

# オルソポジトロニウムの 寿命測定

課題演習A2

井上大輔 久代翔大 杉浦駿

福田篤人 古田悠馬 細谷享平

# 目次

- イントロダクション
- 実験原理
- 結果・解析
- 考察
- 結論・反省

# 第1章 イントロダクション

# 動機、目的

ポジトロニウム…電子と陽電子の束縛状態

オルソ(以下o-Ps)とパラ(以下p-Ps)の2種類

QEDにおいて2種類のポジトロニウムは寿命が計算されている



今回はo-Psについて寿命を実験により測定し、理論計算と一致するか検証

# 理論の概要

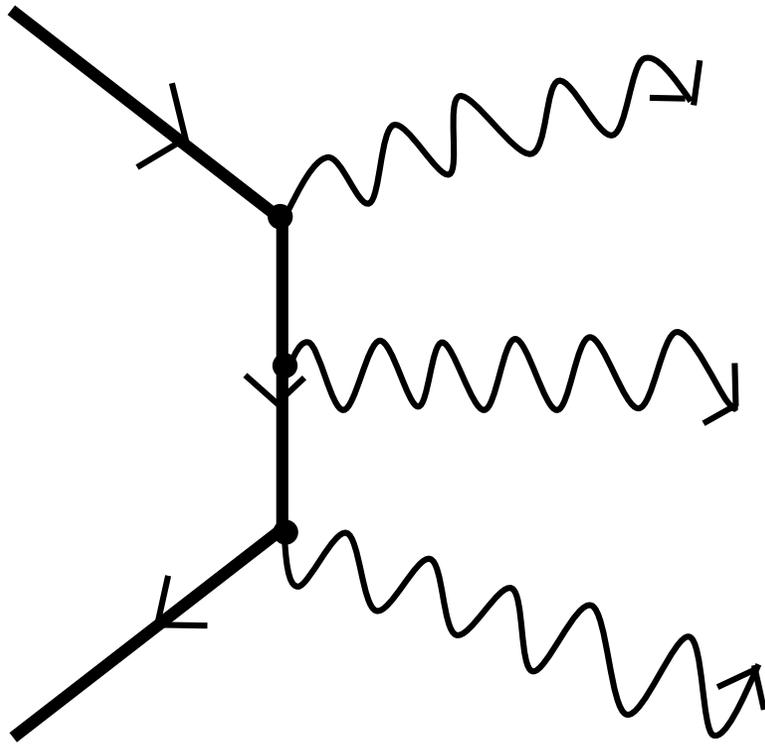
- o-Ps…合成スピン 1、荷電共役変換で符号反転
- p-Ps…合成スピン 0、荷電共役変換で符号一致
  
- n光子状態…荷電共役変換で $(-1)^n$ 倍



o-Psは奇数個の光子に崩壊

# 理論の概要

- 電子と陽電子が3光子に崩壊するファインマンダイアグラム



運動量保存則より1光子に崩壊することはありえない  
→これがo- $P_s$ の崩壊過程への最も大きい寄与を与える

# 理論の概要

- 前ページのファインマンダイアグラムおよび高次の寄与を計算した結果

o- $P_s$ の寿命…約142 ns



実験でもこの値が得られるか検証

# 第2章 実験原理

# 実験の原理

$^{22}\text{Na}$ の $\beta^+$ 崩壊で陽電子 $e^+$ を放出  
→プラスチックシンチレータ(P.S.)で検出



シリカパウダー( $\text{SiO}_2$ )内の電子 $e^-$ と $o\text{-Ps}$ , $p\text{-Ps}$ を形成



崩壊して $\gamma$ 線を放出→NaIで検出

これらの検出時間の差を測定する

# 器具の説明

- $^{22}\text{Na}$  :  $e^+$ を放出する放射源
- プラスチックシンチレータ(P.S.) :  $e^+$ を検出する
- シリカパウダー( $\text{SiO}_2$ ) :  $e^-$ を多く保有し $e^+$ とPsを形成する  
—PickOff反応(後述)を減らすため、加熱したうえで真空状態にした。
- NaI :  $\gamma$ 線を検出する
- PMT : 検出して出た電子を増幅する
- 鉛ブロック : 外部からの放射線を遮断する
- 遮光ビニール : P.S.に光が入らないように全体を覆う

# セットアップ

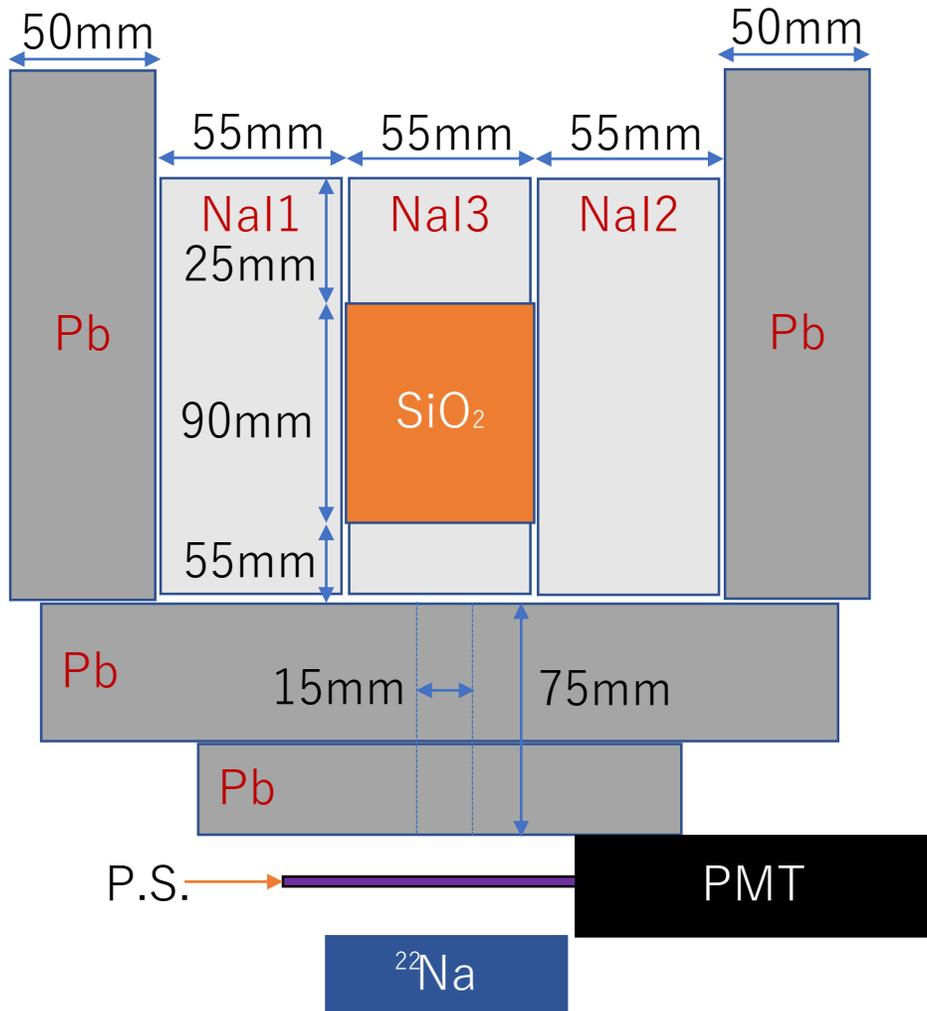


図:上から見た模式図

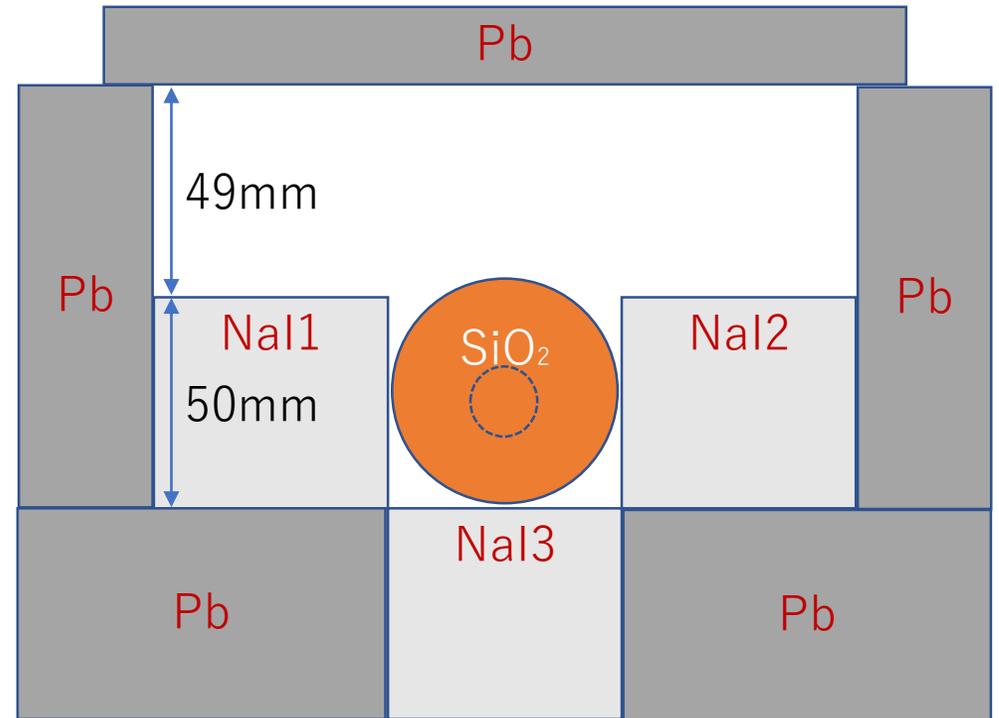
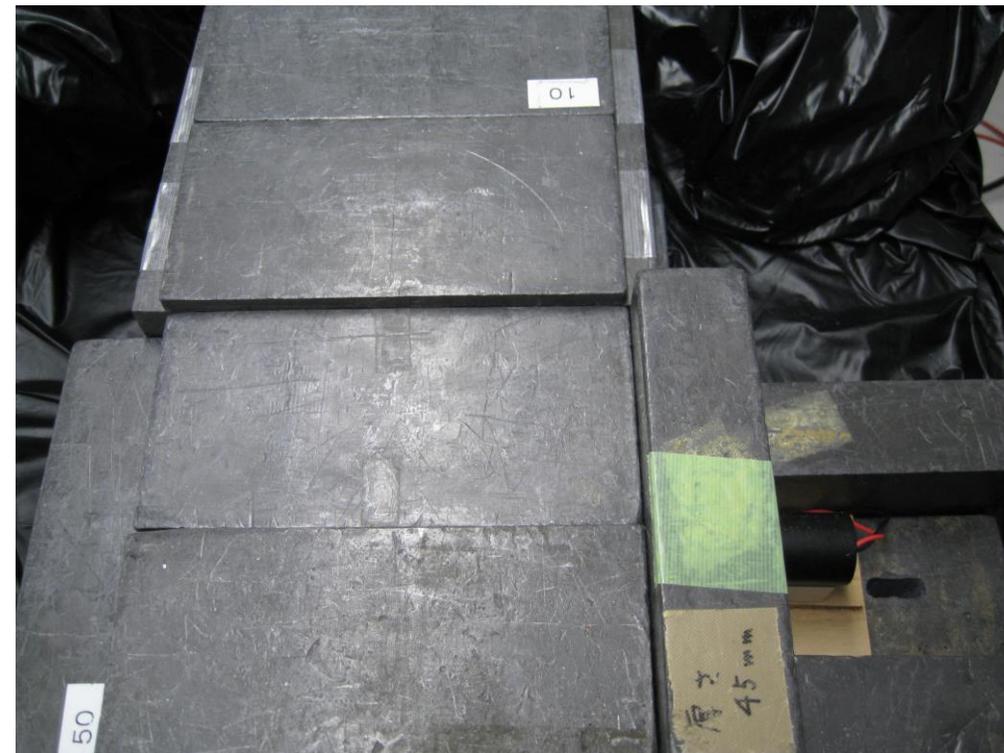


図:線源側から見た図

# セットアップ



装置の配置

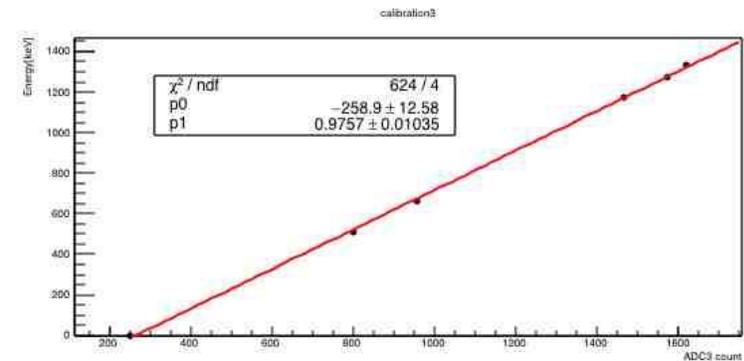
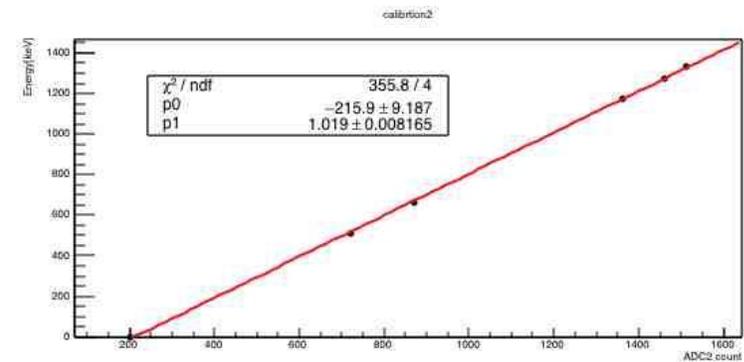
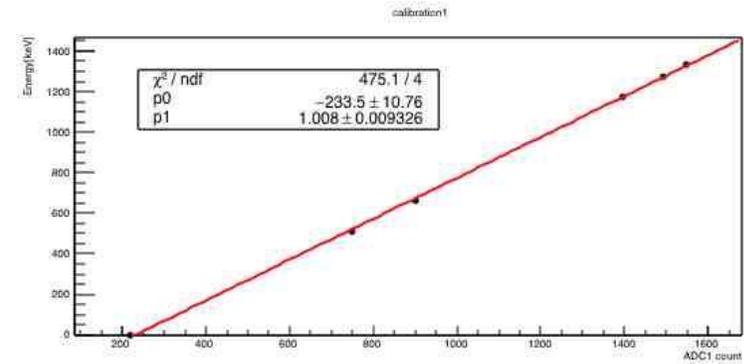


