

2015 年 A1 前期 課題演習 ミューオンの寿命測定

入川 健太 國吉 宏一郎 石崎 貢平 伊藤 望 太田 寛明

2015 年 12 月 8 日

## 目次

1	ミューオンの崩壊についての理論	3
1.1	ミューオンの崩壊	3
1.2	ミューオンのヘリシティ	4
2	実験のセットアップ	5
2.1	実験原理	5
2.2	実験装置	5
2.3	実験の回路図	6
3	実験データの解析	7
3.1	解析データ	7
3.2	関数フィットの方法	7
3.3	最適なヒストグラムの分割数とフィッティング範囲の決定	7
3.4	TDC Calibration の結果	8
3.5	解析結果	9
3.6	ミューオン捕獲の影響の評価	9
4	考察	12
4.1	$\mu^-$ の見かけの寿命 (文献値では 0.160nsec) とその影響について	12
4.2	ノイズとその影響について	13
4.3	機器の個体差とその影響について	13
5	まとめ	13
6	謝辞	13
7	参考文献	14

# 1 ミューオンの崩壊についての理論

## 1.1 ミューオンの崩壊

本実験で測定するミューオンは宇宙線に含まれる  $K^\pm$  または  $\pi^\pm$  の崩壊によって生成するものである。この崩壊は弱い相互作用によるもので、次の式で表される。

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1)$$

$$K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (4)$$

地表に降り注ぐ  $\mu$  は上の反応から生じたものであるが、その殆どが  $\pi$  によるものであり、 $K$  によるものは無視できるほど数が少ないことが観測されている。

$K, \pi$  の崩壊により生じたミューオンは地表へと降り注ぎ、弱い相互作用によって、次の式に表される崩壊を起こす。

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (5)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (6)$$

下の図は  $\pi^\pm$  およびミューオンの崩壊をあらわす Feynmann ダイアグラムである。

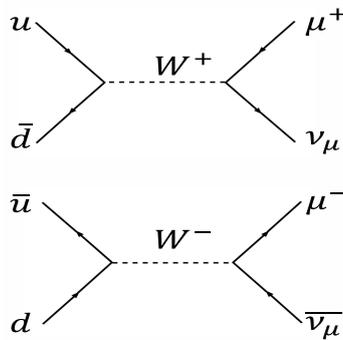


図1  $\pi^\pm$  の崩壊

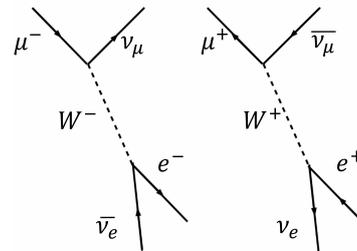


図2  $\mu^\pm$  の崩壊

地表に降り注いだミューオンは、電荷の正負によらず、同じ崩壊幅を持ち、ミューオンの崩壊による個数の変化に関して次の方程式が成り立つ。

$$\frac{dN^{(\pm)}}{dt} = -\lambda_{decay} N^{(\pm)} \quad (7)$$

また、本実験ではミューオンの寿命測定のために銅板を用いてミューオンを捕獲し、崩壊までの時間を測定するが、銅板中で  $\mu^-$  は原子核中の陽子と弱い相互作用により次のような反応を起こす。

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu \quad (8)$$

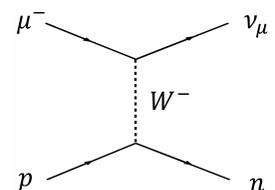


図3  $\mu^-$  の捕獲

この反応による崩壊確率を  $\lambda_{capture}$  とすると、 $\mu^\pm$  の個数の変化は結局、

$$\frac{dN^+}{dt} = -\lambda_{decay}N^+ \quad (9)$$

$$\frac{dN^-}{dt} = -(\lambda_{decay} + \lambda_{capture})N^- \quad (10)$$

で与えられるので、ミューオンのみかけの寿命はそれぞれ、

$$\tau_+ = \frac{1}{\lambda_{decay}}, \quad \tau_- = \frac{1}{\lambda_{decay} + \lambda_{capture}} \quad (11)$$

となる。この表式より、本実験では  $\mu^-$  のほうが寿命が見かけより短く観測されることがわかる。しかし、本来測定すべきは崩壊による寿命であり、それはちょうど  $\tau_+$  に等しいことに注意しなければならない。

