

A2課題演習

ポジトロニウムの寿命測定

内海武尊 川本大志 浅野有香 中西泰一 戸田朔 吉田匠志

・はじめに…

実験目的：ポジトロニウムによる電子 e^- と陽電子 e^+ の対消滅反応の寿命を、NaIシンチレーターを用いて測定し、QEDにおける理論値との比較・考察を行うことを目的とした。

・ ポジトロニウム(Ps)とは…

電子、陽子、中性子以外の粒子を
含んだ原子

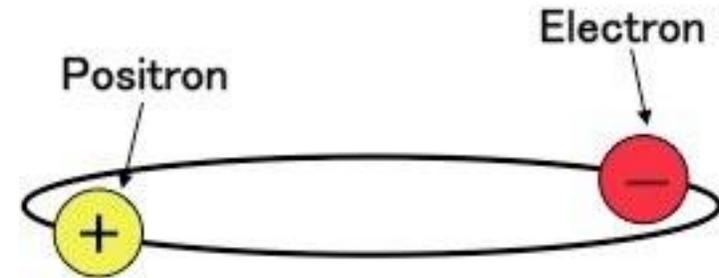
電子(e-)と陽電子(e+)が対になっているエキゾチック原子の1つ

質量： $2m_e$

半径： $2r_H$

電荷：0

イオン化エネルギー： $1/2E_H=6.8\text{eV}$



対消滅をし γ 線を放出 \Leftarrow 計測

(https://tabletop.icepp.s.u-tokyo.ac.jp/Tabletop_experiments/Positronium.htmlより)

ポジトロニウムの寿命測定を測定し、
QEDの検証をする！！

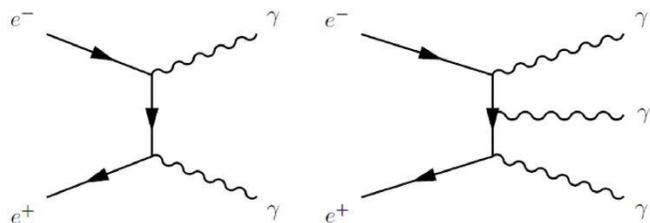
・ ポジトロニウムの種類

ポジトロニウムはそのスピン S により2種類に分けられる

①パラポジトロニウム(p-Ps)・・・ $S=0$ でシングレット 1S の状態。荷電共役変換に対し偶である。偶数個の光子に崩壊する。(p-Ps \rightarrow 2γ など)

②オルソポジトロニウム(o-Ps)・・・ $S=1$ でトリプレット 3S の状態。荷電共役変換に対し奇である。奇数個の光子に崩壊する。(o-Ps \rightarrow 3γ など)

代表的なファインマンダイアグラム



(過去のA2課題演習より)

o-Psを測定

※ 1個の光子への崩壊は運動学的に禁止されており、また、4個以上の光子に遷移する確率はQEDより小さいとされているためどちらも考慮しない。

理論

Introduction - QED

- QED = (spin1/2 fermion と massless boson のU(1)相互作用)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi$$

Coupling constant

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$$



摂動論が有効

Introduction - Positronium

- ポジトロニウムは電子と陽電子の束縛状態



NR のQMと近似

$$|Ps\rangle = \sqrt{2M} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{\psi}(k) \frac{1}{2m} |e^+\rangle |e^-\rangle$$

$$\tilde{\psi}(k) = \frac{8\pi C \kappa}{(\kappa^2 + k^2)^2} \quad \Rightarrow \quad \text{H原子の波動関数}$$

Introduction- o-Ps と p-Ps

- o-Ps の寿命 → 摂動二次以上
- p-Ps の寿命 → 摂動三次以上



o-Ps の反応が effective

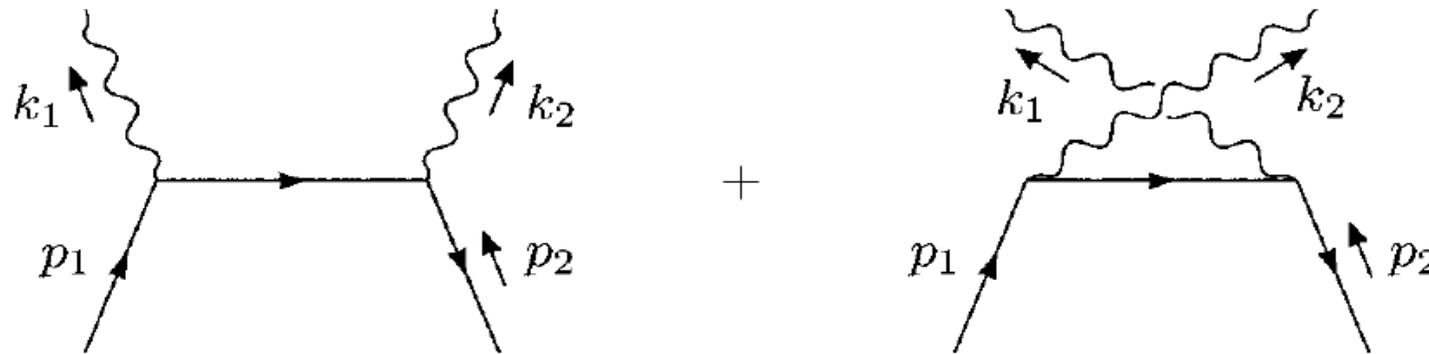
$$\begin{aligned}d\Gamma &= \frac{dN_{out}}{N_{in}} \\ &= \frac{1}{2M} (2\pi)^4 \delta\left(\sum_f P_f - \sum_i P_i\right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_f \frac{\epsilon_f d^3 p_f}{(2\pi)^3 2p_f^0}\end{aligned}$$

Introduction- 散乱断面積と寿命

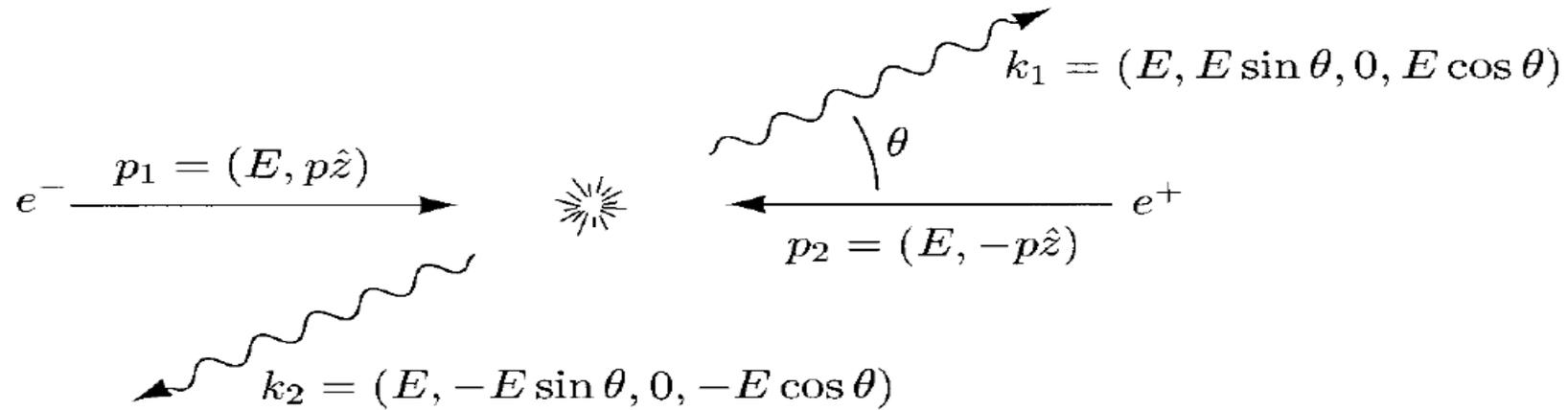
- 以上のセットアップより

$$\Gamma = \lim_{p \rightarrow 0} \sigma(e^+ e^- \rightarrow 2\gamma) v_{rel} 4E_1 E_2 \frac{2}{M^2} |\psi(0)|^2$$

