

2018年度 前期 A1  
Compton 散乱の測定

榎本 小畑 檜野 佐野 鷺見 竹田

# 目次

<b>第1章</b>	<b>動機</b>	<b>3</b>
1.1	動機 . . . . .	3
1.2	Compton 散乱のモデル . . . . .	3
<b>第2章</b>	<b>実験セットアップ</b>	<b>5</b>
2.1	光電子増倍管 . . . . .	5
2.2	シンチレータ . . . . .	5
2.3	回路モジュール . . . . .	5
2.4	回路 . . . . .	5
2.5	鉛の配置 . . . . .	5
<b>第3章</b>	<b>測定 1 Calibration</b>	<b>7</b>
3.1	キャリブレーションの数値 . . . . .	7
	• LaBr <sub>3</sub> . . . . .	7
	• NaI . . . . .	7
3.2	キャリブレーションのグラフ . . . . .	8
3.3	Energy と ADC カウントの比例関係 . . . . .	8
	• LaBr <sub>3</sub> . . . . .	9
	• NaI . . . . .	9
3.4	LaBr <sub>3</sub> で測定時の問題点 . . . . .	9
<b>第4章</b>	<b>測定 2 Compton 散乱</b>	<b>11</b>
4.1	手順 . . . . .	11
4.2	線源 . . . . .	11
4.3	Pedestal . . . . .	11
4.4	Coincidence について . . . . .	11
<b>第5章</b>	<b>結果</b>	<b>12</b>
<b>第6章</b>	<b>考察</b>	<b>16</b>
6.1	エネルギーの理論的な値 . . . . .	16
6.2	測定値と誤差の評価 . . . . .	16
6.3	実験値の妥当性 . . . . .	17

6.4 測定に対する考察 . . . . .	17
------------------------	----

# 第1章 動機

## 1.1 動機

光は、波としての性質と粒子としての性質をあわせもつとよく言われる。確かに、光に波動性があることはなじみ深いように思える。というのも、われわれ物理学徒は、電磁気学で電磁波についてよく学ぶし、また干渉の実験のように、波の性質には視覚的にイメージできる現象が多いからであろう。一方、粒子性についてはどうだろうか。当然のことながら、光子を目視で確認したりすることはできないため、これを認めるにはかなり抵抗がある。そこで今回は、光の粒子性を確かめるために、Compton 散乱のモデルが実験に合うか検証する。具体的には、このモデルによって導かれる散乱光子とその散乱角との関係式、

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.1)$$

が、実験によって再現されるかをみる。

## 1.2 Compton 散乱のモデル

それでは、Compton 散乱のモデルについて説明する。このモデルでは光と電子の相互作用を、光子と電子の弾性散乱とみなす。さらに、振動数  $\nu$  の光子のエネルギー  $E$  と運動量の大きさ  $p$  は、

$$E = h\nu \quad (1.2)$$

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad (1.3)$$

と仮定する。ただし  $h$  はプランク定数、 $c$  は光速度である。さらに、相対論に基づいて電子のエネルギー  $E_e$  を電子の質量  $m_e$  と運動量の大きさ  $p_e$  を用いて表すと、

$$E_e = \sqrt{c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4} \quad (1.4)$$

となる。

ここで、図 1.1 のように、静止している電子に振動数  $\nu$  の光子が衝突する場合を考

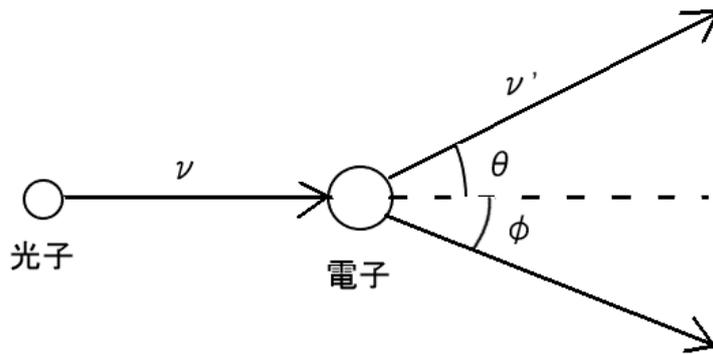


図 1.1: Compton 散乱

える. いま, 弾性衝突を仮定しているので, 衝突の前後でエネルギーは保存し,

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4} \quad (1.5)$$

が成り立つ. ただし,  $\nu'$  は衝突後の光子の振動数である. また, 運動量も保存するとして,

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi \quad (1.6)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p_e \sin \phi \quad (1.7)$$

が成り立つ.

式 (1.6) と式 (1.7) より  $\phi$  を消去して,

$$p_e^2 = \frac{h^2}{c^2} (\nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + \nu'^2) \quad (1.8)$$

となる. 式 (1.8) を式 (1.5) に代入して整理すると, 散乱光子のエネルギーと散乱角の関係式

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.9)$$

が導かれる.

## 第2章 実験セットアップ

使用した実験器具は以下のとおりである.