鉛ブロックによる遮蔽

# ADC calibration

表:各エネルギーにおけるADC値

E[keV](source)	NAI1	NAI2	NAI3
0(pedestal)	219.51	201.34	251.58
511( $^{22}\text{Na}$ )	750.35	722.12	800.67
661.7( $^{137}\text{Cs}$ )	900.22	871.24	957.84
1173.2( $^{60}\text{Co}$ )	1394.3	1361.5	1467.2
1275( $^{22}\text{Na}$ )	1493.7	1460.2	1571.8
1332.5( $^{60}\text{Co}$ )	1548.4	1512.8	1619.8



# ADC calibration

$$\text{Energy[keV]} = 1.00765 \times \text{ADC1} - 233.55$$

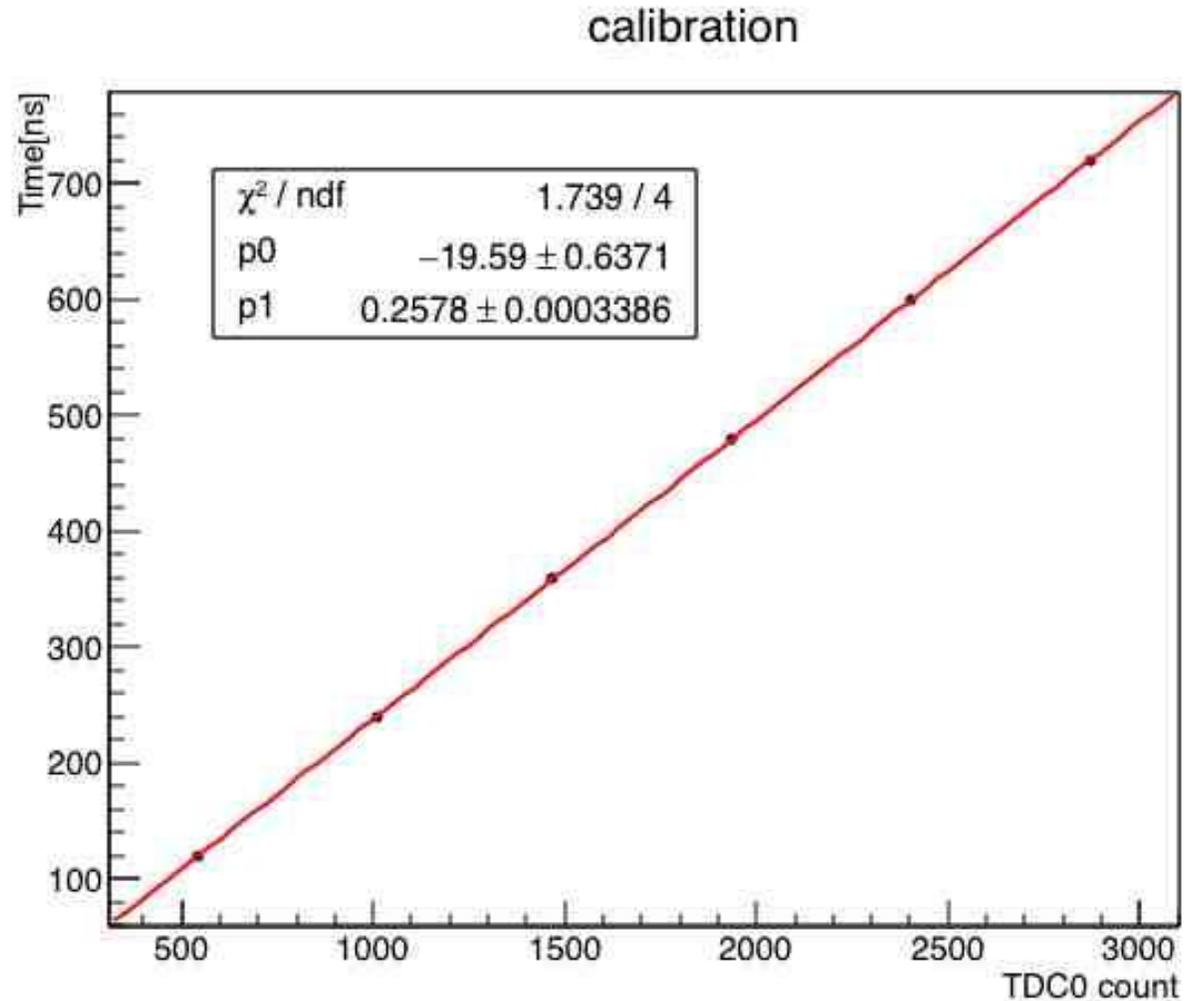
$$\text{Energy[keV]} = 1.01949 \times \text{ADC2} - 215.88$$

$$\text{Energy[keV]} = 0.97571 \times \text{ADC3} - 258.92$$

# TDC calibration

表:delayとTDC値の対応

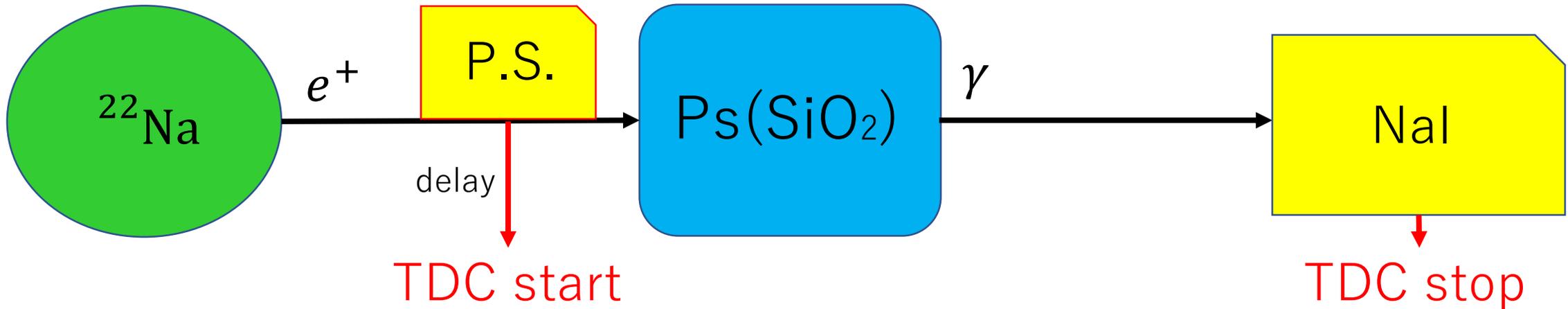
Delay[ns]	TDC0
120	542.8
240	1009
360	1469
480	1936
600	2404
720	2871



# TDC calibration

$$\text{TIME}[\text{ns}] = 0.2578 \times \text{TDC} - 19.59$$

# 回路の構成



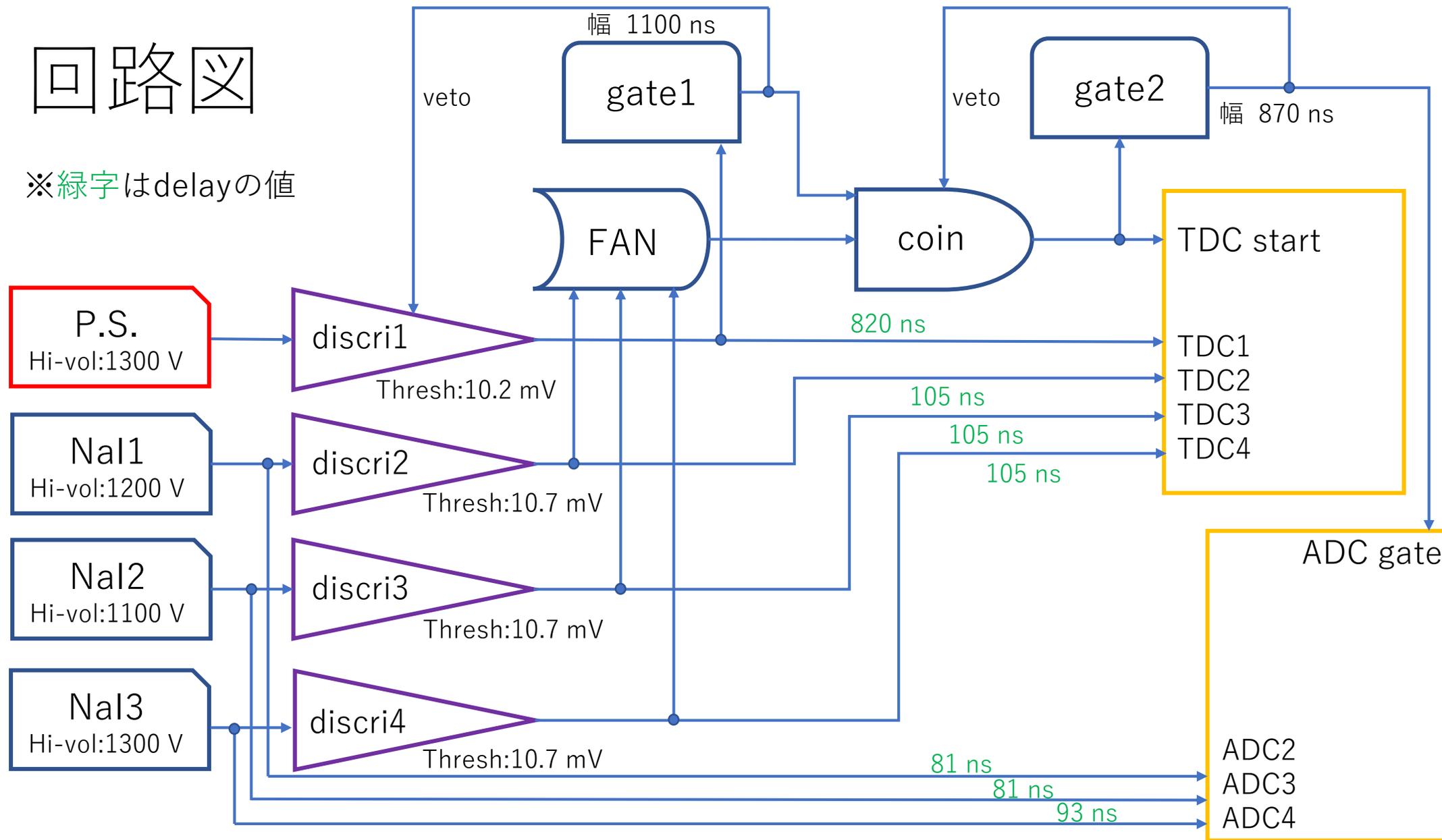
- P.S.を通過した $e^+$ がPsを形成するとは限らない  
→P.S.の信号にdelayをかけて時系列を逆にする

# モジュール・用語の説明

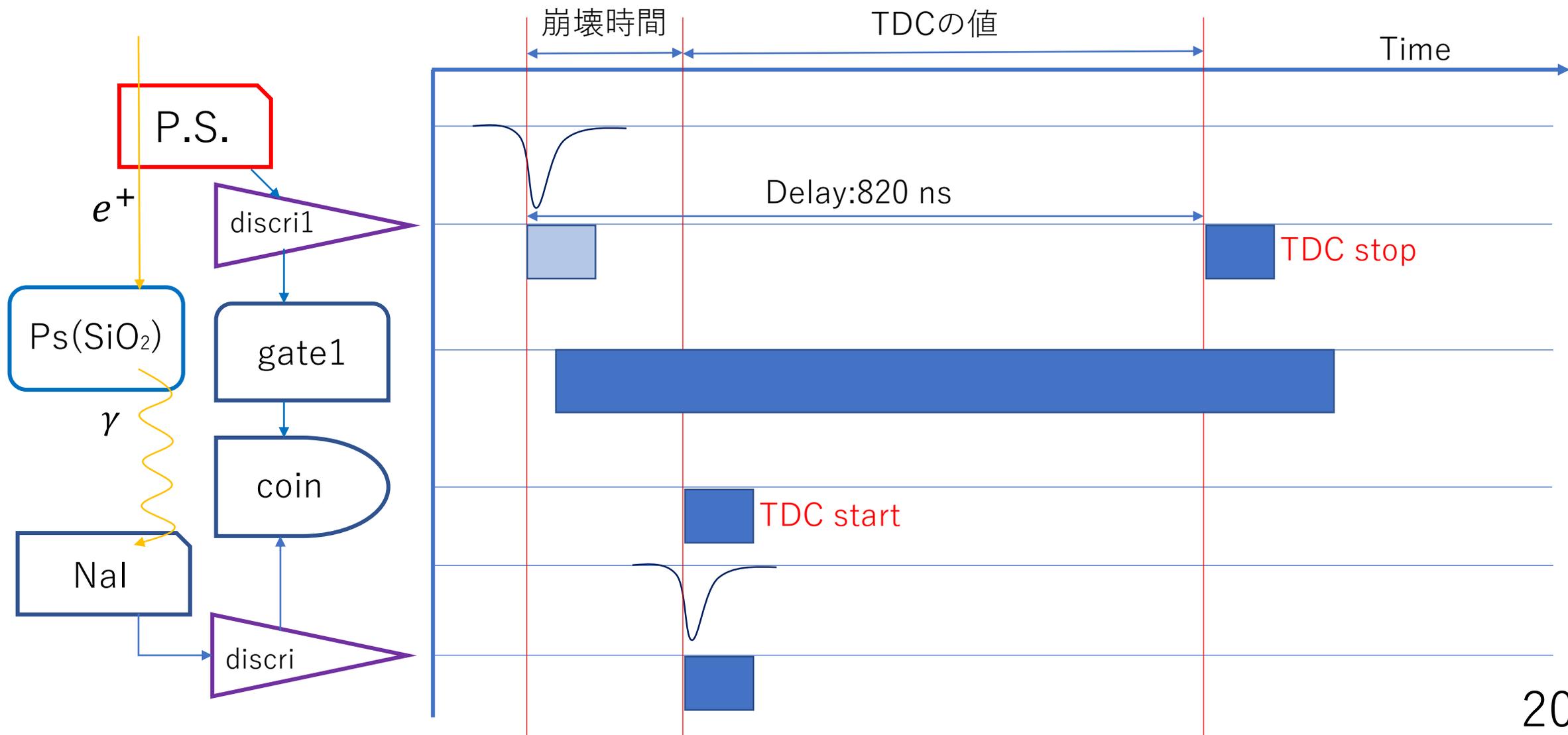
- Discriminator：入力された信号がthresholdを超えたときNIM信号を出力する
- Coincidence：入力されたNIM信号のandをとって出力する
- FAN：入力されたNIM信号のorをとって出力する
- Gate Generator：信号が入力されたとき一定の時間幅のNIM信号を出力する
- Veto：gateの信号が出力されている間は次の信号が入力されないようにする
- TDC：  
startに信号が入ってからstopに信号が入るまでの時間に比例した値を出力する
- ADC：  
gateが開いている間に来た信号の時間積分である電荷に比例した値を出力する