- ファインマンダイアグラム



Introduction – 結果

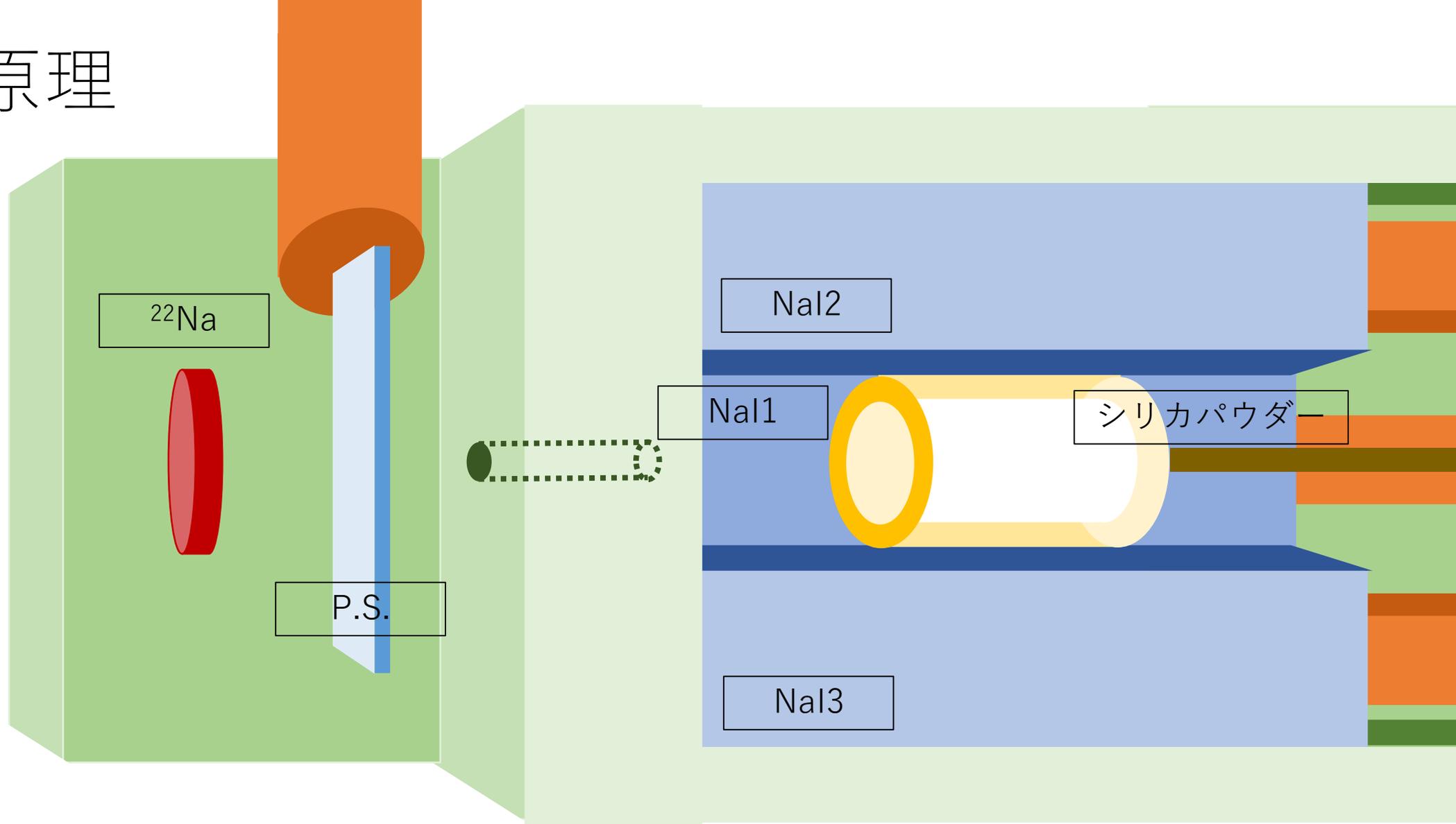


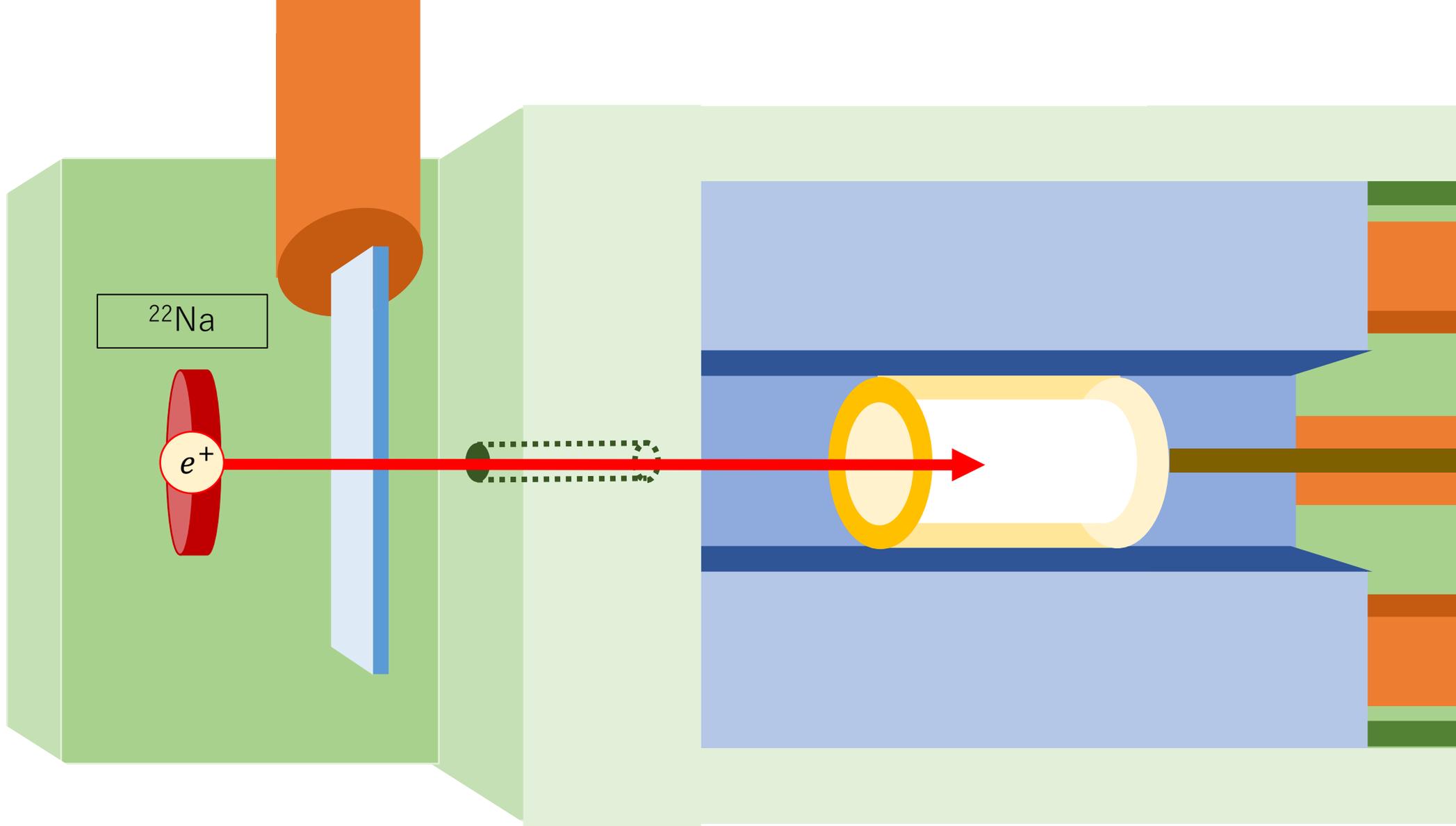
$$\Gamma = \frac{1}{2} \alpha^5 m$$

$$\tau \sim 0.125 ns$$

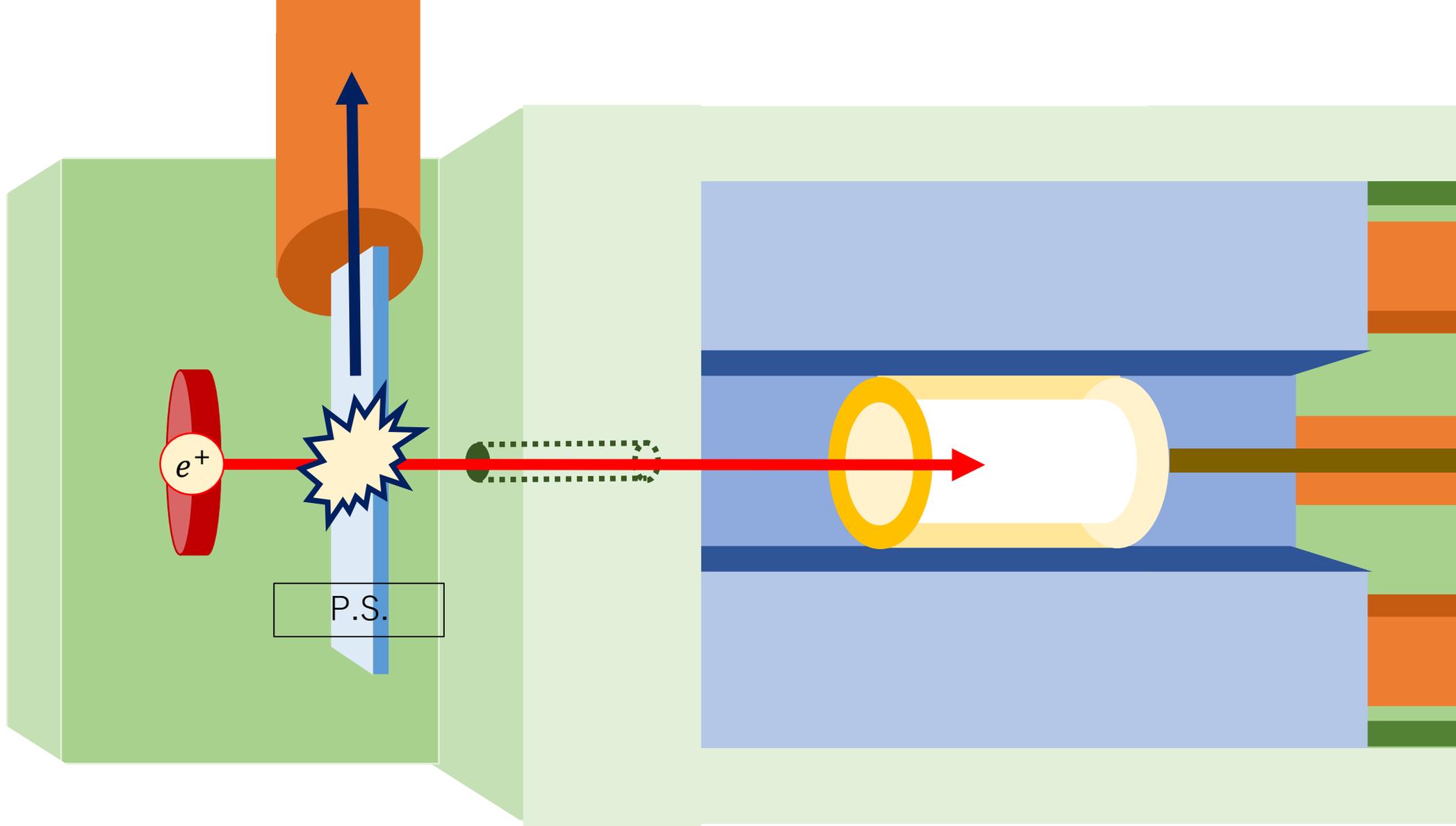
実験

実験原理

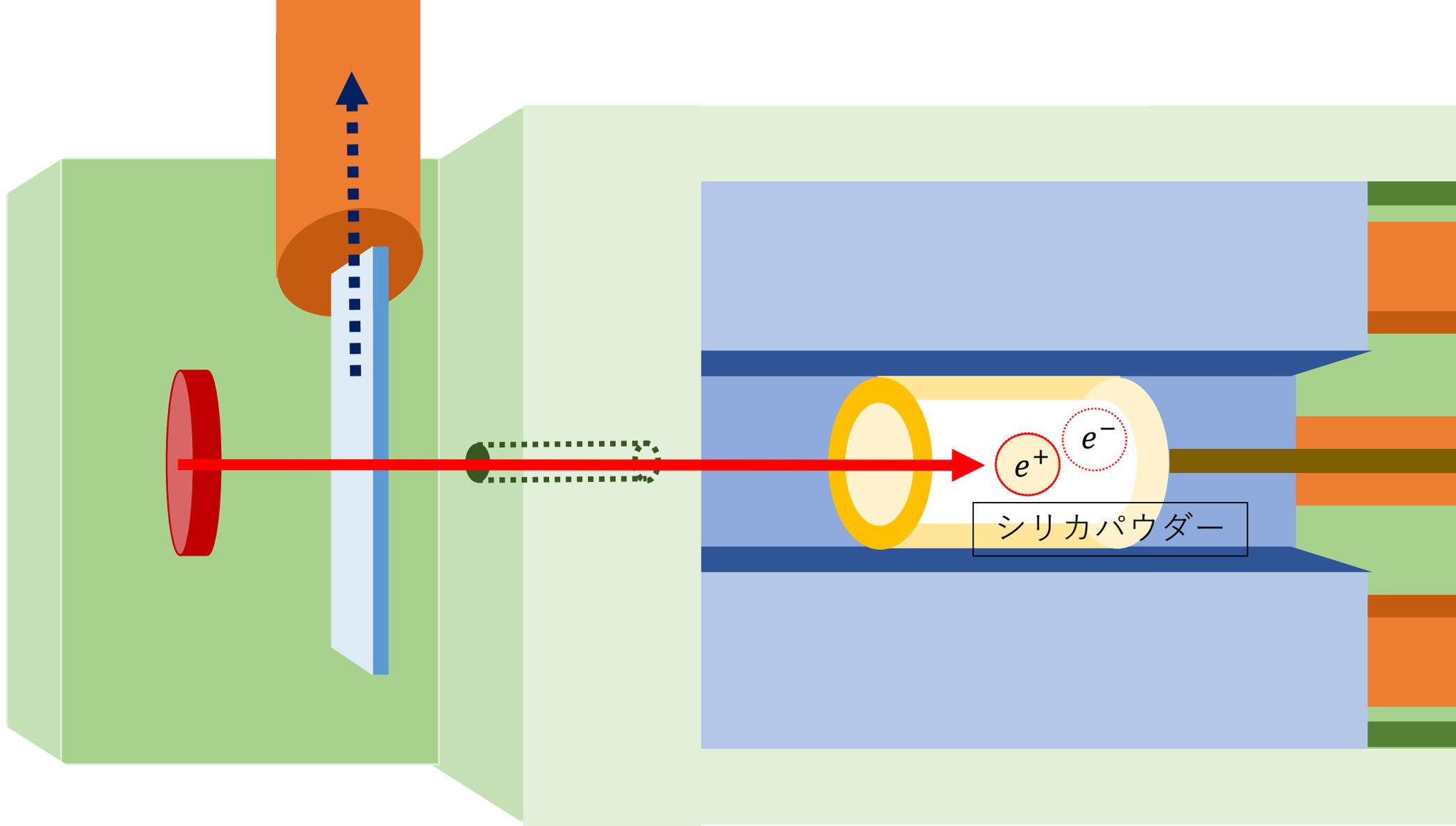




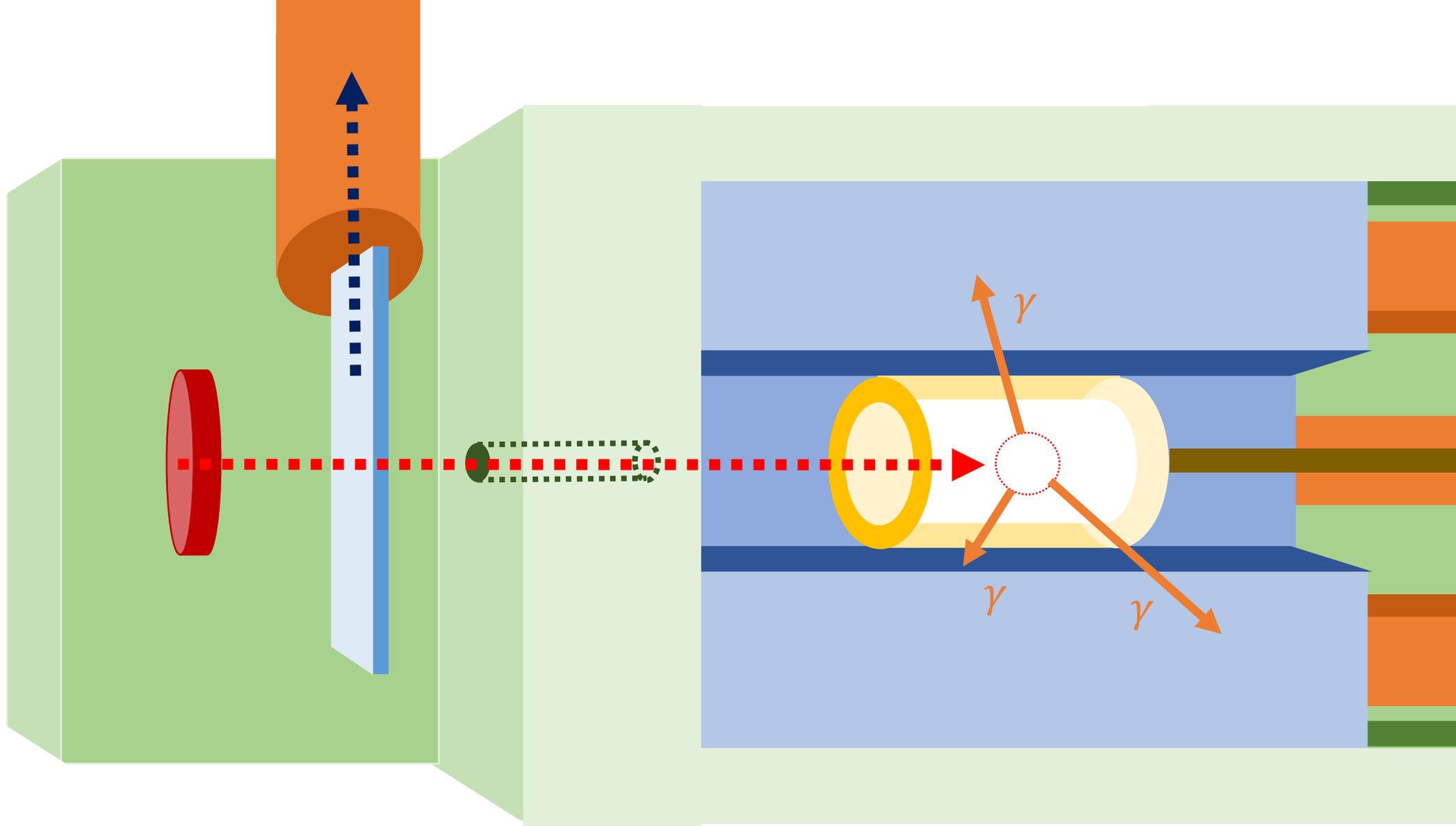
^{22}Na 線源： $^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + e^+ + \nu_e$



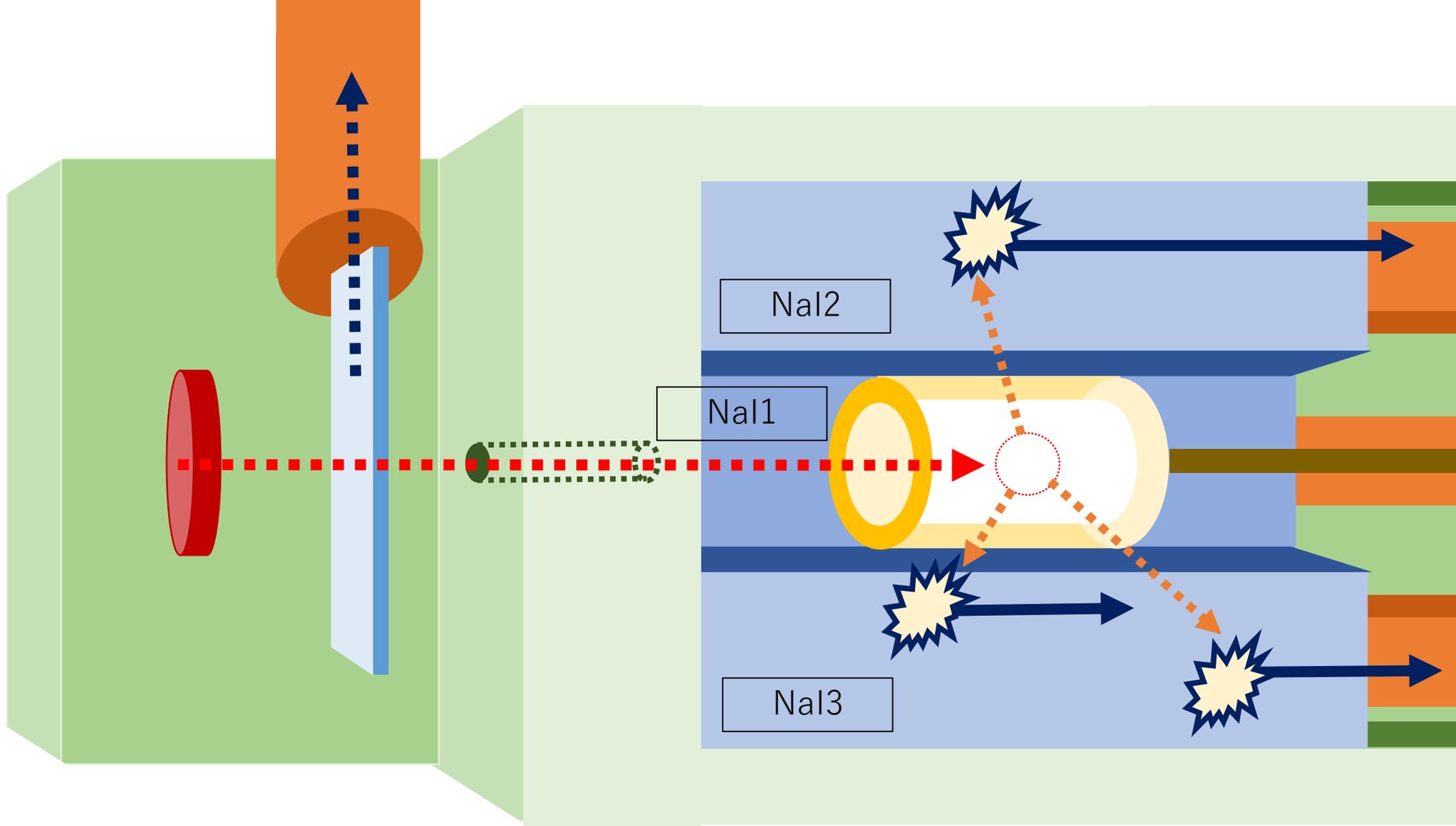
P.S.(プラスチックシンチレーター) : e^+ の通過時に信号を出す



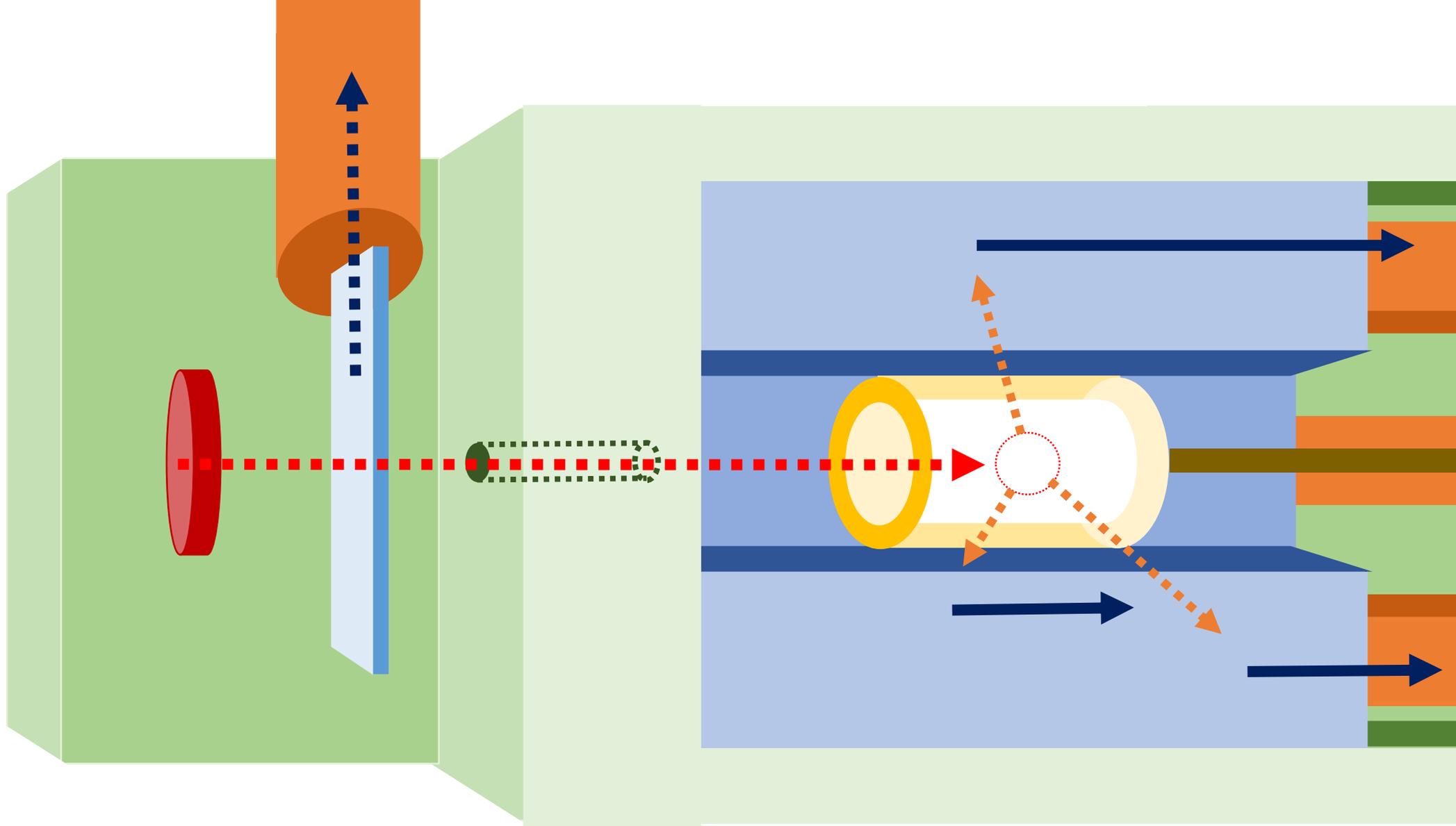
シリカパウダー(主成分 SiO_2) : e^- を多く含む \rightarrow Psの生成



