

オルソポジトロニウムの 寿命測定

課題演習A2 2018年度 後期

緒形 直輝 小高 駿平 中島 大 花田 康佑 吉村 宣倅

1) イントロダクション

2) 実験装置

3) キャリブレーション・TQ補正

4) Pick-off 補正

5) 結果・考察

イントロダクション

担当: 中島

量子電磁気学の検証

理論値 … 約142 ns



オルソポジトロニウムの寿命測定

ポジトロニウム (Ps)・・・電子と陽電子の束縛状態。

シングレット・・・パラポジトロニウム (p-Ps) 寿命 約 0.125 ns
トリプレット・・・オルソポジトロニウム (o-Ps) 寿命 約 142 ns

寿命はファインマン・ダイアグラムを用いた摂動計算で求まる。



QEDの場合は微細構造定数($\alpha \approx 0.007$)による級数展開になっており、 α が十分小さいため0でない最低次のみで十分。

$$C|p - Ps\rangle = |p - Ps\rangle$$

$C|o - Ps\rangle = -|o - Ps\rangle$ が成立。 ※軌道角運動量は0とする。
(方位量子数 $l = 0$)

$C|n\gamma\rangle = (-1)^n |n\gamma\rangle$ も成立。

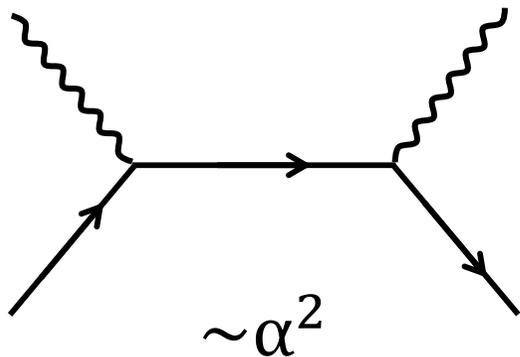


$p-Ps \rightarrow$ 偶数個の光子のみ可能。
 $o-Ps \rightarrow$ 奇数個の光子

また、運動量保存則を思い出せば、
 $o-Ps \rightarrow$ 1光子の過程も振幅が0になる。

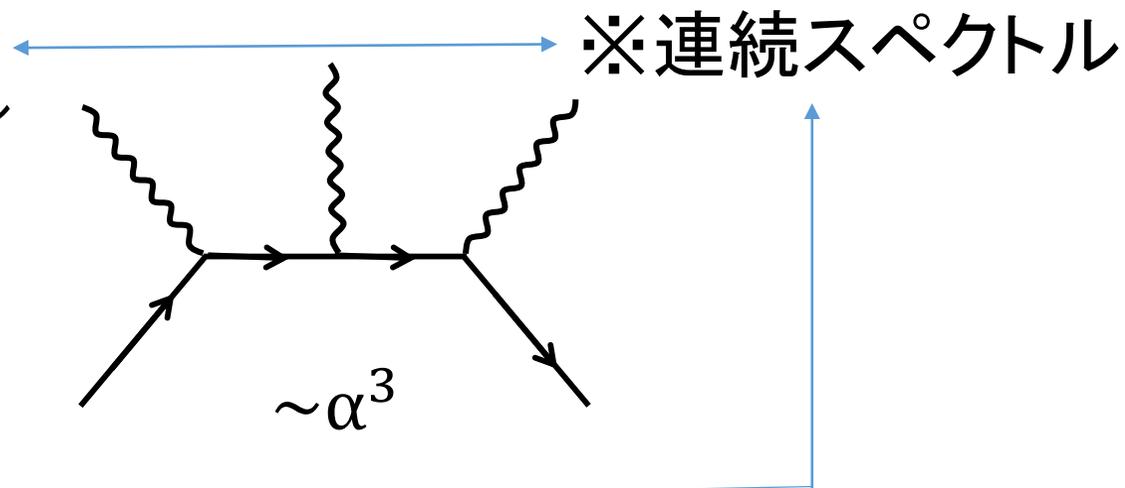
摂動の最低次

p - P_s



511 KeV の
単一スペクトル

o - P_s



o - P_s は三光子への崩壊が主要

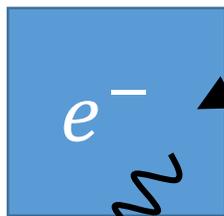
より高次の摂動からの寄与は $\sim \alpha^2$ 程度小さいので、
気にしなくて良い。

線源

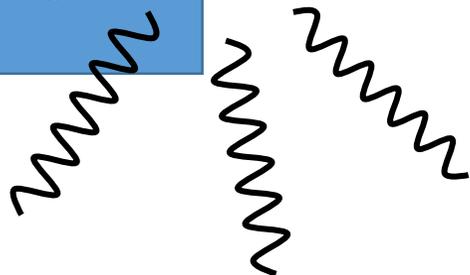


① 陽電子の放出

シリカパウダー (SiO_2)

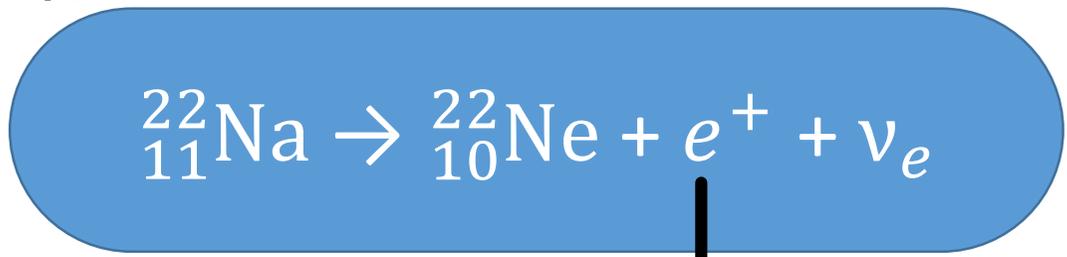


② 電子・陽電子の束縛状態 (Ps) の形成



③ 電子・陽電子の対消滅、光子の生成

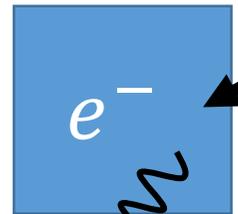
線源



① 陽電子の放出

シリカパウダー (SiO_2)

プラスチックシンチレーター (PS)



② 電子・陽電子の束縛状態 (Ps) の形成

2つの検出時間の差で寿命を測る

③ 電子・陽電子の対消滅、光子の生成

NaIシンチレーター

実験セットアップ

担当:小高

器具の説明

- ^{22}Na : e^+ を放出する放射線源
- P.S.: e^+ を検出する
- SiO_2 : e^- を多く保有し、 e^+ とPsを形成する
- NaI: γ 線を検出する
- PMT: 検出した光子を電子に変換し、増幅する
- 鉛ブロック: 外部からの放射線を遮断する
- 遮光ビニール: P.S.に光が入らないように全体を覆う

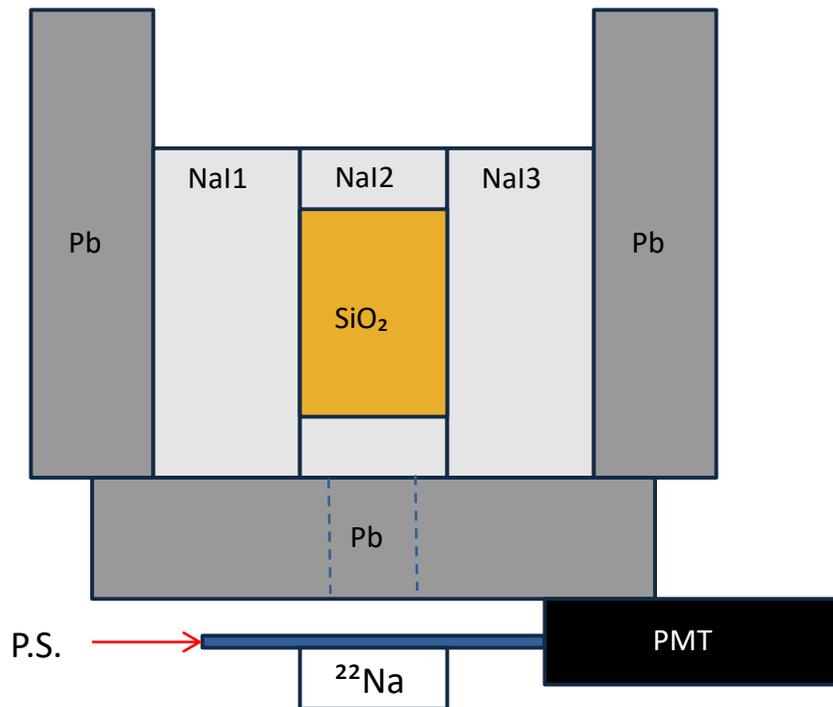


図: 上から見た模式図

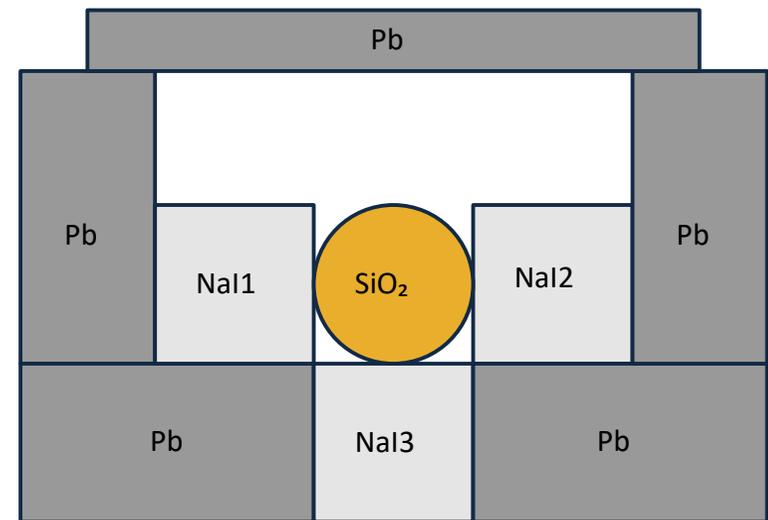


図: 線源側から見た模式図



図：装置の配置1



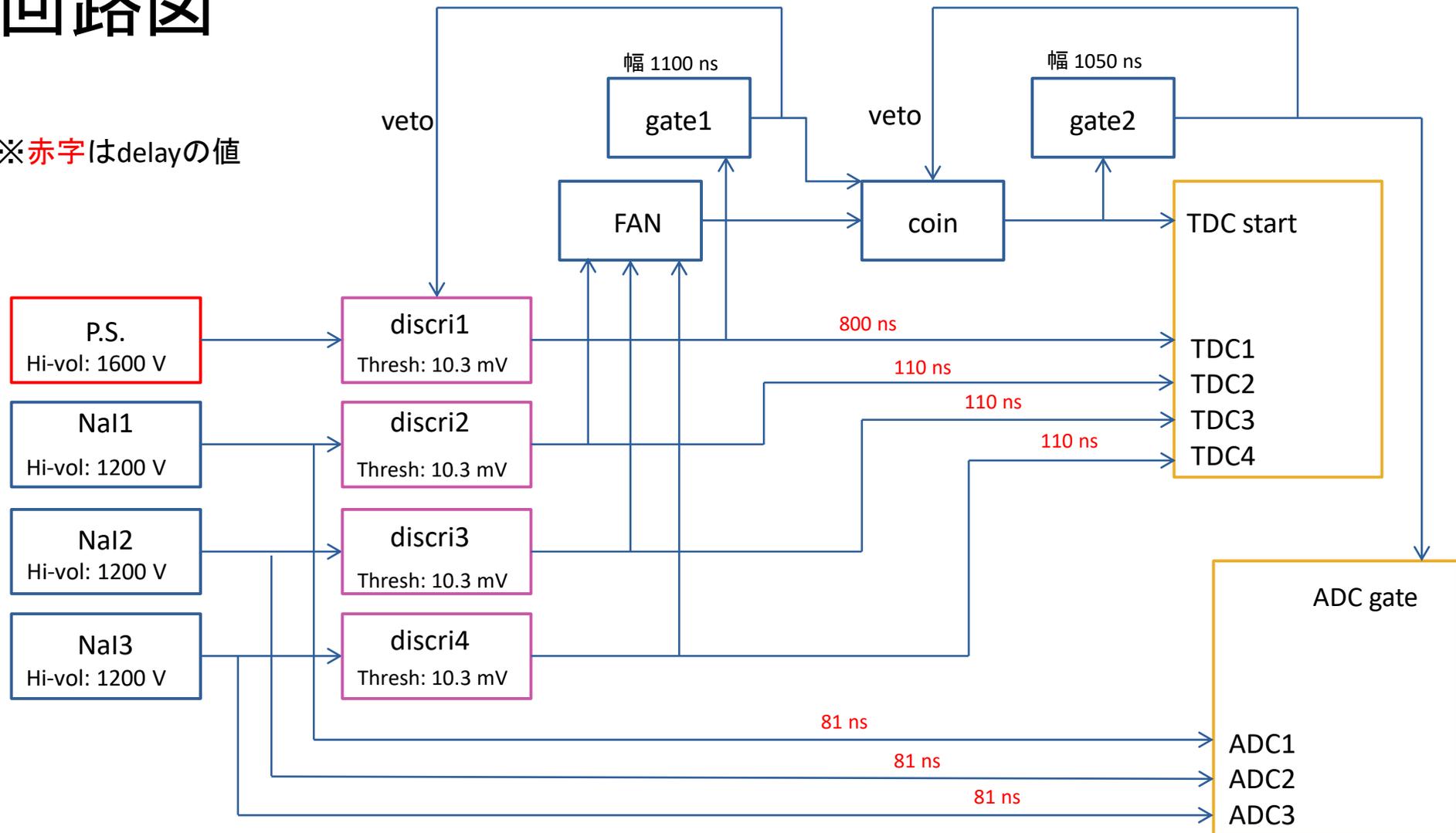
図：装置の配置2

モジュールの説明

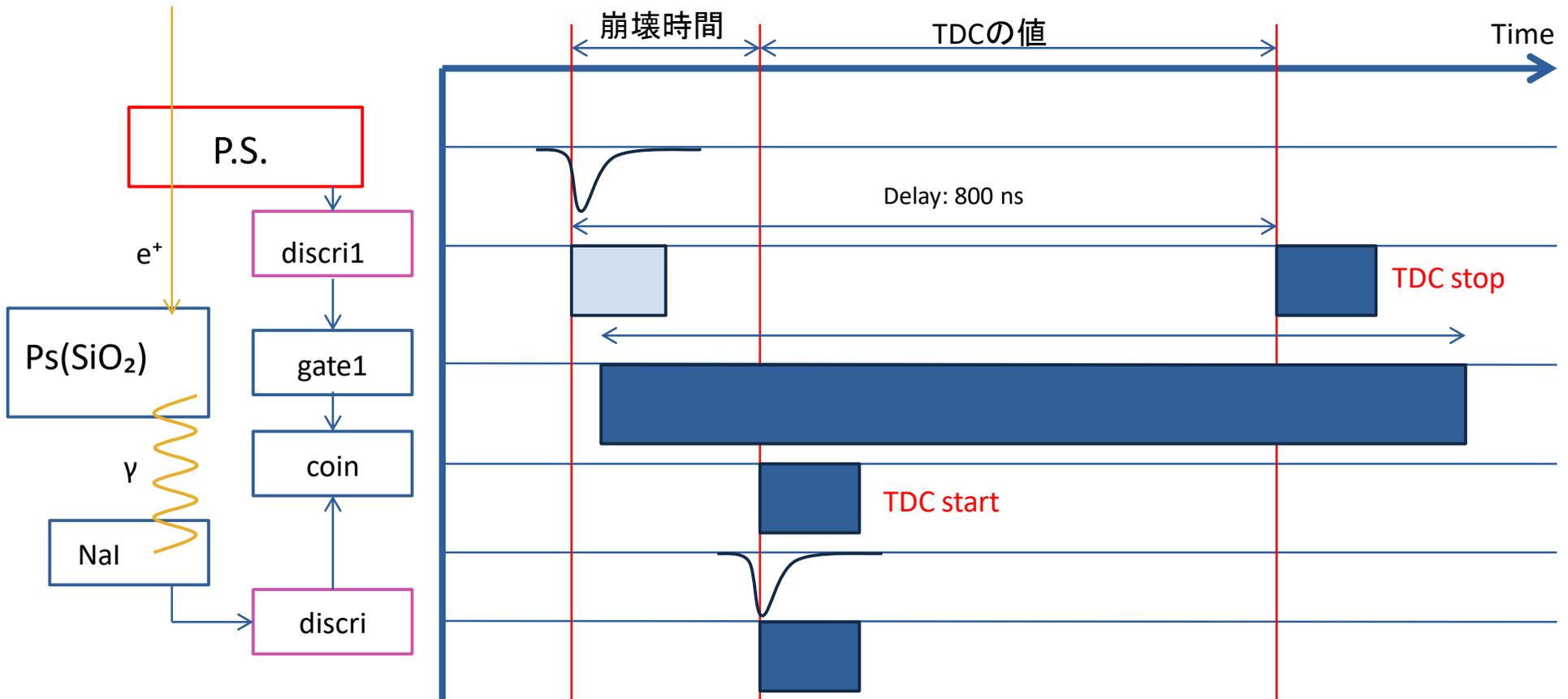
- Discriminator: 入力された信号がthresholdを超えた時NIM信号を出力する
- Coincidence: 入力されたNIM信号のandをとって出力する
- FAN: 入力されたNIM信号のorをとって出力する
- Gate Generator: 信号が入力されたとき一定の時間幅のNIM信号を出力する
- Veto: gateの信号が出力されている間は次の信号が入力されないようにする
- TDC: startに信号が入ってからstopに信号が入るまでの時間に比例した値を出力する
- ADC: gateが開いている間に来た信号の時間積分である電荷に比例した値を出力する