# 回路図

※緑字はdelayの値



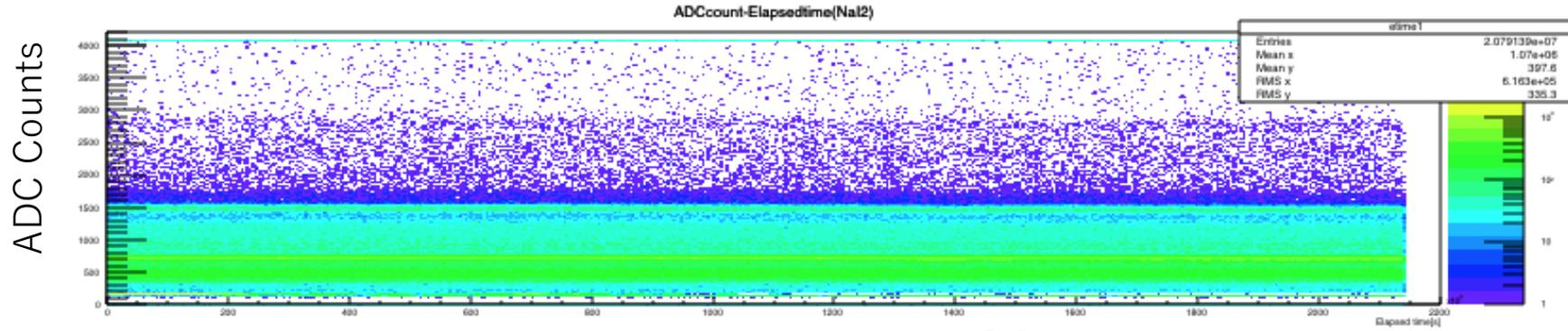
# 信号の概念図



# 第 3 章 結果・解析

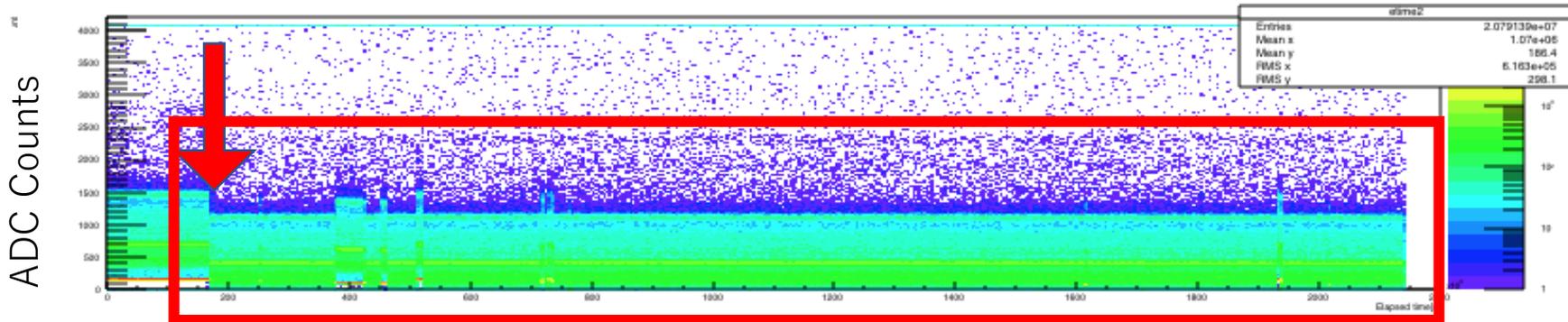
# 結果・解析 データ取得

Na11



計測開始からの経過時間 [s]

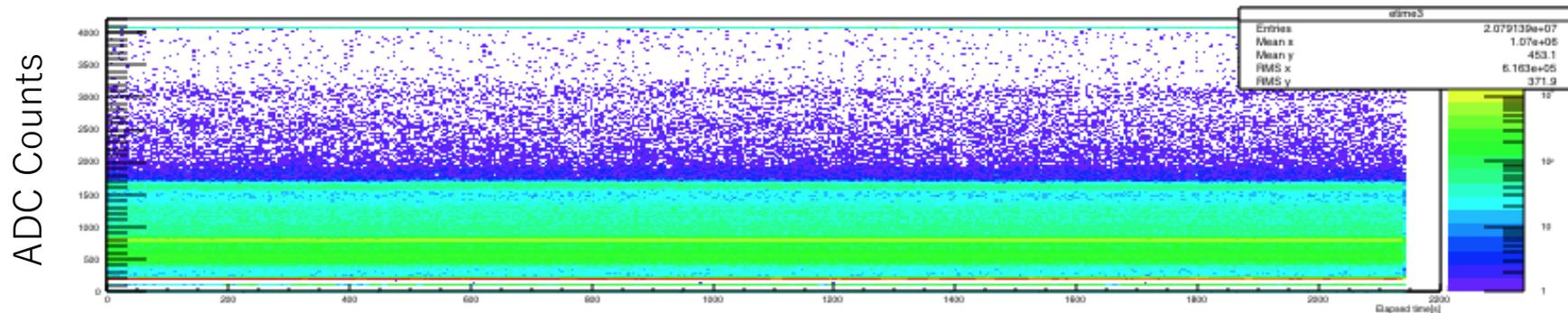
Na12



計測開始からの経過時間 [s]

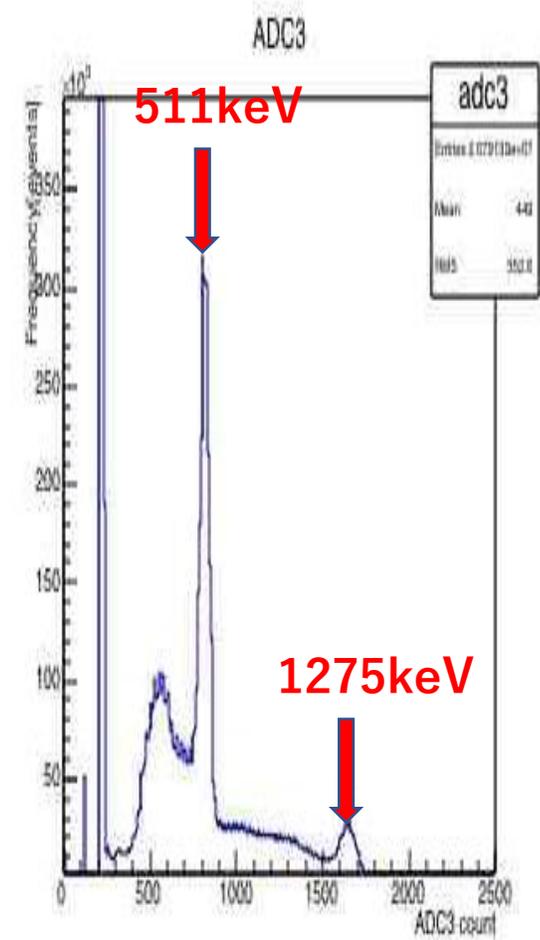
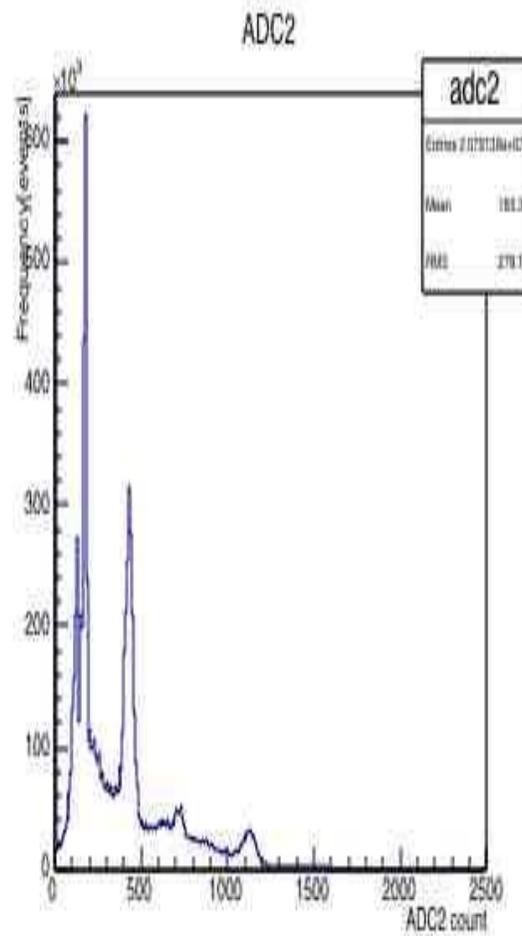
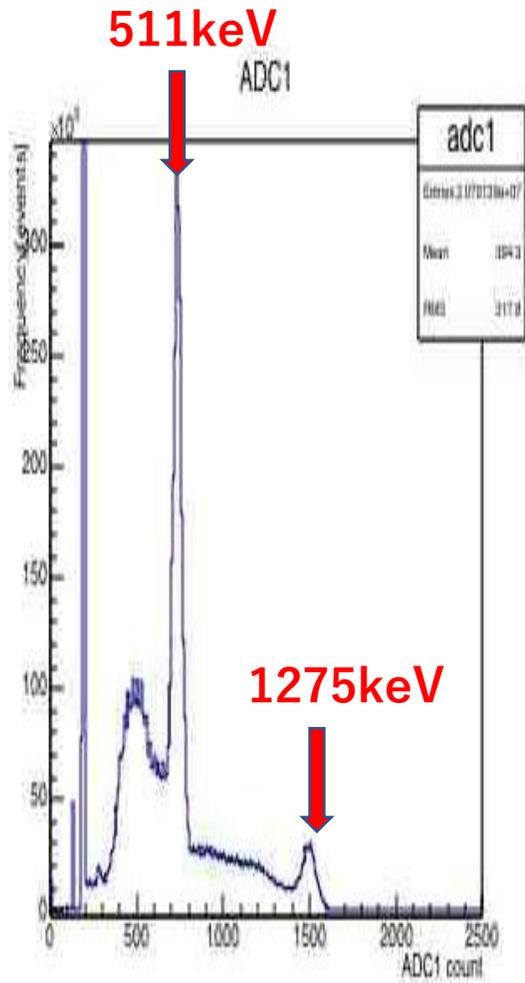
不良発生

Na13

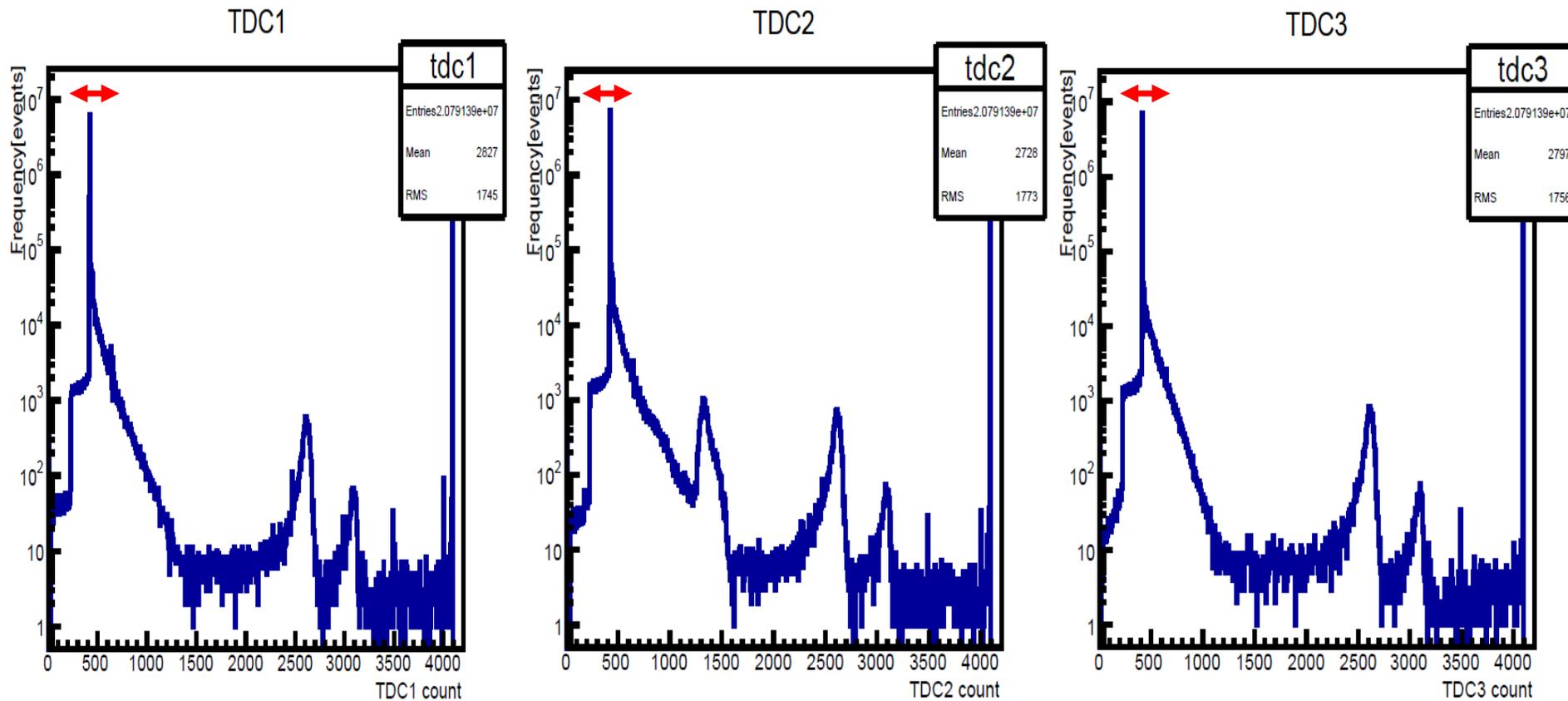


計測開始からの経過時間 [s]