P_s の崩壊 $\rightarrow\gamma$ 線



NaI1, 2, 3 → γ 線を検出し、信号を出す



P.S.の信号
Psの生成

時間差
崩壊時間

NaIの信号
Psの崩壊

セットアップ



鉛：コンプトン散乱等による放射線を検出しないように

セットアップ



遮光用ビニール：P.S.に光が入って e^+ の信号が紛れるのを防ぐ

使用したモジュール

divider

分ける

discriminator

信号がthreshold超える→NIM信号

delay

遅らせる

gate generator

信号が入る→ある一定時間のNIM信号

coincidence

同時にすべての端子に信号→信号

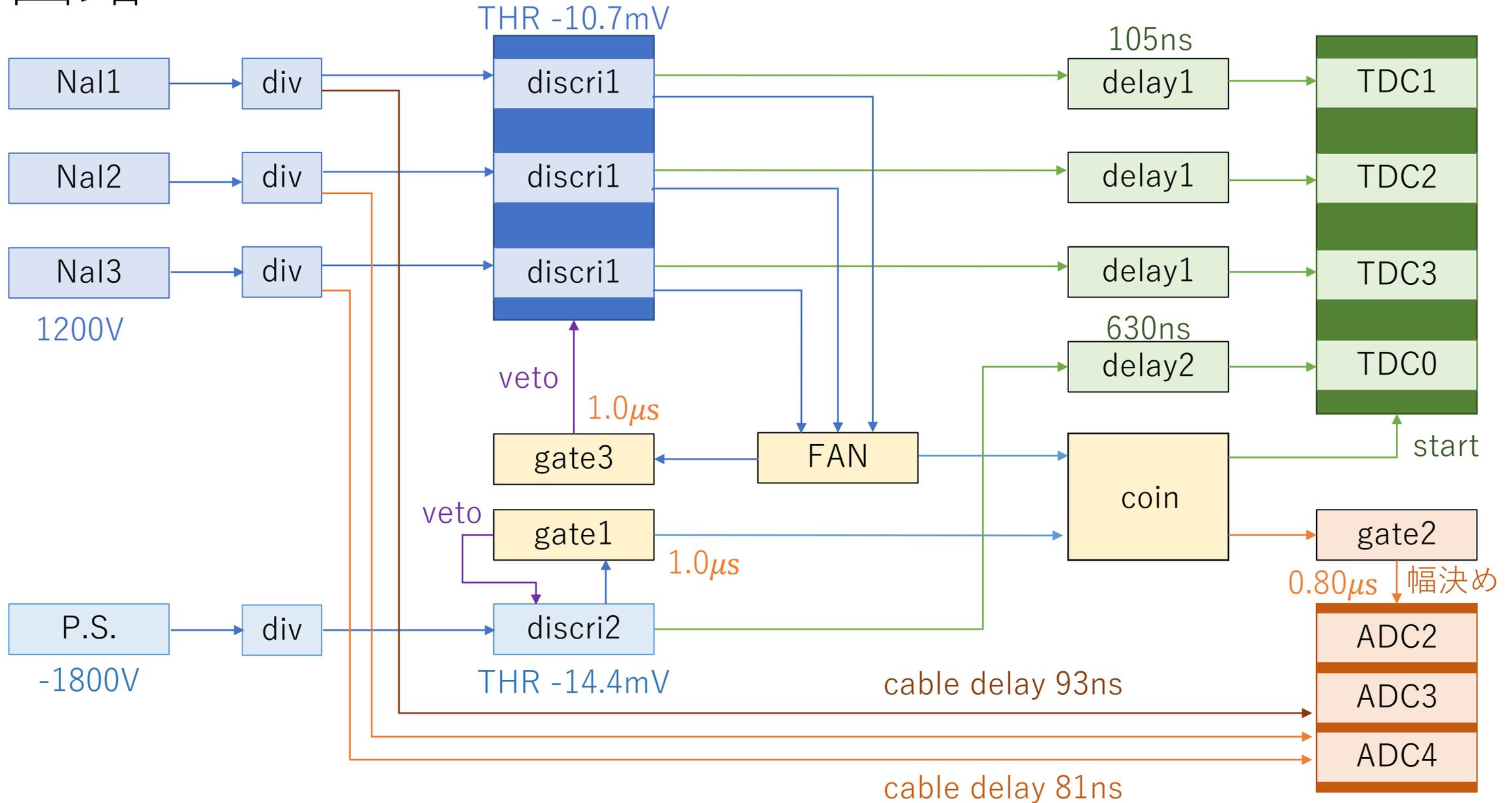
FAN

どれか1つに信号→信号

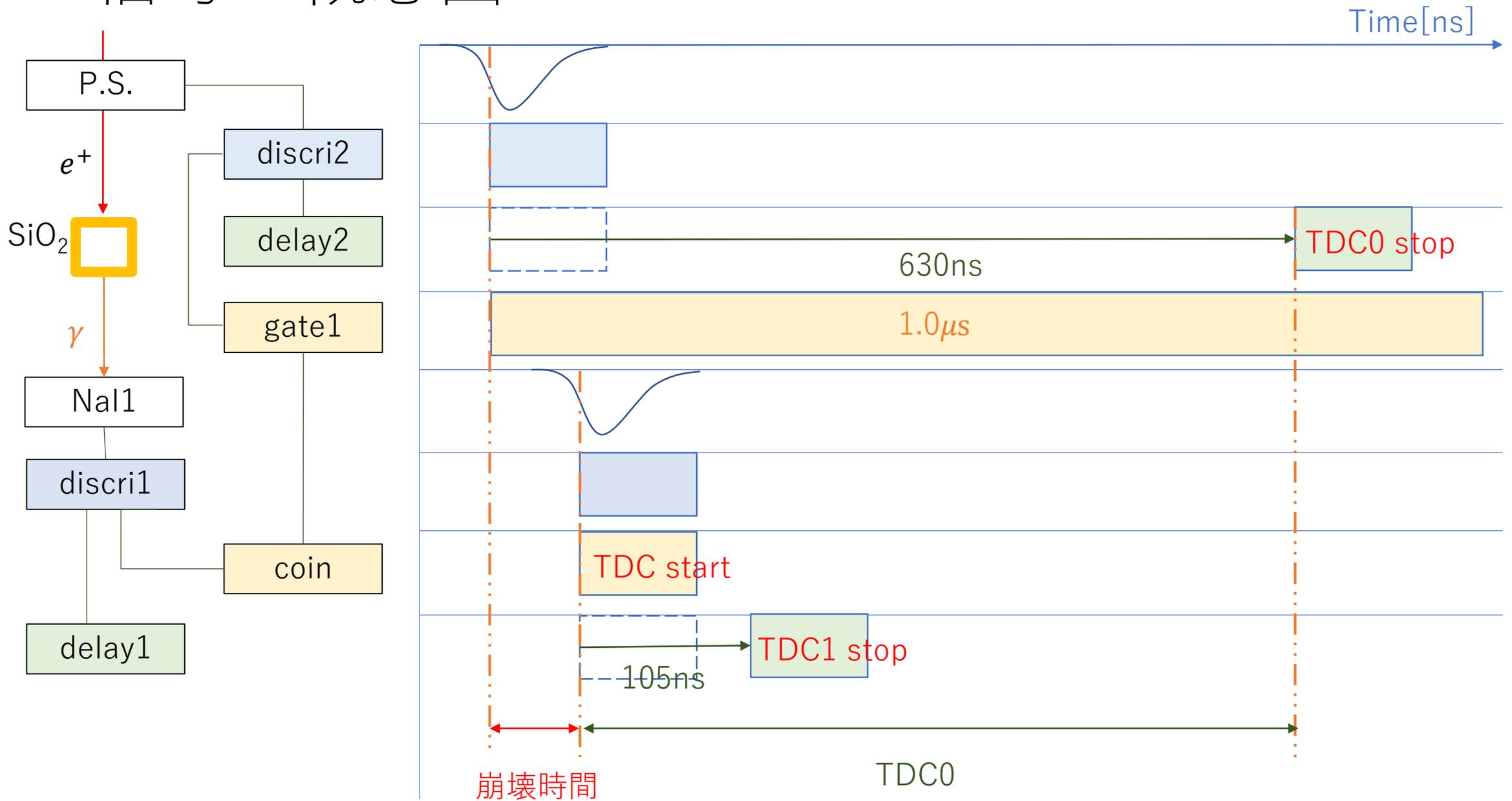
TDC (time to digital converter) startとstopの時間差に比例した値

ADC (analog to digital converter) gate内のアナログ信号の積分に比例

回路



信号の概念図



解析

データについて

次の2種類のデータを取った。

- 2019/7/30～2019/8/19
真空ポンプ使用, 1384620 event

今後, 「前半データ」と呼ぶ

- 2019/8/19～2019/9/26
真空ポンプ不使用, 2453670 event

今後, 「後半データ」と呼ぶ

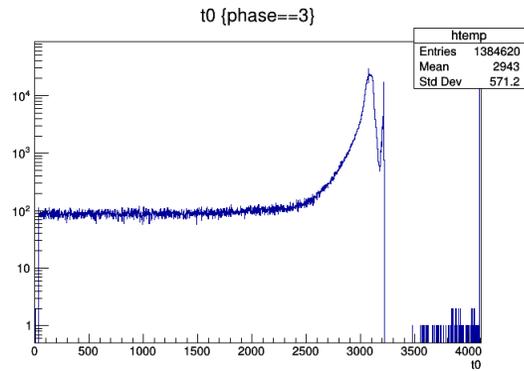
後半データの解析は当初9/5までのデータで行っていたので,
本発表ではその解析結果が残っている場合があります。

較正 - TDC

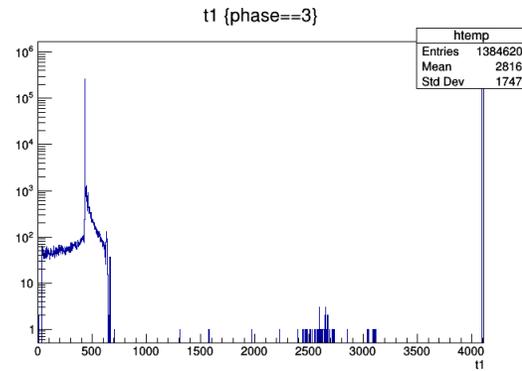
横軸はTDC CH, 縦軸はevent数の対数

前半

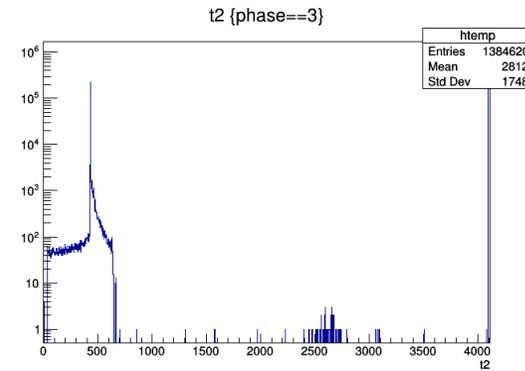
CH 0



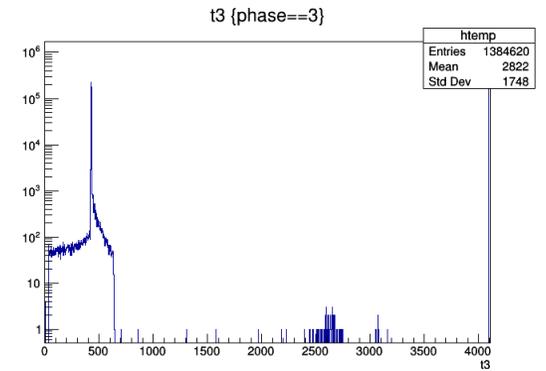
CH 1



CH 2

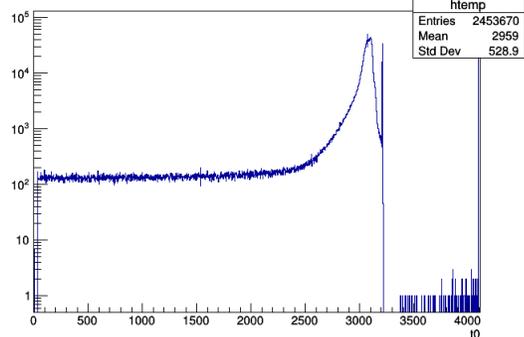


CH 3

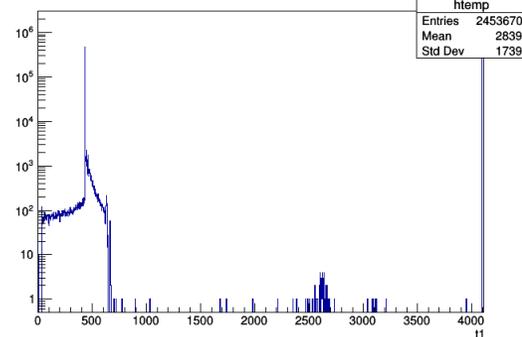


後半

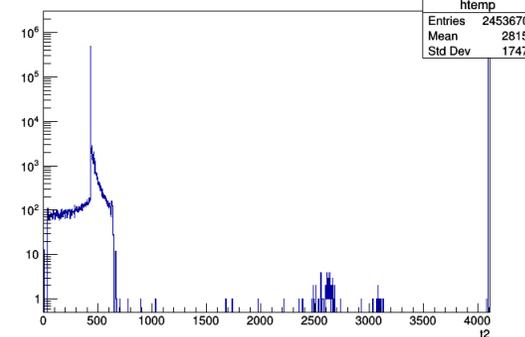
t0 {phase==4}



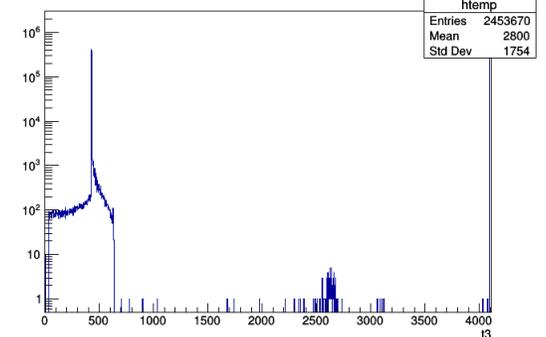
t1 {phase==4}



t2 {phase==4}



t3 {phase==4}



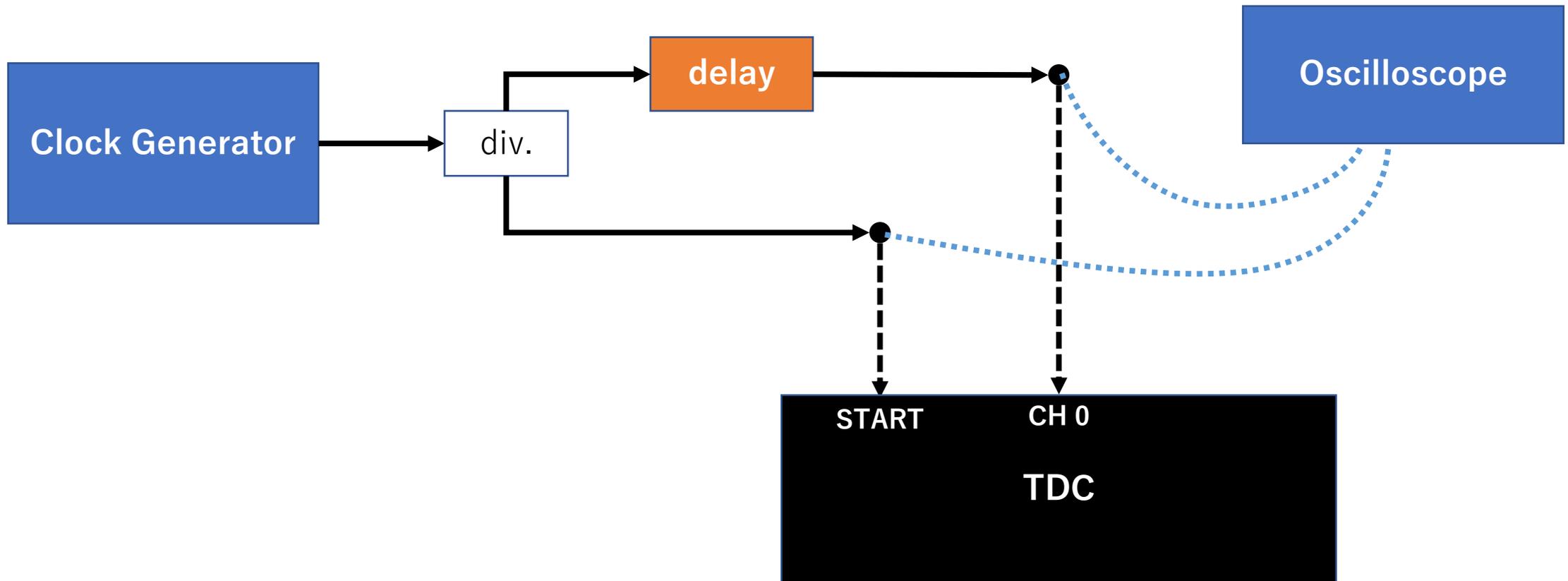
較正 - TDC

※今回較正するのは TDC0 のみ.

- ・ TDC0 は寿命に直接関連する時間を計測する.
- ・ 他の 3 つは一定値であることを確認できればよい.