回路図

※赤字はdelayの値



信号の概念図



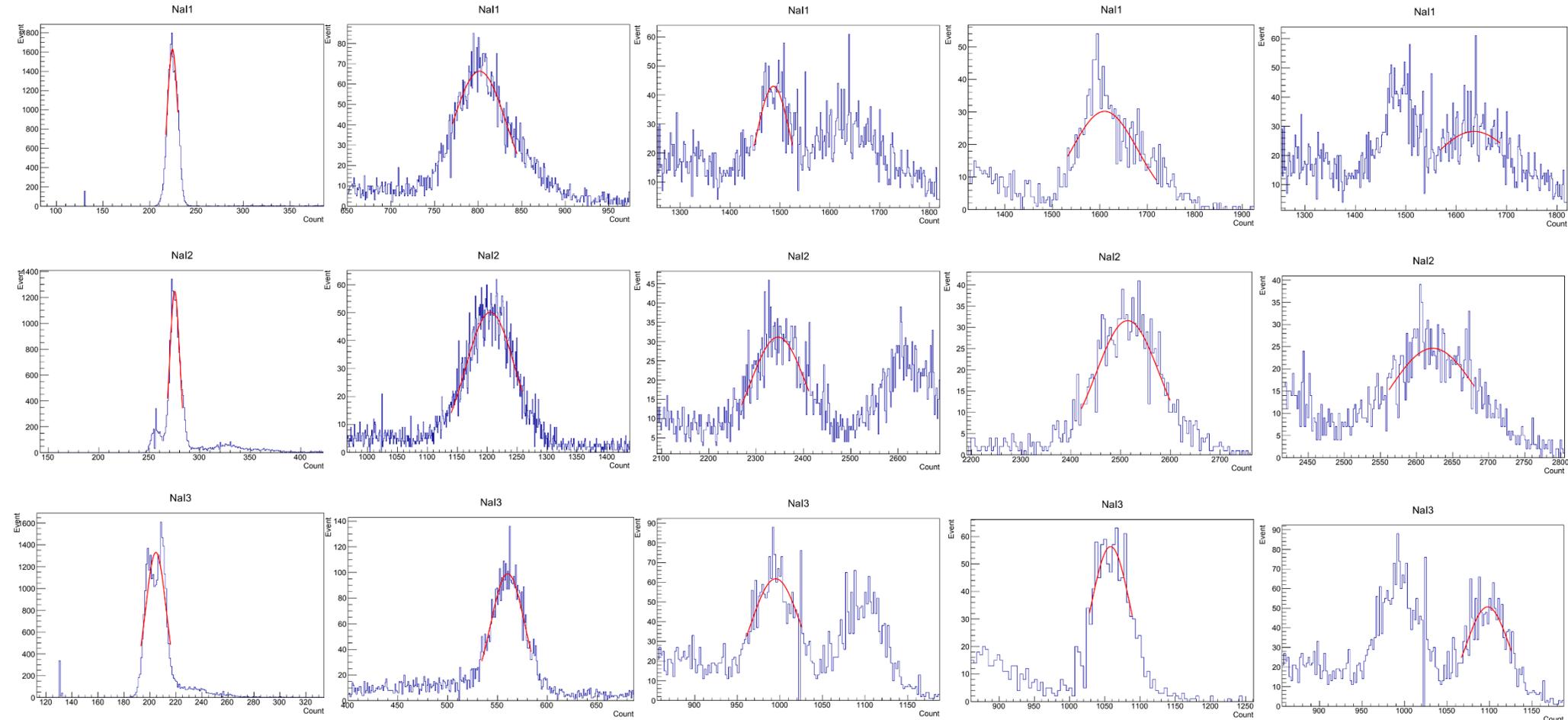
キャリアブレーション・ TQ補正

担当: 緒形

キャリブレーション・TQ補正

ADC calibration (1/3)

18/86



0 keV (pedestal)

511 keV (^{22}Na)

1173.2 keV (^{60}Co)

1275 keV (^{22}Na)

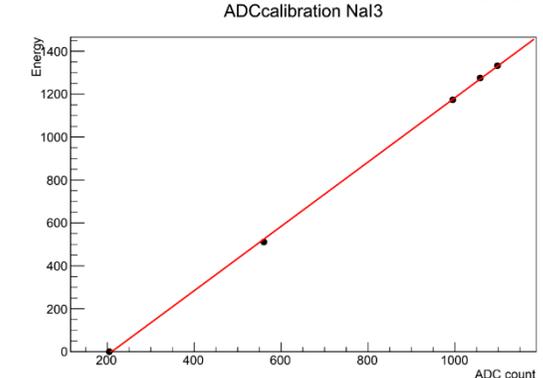
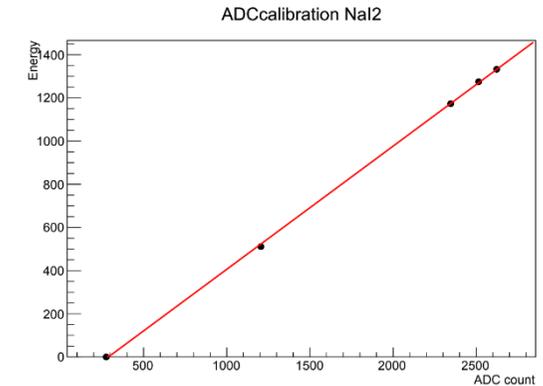
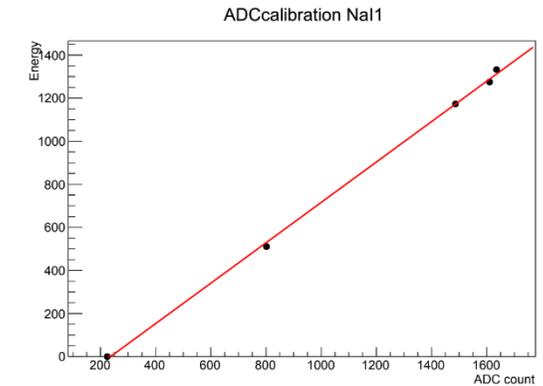
1332.5 keV (^{60}Co)

キャリブレーション・TQ補正

ADC calibration (2/3)

19/86

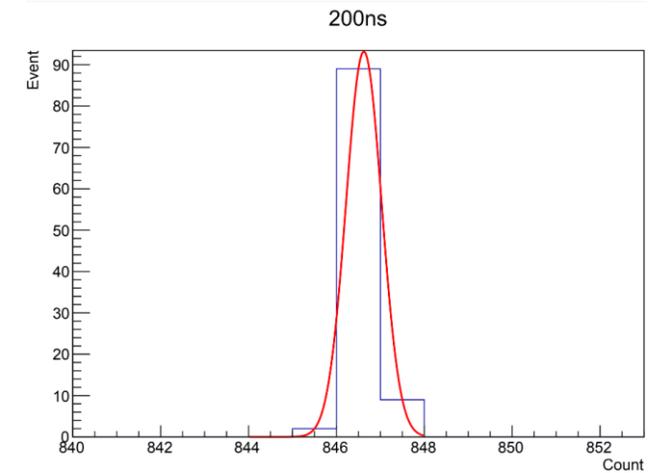
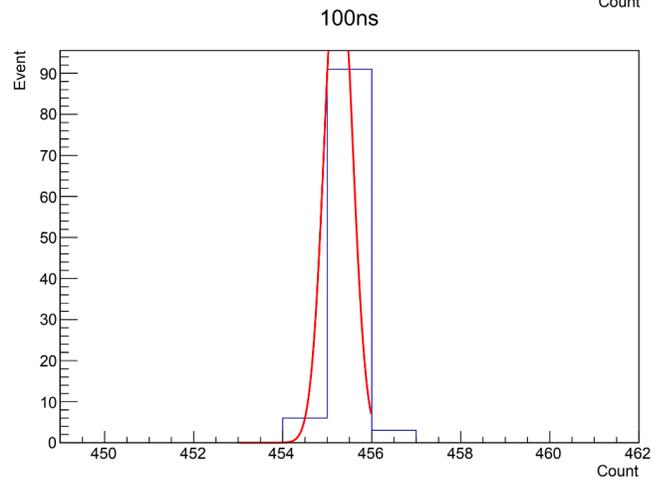
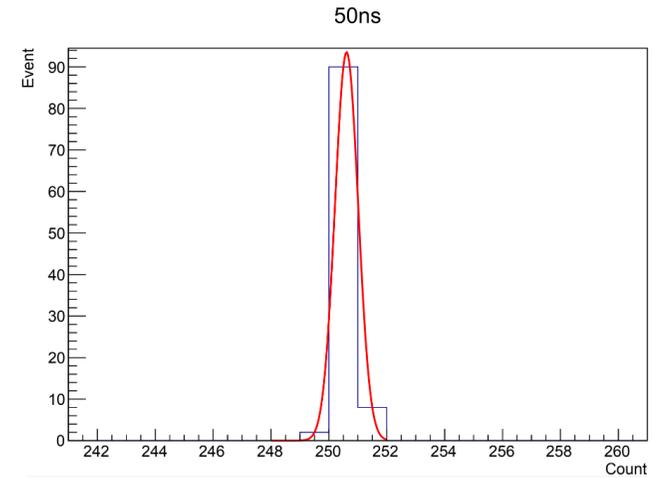
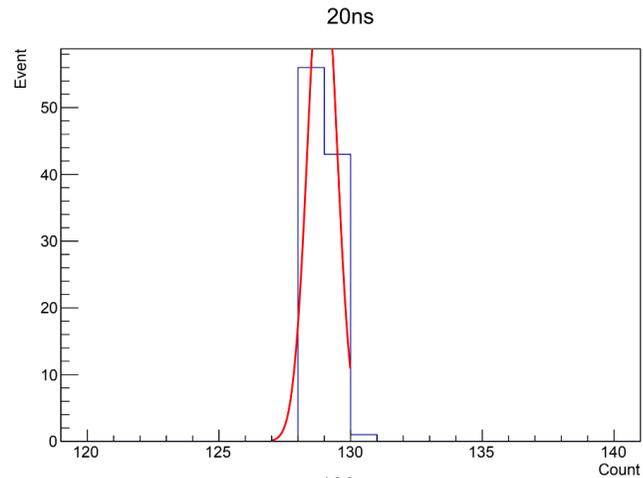
| Energy [keV] (source) | NaI1 | NaI2 | NaI3 |
|---------------------------|---------|---------|---------|
| 0(pedestal) | 224.193 | 275.198 | 204.566 |
| 511(²² Na) | 801.555 | 1205.05 | 560.258 |
| 1173.2(⁶⁰ Co) | 1486.68 | 2346.26 | 994.983 |
| 1275(²² Na) | 1610.12 | 2513.98 | 1058.18 |
| 1332.5(⁶⁰ Co) | 1635.41 | 2622.63 | 1097.92 |



$$\text{Energy [keV]} = 0.937865 \times \text{ADC1} - 221.698$$

$$\text{Energy [keV]} = 0.570417 \times \text{ADC2} - 164.203$$

$$\text{Energy [keV]} = 1.49757 \times \text{ADC3} - 314.528$$

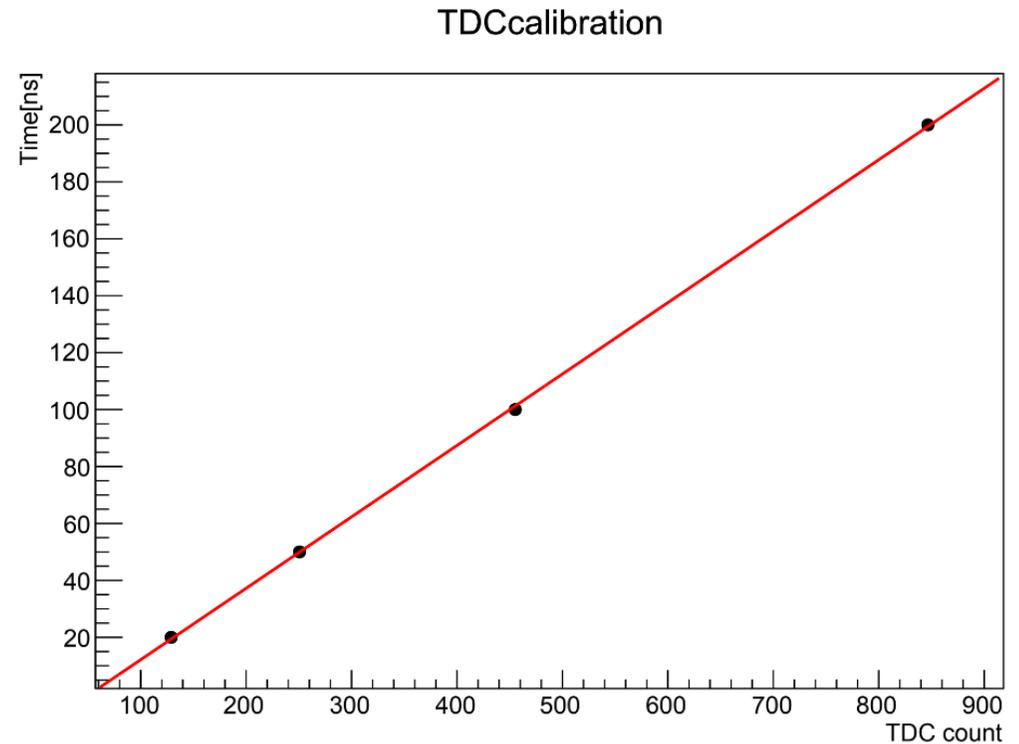


キャリブレーション・TQ補正

TDC calibration (2/3)

22/86

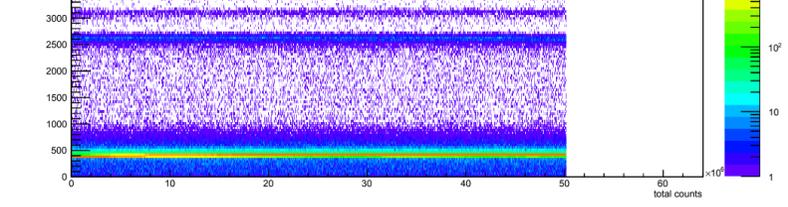
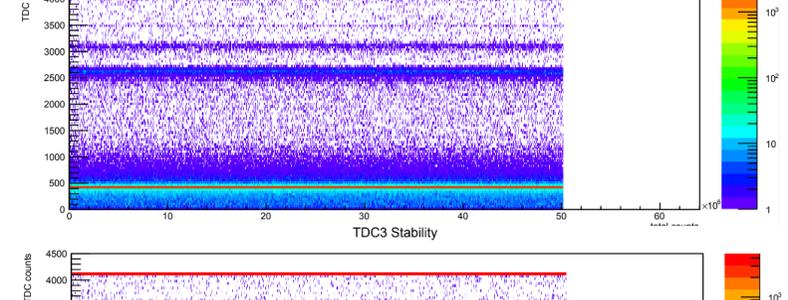
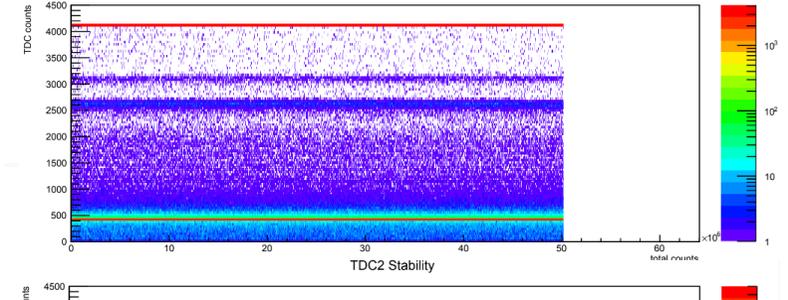
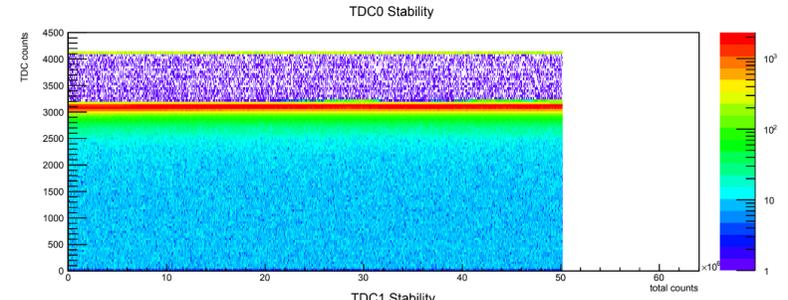
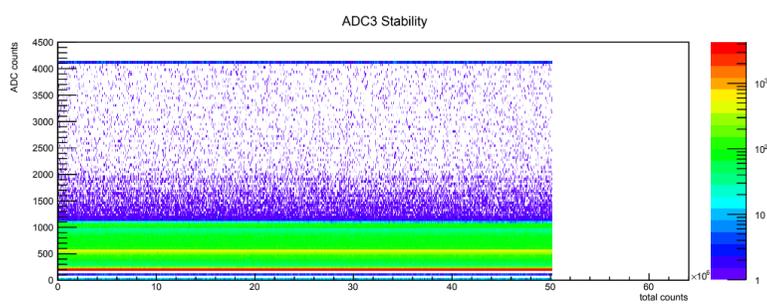
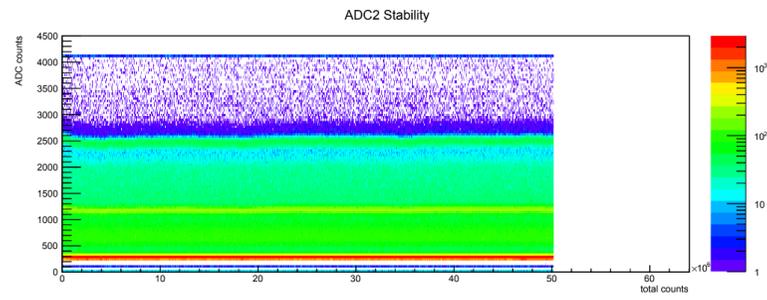
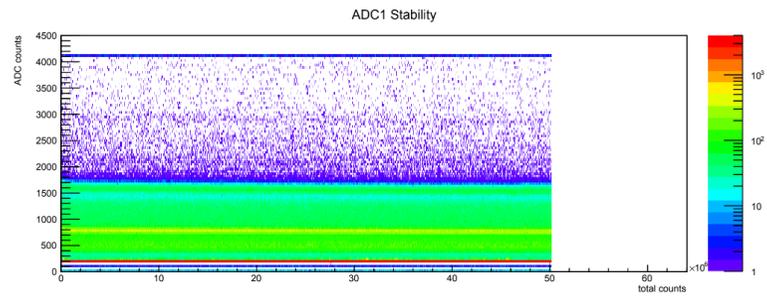
| Time [ns] | TDC |
|-----------|---------|
| 20 | 128.923 |
| 50 | 250.611 |
| 100 | 455.252 |
| 200 | 846.624 |



