

# Compton 散乱

芦田 涼      大山 修平      小林 蓮      時 聡志      富永 貴弘      中田 拓海

平成 30 年 8 月 7 日

## 目 次

<b>1</b>	<b>概要</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>実験理論</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>実験手順</b>	<b>3</b>
3.1	回路 . . . . .	3
3.2	PMT 及び線源の幾何学的配置 . . . . .	5
3.3	キャリブレーション . . . . .	6
<b>4</b>	<b>誤差の評価について</b>	<b>7</b>
4.1	(A) ピークの値の読み取りにおける誤差 . . . . .	7
4.2	(B) 本実験における誤差 . . . . .	7
<b>5</b>	<b>解析と結果</b>	<b>9</b>
5.1	キャリブレーション . . . . .	9
5.2	Compton 散乱の結果 . . . . .	9
<b>6</b>	<b>実験の改善</b>	<b>10</b>
6.1	キャリブレーションの改善 . . . . .	10
6.2	シンチレーターの入れ替え . . . . .	12
6.3	誤差の見積もり . . . . .	13
6.3.1	$\theta_{\max}$ の計算 . . . . .	13
6.3.2	$\theta_{\min}$ の計算 . . . . .	16
<b>7</b>	<b>今後の課題</b>	<b>19</b>

# 1 概要

本実験では、ガンマ線と物質の相互作用であるコンプトン散乱を確かめることを目的とする。入射光の線源として  $^{137}\text{Cs}$  を使用した。検出器として NaI シンチレータと  $\text{LaBr}_3$  シンチレータを使用し、NIM/CAMAC モジュールにおいて信号の読み取りを行った。また ADC をエネルギーに直すためのキャリブレーションを  $^{22}\text{Na}$ 、 $^{60}\text{Co}$ 、 $^{137}\text{Cs}$  を用いて行った。このようにして得られた散乱後のガンマ線のエネルギー角度依存性を解析し、理論値と比較した。

# 2 実験理論

コンプトン散乱は図のように光子が電子に衝突し、光子の波長やエネルギーが変化する現象である。

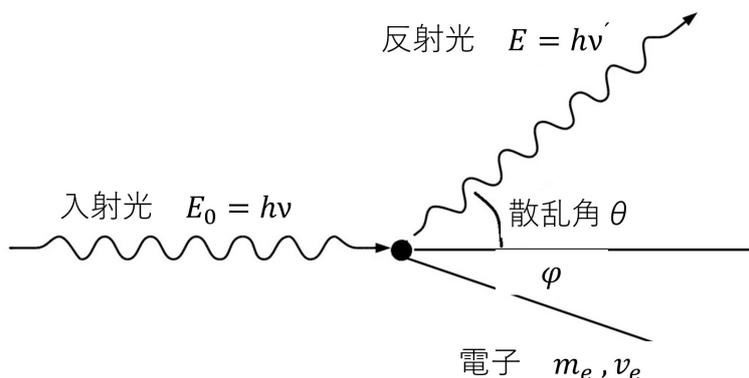


図 1: Compton 散乱.

光子の入射方向に平行、および垂直な向きでの運動量保存則、またエネルギー保存則により反射後のガンマ線のエネルギーと散乱角との間に

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

が成り立つ。ここで電子の静止エネルギー  $m_e$  は約 511(keV) である。例えば今回用いる  $^{137}\text{Cs}$  の場合は入射光のエネルギー  $h\nu$  が 662(keV) で、反射光のエネルギーと電子のエネルギーの概形は図 2 のようになると予想される。

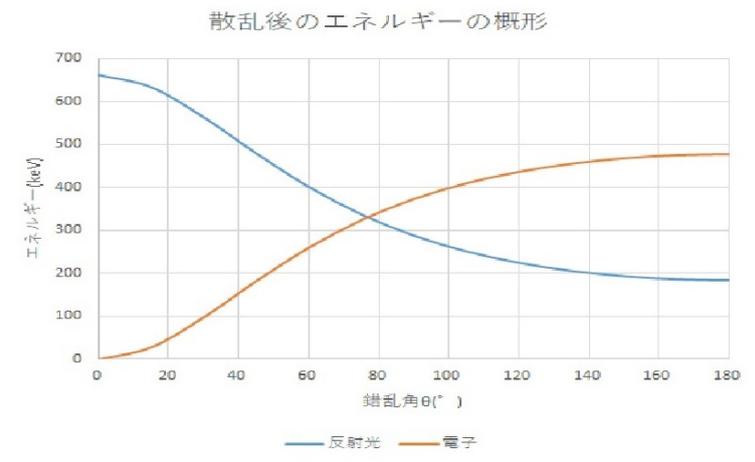


図 2: 反射光のエネルギーと電子のエネルギーの概形

### 3 実験手順

#### 3.1 回路

反跳電子と散乱光子を同時に検出する回路 (図 3) を組んだ。<sup>1</sup>

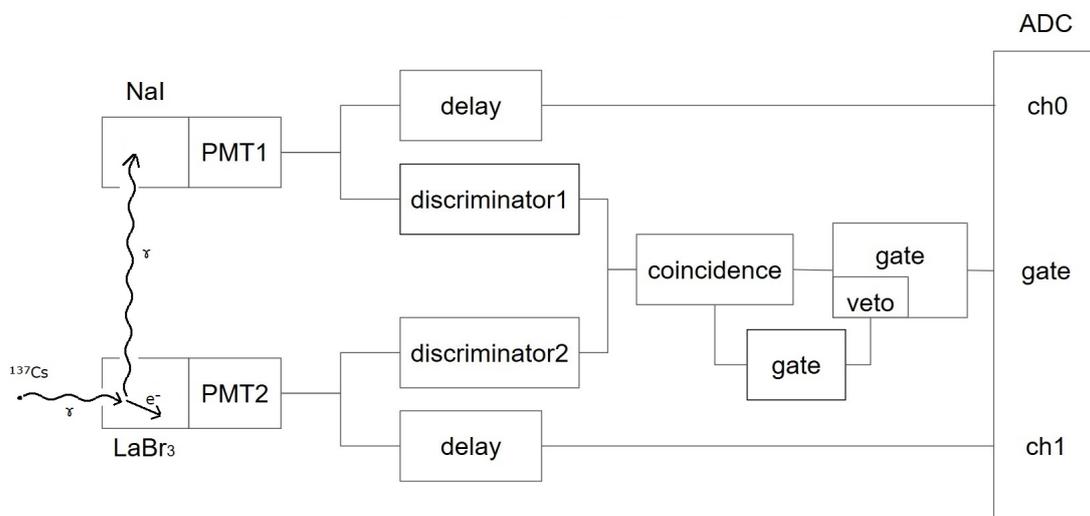


図 3: 実験に用いた回路

この回路で起こる一連の流れは以下のとおりである.

1. 線源  $^{137}\text{Cs}$  から出るガンマ線を  $\text{LaBr}_3$  の結晶に入射する.
2. ガンマ線が結晶内の電子と Compton 散乱する.
3. 反跳電子はそのまま  $\text{LaBr}_3$  内の他の電子を励起し、シンチレーション光を出す.