# 結果・解析 生データ① -ADC-



# 結果・解析 生データ② -TDC-

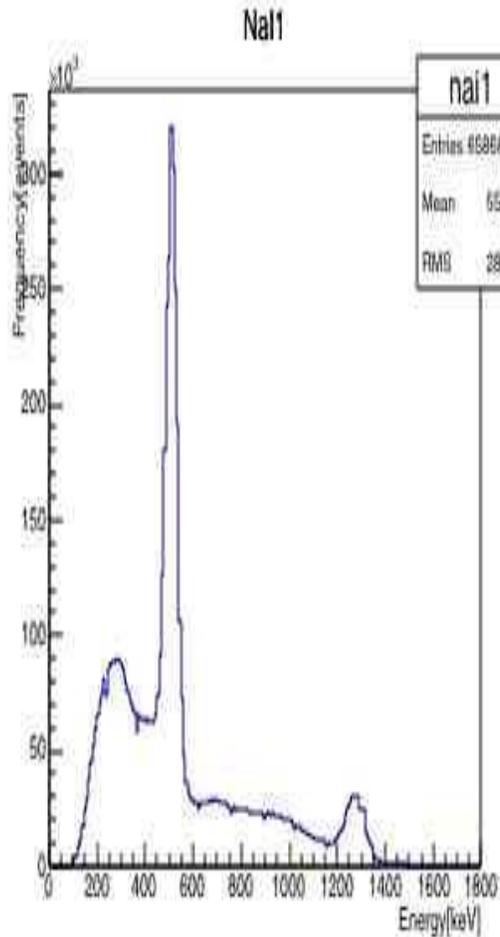


⇒ 417~423

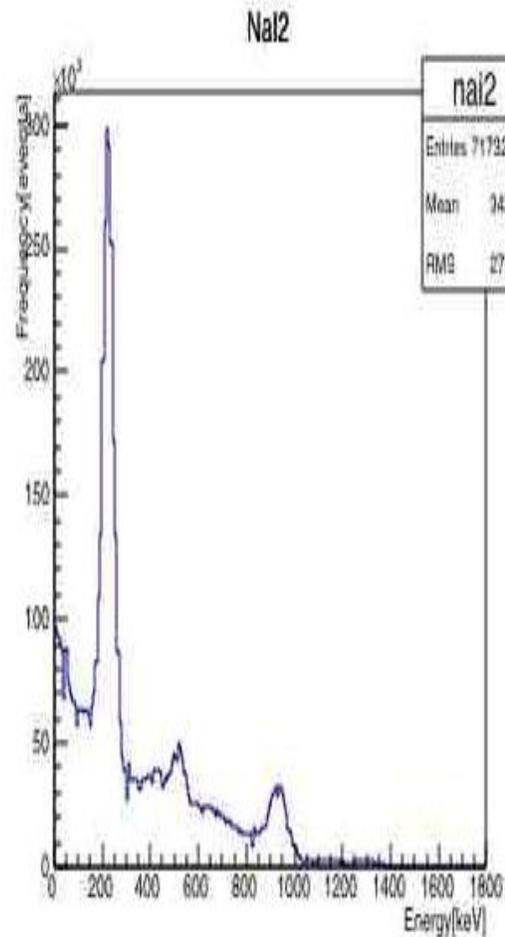
⇒ 418~422

⇒ 414~418

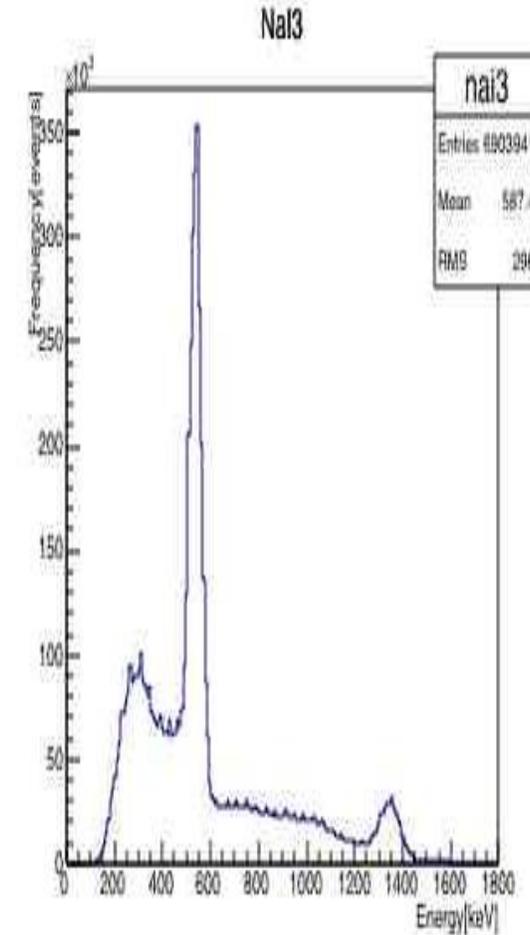
# 結果・解析 ADC to Energy



$1.00765 * \text{ADC1} - 233.55$   
 $417 \leq \text{TDC1} \leq 423$

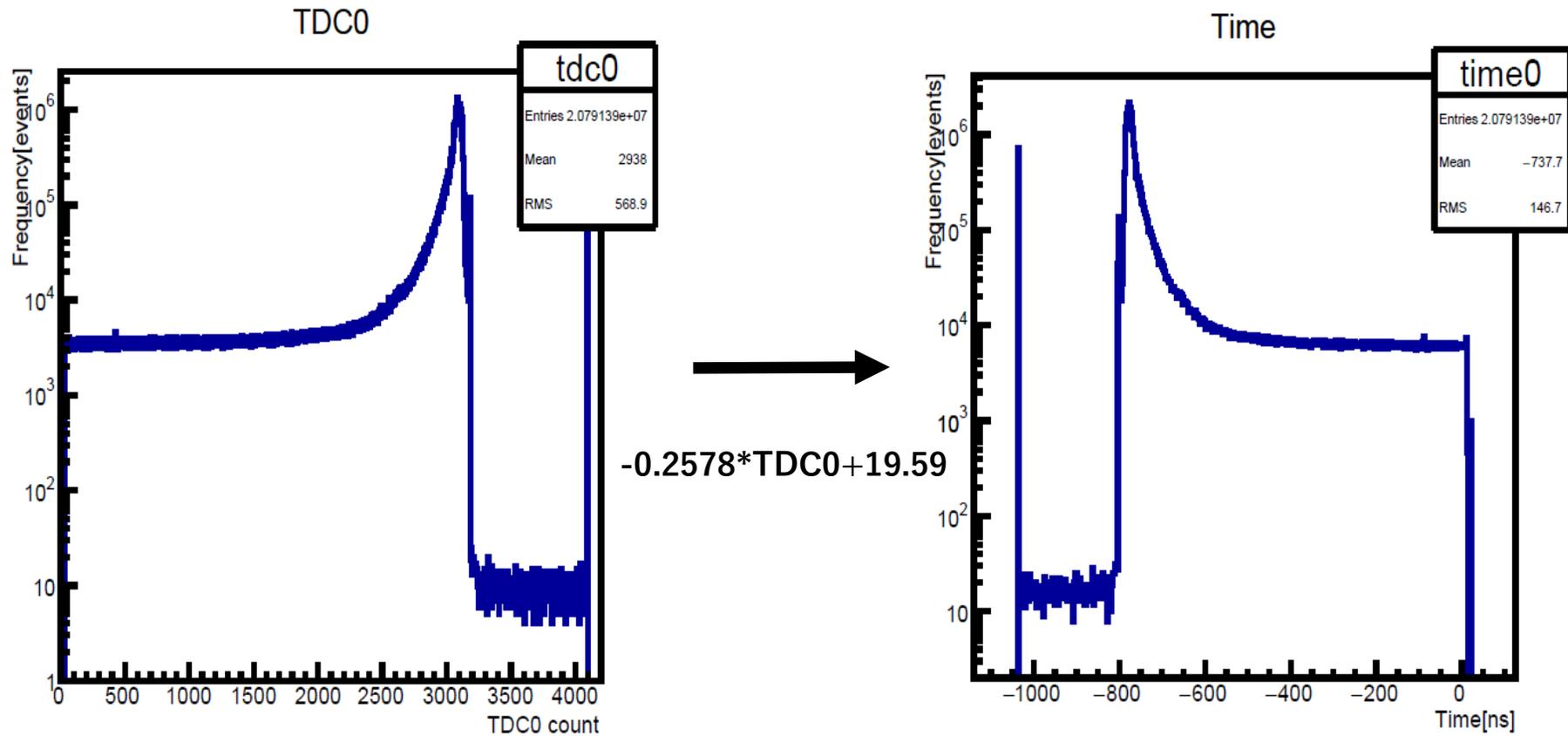


$1.01949 * \text{ADC2} - 215.88$   
 $418 \leq \text{TDC2} \leq 422$

