t[\hat{s}_z,\hat{s}_x] + \frac{(i\omega t)^2}{2!}[\hat{s}_z,[\hat{s}_z,\hat{s}_x]] + \frac{(i\omega t)^3}{3!}[\hat{s}_z,[\hat{s}_z,[\hat{s}_z,\hat{s}_x]]] + \cdots \\
&= \hat{s}_x - \omega t\hat{s}_y - \frac{(\omega t)^2}{2!}\hat{s}_x + \frac{(\omega t)^3}{3!}\hat{s}_y + \cdots \\
&= \Big(1 - \frac{(\omega t)^2}{2!} + \frac{(\omega t)^4}{4!} - \cdots\Big)\hat{s}_x - \Big(\omega t - \frac{(\omega t)^3}{3!} + \frac{(\omega t)^5}{5!} - \cdots\Big)\hat{s}_y \\
&= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}(\omega t)^{2k}\hat{s}_x - \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)!}(\omega t)^{2k+1}\hat{s}_y \\
&= \cos\omega t\cdot\hat{s}_x - \sin\omega t\cdot\hat{s}_y
\end{aligned}$$

したがって、

$$\langle\hat{s}_x(t)\rangle = \langle\varphi(0)|\hat{s}_x|\varphi(0)\rangle\cos\omega t - \langle\varphi(0)|\hat{s}_y|\varphi(0)\rangle\sin\omega t$$

$$= \langle\hat{s}_x(0)\rangle\cos\omega t - \langle\hat{s}_y(0)\rangle\sin\omega t$$

y 成分についても同様にして、

$$\langle\hat{s}_y(t)\rangle = \langle\hat{s}_x(0)\rangle\sin\omega t + \langle\hat{s}_y(0)\rangle\cos\omega t$$

あるいは、

$$\langle\hat{s}_x(t)\rangle = A\cos(\omega t + \delta) \tag{10}$$

$$\langle\hat{s}_y(t)\rangle = A\sin(\omega t + \delta) \tag{11}$$

ただし

$$A = \sqrt{\langle\hat{s}_x(0)\rangle^2 + \langle\hat{s}_y(0)\rangle^2} \qquad \tan\delta = \frac{\langle\hat{s}_y(0)\rangle}{\langle\hat{s}_x(0)\rangle}$$

(9),(10),(11) からスピンベクトルは z 軸まわりに Lamor 周波数とよばれる角周波数 ω で歳差運動していることがわかる。実験によってこの Lamor 周波数 ω と磁場 B が測定されれば、

$$g = \frac{2m\omega}{eB} \tag{12}$$

によって Landé の g 因子を実験的に求められる。

磁場がかかっているとき、スピンの歳差運動により粒子の崩壊時間の分布 (1) は修正を受ける。μ 粒子の崩壊において放出される陽電子は μ 粒子のスピンの向きに放出されやすい。したがって一定方向に検出器を構え電子・陽電子の検出をもって μ 粒子の崩壊時間を計測するならば、スピンの歳差運動の影響で磁場がないときの分布のまわりで振動することが予想される。その振動周期は先ほど導出した ω によって決まる。そこでこの振動を考慮して崩壊時間の分布が、

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\Big[1 + a\cos\big(\omega(t - t_0)\big)\Big] \tag{13}$$

という形になると仮定する。ここに現れる a は振幅、ωt_0 は位相のずれ δ にあたるものでありその値は実験によって決まるものである [12]。歳差運動をよく捉えるためには飛来してくるはじめのスピンの x, y 成分がそろっていなければならない。

2.6 異常磁気モーメント

Dirac 方程式 (4) からスピン 1/2 の粒子の g 因子は 2 であることが預言された。しかし実際には、

$$a = \frac{g-2}{2}$$

という量は 0 にならない。つまり式 (8) は補正項が付け加わって、

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m} \cdot 2(1+a)\hat{\boldsymbol{s}}$$

と書かれる。μ 粒子については実験から $a^{\mathrm{exp}} = 11659208.0(6.3) \times 10^{-10}$ という結果が得られている [2]。

まずは QED の寄与を考える [6]。自由な場合の Dirac 理論の Lagrangian は、

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Dirac}} = \overline{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$$

共変微分を導入して電磁場との相互作用を加えると、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{QED}} &= \overline{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &= \overline{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - ie\overline{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi \end{aligned}$$

第 1 項は Dirac 粒子の作用、第 2 項は電磁場の作用、そして第 3 項は保存カレント $j^\mu = i\overline{\psi}\gamma^\mu\psi$ と電磁場 A_μ の結合であり Dirac 粒子と電磁場の相互作用を表す。古典的な外場 $A_\mu^{\mathrm{cl}}(x)$ と Dirac 粒子の散乱の確率振幅は Feynman 則より、

$$i\mathcal{M}(2\pi)\delta(p^{0\prime} - p^0) = -ie\overline{u}(p')\gamma^\mu u(p) \cdot \tilde{A}_\mu^{\mathrm{cl}}(p'-p)$$

ここで $\psi(x) = u(p)e^{ip\cdot x}$ であり $\tilde{A}_\mu^{\mathrm{cl}}(p'-p)$ は古典的外場の Fourier 変換である。仮想的な光子の放出・吸収の仮定を考慮して輻射補正を入れると、

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}(2\pi)\delta(p^{0\prime} - p^0) &= -ie\overline{u}(p')\Gamma^\mu(p',p)u(p) \cdot \tilde{A}_\mu^{\mathrm{cl}}(p'-p) \\ \Gamma^\mu(p',p) &= \gamma^\mu \cdot A + (p^{\mu\prime} + p^\mu) \cdot B + (p^{\mu\prime} - p^\mu) \cdot C \end{aligned}$$

ここで A, B, C は $q^2 = (p'-p)^2$ の函数。Γ^μ と q_μ とのドット積をとると確率保存より導かれる Ward 恒等式により $q_\mu \cdot \Gamma^\mu = 0$ である。このときエネルギーの保存から上の第 2 項は消える。また第 1 項は Dirac 方程式から $u(p)$ と $\overline{u}(p)$ で挟まれると消える。以上から $C = 0$ である。

Gordon 分解より、

$$\overline{u}(p)\gamma^\mu u(p) = \overline{u}(p)\left[\frac{(p'+p)^\mu}{2m} + i\frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}\right]u(p)$$

この恒等式から $(p'+p)$ のある項を消去して係数をまとめ直せば、

$$\Gamma^\mu(p',p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}F_2(q^2)$$

静磁場中を仮定しているから古典的外場を $A_\mu^{\mathrm{cl}}(x) = (0, \boldsymbol{A}^{\mathrm{cl}}(\boldsymbol{x}))$ とおく。するとこの場における散乱振幅は、

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= +ie\left[\overline{u}(p')\left(\gamma^i F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{i\nu}q_\nu}{2m}F_2(q^2)\right)u(p)\right]\tilde{A}_{\mathrm{cl}}^i(\boldsymbol{q}) \\ &\overset{q\to 0}{\approx} +ie\left[2m\xi'^\dagger\left(\frac{-i}{2m}\epsilon^{ijk}q^j\sigma^k\left[F_1(0) + F_2(0)\right]\right)\xi\right]\tilde{A}_{\mathrm{cl}}^i(\boldsymbol{q}) \end{aligned}$$

ここでスピノルの非相対論的な場合の展開、

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p\cdot\sigma}\xi \\ \sqrt{p\cdot\overline{\sigma}}\xi \end{pmatrix} \approx \sqrt{m}\begin{pmatrix} (1 - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\sigma}/2m)\xi \\ (1 + \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\sigma}/2m)\xi \end{pmatrix}$$

を用いた。さらに $\boldsymbol{A}^{\mathrm{cl}}(\boldsymbol{x})$ のつくる磁場の Fourier 変換、

$$\tilde{B}^k = -i\epsilon^{ijk} q^i \tilde{A}^i_{\mathrm{cl}}(\boldsymbol{q})$$

を用いれば、

$$i\mathcal{M} = -i(2m)\cdot e\xi'^{\dagger}\left(\frac{-1}{2m}\sigma^k\left[F_1(0)+F_2(0)\right]\right)\xi\tilde{B}^k(\boldsymbol{q})$$

求められた $\mathcal{M}$ をポテンシャルによる荷電粒子の散乱問題に対する Born 近似として解釈すれば、ポテンシャルは式 (8) の磁気モーメント相互作用であり、

$$\begin{aligned}\langle\boldsymbol{\mu}\rangle &= \frac{e}{m}\big[F_1(0)+F_2(0)\big]\xi'^{\dagger}\frac{\boldsymbol{\sigma}}{2}\xi \\ &= \frac{ge}{2m}\xi'^{\dagger}\hat{\boldsymbol{s}}\,\xi\end{aligned}\tag{14}$$

とかける。このときここに現れる g 因子は、

$$g = 2\big[F_1(0)+F_2(0)\big] = 2+2F_2(0)\tag{15}$$

である。したがってあとは $F_2(0)$ を求めれば良い。この補正項は仮想的な光子の放出・吸収する過程に対応する。Schwinger によるこの one-loop 補正項は Feynman ダイアグラムを評価することで直接計算できて、

$$F_2(0) = \frac{\alpha}{\pi} = 0.00116$$

となる。$F_2(0)$ という量は上で定義した a に一致している。

さらに高次の項による補正も計算されており five-loop まで考慮した場合は、

$$a^{\mathrm{QED}} = 116584718.951(0.009)(0.019)(0.007)(.077)\times 10^{-11}$$

うしろの不確定さはレプトンの質量比、8 次の項、10 次の項、^{87}Rb から計算される微細構造定数 α に由来する。

標準模型 (SM) からは、

$$a^{\mathrm{SM}} = a^{\mathrm{QED}} + a^{\mathrm{EW}} + a^{\mathrm{Had}}$$

によって異常磁気モーメントが計算される。第 2 項は弱い相互作用を含めた寄与で Glashow-Weinberg-Salam 理論によって計算され、

$$a^{\mathrm{EW}} = (153.6\pm 1.0)\times 10^{-11}$$

である。第 3 項はハドロンなど QCD からの寄与である。これらすべてを足し合わせて標準模型から予想される異常磁気モーメントの値は、

$$a^{\mathrm{SM}} = (116591802\pm 49)\times 10^{-11}$$

となる [15]。この値を先ほど出した実験値と比較してみると、

$$\Delta a = a^{\mathrm{exp}} - a^{\mathrm{SM}} = (287\pm 80)\times 10^{-11}$$

である。このずれは標準理論をこえた何らかの粒子あるいは相互作用の存在を示唆するものである。

3　実験装置

3.1　実験の原理

本実験は、μ 粒子の寿命及び g 因子を測定することが目的である。まず、μ 粒子と崩壊の際に放出される電子・陽電子を捉えるための実験装置の概略を以下の図 1 に示す。

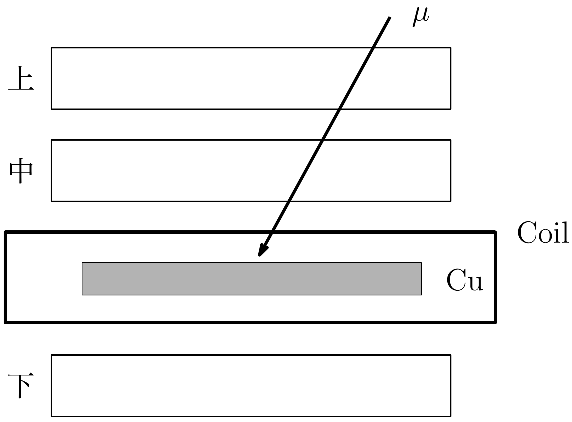

図 1　装置の概略図

ここで、上、中、下はプラスチックシンチレーター、Cu は銅板、Coil は直方体状のコイルを表している。本実験では 2 つの実験；磁場をかけない状態で μ 粒子の寿命を測定し、磁場をかけた状態で寿命及び g 因子を測定した。以下では、この装置で μ 粒子がどのような振る舞いをするのか簡単に述べる：

1. μ 粒子がどこからか降ってきて、上, 中, コイルを突き抜けて銅板にたどり着く。
2. 多くの場合、μ 粒子は銅板も突き抜けて下にまでたどり着く。しかし、あるエネルギー程度の μ は銅板で止まる。
3. 止まった μ 粒子がしばらくすると、弱い相互作用によって式 (2) または (3) のように崩壊し、陽電子または電子が生じる。
4. 陽電子/電子が中または下に到着する。

また理論で述べたように、外部磁場が存在すると μ 粒子のスピンと外部磁場との相互作用が生じて歳差運動をするため、陽電子/電子は式 (9),(10),(11) で決まるスピンと同じ方向に飛んでいく。銅板で止まってから崩壊した陽電子が中または下に到着するまでの時間を計測しその分布を調べることで、寿命と g 因子を求めることができる。

3.2　セットアップ

以下の装置を用いて実験を行った。

- シンチレーションカウンター（片読み 1 枚、両読み 2 枚）3 枚
  （片読みを上、両読みを中, 下とする）
  - 光電子増倍管（PMT）5 本
    （それぞれ A〜E とする）
  - プラスチックシンチレーター（100cm × 48cm × 1cm）3 枚
  - ライトガイド 5 枚
- コイル（90cm × 48cm × 13cm）　1 個

- 銅板（50cm × 48cm × 1cm）　2 枚

プラスチックシンチレーターと PMT は光学接着剤で固定されておりそのまわりはブラックシートと黒テープでしっかり遮光されている。

コイルの内側には棚が設けられておりそこにシンチレーター中, 下と銅板を入れる。

実験 1：μ 寿命測定

寿命を測定するときは、できるだけ多くのイベント数を取るためにシンチレーター上をできるだけ低くし、以下の図 2 のように設定した。

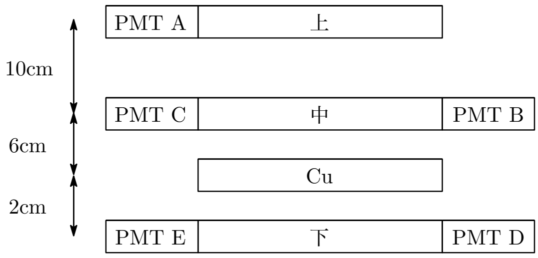

図 2　概略図 1

方法 1：銅板 2 枚

方法 2：銅板 1 枚

実験 2：g 因子測定

g 因子の測定の際は計測時にスピンの方向が磁場の向きに対して垂直であることを仮定している。シンチレータ上と中を離しておきその両方を通過した μ 粒子だけを捉えれば、垂直に飛来した μ 粒子だけを捉えたことになる。ただしシンチレータ上が中に近いと斜め方向からの μ 粒子が観測されてしまい、離れ過ぎると観測されるイベント数が減ってしまう。

銅板は磁場測定の都合上 1 枚を取り除き、残りの 1 枚を磁場が一様な中央に寄せて測定した。また μ 粒子の方向をさらに限定することもできる。

結局、以下の図 3 のように設定した。

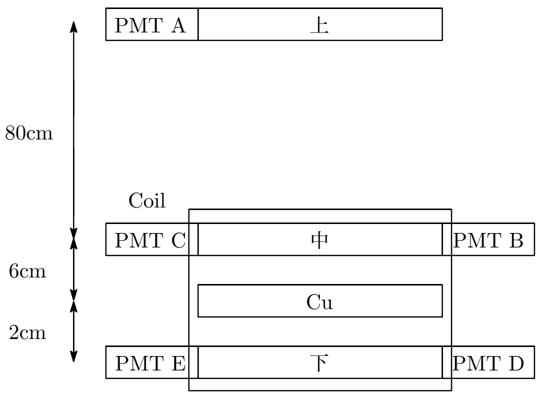

図 3　概略図 2

3.3 回路

以下のような回路を用いて実験を行った:

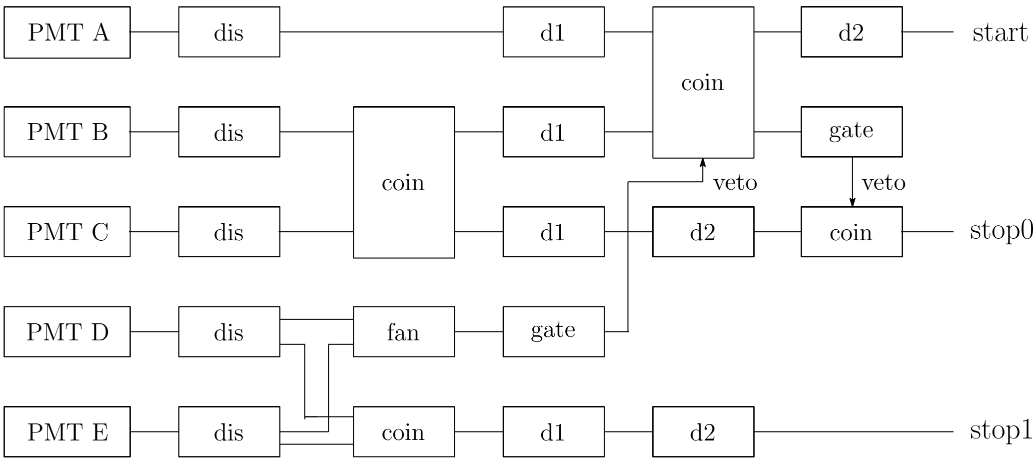

図 4　回路図 1

回路に用いた各 NIM モジュールの動作：

- dis(discriminator) アナログ信号が設定した閾値を超えたとき、NIM 信号を出力する。
- coin(coincidence) 複数の入力端子にパルスが重なって入ったときのみ、NIM 信号を出力する。
- fan(fan in/out) 複数の入力信号を合成して多数の出力に分配する。
- gate(gate generator) NIM 信号が入力されたとき、指定された幅の信号を出力する。本実験では、500ns に設定した。
- d1(delay) 信号を 315ns 遅らせる。
- d2(delay) 信号を 105ns 遅らせる。
- TDC(time digital converter) start に入った信号と stop に入った信号の時間差を計測しデジタル信号に変換して出力する。

ただし、同軸ケーブルの長さの違いによる start と stop0,stop1 への信号の到達時間のずれは測定に影響しないとして無視した。実際オシロスコープでずれを確認してみると start と stop0 のずれは 1ns 以下であり、start と stop1 のずれは 2ns ほどであった。

この回路によって、以下の 3 つの信号ができる。

- start $(A \wedge B \wedge C) \wedge \neg(D \vee E)$
- stop0 $(B \wedge C) \wedge \neg(\mathrm{start})$
- stop1 $(D \wedge E)$

start では全部のシンチレータを突き抜けてしまった μ 粒子を排除している。stop0(ch0) にはシンチレータ中から来る信号が、stop1(ch1) にはシンチレータ下から来る信号が入ってくる。

この回路を用いて g 因子の測定を行ったところ、stop1 から得られた測定結果では期待したような振動が見られなかった。これは stop1 では veto との coincidence をとらないためにノイズが多くなっていることが原因と考え、回路を以下のように変更して再び g 因子の測定実験を行った。

この回路では、以下の 3 つの信号ができる。

- start $(A \wedge B \wedge C) \wedge \neg(D \vee E)$

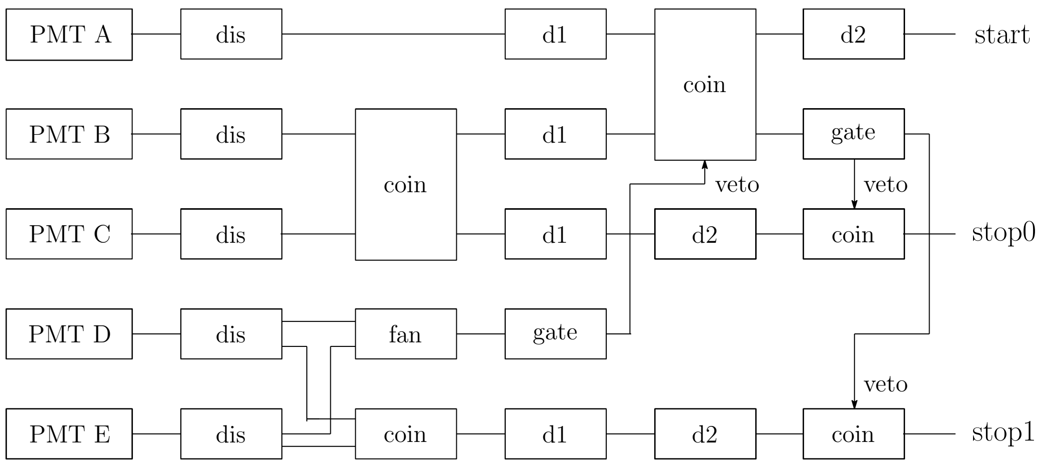

図 5　回路図 2

- stop0 $(B \wedge C) \wedge \neg(\mathrm{start})$
- stop1 $(D \wedge E) \wedge \neg(\mathrm{start})$

この回路は 9/12 からの g 因子測定に用いた。

3.4　コイル

今回の実験において、g 因子測定の際の磁場はコイルを用いて発生させた。コイルは 2004 年度 P1 課題研究用に作られたものを使用した。コイルは Main コイルと端の磁場を均一にするための 2 つの Sub コイルからなる。コイルの電流と電圧は、回路 1 では Main コイルが 31.0V,18.3A、Sub1 コイルが 4.0V,0.89A、Sub2 コイルが 3.6V,0.78A であり、回路 2 では Main コイルが 31.0V,18.3A、Sub1 コイルが 4.1V,0.91A、Sub2 コイルが 3.6V,0.78A であった。

磁場の測定は、磁場を安定させるために電流を流してから 1 日経過後に、コイル中央の銅板を入れる 50cm × 49cm の部分を図 1 のように 16 の部分に分け、ガウスメーターを用いて行った。回路 1 での測定結果を表 1 に、回路 2 での測定結果を表 2 に示す。回路 1 では各部分について 3 回ずつ、回路 2 では 2 回ずつ測定した。

図 6　コイルの磁場測定

この測定結果の平均値と標準偏差から、

回路 1 での磁場は $B_1 = 50.61 \pm 0.92\,\mathrm{Gauss}$、

表 1　回路 1 での磁場の測定 [Gauss]

場所	1 回目	2 回目	3 回目	平均
1.1	51.4	52.6	50.9	51.63
2.1	51.2	51.4	51.3	51.30
3.1	50.8	51.5	51.3	51.20
4.1	51.1	51.9	51.9	51.63
1.2	51.5	51.7	51.4	51.53
2.2	51.6	51.6	51.0	51.40
3.2	51.1	50.8	51.6	51.17
4.2	51.5	51.3	51.5	51.43
1.3	50.0	49.0	50.0	49.67
2.3	49.7	49.8	49.8	49.77
3.3	50.2	48.6	50.4	49.73
4.3	50.0	48.7	50.5	49.73
1.4	50.3	50.0	50.7	50.33
2.4	49.4	49.4	49.9	49.57
3.4	49.9	49.4	50.0	49.77
4.4	49.7	50.0	49.9	49.87

表 2　回路 2 での磁場の測定 [Gauss]

場所	1 回目	2 回目	平均
1.1	50.9	51.8	51.35
2.1	51.0	50.9	50.95
3.1	50.4	51.7	51.05
4.1	49.2	52.1	50.65
1.2	51.2	52.3	51.75
2.2	51.7	51.2	51.45
3.2	50.5	50.5	50.50
4.2	51.3	51.0	51.15
1.3	50.9	50.8	50.85
2.3	50.6	49.5	50.05
3.3	50.8	48.5	49.65
4.3	50.8	50.2	50.50
1.4	51.0	50.6	50.80
2.4	50.1	49.5	49.80
3.4	50.6	49.3	49.65
4.4	50.1	50.0	50.05

回路 2 での磁場は $B_2 = 50.66 \pm 0.84\,\mathrm{Gauss}$ と求められた。

3.5 TDC の較正

今回の実験では μ 粒子の寿命を TDC を用いて測定した。clock generator から信号を発生させ、TDC の ch0 または ch1 との間にある 105ns の fixed delay の個数を 1 個から 10 個まで変えて TDC のカウント数を測定することで、カウント数と実際の時間との対応関係を調べた。delay の時間はオシロスコープを用いて測定した。その測定結果を表 3 に示す。

表 3　TDC カウントと時間の関係

時間間隔 (ns)	Ch0 のカウント数	Ch1 のカウント数
113	2.641×10^6	2.660×10^6
210	3.921×10^6	3.919×10^6
308	5.205×10^6	5.211×10^6
406	6.493×10^6	6.509×10^6
504	7.775×10^6	7.775×10^6
603	9.073×10^6	9.091×10^6
702	1.037×10^7	1.039×10^7
801	1.167×10^7	1.167×10^7
898	1.294×10^7	1.294×10^7
996	1.423×10^7	1.424×10^7

この結果を一次関数でフィッティングすると、以下の式を得る。t は時間 (ns)、x は TDC カウント数を表す。

$$\mathrm{ch0} : t = 7.624 \times 10^{-4} x - 88.76 \tag{16}$$
$$\mathrm{ch1} : t = 7.625 \times 10^{-4} x - 88.94 \tag{17}$$

データのフィッティング結果のグラフを図 7、8 に示す。

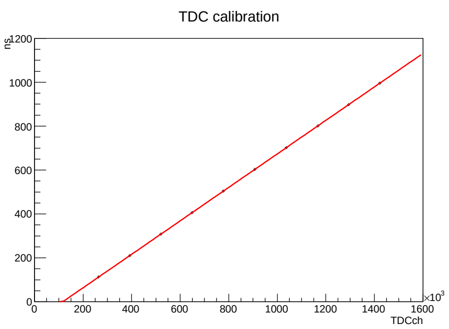

図 7　フィッティング結果：ch0

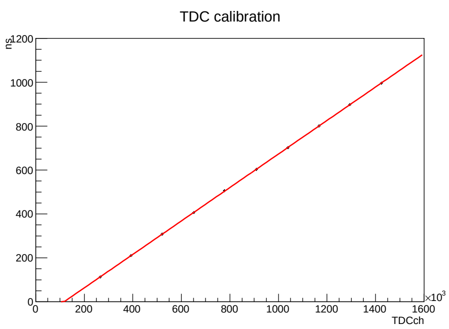

図 8　フィッティング結果：ch1

3.6 光電子増倍管

光漏れのチェック

プラスチックシンチレーターおよび PMT は、その全体をブラックシートやブラックテープで覆うことにより光漏れを防いでいるため、被覆が破れていないかをチェックする必要がある。我々は個々の PMT について、室内点灯時、消灯時におけるカウント数の比を測定することでそのチェックを行った。極端にその比が大きい物についてはブラックテープを用いて補修を行った。

PMT 電圧および Threshold 電圧の設定

PMT の電圧を設定する際、各 PMT が正しく挙動しているかどうかを調べるために、次式で定義される検出率を測定した。

$$\text{検出率} = \frac{\text{全ての PMT が同時に反応した回数}}{\text{着目する PMT 以外の PMT が同時に反応した回数}}$$

この値は荷電粒子が装置を貫通したとき、着目する PMT が他の PMT と同時に反応することができているかをみるための値である。たとえば PMT E の検出率を求めるためには図 9 のように回路を組み、適当に時間を測って同時に scalar を用いてカウントすれば、Count2/Count1 から PMT E の検出率が算出できる。実際には約 1 〜 3 分を目安にカウント数が 1000 程度になるような時間を選んで計測した。

検出率の測定および電圧の設定は以下の手順で行った:

1. まず全ての PMT の電圧を 1800V(PMT が十分反応する程度の電圧) に揃えて検出率を測定する。
2. 検出率が 80% を上回る PMT は電圧を変えない。下回るものについては 50V 刻みで上げていきながら検出率を測定する。電圧を上げてゆくとあるところで検出率の伸びがなくなるので、十分な検出率を得た最小の値に PMT の電圧を設定する。
3. 2 で電圧を設定し直した後、再び全 PMT の検出率を測定する。もし検出率 80% を下回るものがあれば 2 に戻り、電圧を設定しなおす。PMT 全ての検出率が 80% を超えたところで、それを最終的な電圧の設定とする。

8 月 22 日以前の実験では、この手順で電圧の設定を行った結果、PMT 全ての検出率が 90% を上回ったところで設定を終えることができたので、そのままデータの採取に移った。

また、Discriminator の Threshold 電圧 $V_{\rm th}$ は、この時点で全ての PMT について 20mV に設定していた。Threshold 電圧 $V_{\rm th}$ を設定することで、その値に応じたエネルギーを下回るイベントをシャットアウトすることができる。$V_{\rm th}$ が高すぎるとデータの数が減ってしまい、低すぎるとノイズが増大してしまうので、両者の間で折り合いを付ける必要がある。8 月 22 日以降の実験では、より多くのデータ数を得るために PMT の電圧を上げ、$V_{\rm th}$ を下げることを試みた。PMT の電圧に関しては、8 月 22 日以前の設定値から全ての PMT について 100V 上げたところ、依然として PMT 全ての検出率 90% 以上を維持していたのでこれを最終的な設定値とした。$V_{\rm th}$ の決定については、オシロスコープでシンチレータから送られてくる信号の電圧を見ながら、ノイズをカットするのに十分高く、かつより多くのデータ数を確保するためにできるだけ低い値に設定した。こうして決定した 8 月 22 日以降の PMT 電圧および Threshold 電圧の設定値を表 4 に示す。

表 4　PMT 電圧および Threshold 電圧の設定値 (8/22 以降)

	PMT 電圧	Threshold 電圧
PMT A	1900V	12.5mV
PMT B	1950V	12.5mV
PMT C	2150V	15.0mV
PMT D	2050V	17.5mV
PMT E	2250V	15.0mV

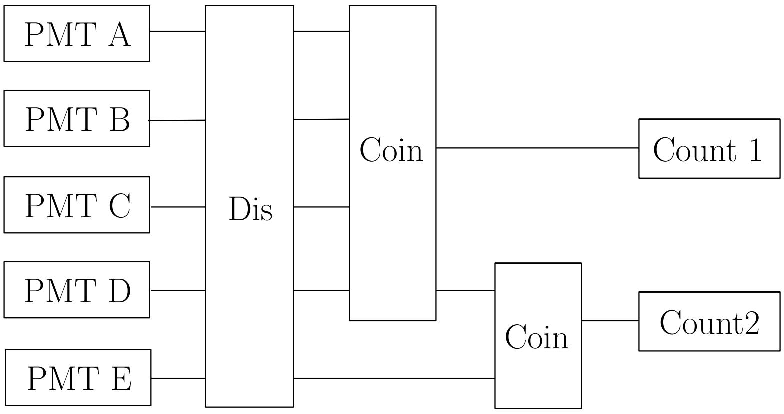

図 9　検出率測定の回路
(この図は PMT E の検出率=Count2/Count1 を測定するときの回路)