<sup>1</sup>図 3 は回路を模式的に表したものでシンチレーター及び PMT の配置について正確でない. このことについては 3.2 で述べる.

4. 散乱光子は NaI の結晶に当てる. そこで同様に電子を励起しシンチレーション光を出す.
5. シンチレーション光を PMT で電気信号 (電圧) に変える.
6. ADC で信号の大きさを求め、どの大きさの信号がいくつ来たかというヒストグラムを作成する.(例えば 図 4) 単一エネルギーの粒子が入射したとしても分解能の問題で分布にはある程度の幅が生じる. そこでグラフを正規分布でフィッティングしてピークの位置の ADC の値を代表値として解析に用いることにする. この ADC の値と入射した粒子のエネルギーとの対応は 3.3 で述べる.

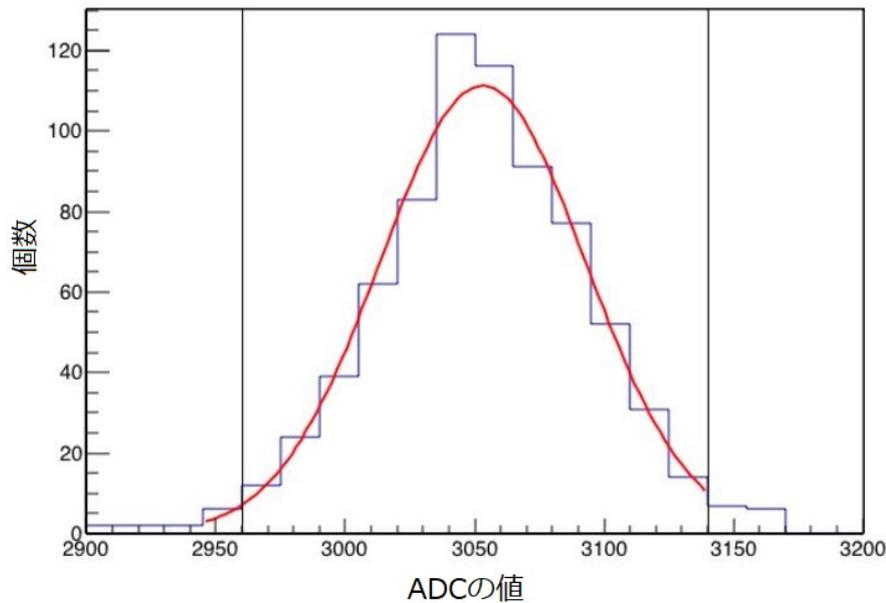


図 4: 測定で得られるデータの例

回路内にある各素子については以下のとおりである.

- NaI, LaBr<sub>3</sub>... ガンマ線もしくは電子により結晶内の電子が励起され、基底状態に戻るときにシンチレーション光を発する.
- PMT... 光を検出し、増幅して電気信号に変える装置である. 簡単な原理は以下の通りである. 光が光電陰極に当たると電子が叩きだされる. これらの電子を電圧により加速してからダイノードに衝突させることではじめより多くの電子が叩き出される. これを繰り返すことで電子の数を増幅し電気信号として出力する.  
今回は NaI や LaBr<sub>3</sub> の結晶から発せられるシンチレーション光に対して用いる.PMT1 は浜松ホトニクス社の H6410, PMT2 は Saint Goban 社の A-330502 であり、それぞれにかけている電圧は 1450(V)、-1600(V) である.
- discriminator... 入力された信号が設定された大きさを越えた瞬間に矩形波を出す. 今回の場合 discriminator1 では threshold を 22(mv)、discriminator2 では threshold を 5.8(mv) に設定してある. 最も低いエネルギーをもって散乱された電子や光子による信号がとらえられる程度に threshold を上げている.
- coincidence... 二つの信号が同時に来た時のみ矩形波を出す. コンプトン散乱による反跳電子と散乱光子の信号は同時とみなされるように設定されているが、線源からのガンマ線を直接に光電吸収した信号はここで遮断される.

- gate generator... 指定した時間間隔の矩形波を出す.
- ADC... ch0 もしくは ch1 からの信号のうち gate からの矩形波の幅に入っている部分を積分してその信号の電荷量を求める.
- delay... ケーブルをつないで信号を遅らせている.gate の矩形波の幅の中に ch から信号が入るようにするためである.
- VETO... 複数の信号が短い間隔で来ると gate からの信号がつながって一つの長い矩形波になる. そうすると一つの矩形波の中に複数の信号が入り、一つの大きい ADC として出力されてしまう.VETO を通すと複数の信号が短い間隔で来ても最初の信号にのみ反応して矩形波を出すようにするためこの問題を解決できる.

### 3.2 PMT 及び線源の幾何学的配置

今回の実験では図 5 のような配置で実験を行った<sup>2</sup>.

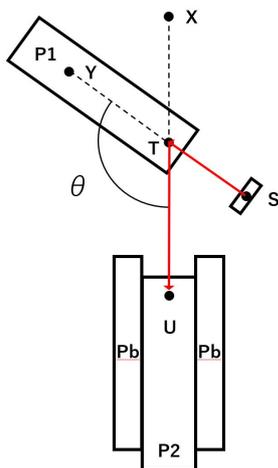


図 5:  $^{137}\text{Cs}$  から出た  $\gamma$  線は P2 の中で散乱される. 赤線が観測される  $\gamma$  線の経路.

まず鉛のタイルを用いて車庫のような囲いを作り、入り口から 10cm のところに PMT+シンチレータの先端を置いた. この PMT+シンチレータを P1、先端から 1cm の深さの点を点 U と呼ぶことにする. 次に P1 の軸上かつ点 U から 31cm のところを点 T と呼び、点 T に別の PMT+シンチレータをおいた. この PMT+シンチレータを P2 と呼ぶ. ただし衝突の侵入長を考慮して、P2 の先端から 1cm のところが点 T となるように配置した. 最後に P2 の軸上かつ点 T から 10cm の点に線源  $^{137}\text{Cs}$  を配置した. 線分 UT の延長上の点を点 X、線分 ST の延長上の点を点 Y と呼ぶことにして、角 UTY を  $\theta$  と定める<sup>3</sup>. この状況で、 $\theta$  が 30,60,90,120,150,180 度の場合について測定を行った.

<sup>2</sup>この節ではシンチレータ及び線源の大きさは無限小とし、見込み角による誤差については次の節で見積もることにする.

<sup>3</sup> $^{137}\text{Cs}$  から放出された  $\gamma$  線は P2 のシンチレータに入る. ここで一部の  $\gamma$  線が散乱され、その  $\gamma$  線を P1 で観測する. 従って実験理論の章で定めた散乱角  $\theta$  は、上で定めたものと同じものであることが分かる.

