

# 2014年度後期 課題演習 A1 レポート

宇野亘 大畠隆弘 奥村傑 梶田竜助 濱田佑

平成 27 年 4 月 9 日

## 目次

1	目的	2
2	$\mu$ 粒子の生成と崩壊	2
2.1	宇宙線	2
2.1.1	Dirac 場の表現	2
2.1.2	Dirac 表現とヘリシティ	2
2.1.3	カイラル表現とカイラリティ	3
2.2	弱い相互作用	4
2.3	$\pi$ 中間子の崩壊と $\mu$ 粒子の生成	4
2.4	$\mu$ 粒子の崩壊とその寿命	4
2.4.1	$\mu^+$ の崩壊と寿命	4
2.4.2	$\mu^-$ の崩壊と寿命	5
3	実験のセットアップ	5
3.1	実験の原理	5
3.2	実験装置	6
3.3	MPPC について	6
3.4	実験の回路図	7
4	TDC の較正	8
5	実験結果	10
5.1	stop0	10
5.2	stop1	13
5.2.1	stop1, 0.7 ~ 20 ( $\mu s$ ) で fitting	13
6	考察	15
6.1	stop0	15
6.1.1	誤差の考察 (bin)	15
6.1.2	誤差の考察 (fit)	15
6.1.3	誤差の考察 (TDC 較正)	16
6.1.4	これらを加味した誤差	17
6.2	stop1	17
6.3	Stop1 にみられる 600ns のピークについて	19
6.4	stop0 と stop1 の値のずれ	21
7	結論反省	21

# 1 目的

二次宇宙線として地表に届いた  $\mu$  粒子の崩壊を観測し、その寿命を測定する

## 2 $\mu$ 粒子の生成と崩壊

### 2.1 宇宙線

宇宙空間に存在する高エネルギー放射線を総称して宇宙線という。主成分は陽子で他に  $\alpha$  線なども存在する。これら宇宙線は超新星爆発などの恒星活動が起源であると考えられている。

地球の大気の高エネルギーの宇宙線が入射すると、大気中の原子核と相互作用し二次粒子が発生する。この二次粒子もエネルギーが高い場合同様に粒子を生成する。こうして生成された粒子のエネルギーが十分小さくなるまで連鎖的に反応が行われる。このような現象を空気シャワー現象と呼び、大気に入射した粒子を一次宇宙線、大気中で生成された粒子を二次宇宙線という。二次宇宙線の内不安定なものは上空で崩壊してしまうため、比較的安定した粒子のみ地表で観測することができる。特に  $\mu$  粒子は他に比べて寿命が長く、地表まで到達することが知られている。

本実験では二次宇宙線がほぼすべて  $\mu$  粒子であると考え、その崩壊過程を観測する。

#### 2.1.1 Dirac 場の表現

さて相互作用していないフェルミオンは、次の Dirac 方程式で記述される。

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (2.1)$$

ここで  $m$  はフェルミオンの質量、 $\gamma^\mu$  は次の関係を満たす行列である。

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = g^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

$g^{\mu\nu}$  は 4 次元 Minkowski 時空の計量で、このレポートでは  $diag(g^{\mu\nu}) = (+, -, -, -)$  と取ることにする。(2.2) 式を満たす代数を Clifford 代数というが、4 次元時空では  $\gamma^\mu$  の次数が 4 以上でなければならず、従って最小次数の時 Dirac 場  $\psi(x)$  が 4 成分であることが分かる。これは粒子反粒子の 2 種類にそれぞれスピン 2 自由度が存在することを反映している。

(2) 式はユニタリー変換に対して不変であることから  $\gamma$  行列や Dirac 場の表現には任意性が含まれる。通常は物理的解釈が容易であったり、問題を解きやすい様に表現を固定して考える。今回は Dirac 表現とカイラル表現についてまとめる。

#### 2.1.2 Dirac 表現とヘリシティー

$\gamma^0$  を対角化し、他の  $\gamma$  行列も Pauli 行列  $\sigma = (\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3)$  を用いて

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}, \gamma^i = \begin{pmatrix} & \sigma^i \\ -\sigma^i & \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

と取った場合、これを Dirac 表現、または標準表現という。この表示での平面波解を考える。Dirac 方程式に左から  $\gamma^0$  をかけて整理すると

$$\begin{aligned} i\partial_0\psi(x) &= (-i\gamma^0\gamma^j\partial_j - m\gamma^0)\psi(x) \\ &= \begin{pmatrix} m & -i\sigma^j\partial_j \\ -i\sigma^j\partial_j & -m \end{pmatrix}\psi(x) \end{aligned} \quad (2.4)$$

と表せる。非相対論的量子力学との類似性から右辺  $i\partial$  の固有値はエネルギー  $E$ 、左辺に出てくる演算子がハミルトニアン  $H$  であると考えられる。

$$\hat{h} = \begin{pmatrix} \frac{-i\sigma^j \partial_j}{2\sqrt{E^2 - m^2}} & \\ & \frac{-i\sigma^j \partial_j}{2\sqrt{E^2 - m^2}} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

という演算子を定義すると、これがハミルトニアンと交換することが確かめられる。そのため  $\hat{h}$  の固有値により Dirac 方程式の平面波解を分類することができる。 $\hat{h}$  の固有値は物理的に運動量方向のスピンを表し、これをヘリシティーという。スピン  $\frac{1}{2}$  の粒子ではヘリシティーは  $\pm\frac{1}{2}$  である。

### 2.1.3 カイラル表現とカイラリティー

$\gamma$  行列を用いて、行列  $\gamma_5$  を

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (2.6)$$

と定義する。この  $\gamma_5$  を

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

と対角化するように  $\gamma^\mu$  をとったとき、これをカイラル表現という。ここで (2.2) 式から  $(\gamma_5)^2 = 1$  であり  $\gamma_5$  の固有値は  $\pm 1$  である。 $\gamma_5$  の固有値のことをカイラリティーと呼ぶ。 $P_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$  とすると、容易に

$$(P_\pm)^2 = P_\pm, P_+P_- = 0, P_+ + P_- = 1 \quad (2.8)$$

が確かめられる。従って  $P_\pm$  は射影演算子であり、Dirac 場をカイラリティーに対して分解できることが分かる。 $\gamma_5$  の固有値  $+1$  に対応する成分を右巻き粒子といい  $\psi_R$  と書き、 $-1$  に対応する成分を左巻き粒子といい  $\psi_L$  とかく。

カイラル表示では

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix}, \gamma^i = \begin{pmatrix} & -\sigma^i \\ \sigma^i & \end{pmatrix}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

と表現される。Dirac 方程式は

$$i\partial_0\psi_L = m\psi_R + i\sigma^j\partial_j\psi_L$$

$$i\partial_0\psi_R = -i\sigma^j\partial_j\psi_R + m\psi_L \quad (2.10)$$

という二本の方程式に書き下せる。

ここでカイラリティーの物理的な意味について考える。前節と同様に  $i\partial_0$  の固有値がエネルギー  $E$  に対応すると考え、特に  $m = 0$  の時 (2.10) 式から

$$-\frac{1}{2}\psi_L = \frac{-i\sigma^j\partial_j}{2E}\psi_L, \frac{1}{2}\psi_R = \frac{-i\sigma^j\partial_j}{2E}\psi_R \quad (2.11)$$