## 1.2 ミューオンのヘリシティ

V-A 理論によると、ミューオンが崩壊した時、電子の放出される方向は等方的ではなく、スピンの方向に依存していることがわかっている。電子はミューオンのスピンと反対方向へ、陽電子はスピンの方向へと放出される割合が多い。

上のような状況を踏まえて、本実験で測定するミューオンのヘリシティ (スピンの運動量方向成分) について考える。

観測するミューオンはほとんど  $\pi$  中間子由来であり、 $\pi$  のスピンは 0 である。また、自然界に存在するニュートリノについてヘリシティが負であることが観測によりわかっている。したがって、運動量および角運動量の保存を考えると、 $\pi$  の崩壊を  $\pi$  の静止系で観測した時、崩壊によって生じる  $\mu, \nu_\mu$  のヘリシティについて右の図のような可能性 (i),(ii) が存在する。

(i) は  $\pi^+$  の元の運動方向に  $\mu^+$  が放出されるもので、静止系でのヘリシティは負になる。これを実験室系へローレンツ変換した場合、 $\pi^+$  の速度によらず、運動量方向は同じである。よって、(i) で生じる  $\mu^+$  のヘリシティはすべて負である。

次に (ii) のように、 $\pi^+$  の運動方向とは逆に  $\mu^+$  が放出される場合を考える。この時、 $\pi^+$  のエネルギーが大きく、放出される速度が  $\pi^+$  の速度より高速であれば、ローレンツ変換により実験室系に移った時に  $\mu^+$  の運動方向が静止系と逆になることが考えられる。( (b) に対応。)

このとき、スピンの向きはローレンツ変換により変換を受けないので、実験室系で観測する  $\mu^+$  のヘリシティは正になる。一方、(a) のように、 $\mu^+$  を放出する速度が  $\pi^+$  の速度より遅ければ、ローレンツ変換後も運動方向は同じであり、ヘリシティは負になる。

本実験で観測する  $\mu^+$  のヘリシティに関して上のような状況が考えられるが、観測上、(ii)-(b) のような高エネルギーを持つ  $\pi^+$  の数は少なく、実質的には  $\mu^+$  のヘリシティはすべて負であるとしてよい。また、一般に、粒子と反粒子は反対のヘリシティを持つので、 $\mu^-$  のヘリシティは正であると考えられる。

以上の議論から、銅板へと降り注ぐ  $\mu^-$  の崩壊による電子は入射方向に、 $\mu^+$  の崩壊による陽電子は入射方向とは逆に放出される割合が多いと考えられる。

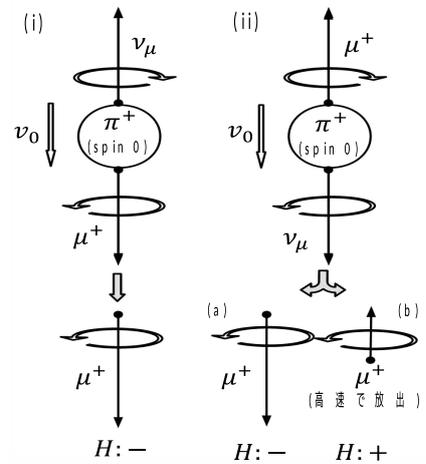


図4 2通りの  $\pi$  崩壊

## 2 実験のセットアップ

### 2.1 実験原理

1. 大気中でミュオンが生成され、地上に降り注ぐ。
2. ミュオンがシンチレーター A を通り抜けた後、あるエネルギー以下のミュオンは銅板で止まる。  
(図 2.1 参照)
3. 銅板で止まったミュオンは崩壊し、電子 (陽電子) を放出する。
4. 崩壊により飛び出した電子 (陽電子) がシンチレーター A,B のどちらかを通り抜ける。

銅板で止まるミュオンをシンチレーター A で観測した時の信号と、ミュオンの崩壊により生成された電子 (陽電子) をシンチレーター A または B で観測した時の信号の時間差を測定することにより、ミュオンの寿命を測定する。

