

2019 年度 前期 A1  
Compton 散乱の測定

笥 嵩文 金城 信 河合 峻 田中 大登 春名 裕貴 吉中讓次郎

2019 年 10 月 31 日

# 目次

- 1 はじめに
- 2 実験目的
- 3 実験理論
  - 3.1 Compton 散乱の導出
  - 3.2 Klein-仁科の公式について
- 4 実験装置
  - 4.1 回路
  - 4.2 線源
  - 4.3 calibration (較正)
  - 4.4 compton 散乱の測定
- 5 解析と結果
  - 5.1 解析手法
  - 5.2 角度分解能
  - 5.3 Klein-Nishina の公式の検証
  - 5.4 解析結果
- 6 考察
  - 6.1 エネルギー保存に関する考察
  - 6.2 コンプトン散乱の角度分布の相対値に関する考察
  - 6.3 Klein-Nishina の公式の絶対量について考察
- 7 まとめ
- 8 謝辞
- 9 参考文献

# 1 はじめに

コンプトン散乱とは光子が電子によって散乱される現象のことである。光の粒子性が顕著に現れる重要な現象であり、従来の電磁気学の理論では説明できない性質を多く持っていた。例えば、古典論の電磁気学でもトムソンによる散乱の理論はあるが、これによれば入射電磁波と散乱電磁波の波長が同じになることが導かれる。ところが実験結果はこの理論の予測と異なり、両者の波長が異なることが分かっていた。この問題をコンプトンが 1923 年に当時は新理論であった量子力学の概念である光子を仮定することで説明した。また後にクライン仁科の公式が量子電磁気学の理論から見いだされ、散乱断面積も計算できるようになった。

表 1.1 トムソンの公式とクライン-仁科の公式の違い

## トムソンの公式とクライン-仁科の公式の違い

	トムソンの公式	クライン-仁科の公式
光の入射エネルギー	低エネルギー	高エネルギーでも可
電子が動くか	振動中心は不動（と近似）	動く
散乱後の光子の振動数	変わらない	変わる
具体的表式	$\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} (1 + \cos^2\theta)$	$\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} - \sin^2\theta\right)$

## 2 実験目的

実験目的は大きく分けて二つある。第一にエネルギー（光子の振動数）と散乱角の関係及びエネルギー保存の確認である。

入射エネルギー  $E = h\nu$ , 散乱光子のエネルギー  $E' = h\nu'$  と散乱角  $\theta$  の間には以下の関係があることが理論的に分かっている。

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad (1.1)$$

この式を確認することが一つ目の実験目的である。

また電子の運動エネルギーを  $T_e$  とおけばエネルギー保存測

$$h\nu = h\nu' + T_e \quad (1.2)$$

が成立するので、これも確認する。(図 2.1)

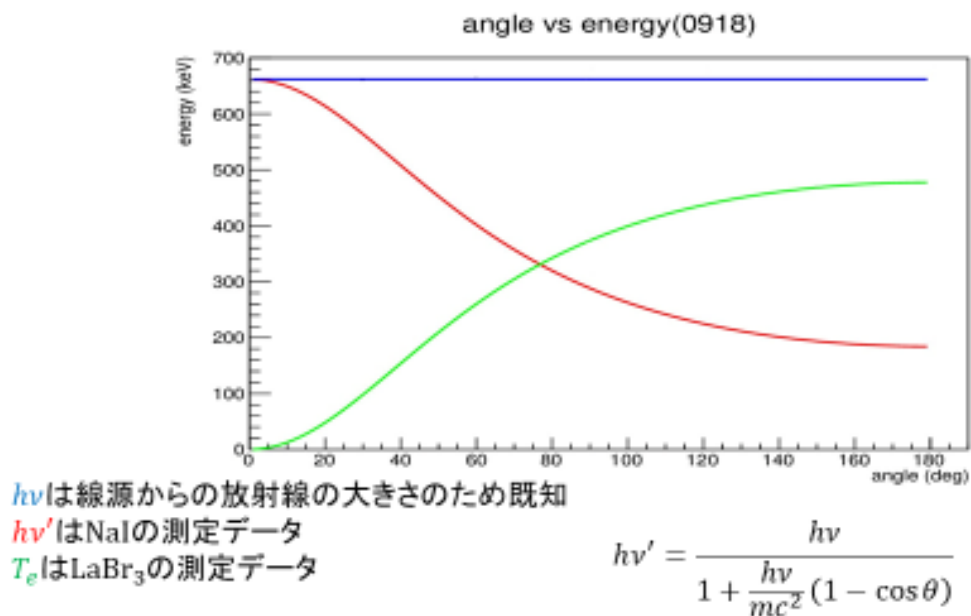


図 2.1 エネルギーと角度の関係

第二にクライン仁科の公式の検証である。 $\sigma$  を散乱断面積、 $\lambda, \lambda'$ をそれぞれ散乱前後の光子の波長とすれば以下のクライン仁科の公式が成立する。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \left[\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} - \sin^2\theta\right]$$

但し、 $\alpha$ は微細構造定数、 $\lambda_e$ は電子波の波長である。

$d\sigma/d\Omega(\theta)$ (Compton)と $d\sigma/d\Omega(\theta)$ (Thomson)