とできる。各式の左辺の演算子が前節で定義したヘリシティーと一致していることが分かる。従って質量がないスピン  $\frac{1}{2}$  の粒子の場合、左巻き粒子はヘリシティー  $-\frac{1}{2}$  を持ち、右巻き粒子はヘリシティー  $+\frac{1}{2}$  を持つ。このようにカイラリティーはヘリシティーを一般化した概念である。

## 2.2 弱い相互作用

### 相互作用が弱い

弱い相互作用はその名の通り、相互作用の大きさが弱い。相互作用の強さを表すパラメータである結合定数は、電磁相互作用で  $1/137$  なのに対して弱い相互作用では  $10^{-7}$  程度である。

### 到達距離が短い

弱い相互作用は  $W^\pm$ 、 $Z^0$  ボソンによって媒介される相互作用である。これらのゲージボソンは極めて重いため不確定性原理による制限から遠方まで到達できない。従って弱い相互作用の到達距離は極めて短くなる。到達距離は  $10^{-3}\text{fm}$  程度であり、これは核子の大きさの千分の一程度である。

### 素粒子の flavor を変える

素粒子の種類のことを flavor というが、弱い相互作用はこれらの flavor を変化させることができる。これは電磁相互作用が局所的位相変換である  $U(1)$  ゲージ群に対応しているのに対して、弱い相互作用は 2 成分量に対しての対称性である  $SU(2)$  ゲージ群に対応していることから理解される。

### 左巻き粒子のみ反応する

弱い相互作用は Dirac 粒子に対して対称に相互作用するのではなく、左巻き粒子とのみ相互作用を引き起こす。現在までに右巻き粒子との反応は観測されていない。カイラリティーはヘリシティの一般化であったことを思い出すと、パリティ変換に対してカイラリティーが入れ替わることが予想される。カイラル対象でない弱い相互作用はパリティ変換に対して対象ではない。

## 2.3 $\pi$ 中間子の崩壊と $\mu$ 粒子の生成

$\mu$  粒子は  $\pi$ 、 $K$  中間子の崩壊によって生成される。

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$K^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$K^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

これらの中間子は寿命が数十 ns 程度と短く、上空 15 km ほどで崩壊してしまう。これらの崩壊において生成される荷電レプトンは、ほぼ  $\mu$  粒子である。

## 2.4 $\mu$ 粒子の崩壊とその寿命

本実験では二次宇宙線  $\mu$  粒子を銅板で捕え、その崩壊を観測する。Cu 中での  $\mu^+$  と  $\mu^-$  の反応についてまとめる。

### 2.4.1 $\mu^+$ の崩壊と寿命

$\mu^+$  は弱い相互作用により次のように崩壊する。

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$$

Cu 中で  $\mu^+$  は原子核との衝突によりエネルギーを失う。またエネルギーが大きい  $\mu^+$  は原子から  $e^-$  を電離させ、 $\mu^+ - e^-$  の束縛状態を作る。しかしこれらの相互作用では  $\mu^+$  の寿命は変化しない。

最新の精密測定によると  $\mu$  粒子の寿命  $\tau_\mu$  は

$$\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.0000022 \times \mu s$$

である。

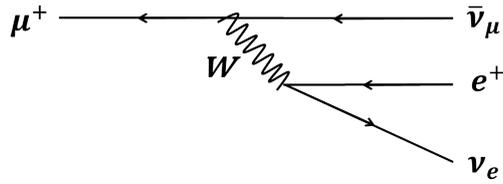


図 2.1:  $\mu^+$  崩壊の Feynman diagram

### 2.4.2 $\mu^-$ の崩壊と寿命

$\mu^-$  も同様に弱い相互作用によって次のように崩壊する。

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

この崩壊 channel の寿命も前述の  $\mu^+$  の崩壊と高い精度で同じであることが確かめられている。しかし Cu 中で  $\mu^-$  には他の反応 channel が存在している。

物質中に  $\mu^-$  が入射すると、原子の  $e^-$  の代わりに  $\mu^-$  が K 殻に入り束縛状態を作る。そして原子核中の陽子と

$$\mu^- + p \rightarrow n + \bar{\nu}_\mu$$

という捕獲反応を起こす。この反応の寿命は原子核の大きさに依存しているが、今回用いる Cu では  $0.160\mu s$  である。この反応は崩壊過程と異なり中性粒子しか生成しないため本実験では直接観測することはできない。

このように  $\mu^-$  には物質中で2つの反応 channel が存在する。このことによる  $\mu^-$  の寿命測定に対しての影響を考察する。捕獲反応の寿命が崩壊のそれに比べ十分小さいため、Cu 中ではほとんどの  $\mu^-$  は捕獲反応を起こし消えてしまう。このため  $\mu^-$  の内崩壊するものは、捕獲反応を引き起こして消えてしまうよりも早く崩壊してしまうものに限られる。従って測定上は、 $\mu^-$  の崩壊の寿命は  $0.160\mu s$  程度になると考えられる。

## 3 実験のセットアップ

### 3.1 実験の原理

地球上には宇宙線として日常的に空からミューオンが降り注いでいる。大半のミューオンはエネルギーが高く、銅板を突き抜けるが、中には銅板で止まるミューオンもある。このようなエネルギーのミューオンに着目し、その崩壊までの時間を測定した。この実験では図 3.1 のように検出器と銅板を配置し、以下のような原理のもとミューオンの寿命を測定した。

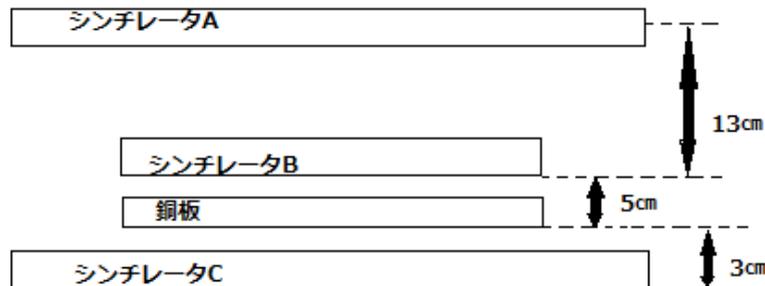


図 3.1: 実験装置の配置図

1. ミューオンが空から降ってくる。
2. ミューオンによってシンチレータ A, B に信号が発生する。この信号を TDC のスタート信号として入力する。

3. ミューオンが銅板で止まる。
4. しばらくしてミューオンが崩壊し、生成された電子が上 (または下) に飛んでいく。
5. 飛び去った電子がシンチレータ B (または C) に信号を発生させる。この信号を TDC のストップ 0 (またはストップ 1) として入力する。