### 2.2 実験装置

今回の実験では、以下のような装置により測定を行った。

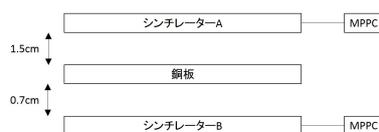


図 5 実験装置

シンチレーターに空けた穴に通した光ファイバーを MPPC に接続して、信号を読み取った。装置全体に光が入らないように、ブラックシートをかけた。ミュオンが斜めに入射し、シンチレーター A だけを通りシンチレーター B を通らないケースを減らすため、なるべく銅板とシンチレーターを近づけた。

信号の読み出しは以下の回路によって検出した。

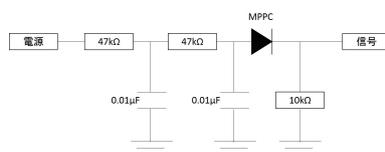


図 6 読み出し回路

- MPPC×14
- 銅板 (50cm×48cm×1cm)×2
- 電源 ×1
- 光ファイバー ×14
- ブラックシート ×3
- プラスチックシンチレーター (50cm×5cm×1cm)×14

## 2.3 実験の回路図

今回の実験では、以下のような回路を組み測定を行った。

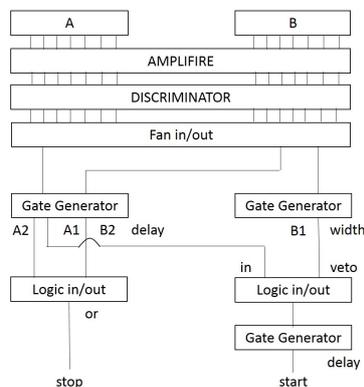


図 7 実験回路

- AMPLIFIRE:アナログ信号の増幅
- DISCRIMINATOR:アナログ信号の電圧が指定した値 (threshold を 29.9mV に設定) を越えたとき、デジタル信号を出力
- Fan in/out:複数の入力の or を出力
- Logic in/out:複数の入力の and を出力
- Gate Generator:信号が入力されたとき、幅を指定または、遅延させた信号を出力

この回路は理論記号で、

- start 信号: $A \wedge \neg B$
- stop 信号: $A \vee B$

と表される。

Logic in/out の in に A を delay させた A1、veto に B の幅を広げた B1 を入れたのは、B の信号が入力されたときに確実に start 信号が出力されないようにするためである。start 信号を 100nsec delay させたのは、stop 信号に start 信号が含まれていることで、start 信号と stop 信号が同時に入り、TDC Count が一定になってしまうためである。start 信号と stop 信号の幅は 50nsec 程なので、100nsec の delay で十分である。追加の実験として、上図の A2,B2 それぞれを stop 信号とした測定も行った。

### 3 実験データの解析

#### 3.1 解析データ

解析対象の実験データは複数存在するが、いずれも 8 月中旬から 9 月の下旬の期間内で数日間データを取りつづけたものである。最初にミュオン崩壊の際に「銅板から飛んでくる電子を上下どちらかのシンチレータが捉えたときに STOP をかけたデータ」を解析し、次にそれらのミュオン捕獲による影響を評価するために STOP を「上のシンチレータが信号を出したとき」と「下のシンチレータが信号を出したとき」の 2 つのデータを解析した。

#### 3.2 関数フィットの方法

ミュオン捕獲の影響を無視して関数フィットを行うとき、フィットする関数は式 (12) で表される。

$$f(x) = P_0 \times \exp(-x^2/P_1) + P_2 \quad (12)$$

また、ミュオン捕獲の影響を評価するには補正項を追加した式 (13) を適用する。

$$f(x) = P_0 \times \exp(-x^2/P_1) + P_2 \times \exp(-x^2/P_3) + P_4 \quad (13)$$

いずれの式でもフィッティングで得られるパラメータ  $P_1$  によってミュオンの寿命が決定される。

実験で得られたデータをヒストグラムにして関数でフィットする際に選ぶいくつかのパラメータがある。

1. 適切なヒストグラムの分割数
2. 適切なフィットの範囲

ヒストグラムの分割数は小さすぎるとデータの情報が失われ、分割数が大きすぎるとデータのノイズが大きくなり関数のフィッティングにおいて大きな誤差が発生する。フィットの範囲についても以下で見るようなデータの特異な点を含まずに、かつ多くの情報を取り込む必要がある。