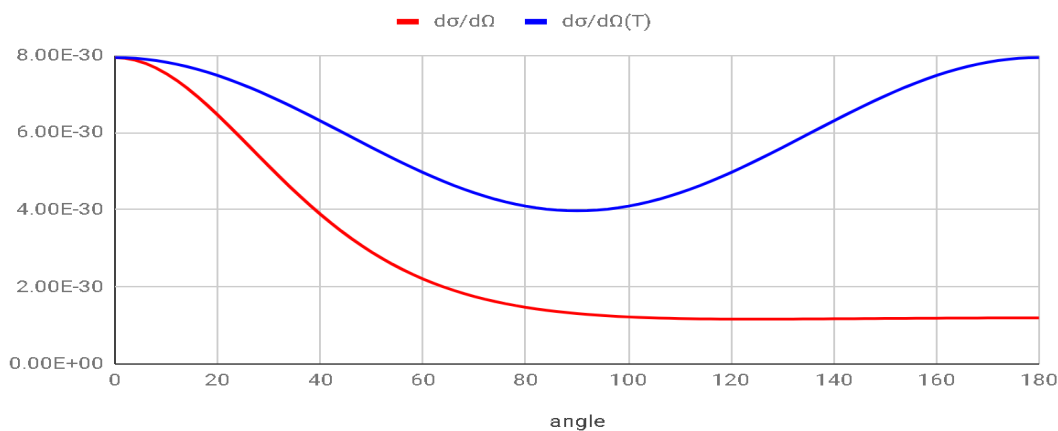


図 2.2 クライン仁科の公式とトムソンの公式

この絶対値の評価は難しいので、相対値を求めることを目標として実験を行った。  
なお詳しくは考察に譲るが、絶対値の評価も行っている。

以上二点を確認することが本実験の目的である

### 3 実験理論

#### 3.1 Compton 散乱の導出

まずはじめに Compton 散乱のモデル図を以下に示す。

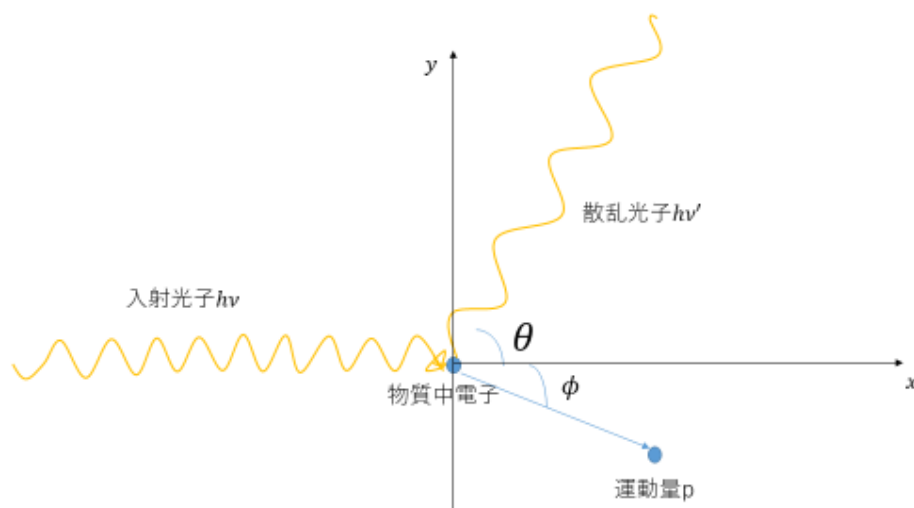


図 3.1

振動数  $\nu$  の光子の運動量  $p$  とエネルギー  $E$  はそれぞれ以下の式で表される。

$$E = h \nu$$

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

また、相対論に基づくと反跳電子のエネルギー  $E_p$  は電子の質量  $m_e$ 、反跳電子の運動量  $p_e$ 、光速  $c$  を用いて以下のような式で表される。

$$E_p = \sqrt{c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4}$$

これらを基に運動量とエネルギーの保存則から関係を導く。  
 入射光子の振動数  $\nu$ 、散乱光子の振動数  $\nu'$ 、散乱に関する角度を図 1 のようにして  $\theta$  および  $\phi$  をとると以下の三式が成立する。(上から第一式、第二式、第三式とする)

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + E_p$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi$$

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \theta = p_e \sin \phi$$

第二式と第三式より  $\phi$  を消去すると  $p_e$  に関して以下の式が得られる。

$$p_e^2 = \frac{h^2}{c^2} (\nu^2 - 2\nu\nu' \cos \theta + \nu'^2)$$

この式を第一式に代入し、 $E_p = \sqrt{c^2 p_e^2 + m_e^2 c^4}$  の関係を用いて  $p_e$  を消去すると、散乱光子の振動数  $\nu'$  に関する以下の関係式が得られる。

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2 (1 - \cos \theta)}}$$

### 3.2 Klein-仁科の公式について

Compton 散乱の微分断面積は Klein-仁科の公式によって以下の式で表される。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left[ \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right]^2 \left[ 1 + \cos^2 \theta + \frac{\alpha^2(1 - \cos \theta)}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right]$$

ここではこの公式の証明については省略するが、これを実験によって確認する方法を簡単に示す。

微分断面積  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  は、単位時間あたりに単位面積に入射する粒子数  $j_{in}$  と単位時間あたりに単位面積に散乱光子として観測される粒子数  $j_{scat}$  を用いて以下の式で表すことができる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{j_{scat}}{j_{in}} r^2$$

(ただし  $r$  は両検出器の距離)

従って  $j_{in}$ 、 $j_{scat}$  を計測することで確認できる。

## 4 実験装置

### 4.1 回路

図 4.1 のように回路をつなぐ。

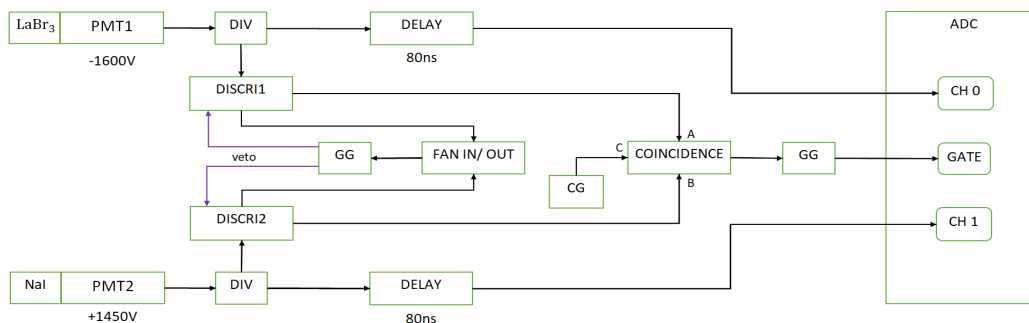


図 4.1: 回路図

各素子については以下のとおりである。

**LaBr<sub>3</sub>・NaI:**

シンチレータ。光電子増倍管と組み合わせることで放射線の検知器として利用する。

**PMT:**

光電子増倍管 (photomultiplier tube)。光を検出し、増幅して電気信号に変換する。PMT 1 は Saint Goban 社の A-330502, PMT2 は浜松ホトニクス社の H6410 でありそれぞれ -1600(V), 1450(V)の電圧をかけた。

**DIV:**

Divider の略。1つの入力された電気信号を複数に分けて出力する。

**DISCRI:**

Discriminator の略。入力された電気信号が設定された値を超えると矩形波を出力する。今回は DISCRI1,2 とともに threshold を 11.5(mV)に設定した。

**FUN IN/OUT:**

入力された電気信号の和を出力する。これにより PMT1, PMT2 のどちらの信号が先に入力されても等しく扱うことができる。

**COINCIDENCE:**

入力された信号2つの信号が同時に来た時のみ矩形波を出力する。図 3.1 のように A に PMT1, B に PMT2, C に Clock Generator の信号を入力した。A と B のスイッチを入れると2つの検知器にほぼ同時に粒子が捕らえられた場合の信号のみを選ぶことができ、宇宙線や環境放射線の影響をある程度除くことができる。

CG:

Clock Generator の略。 設定した周波数の信号を出力する。 今回は $5.0 \times 10^{12}$  (Hz) に設定した。

GG:

Gate Generator の略。 信号が入力されると, 設定された時間幅をもった信号を出力する。 PMT から信号の波形がすべて収まるように幅をとる必要がある。 今回は時間幅を 2( $\mu$ s) とした。

DELAY:

PMT からの信号が Gate Generator で作った矩形波の中に入るように信号を遅延させる。 今回は遅延装置で 30(ns), 遅延ケーブルで 50 (ns), 合計で 80(ns)遅延させた。

ADC:

ADC Counter の略。 CH0 または CH1 から入る信号を GATE に入力された信号の時間幅で積分する。 入射した  $\gamma$  線のエネルギーに対応した, PMT で生じた電荷量(ADC 値)を求めることができる。