4　解析

この章では得られたデータの解析の方法とその結果を示す。今回の実験ではデータの取得に上下二枚のシンチレータを用いているため、一回の測定に対してデータは二つ得られる。

4.1　データのカッティング

フィッティング等の解析を行うために、まず不要なデータを取り除く。3.1 節で説明したように、銅板で捕獲された μ 粒子が崩壊すると、電子あるいは陽電子が上下いずれかのシンチレータを通過する。銅板中での μ 粒子の崩壊と思われるイベントは上下の検出器を同時に反応させることはない。したがって得られたデータのうち上下両方のシンチレータが反応したイベントは取り除いておく必要がある。また、今回の実験では最大でも 20μs の時間間隔しか測定しないように設定しているので、以下すべてのヒストグラムは 20μs までの範囲で描画してある。

4.2　寿命の解析

図 10、12、14、16 はシンチレータ中で得られたカッティングを行う前のデータのヒストグラムで、図 11、13、15、17 はシンチレータ下で得られたカッティングを行う前のデータのヒストグラムで、横軸は時間 (ns)、縦軸はイベント数である。これに対して 4.1 節で述べたデータのカッティングを行ったヒストグラムが図 18、20、22、24 と図 19、21、23、25 である。(ただし、0819、0820、0822 は方法 1、回路図 1 で 0908 は方法 2、

表 5　μ^+ の寿命測定結果

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
τ_+	0819	2.40±0.23(μs)	1.96±0.15(μs)
	0822	2.14±0.09(μs)	2.24±0.08(μs)
	0908	2.40±0.09(μs)	2.46±0.12(μs)
A	0819	46.4±5.0(events)	56.6±5.8(events)
	0822	238.0±12.0(events)	271.1±11.8(events)
	0908	220.5±9.9(events)	179.0±9.6(events)
C	0819	6.3±0.3(events)	4.3±0.2(events)
	0822	29.2±0.6(events)	30.6±0.6(events)
	0908	30.0±0.6(events)	29.5±0.6(events)

回路図 1 で測定したデータであり、0819 は 8 月 19 日 ∼8 月 20 日、0820 は 8 月 20 日 ∼8 月 21 日、0822 は 8 月 22 日 ∼8 月 25 日、0908 は 9 月 8 日 ∼9 月 12 日に得られたデータである。)

μ^+ のみを考慮した場合

理論のところでも説明したように、飛来する μ 粒子には μ^+、μ^- の二種類が存在している。いずれもその一部が装置の銅板で捕獲されその後電子・陽電子を放出する崩壊をする。得られるデータはこの二つの崩壊イベントを区別しないので両方を含んだものとなる。

μ^- は銅板中において μ^+ に比べて早く崩壊することが知られている。(μ^- の寿命は約 160ns)。よって 1000ns では μ^- のデータの数は $1/e^6$〜1/403 に減少している。よって図 18、図 20、図 22、図 24 と図 19、図 21、図 23、図 25 のカットされたデータのほとんどが μ^- のもので、1000ns 付近ではそのデータ数は無視できるほどに十分小さい。

したがって、まず μ^+ の寿命の解析を行うために、$1,000$ns 以降のデータに対してヒストグラムのフィッティングをしてみることにする。フィッティングには式 1 にバックグラウンドの項を加えた、

$$f_+(t) = A\mathrm{exp}\left(-\frac{t}{\tau_+}\right) + C \tag{18}$$

という函数を用いた。ここで、τ_+ は μ^+ の寿命で A、C とともにフィッティングのパラメータである。パラメータ C は時間について一様なバックグランドを仮定して付け加えられた項になっている。

式 (18) を用いてヒストグラムをフィッティングした結果が図 26、28、30 と図 27、29、31 である。線はフィッティングによって得られた関数を描画したものである。0820 の実験では Threshold 電圧が高すぎたためかデータ数が極端に少ないのでフィッティングは行わず棄却する。

この時に得られた各パラメータの値を表 5 に示した。

μ^- も含めた解析

前節でも述べたように、1000ns よりも早い時間からフィッティングを行えば、μ^- の効果を取り入れることができるはずである。今回の測定で得られたヒストグラム (図 18、図 20、図 22、図 24) の下限は ∼400ns である。線はフィッティングによって得られた関数を描画したものである。

フィッティング関数として μ^- の項を含めたものは

$$f_\pm(t) = A_+\mathrm{exp}\left(-\frac{t}{\tau_+}\right) + A_-\mathrm{exp}\left(-\frac{t}{\tau_-}\right) + C \tag{19}$$

を用いて、500ns から 20000ns までのフィッティングを行った。ただしフィッティングしたのは十分データ

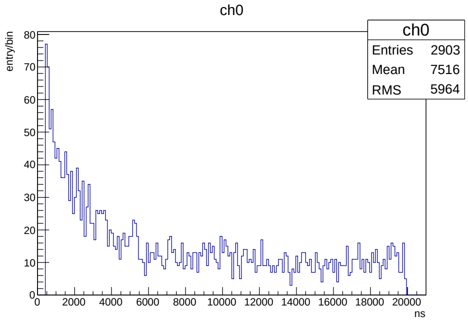

図 10　シンチレータ中から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0819)

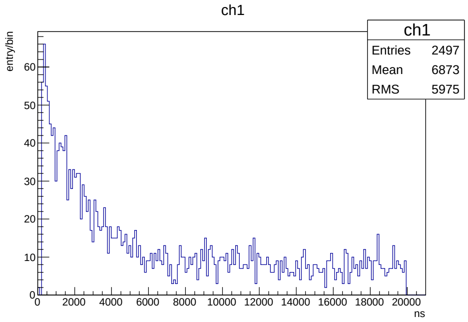

図 11　シンチレータ下から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0819)

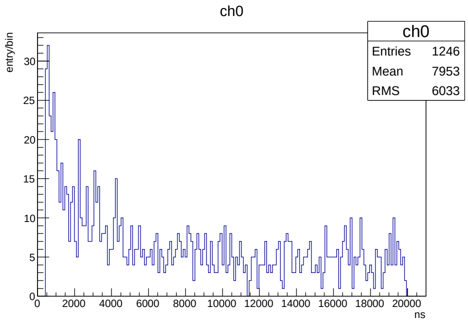

図 12　シンチレータ中から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0820)

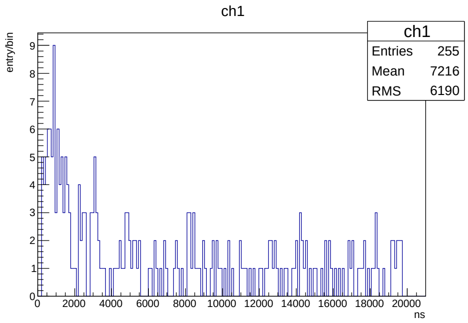

図 13　シンチレータ下から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0820)

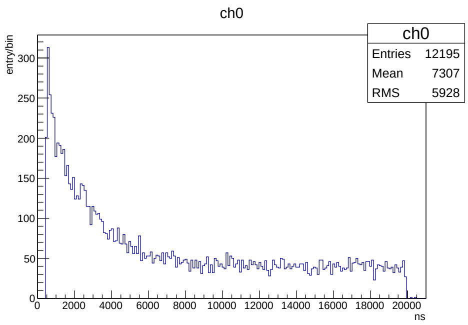

図 14　シンチレータ中から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0822)

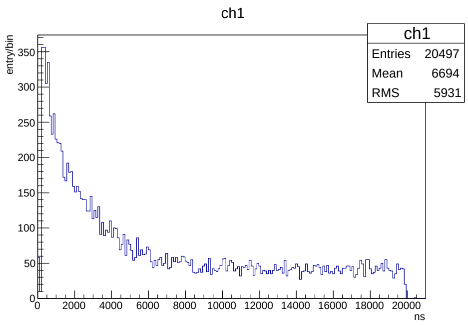

図 15　シンチレータ下から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0822)

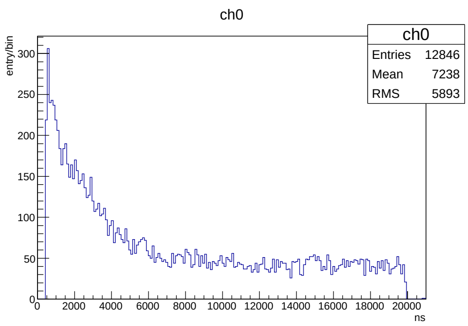

図 16　シンチレータ中から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0908)

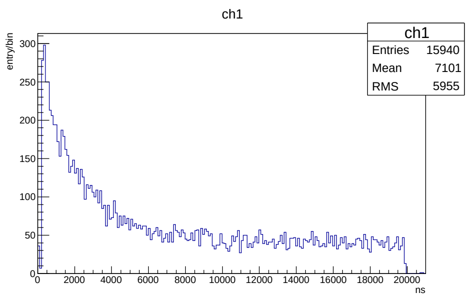

図 17　シンチレータ下から得られたカッティング前の μ 粒子の寿命 (0908)

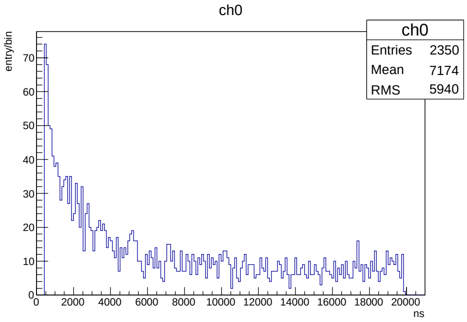

図 18　シンチレータ中から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0819)

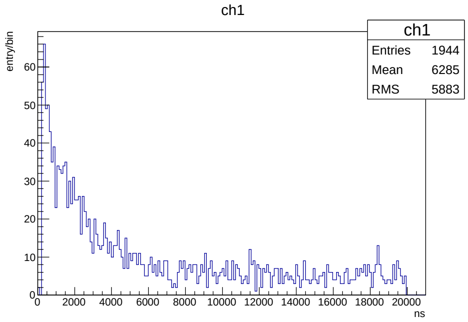

図 19　シンチレータ下から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0819)

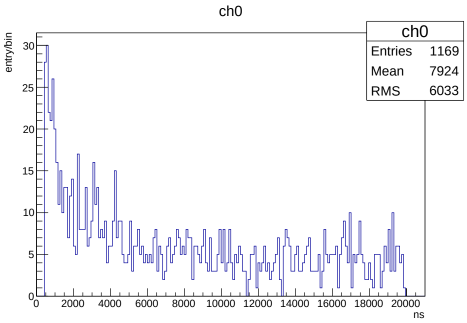

図 20　シンチレータ中から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0820)

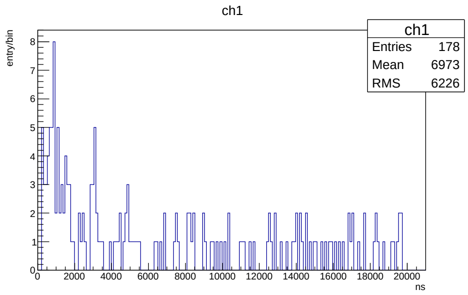

図 21　シンチレータ下から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0820)

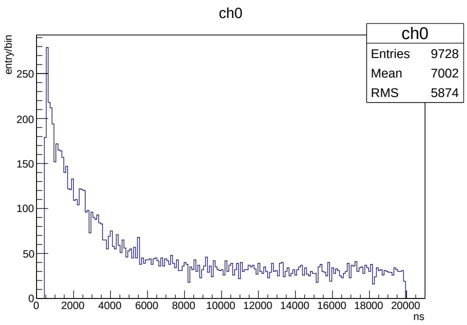

図 22　シンチレータ中から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0822)

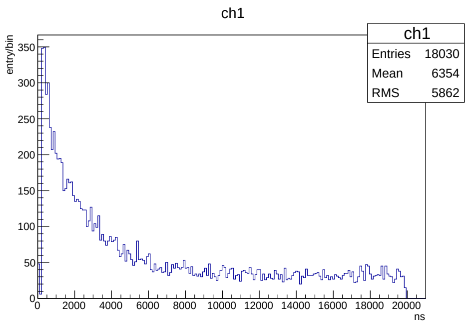

図 23　シンチレータ下から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0822)

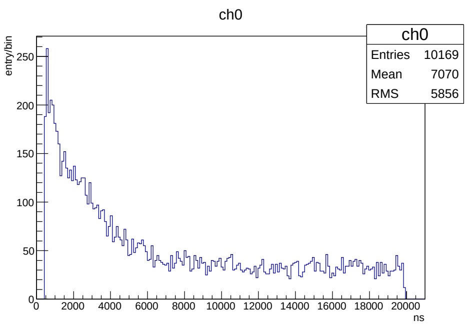

図 24　シンチレータ中から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0908)

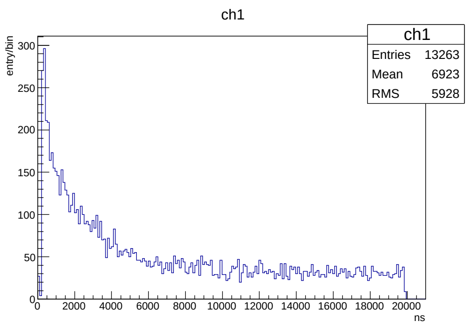

図 25　シンチレータ下から得られたカッティング後の μ 粒子の寿命 (0908)

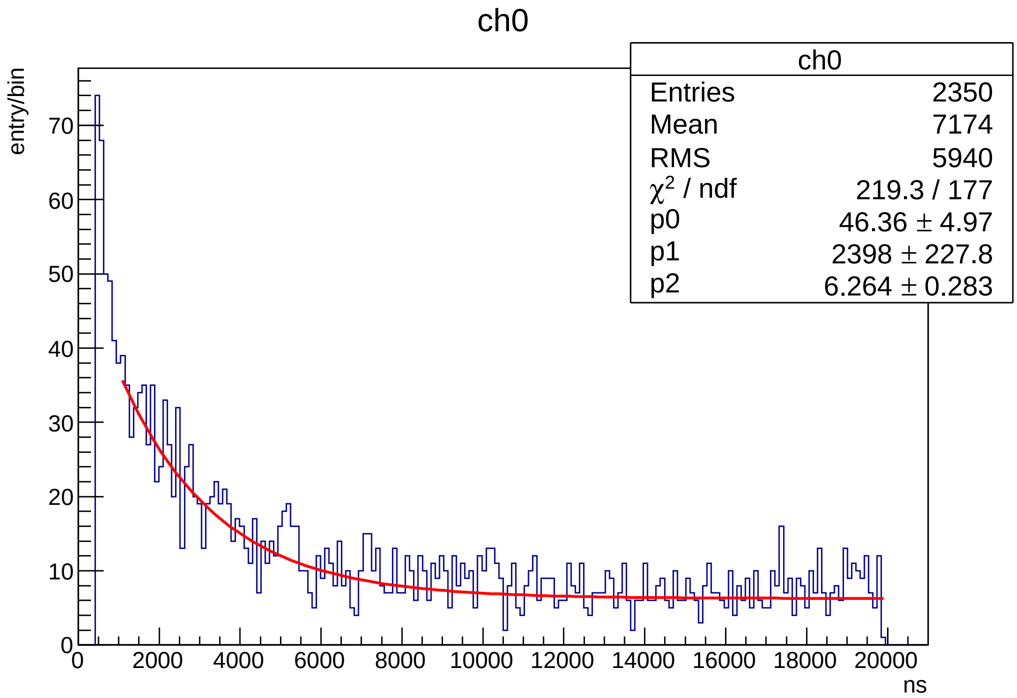

図 26　シンチレータ中から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0819)