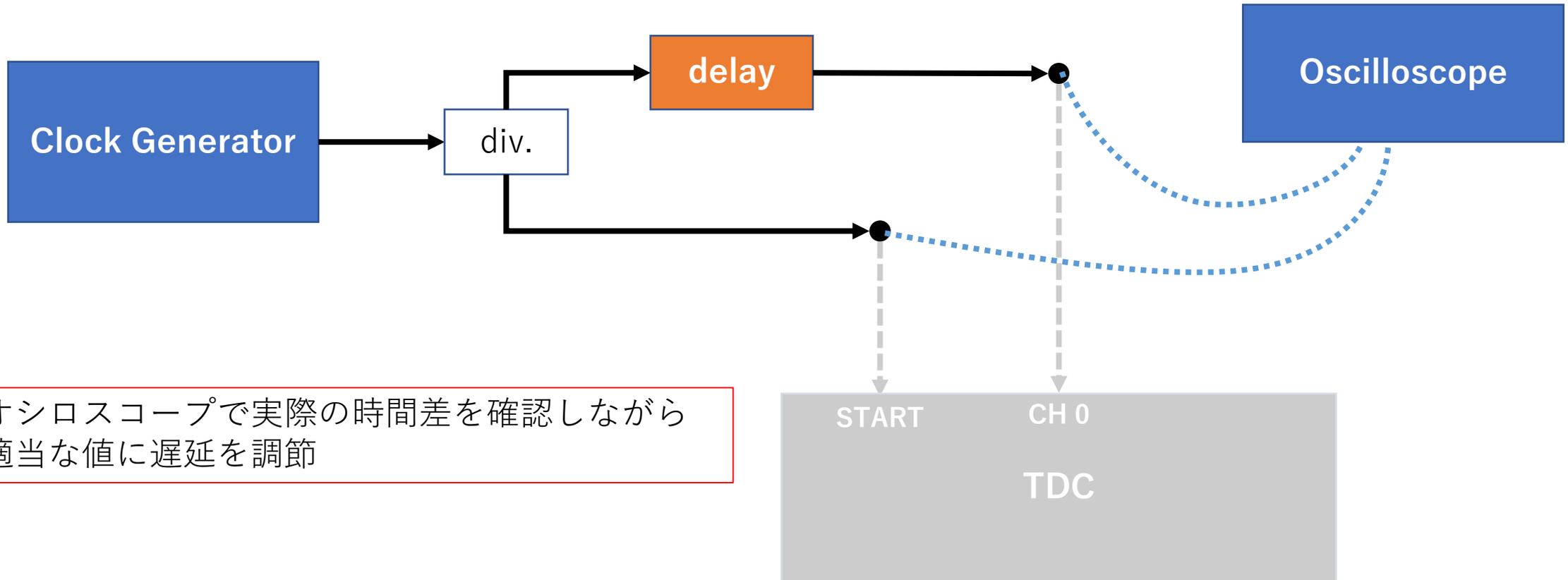
較正 - TDC

TDC較正用の回路図



較正 - TDC

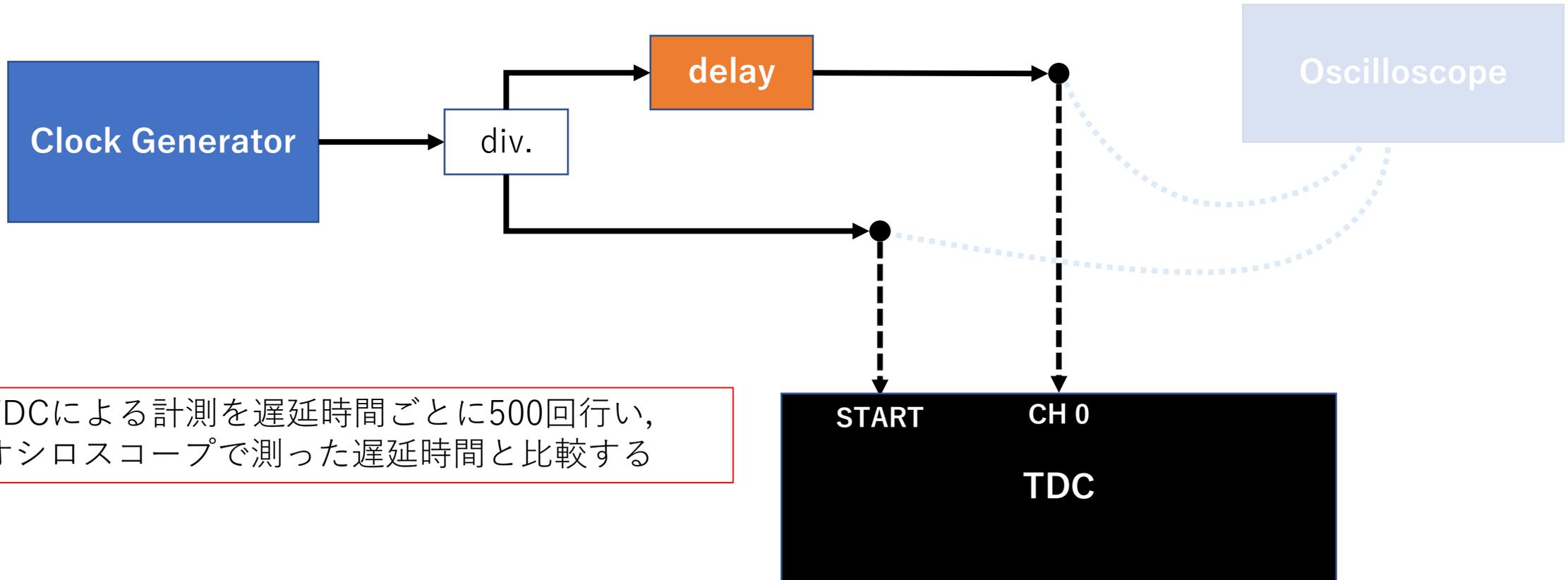
TDC較正用の回路図



オシロスコープで実際の時間差を確認しながら
適当な値に遅延を調節

較正 - TDC

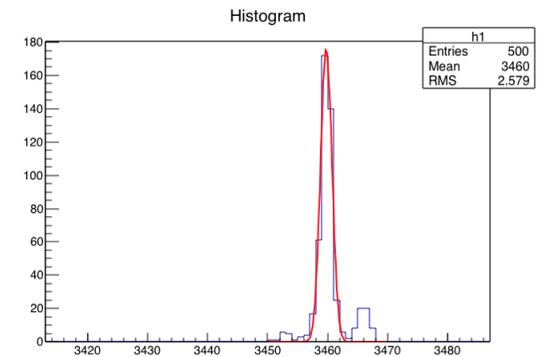
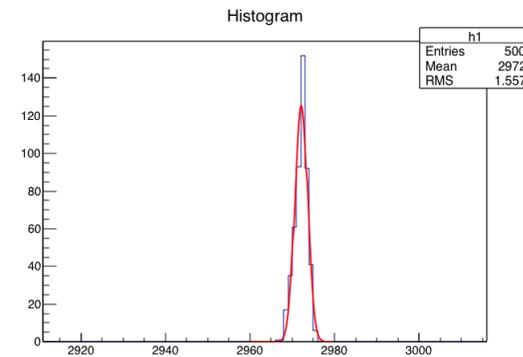
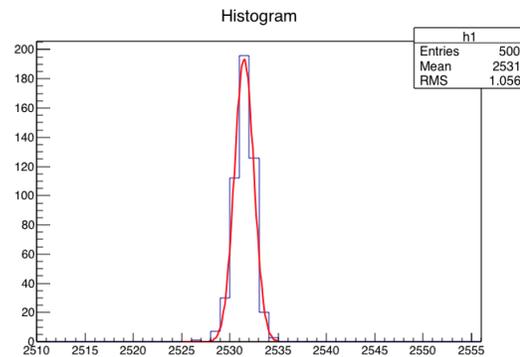
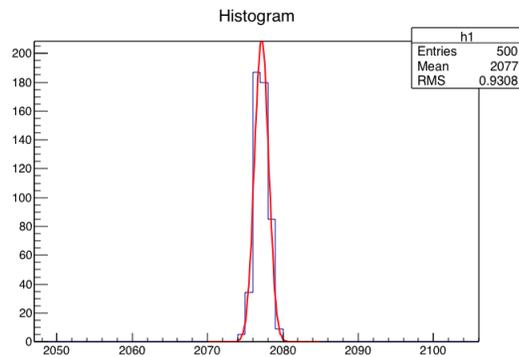
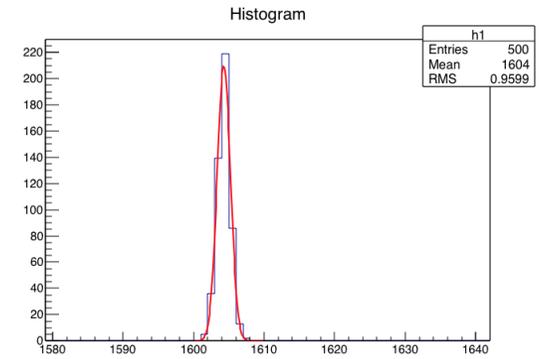
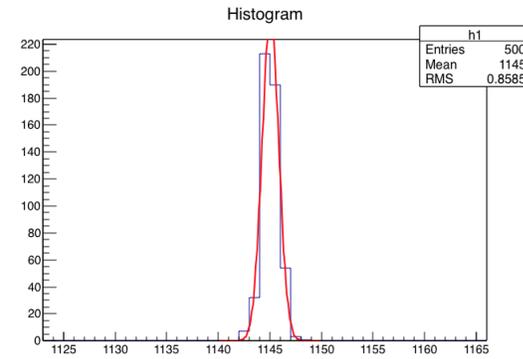
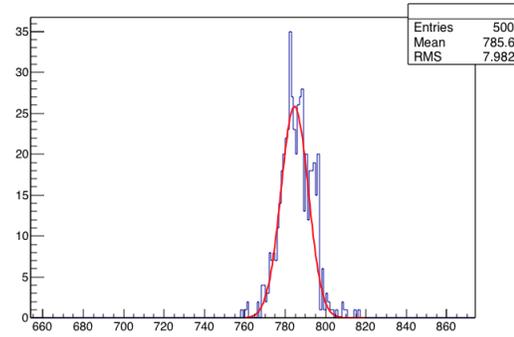
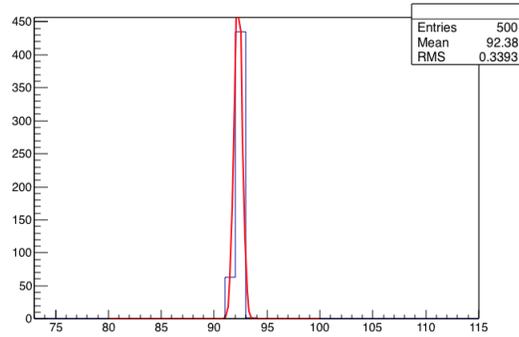
TDC較正用の回路図



TDCによる計測を遅延時間ごとに500回行い、オシロスコープで測った遅延時間と比較する

較正 - TDC

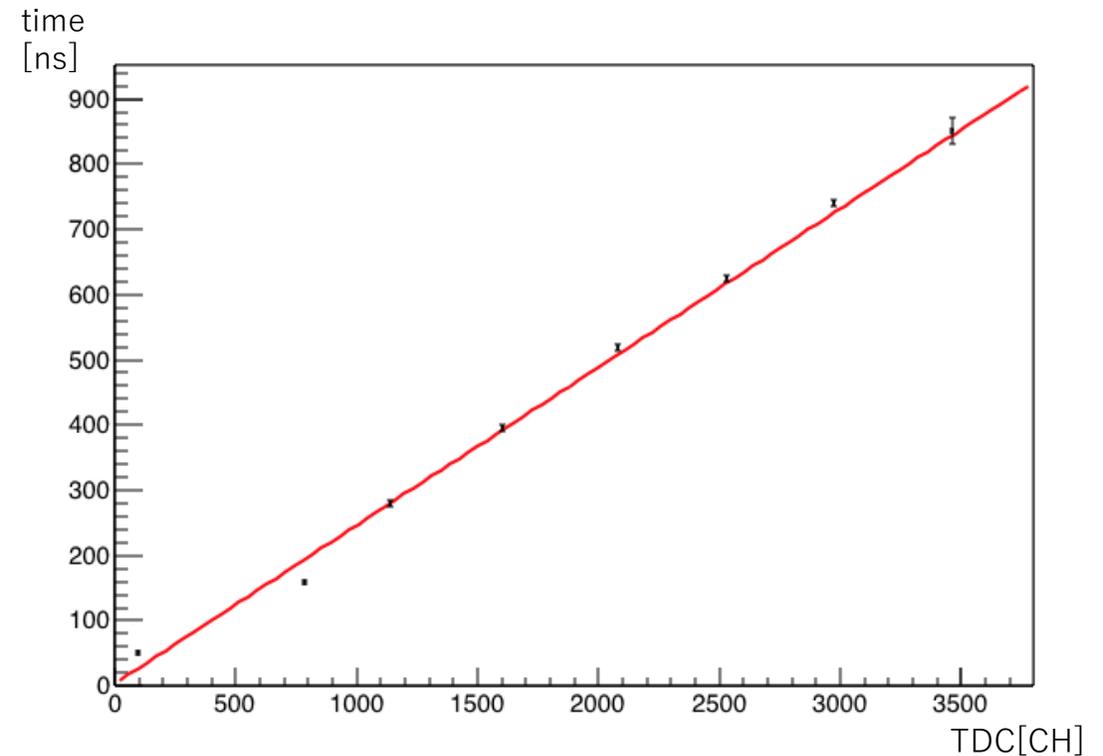
遅延ごとのTDCピークのFitting. 横軸はTDC CH, 縦軸はevent数



較正 - TDC

遅延[ns]	TDCの値[CH]
735	$3.46 \times 10^3 \pm 4.78 \times 10^{-2}$
630	$2.97 \times 10^3 \pm 7.79 \times 10^{-2}$
525	$2.53 \times 10^3 \pm 4.70 \times 10^{-2}$
420	$2.08 \times 10^3 \pm 4.25 \times 10^{-2}$
315	$1.60 \times 10^3 \pm 4.27 \times 10^{-2}$
210	$1.14 \times 10^3 \pm 3.74 \times 10^{-2}$
105	$7.84 \times 10^2 \pm 3.34 \times 10^{-1}$
0	$9.22 \times 10^1 \pm 2.87 \times 10^{-2}$