したがって、TDC のスタート、ストップとして以下のような信号が入力されるようにすればよい。

スタート信号:  $A \wedge B \wedge \neg C$

ストップ 0 信号:  $B \wedge \neg C$

ストップ 1 信号:  $\neg B \wedge C$

### 3.2 実験装置

この実験では以下の実験器具を用いた。

- プラスチックシンチレータ (100cm × 48cm × 1cm) … 2 枚
- 光電子増倍管 … 3 個
- プラスチックシンチレータ (50cm × 5cm × 1cm) … 7 枚
- 銅板 (50cm × 48cm × 1cm) … 2 枚
- MPPC … 7 個
- 光ファイバー 7 本

### 3.3 MPPC について

MPPC とは Multi Pixel Photon Counter の略称で光電子増倍管と同様の役割を果たす素子である。(図 3.2 が MPPC の写真) 図 3.3 左が MPPC の受光部分の概念図で、右が各ピクセルの断面図である。MPPC の各ピクセルはダイオードになっており、逆バイアスの電圧をかけて使う。この状態でピクセルに光子が入ると、そのエネルギーによってダイオードに正孔と電子が生成される。正孔と電子は印加されている電圧によって加速され次々に電子や正孔を生み出す。このように発生した、各ピクセルからの電子雪崩の和を読みだすことによって、いくつのピクセルに光子が入ったか、つまり何個の光子が MPPC の受光面に入ったかを知ることができる。



図 3.2: MPPC の写真 (大きさの比較のために 1 円玉を並べてある)

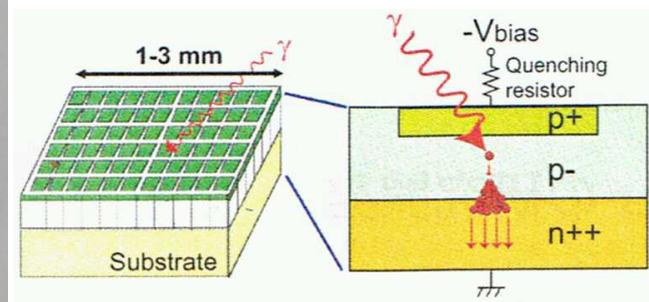


図 3.3: MPPC の概念図

MPPC の利点としては以下のような点があげられる。

- 小型であること。

- 磁場中でも使用できること。
- 低電圧でも動作すること (50V 程度)
- 高い光子検出効率を有すること。

この実験では図 3.4 のような回路を基板に作り、信号を検出した。また、図 3.5 は作った回路の実物の写真である。

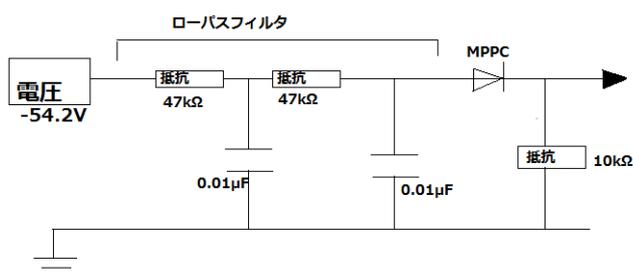


図 3.4: MPPC のまわりの回路図

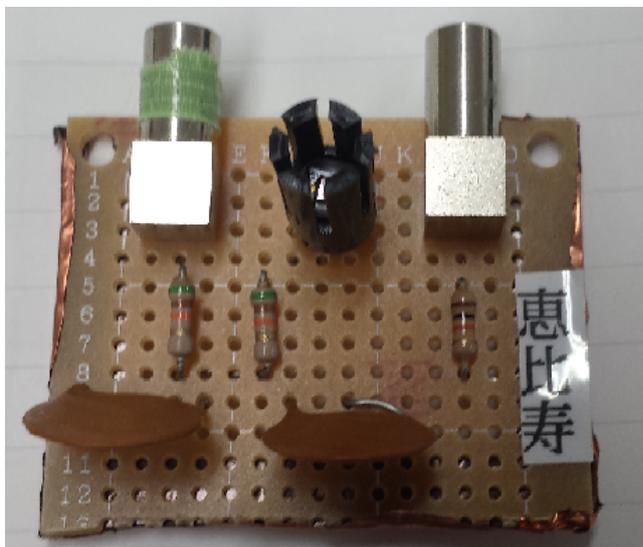


図 3.5: 作った回路の写真

### 3.4 実験の回路図

スタート信号 :  $A \wedge B \wedge \neg C$

ストップ0 信号 :  $B \wedge \neg C$

ストップ1 信号 :  $\neg B \wedge C$

上のような信号を実現するために図 3.6 のような回路を組んだ。

ただし、

- DISC … Discriminator : 入力 (アナログ信号) がある値を超えた時にデジタル信号を出力する。
- G.G. … Gate Generator : デジタル信号の幅、タイミングを調整する。
- Coin … Coincidence : 複数の信号の AND をとる。
- Delay : 信号を遅らせる。
- FAN In/Out : 複数の信号の OR をとる。

である。

ここで、

スタート信号 :  $A \wedge B \wedge \neg C$

ストップ0 信号 :  $B \wedge \neg C$

ストップ1 信号 :  $\neg B \wedge C$

からわかるように、スタート信号があるときには必ずストップ0 信号が出ることがわかる。スタート信号に付随したストップ0 信号で TDC のカウントが止まってしまうのを防ぐために図 3.7 のようにストップ信号がスタート信号より 125ns だけ早く来るように調整した。