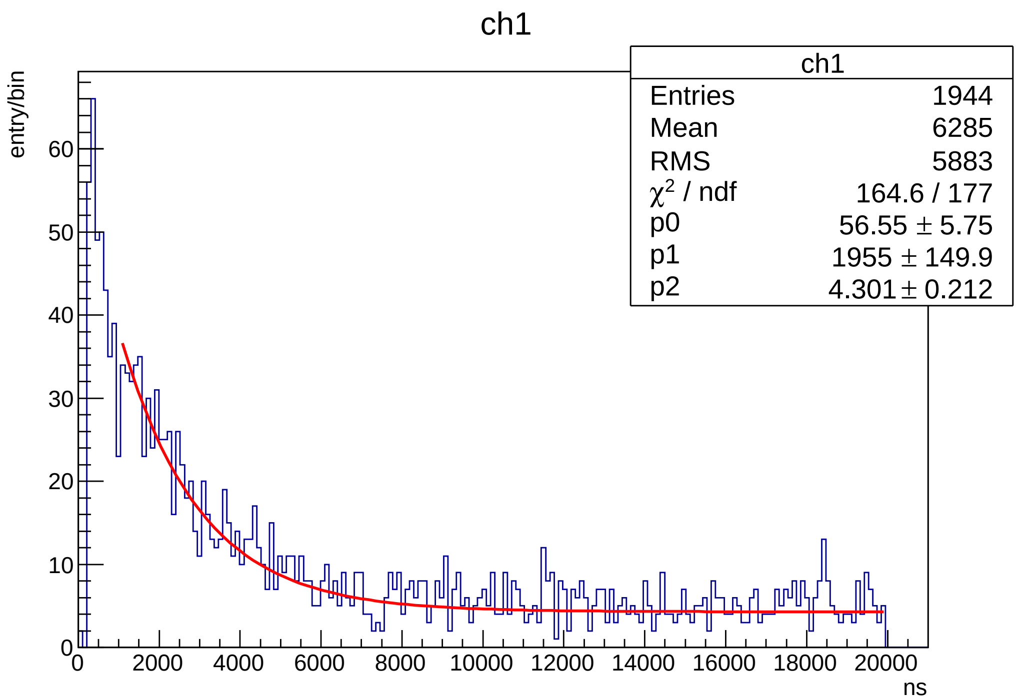

図 27　シンチレータ下から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0819)

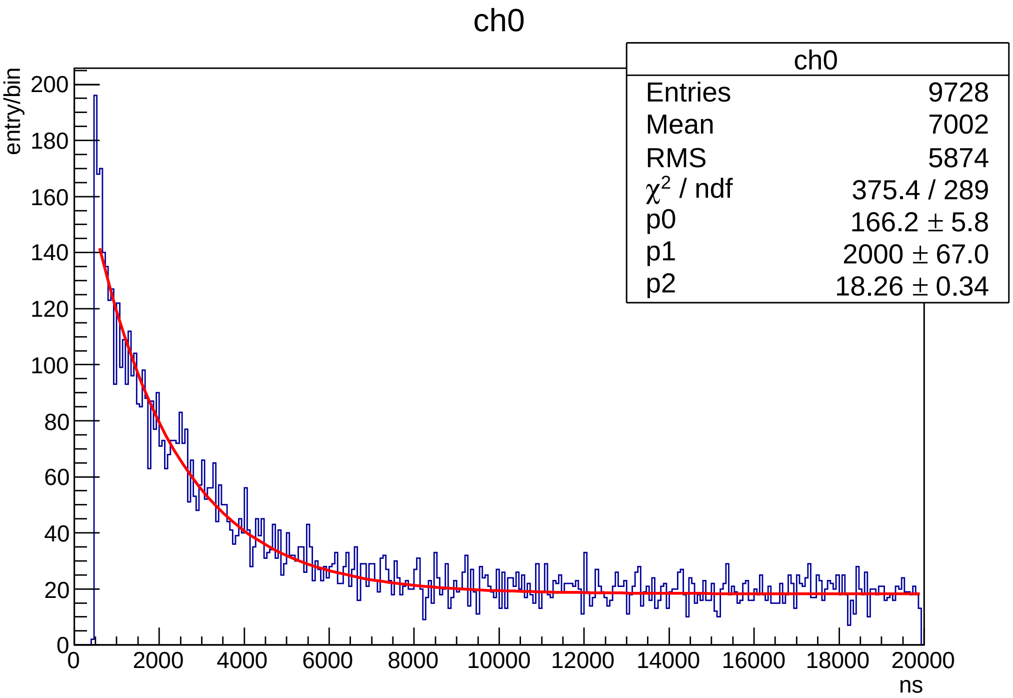

図 28　シンチレータ中から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0822)

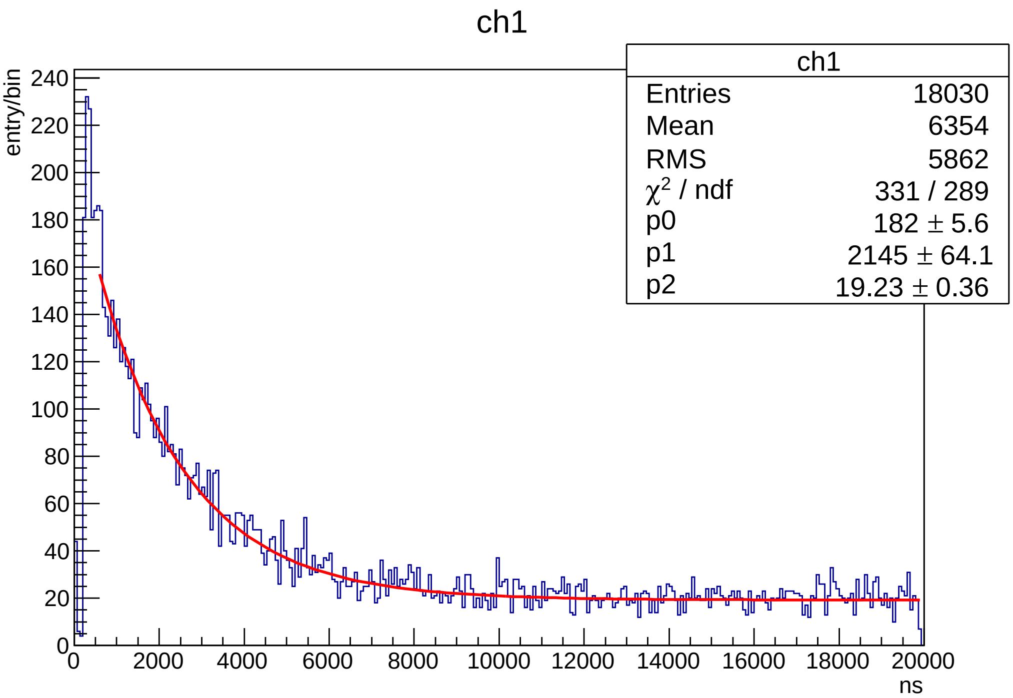

図 29　シンチレータ下から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0822)

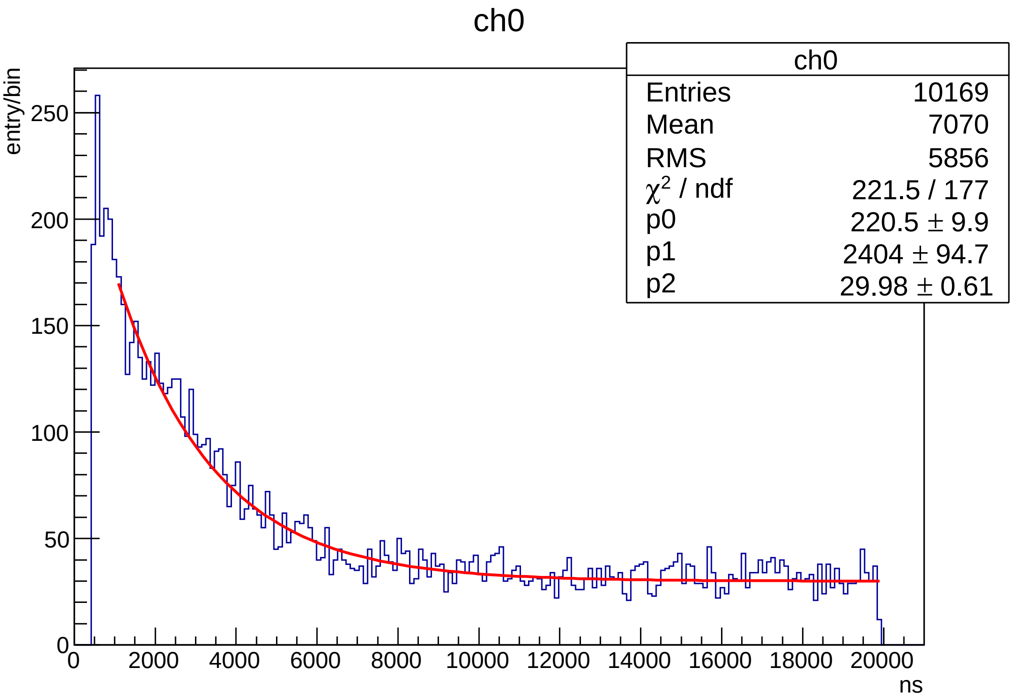

図 30　シンチレータ中から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0908)

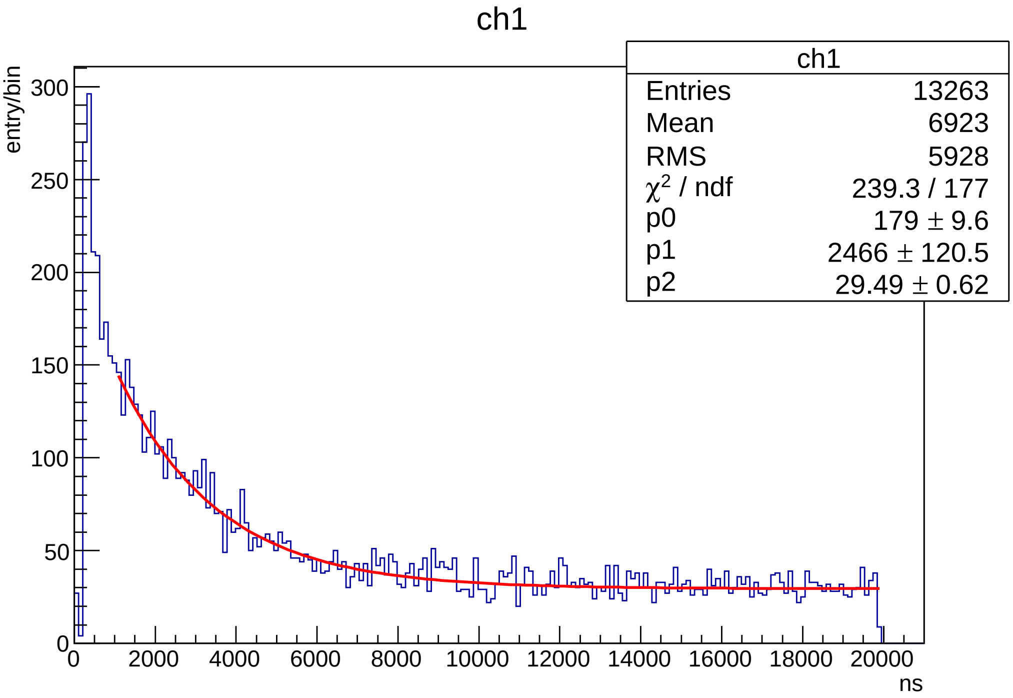

図 31　シンチレータ下から得られたフィッティング後の μ^+ の寿命 (0908)

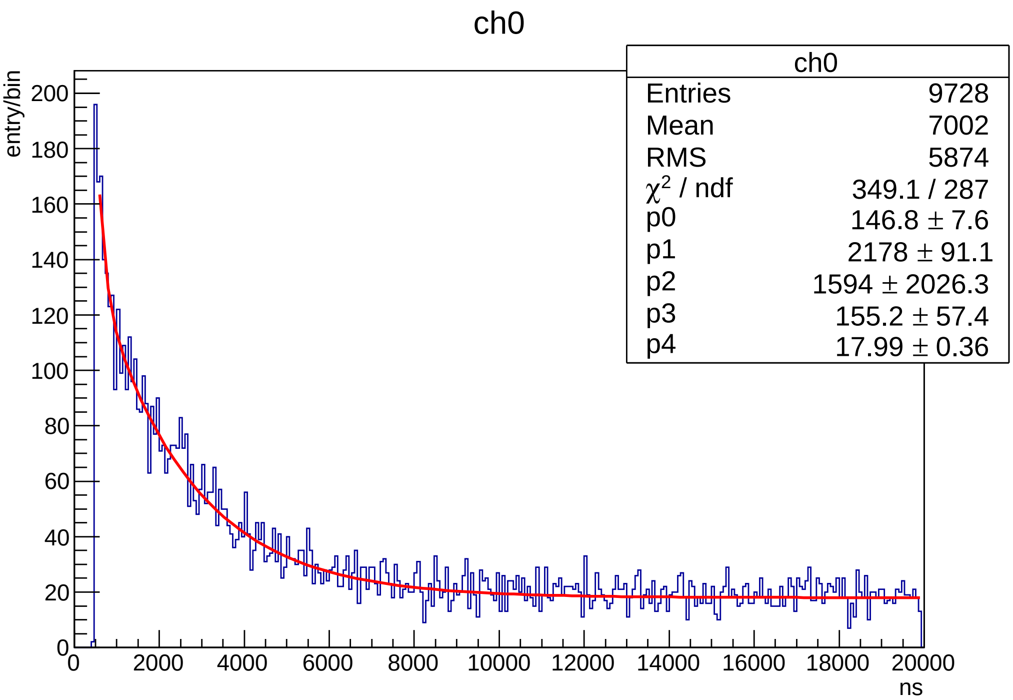

図 32　シンチレータ中から得られたフィッティング後の μ^+、μ^- の寿命 (0822)