$$delay [ns] = p_0 + CH \times p_1$$



較正 - TDC

Fitting結果

$$p_0 = 3.53 \pm 2.10 \times 10^0$$
$$p_1 = 0.243 \pm 1.47 \times 10^{-3}$$

時間の反転を考慮し，扱いやすいように
 $CH = 4095$ で $time = 0$ となるように定めると

$$time [ns] = 995 - 0.243 \times CH_0$$

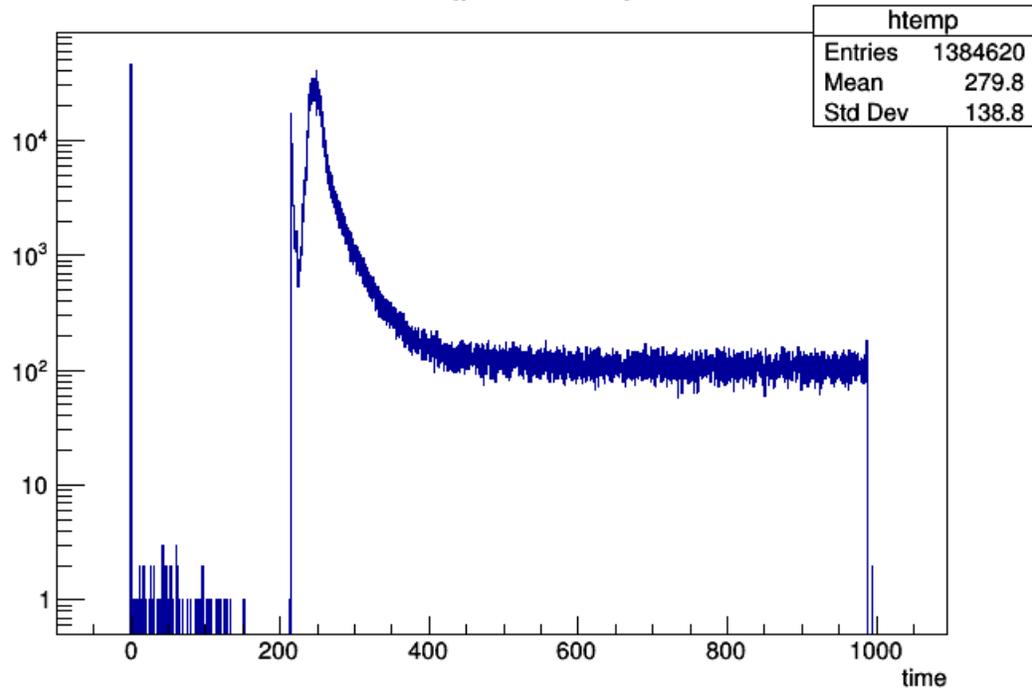
後から時刻の原点を別の方法で定めるので，ここでは係数だけが重要

較正 - TDC

横軸はTDC CH0の較正済み時間, 縦軸はevent数の対数

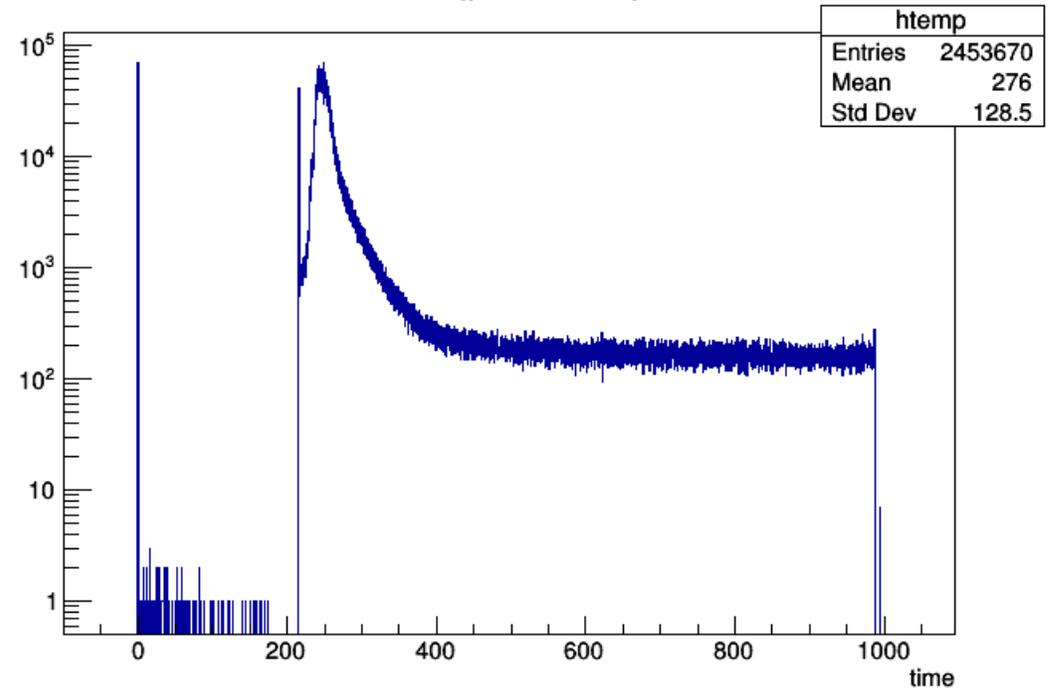
前半

time {phase==3}

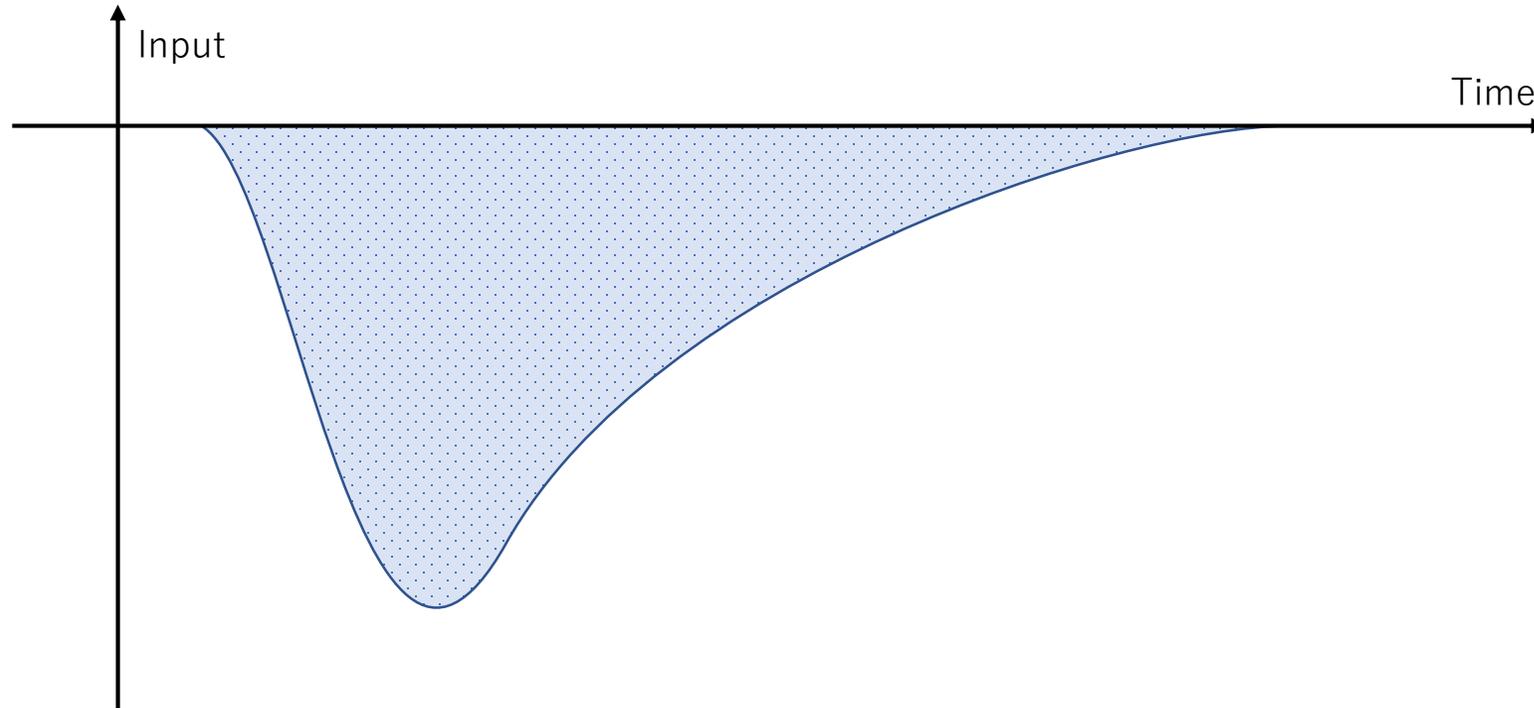


後半

time {phase==4}



較正 - ADC

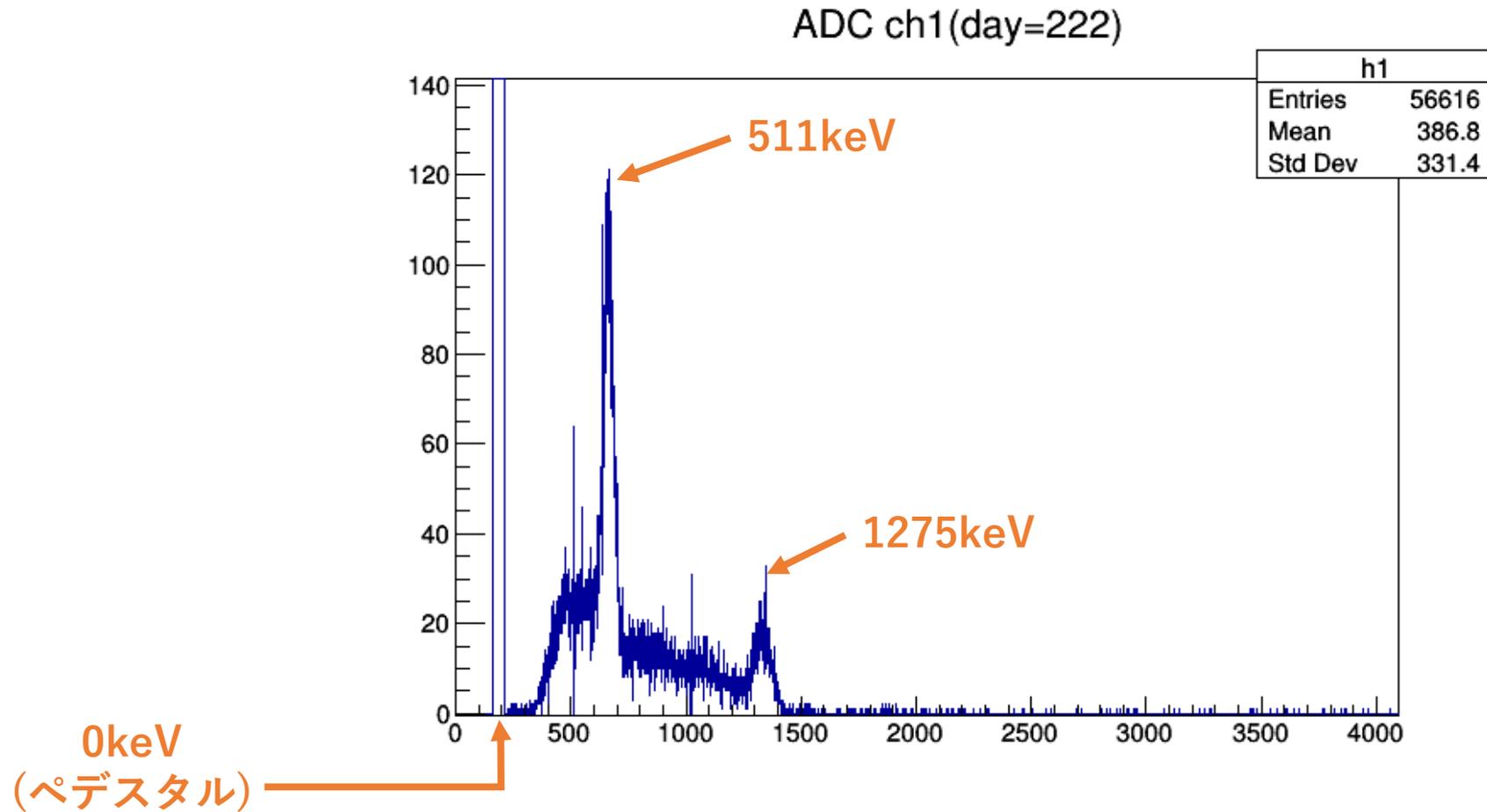


ADCの出力(CHの値)は入力電圧の時間積分に対応する0~4095の値となる.

粒子のエネルギーとの対応はシンチレータ・PMTの種類や電圧によって変わるので分からない.