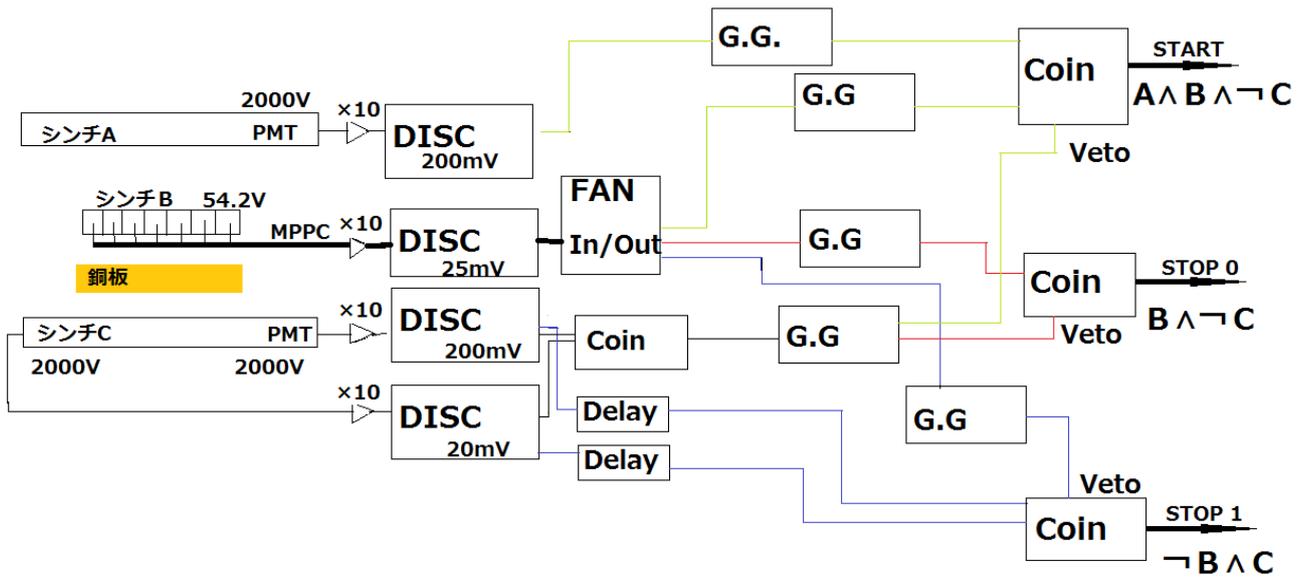


図 3.6: 実験で組んだ回路図

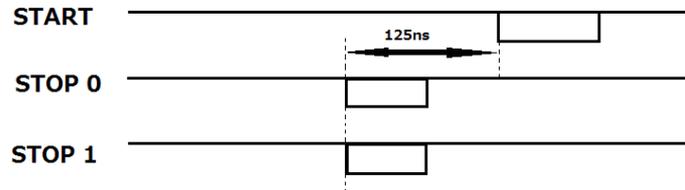


図 3.7: スタートとストップのタイミング

## 4 TDCの較正

本実験の前に TDC の較正をおこなった。図 4.1 のような回路を組み、スタートとストップの時間差をオシロスコープで調整した後、対応する TDC カウントの値を 1000 イベント測定した。そのデータをもとに、各時間における TDC カウントの平均を調べた。その結果得られた、実時間と TDC カウントの対応関係が表 4.1 である。

表 4.1 をグラフにし一次関数でフィッティングを行うと、それぞれ図 4.2 のようになった。

フィッティングの結果から TDC の較正結果として以下のような結果が得られた。

$$\text{stop0} : T[\mu\text{s}] = 7.63226 \times 10^{-7} x[\text{Counts}] - 0.0997773$$

$$\text{stop1} : T[\mu\text{s}] = 7.63272 \times 10^{-7} x[\text{Counts}] - 0.101047$$

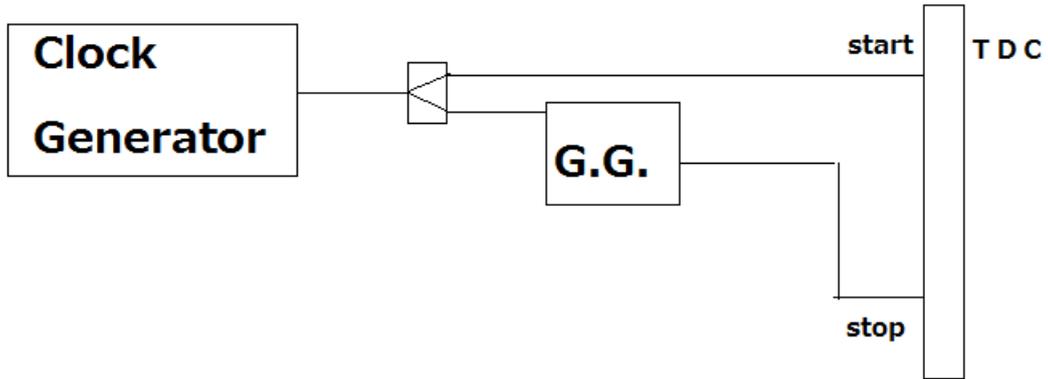


図 4.1: TDC の較正のために組んだ回路

表 4.1: 実時間と TDC カウントの対応関係

時間 [ $\mu s$ ]	ストップ 0 [ $\times 10^6$ ]	ストップ 1 [ $\times 10^6$ ]
1.0	1.439	1.441
1.5	2.097	2.097
2.0	2.753	2.755
2.5	3.406	3.407
3.0	4.059	4.060
3.5	4.711	4.713
4.0	5.370	5.371
5.0	6.685	.687
6.0	7.991	7.991
7.0	9.305	9.305
8.0	10.61	10.61
9.0	11.93	11.93
10.0	13.23	13.24
11.0	14.54	14.54
12.0	15.86	15.86
13.0	17.17	17.17
14.0	18.46	18.46
15.0	19.81	19.81
16.0	21.08	21.08
17.0	22.42	22.42
18.0	23.70	23.70
19.0	25.02	25.02

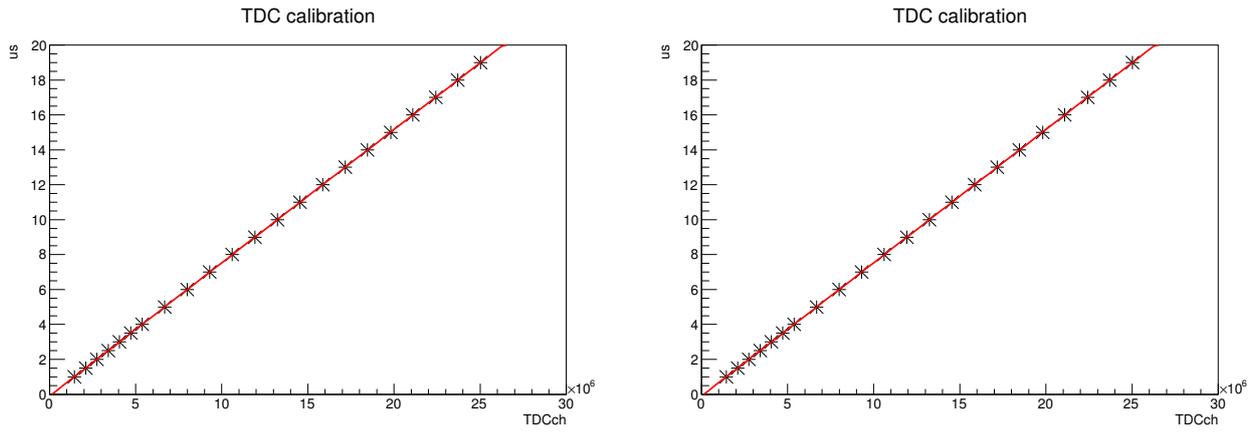


図 4.2: 実時間と TDC カウントの対応関係を一次関数でフィッティングした結果 (左がストップ 0、右がストップ 1)

## 5 実験結果

### 5.1 stop0

$0\mu s$  からフィッティングを行うとうまくいかないなので、stop0 は  $0.1\mu s$  から  $20\mu s$  までで行う。  $\mu^+$  と、  $\mu^-$  の二つの重ね合わせであるから、  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit する。