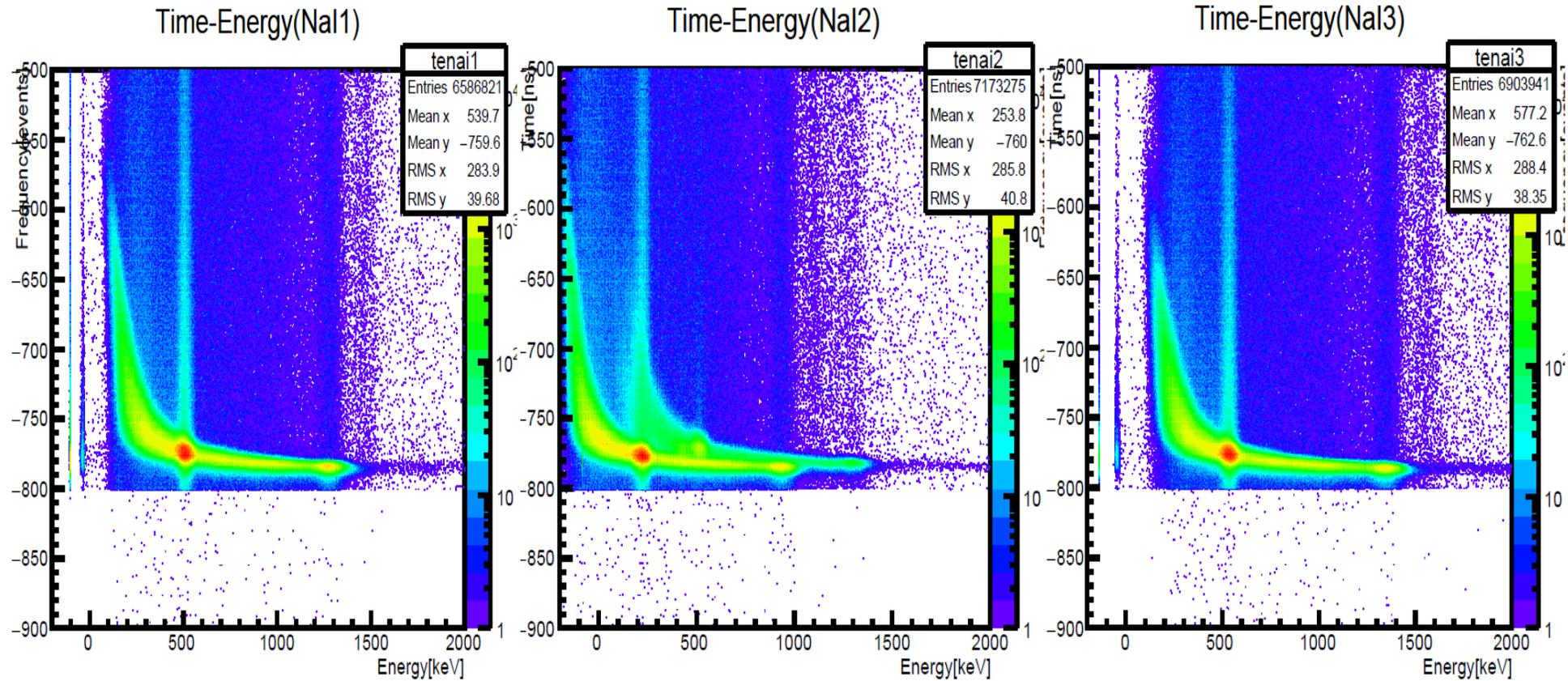


$0.97571 * \text{ADC3} - 258.917$   
 $414 \leq \text{TDC3} \leq 418$

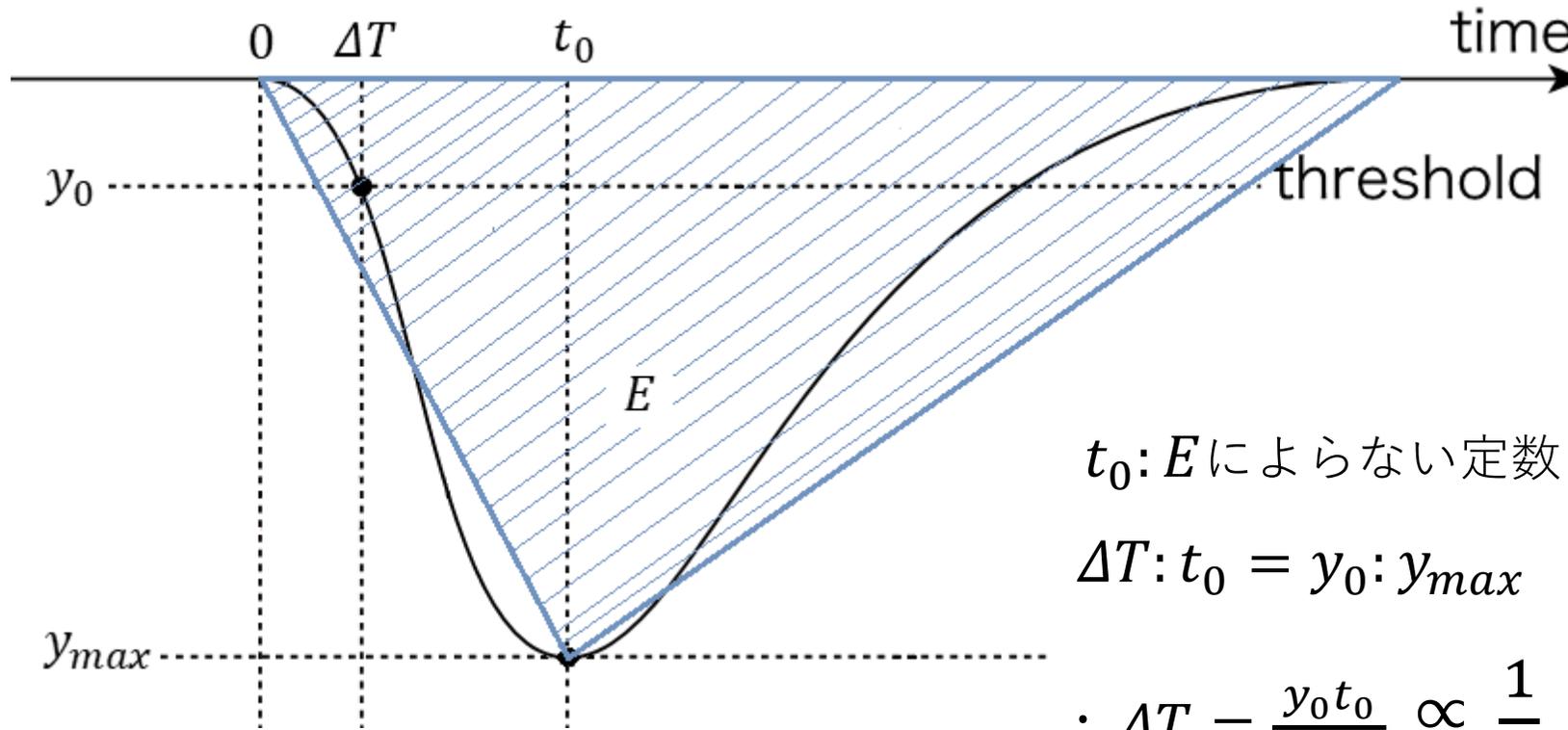
# 結果・解析 TDC to Time



# 結果・解析 Time-Energy分布



# 結果・解析 TQ補正①



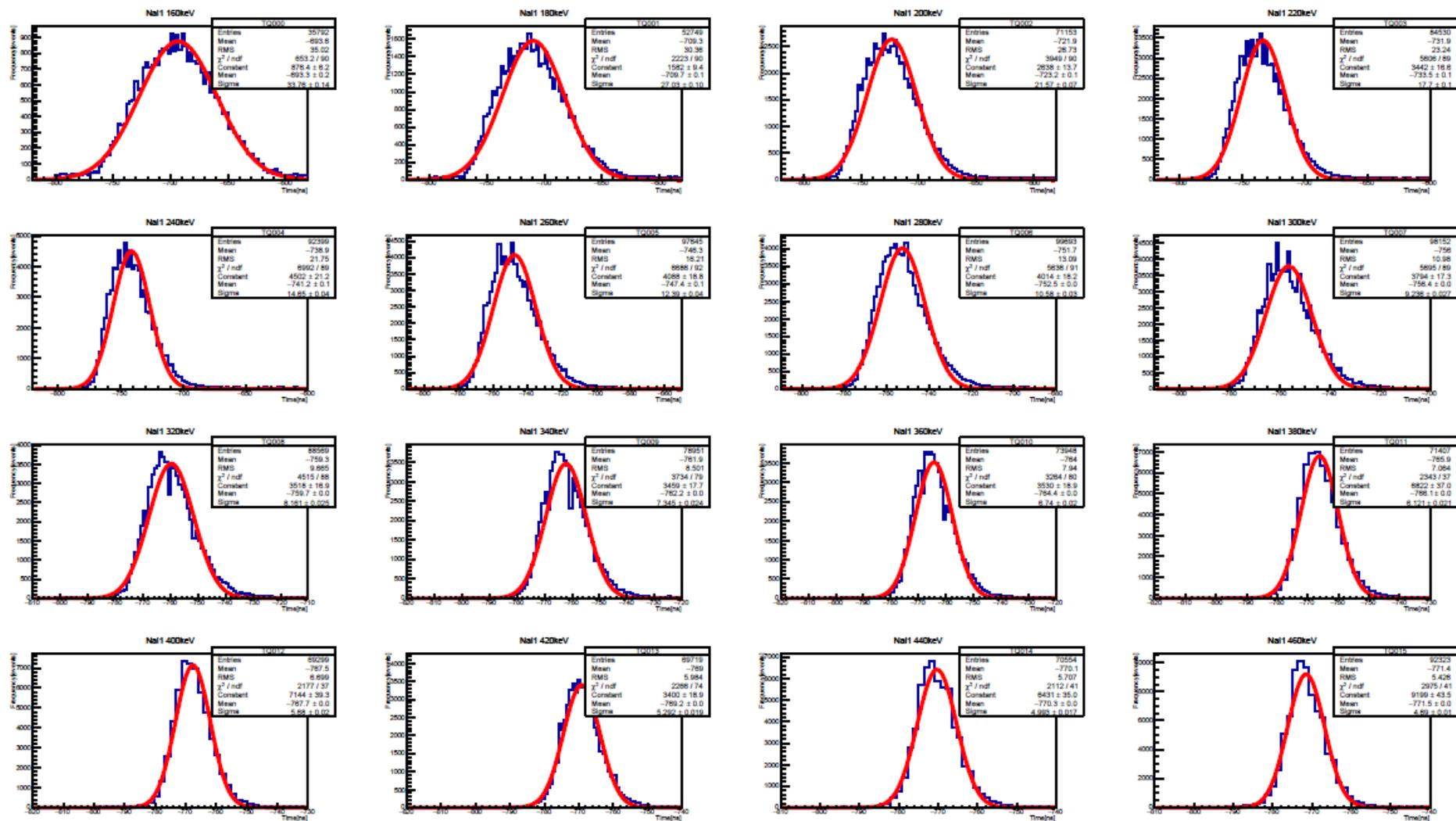
$t_0$ :  $E$ によらない定数 (仮定)

$$\Delta T: t_0 = y_0: y_{max}$$

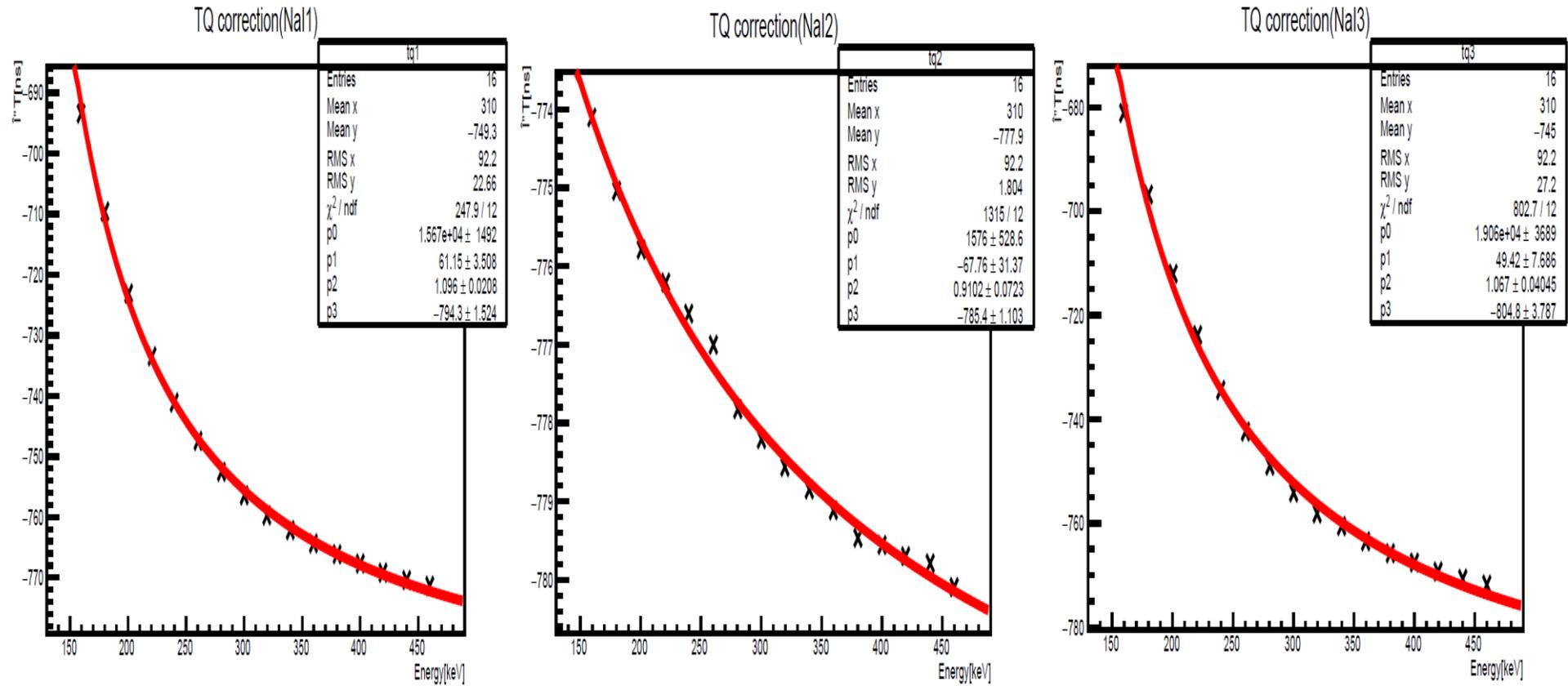
$$\therefore \Delta T = \frac{y_0 t_0}{y_{max}} \propto \frac{1}{E}$$