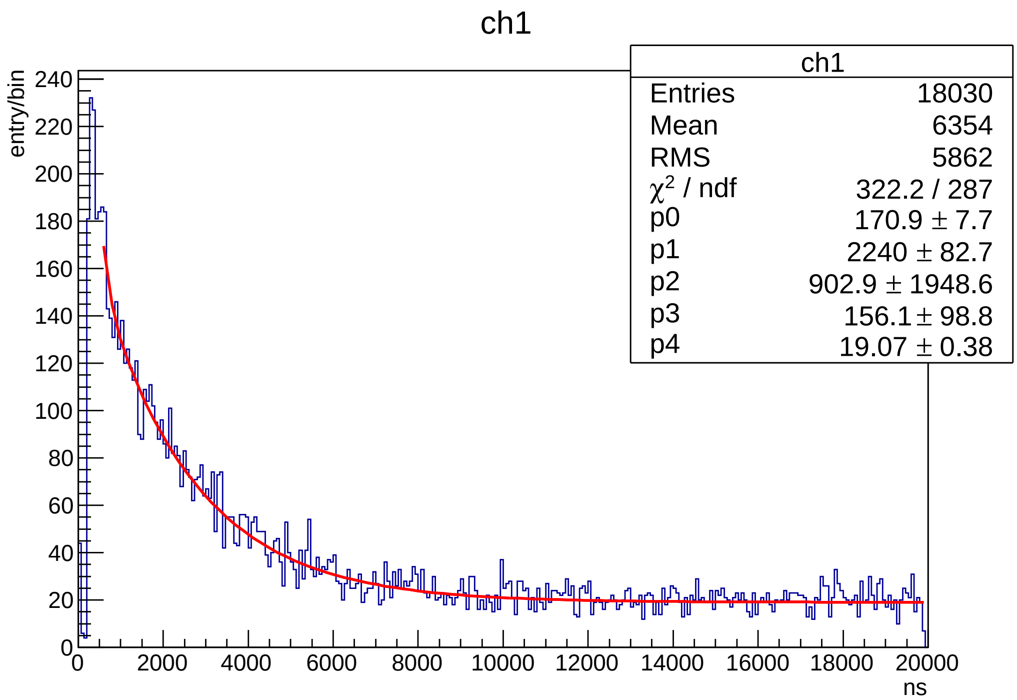

図 33　シンチレータ下から得られたフィッティング後の μ^+、μ^- の寿命 (0822)

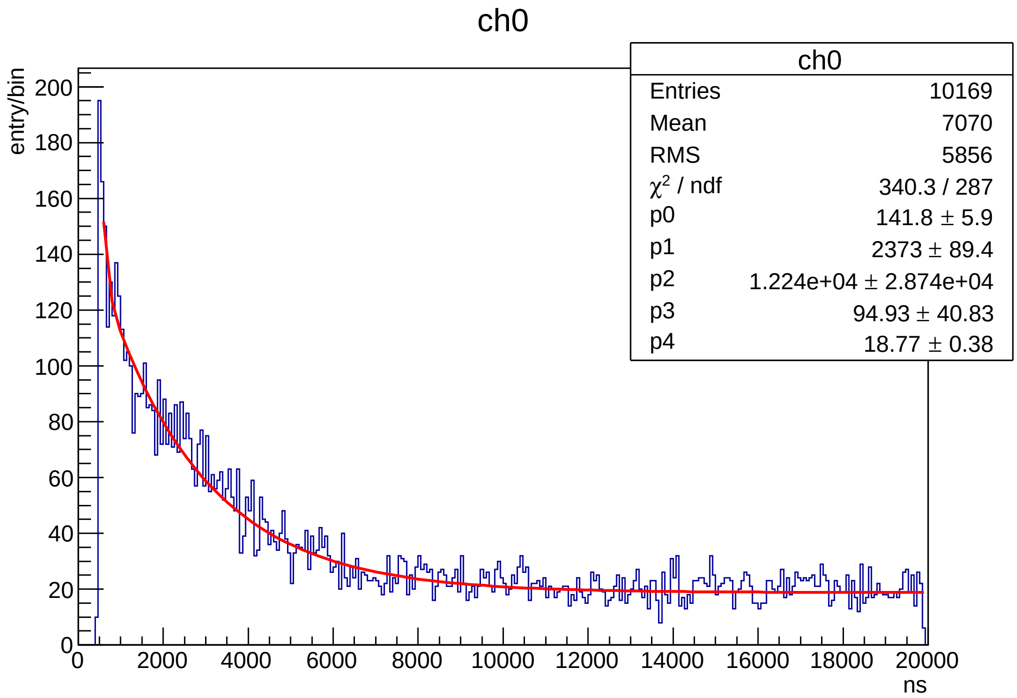

図 34　シンチレータ中から得られたフィッティング後の μ^+、μ^- の寿命 (0908)

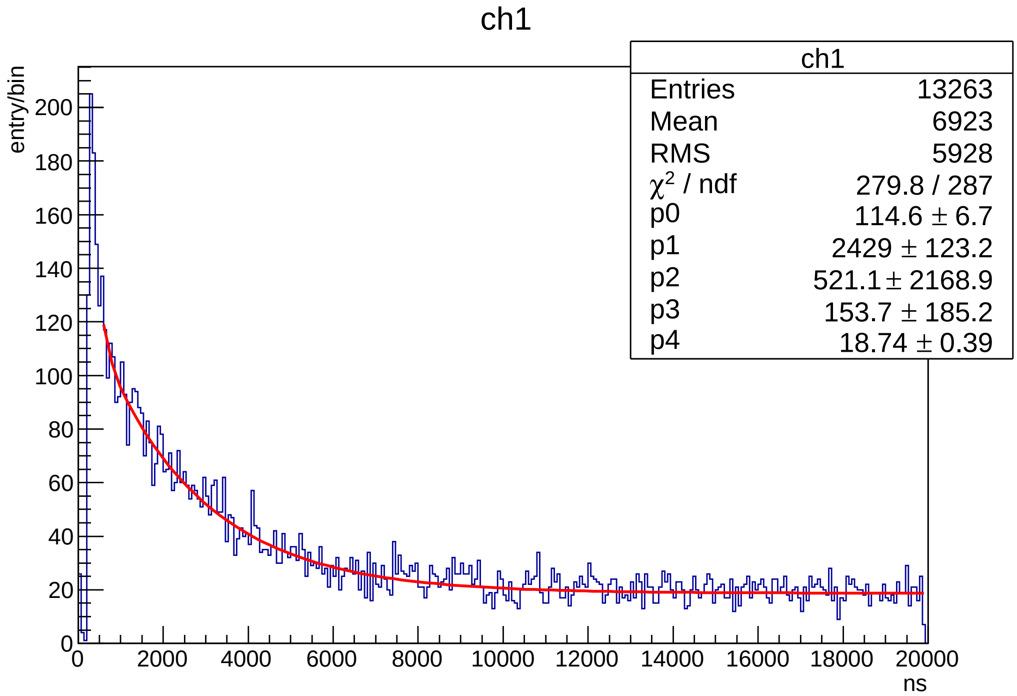

図 35　シンチレータ下から得られたフィッティング後の μ^+、μ^- の寿命 (0908)

表 6　μ^- の寿命測定結果

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
τ_+	0822	$2.18 \pm 0.09(\mu\mathrm{s})$	$2.24 \pm 0.08(\mu\mathrm{s})$
	0908	$2.37 \pm 0.09(\mu\mathrm{s})$	$2.43 \pm 0.12(\mu\mathrm{s})$
τ_-	0822	$155.2 \pm 57.4(\mathrm{ns})$	$156.1 \pm 98.8(\mathrm{ns})$
	0908	$94.9 \pm 40.8(\mathrm{ns})$	$153.7 \pm 185.2(\mathrm{ns})$
A_+	0822	$146.8 \pm 7.6(\mathrm{events})$	$170.9 \pm 7.7(\mathrm{events})$
	0908	$142 \pm 6(\mathrm{events})$	$115 \pm 7(\mathrm{events})$
A_-	0822	$1594 \pm 2026(\mathrm{events})$	$903 \pm 1949(\mathrm{events})$
	0908	$1.22 \times 10^4 \pm 2.87 \times 10^4(\mathrm{events})$	$521 \pm 2169(\mathrm{events})$
C	0822	$18.0 \pm 0.4(\mathrm{events})$	$19.1 \pm 0.4(\mathrm{events})$
	0908	$18.8 \pm 0.4(\mathrm{events})$	$18.7 \pm 0.4(\mathrm{events})$

数のある 0822 と 0908 に限った。各パラメータは式 (18) と同じ役割で、添字の $\pm$ は μ の $\pm$ に対応している。式 (19) を用いてヒストグラムをフィッティングした結果が表 6 である。

4.3　g 因子の測定

g 因子の解析も寿命の解析と同様に行う。まず、図 36、38、40、42 はシンチレータ中の、図 37、39、41、43 はシンチレータ下のカッティングを行う前のデータのヒストグラムで、横軸は時間 (ns)、縦軸はイベント数である。これに対してデータのカッティングを行ったヒストグラムが図 44、46、48、50、と図 45、47、49、51 である。(ただし、0829、0901、0904 は回路図 1 で 0912 は回路図 2 で得られたデータであり、0829 は 8 月 29 日 ~9 月 1 日、0901 は 9 月 1 日 ~9 月 4 日、0904 は 9 月 4 日 ~9 月 8 日、0912 は 9 月 12 日 ~9 月 15 日に得られたデータである。)

カッティングを行ったヒストグラムのフィッティング関数として

$$f_g(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_+}\right)\Big[1 + B\cos(\omega(t - t_0))\Big] + C \tag{20}$$

を用いた。ここで、τ_+ は μ^+ の寿命、ω はスピンの歳差運動の角振動数で、A、C は式 (18) と同じ役割のパラメータであり、B は歳差運動の振幅を表すパラメータである。

式 (20) を用いてヒストグラムをフィッティングした結果が図 52、54、56、58 と図 53、55、57、59、である。線はフィッティングした関数を描画したものである。

この時の各パラメータの値を表 7 に示した。

表 7　g 因子の測定結果

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
τ_+	0829	$2.47 \pm 0.09(\mu\mathrm{s})$	$2.30 \pm 0.16(\mu\mathrm{s})$
	0901	$2.30 \pm 0.12(\mu\mathrm{s})$	$2.32 \pm 0.18(\mu\mathrm{s})$
	0904	$1.96 \pm 0.10(\mu\mathrm{s})$	$2.46 \pm 0.16(\mu\mathrm{s})$
	0912	$2.48 \pm 0.98(\mu\mathrm{s})$	$2.20 \pm 0.14(\mu\mathrm{s})$
ω	0829	$4.58 \times 10^{-3} \pm 2.1 \times 10^{-4}(ns^{-1})$	$4.55 \times 10^{-3} \pm 2.7 \times 10^{-4}(ns^{-1})$
	0901	$4.94 \times 10^{-3} \pm 3.1 \times 10^{-4}(ns^{-1})$	$4.40 \times 10^{-3} \pm 3.4 \times 10^{-4}(ns^{-1})$
	0904	$4.32 \times 10^{-3} \pm 3.7 \times 10^{-4}(ns^{-1})$	$4.44 \times 10^{-3} \pm 1.5 \times 10^{-4}(\mathrm{ns}^{-1})$
	0912	$4.4 \times 10^{-3} \pm 2 \times 10^{-4}(\mathrm{ns}^{-1})$	$4.07 \times 10^{-3} \pm 1.6 \times 10^{-4}(\mathrm{ns}^{-1})$
t_0	0829	$213 \pm 194(\mathrm{ns})$	$537 \pm 197(\mathrm{ns})$
	0901	$613 \pm 176(\mathrm{ns})$	$517 \pm 272(\mathrm{ns})$
	0904	$123 \pm 268(\mathrm{ns})$	$-468 \pm 117(\mathrm{ns})$
	0912	$212 \pm 153.3(\mathrm{ns})$	$378.9 \pm 128.2(\mathrm{ns})$
A	0829	$215.2 \pm 8.2(\mathrm{events})$	$83.9 \pm 6.0(\mathrm{events})$
	0901	$126.0 \pm 7.1(\mathrm{events})$	$86.8 \pm 7.0(\mathrm{events})$
	0904	$182.4 \pm 10.3(\mathrm{events})$	$107.8 \pm 6.7(\mathrm{events})$
	0912	$107.4 \pm 4.5(\mathrm{events})$	$68.04 \pm 4.52(\mathrm{events})$
B	0829	$6.17 \times 10^{-2} \pm 2.94 \times 10^{-2}$	$6.60 \times 10^{-2} \pm 5.40 \times 10-2$
	0901	$6.26 \times 10^{-2} \pm 4.08^{-2}$	$9.58 \times 10^{-2} \pm 5.13 \times 10^{-2}$
	0904	$6.90 \times 10^{-2} \pm 3.86 \times 10^{-2}$	0.121 ± 0.046
	0912	$6.349 \times 10^{-2} \pm 3.316 \times 10^{-2}$	$0.1381 \pm 4.76 \times 10^{-2}$
C	0829	$13.6 \pm 0.5(\mathrm{events})$	$12.5 \pm 0.4(\mathrm{events})$
	0901	$12.8 \pm 0.5(\mathrm{events})$	$11.9 \pm 0.4(\mathrm{events})$
	0904	$17.8 \pm 0.5(\mathrm{events})$	$15.3 \pm 0.5(\mathrm{events})$
	0912	$9.795 \pm 0.312(\mathrm{events})$	$9.693 \pm 0.290(\mathrm{events})$

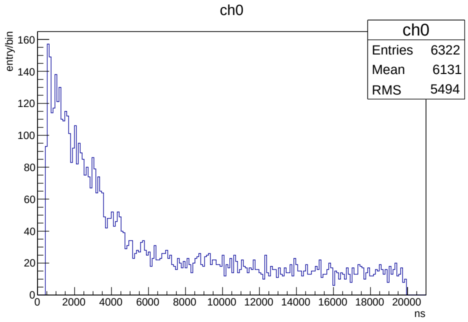

図 36　シンチレータ中から得られたカッティング前の g 因子測定 (0829)

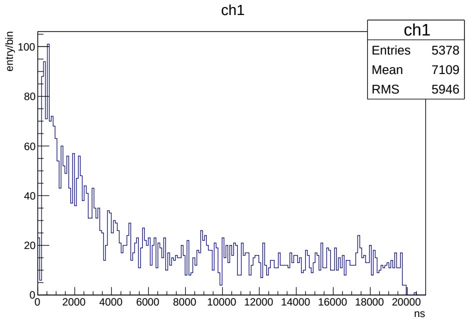

図 37　シンチレータ下から得られたカッティング前の g 因子測定 (0829)

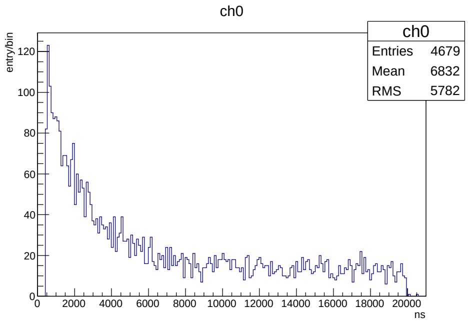

図 38　シンチレータ中から得られたカッティング前の g 因子測定 (0901)

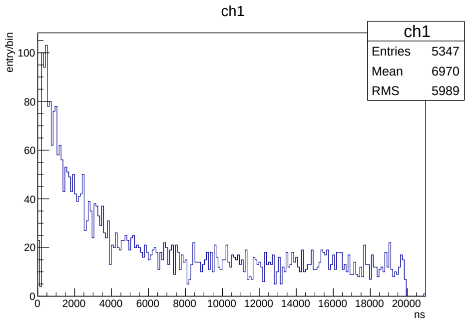

図 39　シンチレータ下から得られたカッティング前の g 因子測定 (0901)

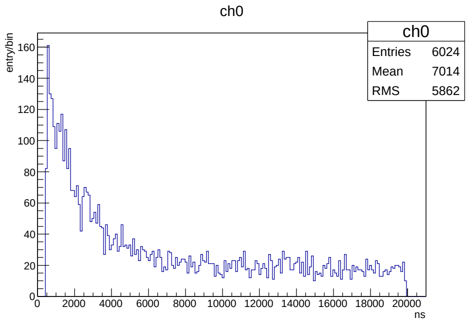

図 40　シンチレータ中から得られたカッティング前の g 因子測定 (0904)