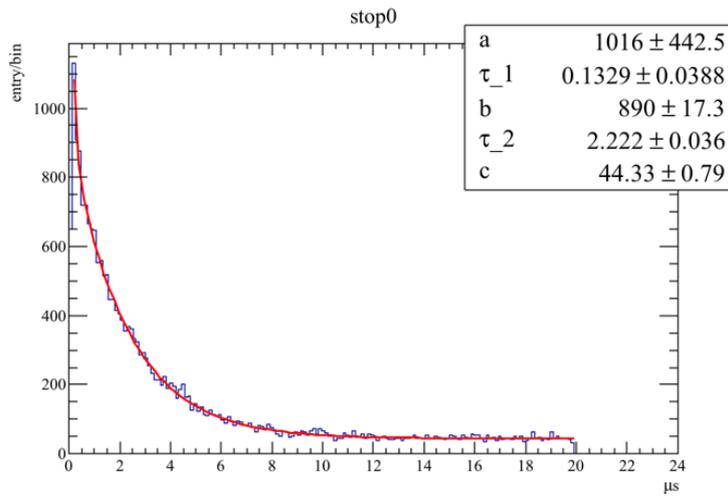


図 5.1: bin 数が 200, fit の範囲が、  $0.1 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit

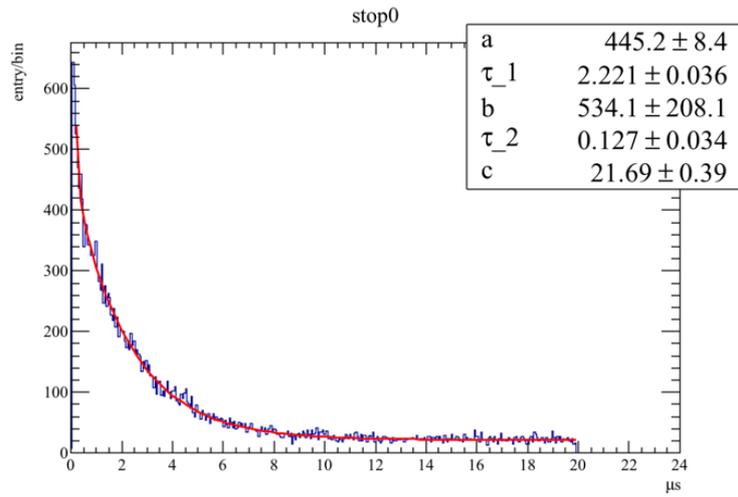


図 5.2: bin 数が 400, fit の範囲が,  $0.1 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit

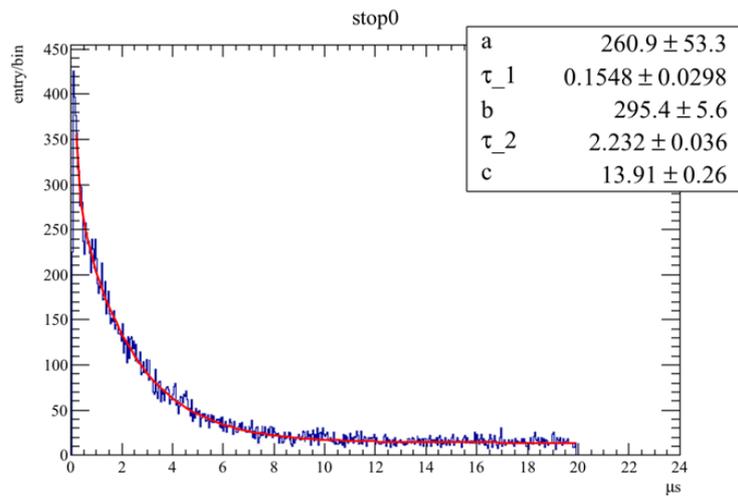


図 5.3: bin 数が 600, fit の範囲が,  $0.1 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit

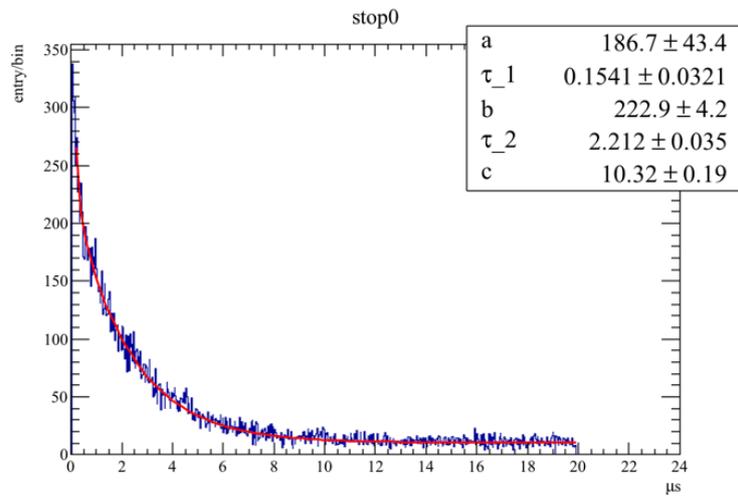


図 5.4: bin 数が 800, fit の範囲が,  $0.1 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit

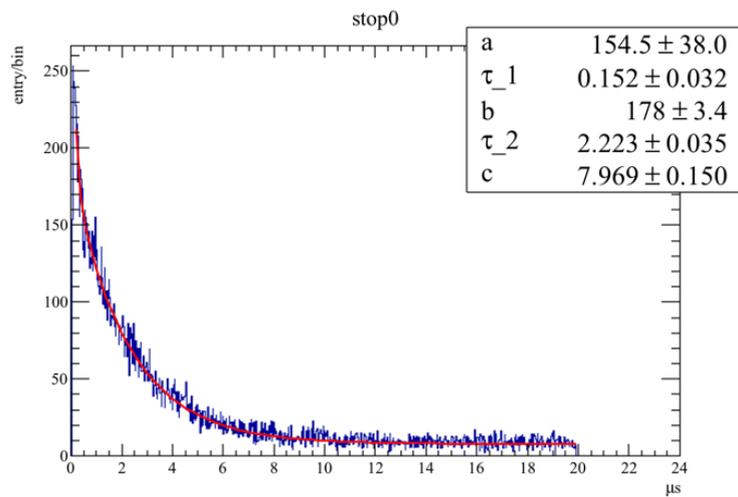


図 5.5: bin 数が 1000, fit の範囲が,  $0.1 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b \exp(-t/\tau_2) + c$  で fit

## 5.2 stop1

Stop1 については不自然なピーク (後述) を除くために  $0.7\mu\text{s}$  から  $20\mu\text{s}$  までで fitting を行う. 寿命約  $0.16\mu\text{s}$  の  $\mu^-$  の寄与はほとんど無いとみなして  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit する.