#### 3.3 最適なヒストグラムの分割数とフィッティング範囲の決定

最適なヒストグラムの分割数とフィッティング範囲を決定するために、まず上下のシンチレータで STOP をかけた実験のデータを解析した。データを分割数 100,200,500,1000 でヒストグラムを作成する。そのそれぞれについてフィットする範囲を [StartPoint: $2 \times 10^7$  TDC Count] とし、StartPoint の値を色々取りながら関数をフィットし  $\chi^2/\text{ndf}^{*1}$  を計算する。その中で多くの情報を含んでいて、かつ特異ではない分割数とフィット範囲を決定する。つまり  $\chi^2/\text{ndf}$  が小さくてかつ、StartPoint も小さいようなヒストグラムを選択する。

図 8、9 より分割数としては  $\chi^2/\text{ndf}$  が 1.0 より小さく、分割数 100 よりも多くの情報を持っている分割数 200 を採用し、StartPoint は小さくて、かつ特異な振る舞い<sup>\*2</sup> をしていない点として StartPoint =  $7.0 \times 10^5$  を採用することにした。

<sup>\*1</sup> ndf はフィット範囲内のヒストグラムのバーの本数

<sup>\*2</sup> 具体的に言えば  $7.0 \times 10^5$  より小さな点のように 1 より小さくても  $7.0 \times 10^5$  の点と比べて大きな  $\chi^2/\text{ndf}$  を持つような振る舞いのこと。

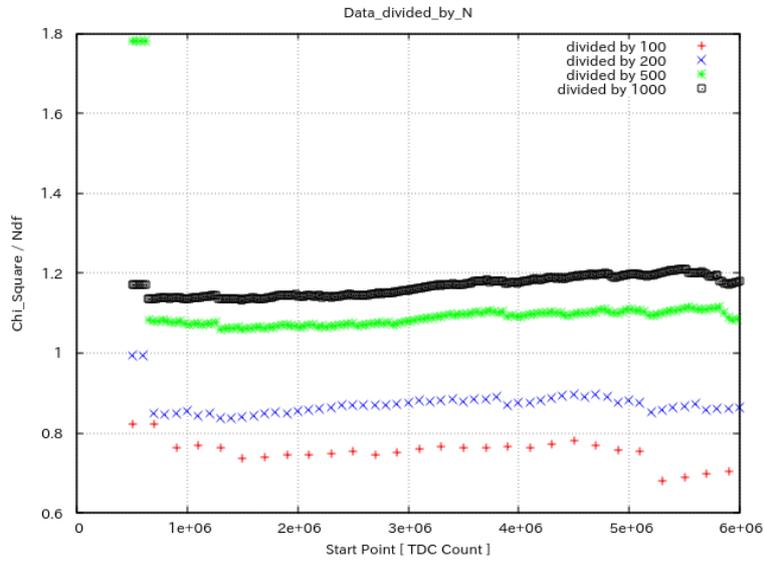


図8 ヒストグラムの分割数・フィットの StartPoint と  $\chi^2/\text{ndf}$  の関係 (1)

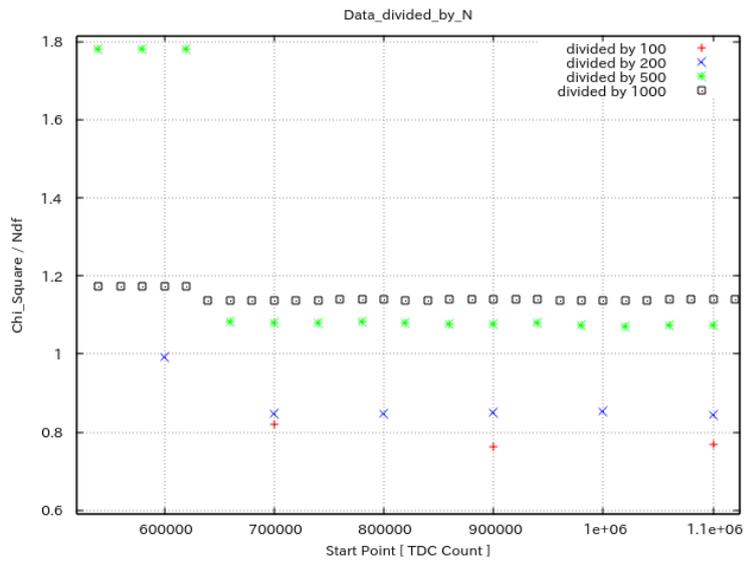


図9 ヒストグラムの分割数・フィットの StartPoint と  $\chi^2/\text{ndf}$  の関係 (2)