VETO :

複数の信号が短い間隔で来ると Gate Generator からの信号がつながって一つの長い矩形波になる。 そうすると一つの矩形波の中に複数の信号が入り、一つの大きい ADC として出力されてしまう。 VETO を通すと複数の信号が短い間隔で来ても最初の信号にのみ反応して矩形波を出すようにするためこの問題を解決できる。

## 4.2 線源

Calibration とコンプトン散乱の実験ともに線源として 662(keV)の  $\gamma$  線を放出する  $^{137}\text{Cs}$  を用いた。 この線源は放出する放射線が 1 種類なので解析が容易になる。

## 4.3 Calibration(較正)

各検知器の ADC 値と入射された  $\gamma$  線のエネルギーとの関係式を得る。 Calibration の方法は以下のとおりである。

1. COINCIDENCE の A あるいは B のみのスイッチをいれ, 線源からのガンマ線 (662 keV) と各検知器の光電吸収が起こったときの ADC 値と比較。
2. COINCIDENCE の C のスイッチのみをいれ, Clock Generator からの信号のみで 0 (keV) のエネルギーと  $\gamma$  線以外の要因によって生じる ADC 値(pedestal)を比較。
3. エネルギーと ADC 値の関係は線形だと仮定してこれらの値を用いて関係式を得る。

Pedestal は時間により変化しうるのでコンプトン散乱の測定毎に Calibration をおこなった。 Calibration では 1000 カウント分測定した。

## 4.4 Compton 散乱の測定



#### 4.4.1 測定の概要

線源から出た  $\gamma$  線がシンチレータ中の電子とコンプトン散乱を起こす。Coincidence のスイッチを A と B にいれて散乱後の電子を PMT1 で検出し、散乱された  $\gamma$  線を PMT2 で検出する。この時 PMT1 と PMT2 の角度をそれぞれ変えて測定を行うことで検出されるエネルギーの角度依存性を調べた。

#### 4.4.2 測定の手順

図 4.2 のように検知器と線源を配置した。測定した角度  $\theta$  は  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$  である。線源から直接 PMT2 に  $\gamma$  線が入ることを防ぐために鉛で遮蔽した。この時線源, PMT1, PMT2 の間の距離を短くすると時間あたりに入射する  $\gamma$  線の量が増えるため測定時間が短くなるが, PMT が大きさを持つことによる角度の誤差が大きくなる。さらにイベント数も多くなると誤差は小さくなるが測定時間がながくなる。このことを考えて距離, イベント数を調節し, 表 4.3 のようにセットアップした。また,  $\text{LaBr}_3$  の平均自由行程を考えて, 深さが 1.2 (cm) のところから距離を測っている。

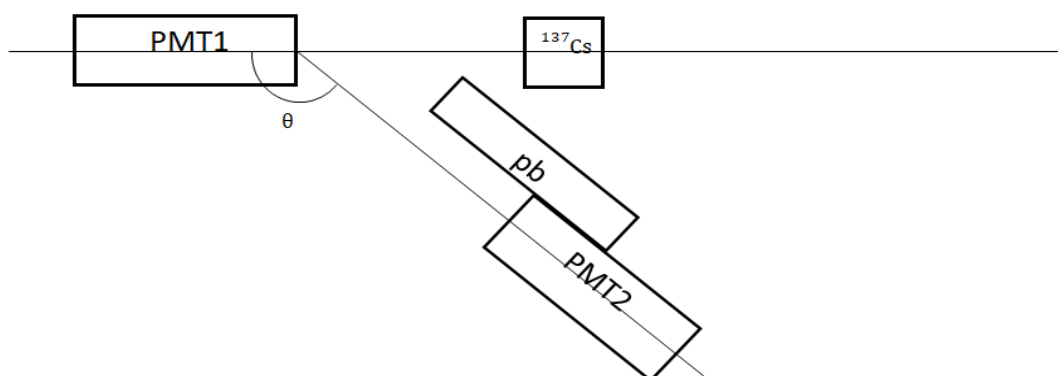


図 4.2 線源と検知器の配置

表 4.3 線源と PMT 間の距離とイベント数

7/1と9/9の測定	$\theta = 30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
線源とPMT1の距離(cm)	10	10	10	10	10	10
PMT1とPMT2の距離(cm)	20	20	20	20	20	20
イベント数	1000	1000	1000	1000	1000	1000

9/17の測定	$\theta = 30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
線源とPMT1の距離(cm)	20	20	12	13	14	15
PMT1とPMT2の距離(cm)	36	36	21	23	24	27
イベント数	4000	4000	10000	10000	10000	10000

## 5 解析と結果

### 5.1 解析方法

解析するデータは ADC 値についてのヒストグラムである。ヒストグラムではコンプトンエッジと光電ピークが確認できる。今回の解析では光電ピークのピーク的位置が重要となる。光電ピーク的位置はガウシアンフィッティングを用いて求める。

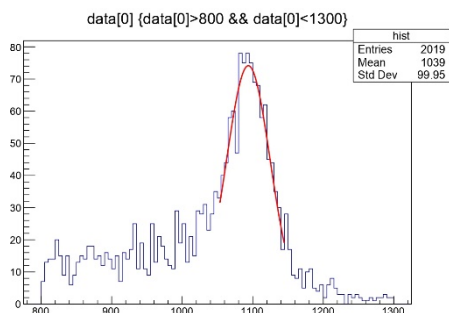


図 5.1

root にはヒストグラムをガウシアンフィッティングする機能があり、フィッティングをしたガウシアンについてのパラメータの情報を得ることができる。フィッティングをする上での気を付けた点はピーク的位置をあわせる点とフィッティング曲線とヒストグラムが明らかにずれた部分があればフィッティング範囲から除く点である。またパラメータの誤差も root の機能で評価できる。例えば平均値  $\mu$  の場合、誤差は

$$\sigma_{\mu} \sim \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

次に ADC 値とエネルギーとを 1 対 1 で対応つけるためのエネルギー較正を説明する。まず、エネルギー 0 の時の ADC 値  $X_{ped}$  を求める。次にエネルギー 662keV の時の ADC 値  $X_{cal}$  を求める。エネルギーと ADC 値との関係を線形だと仮定しこの二点から以下の関係を求める。

$$E = AX + B$$

$$A = \frac{661}{X_{cal} - X_{ped}} [keV]$$

$$B = -\frac{661}{X_{cal} - X_{ped}} X_{ped} [keV]$$

また誤差評価は以下の通り

$$\sigma_E^2 = \left[ \frac{E}{X_{cal} - X_{ped}} \sigma_{X_{cal}} \right]^2 + \left[ \frac{(E - 662)}{X_{cal} - X_{ped}} \sigma_{X_{ped}} \right]^2 + [A\sigma_X]^2$$