$$\Rightarrow \Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

# 結果・解析 TQ補正②



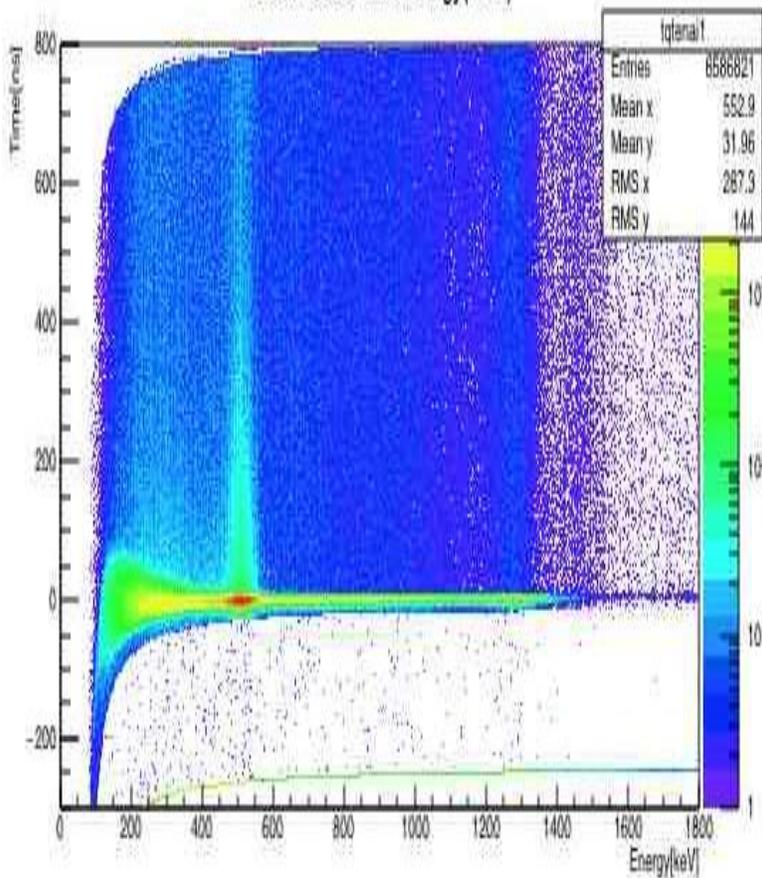
# 結果・解析 TQ補正③



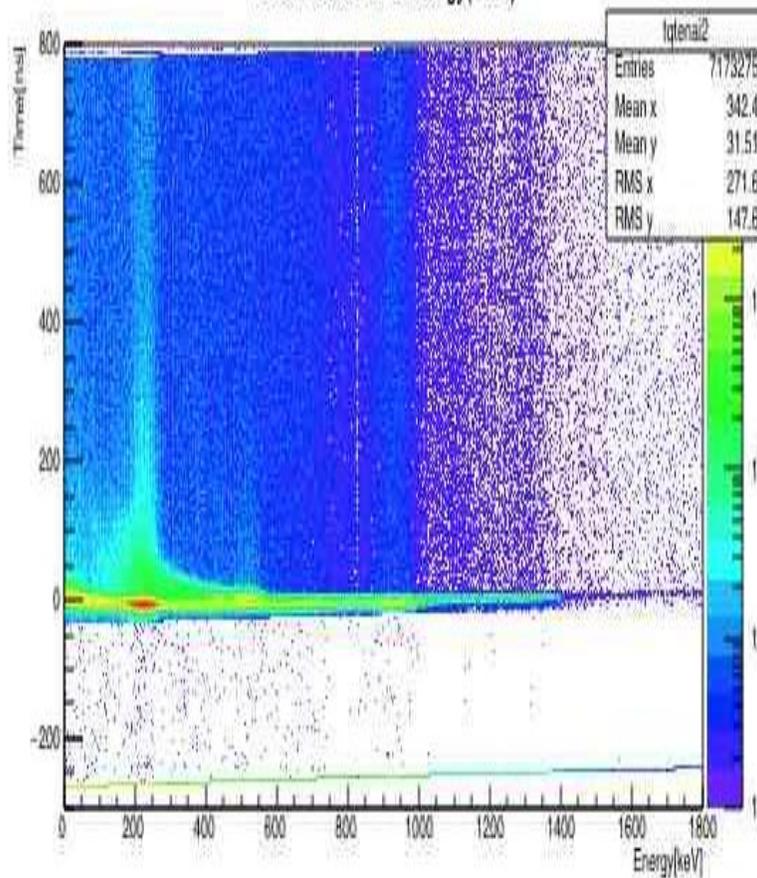
$p_0$	$1.567\text{e}+04$	1576	$1.906\text{e}+04$
$p_1$	61.15	-67.76	49.42
$p_2$	1.096	0.9102	1.067
$p_3$	-794.3	-785.4	-804.8

# 結果・解析 TQ補正④

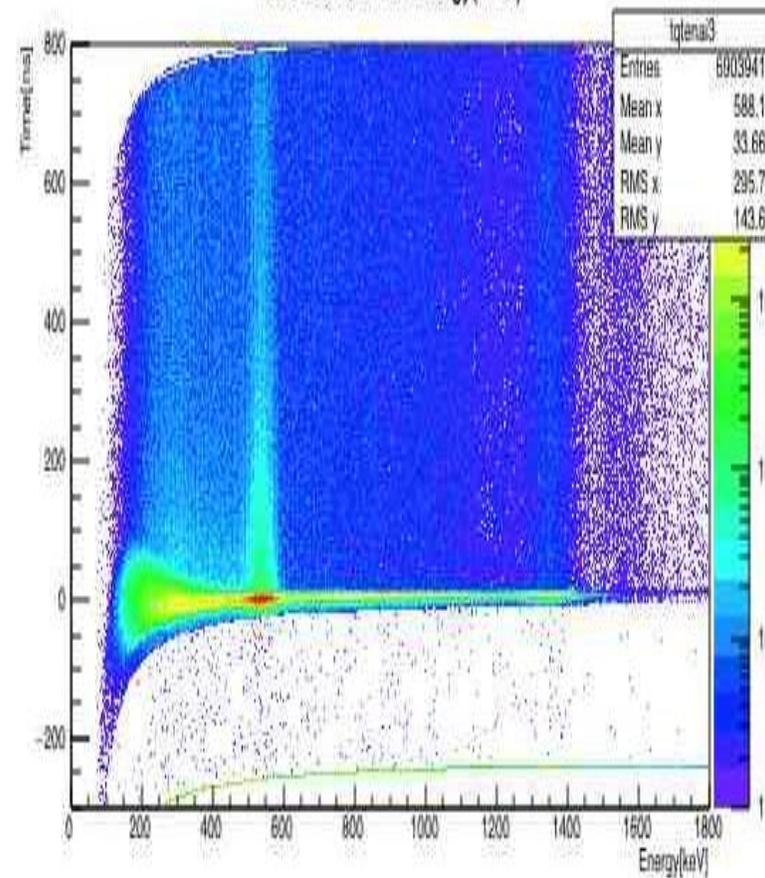
TQ corrected Time-Energy(Na1)



TQ corrected Time-Energy(Na2)

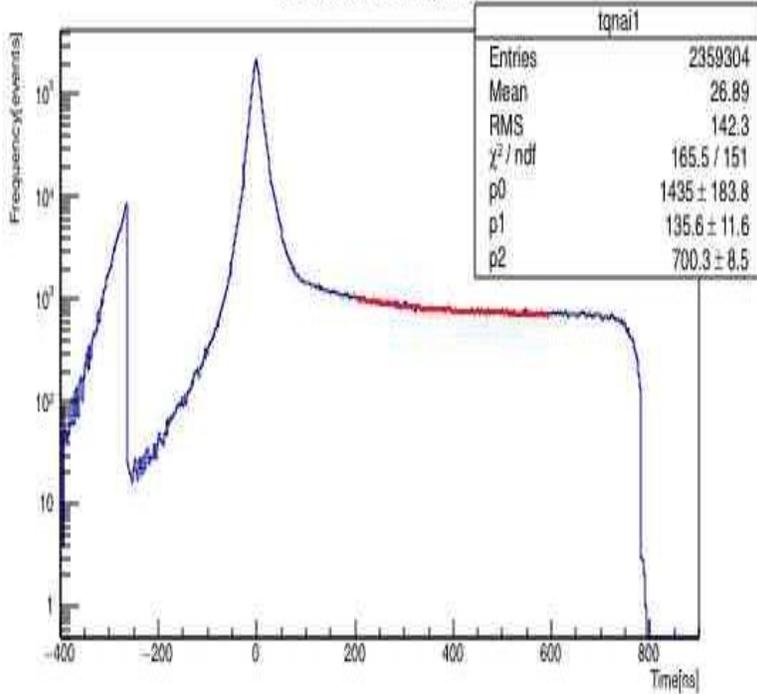


TQ corrected Time-Energy(Na3)

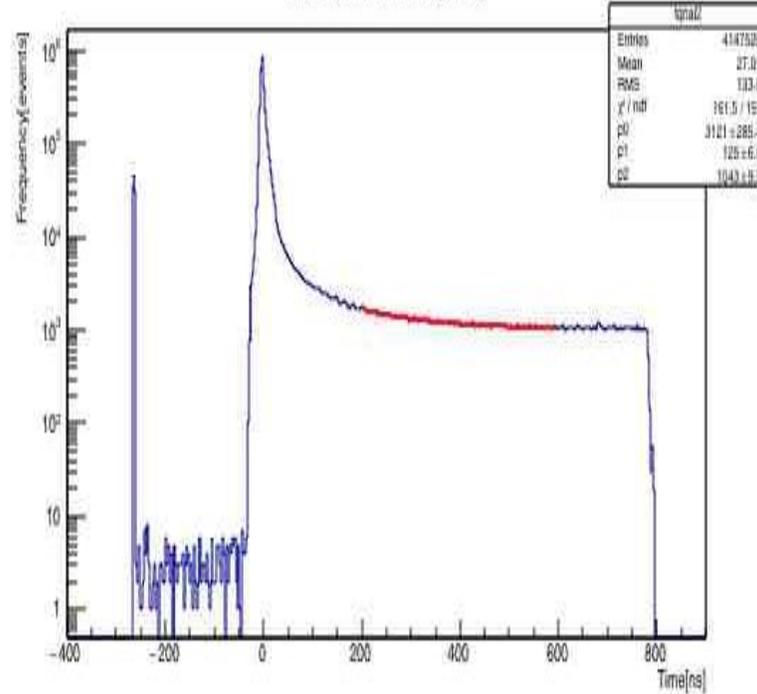


# 結果・解析 TQ補正⑤

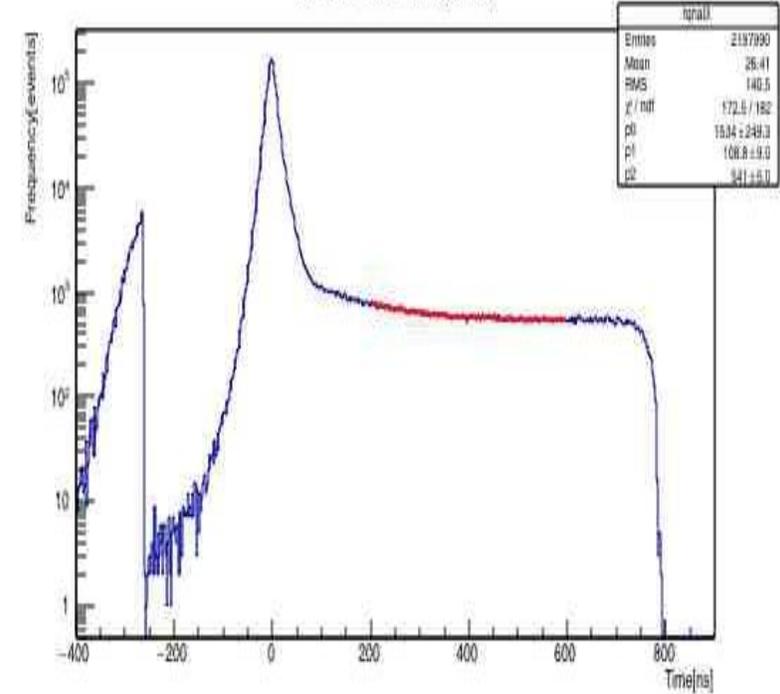
TQ corrected Time(NaI1)



TQ corrected Time(NaI2)



TQ corrected Time(NaI3)



→ fitting with  $p_0 e^{-\frac{t[\text{ns}]}{p_1}} + p_2$

⇒ **135.0 ns**

⇒ **125.0ns**

⇒ **108.6 ns**

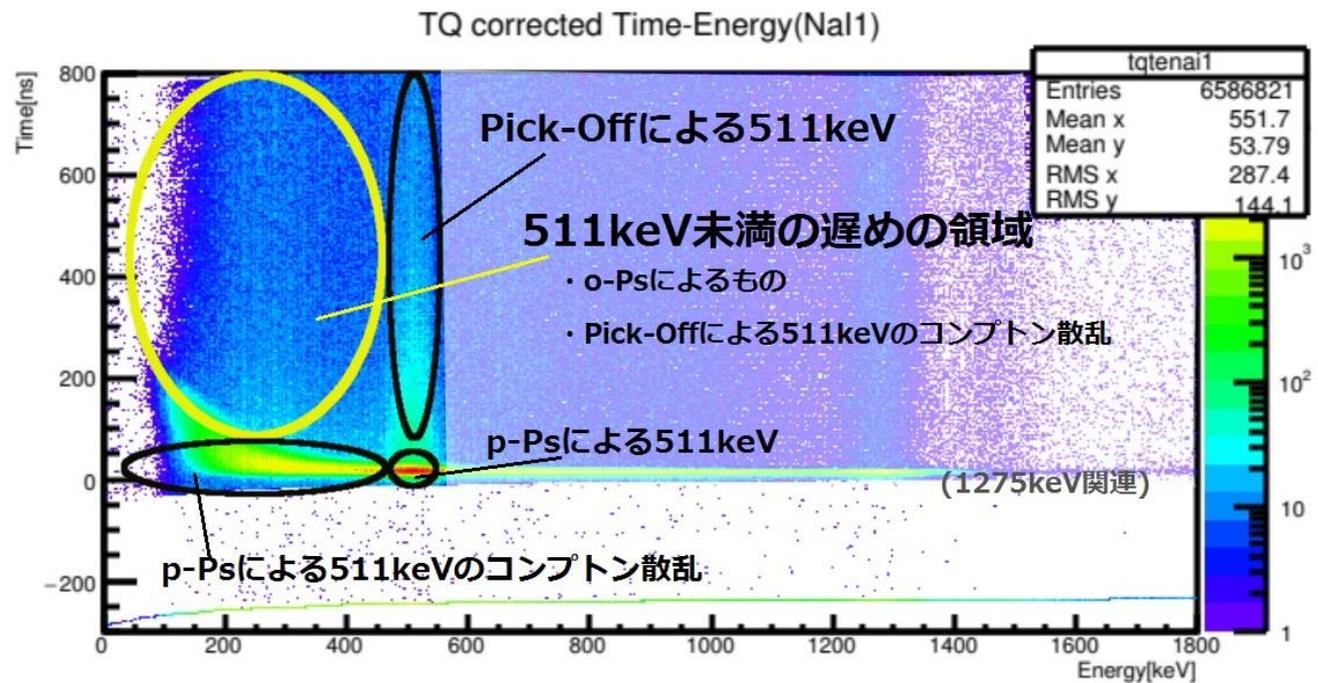
32

# Pick-Off 反応

- ポジトロニウムの持つ陽電子が原子の持つ電子と衝突して対消滅を起こす事がある。
- これによりo-Ps(3  $\gamma$  に崩壊する)はより寿命の短いp-Ps(2  $\gamma$  に崩壊する)となる。
- 他に不対電子を持つ分子の電子との衝突でo-Psの電子とスピンを入れ替えてp-Psとなったり、
- ポジトロニウムの酸化により陽電子のみが残ってそれが対消滅を起こすことがある。