### 3.4 TDC Calibration の結果

time [micro sec]	TDC Count
1.18	1658879
2.14	2928639
3.34	4501503
11.3	14880767
15.5	20414463
19.6	25772031

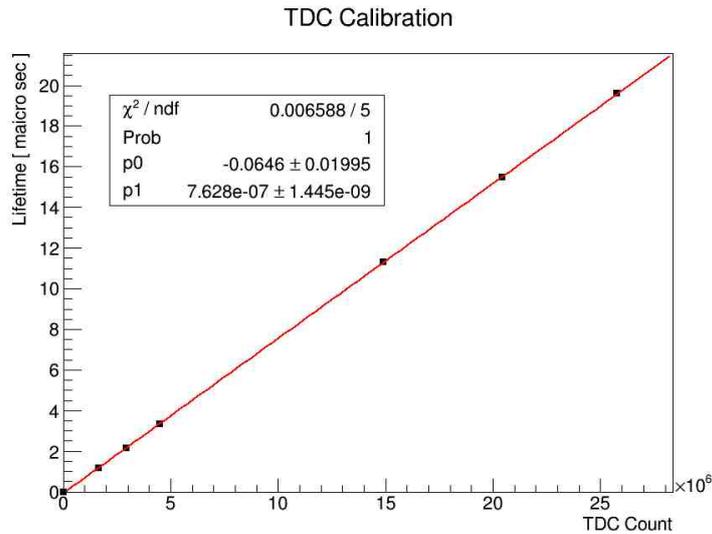


図 10 TDC Calibration データの直線フィット

我々はミュオンの寿命に相当する TDC Count をヒストグラムへの関数フィットで知ることが出来るが、それを実際の秒に変換しなければいけない。そこで TDC Calibration を行う。START 信号が入ってから STOP 信号が入るまでの時間は TDC Count に対して一次関数の関係にあると仮定した。1 マイクロ秒から 20 マイクロ秒の間から 6 点を取って、オシロスコープで確認した信号間の時間を縦軸に、TDC が出力した整数値を横軸にプロットした。その結果が図 10 である。図 10 より明らかに前述の仮定は正しいことが分かる。以上より寿命は以下のように評価することが出来る。

$$\text{Lifetime}[\text{micro sec}] = (7.628 \times 10^{-7}) \times \text{TDC Count} - 0.0646 \quad (14)$$

### 3.5 解析結果

図 11 は両面のシンチレータで STOP をかけたデータのヒストグラムにミュオン捕獲の効果を無視した関数でフィットしたものである。フィットの結果より寿命に対応する TDC Count は  $(2.724 \pm 0.058) \times 10^6$  であることが分かり、Calibration の結果を用いるとこの実験で計測されたミュオンの寿命は  $2.013 \pm 0.047$  マイクロ秒である。

また、参考として違う StartPoint を選択した場合でのミュオンの寿命の解析もしたので、その結果を図 12 に示しておく。

### 3.6 ミュオン捕獲の影響の評価

#### 3.6.1 両面で STOP をかけたデータでの評価

ここでは  $\mu^-$  が Cu 原子核に捕獲されることによって起こりうるミュオンの見かけの寿命の減少について評価する。今回の実験ではこの影響は小さく無視できるものと考えたが、その見積りが正当であったかをミュオン捕獲の補正項を加えた式 (13) でフィッティングし評価する。その結果を図 13,14 に示す。