- シンチレータ
- 光電子増倍管
- 回路モジュール

### 2.1 光電子増倍管

Compton 散乱で生じた電子と光子のエネルギーを増幅する.

### 2.2 シンチレータ

エネルギーが増幅された電子と光子を検出する.  $\text{LaBr}_3$  の方が  $\text{NaI}$  よりも低エネルギーを測定できるので  $\text{LaBr}_3$  で電子,  $\text{NaI}$  で光子のエネルギーを測定する

### 2.3 回路モジュール

NIM(図 2.1 上部) 論理信号を扱う

CAMAC(図 2.1 下部) コンピューターコントロールを行う

### 2.4 回路

検出した電子と光子のエネルギーを ADCcounter で測定する. Ch0 で  $\text{LaBr}_3$ , Ch1 で  $\text{NaI}$  の信号を積分する

### 2.5 鉛の配置

散乱された  $\gamma$  線を  $\text{NaI}$  で検出するが, 線源から  $\text{NaI}$  に直接入射する  $\gamma$  線を遮断するために鉛を配置する (図 2.3)



図 2.1: 回路モジュール

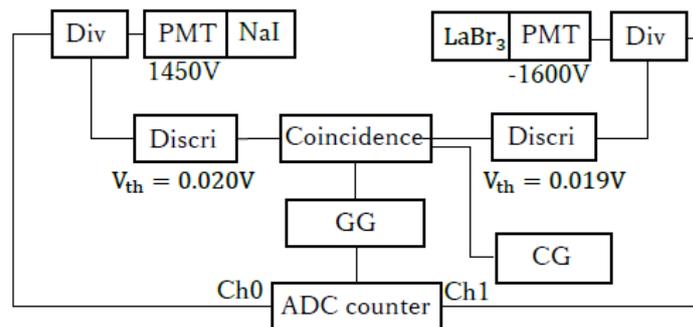


図 2.2: 回路図



図 2.3: 鉛の配置

## 第3章 測定1 Calibration

### 3.1 キャリブレーションの数値

- $\text{LaBr}_3$

線源	ADC カウントのピーク	標準偏差	ERROR (標準偏差/ $\sqrt{\text{イベント数}}$ )
$^{60}\text{Co}$	$3.50 \times 10^3, 3.94 \times 10^3$	$4.18 \times 10^1, 4.34 \times 10^1$	$1.65 \times 10^0, 2.47 \times 10^0$
$^{137}\text{Cs}$	$2.05 \times 10^3$	$2.97 \times 10^1$	$7.49 \times 10^{-1}$
$^{22}\text{Na}$	$1.62 \times 10^3, 3.78 \times 10^3$	$2.82 \times 10^1, 4.25 \times 10^1$	$6.83 \times 10^{-1}, 2.52 \times 10^0$
$^{57}\text{Co}$	$4.82 \times 10^2$	$9.27 \times 10^0$	$2.51 \times 10^{-1}$
Pedestal	$1.28 \times 10^2$	$2.25 \times 10^0$	$2.34 \times 10^{-1}$
鉛の特性 X 線	$2.19 \times 10^2$	$1.39 \times 10^1$	$5.14 \times 10^{-1}$

- $\text{NaI}$

線源	ADC カウントのピーク	標準偏差	ERROR (標準偏差/ $\sqrt{\text{イベント数}}$ )
$^{60}\text{Co}$	$3.21 \times 10^3, 3.62 \times 10^3$	$8.19 \times 10^1, 7.84 \times 10^1$	$2.66 \times 10^0, 3.56 \times 10^0$
$^{137}\text{Cs}$	$1.95 \times 10^3$	$5.29 \times 10^1$	$9.41 \times 10^{-1}$
$^{22}\text{Na}$	$1.53 \times 10^3, 3.46 \times 10^3$	$4.70 \times 10^1, 7.16 \times 10^1$	$1.32 \times 10^{-1}, 3.87 \times 10^0$
$^{57}\text{Co}$	$5.10 \times 10^2$	$5.64 \times 10^0$	$1.25 \times 10^{-1}$
Pedestal	$1.47 \times 10^2$	$1.82 \times 10^0$	$2.49 \times 10^{-1}$
鉛の特性 X 線	保留		