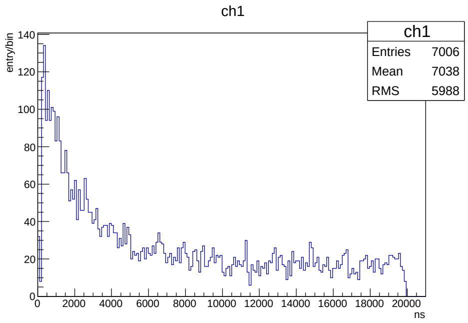

図 41　シンチレータ下から得られたカッティング前の g 因子測定 (0904)

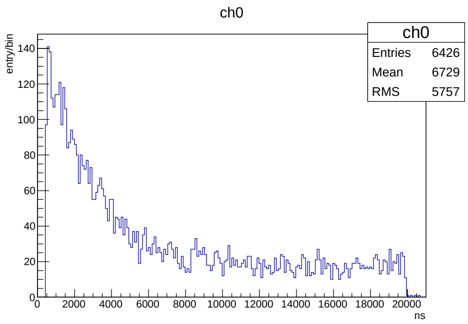

図 42　シンチレータ中から得られたカッティング前の g 因子測定 (0912)

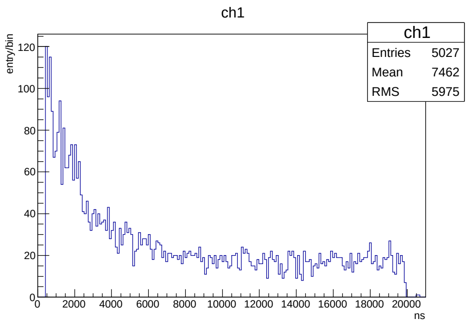

図 43　シンチレータ下から得られたカッティング前の g 因子測定 (0912)

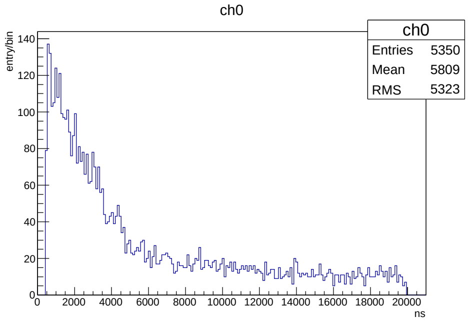

図 44　シンチレータ中から得られたカッティング後の g 因子測定 (0829)

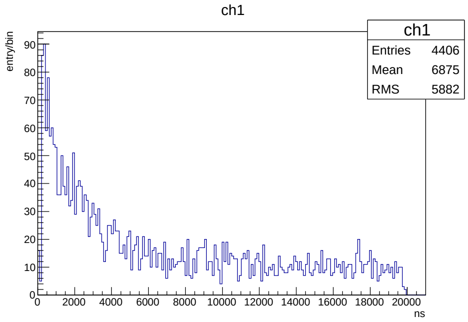

図 45　シンチレータ下から得られたカッティング後の g 因子測定 (0829)

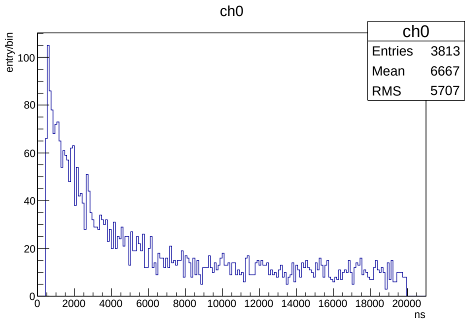

図 46　シンチレータ中から得られたカッティング後の g 因子測定 (0901)

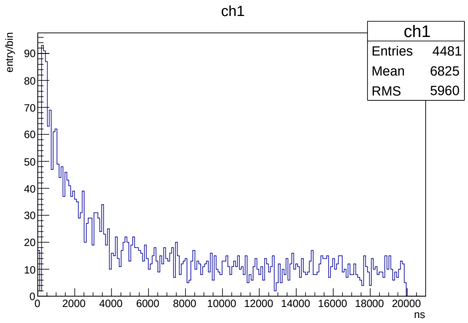

図 47　シンチレータ下から得られたカッティング後の g 因子測定 (0901)

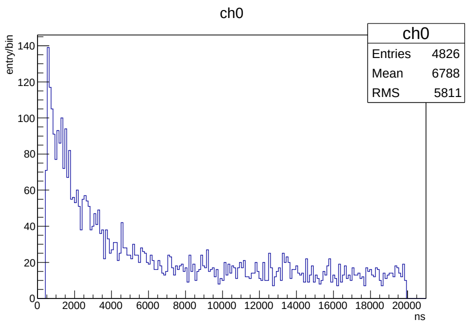

図 48　シンチレータ中から得られたカッティング後の g 因子測定 (0904)

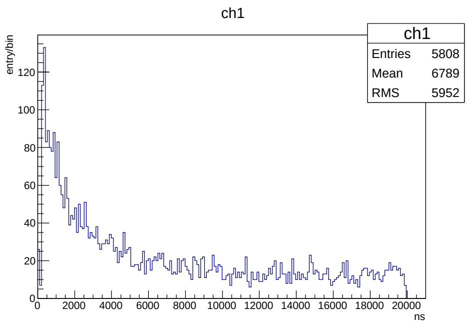

図 49　シンチレータ下から得られたカッティング後の g 因子測定 (0904)

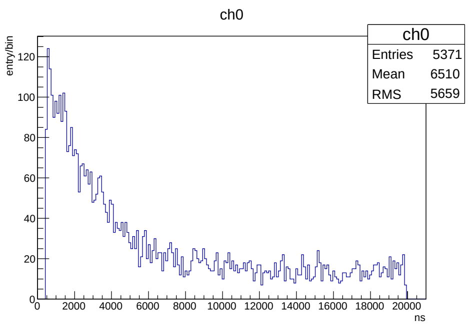

図 50　シンチレータ中から得られたカッティング後の g 因子測定 (0912)

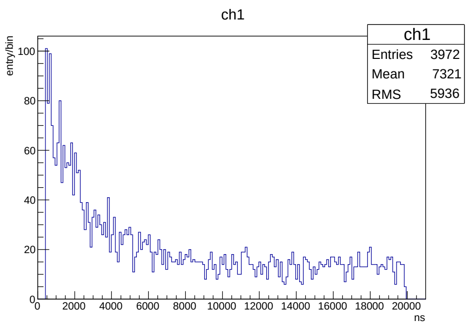

図 51　シンチレータ下から得られたカッティング後の g 因子測定 (0912)

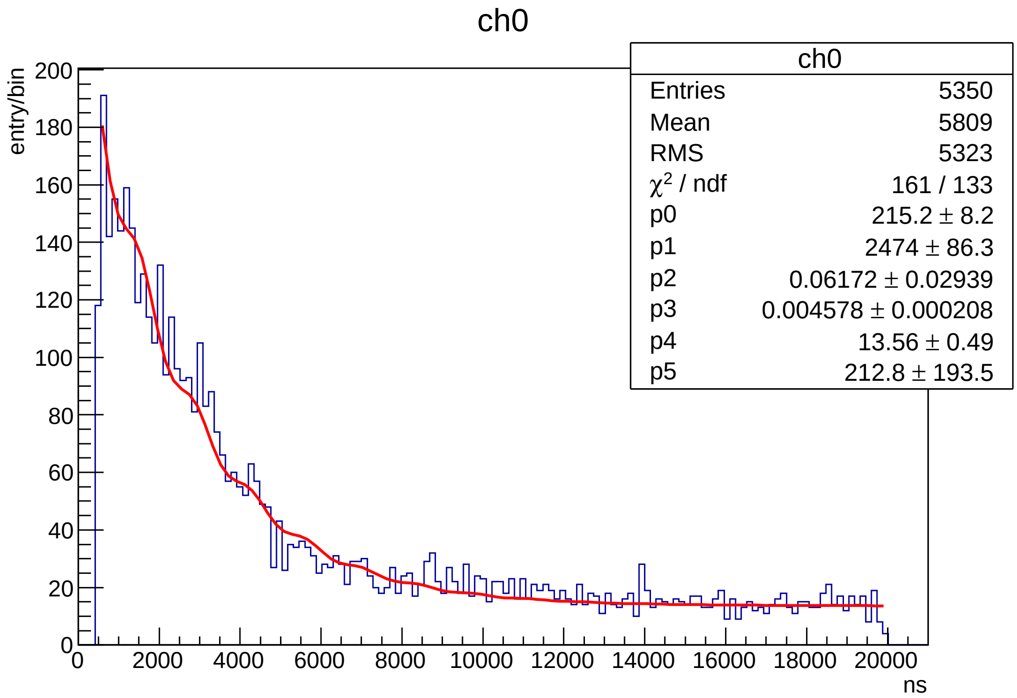

図 52　シンチレータ中から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0829)

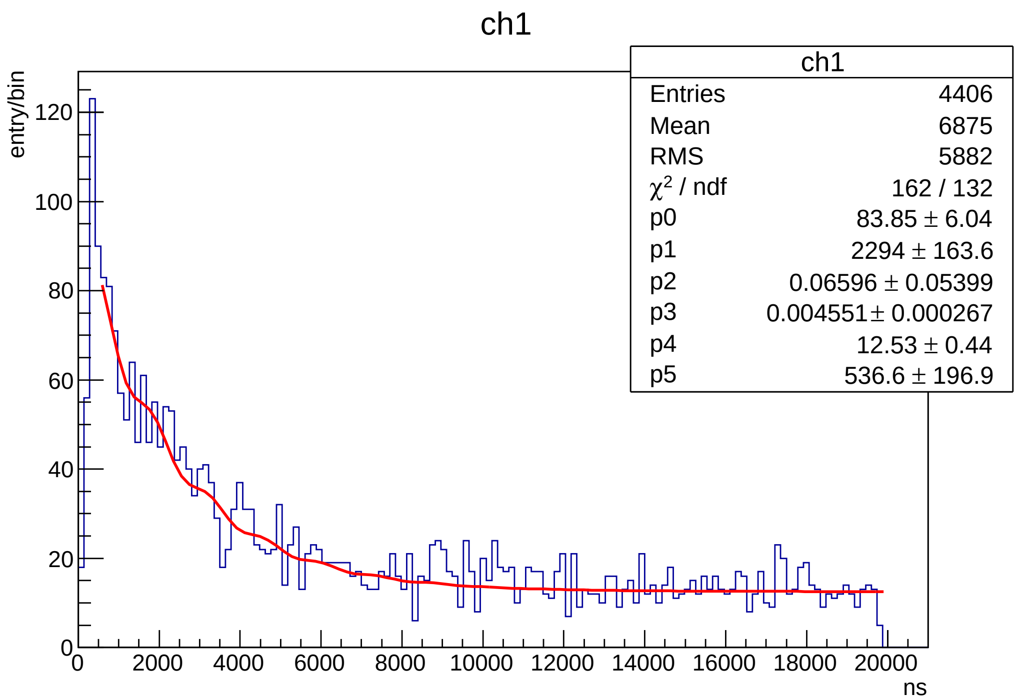

図 53　シンチレータ下から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0829)

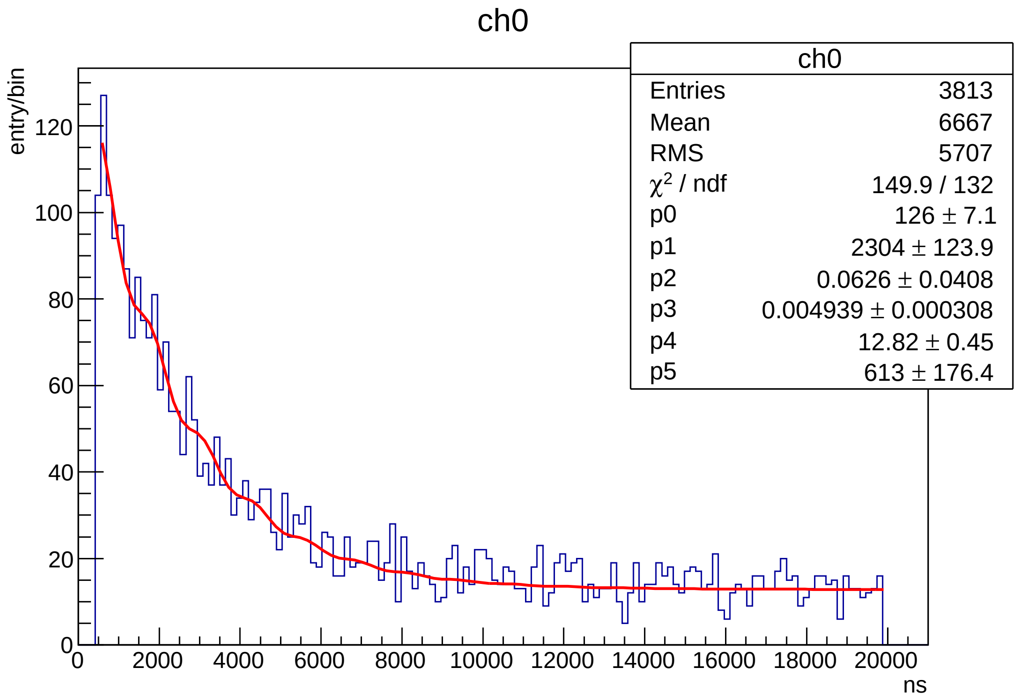

図 54　シンチレータ中から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0901)

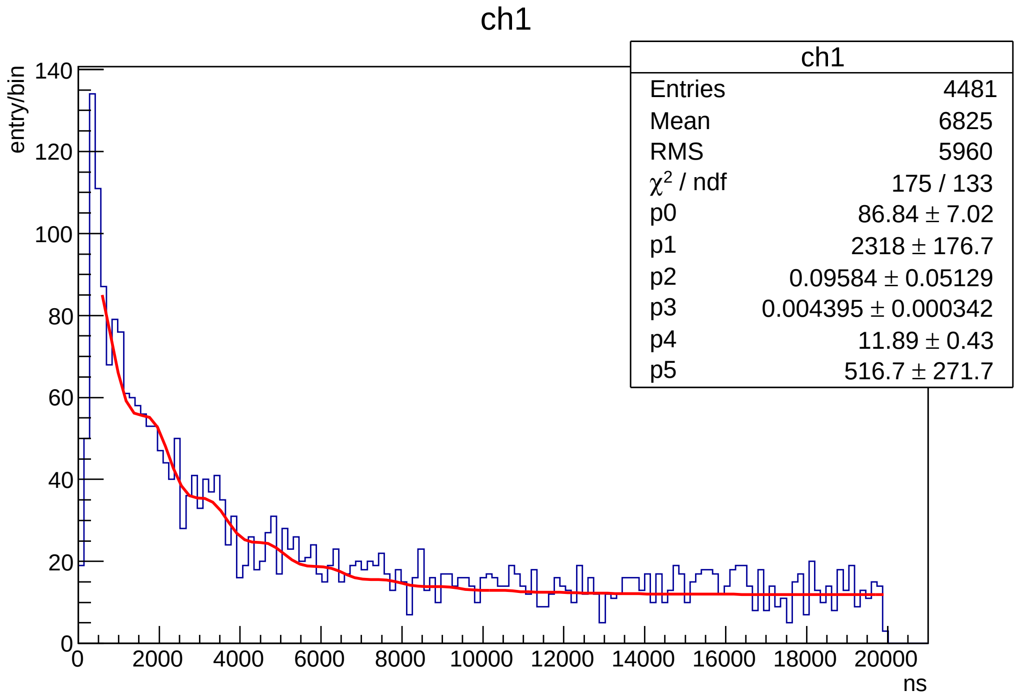

図 55　シンチレータ下から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0901)