以下のエネルギー解析ではこれらの式を用いる。

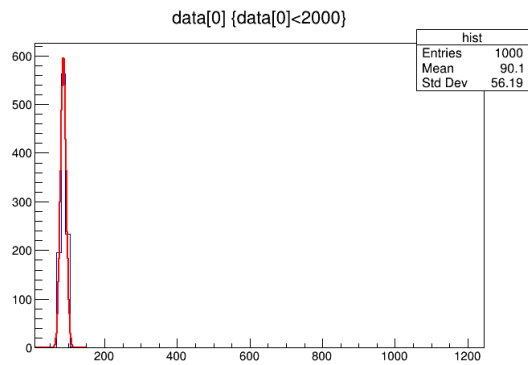


図 5.2

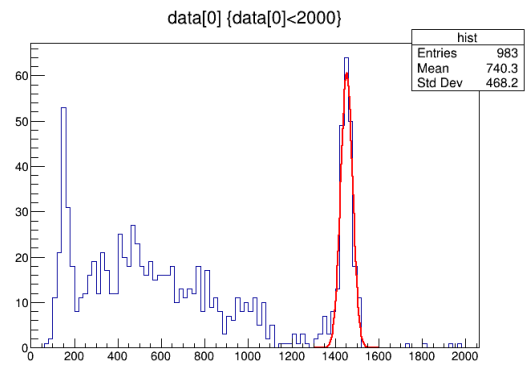


図 5.3

## 5.2 角度分解能

角度のずれは光電子増倍管が大きさを持つためによるものとセッティングでずれが生じたことによるものがある。

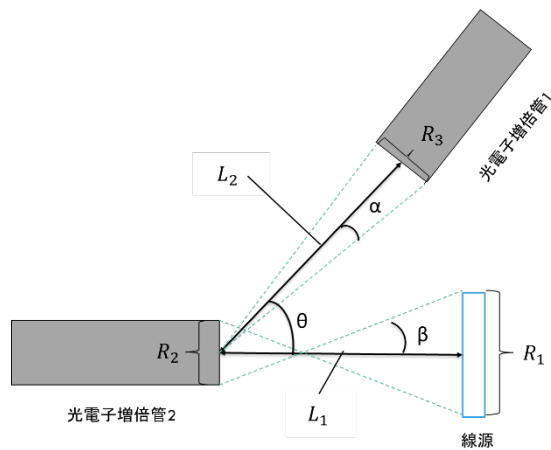


図 5.4

まず、光電子増倍管が大きさを持つためによる角度のずれを議論する。例えば線源の端から出て、光電子増倍管 2 の逆側の端にあたったとする。この時、角度  $\beta$  のずれがあることがわかる。また光電子増倍管 2 の真ん中から出ていき光電子増倍管 1 の端に飛んで行ったときは角度  $\alpha$  のずれがある。今回の解析では角度のずれは以下のように評価した。

$$\sigma_{\theta}^2 \sim \alpha^2 + \beta^2 \cong \left(\frac{R_1 + R_2}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{L_2}\right)^2$$

但し、実際には  $\sigma_{\theta}$  程度の標準偏差をもつガウシアンのパイクの位置を用いるのでピークが含むイベント数を  $N$  とすると角度誤差は  $\frac{\sigma_{\theta}}{\sqrt{N}}$

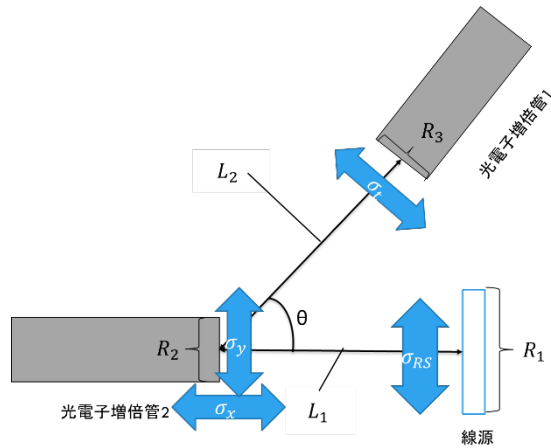


図 5.5

次にセッティングでずれが生じることによる角度の誤差を評価する。本解析では  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_t, \sigma_{RS}$  による角度の誤差を扱う。この時角度の誤差は

$$\left(\frac{\sigma_x \sin \theta}{L_2}\right)^2 + \left\{\left(\frac{\cos \theta}{L_2} + \frac{1}{L_1}\right) \sigma_y\right\}^2 + \left(\frac{\sigma_{RS}}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{L_2}\right)^2$$

以上より二つの効果による角度の誤差は合わせて

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{\sqrt{N}} \left\{ \left(\frac{R_1 + R_2}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{L_2}\right)^2 \right\} + \left(\frac{\sigma_x \sin \theta}{L_2}\right)^2 + \left\{\left(\frac{\cos \theta}{L_2} + \frac{1}{L_1}\right) \sigma_y\right\}^2 + \left(\frac{\sigma_{RS}}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{L_2}\right)^2$$

今回の解析で用いた値は以下の通り。

表 5.1

解析で用いた値	
$R_1$	3.0cm
$R_2$	5.0cm
$R_3$	5.0cm
$\sigma_x$	0.5cm
$\sigma_y$	0.2cm
$\sigma_t$	0.2cm
$\sigma_{RS}$	0.2cm

表 5.2

セッティング	
光電子増倍管 1	NaI シンチレータ
光電子増倍管 2	LaBr シンチレータ
線源	$^{137}\text{Cs}$

表 5.3

角度[deg]	$L_1$ [cm]	$L_2$ [cm]	イベント数
30	10	20	1000
60	10	20	1000
90	10	20	1000
120	10	20	1000
150	10	20	1000

表 5.4

角度(deg)	光電子増倍管 1 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 1 エネルギー 理論値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 理論値[keV]	合計エネルギー 実験値[keV]
30±2.34	568.56±8.94	551.23~576.63	68.62±4.25	85.37~110.77	637.18±13.19
60±2.39	384.06±3.56	390.54~413.36	270.87±3.70	248.64~271.46	654.93±7.26
90±2.46	286.68±5.45	281.57~295.55	376.16±3.80	366.45~380.43	662.84±9.24
120±2.56	223.69±1.40	221.20~228.87	445.50±1.37	433.13~440.80	669.19±2.77
150±2.54	197.42±1.17	192.16~195.42	474.67±1.35	466.58~469.84	672.09±2.52

表 5.5

セッティング	
光電子増倍管 1	LaBr シンチレータ
光電子増倍管 2	NaI シンチレータ
線源	$^{137}\text{Cs}$

表 5.6

角度[deg]	$L_1$ [cm]	$L_2$ [cm]	イベント数
30	10	20	1000
60	10	20	1000
90	10	20	1000
120	10	20	1000
150	10	20	1000
180	10	20	1000