### 3.2 キャリブレーションのグラフ

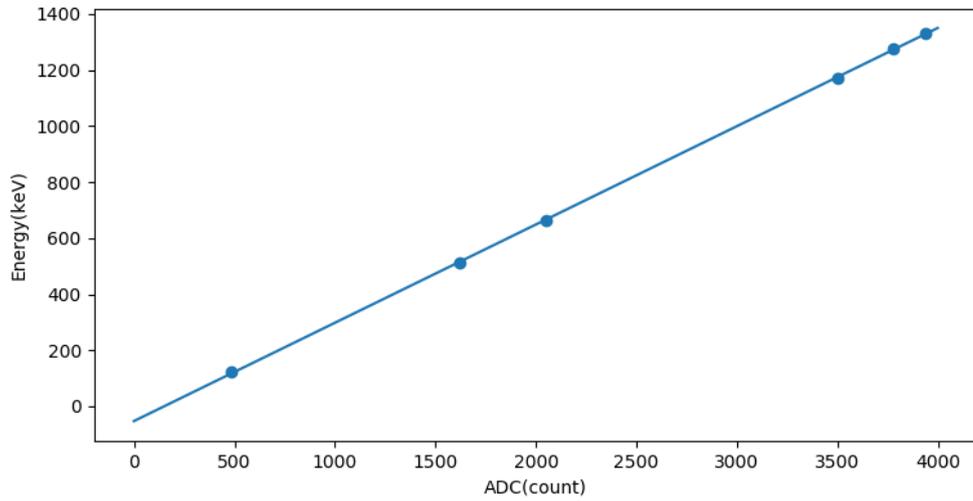


図 3.1: LaBr<sub>3</sub>

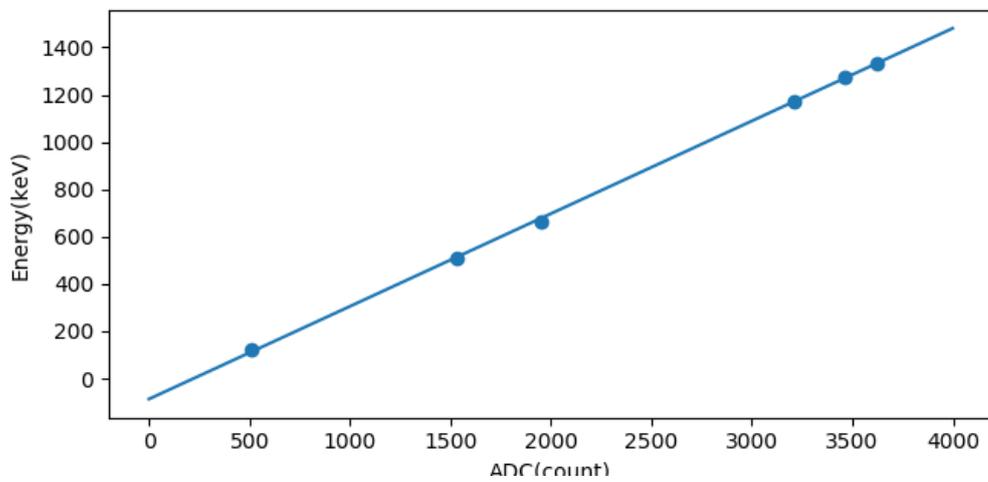


図 3.2: NaI

### 3.3 Energy と ADC カウントの比例関係

$a$  は傾き,  $b$  は切片. 直線で fitting できた.

- $\text{LaBr}_3$

$$\begin{array}{ll} a = 0.346 & (\sigma_a = 1.01 \times 10^{-4}) \\ b = -1.258 & (\sigma_b = 1.06 \times 10^{-1}) \end{array}$$

- $\text{NaI}$

$$\begin{array}{ll} a = 0.382 & (\sigma_a = 2.72 \times 10^{-4}) \\ b = -2.30 & (\sigma_b = 3.77 \times 10^{-1}) \end{array}$$