図 13 の結果と TDC Calibration の結果よりミュオン捕獲を考慮した際の寿命は 2.013 マイクロ秒であ

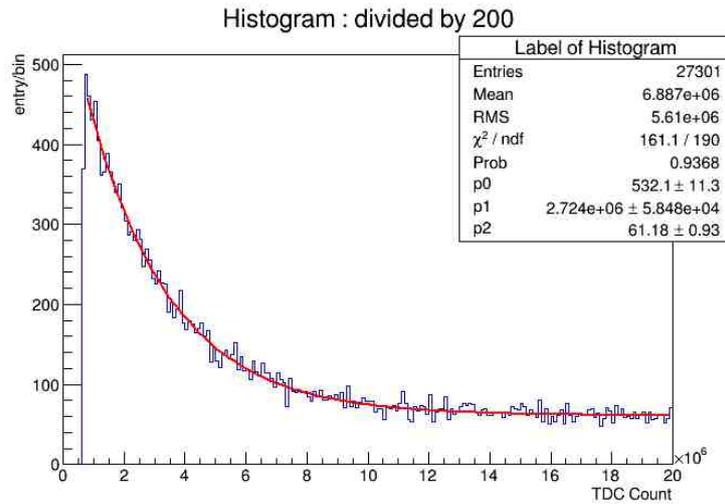


図 11 両面のシンチレータで STOP をかけたデータのヒストグラム

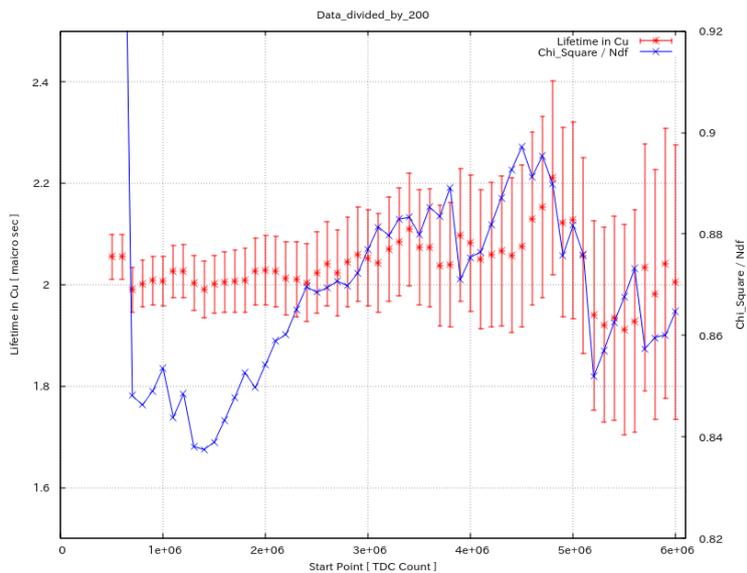


図 12 両面のシンチレータで STOP をかけたデータで StartPoint と Lifetime の関係

ると分かり、図 14 より補正項を加えた式 (13) は式 (12) よりも実験結果にマッチしたモデルとは言えないと考えられる。

### 3.6.2 上の面でのみ STOP をかけたデータでの評価

ヘリシティの偏極などの影響によって上下のシンチレータ別々で実験を行うと違う寿命が測定されることを期待して、片方のシンチレータでのみ STOP をかけたデータを取った。