### 3.3 キャリブレーション

キャリブレーションとは、実験で得られたADCの値をエネルギーに変換する作業である。二つのPMTで三つの線源  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{60}\text{Co}$  の光電吸収ピークの位置を観測することでキャリブレーションを行った。キャリブレーションの際のPMTの配置は図6に示した。線源はPMTのほぼ中央に置いた。

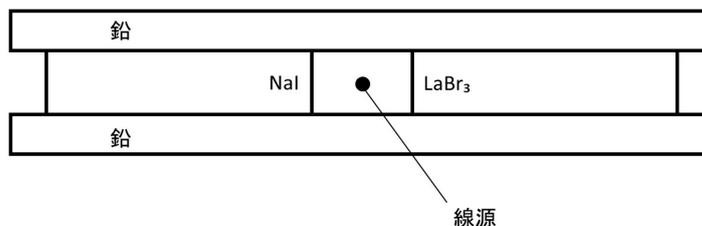


図 6: キャリブレーション時のPMT配置

キャリブレーションに用いた三つの線源の崩壊図崩壊図式を、図7, 図8, 図9に示す。図中のECは電子捕獲を表す。

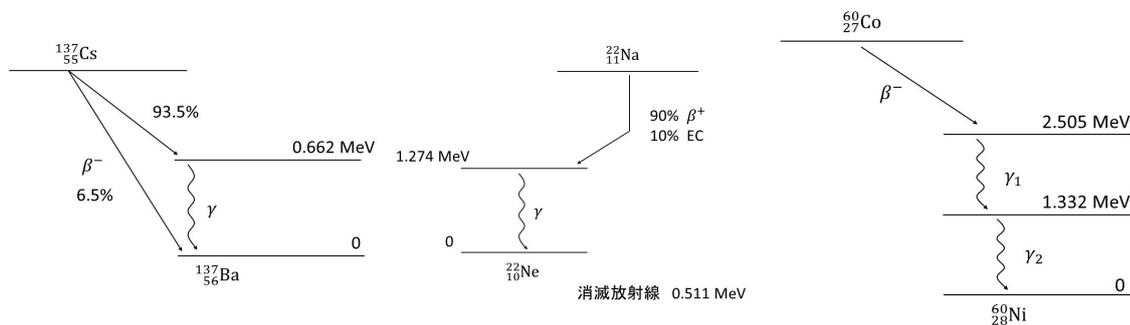


図 7:  $^{137}\text{Cs}$  の崩壊図式

図 8:  $^{22}\text{Na}$  の崩壊図式

図 9:  $^{60}\text{Co}$  の崩壊図式

$^{22}\text{Na}$  の崩壊では、電子捕獲の他に、陽電子が放出される  $\beta^+$  崩壊があり、この陽電子が電子と対消滅して消滅放射線が生成されるため、二つのピークが観測される。したがってキャリブレーションは合計5点を用いて行った。また、ADCとエネルギーは比例すると仮定し、この5点を直線でフィッティングした。

## 4 誤差の評価について

今回は誤差を次のように (A) と (B) に分けることにする. すなわち (A) ピークの値の読み取りにおける誤差と (B) 本実験における誤差.

そして (B) はさらに (B-1) シンチレータ及び線源の大きさに由来する誤差と (B-2) シンチレータ及び線源の配置に由来する誤差の二つに分ける.

### 4.1 (A) ピークの値の読み取りにおける誤差

今回は得られたデータのピークを読み取りをガウス関数  $a\exp(-bx^2) + c$  でフィットすることで求めた. 具体的には root を用いてこちらからフィットする範囲の上端と下端を指定し、その範囲内で最適なパラメータの値を求めさせた. 従ってこの方法には指定する範囲の不定性が存在する.

そこで指定する範囲による誤差を見積もるために、適当に選んできた本実験のデータを様々な範囲でフィットして、キャリブレーション後のエネルギーの値にどの程度違いが出るのか調べた. それを示したのが図 10 である. その結果およそ  $0.001\text{MeV}=1\text{keV}$  程度の違いであることが分かった<sup>4</sup>.

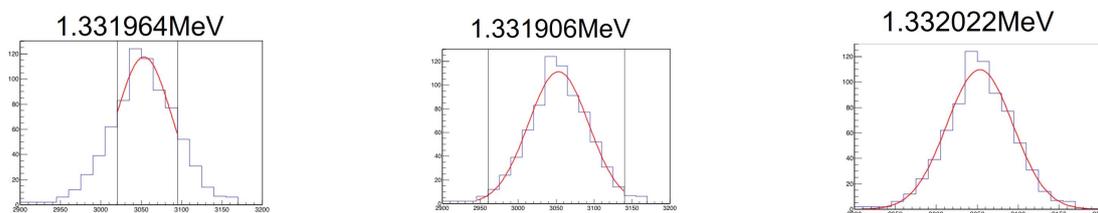


図 10: ガウス関数によるフィットの例. 縦線が指定した範囲であり、赤線が求められたガウス関数である.

### 4.2 (B) 本実験における誤差.

#### (B-1) シンチレータ及び線源の大きさに由来する誤差

本実験において  $\theta$  の値を 30 度から 180 度まで測定する際、シンチレータや線源に有限の大きさがあるため、 $\theta$  が小さくなるにつれて PMT の分解能は悪くなる<sup>5</sup>. この誤差を厳密に取り込むには、ガンマ線は線源から出て LaBr で散乱され NaI に入るのので、NaI、LaBr、線源のそれぞれを座標  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  でパラメトライズして、組  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  で決まる散乱角  $\theta(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  を積分して体積で平均をとらなくてはならない. 加えて、散乱の起こる確率は侵入長に対して指数関数的に減衰していくのでこれに関する重みづけも行わなくてはならない. しかしこれはとても計算が大変なので行えなかった. そこで代わとして今回はフィット時のガウス関数の標準偏差をエネルギーに換算した結果を用いることにした. その結果をまとめたのが表 1 及び図 11 である.

表 1: 線源及びシンチレータの大きさに関する誤差

	30 度	60 度	90 度	120 度	150 度	180 度
NaI [keV]	0.560002	0.415589	0.679312	0.206340	0.175202	0.165947
LaBr [keV]	0.060414	0.226468	0.394425	0.439483	0.479200	0.477530

これより  $\theta$  が 30 度の時で 55keV 程度、180 度の時で 17keV 程度の誤差が見られることが分かった.

<sup>4</sup> どの回のキャリブレーションの結果を使うかという問題があるが、今必要なのはエネルギーの違いなのでキャリブレーションのグラフの傾きだけが分かれば十分であり、傾きはどの条件でも  $10^{-4}$  のオーダーであったので、どれを使っても大きな違いは出ない.