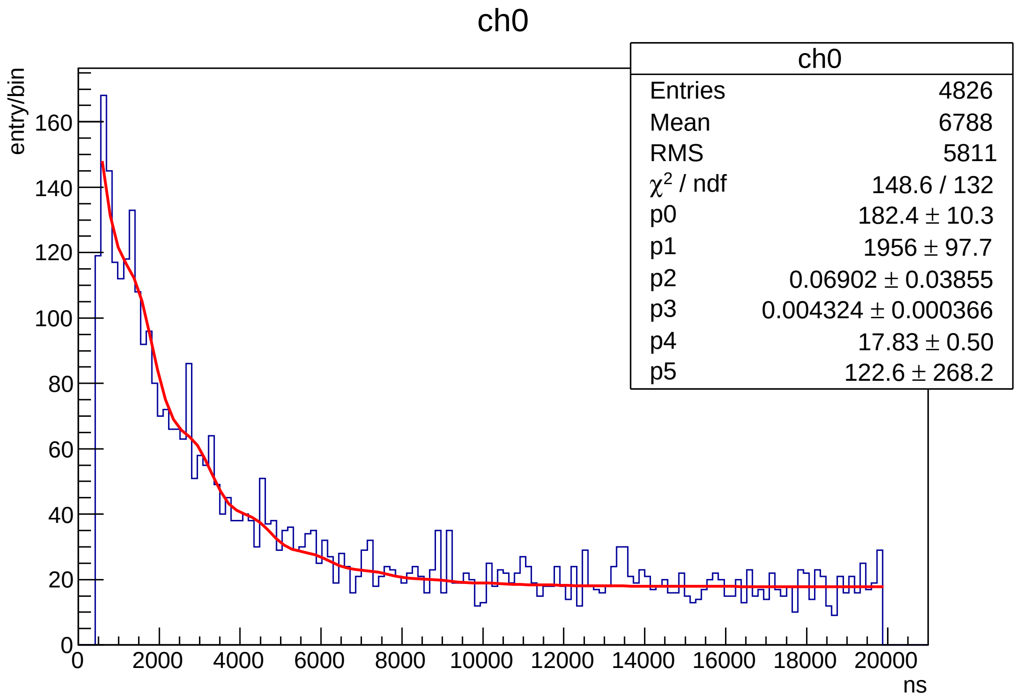

図 56　シンチレータ中から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0904)

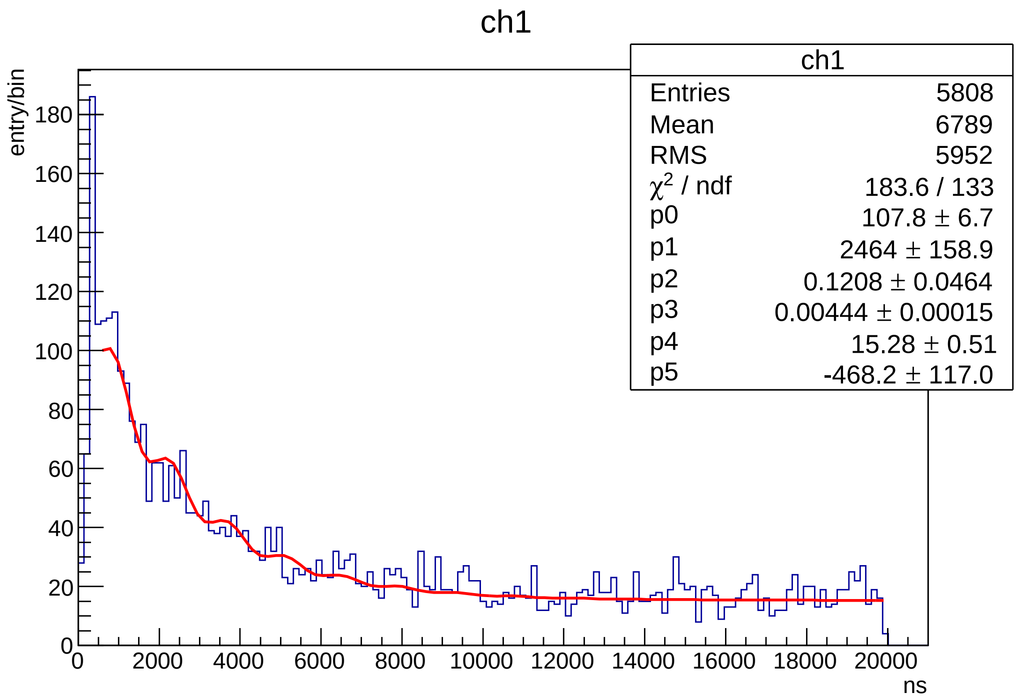

図 57　シンチレータ下から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0904)

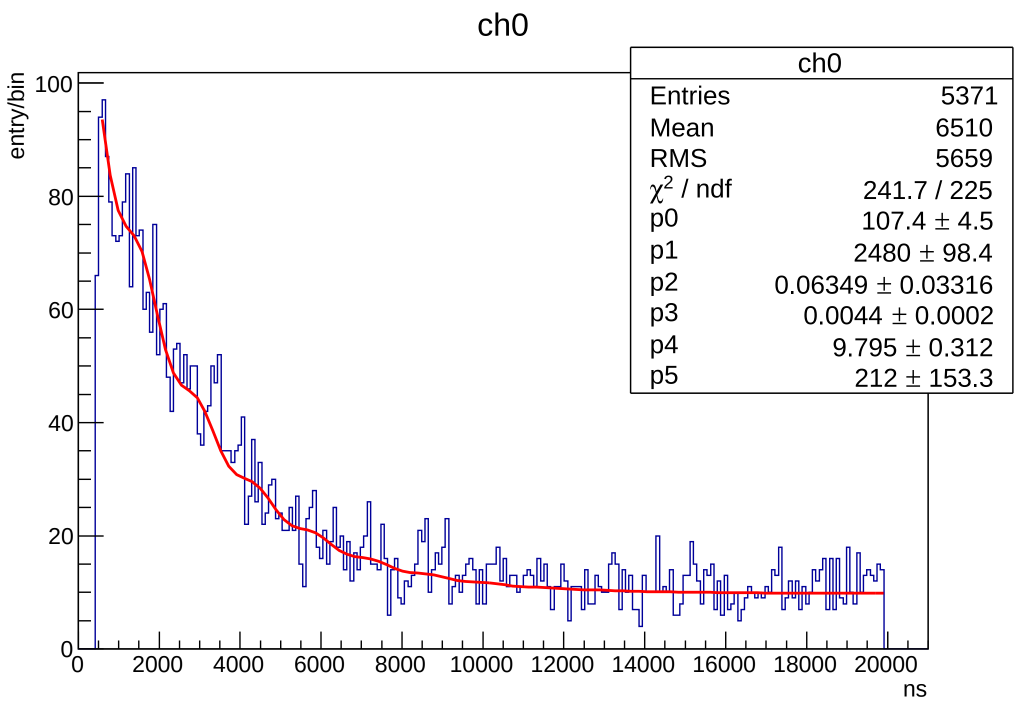

図 58　シンチレータ中から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0912)

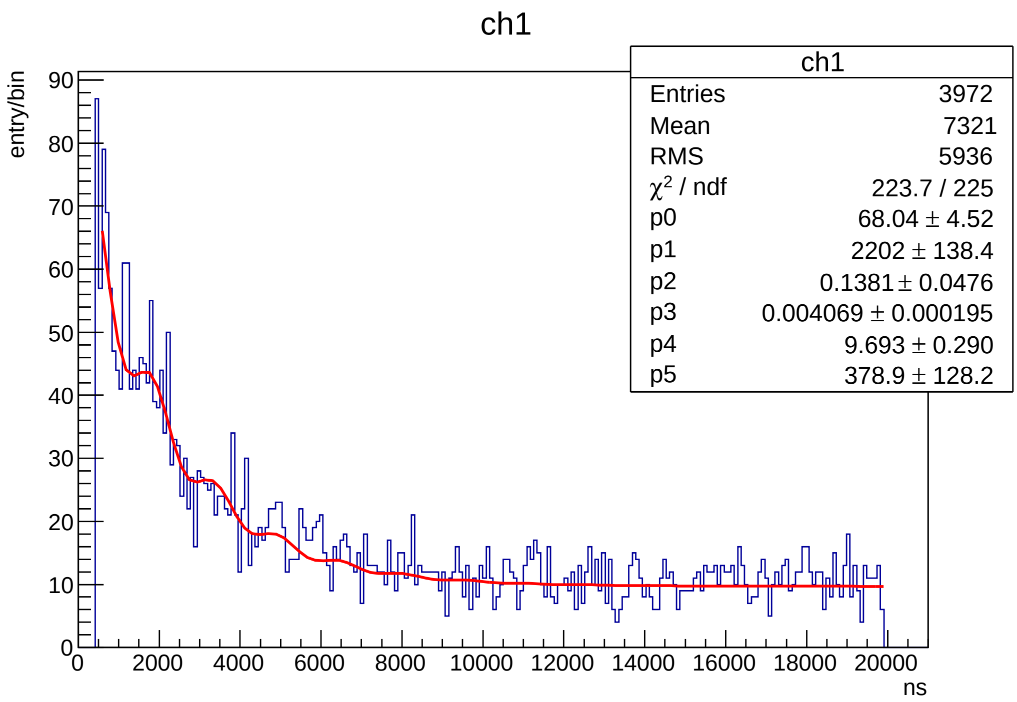

図 59　シンチレータ下から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0912)

ここで得られた ω の値と 3.4 で測定したコイルの磁場 50.61 ± 0.92Gauss あるいは 50.66 ± 0.84Gauss の値、そして、μ 粒子の質量 $m_\mu = 1.88 \times 10^{-28}$kg, 電荷 $e = 1.60 \times 10^{-19}$C を式 (12) に代入すると g 因子の値が計算できる。ただし誤差は式 (21) により評価する [13]。B_0 は磁場の平均値、σ_B はその偏差、ω_0 は振動数、σ_ω はその偏差である。

$$g = \frac{2m}{e}\left(\frac{\omega_0}{B_0} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{B_0}\sigma_\omega\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{B_0^2}\sigma_B\right)^2 + \frac{\omega_0}{B_0^3}\sigma_\omega\sigma_B}\right) \tag{21}$$

計算結果を次の表 8 にまとめる。

表 8　g 因子の値の結果

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
g	0829	2.12 ± 0.12	2.11 ± 0.06
	0901	2.29 ± 0.17	2.04 ± 0.18
	0904	2.01 ± 0.08	2.06 ± 0.04
	0912	2.04 ± 0.11	1.89 ± 0.09

5　考察・結果

5.1　TDC 較正

TDC のスケールを調べる際、delay を 105∼1050ns の幅で較正したが、実際に測る μ 粒子の寿命は 20μs までである。TDC 較正に用いた時間の範囲（105∼1050ns）と測定された時間の範囲（0∼20μs 程度）との差が大きいと、測定結果に誤差が生じる可能性がある。そのため、より正確な測定をするためには、20μs 付近の delay まで用いて TDC 較正をするべきだった。

あとから大きいずれがないかだけを確認するために $1 \sim 10\mu$s の範囲で 10 点とって TDC 較正を行った。すると結果は、

$$\mathrm{ch0} : t = 7.634 \times 10^{-4} x - 91.86$$
$$\mathrm{ch1} : t = 7.637 \times 10^{-4} x - 93.84$$

となった。

$$\mathrm{ch0} : t = 7.624 \times 10^{-4} x - 88.76$$
$$\mathrm{ch1} : t = 7.625 \times 10^{-4} x - 88.94$$

であったからずれは 1% 程度に収まっている。

5.2　回路

g 因子を測定する際、0829∼0904 の実験では stop1 から得られた測定結果からは期待していた振動が見られなかった。これは stop1 では start の veto との coincidence をとっておらず、入ってくるノイズが多くなっているためだと考えた。そこで 0912 の実験では stop1 でも veto との coincidence をとった回路 2 を用いて再び実験を行った。

その結果、stop1 の測定結果は改善されたが、stop0 での測定結果が文献値からはずれてしまった。回路を変えていないにもかかわらず stop0 の結果が変わった理由としては、測定ごとのデータ数が少なく、それぞれの測定結果の差が大きくなっている可能性がある、と考えられる。

5.3　μ 粒子の寿命

得られた結果をもう一度表 9,10 にまとめる。8 月 19 日と 20 日のデータはイベント数が少ないので、比較的イベント数の多いデータを用いて考察する。

表 9　μ^+ のみを考慮した場合

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
τ_+	0822	2.14±0.09(μs)	2.24±0.08(μs)
	0908	2.40±0.09(μs)	2.46±0.12(μs)

8 月 22 日の測定結果は誤差の範囲に文献値 $\tau_+ = 2.197\mu$s および $\tau_- = 0.16\mu$s を含んでいるが、9 月 8 日の測定結果は、文献値から離れた値となっている。22 日の実験と 8 日の実験との違いとして思い当たるのは、22 日の測定ではシンチレーター中と下の間に入れた銅板は 2 枚だったが、8 日の測定では 1 枚であったという点である。しかし、これだけでは寿命の伸びに対する満足な説明はできず、明確な原因は分からなかった。

表 10　μ^- も考慮した場合

パラメータ		シンチレータ中	シンチレータ下
τ_+	0822	$2.18 \pm 0.09(\mu\text{s})$	$2.24 \pm 0.08(\mu\text{s})$
	0908	$2.37 \pm 0.09(\mu\text{s})$	$2.43 \pm 0.12(\mu\text{s})$
τ_-	0822	$155.2 \pm 57.4(\text{ns})$	$156.1 \pm 98.8(\text{ns})$
	0908	$94.9 \pm 40.8(\text{ns})$	$153.7 \pm 185.2(\text{ns})$

5.4　g 因子

g 因子の値は、殆どのデータで文献値を誤差に含んでいた。しかし μ 粒子の寿命は、全体的に寿命測定の実験で得られた値より長く出てしまった。g 因子の測定の際はシンチレーター中と下の間に入れる銅板を 1 枚にしており、その影響があったのかもしれないが、9 月 8 日の μ 粒子の寿命測定の場合と同様に、はっきりとした原因は分からなかった。

μ 粒子が銅板中で歳差運動していることを確かめる。そのために、フィッティングをする際 t_0 の初期値を -500ns から 500ns まで 100ns ずつ変更しながらフィッティングした。表 11∼14 は t_0 の初期値と ω およびフィッティング後の t_0 の関係を表したものである。μ 粒子が歳差運動しているなら、それぞれの初期値について ch0 と ch1 の位相差が π の奇数倍となっているはずである。ただし B の符号に注意しなければならない。$\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$ だから、B の符号の違いは既に π だけの位相差を意味している。