$$\text{Time [ns]} = 0.250888 \times \text{TDC} - 12.9647$$

キャリブレーション・TQ補正

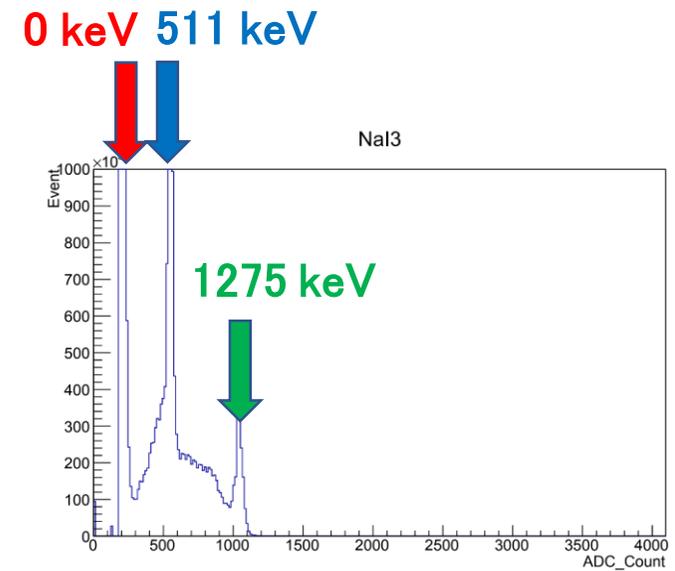
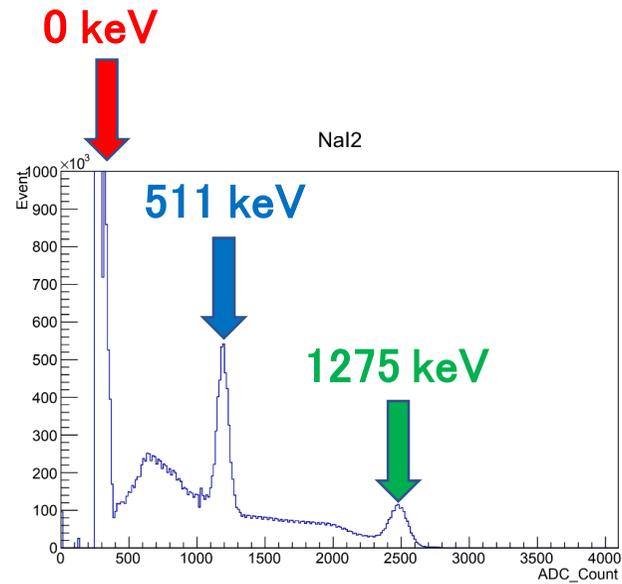
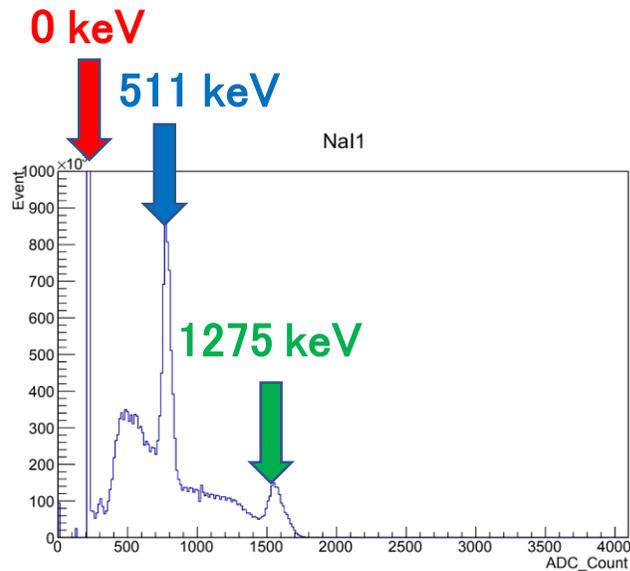
生データ (1/5)



キャリブレーション・TQ補正

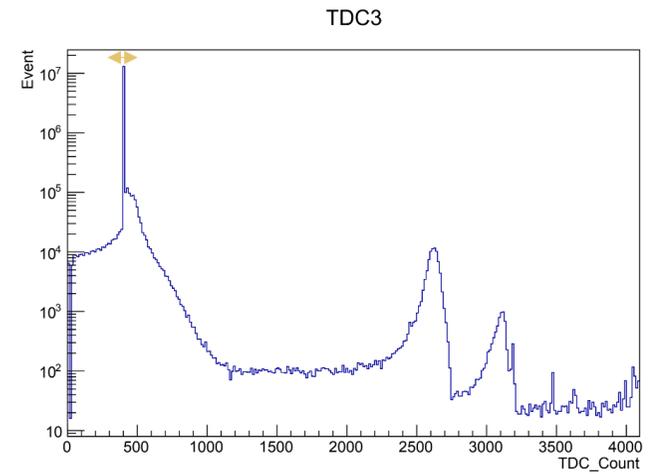
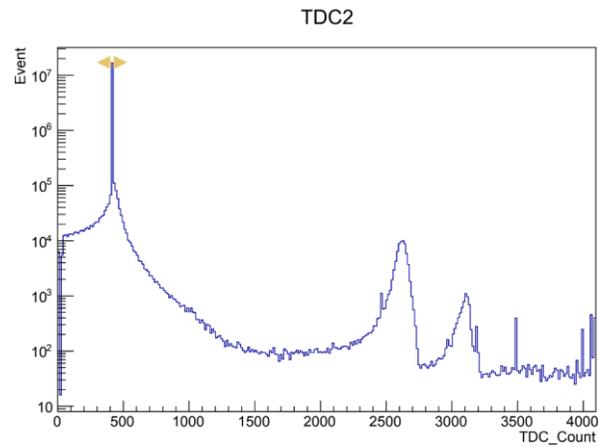
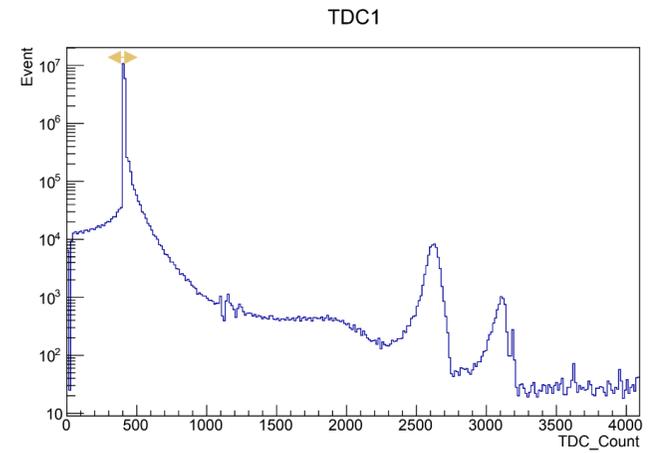
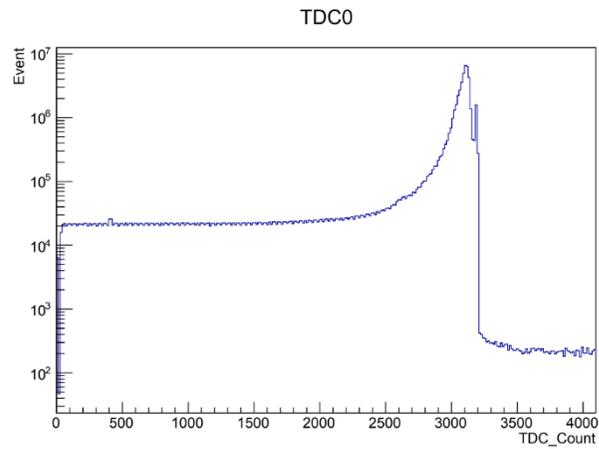
生データ (2/5)

25/86

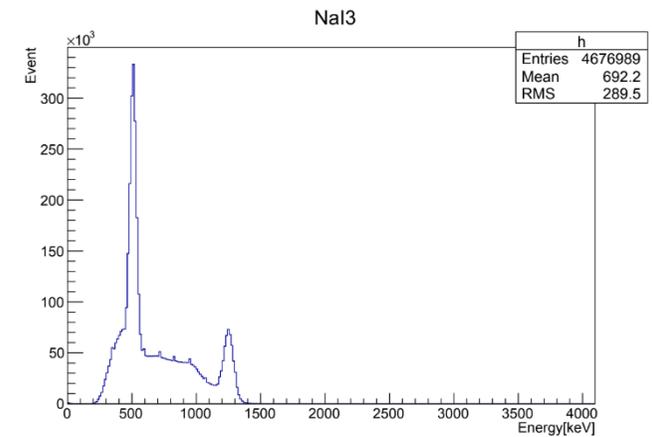
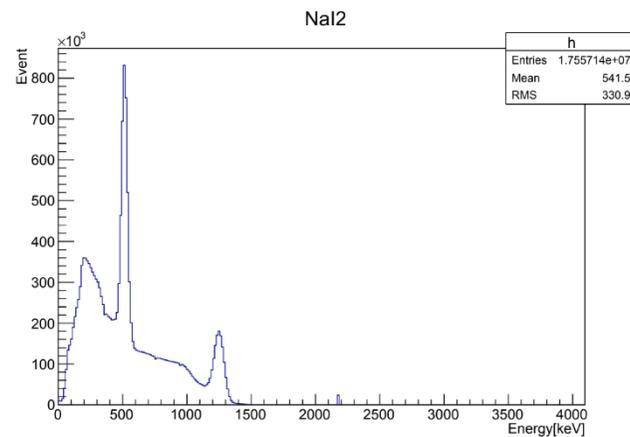
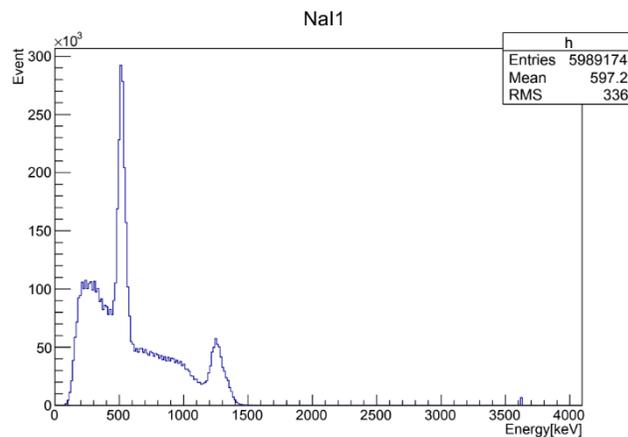


キャリブレーション・TQ補正

生データ (3/5)

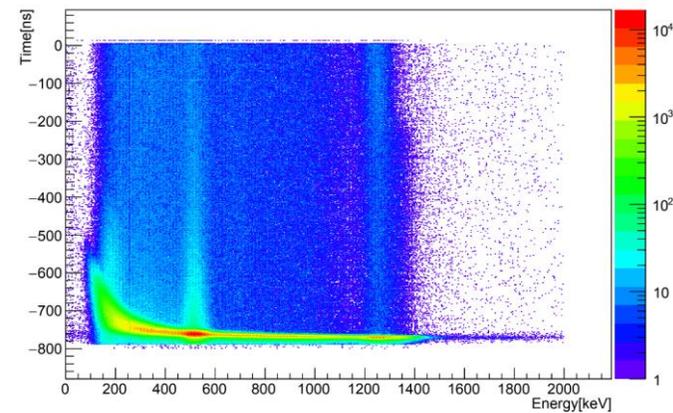


ADC CountをEnergyに変換+cut

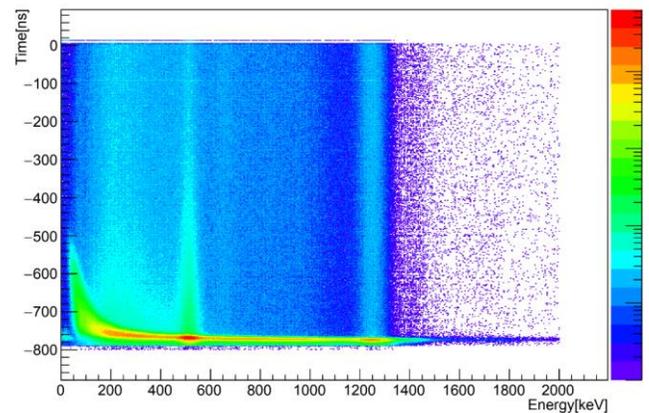


Time-Energy分布

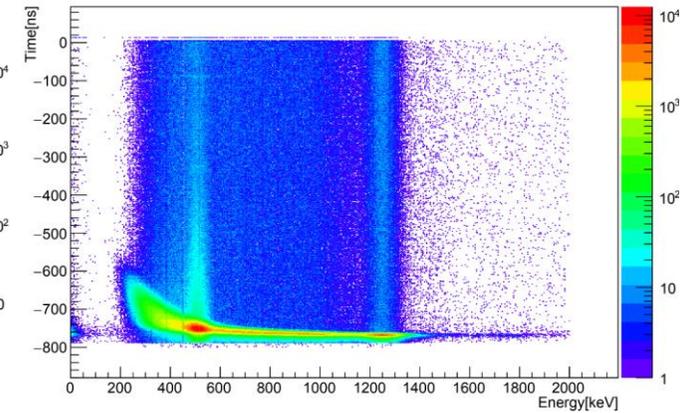
Time-Energy(NaI1)

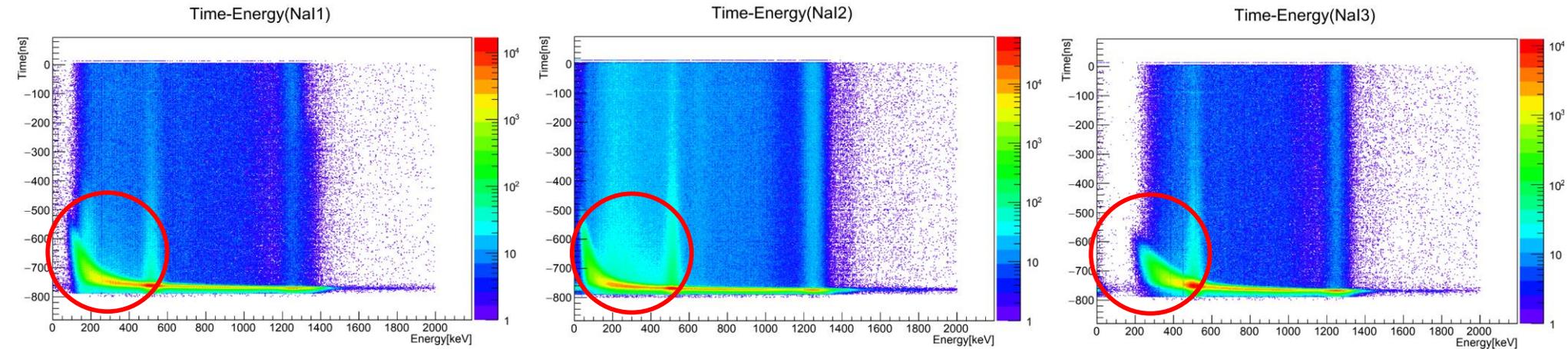


Time-Energy(NaI2)