<sup>5</sup> 詳しくは付録を参照

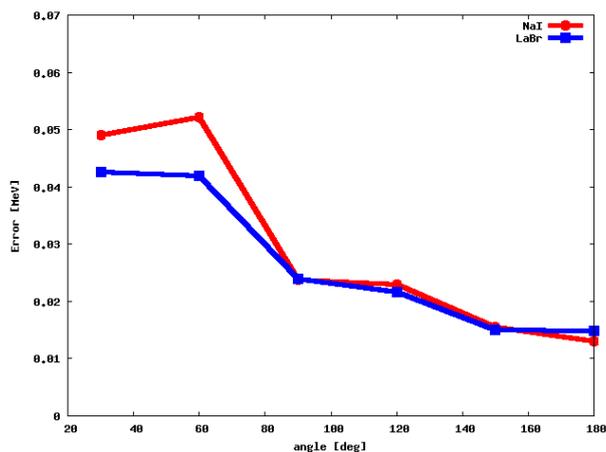


図 11: 各角度に対するガウス関数の標準偏差

### (B-2) シンチレータ及び線源の配置に由来する誤差

実験の際、 $\theta$ を決めるのは以下のように行った：まず、印刷した分度器を鉛にテープで貼り付けておく。これは実験が終わるまでずらさない。次に分度器の中心を通り、 $\theta$ を通るように巻き尺を置く。最後に巻き尺に沿ってシンチレータとPMTと線源を適切な距離で配置した。これにより $|\theta| = 1$ 度程度の誤差は生じる。これを理論式によりエネルギー換算した値を表2に示す。

表 2: 線源及びシンチレータの配置に関する誤差

$\theta$	30度	60度	90度	120度	150度	180度
ずれ [keV]	5.4	4.8	2.9	1.5	0.7	0.1

以上より (A) の誤差は無視できて、(B) の誤差を用いることにした。

## 5 解析と結果

### 5.1 キャリブレーション

線源に  $^{22}\text{Na}$ 、 $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{60}\text{Co}$ 、 $^{57}\text{Co}$  を用いてキャリブレーションを行った。シンチレーターに入った粒子の

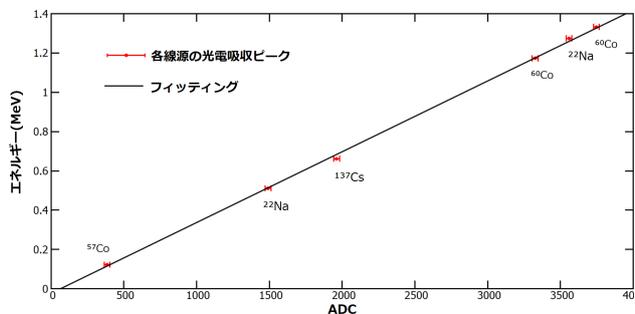


図 12: NaI における ADC とエネルギーの対応

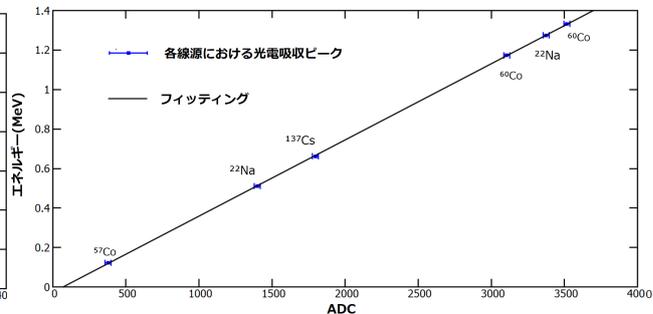


図 13: LaBr<sub>3</sub> における ADC とエネルギーの対応

エネルギーと ADC の値が比例すると仮定して  $\text{energy}(\text{MeV}) = p_0 \times \text{ADC} + p_1$  という式でフィッティングを行った。結果を以下の表に示す。

	$p_0$	$p_1$
NaI	$3.6039 \times 10^{-4}$	$-2.37033 \times 10^{-2}$
LaBr <sub>3</sub>	$3.85931 \times 10^{-4}$	$-2.72072 \times 10^{-2}$

表 3: キャリブレーション結果

### 5.2 Compton 散乱の結果

先のキャリブレーションの結果を用いて、各角度で測定した光子と電子の ADC の値をエネルギーに変換した。角度ごとのエネルギーを描いたものが図 14 である。

黒は理論値、赤は NaI で観測した散乱光子のエネルギー、青は LaBr<sub>3</sub> で観測した反跳電子のエネルギー、緑は光子と電子のエネルギーの和である。傾向としては理論と一致しているが、エラーから外れた部分もあり特に低角度でのずれが大きい。

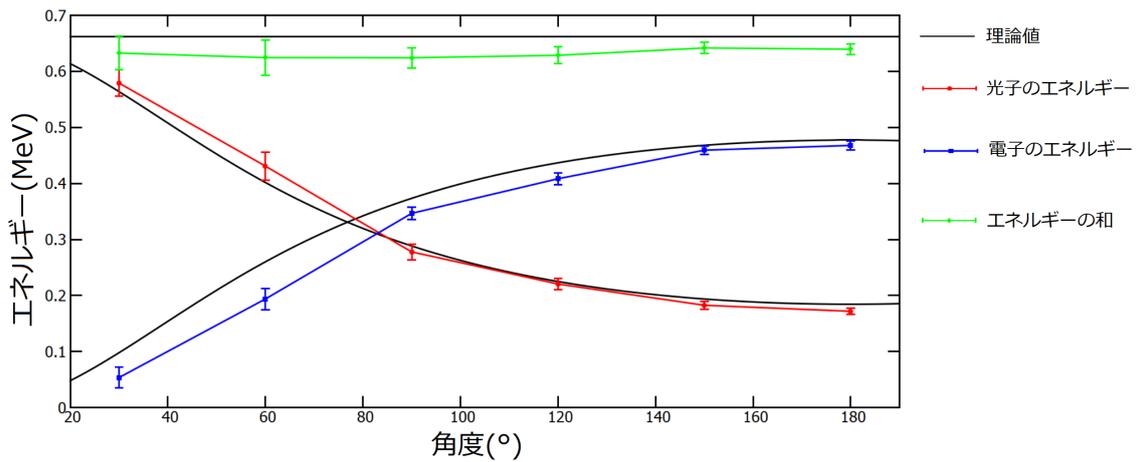


図 14: 角度ごとのエネルギー

## 6 実験の改善

### 6.1 キャリブレーションの改善

精度を改善する為にキャリブレーションを反省してみた. キャリブレーションのグラフ (図 12、図 13) を見ると NaI の方は LaBr<sub>3</sub> と比べてフッティングがうまくいっていない. 数回キャリブレーションを繰り返してみたところ線源ごとに直線からのずれ方の傾向が同じであることから、レートに依存した影響が予想された. そこでこれを検証する為に計数率によって ADC がどう変化するか実験してみた. 結果を図 15 に示す.