### 5.2.1 stop1, $0.7 \sim 20(\mu\text{s})$ で fitting

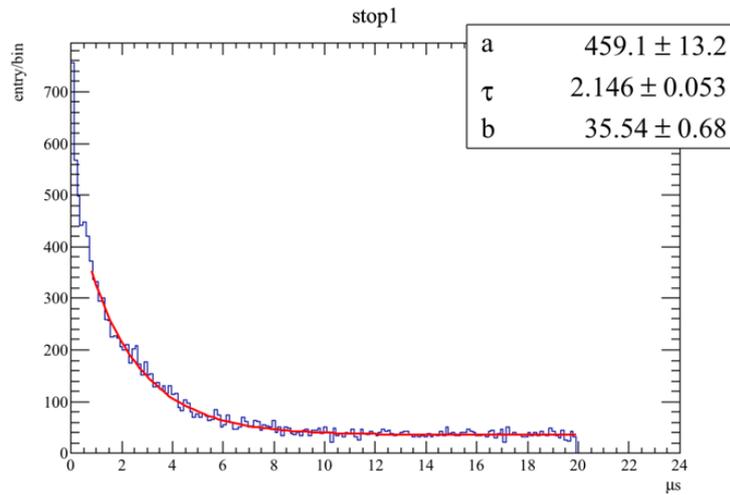


図 5.6: bin 数が 200, fit の範囲が,  $0.7 \sim 20\mu\text{s}$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit

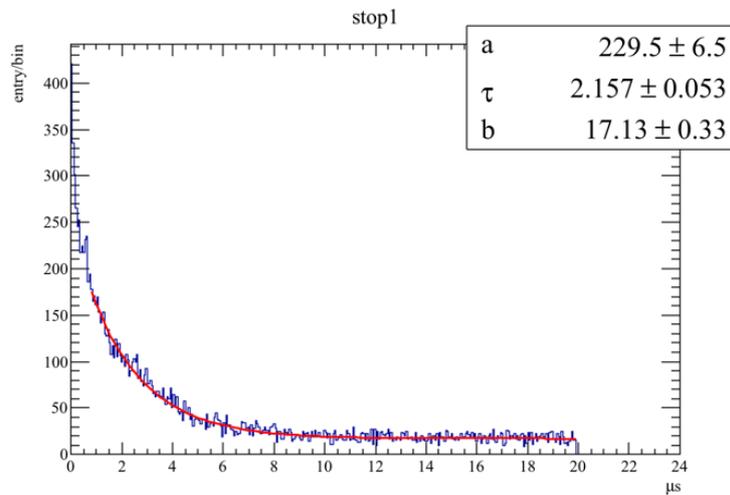


図 5.7: bin 数が 400, fit の範囲が,  $0.7 \sim 20\mu\text{s}$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit

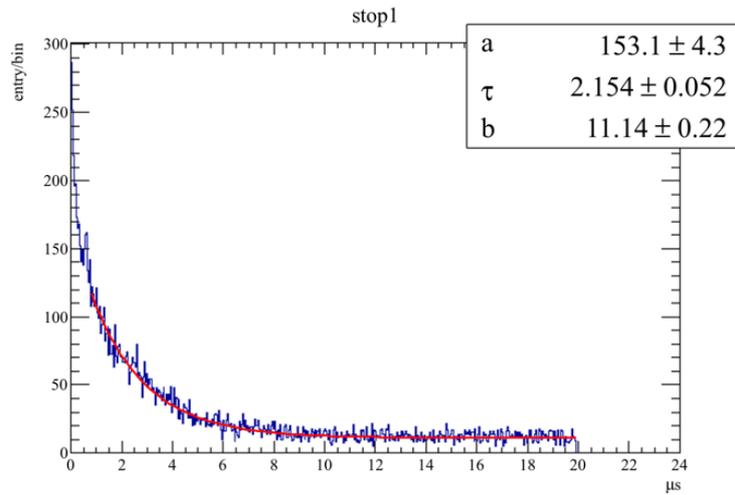


図 5.8: bin 数が 600, fit の範囲が,  $0.7 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit

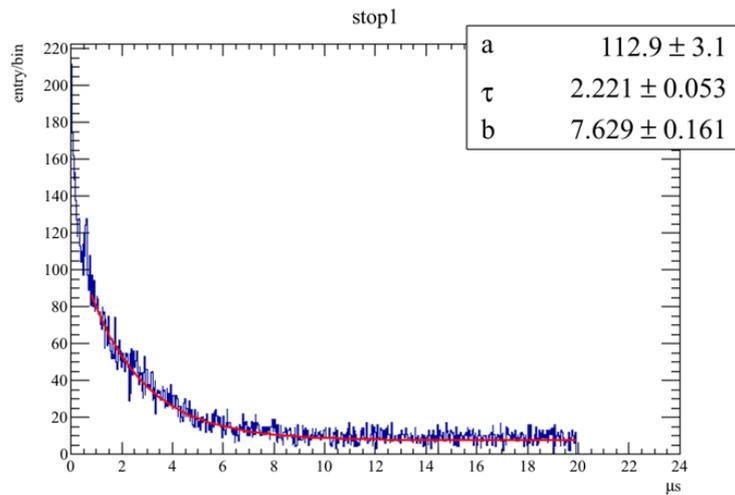


図 5.9: bin 数が 800, fit の範囲が,  $0.7 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit

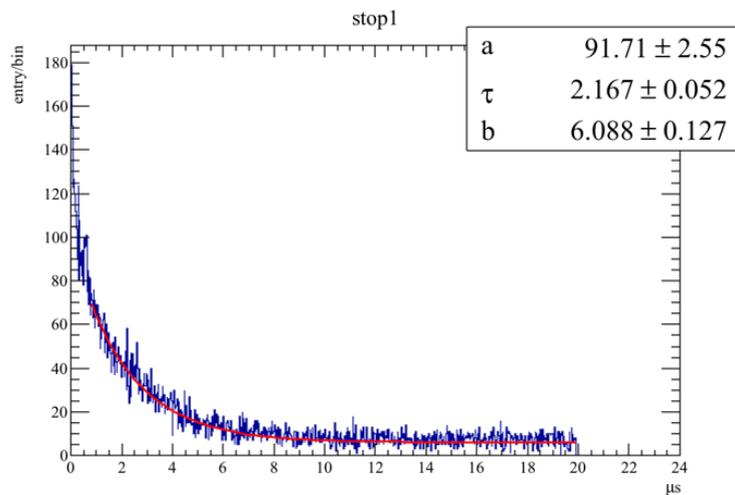


図 5.10: bin 数が 1000, fit の範囲が,  $0.7 \sim 20\mu s$ ,  $a \exp(-t/\tau_1) + b$  で fit

## 6 考察

上記のグラフを元に、ミューオンの寿命について考察する。

bin 数は 600 で解析を行う。ただし、ヒストグラムの bin 数を変えることでフィッティングの結果が変わるので、bin 数 200,400,600,800,1000 のそれぞれで試し、そのズレを誤差として評価する。