Time-Energy(NaI3)

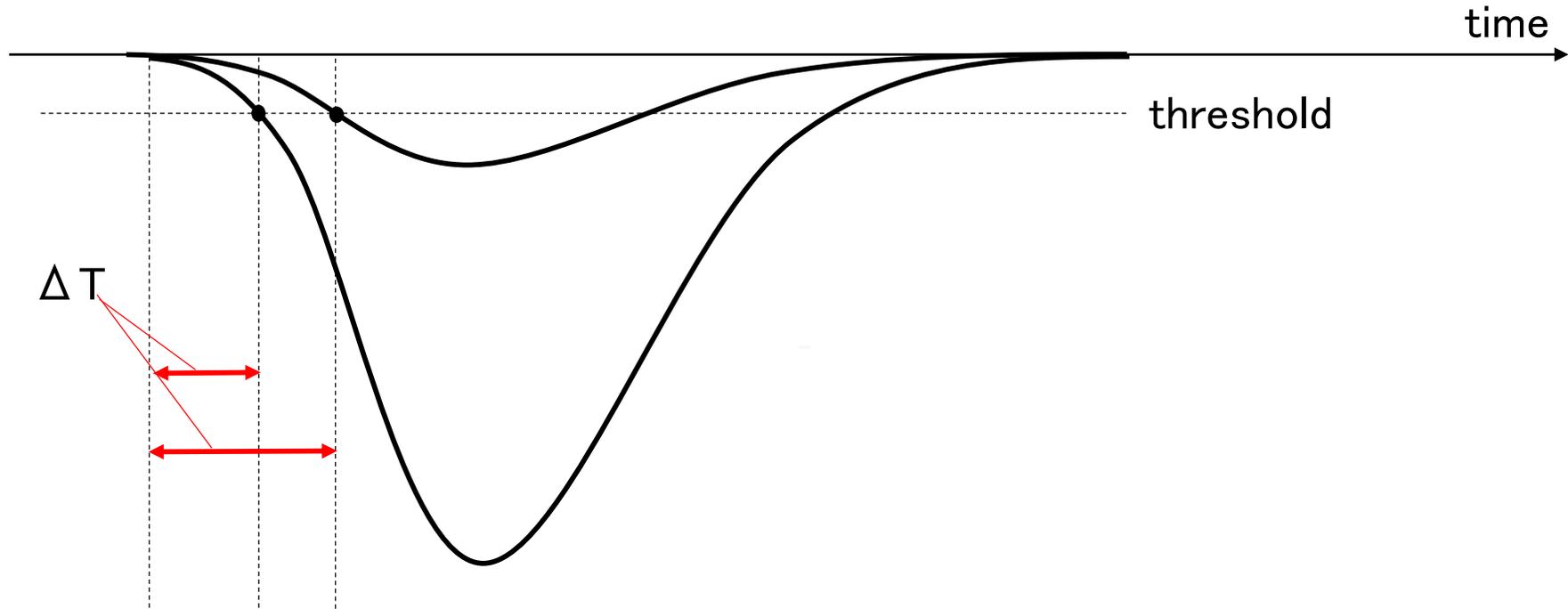




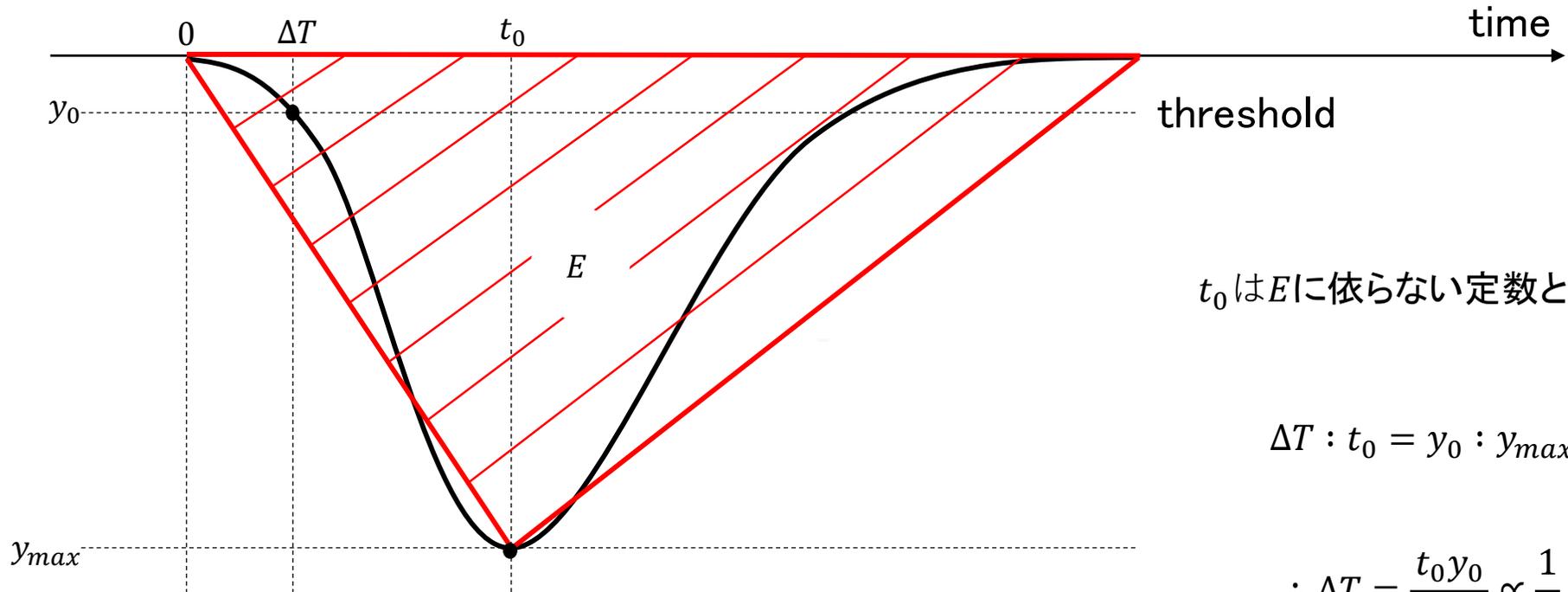
Energyが低い領域ではTimeが大きく観測されている
実際には同時刻に観測されるはずなので補正が必要



TQ補正



このように、エネルギーが低い信号は立ち上がりが遅いため ΔT が大きくなる。TQ補正するためにこの図から ΔT をエネルギー E の関数として求めたい。



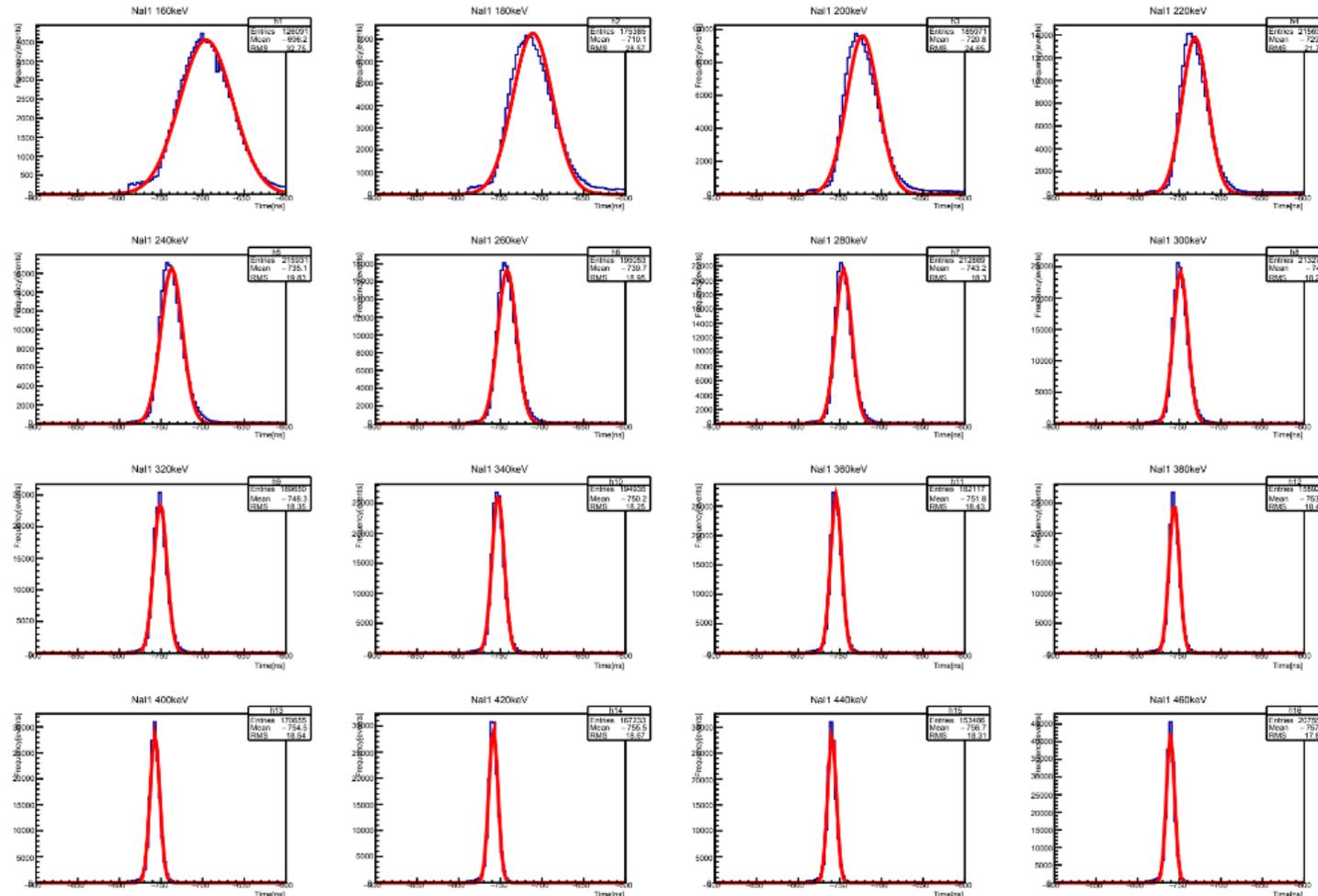
t_0 は E に依らない定数とすると

$$\Delta T : t_0 = y_0 : y_{max}$$

$$\therefore \Delta T = \frac{t_0 y_0}{y_{max}} \propto \frac{1}{E}$$

$$\Rightarrow \Delta T(E) [\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

NaI1の場合については160 keVから460 keVまで20 keV毎に±5 keVの範囲でcutしたTimeに関するヒストグラムをGaussian fittingし ΔT をその平均値として求める。

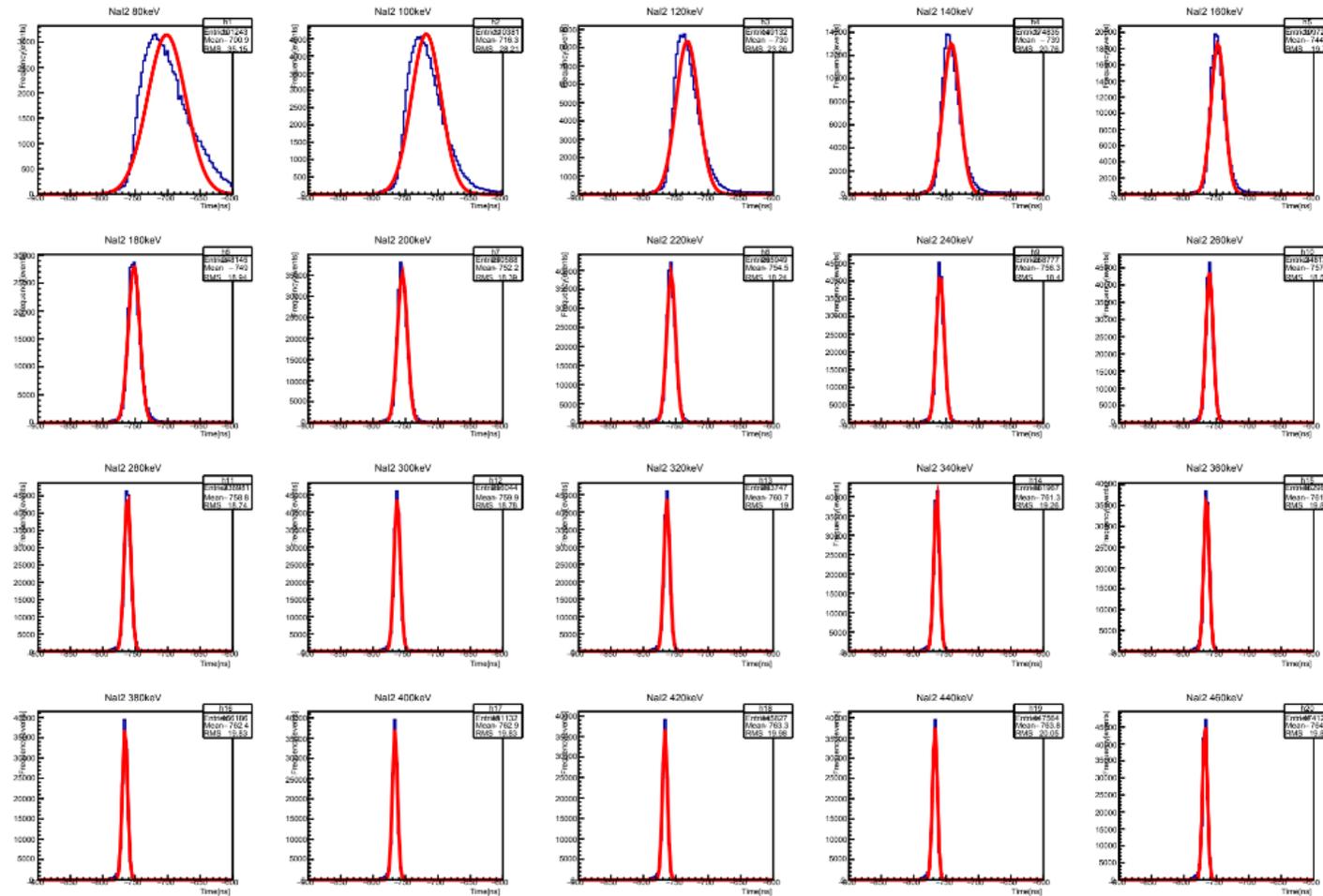


キャリブレーション・TQ補正

TQ補正 (5/9)

33/86

NaI2の場合については80 keVから460 keVまで20 keV毎に±5 keVの範囲でcutしたTimeに関するヒストグラムをGaussian fittingし ΔT をその平均値として求める。

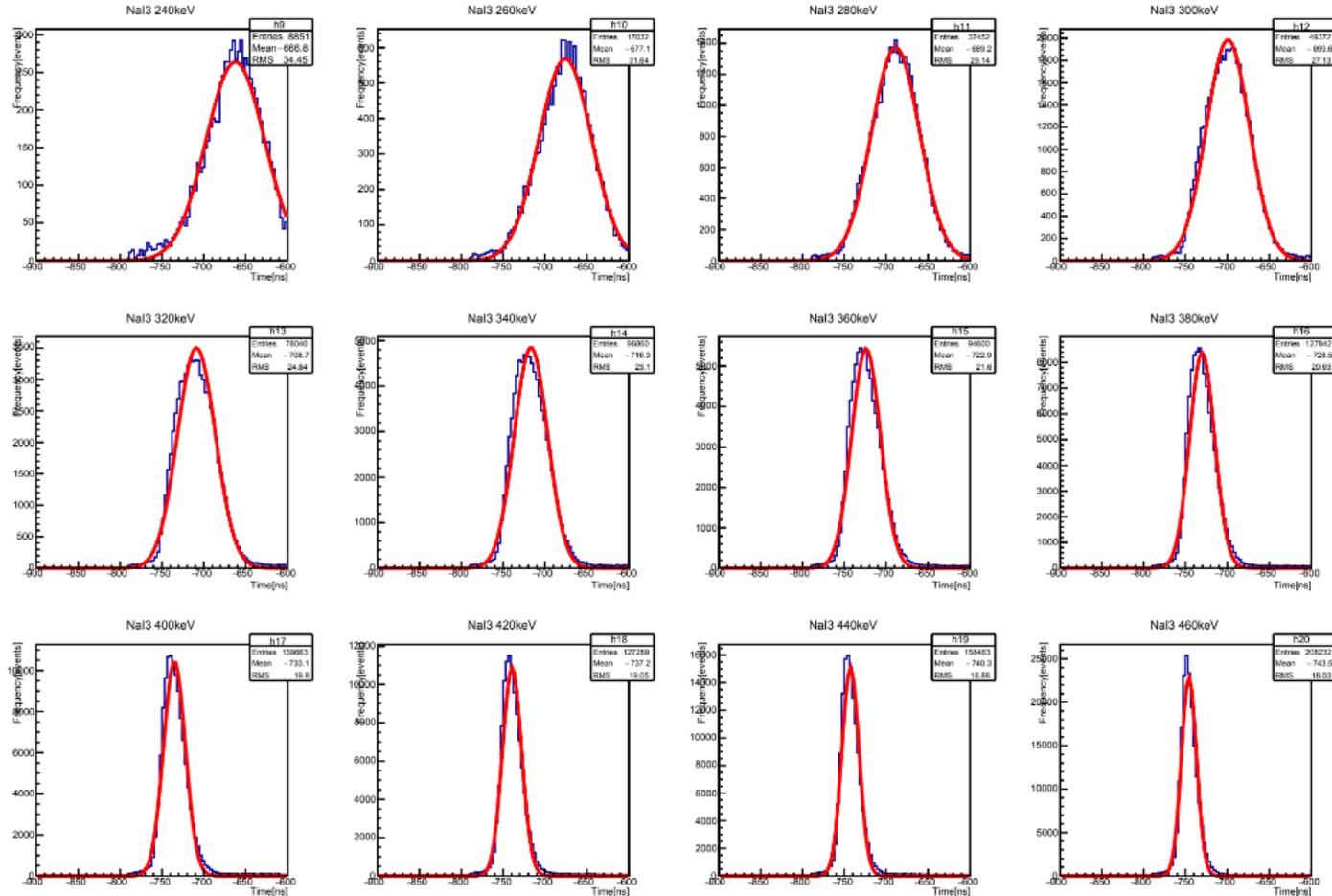


キャリブレーション・TQ補正

TQ補正 (6/9)