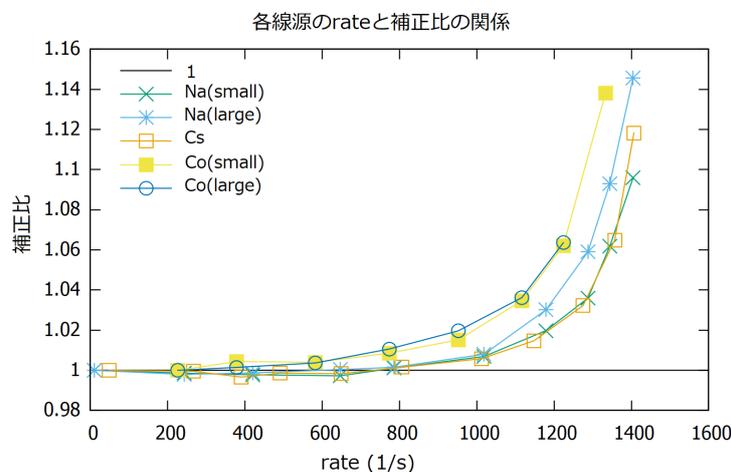


図 15: 計数率と ADC の関係

線源は <sup>60</sup>Cs と <sup>22</sup>Na と <sup>60</sup>Co を使用し、最も係数率が低いときの ADC の値で規格化している. この結果から計数率が上がると ADC が大きくなり、下がるにつれてある値に収束するということが分かる.<sup>6</sup>これらの曲線をそれぞれ  $a/(x-b)^n + c$  ( $n$  は自然数) としてフィットしてみたところ、 $n$  が 6 のとき最も良い近似になることが分かった. 代表として Cs のフィッティングの結果を図 16 に示す.

<sup>6</sup>NaI は主要なシンチレーション光に遅れて燐光を発生する. そのため計数率が高くなると燐光が重なることで ADC の値が大きくなる可能性があるようだ. しかしながら今回は直接的な検証を行っていないため燐光によるものだと断定することはできない.

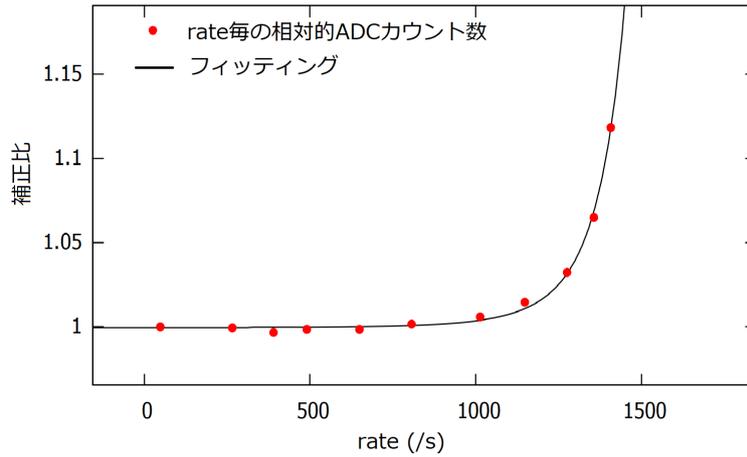


図 16:  $^{137}\text{Cs}$  に対する計数率と補正比

フィッティングパラメーターの値は表 4 のようになった。

	$\text{Na}^{22}$ (低)	$\text{Na}^{22}$ (高)	$\text{Cs}^{137}$	$\text{Co}^{60}$ (高)	$\text{Co}^{60}$ (低)
a	$2.72 \times 10^{16}$	$1.71 \times 10^{16}$	$3.07 \times 10^{15}$	$3.10 \times 10^{16}$	$2.75 \times 10^{17}$
b	$2.16 \times 10^3$	$2.15 \times 10^3$	$1.95 \times 10^3$	$2.11 \times 10^3$	$2.50 \times 10^3$
c	0.998	0.998	0.999	1.002	0.998616

表 4: 補正におけるフィッティングパラメータの結果

この結果をもとに以前とったキャリブレーション時の ADC の値を補正したのが表 5 である。

	$\text{Na}^{22}$ (低)	$\text{Na}^{22}$ (高)	$\text{Cs}^{137}$	$\text{Co}^{60}$	$\text{Co}^{60}$
測定された ADC の値	1491	3559	1962	3327	3747
補正比	1.0067	1.0038	1.029	1.019	1.024
補正後の ADC の値	1485	3535	1907	3264	3659

表 5: ADC の補正

補正後の ADC 値 = 測定された ADC の値/補正比 である。

これらをもとに改めてキャリブレーションのフィットを行ったときのグラフを図 17 に示す。<sup>7</sup>

このキャリブレーション結果を用いて改めて角度ごとのエネルギーを計算してみた。

図を比べると最終的な結果が大きく改善されたとはいえない。また係数率による ADC の値の変化は  $\text{LaBr}_3$  には影響しないため、 $\text{LaBr}_3$  におけるずれには他の原因を考えなければならない。

<sup>7</sup> $^{75}\text{Co}$  については十分に計数率が低かったため補正はしなかった。今回はキャリブレーションの測定を終えてから補正の必要性に気付いたためこのような方法になってしまった。本来は初めから計数率を下げて測定を行えばよい。

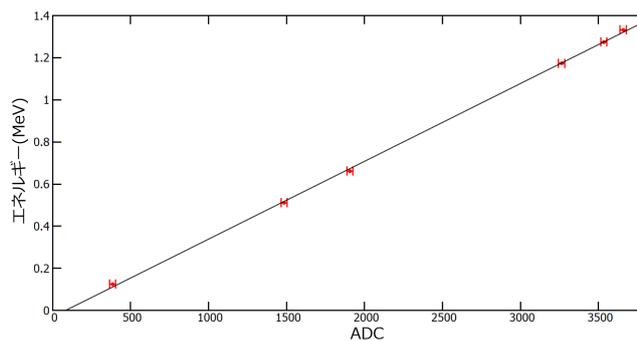


図 17: NaI の補正後のキャリブレーション

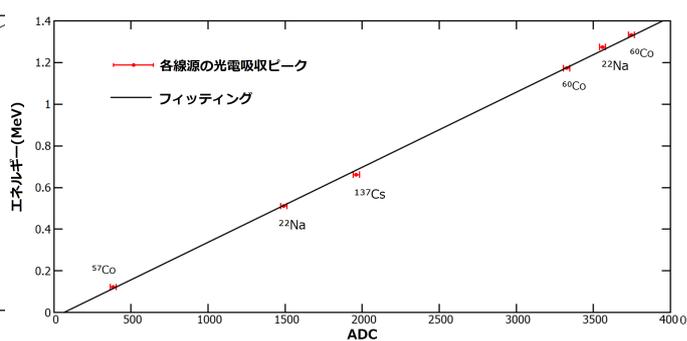


図 18: NaI の補正前のキャリブレーション (図 12 再掲)

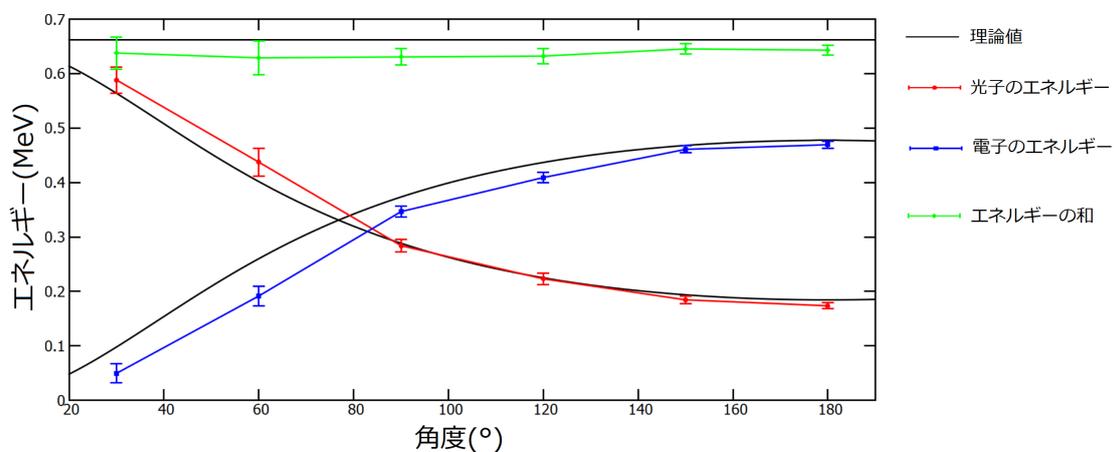


図 19: 角度ごとのエネルギー (補正後)