### 6.1 stop0

stop0 で測った寿命とそのときの bin の表は表 6.1 のようになる。

表 6.1: stop0 で測った寿命  
stop0(fit の範囲 0.1 ~ 20 ( $\mu\text{s}$ ))

bin 数	$\tau_1 (\mu\text{s})$	$\tau_2 (\mu\text{s})$
200	$0.1329 \pm 0.0388$	$2.222 \pm 0.036$
400	$2.221 \pm 0.036$	$0.127 \pm 0.034$
600	$0.1548 \pm 0.0298$	$2.232 \pm 0.036$
800	$0.1541 \pm 0.0321$	$2.212 \pm 0.035$
1000	$0.152 \pm 0.032$	$2.223 \pm 0.035$

#### 6.1.1 誤差の考察 (bin)

bin 数を変えたことに依るズレを考察する。今回は、600bin での寿命と  $x$ bin(但し、 $x = 200, 400, 800, 1000$ ) とのズレを  $\Delta\tau_{\text{bin},x}$ 、bin 数を変えたことに依るズレを  $\Delta\tau_{\text{bin}}$  としたときに、次の関係式が成り立つとして議論を進める。

$$\Delta\tau_{\text{bin}} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_x (\Delta\tau_{\text{bin},x})^2}$$

$\mu^+$  の bin によるズレ  $\Delta\tau_{\text{bin}}^+$  は、

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{\text{bin}}^+ &= \sqrt{\frac{1}{4} (0.010^2 + 0.011^2 + 0.020^2 + 0.009^2)} \\ &= 0.013 (\mu\text{s})\end{aligned}$$

$\mu^-$  の bin によるズレ  $\Delta\tau_{\text{bin}}^-$  は、

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{\text{bin}}^- &= \sqrt{\frac{1}{4} (0.0219^2 + 0.028^2 + 0.0007^2 + 0.0028^2)} \\ &= 0.018 (\mu\text{s})\end{aligned}$$

となる。

#### 6.1.2 誤差の考察 (fit)

fitting による誤差を  $\Delta\tau_{\text{fit}}^\pm$  とすると、

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{\text{fit}}^+ &= 0.036 (\mu\text{s}) \\ \Delta\tau_{\text{fit}}^- &= 0.0298 (\mu\text{s})\end{aligned}$$

であった。

### 6.1.3 誤差の考察 (TDC 較正)

TDCcount での誤差は次のように求められる. TDC 較正での時間  $t$  と TDCcount $x$  の間には, 次のような関係がある.

$$t = ax + b$$

ここで, この  $a, b$  には, それぞれ,  $\pm\Delta a, \pm\Delta b$  くらいの誤差がある.

$a' = a + \delta a, b' = b + \delta b$  を TDCcount と時間との関係に用いた時の時間を,  $t' (= t + \delta t)$  とすると,

$$t + \delta t = (a + \delta a)x + (b + \delta b)$$

となる.

実験で得られた, TDCcount $x$  と, event 数  $N$  との関係を

$$N = N(x)$$

とすると,  $N\left(\frac{t-b}{a}\right)$  を,  $A \exp(-t/B) + C$  ( $A, B, C$  は fitting の変数) で fitting した時の関数型から,

$$N \sim A_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B_0$$

となった. ( $A_0, B_0$  は, fitting した時の  $A, B$  の値で,  $\tau$  は,  $t = ax + b$  を時間と TDCcount との関係として採用したときの寿命.)

よって,

$$\begin{aligned} N(x) &= N\left(\frac{t-b}{a}\right) \\ &= N\left(\frac{t'-b'}{a'}\right) \\ &= A_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B_0 \\ &= A'_0 \exp\left(-\frac{at'}{a'\tau}\right) + B_0 \end{aligned}$$

となり, これを,  $A \exp\left(-\frac{t'}{B'}\right) + C$  で fitting した時の  $B$  を  $t' = a'x + b'$  を採用した時の寿命  $\tau'$  と考えられるから,

$$\begin{aligned} \tau' &= \frac{a'\tau}{a} \\ &= \left(1 + \frac{\delta a}{a}\right) \tau \\ &= \tau + \delta\tau \end{aligned}$$

となる.

今回の実験では, stop0 においては,

$$\begin{aligned} a \pm \Delta a &= 7.63226 \times 10^{-7} \pm 2.04972 \times 10^{-10} \\ b \pm \Delta b &= -0.0997773 \pm 0.00288021 \end{aligned}$$

ゆえに, 上の議論を用いて, stop0 で測られる寿命  $\tau_{\text{stop0}}$  に生じうる誤差  $\Delta\tau_{\text{stop0}}$  は,

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{\text{stop0},+} &= \frac{\Delta a}{a} \tau_{\text{stop0},+} \\ &= \frac{2.04972 \times 10^{-10}}{7.63226 \times 10^{-7}} \times 2.232 \\ &= 5.994 \times 10^{-4} (\mu\text{s}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\tau_{\text{stop0,-}} &= \frac{\Delta a}{a} \tau_{\text{stop0,-}} \\
&= \frac{2.04972 \times 10^{-10}}{7.63226 \times 10^{-7}} \times 0.1548 \\
&= 4.157 \times 10^{-5} (\mu\text{s})
\end{aligned}$$

しかし、この誤差の影響よりも大きな誤差が、今回考慮していない誤差の中にありそうなので、今回はこの誤差は考えないことにする。

#### 6.1.4 これらを加味した誤差

これらの影響を加味した誤差を  $\Delta\tau_{\text{total}}^{\pm}$  として、次の関係式が成り立つとする。

$$\Delta\tau_{\text{total}}^{\pm} = \sqrt{\Delta\tau_{\text{bin}}^{\pm 2} + \Delta\tau_{\text{fit}}^{\pm 2}}$$

すると、

$$\begin{aligned}
\Delta\tau_{\text{total}}^{+} &= \sqrt{0.036^2 + 0.013^2} \\
&= 0.038 (\mu\text{s})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\tau_{\text{total}}^{-} &= \sqrt{0.0298^2 + 0.018^2} \\
&= 0.035 (\mu\text{s})
\end{aligned}$$

よって、結果的に、stop0 で図られた  $\mu^{+}, \mu^{-}$  の寿命  $\tau_{\text{stop0}}^{+}, \tau_{\text{stop0}}^{-}$  は、

$$\begin{aligned}
\tau_{\text{stop0}}^{+} &= 2.232 \pm 0.038 (\mu\text{s}) \\
\tau_{\text{stop0}}^{-} &= 0.1548 \pm 0.035 (\mu\text{s})
\end{aligned}$$

## 6.2 stop1

stop1 で測った寿命とそのときの bin の表は表 6.2 のようになる。(  $\tau$  は、  $a \exp(-t/\tau) + b$  で fitting した時に得られる寿命)

表 6.2: stop1 で測った寿命

stop1(fit の範囲 0.7 ~ 20 ( $\mu\text{s}$ ))	
bin 数	$\tau (\mu\text{s})$
200	$2.146 \pm 0.053$
400	$2.157 \pm 0.053$
600	$2.154 \pm 0.052$
800	$2.221 \pm 0.053$
1000	$2.167 \pm 0.052$

stop0 と同じようにして  $\Delta\tau_{\text{bin}}, \Delta\tau_{\text{fit}}$  を求めると、

$$\begin{aligned}
\Delta\tau_{\text{bin}} &= \sqrt{\frac{1}{4}(0.008^2 + 0.003^2 + 0.067^2 + 0.013^2)} \\
&= 0.034 (\mu\text{s}) \\
\Delta\tau_{\text{fit}} &= 0.052 (\mu\text{s})
\end{aligned}$$

$\Delta\tau_{\text{TDC}}$  について. stop1 における  $a, b$  は,

$$\begin{aligned}a \pm \Delta a &= 7.63272 \times 10^{-7} \pm 2.05883 \times 10^{-10} \\b \pm \Delta b &= -0.101047 \pm 0.00289312\end{aligned}$$

となるから, stop0 で行ったものと同様の議論を用いると, stop1 で測られる寿命  $\tau_{\text{stop1}}$  に生じる誤差  $\Delta\tau_{\text{TDC}}$  は次のようになる.