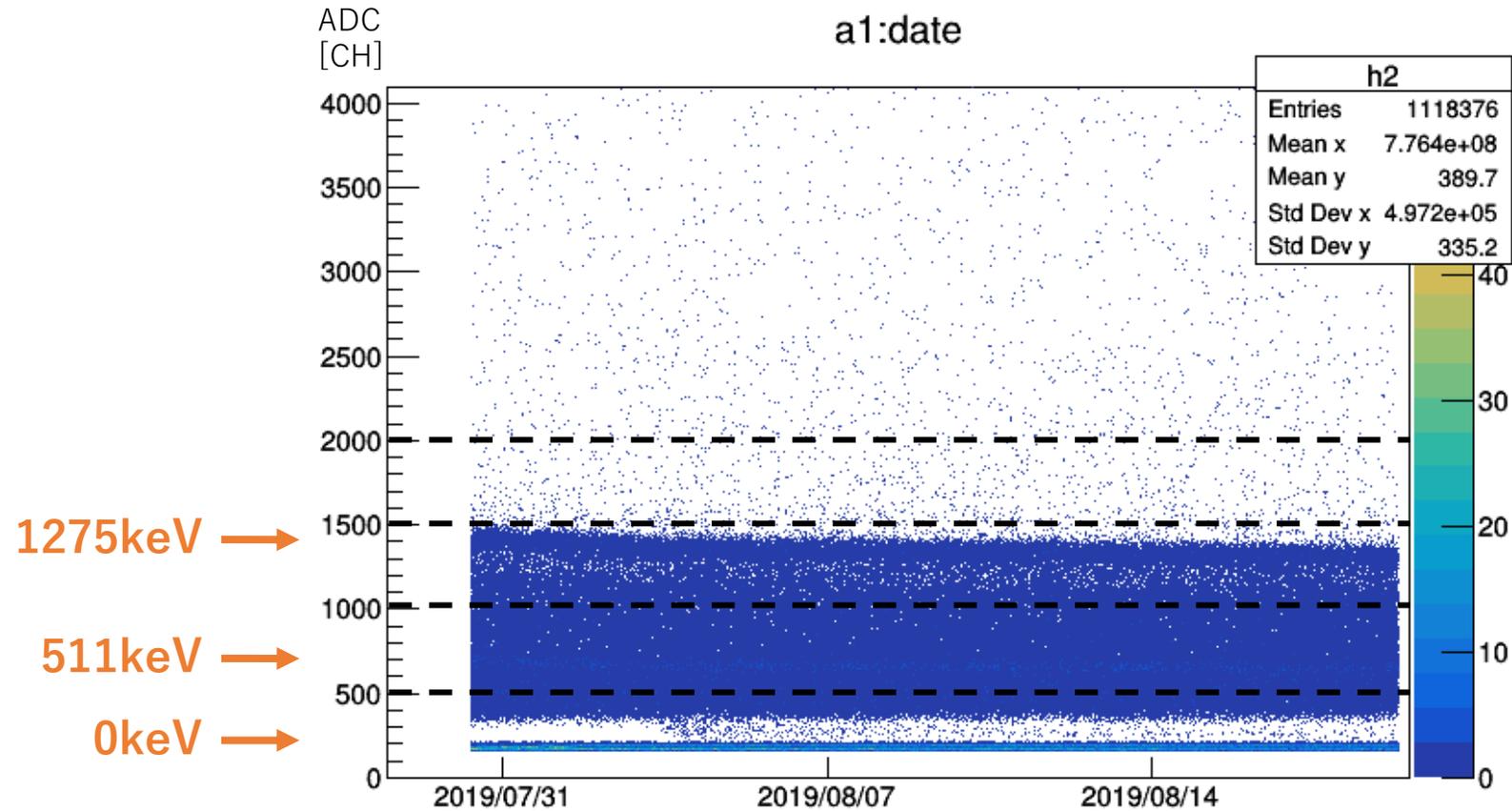
較正 - ADC

ADC CH1, 8/10のデータ



較正 - ADC

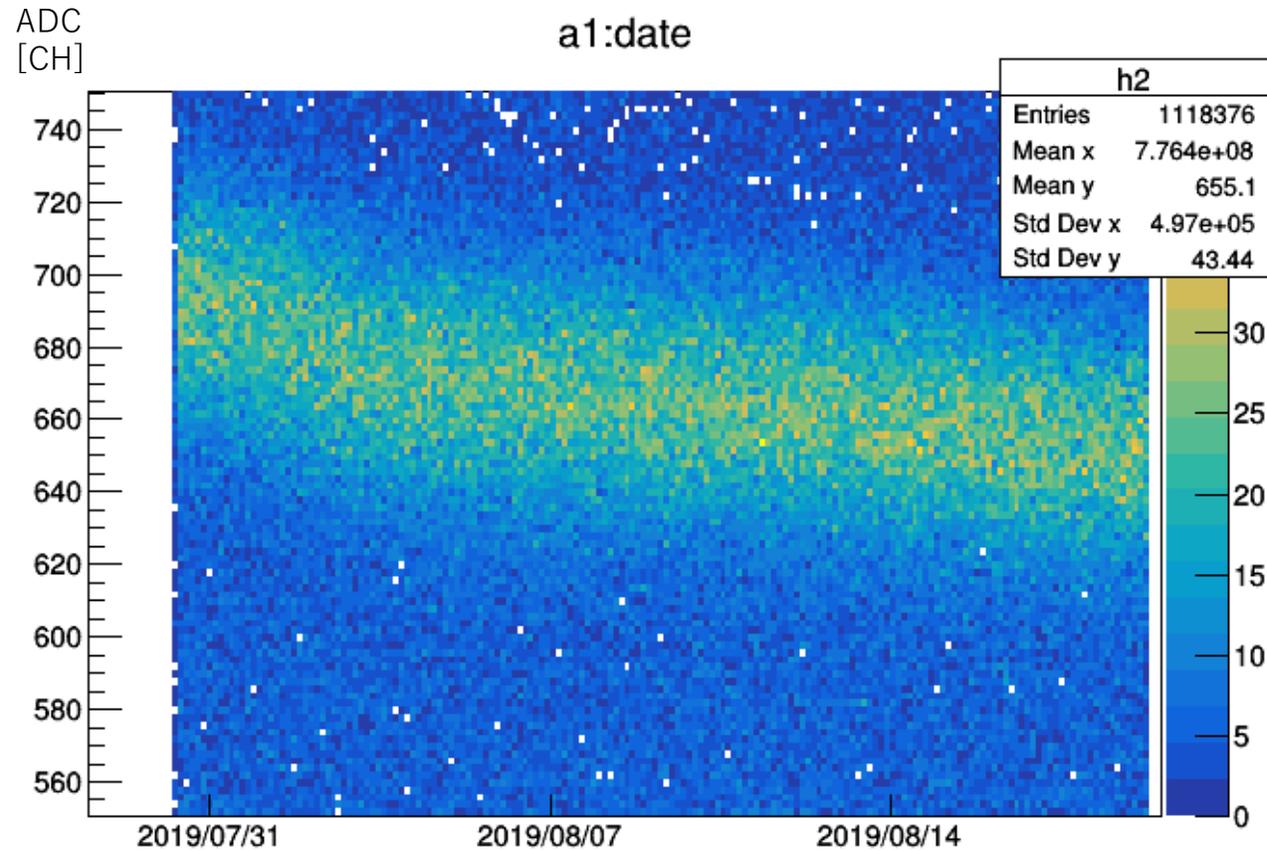
ADC CH1, 前半のデータ



較正 - ADC

ADC CH1, 前半のデータ

511keV付近を拡大



較正 - ADC

一定であるはずのピークが変動している！

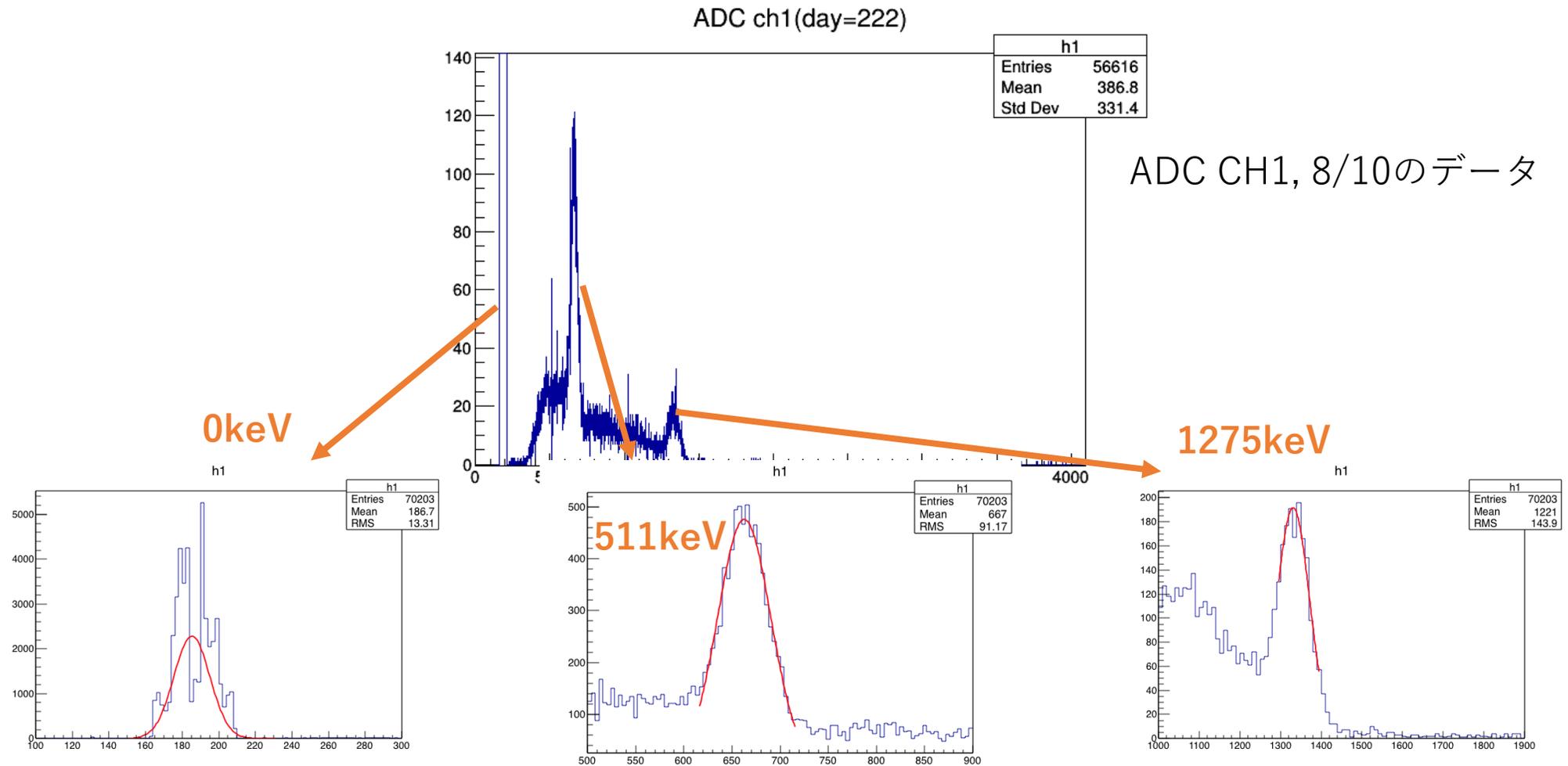
- 実験装置の温度変化？
- ADCの時間変化？

理由は不明だが、変化は緩やかであるとみなしてデータを1日ごとに較正

較正 - ADC

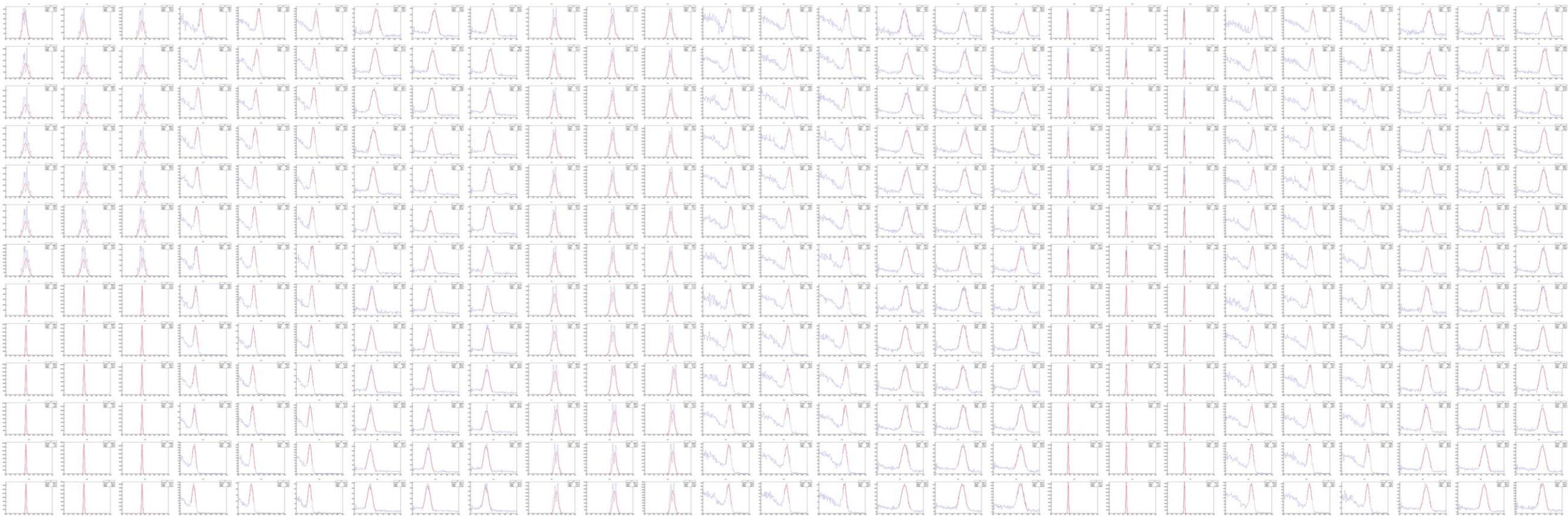
一日ごとにデータを分割してフィッティング

例



較正 - ADC

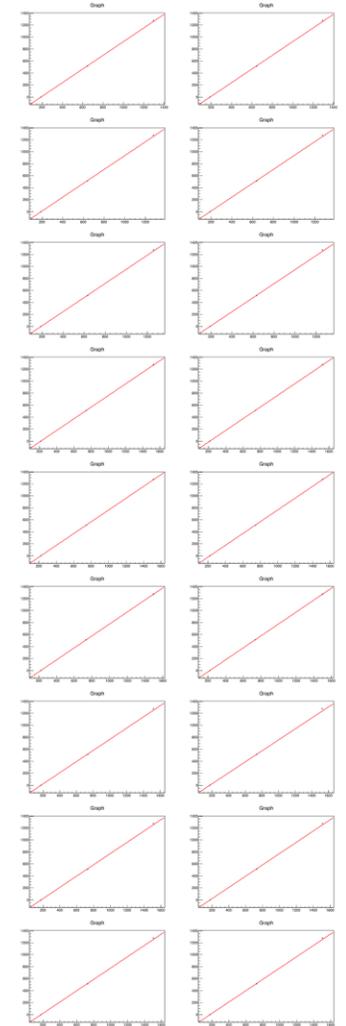
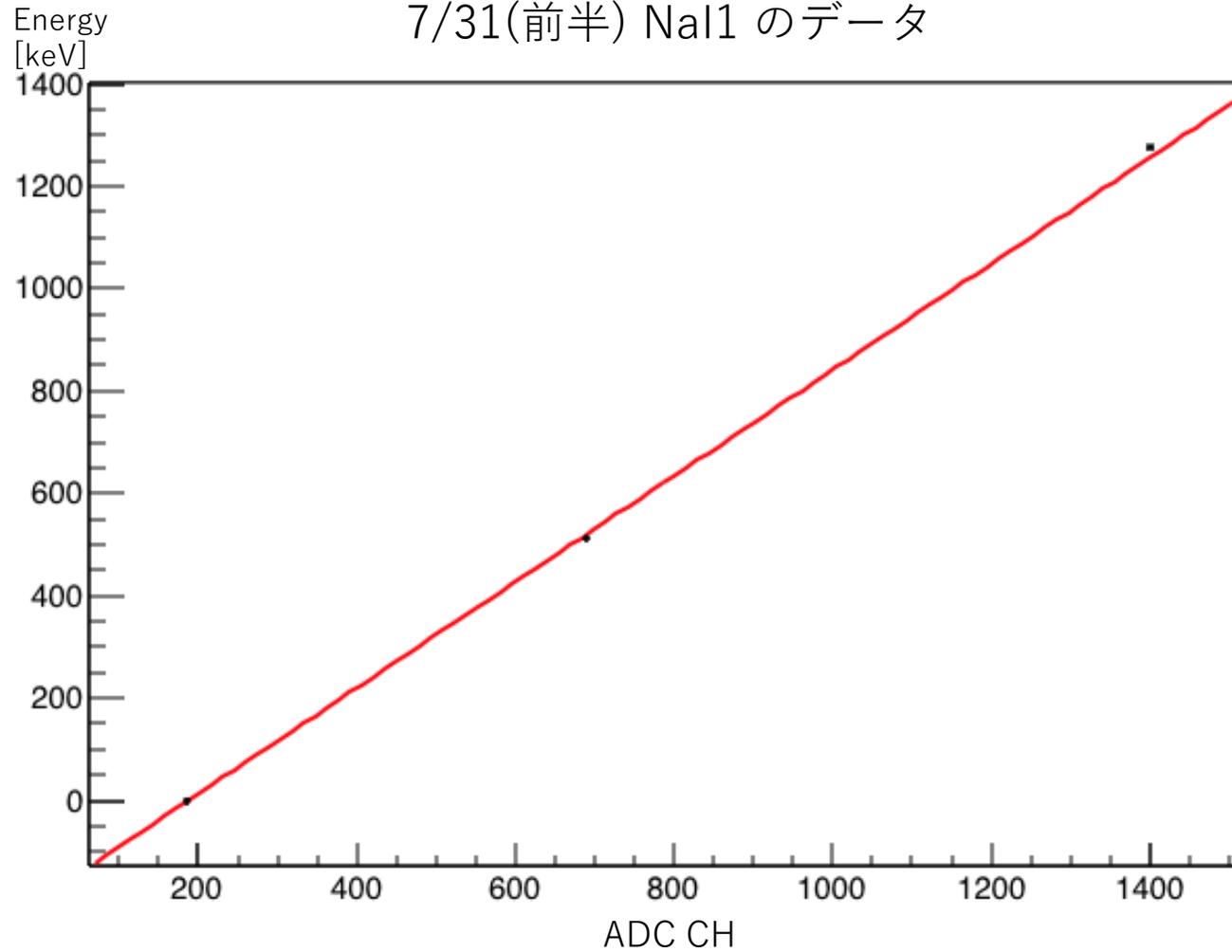
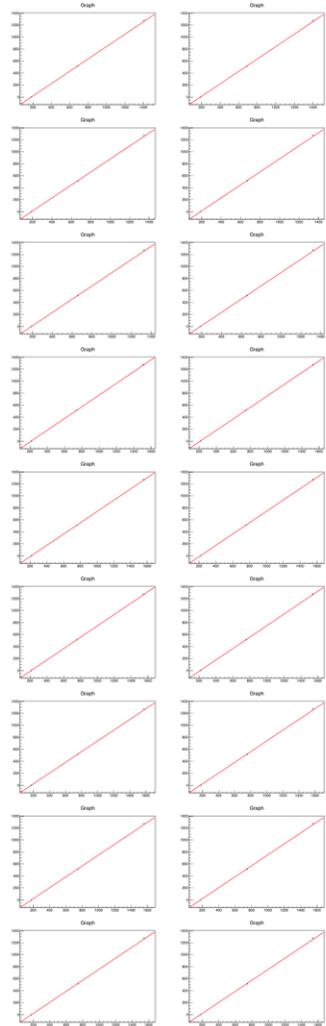
一日ごとにデータを分割してフィッティング



較正 - ADC

一日ごとにデータを分割してフィッティング

7/31(前半) NaI1 のデータ



較正 - ADC

date	adc1		adc2		adc3	
	p0	p1	p0	p1	p0	p1
210	-188.0	1.029	-208.8	0.977	-155.0	0.894
211	-193.9	1.035	-204.8	0.962	-158.1	0.897
212	-197.6	1.049	-201.0	0.949	-158.5	0.899
213	-198.5	1.055	-199.7	0.942	-158.9	0.901
214	-198.6	1.065	-200.4	0.943	-161.0	0.907
215	-204.7	1.080	-199.9	0.942	-161.2	0.910
216	-200.7	1.075	-199.7	0.941	-160.5	0.909
217	-205.7	1.085	-199.2	0.938	-161.4	0.910
218	-203.2	1.084	-201.0	0.943	-161.9	0.914
219	-204.6	1.088	-201.5	0.946	-161.9	0.912
220	-205.9	1.092	-201.9	0.947	-158.3	0.903
221	-207.3	1.098	-201.8	0.946	-162.3	0.915
222	-204.3	1.090	-201.6	0.948	-163.3	0.919
223	-207.8	1.101	-201.6	0.946	-163.3	0.918
224	-208.6	1.103	-202.1	0.948	-162.8	0.921
225	-208.3	1.106	-203.5	0.953	-163.8	0.922
226	-208.7	1.109	-203.8	0.953	-163.9	0.924
227	-209.3	1.113	-204.2	0.956	-164.2	0.925
228	-213.5	1.121	-204.5	0.957	-164.8	0.929
229	-211.0	1.122	-206.1	0.962	-164.9	0.929
230	-212.4	1.120	-204.6	0.960	-163.6	0.925

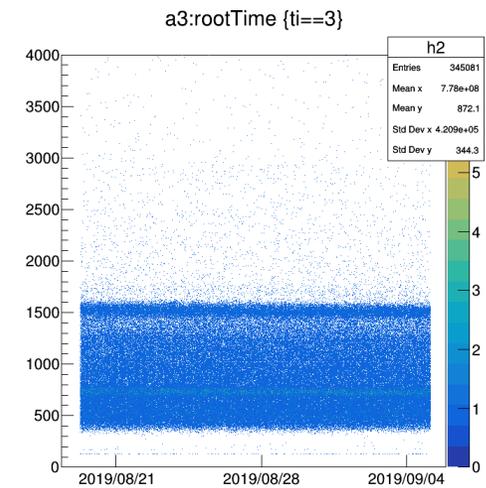
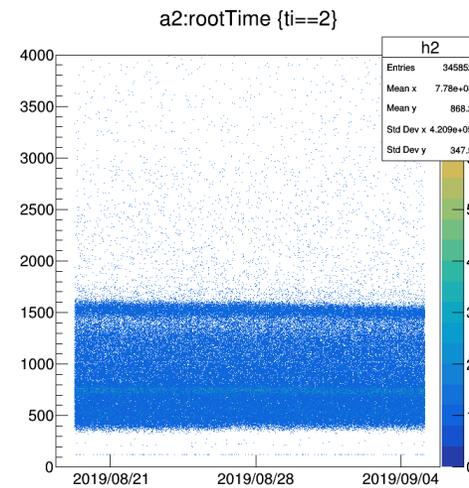
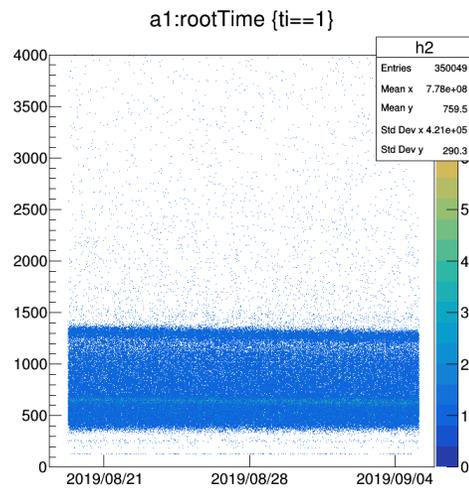
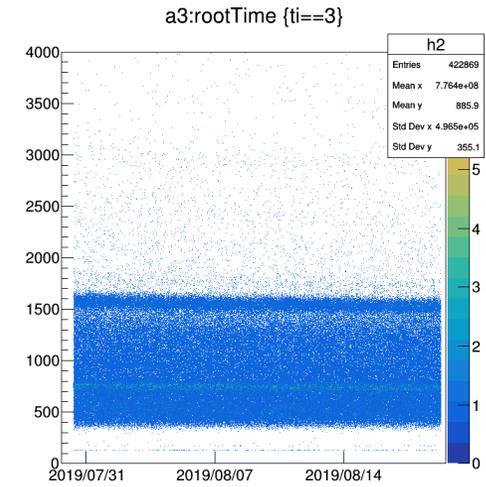
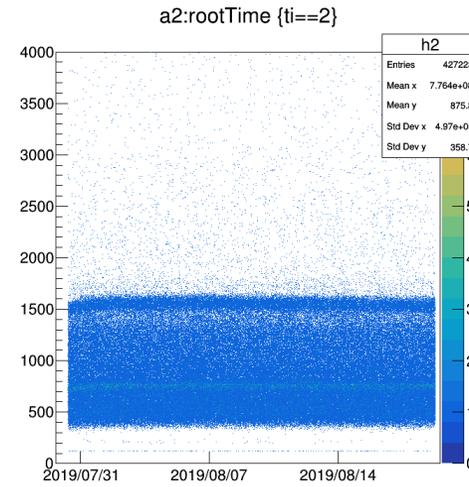
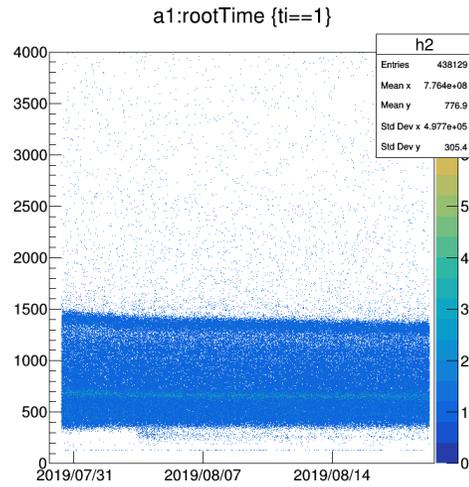
一日ごとにデータを分割してフィッティング

date	adc1		adc2		adc3	
	p0	p1	p0	p1	p0	p1
230	-210.2	1.117	-204.1	0.957	-162.5	0.928
231	-214.0	1.126	-205.8	0.962	-163.3	0.926
232	-213.6	1.126	-206.1	0.964	-165.1	0.932
233	-215.1	1.134	-206.6	0.966	-165.3	0.933
234	-216.6	1.139	-207.4	0.967	-164.4	0.931
235	-217.0	1.140	-208.4	0.968	-159.4	0.915
236	-217.1	1.142	-209.5	0.972	-165.4	0.936
237	-218.0	1.145	-212.1	0.975	-166.5	0.938
238	-217.8	1.149	-222.0	0.975	-166.1	0.940
239	-219.0	1.153	-216.6	0.976	-166.7	0.942
240	-218.7	1.154	-217.9	0.982	-166.8	0.941
241	-219.6	1.158	-218.0	0.983	-167.0	0.940
242	-219.2	1.157	-218.8	0.988	-167.9	0.944
243	-219.8	1.161	-219.4	0.989	-167.0	0.942
244	-222.1	1.169	-219.8	0.992	-166.5	0.940
245	-222.2	1.170	-220.3	0.994	-167.6	0.944
246	-223.4	1.176	-220.9	0.998	-167.6	0.945
247	-220.6	1.168	-220.6	0.997	-166.8	0.944