### 3.4 $\text{LaBr}_3$ で測定時の問題点

両方とも、意図しない部分にピークが出た。何らかの外部原因によるものであるが、特定はできなかった

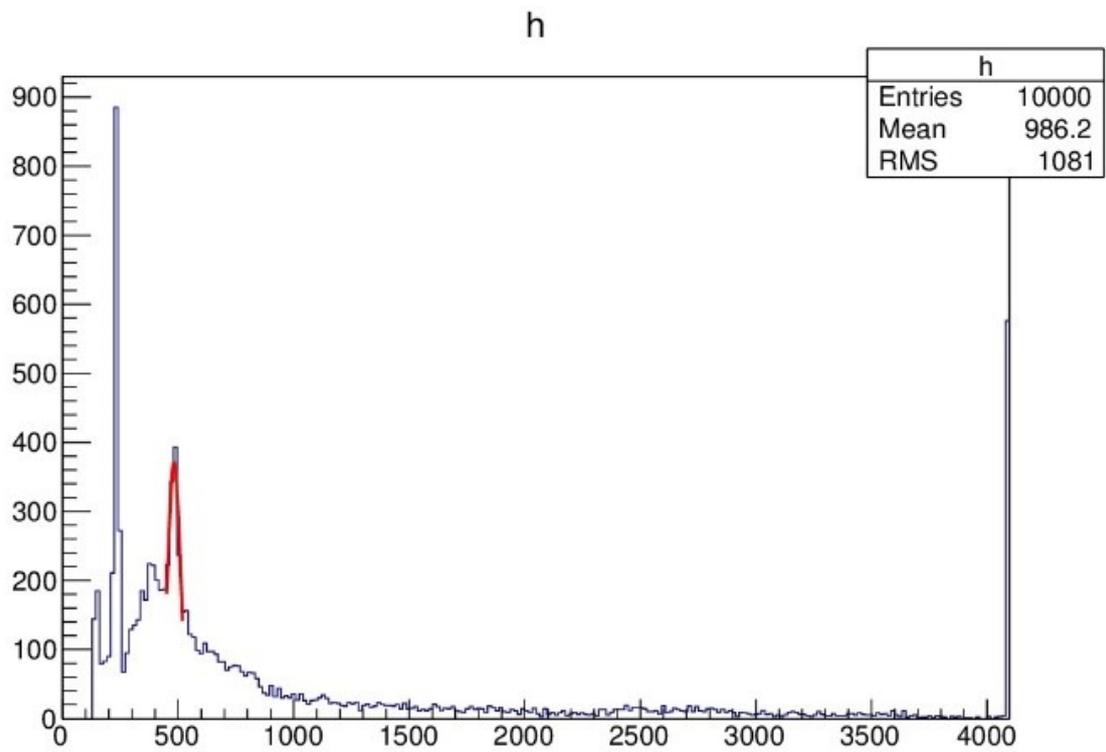


図 3.3:  $^{57}\text{Co}$  の計測時

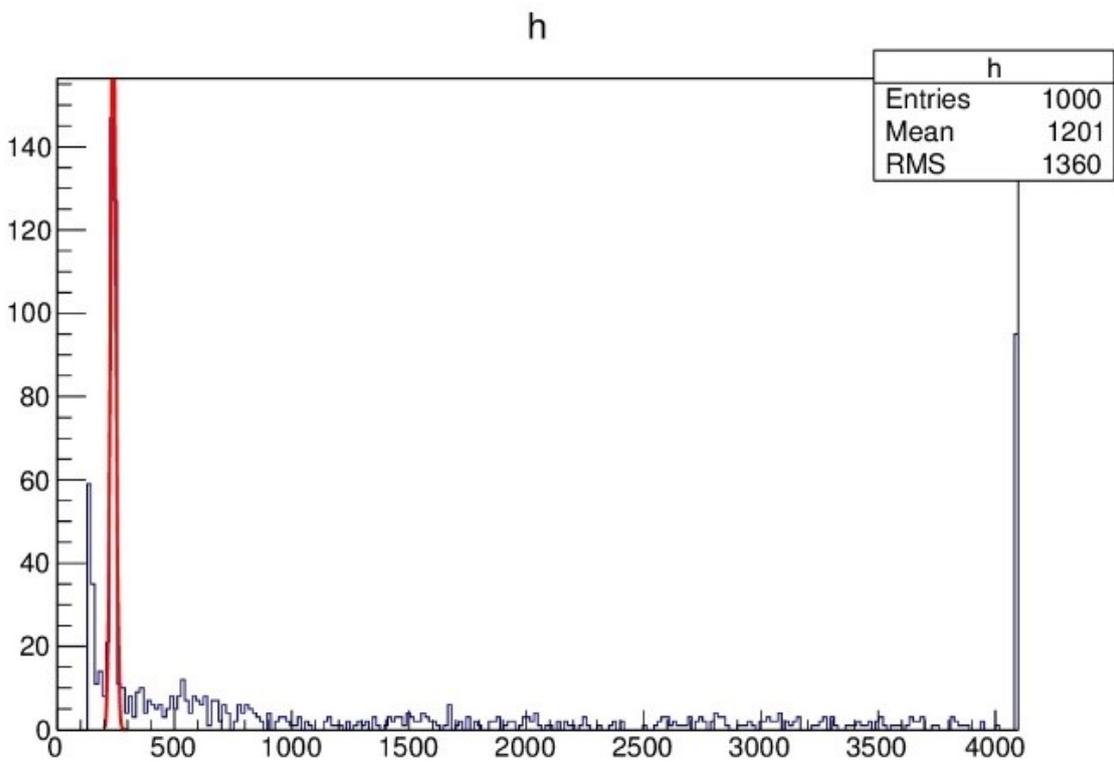


図 3.4: 鉛の特性 X 線の計測時

## 第4章 測定2 Compton 散乱

### 4.1 手順

Compton 散乱の測定の手順は以下の通りである. なお, 線源は Cs を用いた.

- Cs のスペクトルのピーク, 標準偏差, ERROR の測定
- PED のピーク, 標準偏差, ERROR の測定
- Coincidence のピーク, 標準偏差, ERROR の測定

これを角度ごと (30,45,60,90,120,135,150,180°) に繰り返した.

### 4.2 線源

天下りの的ではあるが, Cs137 が出す放射線は一本しかなくて, ピークがわかりやすいため, Cs137 を線源として用いた. 逆に, Co とかを使うと, 別のピークがあるためどちらが Compton によるものかわからなくなる.

### 4.3 Pedestal

Pedestal : エネルギー 0 のときの ADC カウント

これを手順 2,3 で得られた生のデータから差し引くことで, その線源本来の ADC カウントがわかる.