## 6.2 シンチレーターの入れ替え

シンチレーターに問題があるのかどうかを確認するために  $\text{LaBr}_3$  と  $\text{NaI}$  をまるっきり入れ替えて測定を行った. すなわち  $\text{NaI}$  で反跳電子,  $\text{LaBr}_3$  で散乱光子を測定するようにした. その結果が図 21 である.

低角度側で電子のエネルギーが小さく光子のエネルギーが大きくなるという先ほどと同じ傾向がみられた.

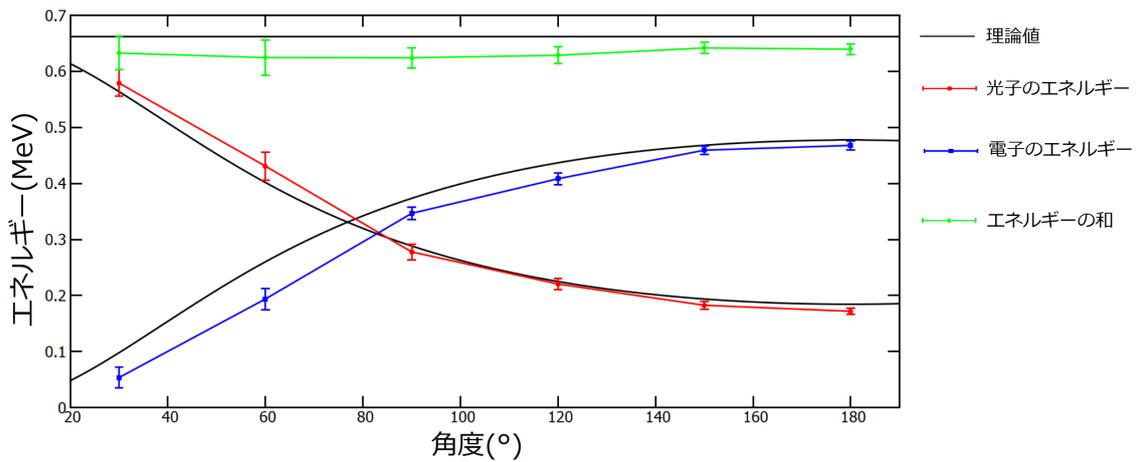


図 20: 角度ごとのエネルギー (補正前)(図 14 再掲)

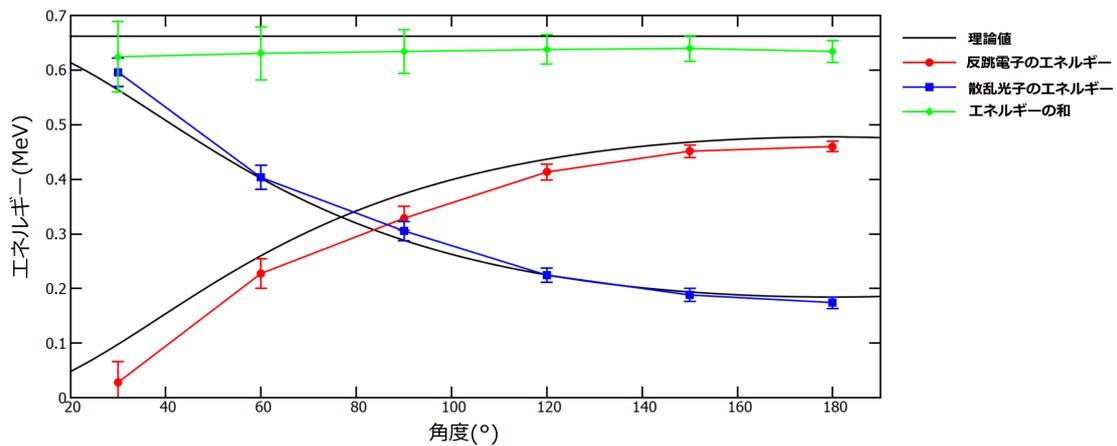


図 21: シンチレーターを入れ替えて測定した結果

### 6.3 誤差の見積もり

これまで理想的に  $\gamma$  線は線源の中心 S から出て、シンチレータの断面の中心 T で散乱すると仮定していた。この節では図 ( $\theta$  マックスの図) に見られるような、シンチレータおよび線源の大きさに由来する散乱角の誤差を見積もる。

図 5 から計算に必要な点に名前をつける。まず点 S を中心とし、半径 10cm の円と P1 の交点二点をそれぞれ点 T'、点 T'' と呼ぶ。次に点 T を中心とした半径 31cm の円と P2 の交点二点をそれぞれ点 U'、点 U'' と呼ぶ。線源の幅を表すために線源の両端をそれぞれ点 S'、点 S'' と呼ぶことにする。また、線分 T'T'' と線分 ST および線分 UT 徒の交点をそれぞれ点 T!、点 T!! と呼ぶことにする。さらに計算のために長さを次のように文字で置いておく。U'U'' =  $r_2$ , T'T'' =  $r_2$ , T'U =  $R_1$ , T'S =  $R_2$ , S'S'' =  $s$