34/86

NaI3の場合については240 keVから460 keVまで20 keV毎に±5 keVの範囲でcutしたTimeに関するヒストグラムをGaussian fittingし ΔT をその平均値として求める。

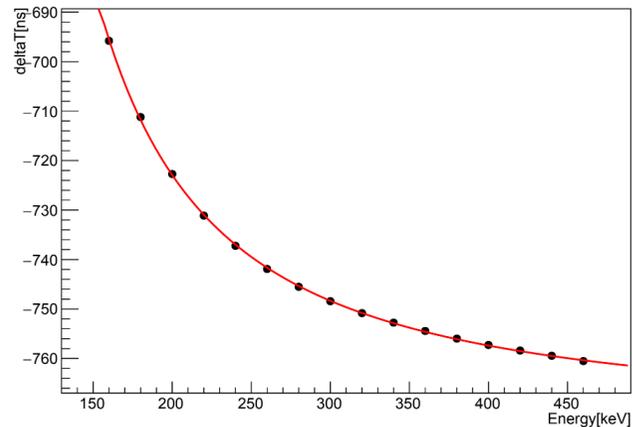


キャリブレーション・TQ補正

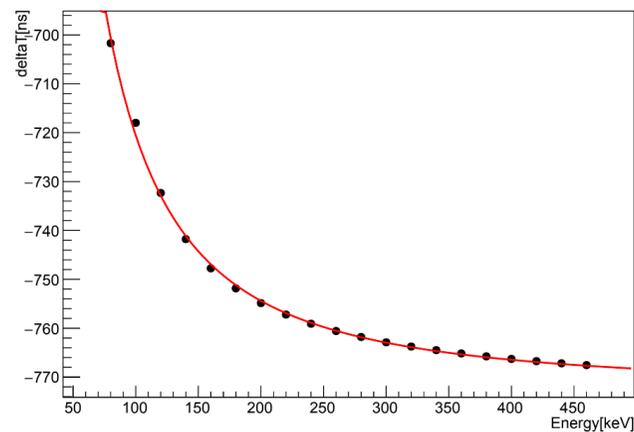
TQ補正 (7/9)

35/86

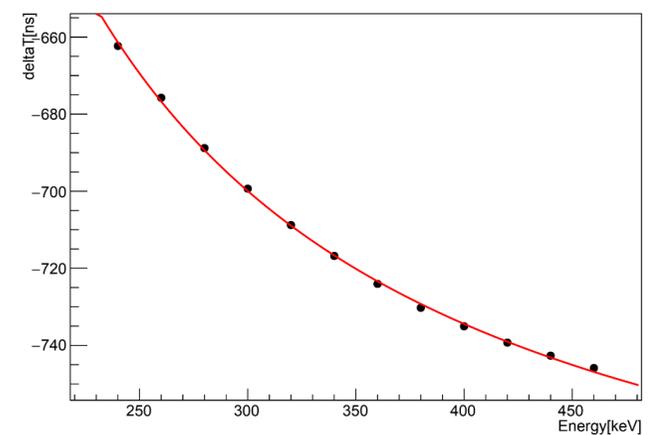
TQ correction(NaI1)



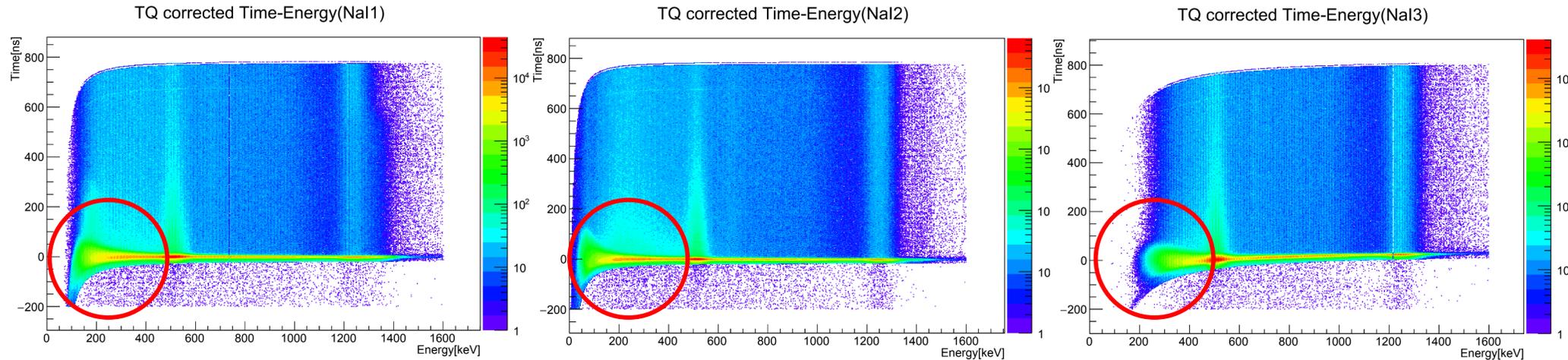
TQ correction(NaI2)



TQ correction(NaI3)



| parameter | NaI1 | NaI2 | NaI3 |
|-----------|----------|----------|----------|
| p_0 | 59065.4 | 152681 | 53030.5 |
| p_1 | 50.9266 | -12.5478 | 35.2141 |
| p_2 | 1.41713 | 1.69511 | 1.09595 |
| p_3 | -770.743 | -770.912 | -815.389 |

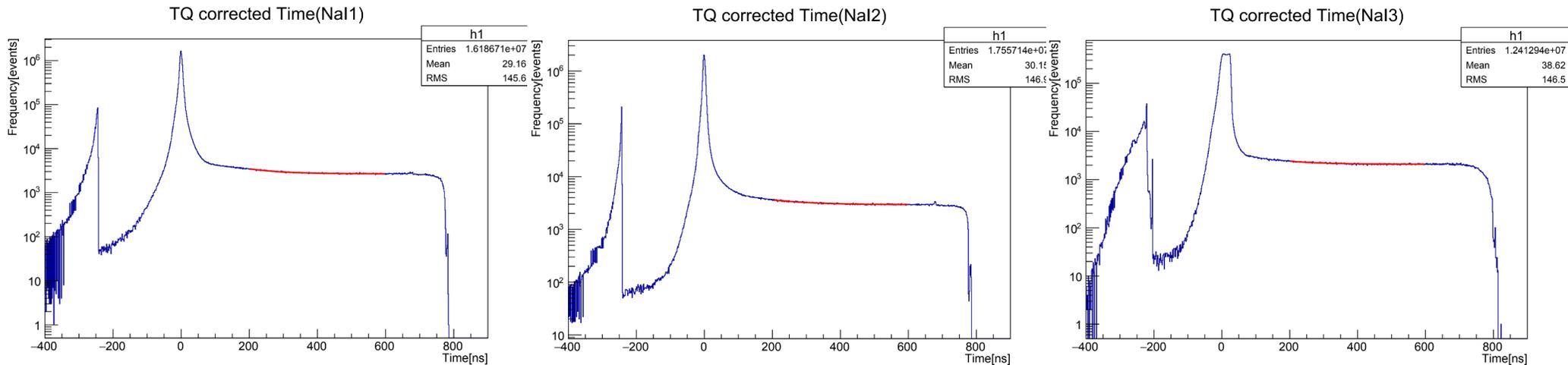


*Time*を改めて $Time - \Delta T(E)$ で
再定義するとTQ補正できる

キャリブレーション・TQ補正

TQ補正 (9/9)

37/86



TQ補正後の $Time$ のヒストグラムを $p_0 e^{-\frac{t[ns]}{p_1}} + p_2$ でfittingすると寿命がparameter p_1 として求まる。

| parameter | NaI1 | NaI2 | NaI3 |
|-----------|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| p_0 | 7108 ± 654.2 | 3742 ± 335.6 | 2478 ± 413.4 |
| p_1 | 91.5 ± 3.5 | 119.7 ± 6.2 | 100.6 ± 7.8 |
| p_2 | 2682 ± 6.7 | 2924 ± 10.0 | 2082 ± 6.4 |

Pick-Off 補正

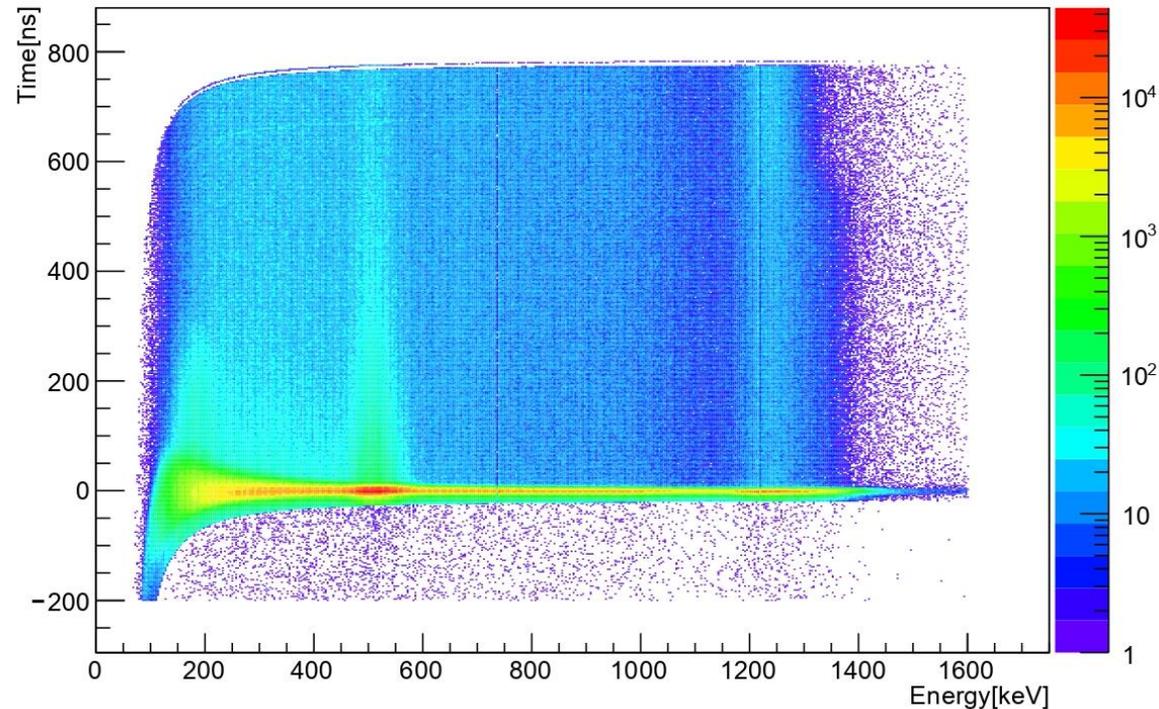
担当: 吉村

$o\text{-Ps}$ の持つ陽電子が周囲の原子中の電子と衝突して対消滅を起こし、 $o\text{-Ps}$ の寿命より早く 2γ に崩壊することがある。

この反応をPick-Off反応という。

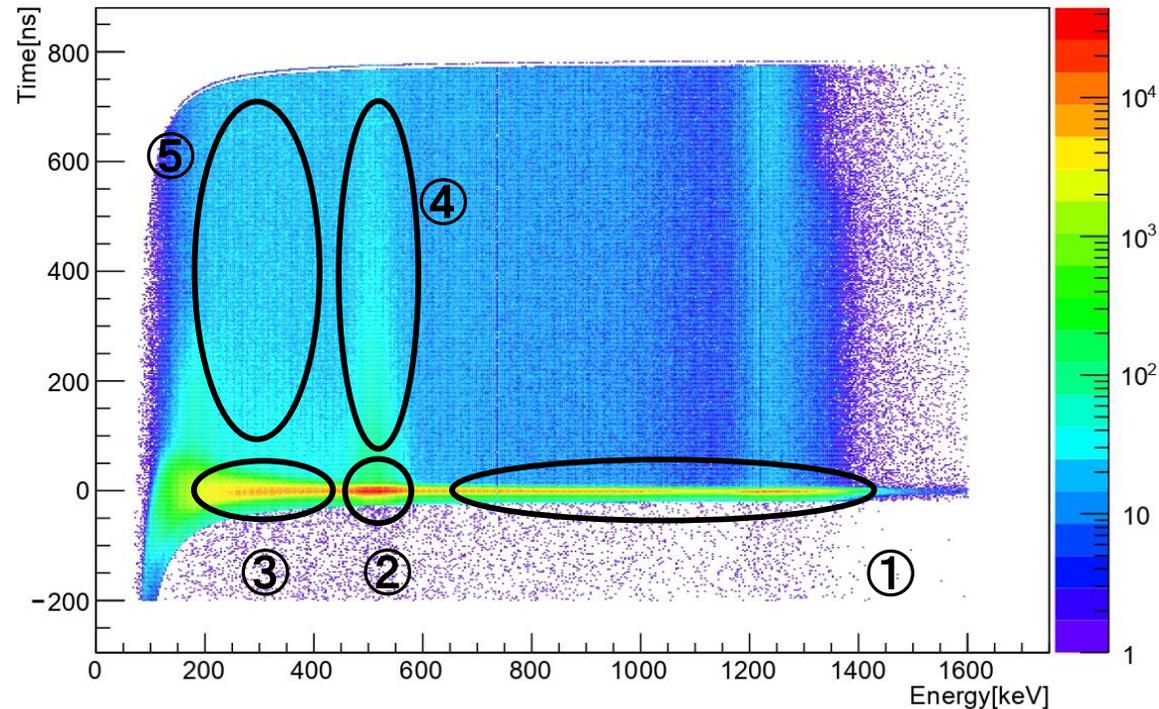
このため、TQ補正後に得られた寿命は $o\text{-Ps}$ の真の寿命よりも小さいと考えられる。

TQ corrected Time-Energy(NaI1)



- ① 1275keVの γ 線の光電効果とコンプトン散乱
- ② p-Psの511keVの2 γ 線の光電効果
- ③ p-Psの511keVの2 γ 線のコンプトン散乱
- ④ Pick-off反応による511keVの2 γ 線の光電効果
- ⑤ o-Psの3 γ 線+Pick-off反応による511keVの2 γ 線のコンプトン散乱

TQ corrected Time-Energy(NaI1)



- ① 1275keVの γ 線の光電効果とコンプトン散乱
- ② p-Psの511keVの2 γ 線の光電効果
- ③ p-Psの511keVの2 γ 線のコンプトン散乱
- ④ Pick-off反応による511keVの2 γ 線の光電効果
- ⑤ o-Psの3 γ 線+Pick-off反応による511keVの2 γ 線のコンプトン散乱

o-Psの3 γ 線

$$N_{3\gamma}(t)$$

Pick-off反応による511keVの2 γ 線

$$N_{2\gamma}(t)$$

Pick-off反応による511keVの2 γ 線のコンプトン散乱

$$N_{2\gamma_under511}(t)$$

⑤の領域(511keV未満)の γ 線の総数

$$N_{under511}(t)$$

④+⑤の領域(全体)の γ 線の総数

$$N(t)$$

$$N_{under511} = N_{3\gamma} + N_{2\gamma_under511}$$

よって

$$N = N_{3\gamma} + N_{2\gamma} = N_{under511} + (N_{2\gamma} - N_{2\gamma_under511})$$