$$E[keV] = p_0 + p_1 \times CH$$

較正 - ADC

較正後のエネルギーの時間変化



データの選択

較正を行ったデータから、以下のような条件を満たすイベントだけを取り出し解析を行った。

- NaIの内1つだけが反応し、それがTDC0を作動させた信号である

3つのTDCのうちある1つのTDCがほぼ決まった値(TDC毎に異なる)を返し、他の2つが4095である

- TDC入力がないPMTに対し、ADCが0に近いエネルギーである

TDCが4095である2つのPMTに対し、ADC出力が-30~30

データの選択

較正を行ったデータから、以下のような条件を満たすイベントだけを取り出し解析を行った。

- 宇宙線などの非常にエネルギーが高いものの除外

ADCの値が4095ではない

- 崩壊が遅すぎるなど、時間が計測できていないものを除外

TDC0 の値が4095ではない

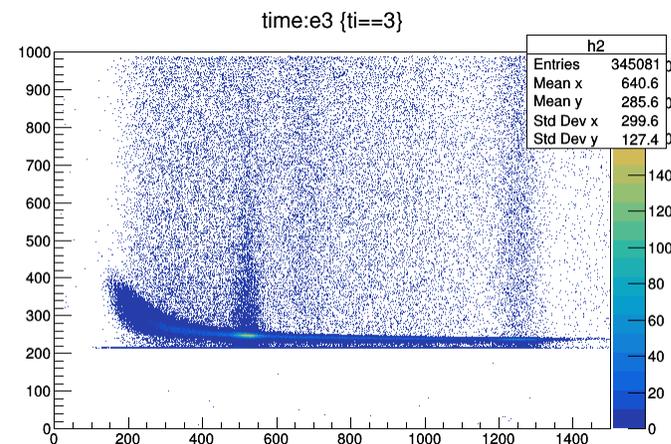
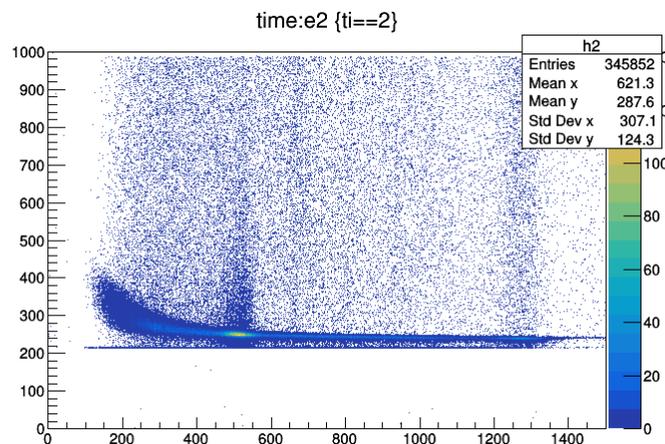
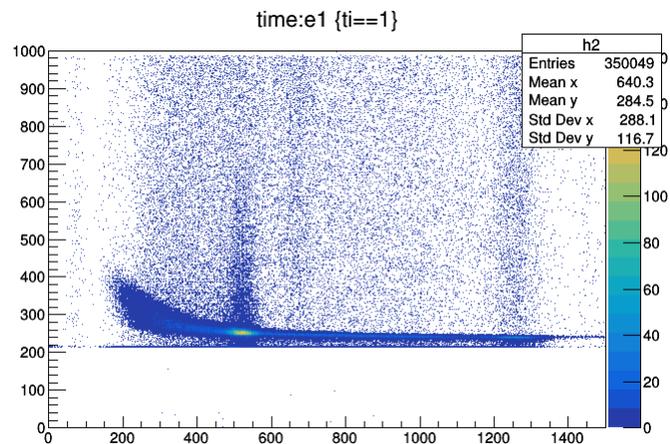
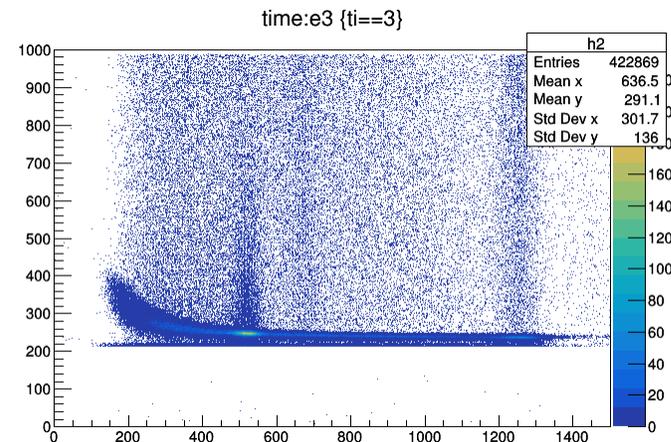
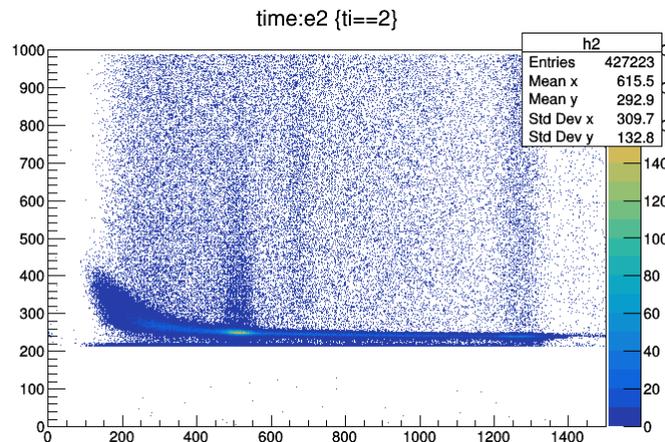
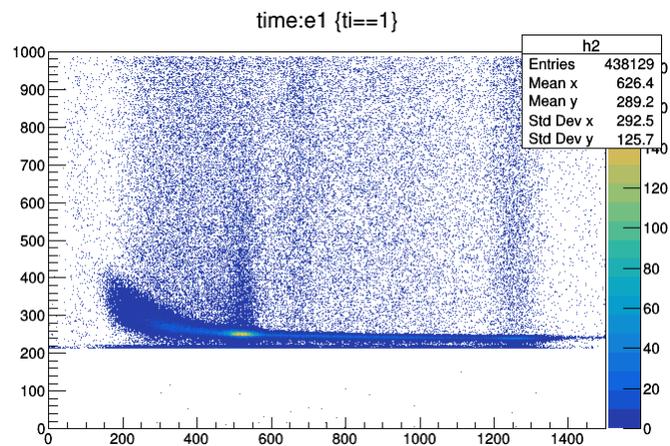
データの選択

較正を行ったデータから，以下のような条件を満たすイベントだけを取り出し解析を行った。
具体的な条件は次の通り。

条件	前半 NaI1	前半 NaI2	前半 NaI3	後半 NaI1	後半 NaI2	後半 NaI3
TDC1	420~440	4095	4095	425~440	4095	4095
TDC2	4095	420~440	4095	4095	425~440	4095
TDC3	4095	4095	415~435	4095	4095	420~430
Energy1	ADC1 < 4095	-30~30	-30~30	ADC1 < 4095	-30~30	-30~30
Energy2	-30~30	ADC2 < 4095	-30~30	-30~30	ADC2 < 4095	-30~30
Energy3	-30~30	-30~30	ADC3 < 4095	-30~30	-30~30	ADC3 < 4095

データ

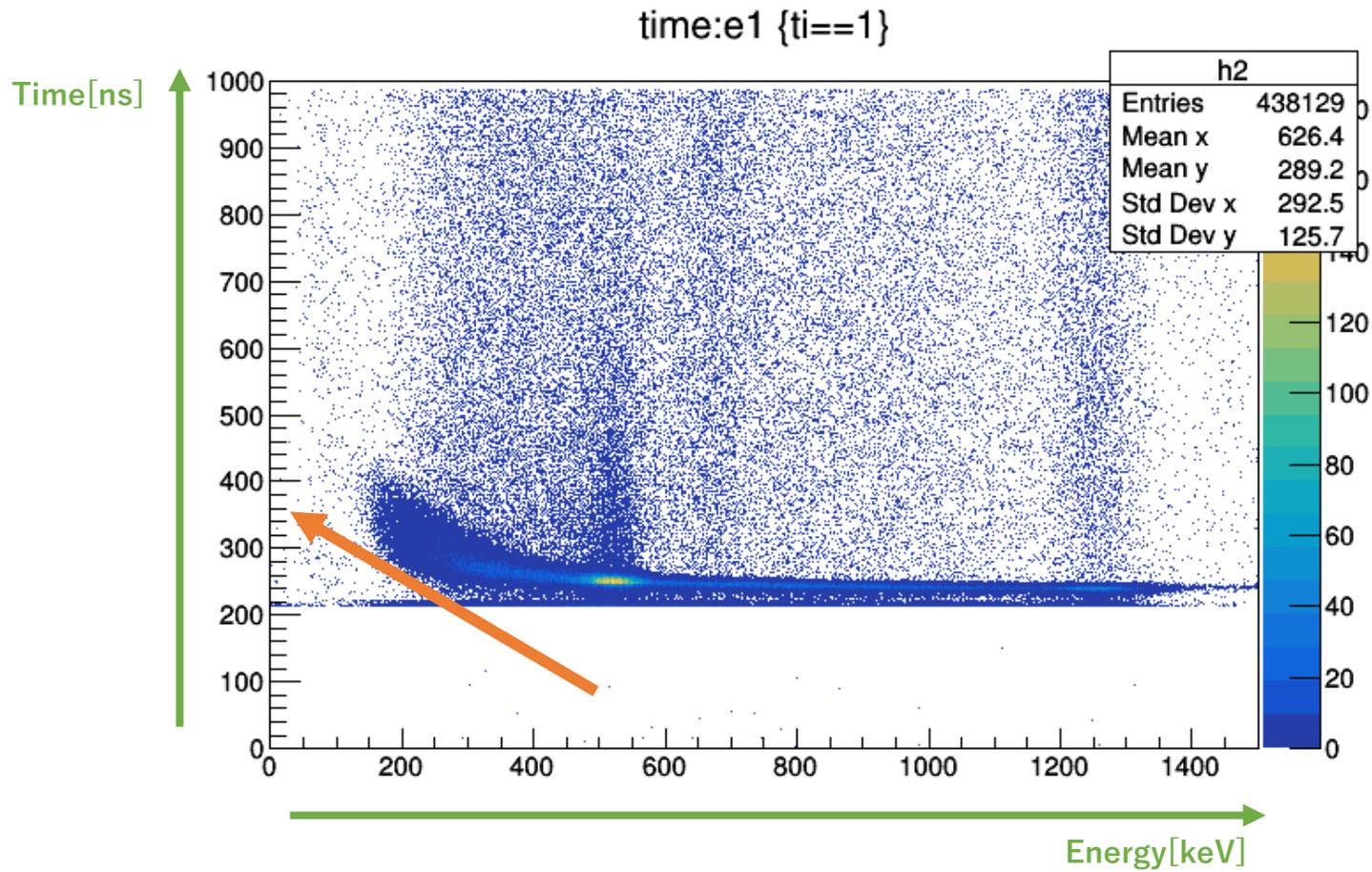
較正と抽出により得られたデータの、エネルギーと時間の2次元分布図は次のようになった。



横軸はエネルギー，縦軸は時間

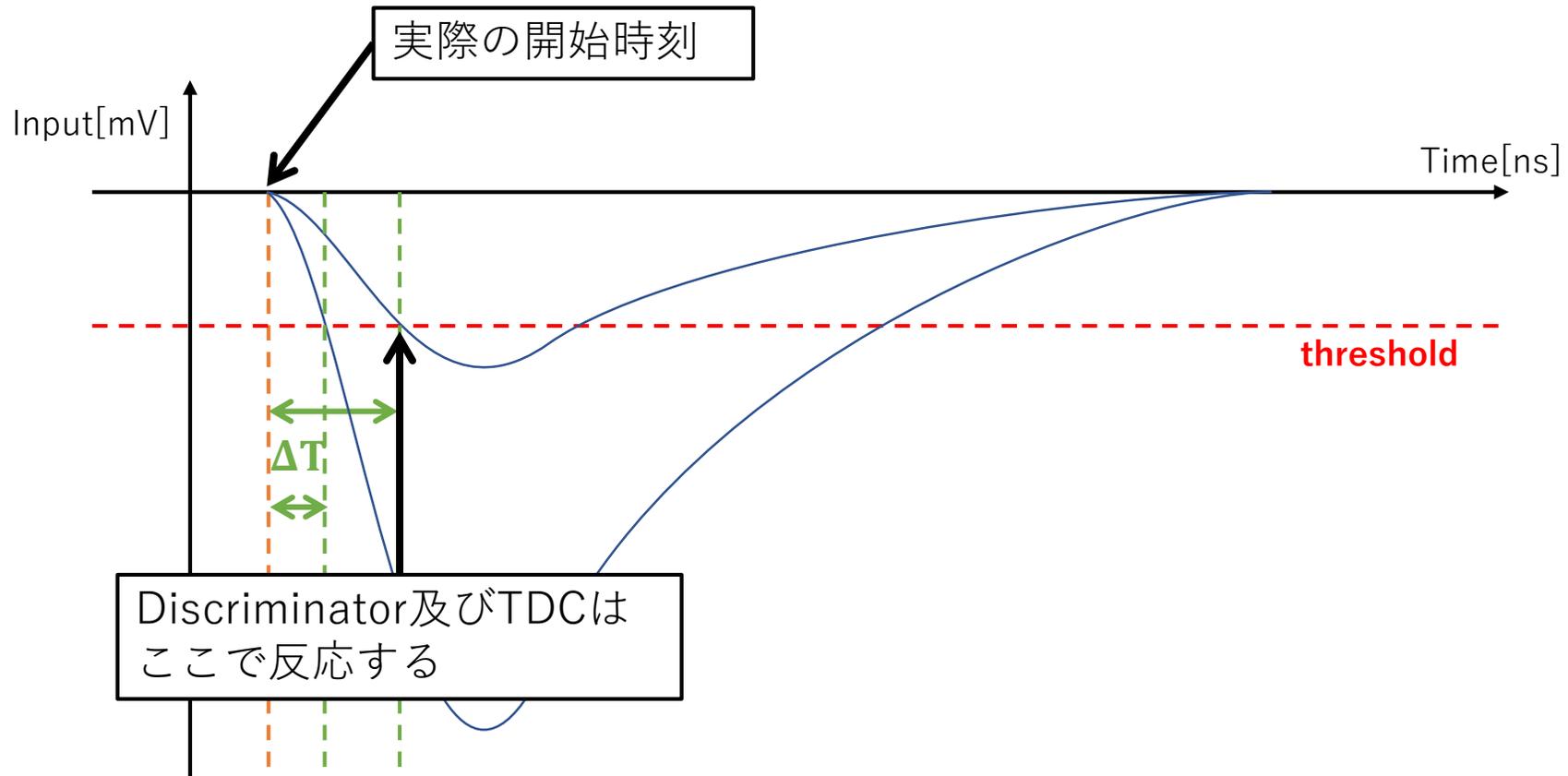
TQ補正

TQ補正



エネルギーが低い領域でNaIでの検出が遅くなっている

TQ補正



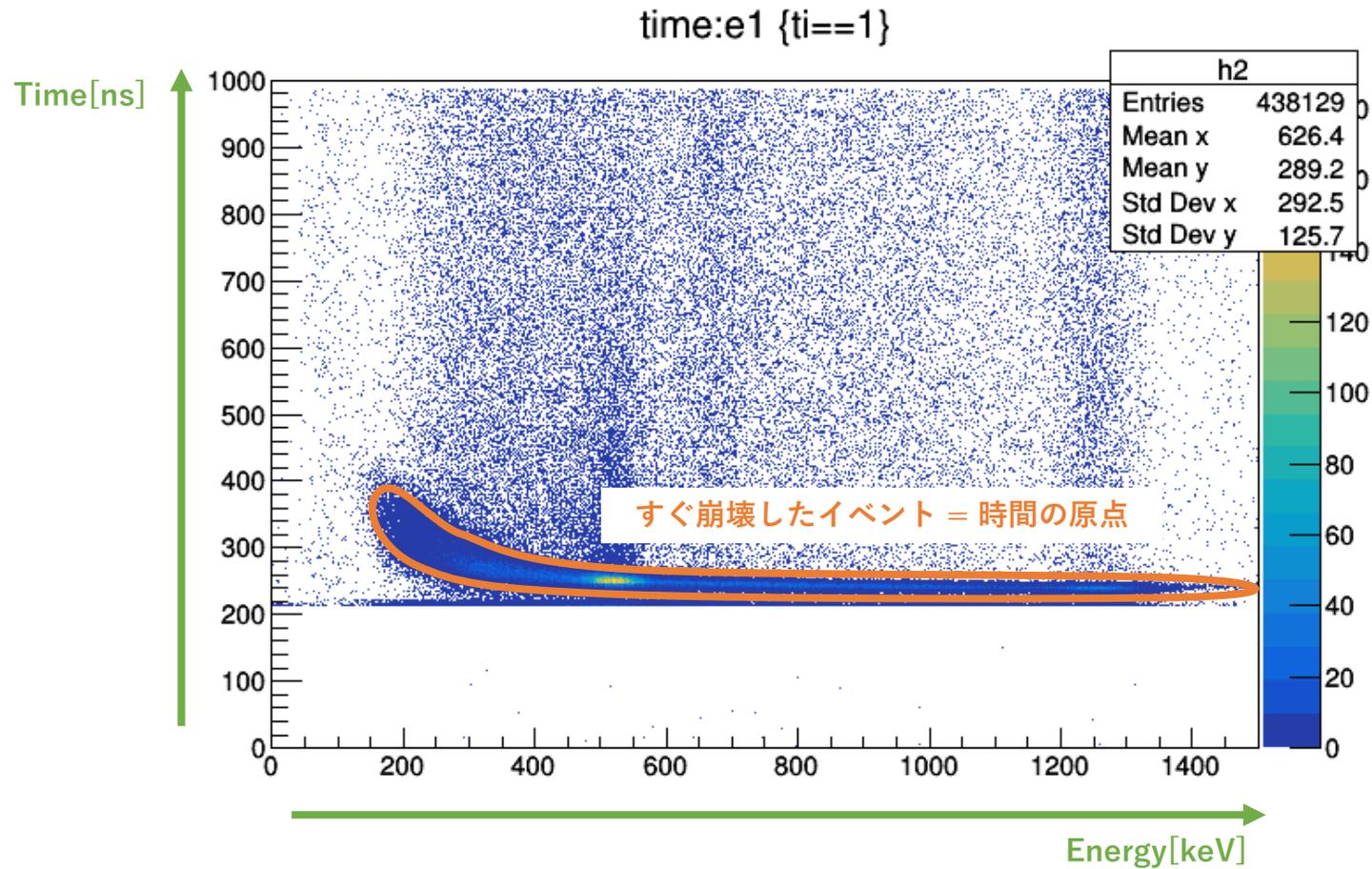
遅れ ΔT をエネルギー E の関数として求める \rightarrow TQ補正関数の作成