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{\text{TDC}} &= \frac{\Delta a}{a} \tau_{\text{stop1}} \\&= \frac{2.05883 \times 10^{-10}}{7.63272 \times 10^{-7}} \times 2.154 \\&= 5.810 \times 10^{-4} (\mu\text{s})\end{aligned}$$

この場合も stop0 と同様に, この誤差の影響よりも大きな誤差が, 今回考慮していない誤差の中にありそうなので, 今回はこの誤差は考えないことにする.

これらの影響を加味した誤差を  $\Delta\tau_{\text{total}}$  として, 次の関係式が成り立つとする.

$$\Delta\tau_{\text{total}} = \sqrt{\Delta\tau_{\text{bin}}^2 + \Delta\tau_{\text{fit}}^2}$$

すると,

$$\begin{aligned}\Delta\tau_{\text{total}} &= \sqrt{0.034^2 + 0.052^2} \\&= 0.062 (\mu\text{s})\end{aligned}$$

よって, 結果的に, stop1 で図られた  $\mu^+$  の寿命  $\tau_{\text{stop1}}^+$  は,

$$\tau_{\text{stop1}}^+ = 2.154 \pm 0.062 (\mu\text{s})$$

### 6.3 Stop1 にみられる 600ns のピークについて

$\mu$  粒子が3枚のシンチを突き抜けた場合. かつ, 下の PMT で, 本信号は Disc の Threshold の値を超えずに, アフターパルスで超えるようなものがあれば, 本信号からアフターパルスまでの時間がカウントされてしまう

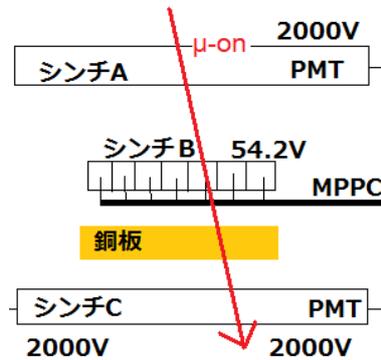


図 6.1: 3枚のシンチをミューオンが突き抜ける図. 今考えているのは, シンチ C の本信号が Threshold の値を超えずに, アフターパルスが超えている場合である.



図 6.2: 上で言ったような場合のシンチ C の信号. 二つの信号の間隔が 500 ~ 1000ns 位になっているので, Stop1 のピークの位置 (600ns 付近) とも対応する.

次のような回路を組んで、PMT から出る、後ろのほうが大きい連続した 2 つの信号の間隔を計った。

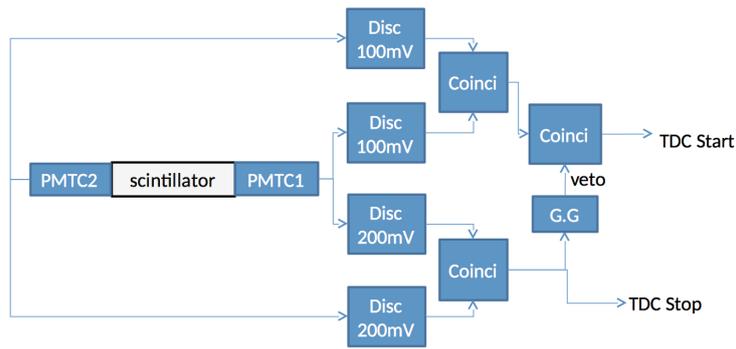


図 6.3: 先ほどのような信号を観測する回路

次が、取ったデータである。3月17日13時40分から3月18日12時16分までデータを取った。

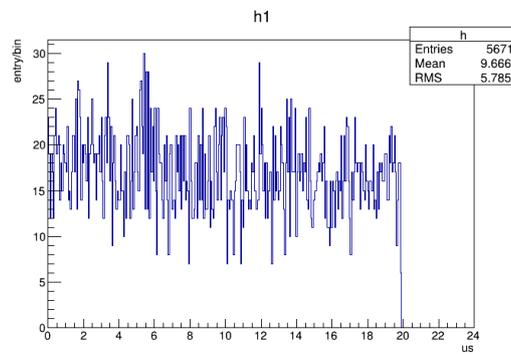


図 6.4: 3月17日13時40分から3月18日12時16分までとったデータ

このデータからは有意な結果は得られなかった。

## 6.4 stop0 と stop1 の値のずれ

stop0 で測定した  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  の寿命は,  $\tau_{\text{stop0}}^+ = 2.232 \pm 0.038 (\mu\text{s})$ ,  $\tau_{\text{stop0}}^- = 0.1548 \pm 0.035 (\mu\text{s})$  であり, stop1 で測定した  $\mu^+$  の寿命は,  $\tau_{\text{stop1}}^+ = 2.154 \pm 0.062 (\mu\text{s})$  であった.

stop0 と stop1 での寿命が異なる要因としては, 下の PMT が MPPC よりランダムノイズが多かったことが挙げられる.  $\mu$  粒子がシンチ B に当たらずにシンチ A とシンチ C を突き抜けた場合に stop1 信号が生じ, ノイズになる ( $\text{stop1} = (\neg B) \wedge C$ ).

## 7 結論反省

反省としては次のようなものがあげられる.

- (1) Stop1 を  $(\neg A) \wedge (\neg B) \wedge C$  にすべきだった. これにより, 宝船が小さいことによる Stop1 に入るノイズ (6.4 節で述べたもの) が減ることが期待できる.
- (2) 銅板をぬいたものとの対照実験をすべきだった (ノイズが見える?).
- (3) 時間がなくて g 因子が見れなかった.
- (4) 下の PMT の調子が悪かった.

## 参考文献

- [1] 横山将志, 魚住聖, 他 KEK 測定器開発室センサーグループ 『Multi Pixel Photon Counter の研究開発』
- [2] 2014 年度前期 A1 レポート
- [3] 2013 年度後期 A1 レポート
- [4] 2013 年度前期 A1 レポート
- [5] 2012 年度後期 A1 レポート
- [6] 2012 年度前期 A1 レポート