これらをまとめてPick-Off反応と呼ぶ

- TQ補正後に寿命を求めた。
- それは、511keV未満の(遅めの)領域を全てo-Psによるものと仮定してのものだった。
- p-Ps化したo-Psの崩壊による511keV線のコンプトン散乱も含まれることを考える。



# Pick-Off反応の取り除き

- そのPick-Off反応を考慮したうえで崩壊寿命の再計算を試みる。
- TQ補正後に算出した寿命は、
- $N(t)$  :  $t=Time$  における観測されるo- $P_s$ 線(と思っていたもの)の総countとして、

にあてはめて  $\tau = \frac{1}{\Gamma}$  として求めた。  $\frac{dN(t)}{dt} = \Gamma(N_0 - N(t))$

- 上式の解は、 $\tau : t$ に対して定数、とすれば

$$N_0 - N = C \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

である。よって、

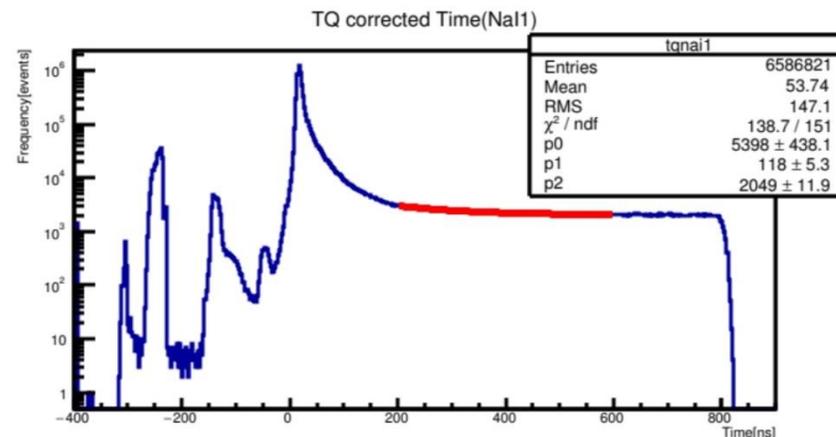
$$\Delta N(t) = \frac{dN(t)}{dt} \Delta t = \frac{C \Delta t}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

として、

- 「511keV未満の(遅めの)領域」のTimeヒストグラムに

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

をfittingして、得た $p_1$ を崩壊寿命 $\tau$ とした。



fittingしたもの→

- この0- $P_s$ への崩壊幅(としていた)  $\Gamma$  を、

$$\Gamma = \Gamma_{2\gamma} + \Gamma_{3\gamma}$$

とすると、

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= (\Gamma_{2\gamma} + \Gamma_{3\gamma})(N_0 - N(t)) \\ &= \Gamma_{3\gamma} \left( \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} + 1 \right) (N_0 - N(t)) \\ &= \frac{1}{\tau_{3\gamma}} (f(t) + 1) (N_0 - N(t)) \end{aligned}$$

$(f(t) \equiv \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}}、\Gamma_{3\gamma} = \frac{1}{\tau_{3\gamma}}$  とした。また以降 $\tau_{3\gamma}$ は $t$ に対して定数とする

)

- $N(t)$ の解を求めると、

$$N_0 - N = C' \exp\left(\int^t -\frac{f(t') + 1}{\tau_{3\gamma}} dt'\right)$$

• よって、

$$\Delta N(t) = \frac{dN(t)}{dt} \Delta t = \frac{C' \Delta t}{\tau_{3\gamma}} (f(t) + 1) \exp\left(\int^t -\frac{f(t') + 1}{\tau_{3\gamma}} dt'\right)$$

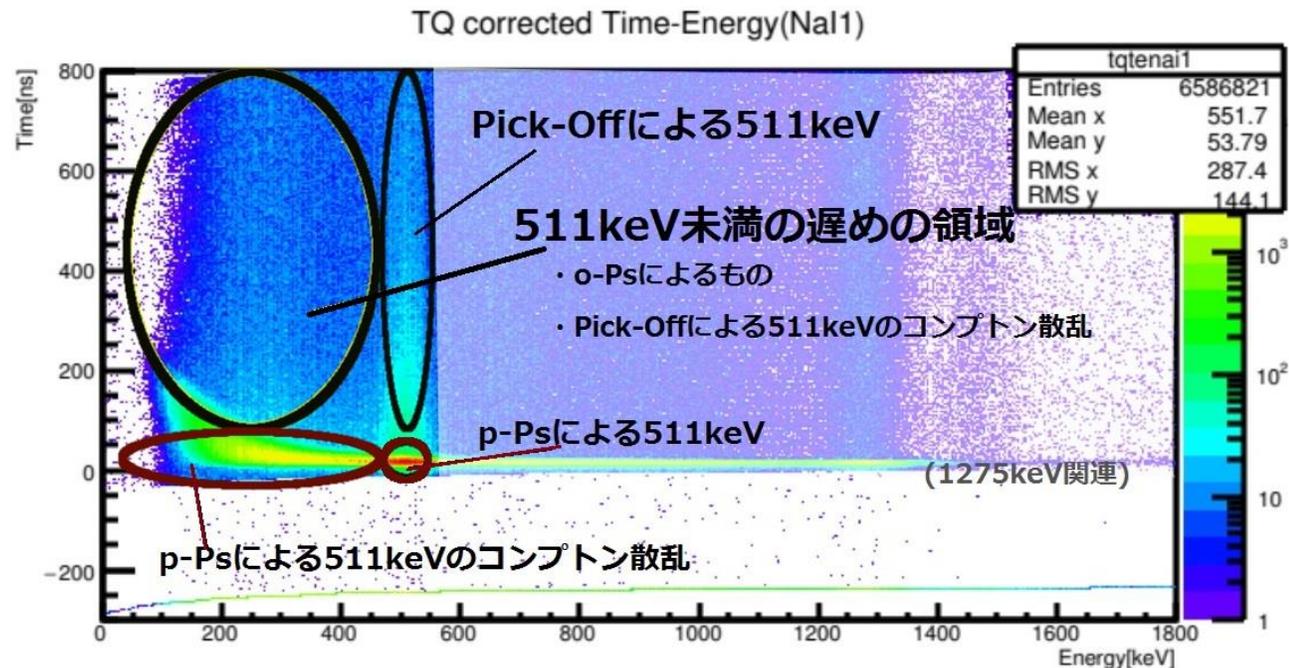
• であるが、このf(t)を決定して、再び「511keV未満の(遅めの)領域」のTimeヒストグラムにfittingして $\tau_{3\gamma}$ を求める。

# $f(t)$ の決定

$$f(t) = \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{\Gamma_{2\gamma} \times (N_0 - N(t)) \times \Delta t}{\Gamma_{3\gamma} \times (N_0 - N(t)) \times \Delta t} = \frac{\Delta N_{2\gamma}}{\Delta N_{3\gamma}}$$

の式から、(511keV未満の遅めの領域の)  $\Delta N_{2\gamma}$  と  $\Delta N_{3\gamma}$  より  $f(t)$  を決定する。

・ Time=0[ns]ではp-Psによる反応が支配的であるとする。以降のtにてのp-Psによる反応はこのTime=0でのものをスケール調節したものであるとする。



すなわち、p-Psによる511keV反応のみで占められているとしている511keVによる領域を基準として、各tでのそのガウス領域の足し合わせたcountを $y(t)$ とすれば、

Time=0[ns]でのあるEnergy範囲のcountに対して、

$$\times \frac{y(t)}{y(\text{Time} = 0)}$$

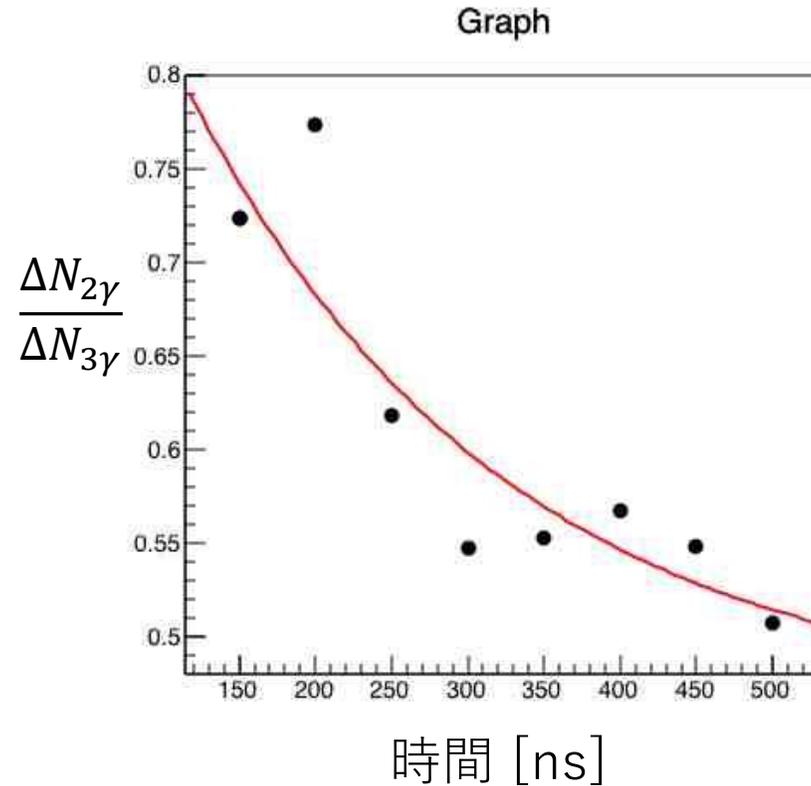
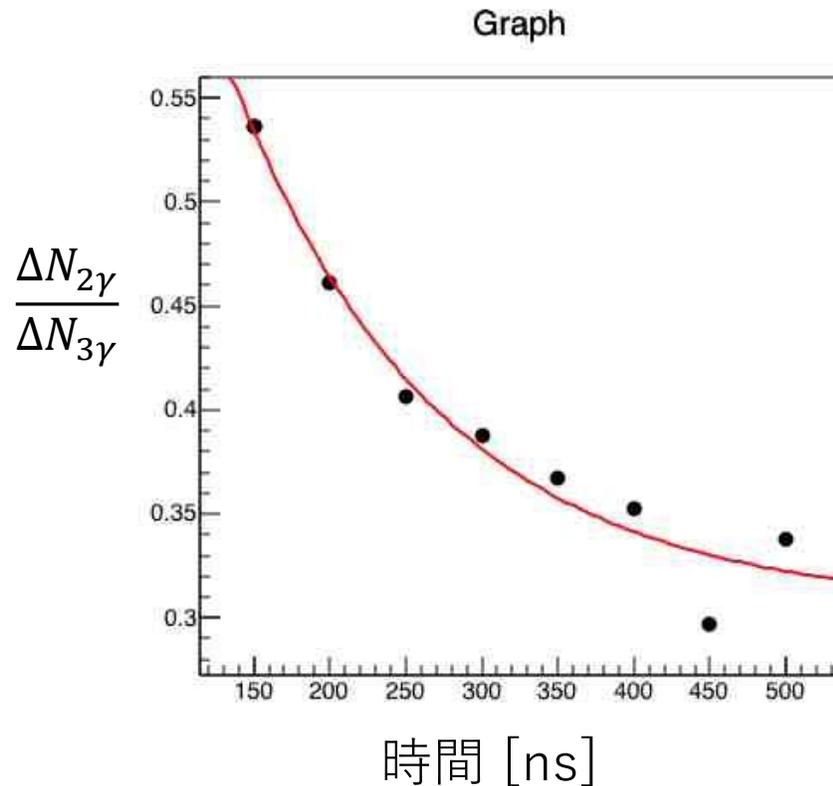
とすればTime=tでの該当するそのEnergy範囲のcountになるものであるとして考える。

・これを基に、各tでの $\Delta t$ の範囲における $\Delta N_{2\gamma}$ と $\Delta N_{3\gamma}$ を求めてf(t)の導出を試みる。

・その結果求めた $f(t)$ は下図のようにプロットされ、それに対して

$$f(t) = p0' \exp\left(-\frac{t}{p1'}\right) + p2'$$

でfittingする。



	<b><i>NaI1</i></b>	<b><i>NaI3</i></b>
<i>p0'</i>	$0.6918 \pm 0.1823$	$0.5773 \pm 0.1825$
<i>p1'</i>	$136.2 \pm 41.4$	$208.0 \pm 177.4$
<i>p2'</i>	$0.3048 \pm 0.0260$	$0.4625 \pm 0.1198$

# 崩壊寿命 $\tau_{3\gamma}$ の決定

$$\Delta N(t) = \frac{dN(t)}{dt} \Delta t = \frac{C' \Delta t}{\tau_{3\gamma}} (f(t) + 1) \exp\left(\int^t -\frac{f(t') + 1}{\tau_{3\gamma}} dt'\right)$$