表 5.7

角度(deg)	光電子増倍管 1 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 1 エネルギー 理論値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 理論値[keV]	合計エネルギー 一実験値[keV]
30±2.62	573.76±5.25	549.68~578.10	75.26±3.56	83.90~112.32	649.03±8.81
60±2.65	427.88±9.66	389.34~414.64	265.87±5.24	247.36~272.66	693.75±14.91
90±2.58	288.75±4.84	281.25~295.91	364.31±4.74	366.09~380.75	653.05±9.58
120±2.79	212.63±1.97	220.88~229.23	443.05±2.34	432.77~441.12	655.69±4.31
150±2.66	192.43±1.90	192.09~195.50	435.17±2.17	466.50~469.90	645.60±4.07
180±2.83	181.53±1.42	184.35~184.43	465.81±2.70	477.56~477.57	647.35±4.12

表 5.8

セッティング	
光電子増倍管 1	NaI シンチレータ
光電子増倍管 2	LaBr シンチレータ
線源	$^{137}\text{Cs}$

表 5.9

角度[deg]	$L_1$ [cm]	$L_2$ [cm]	イベント数
30	20	36	4000
60	20	36	4000
90	12	21	10000
120	13	23	10000
150	14	25	10000
180	15	27	10000

表 5.10

角度(deg)	光電子増倍管 1 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 1 エネルギー 理論値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 実験値[keV]	光電子増倍管 2 エネルギー 理論値[keV]	合計エネルギー 一実験値[keV]
30±1.14	574.40±2.00	557.86~570.25	84.70±1.02	91.75~104.14	659.10±3.02
60±1.15	416.32±1.58	396.31~407.29	243.493±1.32	254.71~265.69	663.85±2.91
90±1.89	305.10±1.27	283.12~293.86	367.94±0.85	368.14~378.88	673.04±2.12
120±1.74	234.30±0.76	222.37~227.58	439.81±0.79	434.42~439.63	674.11±1.56
150±1.61	201.83±0.61	192.71~194.78	467.10±0.92	467.22~469.29	668.93±1.53
180±1.55	197.27±0.82	184.35~184.37	479.64±1.00	477.63~777.65	676.90±1.82

### 5.3 Klein-Nishina の公式の検証

Klein-Nishina の公式とはコンプトン散乱の微分散乱断面積についての公式である。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \frac{\lambda_e^2}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \left[ \frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} - \sin^2 \theta \right]$$

本実験ではこの公式の検証を行うが実際には絶対値についての評価は難しい。そこで今回は散乱角ごとの微分断面積の相対値について調べる。つまり理論値に定数倍の自由度を持たせ、その定数倍のパラメータの値は root のフィッティングで求める。最終的な実験結果の議論はそこで求めたパラメータについての理論値と実験値との比較で行う。

以上の点を踏まえたうえで実際の解析は次のように行う。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{const} * \text{Event Number} * \frac{1}{T} * L_1^2 * L_2^2$$

上の式の *const* が定数倍のパラメータとなる。解析の際に **Event Number** という値が必要になるがこれは測定時間中に観測できたコンプトン散乱のイベント数である。これは ADC 値についてのヒストグラムからピークでのガウシアンフィッティングで求めることができる。ピークのガウシアンフィッティングをすると以下のガウス分布のパラメータ  $A, \sigma$  の値を得ることができる。

$$A \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

この時、**Event Number**  $N$  はピークの面積になるので近似的にフィッティングで求めたガウシアン面積となるので次のように  $N$  を求めることができる。

$$N = A\sigma\sqrt{2\pi}$$

また、誤差評価は次のようになる。

$$\sigma_N^2 = 2\pi(A^2\sigma_\sigma^2 + \sigma^2\sigma_A^2)$$

### 5.4 解析結果

結果は次のとおりである。

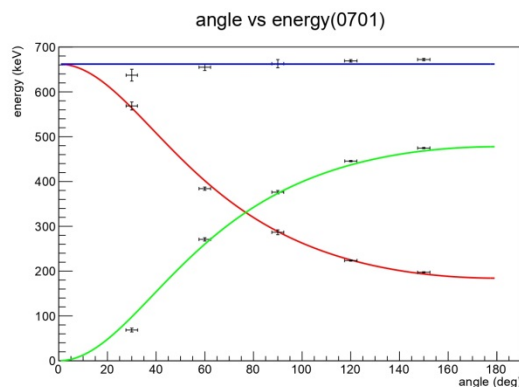


図 5.7

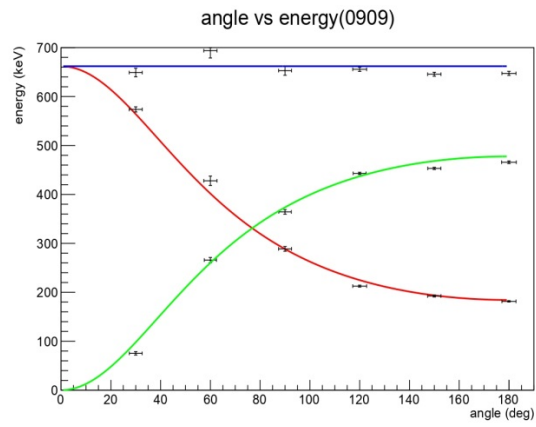


图 5.8

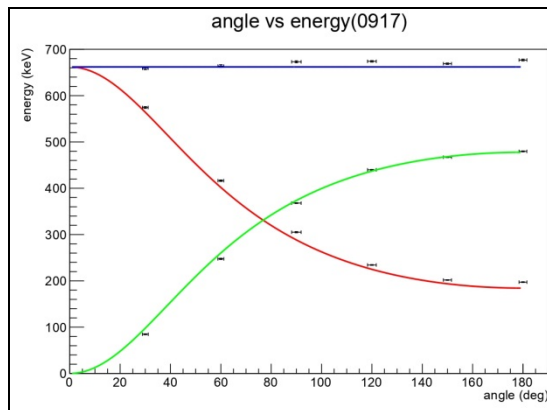


图 5.9

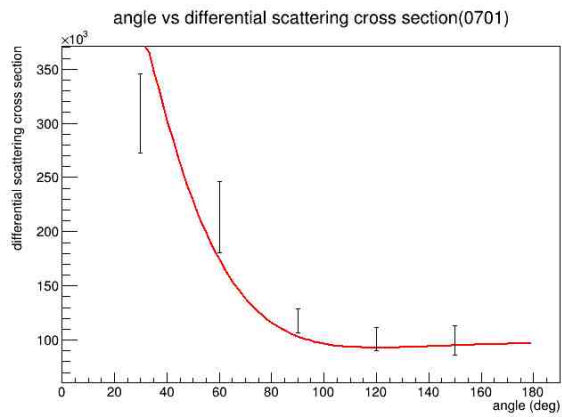


图 5.10



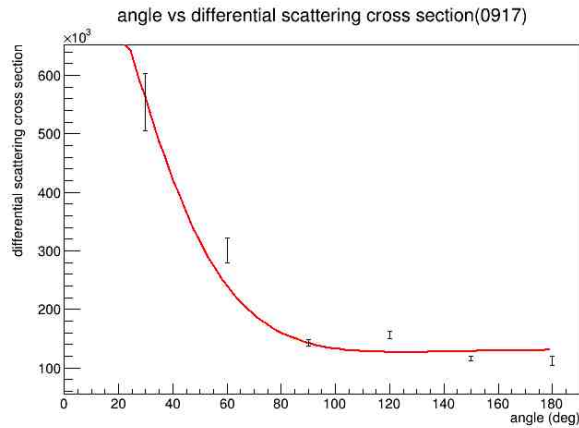


図 5.11

## 6 考察

### 6.1 エネルギー保存に関する考察

プロットされたものをみると概ねコンプトン散乱の理論値に一致しているように見える。但し、誤差範囲の中に入っていないデータもありこれらのずれはセッティングのずれなどによる誤差の見積もりが小さい、ノイズによる効果が大きかったなどが考えられる。ここで留意すべき点はセッティングがずれていたとしても合計エネルギーはエネルギー保存則より変化しないことである。合計エネルギーの実験値がずれているデータは光電子増倍管などの装置自身によってもたらされたものであることが考えられる。