ところが Pedestal は実験室の温度や湿度などの要因により少しずつ変化するので, 本実験の測定を行うたびにその値を確認する必要がある.

### 4.4 Coincidence について

Pedestal および Cs の測定は 10000 カウントで行ったが, Coincidence についての測定は 10000 も集まりそうになかったので 1000ADC カウントに変更した.

この時, bin 幅を 4 にしているとグラフが細かくなりすぎてぼやけてしまったため, 8 に変更した. 考察にて詳しく.

## 第5章 結果

この章では、実際に測定で得られたデータを掲載する。エネルギーは Calibration によって ADCcount を変換したものである。また、誤差伝播式を用いてエラーバーを付けたが、全体のスケールに比べて小さいためにほとんど見えなくなっている。

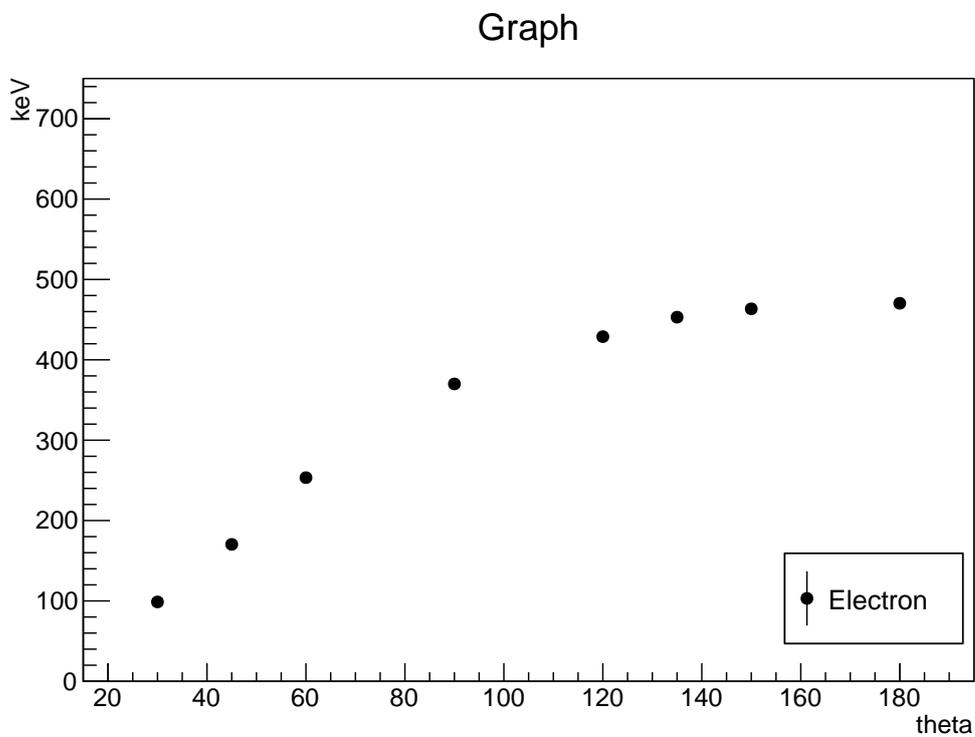


図 5.1: Compton 散乱による反跳電子の運動エネルギーと角度の関係。

### Graph

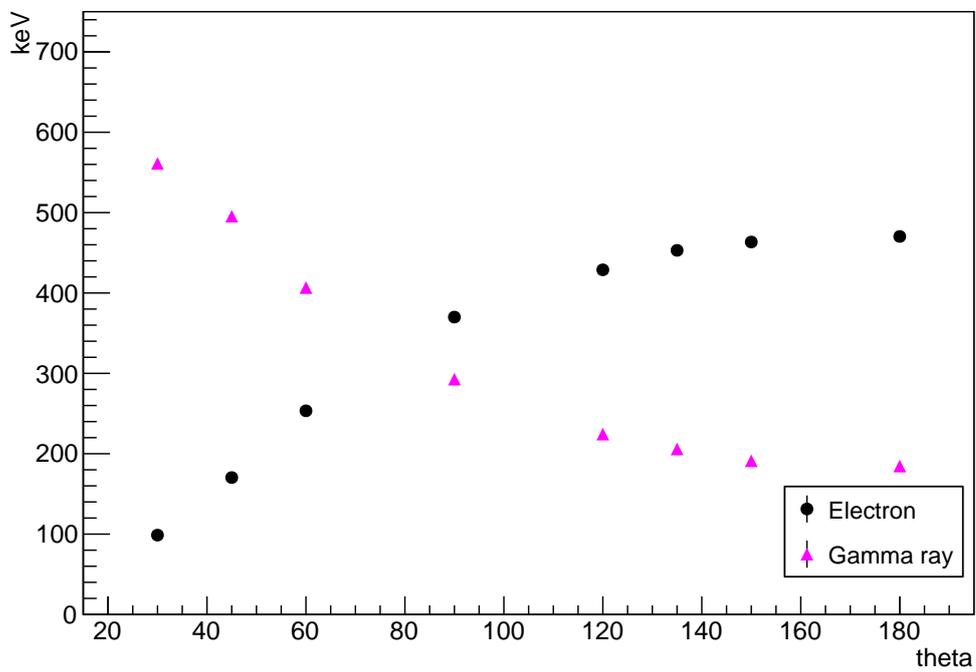


図 5.2: Compton 散乱の起きたシンチレータ (NaI) で得られた散乱角とエネルギーの関係. これは放射線が Compton 散乱を経て, なお残ったエネルギーを表していることが期待される.