まずは上面のシンチレータのみで崩壊を検出したデータについて解析する。見かけの寿命を知りたいので式 (12) でフィッティングする。

図 15 よりこのデータでのミュオンの寿命は 1.956 マイクロ秒であることが分かる。

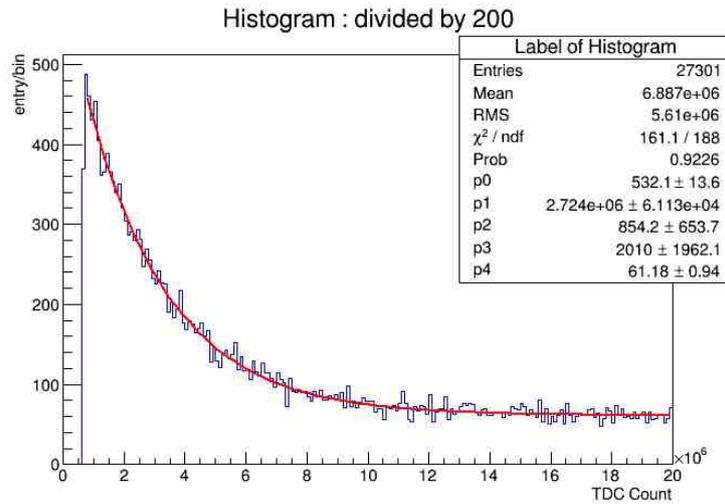


図 13 両面で STOP をかけたデータでの  $\mu$  捕獲の補正項を加えた評価

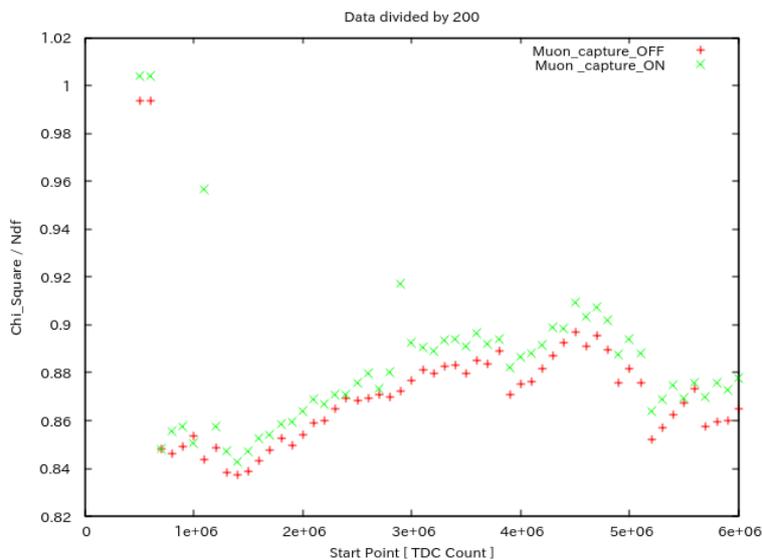


図 14 両面で STOP をかけたデータでの  $\mu$  捕獲の補正項を加えた場合と加えていない場合の  $\chi^2 / \text{ndf}$  の比較

### 3.6.3 下の面でのみ STOP をかけたデータでの評価

次に下面のシンチレータのみで崩壊を検出したデータについて解析する。

図 16 よりこのデータでのミューオンの寿命は 1.763 マイクロ秒であることが分かる。

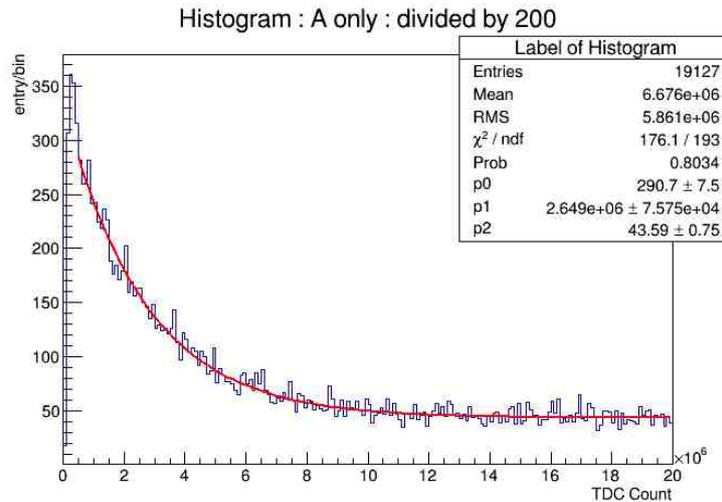


図 15 上面でのみ STOP をかけたデータでの解析結果

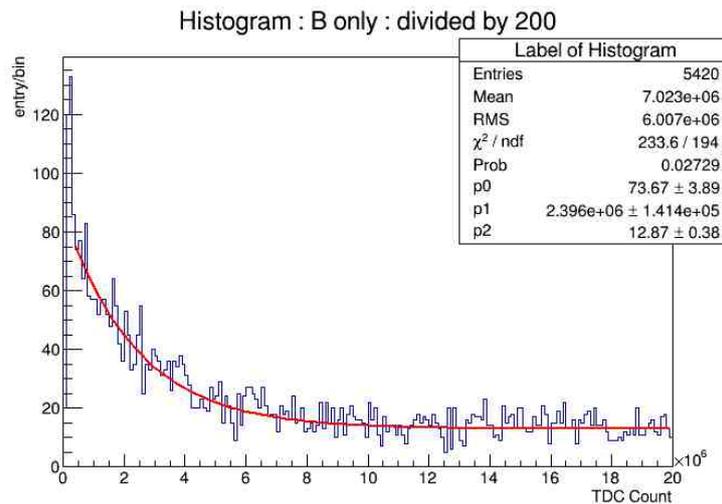


図 16 下面でのみ STOP をかけたデータでの解析結果

## 4 考察

ここでは、今回測定された値 ( $2.013 \pm 0.047 \mu\text{sec}$ ) と文献値 ( $2.197 \mu\text{sec}$ ) との差の原因に関することを中心に、今回の実験の考察を行う。