また誤差のずれ方で散乱角が $30^{\circ}\sim 60^{\circ}$ について光電子増倍管 1 のエネルギーの実験値は高めに光電子増倍管 2 のエネルギーの実験値は低めに出る傾向がある。これは **Klein-Nishina** の公式に従えば浅い散乱角の微分散乱断面積が大きいためであると考えられる。光電子増倍管が大きさも持つためデータの角度分布に一定の広がりを持つので様々な散乱角のデータが得られるがその中でも浅い散乱角についてのデータが多くなり支配的になるためセッティングの角度よりも実際には浅い散乱角のデータついでの結果が出てしまったということである。実際にこのような効果があるのかシミュレーションをして調べてみた。

シミュレーション手法は以下の通りである。まず、**Klein-Nishina** の公式に従うようなデータのヒストグラムを棄却サンプリングで用意する。次に光電子増倍管でみられるデータの角度分布に広がり $\sigma_{\theta}$ があるとして用意したデータセットからガウス分布に従ってサンプリングする。今回は以下の式より $\sigma_{\theta} = 27^{\circ}$ とした。

$$\sigma_{\theta}^2 \sim \alpha^2 + \beta^2 \cong \left(\frac{R_1 + R_2}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{L_2}\right)^2, L_1 = 10\text{cm}, L_2 = 20\text{cm}$$

以上の手順で用意したデータをガウシアンフィッティングを用いてピークを求める。得られたピークの位置から結果をプロットする。シミュレーションの結果は図 5.12 である。また30°~60°あたりを拡大したものが図 5.13 である。

シミュレーションの結果 (図 5.12) を見たところ仮説の通り30°~60°付近でずれが生じていることがわかる。これを見たところシミュレーションの方が実験での値を説明できることがわかる。但し、シミュレーションの結果でも誤差範囲以上のずれがあるのでこれに関してはまだ説明できていない。

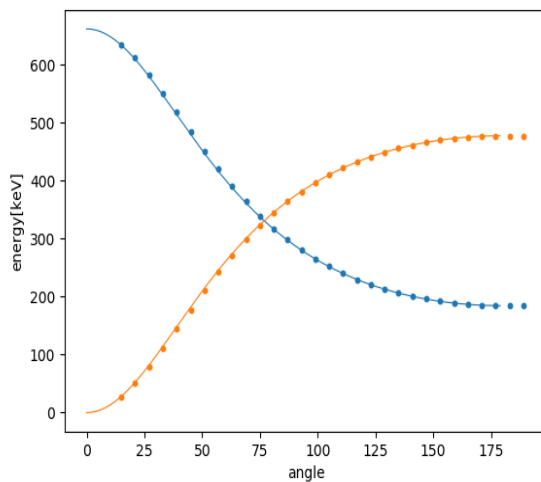


図 5.12

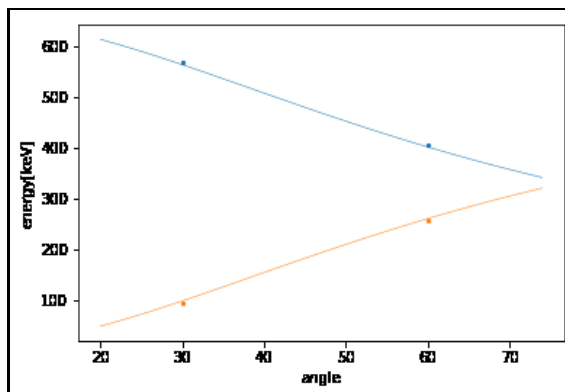


図 5.13

## 6.2 Compton 散乱の角度分布の相対値に関する考察

まずはじめに、実験結果を、実験値そのものではなく、相対的な値に着目して考察を行う。

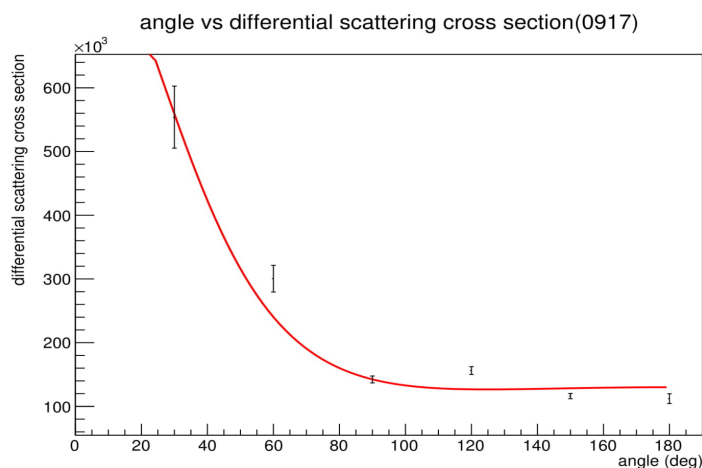


図 5.11 (再掲)

本実験で得られた図 5.11 を見ると、実験値は Klein-Nishina の公式とよく合っていることがわかる。一方、Thomson の公式による理論値では散乱断面積は  $90^\circ$  を境に対称となるが (グラフ 2 の青い線参照)、本実験結果においてはそれが見られず、Thomson の公式では説明がつかないことがわかる。

したがって、Thomson の公式で想定されている状況、つまり入射放射線を波と考え、入射電磁波によって電子が振動され、それに伴って電磁波が制動放射される、という描像が破綻していることがわかる。その理由としては、放射線の入射エネルギーが  $662\text{keV}$  と十分に高いため、放射線は波の性質よりも粒子としての性質を示すようになるからであると考えられる。それに比べ、Klein-Nishina の公式では光の粒子的な側面をもとりこんでいるため、本実験結果と合致したと考えられる。