#### 6.3.1 $\theta_{\max}$ の計算

図からわかるように  $\theta_1$  及び  $\theta_2$  が求まれば  $\theta_{\max}$  が求まる。

(1)  $\theta_1$  の計算

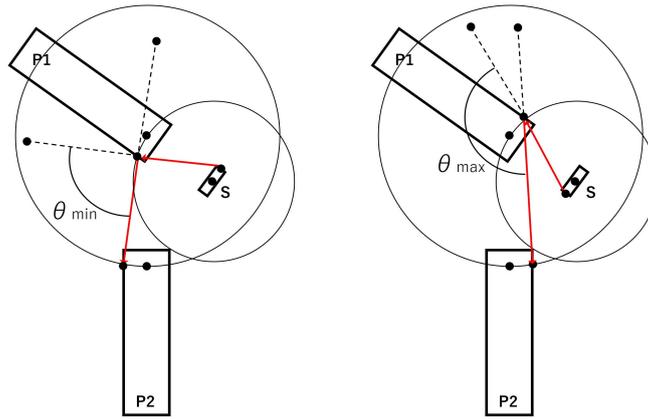


図 22: シンチレータ及び線源の大きさにより、散乱角は  $\theta_{\min}$  から  $\theta_{\max}$  までの広がりを持つ。

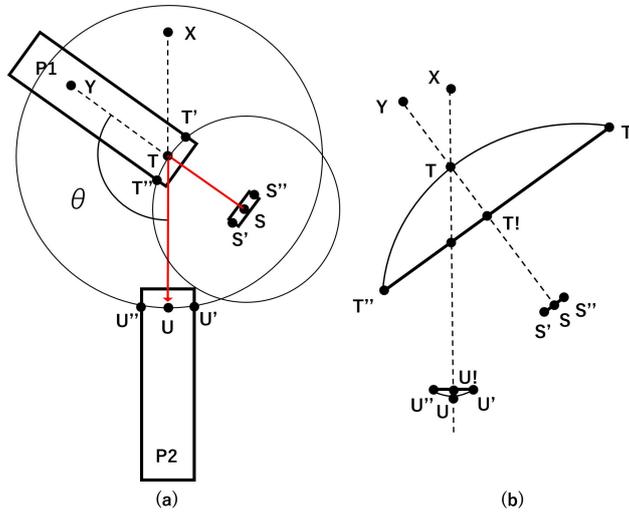


図 23: (a) 見込み角の広がりを求めるために各点に図のような名前をつける。(b) 点 T!及び点 T!!を見やすくするため少し極端な設定の図を描いた。

三角形  $ST'T!$  に三平方の定理を用いて

$$\begin{aligned} \rho_1 := T!S &= \sqrt{(T'S)^2 - (TT')^2} \\ &= \sqrt{R_2^2 - \frac{1}{4}r_2^2} \end{aligned}$$

となる。よって線分  $T!S$  と線分  $T'U'$  の交点を点  $V$  とおくと、

$$TV = \rho_1 \times \frac{r_2}{r_2 + s}$$

であり、以上から

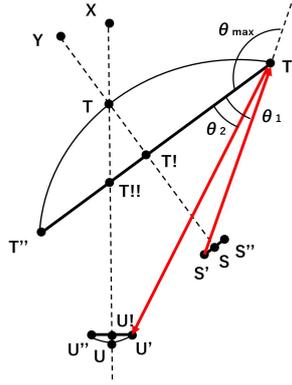


図 24: 赤線に沿って散乱された  $\gamma$  線が観測される内で最も大きな散乱角を持つ.

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{TV}{TT'}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\rho}{r_2 + s}\right)$$

(2) $\theta_2$  の計算

まず線分  $T!!U!$  を求める.  $\theta_1$  の時と同様にして、三角形  $TU!U'$  に三平方の定理を用いると、

$$\begin{aligned} TU! &= \sqrt{(TU')^2 - (U!U')^2} \\ &= \sqrt{R_1^2 - \frac{1}{4}r_1^2} \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned} \rho_2 := T!!U! &= TU! - T!!T \\ &= TU! - \frac{T!T}{\cos(90 - \theta)} \\ &= \sqrt{R_1^2 - \frac{1}{4}r_1^2} - \frac{R_1 - \rho_1}{\cos(90 - \theta)} \end{aligned}$$

さて角  $XT!!T''$  を  $\phi$  と定める. ただし  $\phi = 270 - \theta$  である.

点  $U$  から鉛直上向きに延ばした直線と線分  $T'U'$  の交点を点  $W$  とおいて三角形  $U'WT'$  に正弦定理を用いることを考える.

まず線分  $WT'$  は

$$\begin{aligned} l_1 := WT' &= T'U' - T!!W \\ &= T'U' + T!!T - T!!W \\ &= \frac{1}{2}r_2 + (R_1 - \rho_1)\tan(180 - \theta) - \frac{1}{2}r_1 \frac{1}{\cos(\phi - 90)} \end{aligned}$$

同様にして、

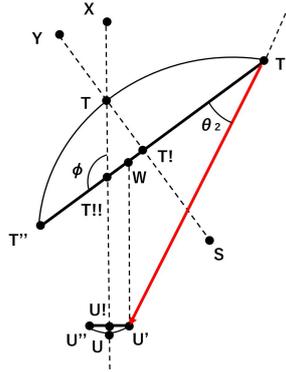


図 25:  $\theta_2$  を求めるために三角形  $U'WT'$  に正弦定理を用いる.

$$\begin{aligned}
 l_2 := WU' &= T'U' + \frac{1}{2}r_1 \tan(\phi - 90) \\
 &= \rho_2 + \frac{1}{2}r_1 \tan(\phi - 90)
 \end{aligned}$$

以上をもとに三角形  $U'WT'$  に対して余弦定理を用いると

$$\begin{aligned}
 l_3 := T'U' &= \sqrt{(WT')^2 + (WU')^2 - 2WT'WU' \cos(\phi)} \\
 &= \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\phi)}
 \end{aligned}$$

となり、正弦定理から

$$\begin{aligned}
 \frac{l_3}{\sin(\phi)} &= \frac{l_2}{\sin(\theta_2)} \\
 \theta_2 &= \sin^{-1}\left(\frac{l_2}{l_1} \sin(\phi)\right)
 \end{aligned}$$

と求まる.

### 6.3.2 $\theta_{\min}$ の計算

図からわかるように  $\theta'_1$  及び  $\theta'_2$  が求まれば  $\theta_{\min}$  が求まる.

(1)  $\theta'_1$  の計算

図より  $\theta_1 = \theta'_1$  であるから

$$\theta'_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2\rho}{r_2 + s}\right)$$

(2)  $\theta'_2$  の計算

点  $U''$  から鉛直上向きに延ばした直線と線分  $T'T''$  の交点を点  $W'$  とおいて三角形  $U'WT'$  に正弦定理を用いることを考える.

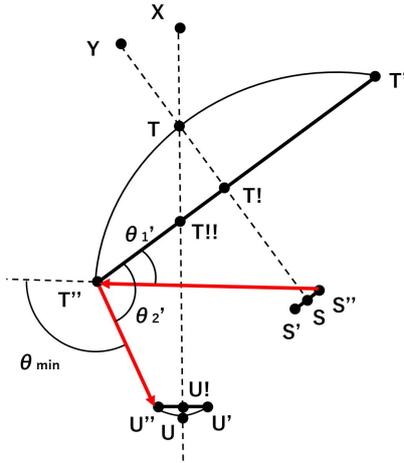


図 26: 赤線に沿って散乱された  $\gamma$  線が観測される内で最も小さな散乱角を持つ。

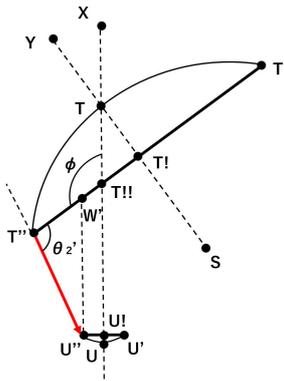


図 27:  $\theta_2'$  を求めるために三角形  $U''W'T''$  に正弦定理を用いる。

まず線分  $WT'$  は

$$\begin{aligned}
 l'_1 := WT'' &= T''T!! - T!!W' \\
 &= T''T! - T!T!! - T!!W' \\
 &= \frac{1}{2}r_2 - (R_1 - \rho_1)\tan(180 - \theta) - \frac{1}{2}r_1 \frac{1}{\cos(\phi - 90)}
 \end{aligned}$$