### 4.1 $\mu^-$ の見かけの寿命 (文献値では $0.160 \text{nsec}$ ) とその影響について

$\mu^-$  の寿命が尽きたことは、通常の崩壊なら生成される電子で、Cu 原子核による捕獲によるものなら内部転換等に由来する電子、あるいは核種の転換後の Ni 原子核等に由来する電磁波 (ガンマ線) 等により原理的には知れる。しかし、今回の実験では後者の場合について省みられていない (検出されるかさ不明) ので、

$\mu^-$  に関する定量的な情報（+と-の比等）は、本実験ではほとんど得ることができない。そして仮に捕獲が検出されていたとしても、実際に結果に影響を与えた可能性は低い。なぜならデータより得られたヒストグラムを解析する際、フィッティングのスタート位置を tdc カウントが多いほうに動かすと見かけの寿命の短い  $\mu^-$  のデータは落ちて（ $\mu^+$  と  $\mu^-$  の銅板侵入直後の比率が 1 だとすると  $2.2\mu\text{sec}$  後には  $10^6$  以上になる）算出される寿命は長くなるはずだが、実験結果（3）からは特にそのような事実は見受けられないからである。

## 4.2 ノイズとその影響について

ノイズはどの瞬間においても等確率で入ると仮定した場合、それは実際においては指数的に減少する項という形で結果に影響してくる。解析においてはこれを 0 次近似し定数としてフィッティングしたが、それによって実際の寿命と齟齬が起きた可能性は否定できない。ただしこの考えをそのままフィッティングに適用することは困難（実際に行ったところ、各定数のオーダーの違いにより、解析で得られた以上に意味のあるデータは出てこなかった）であるため、あらかじめノイズのみのデータを測定し、後で減算するのが現実的である。

## 4.3 機器の個体差とその影響について

今回の実験では、MPPC 毎に発生するパルスの強さにかかなりの違いがあった。それは検出器の一単位、即ちシンチレータ、光ファイバー、MPPC の一纏まりの個体差を反映しており、単位毎に適正な閾値が異なることから全体の閾値の決定に困難を生じさせる。いくつかの単位に適切な閾値として全体の閾値を決定したとき、残りの単位にとってその閾値では検出におけるノイズの割合が多くなり、結果寿命が短く測定されるということもありうる。この問題を回避するには幾つか方法があると思われる（光ファイバーを束ねて使用する MPPC を二つだけにする等）が、究極的には同程度の閾値を持つ一対の単位で測定を行うのが最良であるように思われる。

## 5 まとめ

今回の実験では、銅板にミュオンを捕獲して、その崩壊確率からミュオンの寿命を測定するという手法を取った。その結果、ミュオンの寿命は、 $2.013 \pm 0.047 [\mu\text{sec}]$  と測定された。相対誤差は 8.38% であり、少々ズレが大きくなってしまった。

この原因は先で述べた通り、 $\mu^+$ 、 $\mu^-$  の区別の困難さ、粒子捕縛の影響、ノイズの影響、機器の影響、統計誤差が考えられた。上記で示した原因の最初の 2 つについては、実際計算を行ってみたがあまり影響が見られなかった。統計誤差についても、最も妥当そうであるものについて解析を行ったので、誤差は比較的小さいと考える。

したがって今回の誤差の主な原因は、ノイズ及び機器の影響であると結論した。これに関しては時間的な制約などもあり、定量的に評価するには至らなかった。

## 6 謝辞

最後に今回の実験に際して指導をいただいた高エネルギー物理学研究室の南野さん、TA の平木さん、中西さんにこの場を借りてお礼を申し上げます。

## 7 参考文献

### 参考文献

- [1] 宇宙素粒子物理学. Claus Grupen. 小早川恵三 訳 シュプリンガー・ジャパン
- [2] Introductory muon science Kanetada Nagamine. Cambridge University Press.
- [3] 2013 年度後期 A1 課題演習レポート