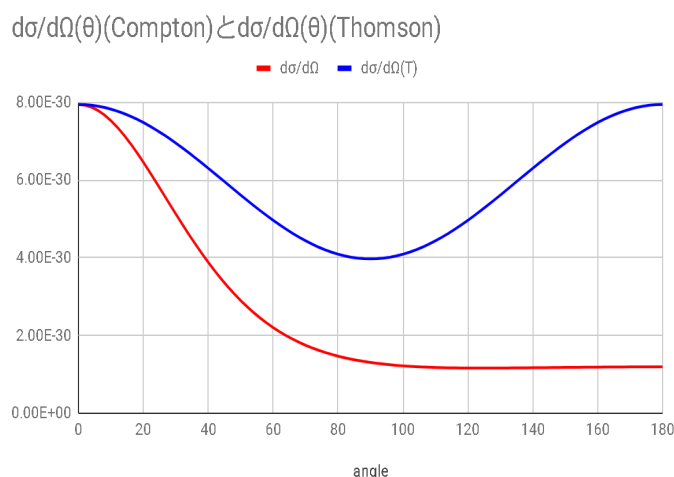


図 6.1 青線が Thomson の公式での理論値、赤線が Klein-Nishina の公式 (入射光子のエネルギー  $662\text{keV}$ ) での理論値を表す

また、Klein-Nishina の公式がどうして図 6.1 の赤線のような形になるのかについても考えてみたい。Klein-Nishina の公式の入射エネルギーの値を変えていき、それらのグラフをまとめて描いたところ図 6.2 のようになった。このグラフから、入射エネルギーが低いときは光は波とみなせるので、Thomson の公式でのグラフのようになるが、入射エネルギーが高くなるにしたがって、電子が光子に押し流されるようになり、後方散乱しにくくなるということが読み取れる。

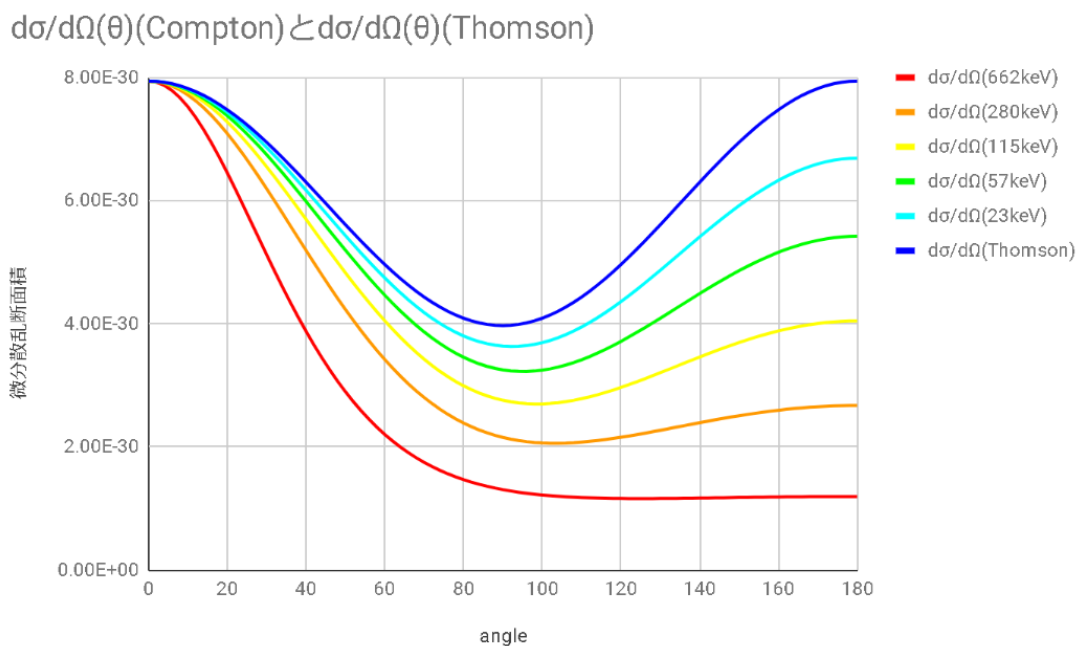


図 6.2

## 6.3 Klein-Nishina の公式の絶対量について考察

### 6.3.1 実験系の影響とその補正

理論値と実験値を比較すると以下の表 6.1 のようになる。

表 6.1 Klein-Nishina の公式と実験値との比較

反跳角	$d\sigma(\text{理論})[m^2]$	$d\sigma(\text{実験})[m^2]$
0°	$2.99 \times 10^{-31}$	-
30°	$1.93 \times 10^{-31}$	$6.18 \times 10^{-3}$
60°	$8.30 \times 10^{-32}$	$3.71 \times 10^{-3}$
90°	$4.92 \times 10^{-32}$	$1.68 \times 10^{-3}$
120°	$4.38 \times 10^{-32}$	$1.37 \times 10^{-3}$
150°	$4.44 \times 10^{-32}$	$1.85 \times 10^{-3}$
180°	$4.50 \times 10^{-32}$	-

これより約 $10^{28}$ 倍もの差があることがわかる。この差の原因として考えられる以下の要因について検討、考察を行っていく。

- 1.電子が多数あることの影響
- 2.検出器の効率の問題
- 3.NIM モジュールの影響

#### 1. 電子が多数あることの影響

まず、Klein-Nishina の公式は1つの電子で1つの光子を散乱した状況を記述しているが、実験の状況は多数の電子で多数の光子を散乱した状況であるため、ある程度実験値との差が生まれるのは予想することができる。そこで、それらの影響を見積もるために以下の仮定を置く。

- ・散乱に寄与するのは $LaBr_3$ の最外殻電子の和である24個の電子によるとする。
- ・散乱断面積は対象の電子の数に比例する。

これらを踏まえて密度を $5.06g/cm^3$ 、分子量を $377g/mol$ 、アボガドロ数を $6.0 \times 10^{23}/mol$ とすると $LaBr_3$ の反応電子数密度は

$$\frac{5.96[g/cm^3]}{377[g/mol]} \times 6.02 \times 10^{23}[/mol] \times 24 = 1.93 \times 10^{23}[/cm^3]$$

となる。したがって $10^{23}$ 倍程度の差はこれにより説明できる。

## 2. 検出器の効率の問題

実際に検出しようとしたときに飛んできているが反応せずに数に入れられずにいる粒子の影響について考える。まず、入射 flux を  $j_{in}$ 、散乱粒子 flux を  $j_{scat}$ 、検出器間の距離を  $r$  とすると微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{j_{scat}}{j_{in}} r^2$$

で計算できるが、これに  $NaI$  と  $LaBr_3$  の検出効率をそれぞれ  $E_{NaI}$ 、 $E_{LaBr_2}$  とし、それを Calibration にかかる時間の比であると仮定して近似すると次のように書ける。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\frac{j_{scat}}{E_{NaI}}}{\frac{j_{in}}{E_{LaBr_2}}} r^2 = \frac{j_{scat}}{j_{in}} r^2 \times \frac{E_{LaBr_2}}{E_{NaI}} = \frac{j_{scat}}{j_{in}} r^2 \times \frac{t_{NaI}}{t_{LaBr_2}} = \frac{j_{scat}}{j_{in}} r^2 \times \frac{39[\text{cm}]}{55[\text{cm}]}$$