同様にして、

$$\begin{aligned}
 l'_2 := W'U'' &= T!!U! - \frac{1}{2}r_1 \tan(\phi - 90) \\
 &= \rho_2 - \frac{1}{2}r_1 \tan(\phi - 90)
 \end{aligned}$$

以上をもとに三角形  $U''W'T''$  に対して余弦定理を用いると

$$\begin{aligned} l'_3 := T''U'' &= \sqrt{(W''T'')^2 + (W''U'')^2 - 2W''T''W''U''\cos(180 - \phi)} \\ &= \sqrt{l_1'^2 + l_2'^2 - 2l_1'l_2'\cos(\phi)} \end{aligned}$$

となり、正弦定理から

$$\begin{aligned} \frac{l'_3}{\sin(\phi)} &= \frac{l'_2}{\sin(180 - \theta'_2)} \\ \theta'_2 &= \sin^{-1}\left(\frac{l'_2}{l'_1}\sin(\phi)\right) \end{aligned}$$

と求まる.

最後にこれらを Excel で計算した値を記す :

表 6: P1 のシンチレータに LaBr、P2 のシンチレータに NaI を用いた場合

$\theta$ [°]	$\theta_{\max}$ [°]	$\theta_{\min}$ [°]	$\theta_{\max} - \theta$ [°]	$\theta_{\min} - \theta$ [°]
30	57.60	1.65	27.60	-28.35
60	85.27	33.97	25.27	-26.03
89	111.73	68.21	22.73	-20.79
91	113.56	64.47	22.56	-26.53
120	140.27	99.49	20.27	-20.51
150	168.67	131.40	18.67	-18.60
180	180	161.69	0	-18.31

## 7 今後の課題

### 本実験結果の理論値からのずれ

本実験の結果を見ると、 $\theta$ の大きいところでは比較的よい結果であるのに対して、 $\theta$ の小さいところでは電子のエネルギーが小さく、ガンマ線のエネルギーが大きく見えている。おおむねエネルギーの和は理論値と一致しているため、キャリブレーション等のセットアップやシンチレータの特性ではないと考えられる。<sup>8</sup>以下これについて考察する。

今回は結晶の密度を考慮して LaBr におけるガンマ線の平均自由行程を 1cm と見積もって実験を行った。従って、例えば  $\theta=30$  度の場合、図 7 において、 $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  のような経路を想定していたことになる。しかし、シンチレータの直径と奥行きがともに 5cm ずつであることから  $BC=5\text{cm}$  ともとまる。従って、この経路が実現する確率は、例えば  $S \rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow D$  という経路が実現する確率の  $e^{-5}$  倍程度で抑えられることがわかる。ただし二つ目の経路は  $B'C'=1\text{cm}$  となるように選んだ<sup>9</sup>。本実験に合わせて  $SA=10\text{cm}$ 、 $BD=20\text{cm}$  として  $\theta$  が 30 度の時の  $\angle SB'D$  を計算すると、 $\theta \approx 12.2$  度と求まった。同様の計算を  $\theta=60$  度のときの実効的な散乱角は 47.5 度と求まる。

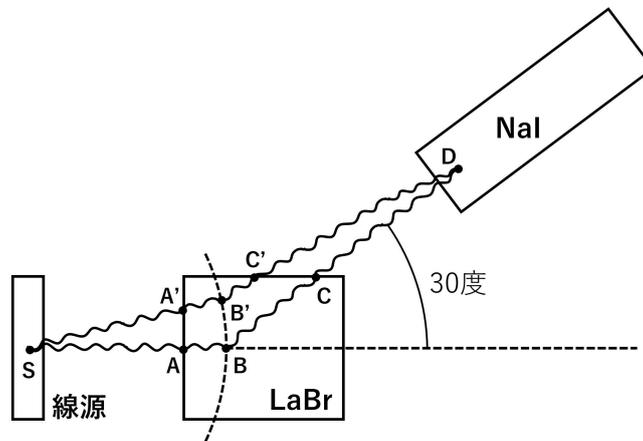


図 28:  $\theta=30$  度における有効角の低角側へのシフト

この補正を最終結果のグラフに行うと NaI と LaBr<sub>3</sub> の両方について理論値よりも少し小さい値になることが読み取れる<sup>10</sup>。これにより低角における大きな誤差は解消された。今回は補正として 7 の  $\rightarrow A' \rightarrow B' \rightarrow C' \rightarrow D$  という経路を代表として用いたが、この経路の実現される確率が最も高い保証は全くない。従って追加実験を行うならば、シンチレータをある程度コリメートして入射する部分をしばった状態で測定するのがよいと思われる。ただしこのままではイベントレートが下がり、測定に時間がかかるので適宜試料を近づけつつ妥協点を探さなければならない。

また、上記の大雑把な補正を行っても、依然としてエネルギーが小さく見える傾向は解消されない。この傾向は 180 度においても見えるので、シンチレータのコリメートでは解消できないと思われる。従って本実験のどこかの過程で消光が起こっているか、キャリブレーションの過程でその逆が起こっているはずであるからその原因を探さなくてはならない。

<sup>8</sup>実際 NaI シンチレータと LaBr<sub>3</sub> シンチレータの役割を入れ替えて実験を行っても、同様に電子のエネルギーが小さく、ガンマ線のエネルギーが大きく見えた。(6.2 節)

<sup>9</sup>本来は  $A'B'=1\text{cm}$  となる経路を選ぶ方が適切であるが、ここでは後の計算の簡単のため S を中心とする半径 10cm の円の円周上から B' を選んだ。

<sup>10</sup>時間の都合上グラフにかけなかった。

### 線源のエネルギーの違いによる燐光補正曲線の違いについて

燐光補正の図において補正曲線の概形は線源ごとに異なっている。加えて線源が同じであっても、例えば $^{22}\text{Na}$ に注目すると、同じ線源であってもエネルギーが異なれば違う曲線になっている。これより例えば立体角の違い等は関係ないと推測される。あるいは、例えば $^{22}\text{Na}$ の高い方と $^{60}\text{Co}$ の高い方と低い方の三本に注目すると、エネルギーが同じような線であっても、グラフの形は単調な変化でないことがわかる。<sup>11</sup>

燐光の原因は励起された電子が励起一重項以外の準位に入り、脱励起が禁制遷移になることで基底状態に戻るまでにタイムラグが生まれ、その時放出されるガンマ線がほかのガンマ線と混じることで大きなエネルギーに見える現象である。従って入射光子のエネルギーが違えば励起されてとりうる準位も異なってくる可能性がある。しかしこれについては定性的な説明さえできていないので何とも言えない

---

<sup>11</sup>もしかするとこれらの違いが複合的に影響した結果、図 15 のような違いが表れているのかもしれないが、確かめ方がよくわからない。