崩壊幅 Γ とは1個の粒子の単位時間当たりの崩壊確率で、Time= t における粒子の個数を $N(t)$ とすると

$$\frac{dN(t)}{dt} = \Gamma(N_0 - N(t))$$

で定義され、崩壊寿命 τ は

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$

で定義される。

測定された崩壊幅 Γ

o- P_s の3 γ への崩壊幅 $\Gamma_{3\gamma}$

o- P_s の2 γ への崩壊幅 $\Gamma_{2\gamma}$

とすると、 $f(t) = \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{\Delta N_{2\gamma}}{\Delta N_{3\gamma}}$ を導入することで

$$\Gamma = \Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma} = \Gamma_{3\gamma}(1 + f(t)) = \frac{1 + f(t)}{\tau_{3\gamma}}$$

($\tau_{3\gamma}$ は最終的に求めるo- P_s の3 γ への崩壊寿命)

$$\frac{dN(t)}{dt} = \Gamma(N_0 - N(t)) = (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma})(N_0 - N(t))$$

これを解くと

$$N_0 - N(t) = N_0 \exp\left(-\int^t (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma}) dt\right) \dots \textcircled{1}$$

またここで

$$\frac{dN_{2\gamma_under511}}{dt} = \alpha(t) \frac{dN_{2\gamma}}{dt}$$

$$\frac{dN_{3\gamma}}{dt} = \Gamma_{3\gamma}(N_0 - N(t))$$

$$\frac{dN_{2\gamma}}{dt} = \Gamma_{2\gamma}(N_0 - N(t))$$

とすると

$$\begin{aligned} \frac{dN_{under511}}{dt} &= \frac{d(N_{2\gamma_under511} + N_{3\gamma})}{dt} = \alpha(t) \frac{dN_{2\gamma}}{dt} + \frac{dN_{3\gamma}}{dt} \\ &= \alpha(t) \Gamma_{2\gamma}(N_0 - N(t)) + \Gamma_{3\gamma}(N_0 - N(t)) \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$f_{\alpha}(t) = \frac{\alpha(t)\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{\alpha(t)\Delta N_{2\gamma}}{\Delta N_{3\gamma}}$$

とおくと①,②より

511keV未満(⑤)の領域で

$$\begin{aligned} \Delta N_{under511} &= \frac{dN_{under511}}{dt} \Delta t = (\Gamma_{3\gamma} + \alpha(t)\Gamma_{2\gamma})(N_0 - N(t))\Delta t \\ &= (\Gamma_{3\gamma} + \alpha(t)\Gamma_{2\gamma})N_0 \exp\left(-\int^t (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma})dt\right)\Delta t \\ &= \Gamma_{3\gamma}(1 + f_{\alpha}(t))N_0 \exp\left(-\int^t \Gamma_{3\gamma}\left(1 + \frac{f_{\alpha}(t)}{\alpha}\right)dt\right)\Delta t \\ &= \frac{1 + f_{\alpha}(t)}{\tau_{3\gamma}}N_0 \exp\left(-\int^t \frac{1 + \frac{f_{\alpha}(t)}{\alpha}}{\tau_{3\gamma}}dt\right)\Delta t \end{aligned}$$

$$N_0 - N(t) = N_0 \exp\left(-\int^t (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma}) dt\right) \quad \text{までは同じ}$$

従来は全ての領域(④+⑤)のグラフを
511keV未満の領域(④)のTimeヒストグラムに
fittingしていた。

$$\begin{aligned} \Delta N &= \frac{dN}{dt} \Delta t = (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma})(N_0 - N(t)) \Delta t & f(t) &= \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} \\ &= (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma}) N_0 \exp\left(-\int^t (\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma}) dt\right) \Delta t \\ &= \Gamma_{3\gamma} (1 + f(t)) N_0 \exp\left(-\int^t \Gamma_{3\gamma} (1 + f(t)) dt\right) \Delta t \\ &= \frac{1 + f(t)}{\tau_{3\gamma}} N_0 \exp\left(-\int^t \frac{1 + f(t)}{\tau_{3\gamma}} dt\right) \Delta t \end{aligned}$$

これは新しい方法で $\alpha = 1$ のときと同じである。

$$f_{\alpha}(t) = \frac{\alpha(t)\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{\alpha(t)\Delta N_{2\gamma}}{\Delta N_{3\gamma}} = \frac{\Delta N_{2\gamma_under511}}{\Delta N_{3\gamma}}$$

から、511keV未満の領域の $N_{2\gamma_under511}$ と $N_{3\gamma}$ より $f(t)$ を決定する。

Time=0[ns]ではp-Psによる反応が支配的であるとする。

$$N_{under511}(0) = N_{2\gamma_under511}(0)$$

Time=tにおけるp-Psの反応はこのTime=0[ns]のものを511keVのイベント数でスケール調節したものであるとする。

Time=tにおける511keVのイベント数 $Z(t)$
 Time=0[ns]における511keVのイベント数 $Z(0)$
 とすると、

$$N_{2\gamma_under511}(t) = \frac{Z(t)}{Z(0)} N_{2\gamma_under511}(0) = \frac{Z(t)}{Z(0)} N_{under511}(0)$$

$$N_{under511}(t) = N_{3\gamma}(t) + N_{2\gamma_under511}(t)$$

$$\begin{aligned} f_{\alpha}(t) &= \frac{\Delta N_{2\gamma_under511}(t)}{\Delta N_{3\gamma}(t)} = \frac{\Delta N_{2\gamma_under511}(t)}{\Delta N_{under511}(t) - \Delta N_{2\gamma_under511}(t)} \\ &= \frac{Z(t)\Delta N_{under511}(0)}{Z(0)\Delta N_{under511}(t) - Z(t)\Delta N_{under511}(0)} \end{aligned}$$

150[ns]から700(650)[ns]までの50[ns]おきの各時刻において $\pm\Delta t$ nsの範囲にあるようなイベントで、511keVを中心としてのイベント全体を $\pm\Delta a$ の範囲でガウシアン近似する。

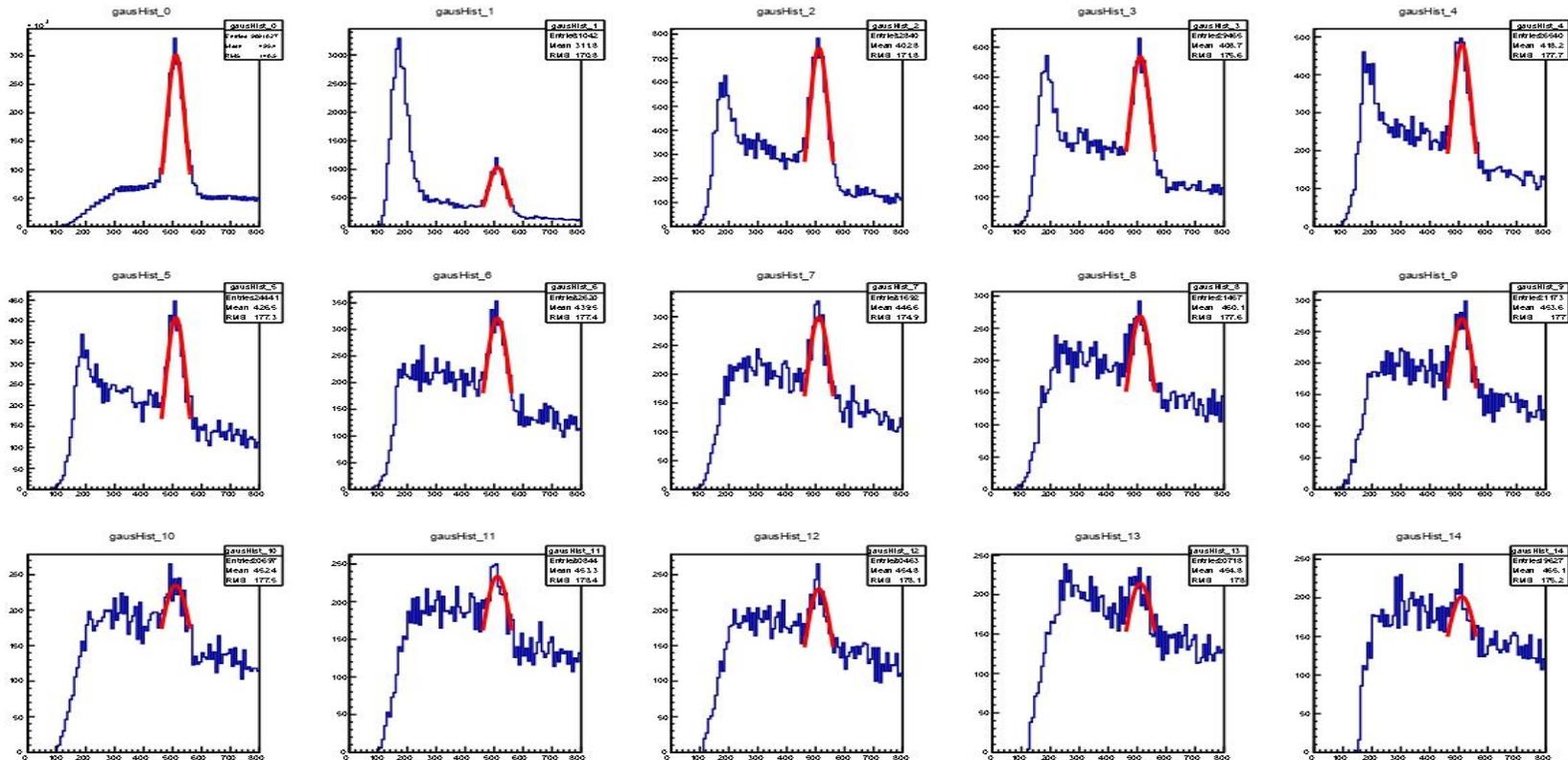
(Δt や Δa の値は後述の影響によりすべて同じ値をとることができなかった)

そしてピークの値を $Z(t)$ とした。

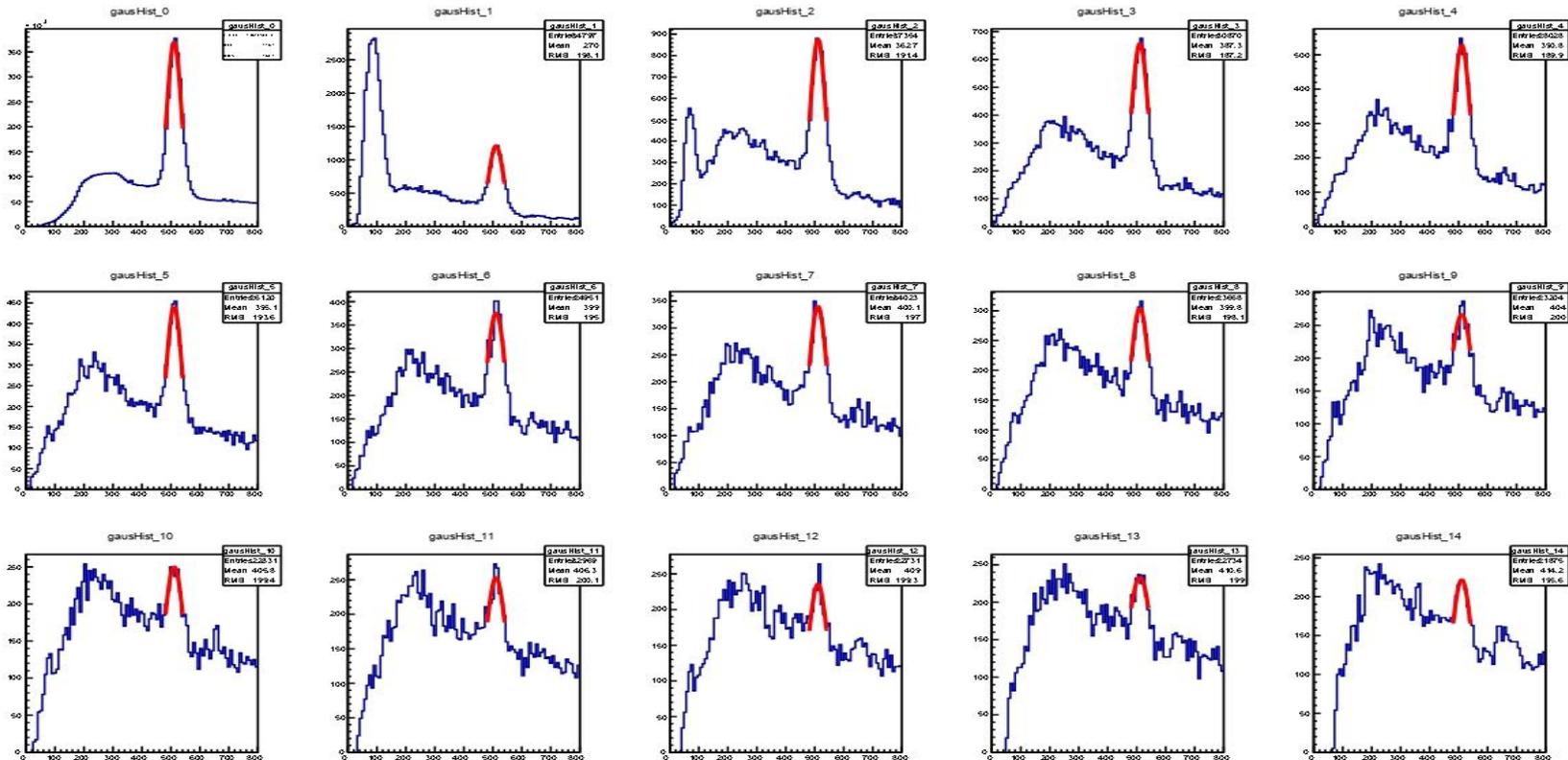
また、このとき0keVから450keVまでのイベント数の総数を $\Delta N_{\text{under511}}(t)$ とした。

$Z(0)$ と $\Delta N_{\text{under511}}(0)$ の値も求めた。

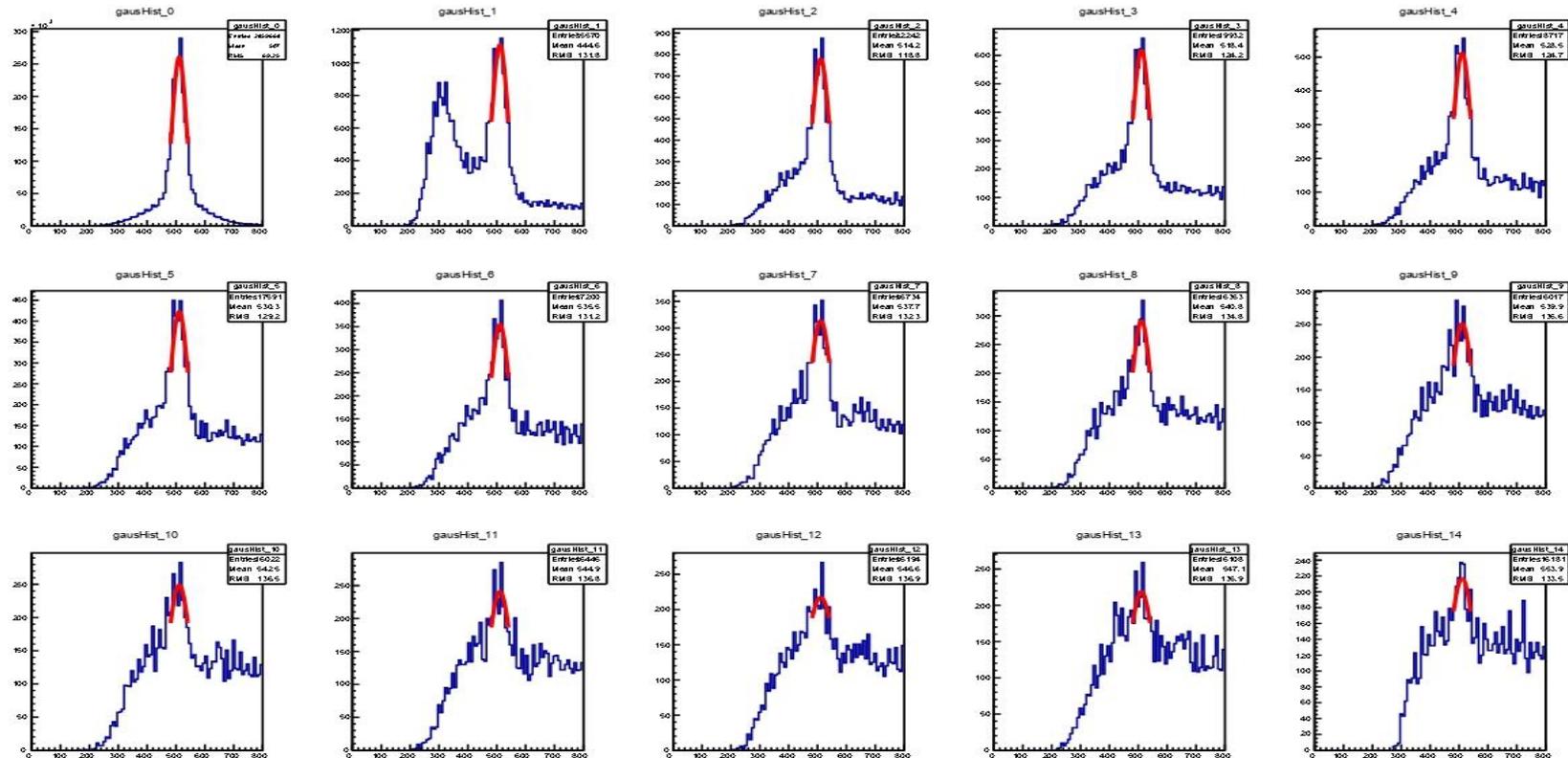
$\Delta t = 2$ [ns] $\Delta a = 50$ keV 150 [ns] から 700 [ns] まで