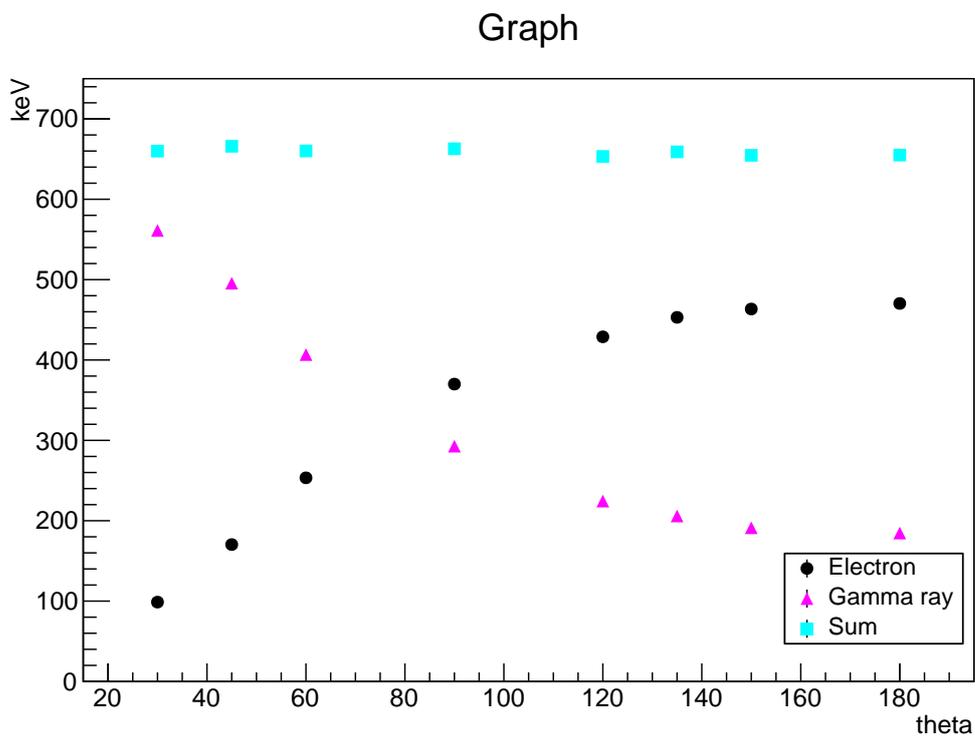


図 5.3: 各散乱角に対する散乱電子と散乱放射線のエネルギーの和。この和は、Compton 散乱が起きる前の放射線のエネルギー、すなわち線源である  $^{137}\text{Cs}$  の放射線エネルギー (662keV) であることが期待される。

Graph

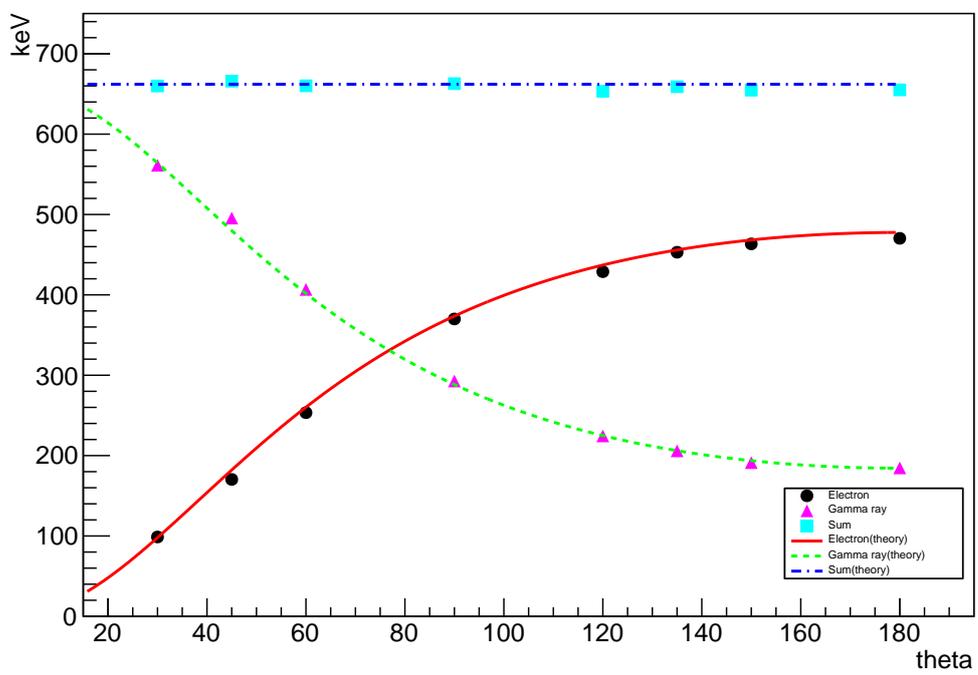


図 5.4: 各散乱角に対する散乱電子, 散乱放射線, および両者のエネルギーの和の理論曲線.