しかし、実際に表 11∼14 から位相差を計算すると、π となっているものは殆ど無かった。たとえば表 11 の $t_0 = 500$ で位相差を計算してみると、$\delta = [(4.58 \times 1585) - (4.55 \times 1917)] \times 10^{-3} = 1.463$ となる。π で割ってみれば $\delta/\pi = 0.466$ となって π からは大きく外れてしまっている。このずれは B の符号の違いでも解消されない。

原因は、g 因子測定の際のデータ数が不足しており、位相についてはフィッティングの結果が正確ではなかったためだと考えられる。ヒストグラムをみても期待される振動を確認することは難しい。それぞれの測定にかけた時間は約 3 日であったが、もっと時間をかけて測定するべきだった。

位相差の計算において、表 11∼14 中の ω の値が信頼できるものの位相のずれ t_0 を採用するが、自身のデータの中でずれているように見える。たとえば表 11 の $t_0 = 500$ のときと $t_0 = -500$ のときでは $1585 - 213 = 1372$ だけずれている。しかしながらここから位相差を計算すれば $\delta = 6.28 \simeq 2\pi$ となって同じものを表していることがわかる。他の箇所でもフィッティング後の t_0 が 1400 程度異なっているものは一周期分ずれているためである。

表 11　各 t_0 の初期値に対する $\omega[\times 10^{-3} ns^{-1}]$ の値とフィッティング後の t_0(0829)

	0829			
	ch0		ch1	
t_0 の初期値	ω	t_0	ω	t_0
500	4.58 ± 0.21	1585 ± 138	4.55 ± 0.27	1917 ± 183
400	4.58 ± 0.21	1585 ± 138	4.55 ± 0.27	1917 ± 183
300	$4.11 \times 10^{-6} \pm 0.115$	1621 ± 1.4	0.0961 ± 0.0314	$-2.66 \pm 1.12 \times 10^4$
200	$2.36 \times 10^{-5} \pm 0.784$	$1810 \pm 4.11 \times 10^9$	3.02 ± 0.25	6541 ± 376.4
100	4.58 ± 0.21	213 ± 184	4.55 ± 0.27	537 ± 197
0	4.58 ± 0.21	213 ± 194	4.55 ± 0.27	537 ± 197
-100	4.58 ± 0.21	213 ± 184	4.55 ± 0.27	537 ± 197
-200	4.58 ± 0.21	-473 ± 210	4.55 ± 0.27	-154 ± 215
-300	4.58 ± 0.21	-474 ± 210	4.55 ± 0.27	-154 ± 215
-400	4.58 ± 0.21	213 ± 184	4.55 ± 0.27	537 ± 197
-500	4.58 ± 0.21	213 ± 184	4.55 ± 0.27	537 ± 197

表 12　各 t_0 の初期値に対する $\omega[\times 10^{-3} ns^{-1}]$ の値とフィッティング後の t_0(0901)

	0901			
	ch0		ch1	
t_0 の初期値	ω	t_0	ω	t_0
500	4.94 ± 0.31	613 ± 176	4.40 ± 0.34	517 ± 272
400	4.94 ± 0.31	613 ± 175	4.40 ± 0.34	517 ± 271
300	4.94 ± 0.32	613 ± 177	4.40 ± 0.34	517 ± 272
200	4.94 ± 0.31	613 ± 176	4.40 ± 0.34	517 ± 272
100	4.94 ± 0.31	613 ± 176	4.40 ± 0.34	517 ± 272
0	4.94 ± 0.31	613 ± 176	4.40 ± 0.34	517 ± 272
-100	4.94 ± 0.31	-659 ± 233	4.40 ± 0.36	-913 ± 389
-200	4.94 ± 0.31	-659 ± 233	4.40 ± 0.34	-913 ± 389
-300	3.81 ± 0.38	-372 ± 318	3.04 ± 0.19	-1976 ± 352
-400	3.81 ± 0.38	-1197 ± 384	3.04 ± 0.19	-3011 ± 414
-500	4.94 ± 0.31	-659 ± 233	4.40 ± 0.36	-913 ± 389

表 13　各 t_0 の初期値に対する $\omega[\times 10^{-3} ns^{-1}]$ の値とフィッティング後の t_0(0904)

	0904			
	ch0		ch1	
t_0 の初期値	ω	t_0	ω	t_0
500	4.33 ± 0.37	849 ± 216	3.57 ± 0.15	900 ± 100
400	4.32 ± 0.41	$2.26 \times 10^4 \pm 1.9 \times 10^3$	4.44 ± 0.15	5192 ± 141
300	6.49 ± 0.43	26.2 ± 93.1	3.57 ± 0.16	-859 ± 152.7
200	4.32 ± 0.36	849 ± 216	3.57 ± 0.15	900 ± 100
100	3.04 ± 0.32	-1024 ± 441	3.57 ± 0.16	-859 ± 153
0	4.32 ± 0.37	123 ± 268	4.44 ± 0.15	-468 ± 117
-100	4.32 ± 0.37	123 ± 268	4.44 ± 0.15	-468 ± 117
-200	4.32 ± 0.37	-604 ± 323	4.44 ± 0.15	-1176 ± 136
-300	4.33 ± 0.37	123 ± 268	4.44 ± 0.15	-468 ± 118
-400	4.32 ± 0.37	-604 ± 323	4.44 ± 0.15	-1176 ± 136
-500	4.32 ± 0.37	123 ± 268	4.44 ± 0.16	-468 ± 118

表 14　各 t_0 の初期値に対する $\omega[\times 10^{-3} ns^{-1}]$ の値とフィッティング後の t_0(0912)

	0912			
	ch0		ch1	
t_0 の初期値	ω	t_0	ω	t_0
500	4.38 ± 0.21	1702 ± 236	4.07 ± 0.16	1955 ± 70
400	4.38 ± 0.22	268 ± 290	4.07 ± 0.16	412 ± 102
300	4.38 ± 0.22	268.2 ± 290.1	4.07 ± 0.16	411.7 ± 101.5
200	4.38 ± 0.22	268.2 ± 290.1	4.07 ± 0.16	411.7 ± 101.5
100	4.38 ± 0.22	-449 ± 320	4.07 ± 0.16	-360 ± 126
0	4.38 ± 0.22	-449 ± 320	4.07 ± 0.16	-360 ± 126
-100	4.38 ± 0.22	-449 ± 320	4.07 ± 0.16	-360 ± 126
-200	5.30 ± 0.16	-360 ± 209	2166 ± 0	-250 ± 0
-300	5.30 ± 0.16	-360 ± 209	5.98 ± 0.68	72 ± 487
-400	4.38 ± 0.22	-1166 ± 352	4.07 ± 0.16	-1903 ± 180
-500	4.38 ± 0.22	-1166 ± 352	4.07 ± 0.16	-1903 ± 180

回路の考察でも述べたように各実験でのデータ数は少なくなってしまった。そこで 0829,0901,0904 の実験はセットアップが全く同じなのでデータを統合してデータ数を増やしてみる。以下にそうして得られたヒストグラムのフィッティング結果を載せる。すると前述の通り ch1 の結果で期待されるような振動が見られない。一方 ch0 の方でははっきりした振動が見て取れる。このことは上と同じように位相を変えていったときの ω の変化でもわかる。バックグラウンドの影響も相対的に小さくなり寿命は個々のものより文献値に近くなっていることからデータの統合の妥当性は保証される。それにもかかわらず ch1 の ω の値が位相によって大きく変動することは、回路 1 において $(D \wedge E)$ から (start) が同時に入っているものを取り除かなかったことに起因すると考えられる。

これをふまえて改良した回路 2 では時間の都合上データ数は少なくなってしまったが、ch1 の χ^2/ndf の値は改善され寿命も文献値に近い[2)]。

表 15　各 t_0 の初期値に対する $\omega[\times 10^{-3} ns^{-1}]$ の値とフィッティング後の t_0(0829-0904)

	0829-0904			
	ch0		ch1	
t_0 の初期値	ω	t_0	ω	t_0
500	6.40 ± 0.20	948 ± 82	7.79 ± 0.22	1170 ± 65
400	4.64 ± 0.19	356 ± 115	2.26 ± 0.18	374 ± 746
300	4.64 ± 0.19	1132 ± 96	1.43 ± 0.07	941 ± 611
200	4.64 ± 0.19	356 ± 115	2.26 ± 0.17	374 ± 746
100	4.64 ± 0.19	356 ± 115	2.26 ± 0.18	374 ± 746
0	4.64 ± 0.19	356 ± 116	2.26 ± 0.17	374 ± 746
-100	6.40 ± 0.21	-524 ± 116	7.79 ± 0.23	-40 ± 92
-200	4.64 ± 0.19	-321 ± 137	3.63 ± 0.23	-179 ± 152
-300	4.64 ± 0.19	-321 ± 137	3.63 ± 0.23	-179 ± 152
-400	4.64 ± 0.19	-321 ± 137	3.63 ± 0.23	-179 ± 152
-500	4.64 ± 0.19	-997 ± 168	5.42 ± 0.22	-942 ± 149

[2)] 今度は ch0 の方の寿命がやや伸びているがこれはデータ数の少なさによるものと思われる。

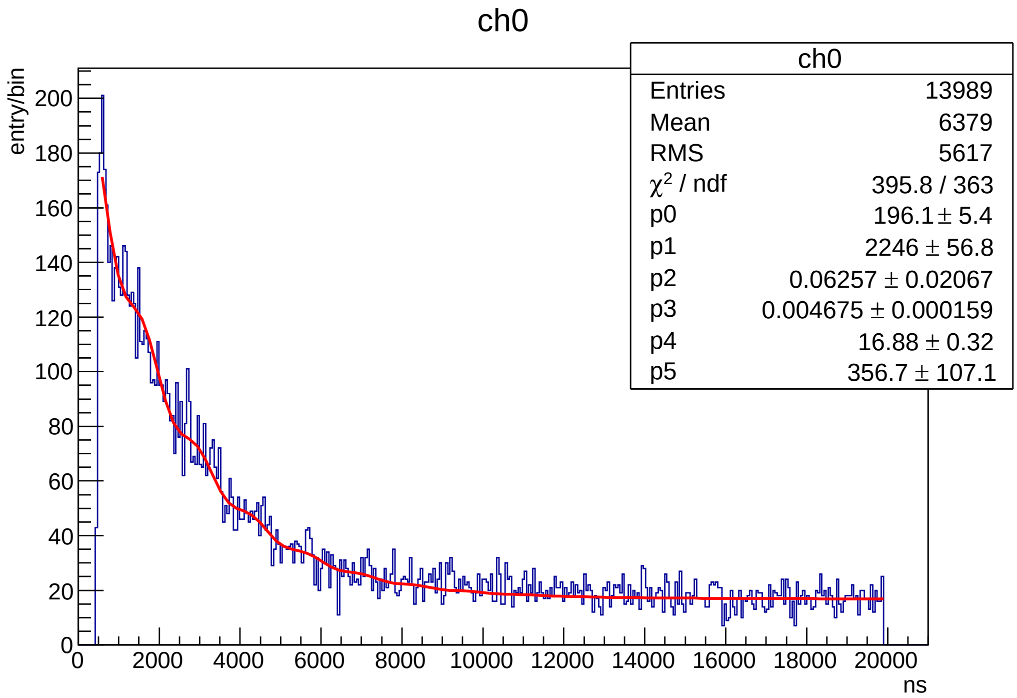

図 60　シンチレータ中から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0829-0904)

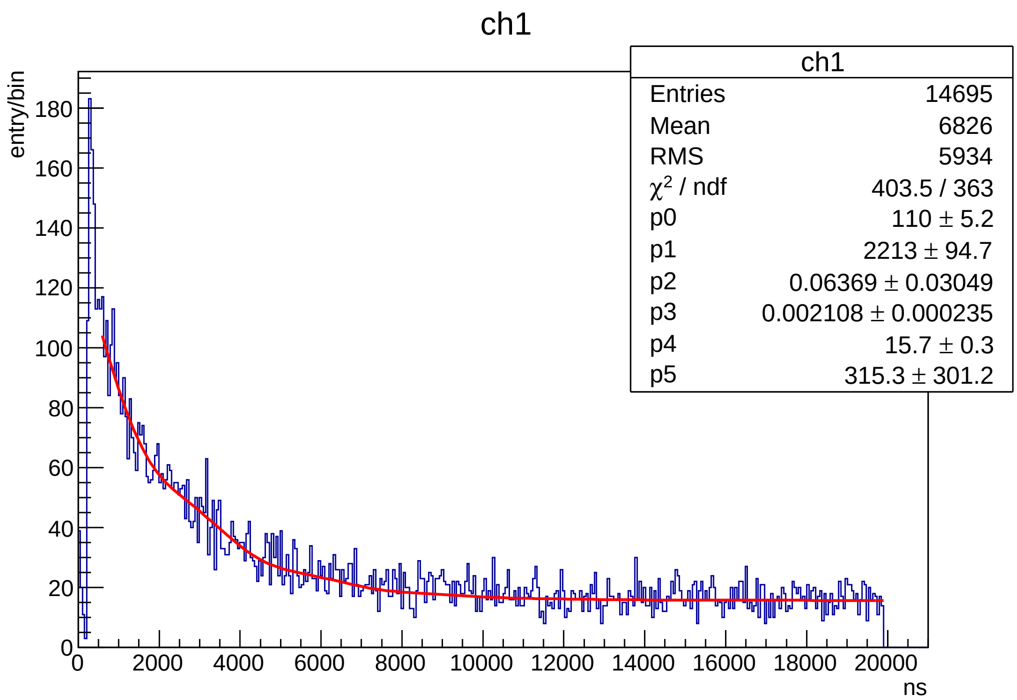

図 61　シンチレータ下から得られたフィッティング後の g 因子測定 (0829-0904)

謝辞

この実験を行うにあたって、南野先生、TA の加茂さん、TA の栁田さんから丁寧な助言、指導をいただきました。この場を借りて御三方にお礼を申し上げます。ありがとうございました。

参考文献

[1] 現代物理学実験 – 宇宙線 – （現代物理学実験　配布資料, 2013）

[2] Muon (g-2) Collaboration: G.W. Bennett, et al., Phys. Rev. **D73**, 07 2003 (2006).

[3] J. J. サクライ『上級量子力学 [第 I 巻] 輻射と粒子』（丸善出版, 2010）

[4] 国立天文台編『理科年表 第 84 冊』(丸善出版, 2010)

[5] L. D. ランダウ, E. M. リフシッツ『場の古典論 (原書第 6 版)』(東京図書, 1978)

[6] Michael E. Peskin, Daniel V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory.* Westview Press, 1995.

[7] 西島和彦『相対論的量子力学』新物理学シリーズ 13（培風館, 1973）

[8] R. P. ファインマン,S. ワインバーグ, 『素粒子と物理法則』ちくま学芸文庫 (筑摩書房, 2006)

[9] 鈴木久男『超弦理論を学ぶための場の量子論』SGC ライブラリ 76（サイエンス社, 2010）

[10] 2004 年度後期 A1 レポート

[11] 2010 年度前期 A1 レポート

[12] 2011 年度前期 A1 レポート

[13] 2012 年度後期 A1 レポート

[14] 2013 年度前期 A1 レポート

[15] arXiv:1311.2198 [hep-ph]

[16] http://www.tagen.tohoku.ac.jp/labo/ishijima/gosa-03.html