$\Delta t = 2$ [ns] $\Delta a = 35$ keV 150 [ns] から 650 [ns] まで



$\Delta t = 2$ [ns] $\Delta a = 55$ keV 150 [ns] から 700 [ns] まで

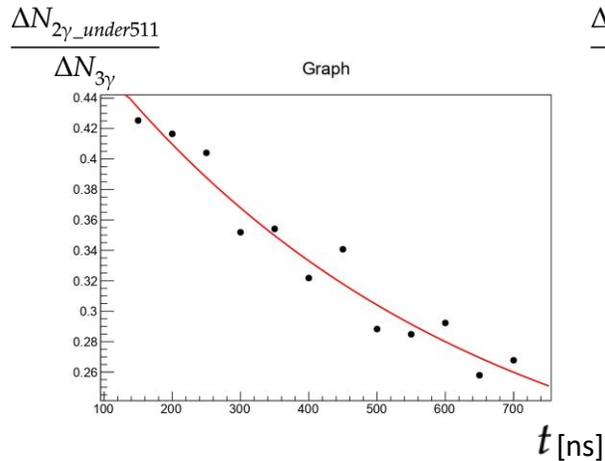


$$f_{\alpha}(t) = \frac{Z(t)\Delta N_{\text{under511}}(0)}{Z(0)\Delta N_{\text{under511}}(t) - Z(t)\Delta N_{\text{under511}}(0)}$$

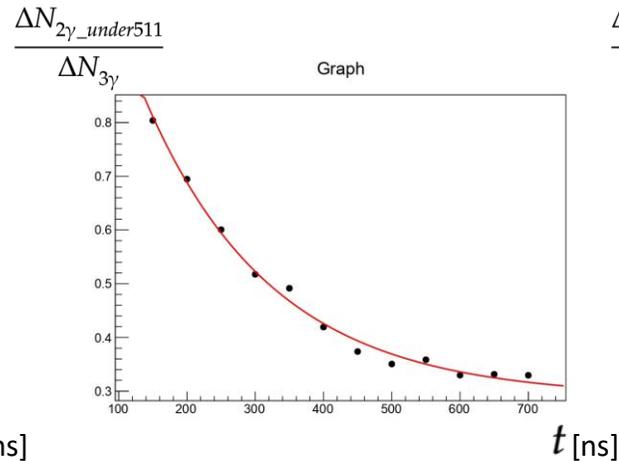
をそれぞれのtで求めて

$$f_{\alpha}(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

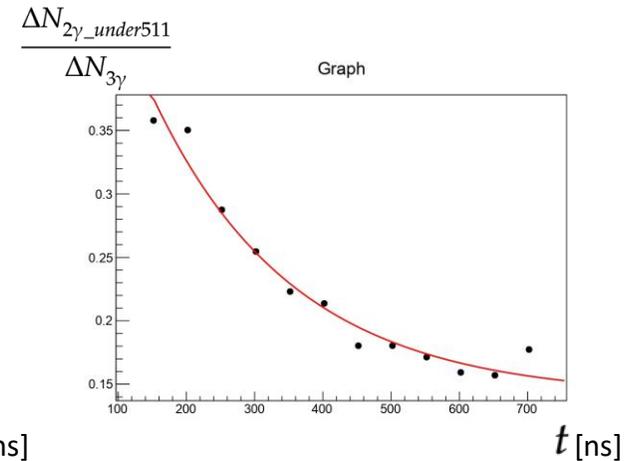
でfittingする。



NaI1



NaI2



NaI3

| | p_1 | p_2 | p_3 |
|------|----------------------|-------------------|----------------------|
| NaI1 | 0.3603 ± 0.05281 | 546.0 ± 232.6 | 0.1600 ± 0.07330 |
| NaI2 | 1.166 ± 0.07207 | 186.6 ± 15.21 | 0.2891 ± 0.01396 |
| NaI3 | 0.4911 ± 0.06001 | 206.2 ± 38.03 | 0.1401 ± 0.01534 |

$$\Delta N_{\text{under511}}(t) = \frac{1 + f_{\alpha}(t)}{\tau_{3\gamma}} N_0 \exp\left(-\int^t \frac{1 + \frac{f_{\alpha}(t)}{\alpha}}{\tau_{3\gamma}} dt\right) \Delta t$$

の式に先ほどfittingした

$$f_{\alpha}(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

を代入すると

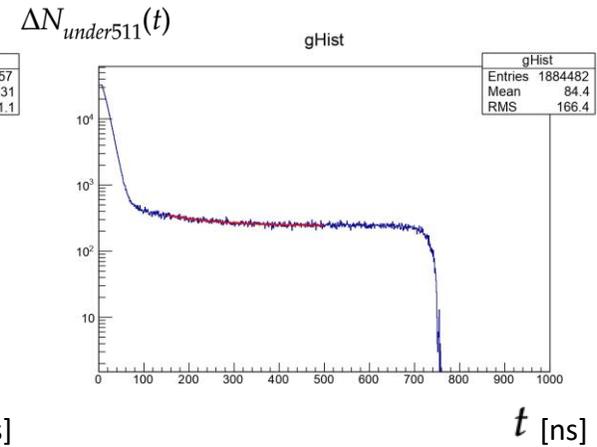
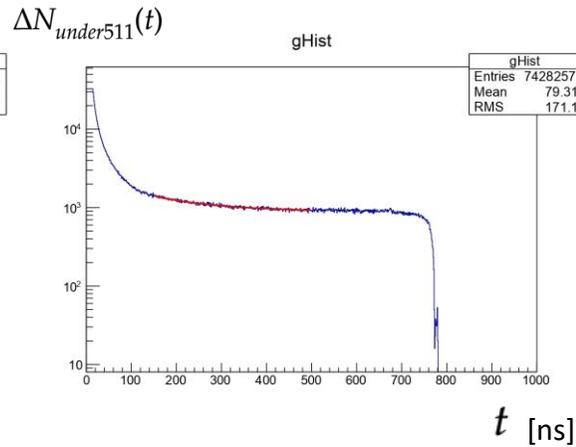
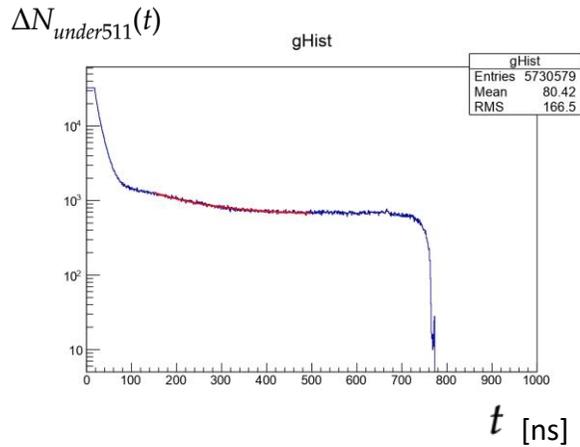
$$\Delta N_{\text{under511}}(t) = \frac{N_0 \Delta t}{\tau_{3\gamma}} \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left(-\int^t \frac{1}{\tau_{3\gamma}} \left(\frac{p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)}{\alpha} + \frac{p_2}{\alpha} + 1 \right) dt\right)$$

となるので

0keVから450keVの領域における $\Delta N_{\text{under511}}(t)$ を
150[ns]から500[ns]までの時刻で $g(t)$ でfittingした。

$$g(t) = q_0 \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(\frac{-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)}{q_3} + \left(\frac{p_2}{q_3} + 1 \right) t \right) \right) + q_2$$

ここにおいて、崩壊寿命 $\tau_{3\gamma}$ は q_1 の値である。
また、 α は q_3 の値である。



| | q_0 | q_1 | q_2 | q_3 |
|------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|-------------------------------|
| NaI1 | 161.7 ± 1.412 | <u>119.5 ± 5.088</u> | 647.3 ± 1.272 | $1.691 \times 10^6 \pm 1.414$ |
| NaI2 | 460.0 ± 83.65 | <u>264.0 ± 58.68</u> | 874.7 ± 9.667 | 0.7268 ± 0.3689 |
| NaI3 | 318.3 ± 47.09 | <u>108.5 ± 11.01</u> | 242.2 ± 2.805 | 268.2 ± 142.8 |

o- P_s の寿命は

NaI1: 119.5 ± 5.1 [ns]

NaI2: 264.0 ± 58.7 [ns]

NaI3: 108.5 ± 11.0 [ns]

q_3 の値が荒ぶりすぎるので、
従来の方法でのfittingもおこなってみる。

$q_3 = \alpha = 1$ と固定すると

| | q_0 | q_1 | q_2 | Δa |
|------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|------------|
| NaI1 | 514.0 ± 5.788 | <u>169.3 ± 5.230</u> | 642.7 ± 5.661 | 50 keV |
| NaI2 | 429.8 ± 8.678 | <u>270.1 ± 17.36</u> | 870.8 ± 10.91 | 30 keV |
| NaI3 | 188.3 ± 18.12 | <u>146.1 ± 15.31</u> | 240.9 ± 3.072 | 30 keV |

$\Delta t = 5$ [ns] 150 [ns] から 700 [ns] まで

$\alpha = 1$ としたときの
o- P_s の寿命は

NaI1: 169.3 ± 5.2 [ns]

NaI2: 270.1 ± 17.4 [ns]

NaI3: 146.1 ± 15.3 [ns]

結果・考察

担当:花田

- 今与えられている誤差は統計誤差であるが、これに加えて各フィッティングに起因する誤差(系統誤差)を評価する必要がある。
- フィッティング関数の誤差
誤差の伝搬則に基づいて

$$\delta U(x) = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial U(x)}{\partial p_i} \delta p_i \right)^2}$$

による $U \pm \delta U$ でフィッティングをし、誤差を求める。

- TDC calibrationによる誤差

$$T(x) = ax + b \quad (x \text{ は TDC count の値})$$

$$\delta T(x) = \sqrt{(\delta a)^2 x^2 + (\delta b)^2}$$

各パラメーターの平均値と誤差

| a | δa | b | δb |
|--------|------------|------|------------|
| -12.96 | 0.98 | 0.25 | 0.0019 |

- TDC calibrationによる誤差 ($q_3 \neq 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|------|--|--|-------------------------|
| NaI1 | $\tau_+ = 91.4$ $\tau = 91.5$ $\tau_- = 91.0$ | $\tau_+ = 153.4$ $\tau = 119.5$ $\tau_- = 118.5$ | $\sigma_{calib} = 33.9$ |
| NaI2 | $\tau_+ = 120.1$ $\tau = 119.7$ $\tau_- = 119.2$ | $\tau_+ = 215.4$ $\tau = 264.0$ $\tau_- = 164.8$ | $\sigma_{calib} = 99.2$ |
| NaI3 | $\tau_+ = 99.5$ $\tau = 100.6$ $\tau_- = 101.9$ | $\tau_+ = 137.7$ $\tau = 108.5$ $\tau_- = 107.6$ | $\sigma_{calib} = 29.2$ |

- TDC calibrationによる誤差 ($q_3 = 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|------|--|--|-------------------------|
| NaI1 | $\tau_+ = 91.4$ $\tau = 91.5$ $\tau_- = 91.0$ | $\tau_+ = 169.3$ $\tau = 169.3$ $\tau_- = 175.4$ | $\sigma_{calib} = 6.1$ |
| NaI2 | $\tau_+ = 120.1$ $\tau = 119.7$ $\tau_- = 119.2$ | $\tau_+ = 275.4$ $\tau = 270.1$ $\tau_- = 290.3$ | $\sigma_{calib} = 20.2$ |
| NaI3 | $\tau_+ = 99.5$ $\tau = 100.6$ $\tau_- = 101.9$ | $\tau_+ = 146.1$ $\tau = 146.1$ $\tau_- = 143.1$ | $\sigma_{calib} = 3.0$ |

- TQ補正による誤差

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E-p_1)p_2} + p_3$$

$$\delta\Delta T(E) = \sqrt{\sum_{i=0}^3 \left(\frac{\partial\Delta T}{\partial p_i} \delta p_i \right)^2}$$

各パラメーターの平均値と誤差

| | p_0 | δp_0 | p_1 | δp_1 | p_2 | δp_2 | p_3 | δp_3 |
|-----|---------|--------------|----------|--------------|---------|--------------|----------|--------------|
| Na1 | 53885.2 | 4150.57 | 52.2402 | 1.7703 | 1.40042 | 0.0125535 | -772.262 | 0.231658 |
| Na2 | 132441 | 30076.9 | -12.5152 | 3.56357 | 1.66081 | 0.0425221 | -772.467 | 0.512242 |
| Na3 | 56235.2 | 10327.9 | 40.3471 | 8.50643 | 1.11691 | 0.0386355 | -813.01 | 5.0856 |

- TQ補正による誤差 ($q_3 \neq 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|------|--|---|-----------------------|
| Nal1 | $\tau_+ = 89.6$ $\tau = 91.5$ $\tau_- = 91.9$ | $\tau_+ = 116.6$ $\tau = 119.5$ $\tau_- = 124.2$ | $\sigma_{TQ} = 4.7$ |
| Nal2 | $\tau_+ = 118.9$ $\tau = 119.7$ $\tau_- = 118.1$ | $\tau_+ = 147.8$ $\tau = 264.0$ $\tau_- = -$ | $\sigma_{TQ} = 116.2$ |
| Nal3 | $\tau_+ = 95.3$ $\tau = 100.6$ $\tau_- = 100.0$ | $\tau_+ = 143.7$ $\tau = 108.5$ $\tau_- = 123.4^{*1}$ | $\sigma_{TQ} = 35.2$ |

※1 $f(t)$ のプロット開始を20[ns]にした

- TQ補正による誤差 ($q_3 = 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|------|--|--|----------------------|
| Nal1 | $\tau_+ = 89.6$ $\tau = 91.5$ $\tau_- = 91.9$ | $\tau_+ = 169.5$ $\tau = 169.3$ $\tau_- = 166.4$ | $\sigma_{TQ} = 2.9$ |
| Nal2 | $\tau_+ = 118.9$ $\tau = 119.7$ $\tau_- = 118.1$ | $\tau_+ = 304.6$ $\tau = 270.1$ $\tau_- = 209.8$ | $\sigma_{TQ} = 60.3$ |
| Nal3 | $\tau_+ = 95.3$ $\tau = 100.6$ $\tau_- = 100.0$ | $\tau_+ = 151.8$ $\tau = 146.1$ $\tau_- = 146.7$ | $\sigma_{TQ} = 5.7$ |

- Pick-off補正による誤差

$$g(t) = q_0 \left\{ p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right\} \\ \times \exp\left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -\frac{p_0 p_1}{q_3} \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + \left(\frac{p_2}{q_3} + 1\right) t \right\} \right] + q_2$$

各パラメーターの平均値と誤差

| | p_0 | δp_0 | p_1 | δp_1 | p_2 | δp_2 |
|------|--------|--------------|-------|--------------|--------|--------------|
| Nal1 | 0.3603 | 0.05281 | 546.0 | 232.6 | 0.1600 | 0.07330 |
| Nal2 | 1.166 | 0.07207 | 186.6 | 15.21 | 0.2891 | 0.01396 |
| Nal3 | 0.4911 | 0.06001 | 206.2 | 38.03 | 0.1401 | 0.01534 |

- Pick-off補正による誤差 ($q_3 \neq 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|-----|----------------|--|-----------------------------|
| Na1 | $\tau = 91.5$ | $\tau_+ = 121.5$ $\tau = 119.5$ $\tau_- = 117.2$ | $\sigma_{Pick-off} = 2.0$ |
| Na2 | $\tau = 119.7$ | $\tau_+ = 452.0$ $\tau = 264.0$ $\tau_- = 296.9$ | $\sigma_{Pick-off} = 188.0$ |
| Na3 | $\tau = 100.6$ | $\tau_+ = 110.7$ $\tau = 108.5$ $\tau_- = 105.6$ | $\sigma_{Pick-off} = 2.9$ |

- Pick-off補正による誤差 ($q_3 = 1$)

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 | 誤差 |
|-----|----------------|--|----------------------------|
| Na1 | $\tau = 91.5$ | $\tau_+ = 174.0$ $\tau = 169.3$ $\tau_- = 162.0$ | $\sigma_{Pick-off} = 7.3$ |
| Na2 | $\tau = 119.7$ | $\tau_+ = 280.9$ $\tau = 270.1$ $\tau_- = 258.3$ | $\sigma_{Pick-off} = 11.8$ |
| Na3 | $\tau = 100.6$ | $\tau_+ = 150.3$ $\tau = 146.1$ $\tau_- = 141.2$ | $\sigma_{Pick-off} = 4.9$ |

- 以上の3つの誤差を系統誤差としてまとめる

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{calib}^2 + \sigma_{TQ}^2 + \sigma_{Pick-off}^2}$$