であるため、検出器分の補正がかかることになるが、あまり大きな影響とはいえない。

## 3. NIM モジュールによる影響

実際の検出については検出効率以外の原因によって測定されない粒子が存在しうる。その一つとして veto のよって遮られた粒子が挙げられる。一つの散乱が起こったとするとそのあとの一定時間 veto がかかっているため、その間に飛んできた別の粒子は検出されなくなってしまうからである。しかし、実際は1イベント当たりの閉じている veto の時間というのは  $2.0[\mu\text{s}]$  程度であるため、その影響は非常に小さいと考えられる。したがって、以上の3つをふまえても説明することのできない  $10^5$  倍もある非常に大きな差が理論値と実験値の間にはあることがわかる。

## 6.3.2 文献値との比較

微分散乱断面積は表 6.2 のようになる。このままでは以下での計算が行えないために、各反跳角における値の比の平均値である  $1.38 \times 10^{27}$  で割って行うものとする。

表 6.2 散乱断面積の理論値と実験値の比較

反跳角	$d\sigma(\text{理論})$	$d\sigma(\text{実験})$
$0^\circ$	$2.99 \times 10^{-31}$	-
$30^\circ$	$1.93 \times 10^{-31}$	$6.18 \times 10^{-3}$
$60^\circ$	$8.30 \times 10^{-32}$	$3.71 \times 10^{-3}$
$90^\circ$	$4.92 \times 10^{-32}$	$1.68 \times 10^{-3}$
$120^\circ$	$4.38 \times 10^{-32}$	$1.37 \times 10^{-3}$
$150^\circ$	$4.44 \times 10^{-32}$	$1.85 \times 10^{-3}$
$180^\circ$	$4.50 \times 10^{-32}$	-

全 Compton 散乱断面積を計算し、それを文献値と比較する。微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left[ \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right]^2 \left[ 1 + \cos^2\theta + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right], \alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

とあらわされることをもちいて形式的に古典的電子半径 $r_e$ を出すために、

$$\alpha = \frac{2.43 \times 10^{-12}}{1.88 \times 10^{-12}} = 1.29$$

であることを用いて計算すると表 6.3 のようになり、その値の平均値は10.5[cm]である。

表 6.3 古典的電子半径の形式的計算値

反跳角	古典的電子半径[cm]
0°	-
30°	$9.78 \times 10^{-2}$
60°	$1.16 \times 10^{-1}$
90°	$1.01 \times 10^{-1}$
120°	$9.66 \times 10^{-2}$
150°	$1.12 \times 10^{-1}$
180°	-

よって、全散乱断面積は

$$\sigma_c = 2\pi r_e^3 \left[ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left( \frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{\log(1 + 2\alpha)}{\alpha} \right) + \frac{\log(1 + 2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right]$$

を用いてもとめると、68.9[cm<sup>2</sup>]のようになる。

文献値は実際に使用したのはLaBr<sub>3</sub>だが、微分散乱断面積は原子番号に比例するため、大きな差にはならないという仮定に基づき、放射線計測ハンドブック P.52 のNaIのCompton散乱断面積の値で代用して評価してみる。すると図 6.1 より、全散乱断面積が0.06[cm<sup>2</sup>]ということがわかる。それでもやはり大きな差が生まれていることがわかる。

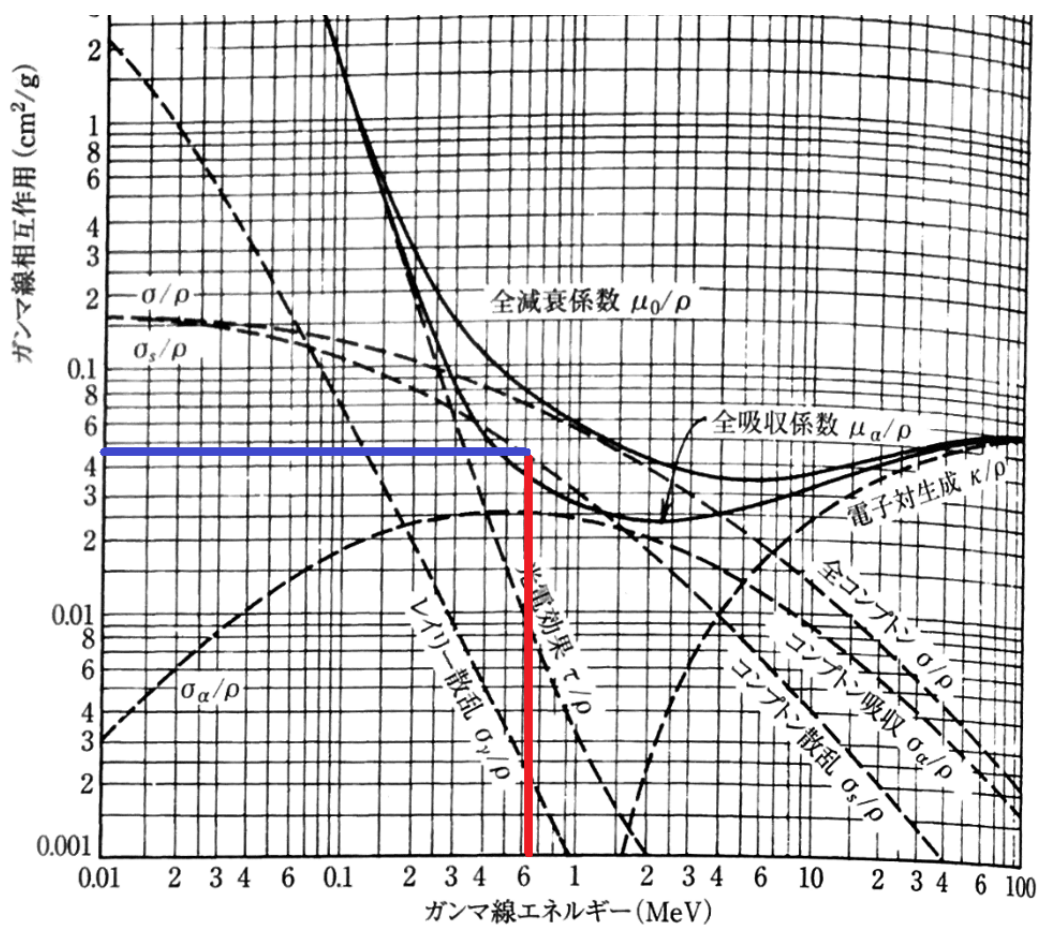


図 6.3  $\gamma$  線エネルギーと その散乱断面積

## 7 まとめ

今回の実験を通じて Compton 散乱の角度分布との関係、およびエネルギー保存については多少のずれはみられたが、角度分布を考えることでそのずれについて説明することができた。

また、Klein-Nishina の式の成立を確かめられ他一方で絶対量についての評価はうまくいかなかったため、何か他の原因があると考えられる。今回の測定の問題点と、絶対量もうまく評価できるような測定方法を考える必要があるようである。

## 8 謝辞

最後に今回の実験に際して指導をいただいた田島先生、TA の小林さん、中村さんにこの場を借りてお礼を申し上げます。半年間お世話になり、本当にありがとうございました。

## 9 参考文献

[1]放射線計測ハンドブック knoll 著