## 第6章 考察

### 6.1 エネルギーの理論的な値

Compton 散乱のエネルギーの角度依存性を与える式は改めて書くと,

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \theta)} \quad (6.1)$$

である。 $\nu$ は入射 $\gamma$ 線の振動数, $\nu'$ ,  $\theta$ は散乱後の $\gamma$ 線の振動数と進行方向である. 本実験では $^{137}\text{Cs}$ を線源として662keVの $\gamma$ 線を得たので, 式(6.1)は $h\nu' = E_\gamma$ として

$$E_\gamma = \frac{662}{1 + (662/511)(1 - \cos \theta)} \quad [\text{keV}] \quad (6.2)$$

となる. 実験ではシンチレーターとして $\text{LaBr}_3$ を用いてこの $\gamma$ 線のエネルギー $E_\gamma$ を測定したのであった. 入射 $\gamma$ 線のエネルギーが反射した $\gamma$ 線と反跳電子に行き渡り保存すると考えられる. 電子のエネルギー $E_e$ は理論的には式(6.2)から

$$E_e = 662 - \frac{662}{1 + (662/511)(1 - \cos \theta)} \quad [\text{keV}] \quad (6.3)$$

で与えられる. この $E_e$ はシンチレーターとして $\text{NaI}$ を用いて測定した.

### 6.2 測定値と誤差の評価

我々はADCカウントを測定し,それをCalibrationで得られた変換式からプログラム内部でエネルギーへと変換してしまい,5章の図を得た.ここでは数値的にエネルギー値と誤差について議論することで,理論値との比較の準備をしておく.

シンチレータごとに

$$(\text{Energy}) = ax + b \quad (6.4)$$

なる関係があるとしてROOTでfittingした. $x$ はADCカウント, $a$ ,  $b$ は定数である. この結果は3章で既に述べたが,改めて表6.1に載せておく. 誤差伝播式によれ

シンチレーター	$a$	$\sigma_a$	$b$	$\sigma_b$
LaBr <sub>3</sub>	$3.46 \times 10^{-1}$	$1.01 \times 10^{-4}$	-1.26	$1.06 \times 10^{-1}$
NaI	$3.82 \times 10^{-1}$	$2.72 \times 10^{-4}$	-2.30	$3.77 \times 10^{-1}$

表 6.1: Calibration

ば Calibration を利用して得られた式 (6.4) の (Energy) の誤差  $\sigma^*$  は

$$\sigma^* = \sqrt{x^2\sigma_a^2 + a^2\sigma_x^2 + \sigma_b^2} \quad (6.5)$$

である。 $\sigma_x$  は ROOT で ADC カウントを Gaussian で fitting する際に得られるものを使う。

このようにして LaBr<sub>3</sub> で得られたエネルギー  $E_\gamma$  と, NaI で得られたエネルギー  $E_e$  の合計を  $E_{\text{total}}$  とすると, 誤差に関して

$$\sigma_{\text{total}}^* = \sqrt{(\sigma_e^*)^2 + (\sigma_\gamma^*)^2} \quad (6.6)$$

の関係がある。以上の議論を踏まえて計算して得られたものが表 6.2 である。

### 6.3 実験値の妥当性

実験値をすでに表 6.2 に記しておいた。これと比較すべき理論値は式 (6.2) と式 (6.3) により得られる。この結果は表 6.3 である。これら見ると, 全ての角度においてそれぞれのエネルギー, および合計エネルギーが誤差の範囲に収まっていることがわかる。よって, 本実験は Compton 散乱の理論を上手く再現していると言えるだろう。

### 6.4 測定に対する考察

Compton 散乱の理論が正しいことは歴史的に正確な実験がなされ, 広く知れ渡っているので, ここでは我々の実験がうまくいった事への理由を考えておくことが今後のためであるように思う。

- Calibration から Compton 散乱の実験までを 1 日で行い, さらに Pedestal をこまめに測った。具体的には, Calibration の後と Compton 散乱の角度ごとの測定直前。
- fitting の際の便幅を適切に選んだ。

散乱角度 (deg)	180	150	135	120	90	60	45	30
電子E(keV) (LaBr3)	470 ±16	463 ±18	453 ±16	429 ±20	370 ±26	253 ±40	170 ±42	99 ±45
$\gamma$ E(keV) (NaI)	180 ±14	180 ±16	191 ±16	209 ±20	293 ±26	427 ±33	496 ±52	561 ±52
計	650 ±21	643 ±24	644 ±24	638 ±28	663 ±37	680 ±52	666 ±67	660 ±69