$q_3 \neq 1$

| | σ_{calib} | σ_{TQ} | $\sigma_{Pick-off}$ | σ_{total} |
|-----|------------------|---------------|---------------------|------------------|
| Na1 | 33.9 | 4.7 | 2.0 | 34.3 |
| Na2 | 99.2 | 116.2 | 188.0 | 242.3 |
| Na3 | 29.2 | 35.2 | 2.9 | 45.8 |

$q_3 = 1$

| | σ_{calib} | σ_{TQ} | $\sigma_{Pick-off}$ | σ_{total} |
|-----|------------------|---------------|---------------------|------------------|
| Na1 | 6.1 | 2.9 | 7.3 | 9.9 |
| Na2 | 20.2 | 60.3 | 11.8 | 64.7 |
| Na3 | 3.0 | 5.7 | 4.9 | 8.1 |

最終結果

| | 寿命 [ns] ($q_3 \neq 1$) | 寿命 [ns] ($q_3 = 1$) |
|------|-----------------------------------|----------------------------------|
| Nal1 | $\tau = 119.5 \pm 5.0 \pm 34.3$ | $\tau = 169.3 \pm 5.2 \pm 9.9$ |
| Nal2 | $\tau = 264.0 \pm 58.7 \pm 242.3$ | $\tau = 270.1 \pm 17.4 \pm 64.7$ |
| Nal3 | $\tau = 108.5 \pm 11.0 \pm 45.8$ | $\tau = 146.1 \pm 15.3 \pm 8.1$ |

- NaI2で測定した寿命が他に比べて長い点
- NaI3においてコンプトン散乱がほとんど見えなかった点
- バックグラウンドノイズ
- Pick-off補正の種々の問題点

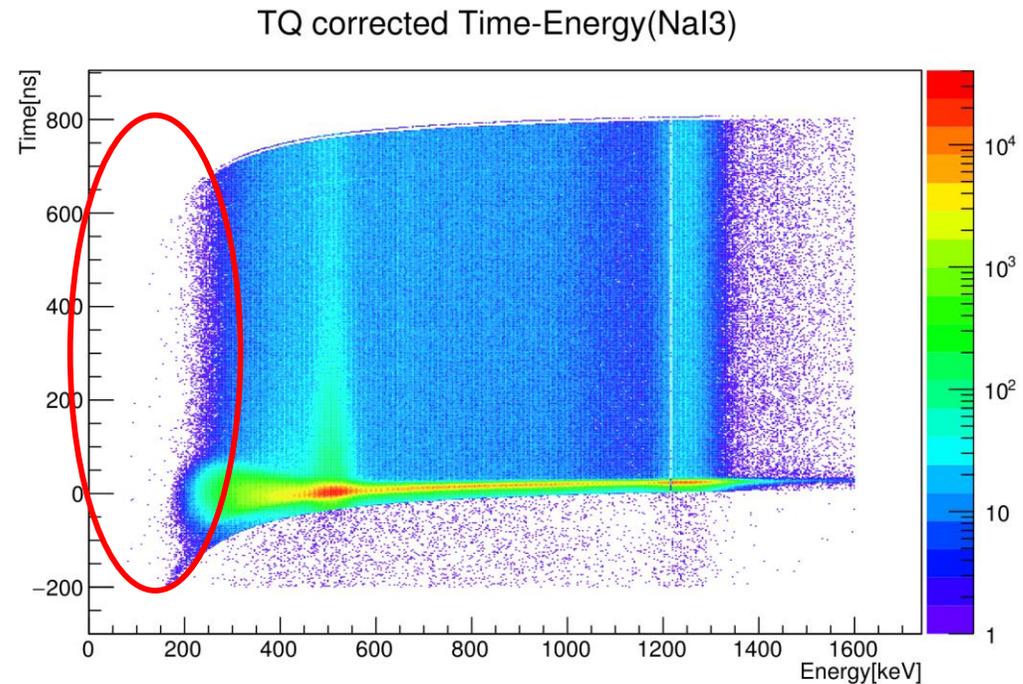
- NaI2で測定した寿命が他に比べて長い

| | TQ補正後 | Pick-off補正後 |
|------|----------------|----------------|
| NaI1 | $\tau = 91.5$ | $\tau = 119.5$ |
| NaI2 | $\tau = 119.7$ | $\tau = 264.0$ |
| NaI3 | $\tau = 100.6$ | $\tau = 108.5$ |

データ自体におかしな点は見られず原因は不明。

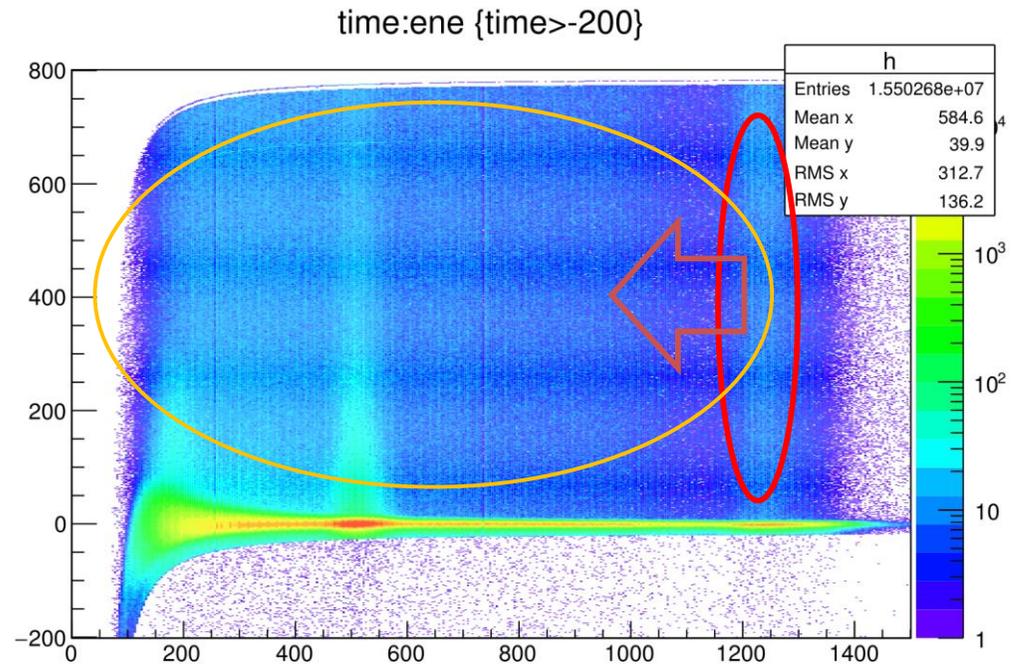
- NaI3においてコンプトン散乱がほとんど見えなかった

詳しい原因は不明。
しかし、エネルギーをADC値に変換する効率が悪く、低エネルギー領域でのイベントの検出が低下したのが一因と考えられる。
HIGH VOLTAGE POWER SUPPLYの値を大きくすることで改善される可能性がある。

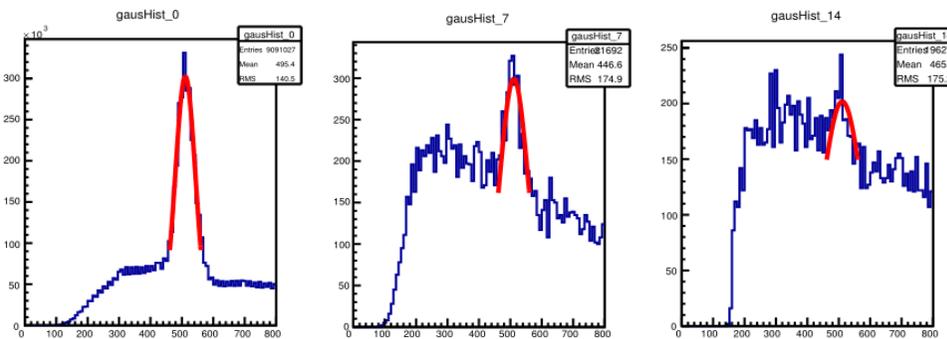


- 1275keVのコンプトン散乱などのバックグラウンドノイズ

511keVは $t = 0$ で分布が支配的なため、それを元に差し引くことができる(Pick-off補正)が、バックグラウンドノイズはそうでないため効果的に補正をかけるのは難しい。



- Pick-off補正の問題点(1) $-f(t)$ の値の不正確さ



511keVの山が相対的に小さくなり埋もれてしまい、ガウシアンフィッティングが不正確になる。

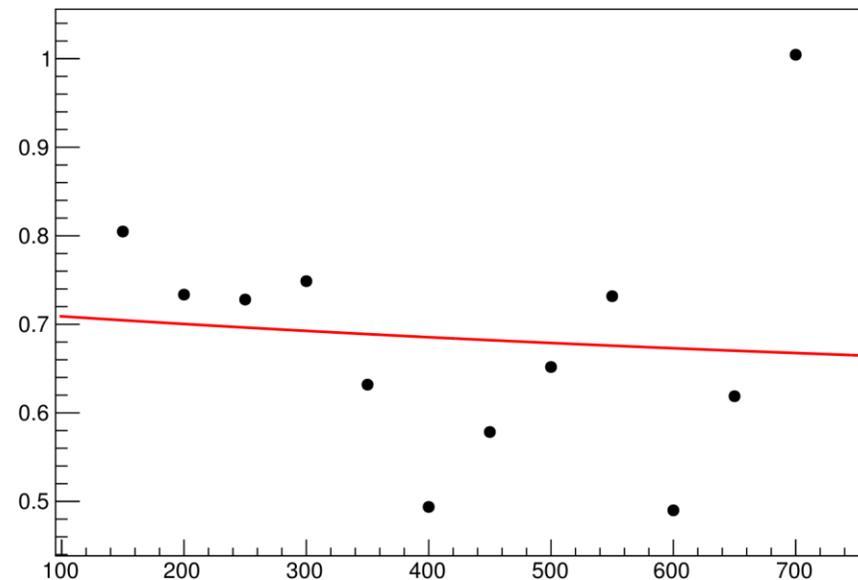
- Pick-off補正の問題点(1)– $f(t)$ の値の不正確さ

ガウシアンの下面積比を利用すると
 $f(t)$ の値を正しく推測することが難
しくなる



今回はガウシアンの高さの比のみ
用いることである程度問題を軽減
した。

Graph



- Pick-off補正の問題点(1) $-f(t)$ の値の不正確さ

加えて t の大きな領域では全体のイベント数も少なくなりノイズも多く含まれると思われるため、真の $f(t)$ の値から大きく外れている可能性は多分にある。

- Pick-off補正の問題点(2)- $g(t)$ フィッティングが不安定。
 $f(t)$ のプロット数や間隔、 $g(t)$ の初期値やフィッティング範囲などを少しいじるだけでもそのフィッティング結果はかなり大きく変化する(時にはオーダー単位で)。

そのため、Pick-off補正後の値に信頼性があるかという点も甚だ疑問である。

したがって $g(t)$ に q_3 という第4のパラメーターを加えたフィッティングはさらに不安定となったのも当然といえる。

- Pick-off補正の問題点(3)- q_3 の妥当性
 q_3 はもともと

$$\frac{dN_{2\gamma_{under_511}}}{dt} = \alpha(t) \frac{dN_{2\gamma}}{dt}$$

で定めた $\alpha(t)$ である。

これを定数と仮定したものであるがこれについて考察する。

- Pick-off補正の問題点(3)- q_3 の妥当性

$$N_{2\gamma}(t) \equiv N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(t) + N_{2\gamma_{\text{pass}}}(t)$$

Pick-off で生成されて届く 2γ 線の数 \equiv 左辺のうちコンプトン散乱を経験したものの数
+ コンプトン散乱されず届く数

$N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(t)$ と $N_{2\gamma_{\text{pass}}}(t)$ は減少関数と仮定。すると、

$$N_{2\gamma}(0) - N_{2\gamma}(t) > N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(0) - N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(t) > 0$$

ところで、

$$\frac{dN_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}}{dt} = \alpha(t) \frac{dN_{2\gamma}}{dt}$$

ここで $\alpha(t)$ を定数(q_3)とし、両辺を t で積分、-1をかけると、

$$q_3 \{N_{2\gamma}(0) - N_{2\gamma}(t)\} \geq \{N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(0) - N_{2\gamma_{\text{under}_{511}}}(t)\} > 0$$

$$0 < q_3 < 1$$

- Pick-off補正の問題点(3)- q_3 の妥当性
(再掲)

| | q_0 | q_1 | q_2 | q_3 |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------------------|
| Na1 | 161.7 ± 1.412 | 119.5 ± 5.088 | 647.3 ± 1.272 | $1.691 \times 10^6 \pm 1.414$ |
| Na2 | 460.0 ± 83.65 | 264.0 ± 58.68 | 874.7 ± 9.667 | 0.7268 ± 0.3689 |
| Na3 | 318.3 ± 47.09 | 108.5 ± 11.01 | 242.2 ± 2.805 | 268.2 ± 142.8 |

Na1(やNa3)に関しては大きな値になっていて考察に反している。
→そもそも定数という仮定が正しくない可能性。

結論

| | 寿命 [ns]($q_3 \neq 1$) | 寿命 [ns]($q_3 = 1$) |
|------|-----------------------------------|----------------------------------|
| NaI1 | $\tau = 119.5 \pm 5.0 \pm 34.3$ | $\tau = 169.3 \pm 5.2 \pm 9.9$ |
| NaI2 | $\tau = 264.0 \pm 58.7 \pm 242.3$ | $\tau = 270.1 \pm 17.4 \pm 64.7$ |
| NaI3 | $\tau = 108.5 \pm 11.0 \pm 45.8$ | $\tau = 146.1 \pm 15.3 \pm 8.1$ |

本実験ではNaI1,NaI3ではQEDを肯定し得る値を得たが、補正での他のパラメーターの値などを考慮すると信頼性に欠ける結果と言える。

$$\alpha(\Delta N_{2\gamma}(0) - \Delta N_{2\gamma}(t)) = \Delta N_{2\gamma_under511}(0) - \Delta N_{2\gamma_under511}(t)$$

$0 < \alpha < 1$ とすると

$$\begin{aligned} & \alpha(\Delta N_{2\gamma}(t) - \Delta N_{2\gamma_under511}(t)) - (1 - \alpha)\Delta N_{2\gamma_under511}(t) \\ &= \alpha(\Delta N_{2\gamma}(0) - \Delta N_{2\gamma_under511}(0)) - (1 - \alpha)\Delta N_{2\gamma_under511}(0) \end{aligned}$$

ガウシアンの高さの比を用いて

$$\frac{Z(t)}{Z(0)} = \frac{\Delta N_{2\gamma}(t) - \Delta N_{2\gamma_under511}(t)}{\Delta N_{2\gamma}(0) - \Delta N_{2\gamma_under511}(0)}$$

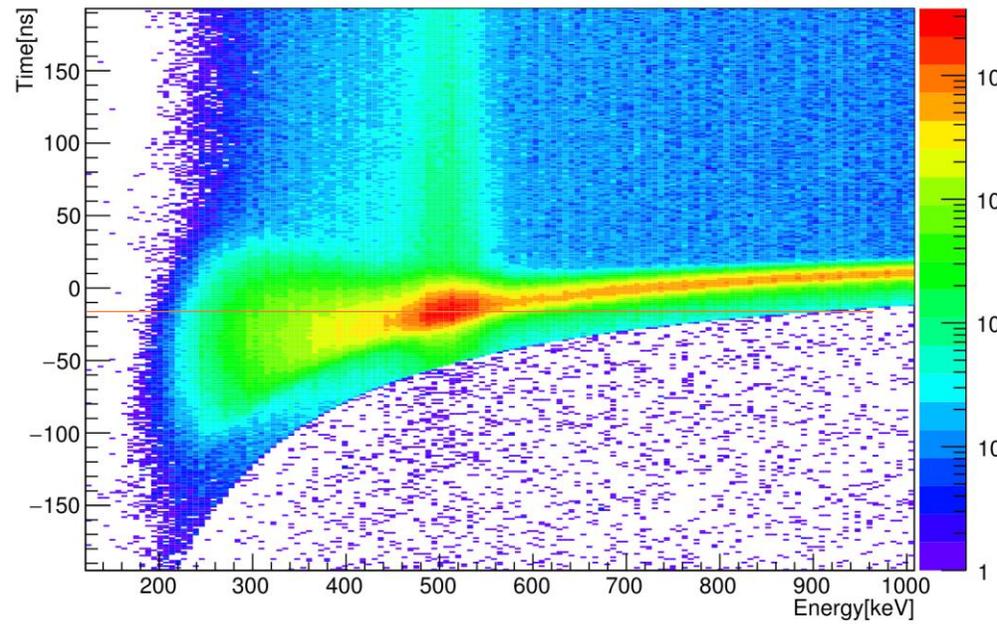
$$\Delta N_{2\gamma_under511}(t) = \Delta N_{2\gamma_under511}(0) - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \left(1 - \frac{Z(t)}{Z(0)} \right) (\Delta N_{2\gamma}(0) - \Delta N_{2\gamma_under511}(0))$$

Pick-Off補正

補足:原点補正

Appendix (2/2)

Time-Energy (NaI3_p_TQ)



Time-Energy (NaI3_m_TQ)