の式に先ほど導出した

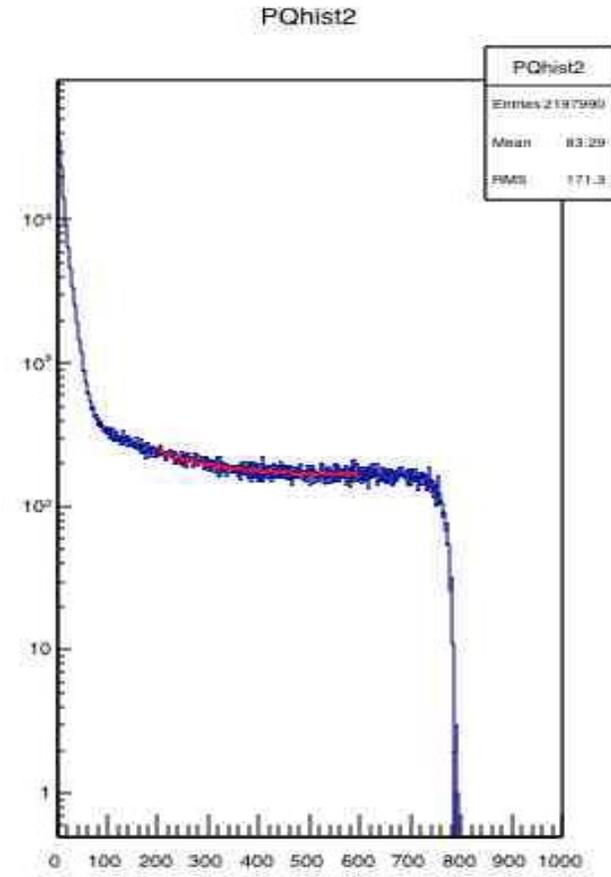
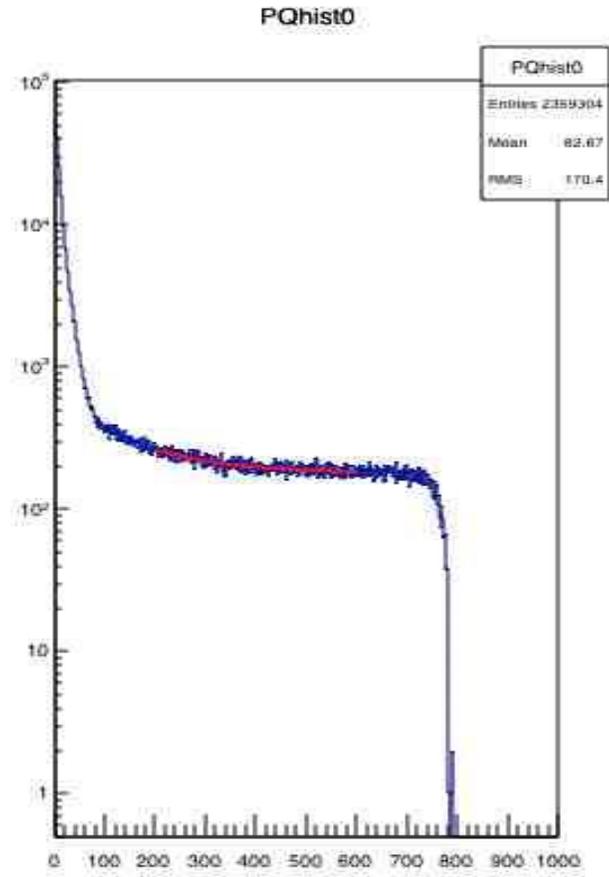
$$f(t) = p0' \exp\left(-\frac{t}{p1'}\right) + p2'$$

を代入すると式は

となるので、よって「511keV未満の(遅めの)領域」に再度以下の式

$$q0 \left( p0' \exp\left(-\frac{t}{p1'}\right) + p2' + 1 \right) \exp\left(-\frac{1}{q1} \left( p0' p1' \exp\left(-\frac{t}{p1'}\right) + (p2' + 1)t \right)\right) + q2$$

でfittingする。求める $\tau_{3\gamma}$ はq1の値である。



	<i>NaI1</i>	<i>NaI3</i>
<i>q0</i>	$186.1 \pm 20.6$	$169.8 \pm 21.4$
<i>q1</i>	$208.6 \pm 20.5$	$188.5 \pm 16.8$
<i>q2</i>	$177.5 \pm 2.6$	$164.9 \pm 1.7$

改めて結論 . . . .

o- $P_s$ の寿命は

$$\text{Na}1 : 208.6 \pm 20.5 \text{ [ns]}$$

$$\text{Na}3 : 188.5 \pm 16.8 \text{ [ns]}$$

# 第4章 考察

# 4-1. 誤差評価

## 誤差の種類

- TDC Calibrationのフィッティング誤差
- TQ補正関数のフィッティング誤差
- Pick-Off補正関数のフィッティング誤差
- 最終的な寿命フィッティング誤差・・・（済）

例) TQ補正関数

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

パラメータ— $p_0 \sim p_3$ は、誤差付きで決定



関数にも幅がある

$$\Delta T(E) \rightarrow \Delta T(E) \pm \delta(\Delta T)(E)$$

$$\delta(\Delta T)(E) = \sqrt{\sum_{i=0}^3 \left( \frac{\partial \Delta T}{\partial p_i} \delta p_i \right)^2}$$

$\Delta T \rightarrow \Delta T + \delta(\Delta T)$ としたときの寿命： $\tau +$

$\Delta T \rightarrow \Delta T - \delta(\Delta T)$ としたときの寿命： $\tau -$

誤差  $\sigma$  :  $\sigma = \max\{|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|\}$

# TDC Calibration関数における誤差伝播

TDC値を時刻に変換する式を" $T=h(TDC)$ "とし、  
 $h(TDC) \rightarrow h(TDC) \pm \delta h(TDC)$ と置き換えた時の寿命を計算

$$Time = h(TDC) = a \times (TDC) + b$$

	T Q補正後	PickOff補正後	誤差 $\sigma \equiv \max\{ \tau_+ - \tau ,  \tau_- - \tau \}$
NaI1	$\tau_+ = 135.1$ $\tau = 135.0$ $\tau_- = 135.6$	$\tau_+ = 208.0$ $\tau = 208.6$ $\tau_- = 215.2$	$\sigma_{cal} = 6.6$
NaI3	$\tau_+ = 109.0$ $\tau = 108.6$ $\tau_- = 108.8$	$\tau_+ = 187.7$ $\tau = 188.6$ $\tau_- = 192.2$	$\sigma_{cal} = 3.6$

# TQ補正関数における誤差伝播

TQ補正関数を" $\Delta T(E)$ "とし、  
 $\Delta T \rightarrow \Delta T \pm \delta \Delta T$ と置き換えた時の寿命を計算

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

	T Q 補正後	PickOff補正後	誤差 $\sigma \equiv \max\{ \tau_+ - \tau ,  \tau_- - \tau \}$
NaI1	$\tau_+ = 134.7$ $\tau = 135.0$ $\tau_- = 132.0$	$\tau_+ = 221.7$ $\tau = 208.6$ $\tau_- = 205.0$	$\sigma_{cal} = 13.1$
NaI3	$\tau_+ = 106.3$ $\tau = 108.6$ $\tau_- = 114.3$	$\tau_+ = 172.7$ $\tau = 188.6$ $\tau_- = 182.2$	$\sigma_{cal} = 15.3$

# PickOff補正関数における誤差伝播

PickOff補正での最終フィッティング関数を”g(t)”とし、  
 $g(t) \rightarrow g(t) \pm \delta g(t)$ と置き換えた時の寿命を計算

$$g(t) = q_0 \left\{ p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right\} \exp\left[ -\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right\} \right] + q_2$$

	T Q 補正後	PickOff補正後	誤差 $\sigma \equiv \max\{ \tau_+ - \tau ,  \tau_- - \tau \}$
Na1	$\tau = 135.0$	$\tau_+ = 231.9$ $\tau = 208.6$ $\tau_- = 191.1$	$\sigma_{cal} = 23.3$
Na3	$\tau = 108.6$	$\tau_+ = 211.7$ $\tau = 188.6$ $\tau_- = 129.3$	$\sigma_{cal} = 59.3$

## 4-2. Pick-Off補正の不安定性

Pick-Off補正において・・・

- ・フィッティング範囲やパラメータの初期値で結果が大きく変わる。  
→誤差が大きく出てしまう。

- フィッティング関数の形は？
- 511keVのイベント数の定義の仕方は？
- 想定モデルに従うデータの範囲は？

先の内容では、

$$\frac{dN(t)}{dt} = (\Gamma_{2\gamma} + \Gamma_{3\gamma})(N_0 - N(t))$$

の式より

$$N_0 - N(t) = C' \exp\left(\int^t -\frac{f(t') + 1}{\tau_{3\gamma}} dt'\right)$$

とし、 $f(t)$ を決定してその後fittingするという流れですが、この処理に重大な間違いがあるように思えるのです。というのも、

$$\frac{dN_{\text{under511}}}{dt} = \frac{d(N_{2\gamma\_under511} + N_{3\gamma})}{dt} = \Gamma_{3\gamma}(1 + f(t))N_{o-Ps}$$

$$\left(\frac{dN_{2\gamma\_under511}}{dt} = \alpha(t) \times \frac{dN_{2\gamma}}{dt} \quad \text{とした。また、} \frac{dN_{3\gamma}}{dt} = \Gamma_{3\gamma}N_{o-Ps} \quad , \quad \frac{dN_{2\gamma}}{dt} = \frac{dN_{\text{pickoff}}}{dt} = \Gamma_{\text{pickoff}}N_{o-Ps}\right)$$

ですが、

$$N_{o-Ps} = N_0 - (N_{\text{under511}} + (N_{2\gamma} - N_{2\gamma\_under511}))$$

なので、**よって、**

$$\frac{dN(t)}{dt} = A(N_0 - N(t))$$

のような形の微分方程式にならないのです。

実際は

$$N_{ops} = N_0 \exp(-\Gamma \times t) \quad \left( \begin{array}{l} \frac{dN_{ops}}{dt} = -\Gamma N_{ops} \\ \text{り) } \end{array} \right. \quad \Gamma = \Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{pickoff} \quad \text{よ}$$

であるから、*fittingすべきは*

$$\begin{aligned} \Delta N_{under511} &= \frac{dN_{under511}}{dt} \Delta t \\ &= \Gamma_{3\gamma} (1 + f(t)) N_0 \exp(-\Gamma \times t) \Delta t \end{aligned}$$

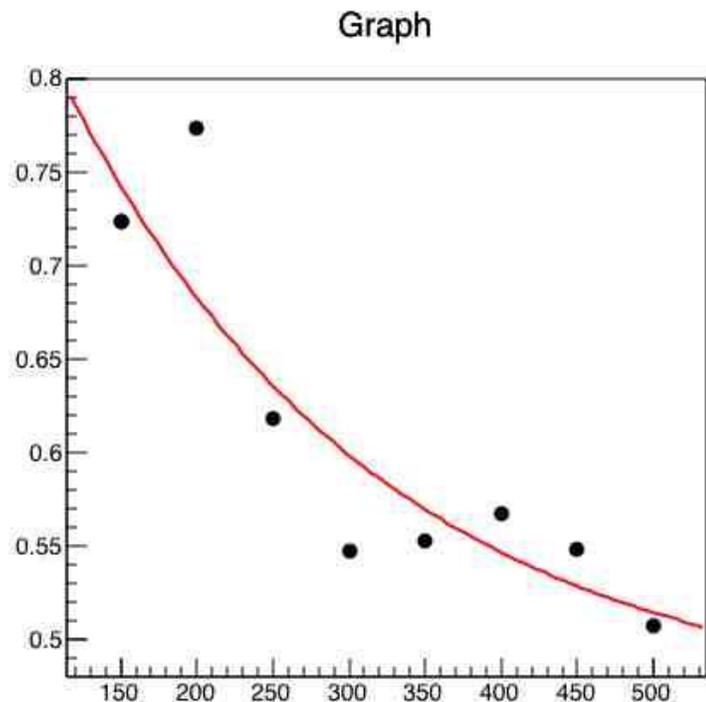
とかでなければならぬと思います。

$$\left( \Delta N(t) = \frac{c' \Delta t}{\tau_{3\gamma}} (f(t) + 1) \exp\left(\int^t -\frac{f(t')+1}{\tau_{3\gamma}} dt'\right) \text{ではなく。} \right)$$

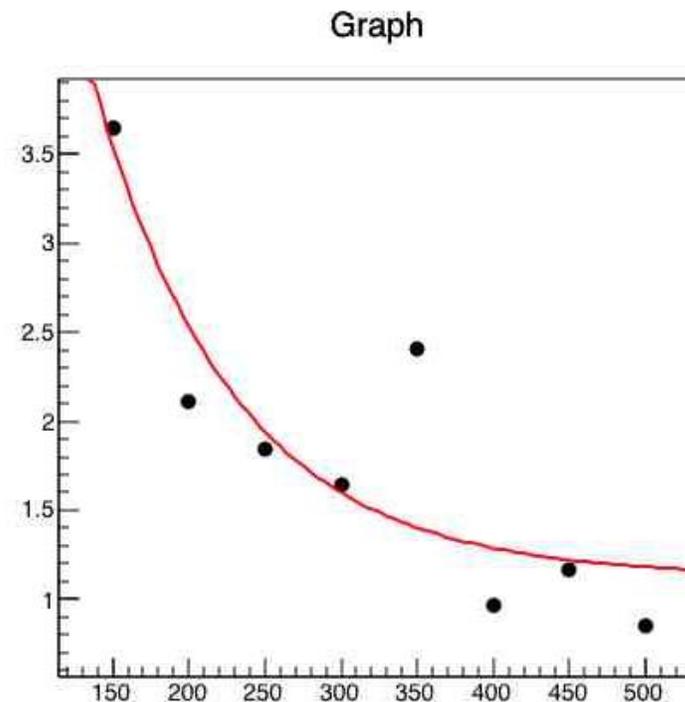
## [改善方法]

- NaIをPsを囲うように配置し、そのエネルギー分布などから p-Psとo-Psの崩壊反応を区別
- PickOff補正のやり方改善
  - 地道に各時刻のデータから、p-Psのデータを差し引く。

## 4-3. 真空の有無による影響 (仮)



NaI3のf(t):真空



NaI3のf(t):非真空

有意差あり

# 第5章 結論・反省

# 結論

以上の考察から、o- $P_s$ の寿命は以下のようになった。

	寿命[ns]
NaI1	208.6 $\pm$ 20.5
NaI3	188.5 $\pm$ 16.8

理論値 約142 ns

# 反省点・改善点

- ・ NaI2(ADC2)のデータに不自然な変化が存在した  
→どこの部分が故障しているかを確認
- ・ PickOff補正がうまく機能しなかった  
→より適切なモデル・解析方法に改良