表 6.2: エネルギー値と誤差評価

$\theta$ (deg)	180	150	135	120	90	60	45	30
$E_e$ (keV)	478	468	456	437	374	260	182	98
$E_\gamma$ (keV)	184	194	206	225	288	402	480	564
$E_{\text{total}}$ (keV)	662	662	662	662	662	662	662	662

表 6.3: エネルギーの理論値

前者について. これにより実験日の Pedestal 値が 3 桁までずっと等しいことが確認された. したがってはじめに 1 回行った Calibration を使って, ADC カウントからエネルギー値への変換を行うことが許された.

後者について. はじめは bin 幅を 4 にしていたのだが, これは bin 幅が小さすぎて fitting の際に系統誤差が大きくなってしまった (我々は fitting する人は固定したが, fitting 範囲は gaussian の山の始まりと終わりを目分量で決定した). そこで bin 幅を 8 にすることで解決した. このことを分かりやすいように bin 幅が 1 の場合と 8 の場合で説明する. 図 6.1 と図 6.2 は  $^{57}\text{Co}$  を線源として放射線の特徴を調べたものである. bin 幅が小さすぎる場合凹凸が激しくなり fitting 範囲を選ぶのが難しい. つまり, 目分量で gaussian の山の始まりを決めにくいことがわかる.

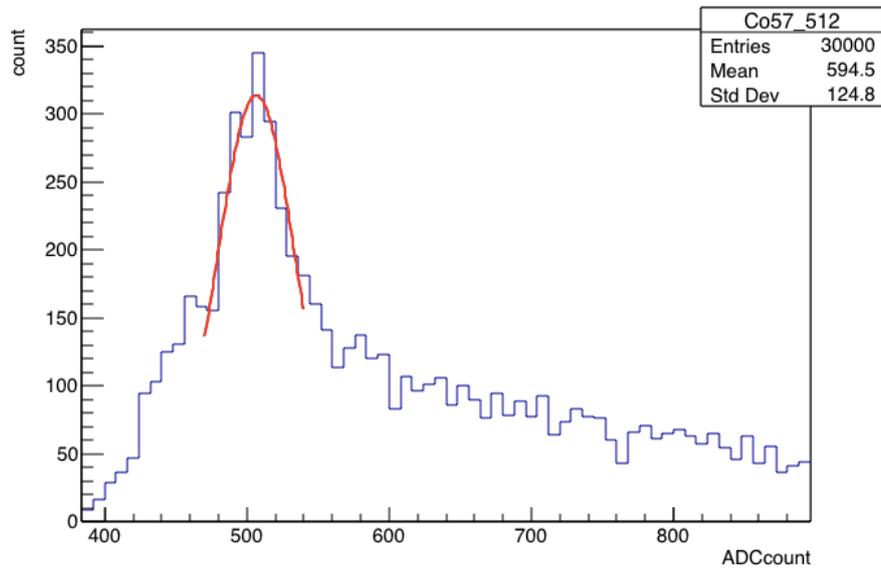


図 6.1: bin 幅が 8 の場合

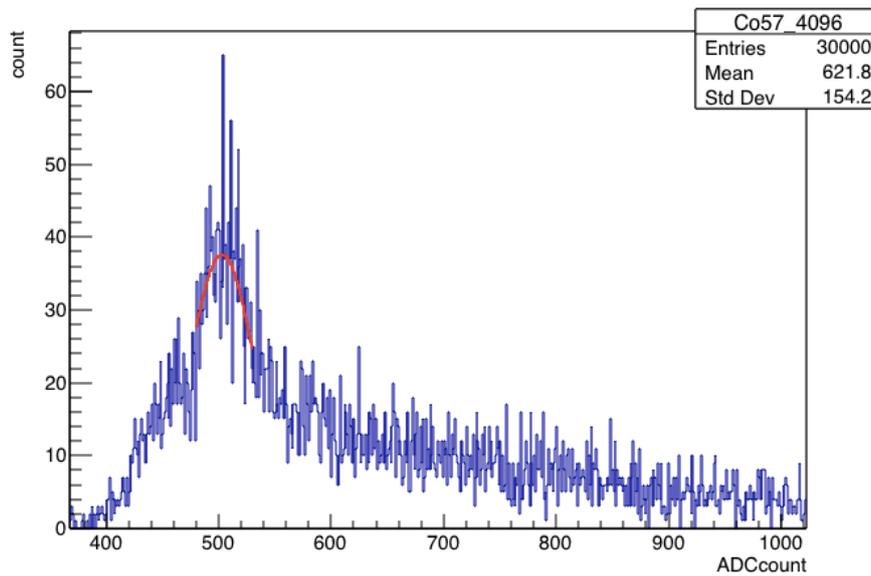


図 6.2: bin 幅が 1 の場合