TQ補正

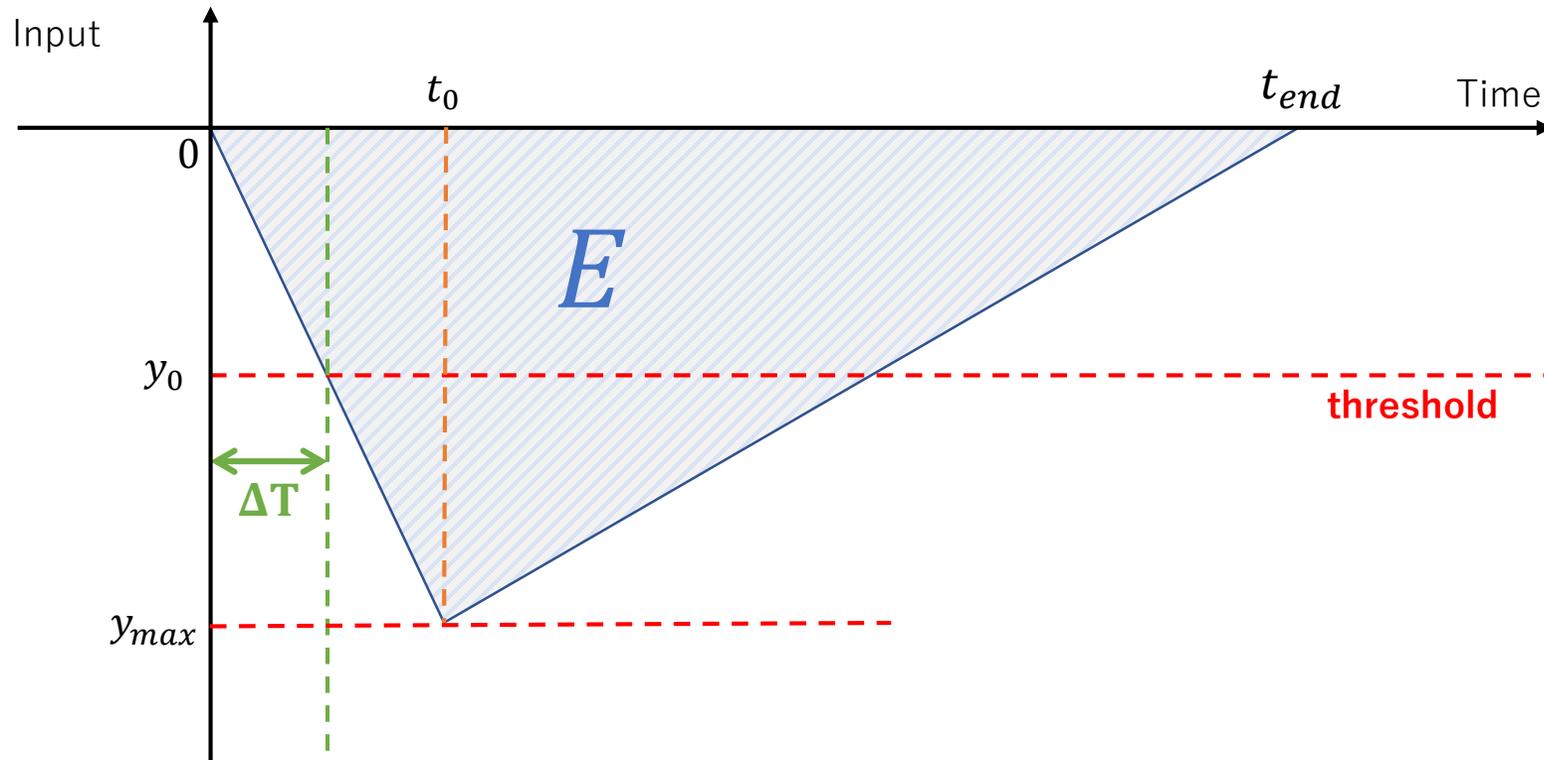
- 今求めたいのは、Psの発生時刻(P.S.が反応した時刻)からの正しい経過時間
- Psがすぐに崩壊した場合が時間の原点となる。
- p-Psなどすぐに崩壊するものは時間がたってから崩壊するものより多いと考えられる。
- エネルギーごとに、最もイベントの多い時間の値が時刻0となるように時間を補正する。

TDCの時間分解能は0.2ns程度
p-Psの寿命は0.1ns程度

TQ補正



TQ補正関数の作成：簡単な例



波の高さはエネルギーの関数で、ピーク位置 t_0 と波の幅 t_{end} はエネルギーによらない。

TQ補正関数の作成：簡単な例

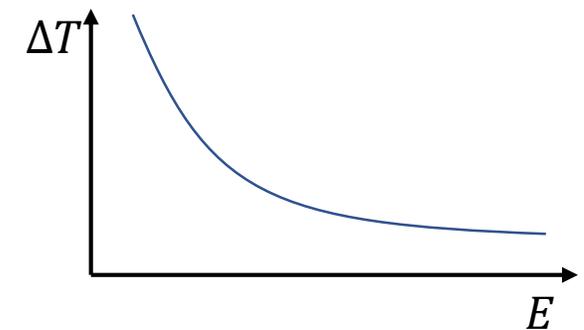
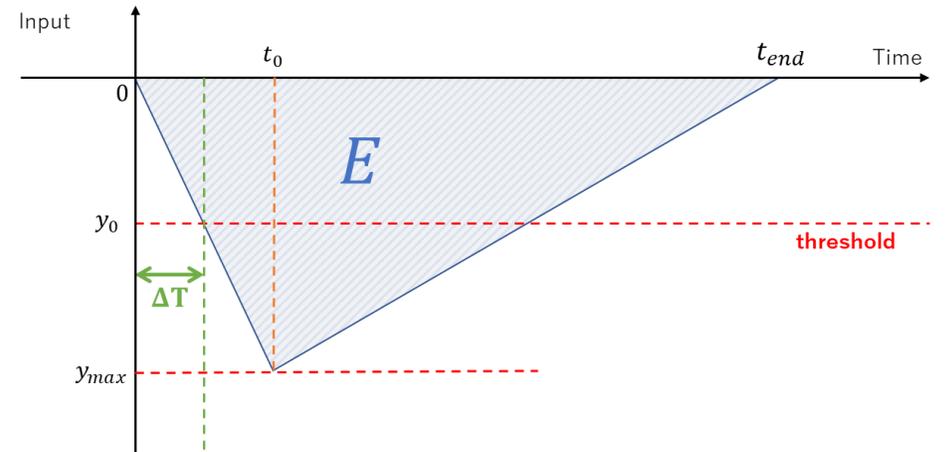
三角形の面積 S について

$$S = \frac{t_{end} \times y_{max}}{2}$$

$$S \propto E$$

t_0, y_0, t_{end} は定数なので

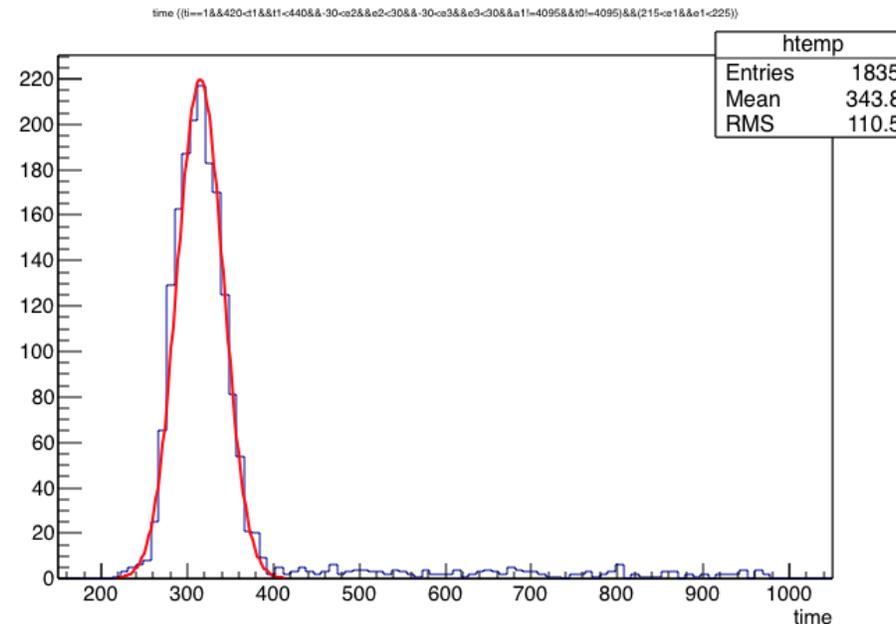
$$\Delta T = t_0 \times \frac{y_0}{y_{max}} = t_0 \times \frac{y_0 \times t_{end}}{2S} \propto \frac{1}{E}$$



実際にはこの関数に近い形で上手くフィッティングできる関数を選ぶ。

TQ補正

100, 120, 140, ..., 1380 [keV]
のそれぞれ ± 10 keVの範囲で、時間のヒストグラムを書き、ピークをgaussianでフィットして、meanをピーク時刻とした。

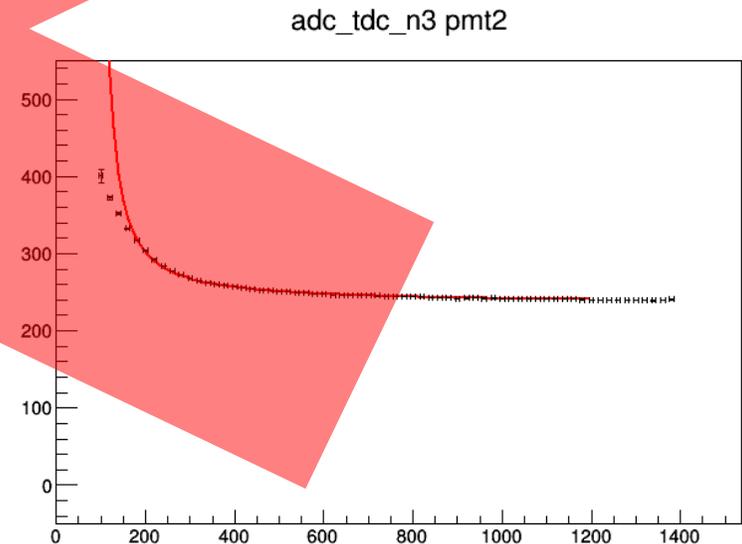


TQ補正

最多時間とエネルギーの関係をFittingで求めた。
TQ補正関数の形は例年通り

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

を採用した。

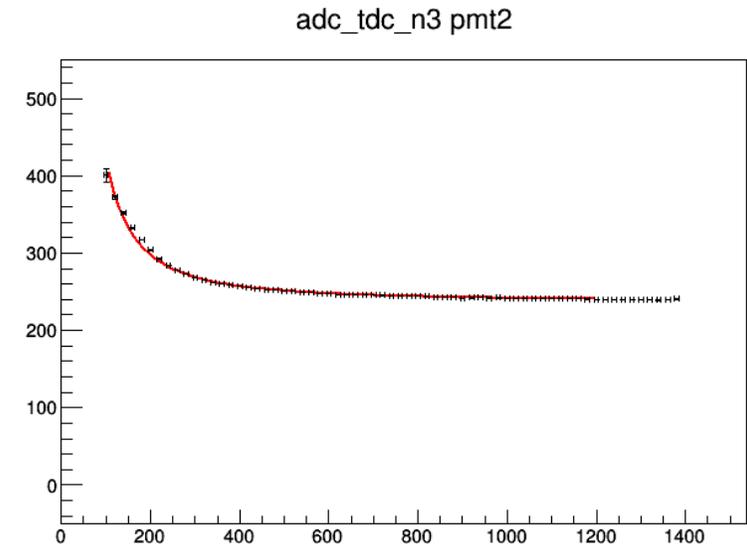


TQ補正

最多時間とエネルギーの関係をFittingで求めた。
TQ補正関数の形は

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E)^{p_1}} + p_2$$

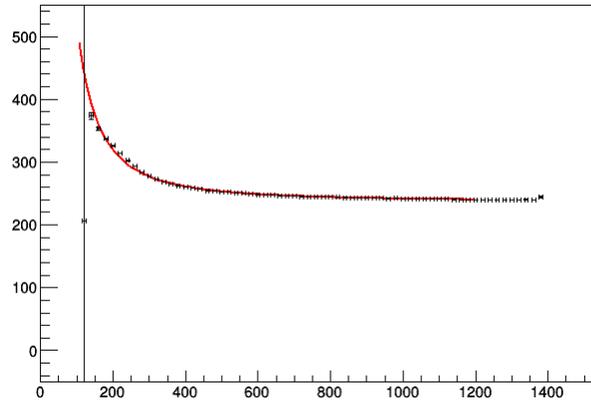
を採用した。



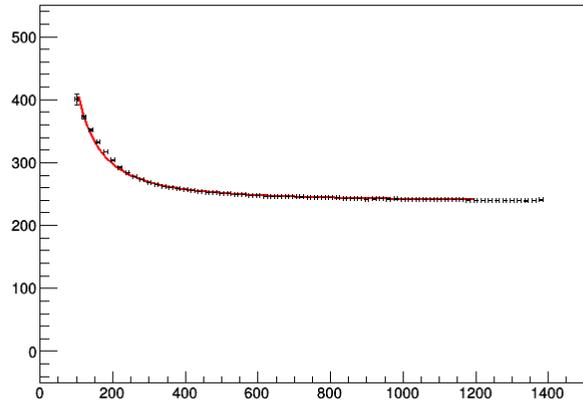
TQ補正

TQ補正関数のFittingの様子

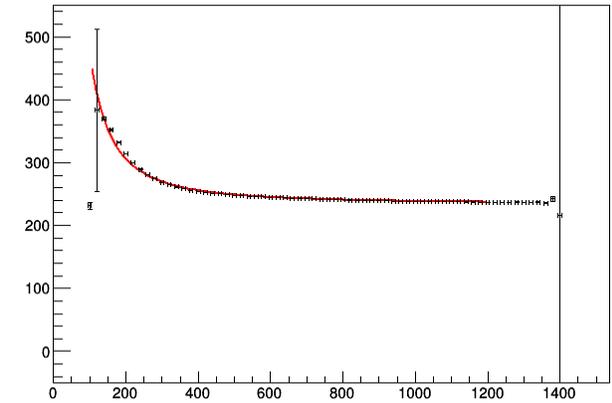
adc_tdc_n3 pmt1



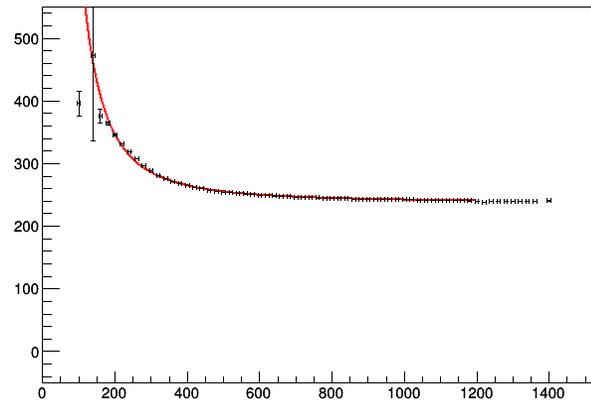
adc_tdc_n3 pmt2



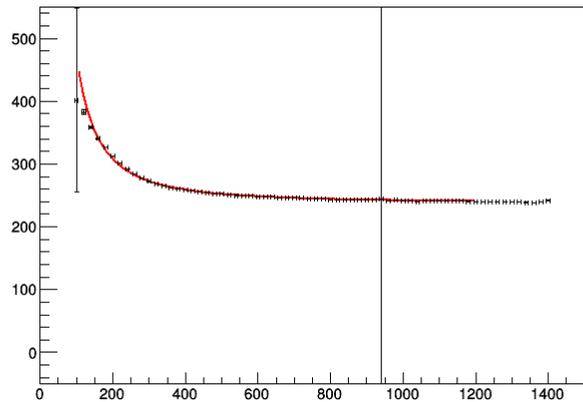
adc_tdc_n3 pmt3



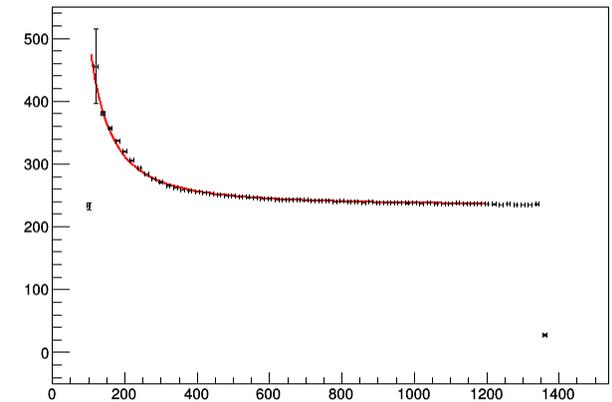
adc_tdc_n4 pmt1



adc_tdc_n4 pmt2



adc_tdc_n4 pmt3



TQ補正

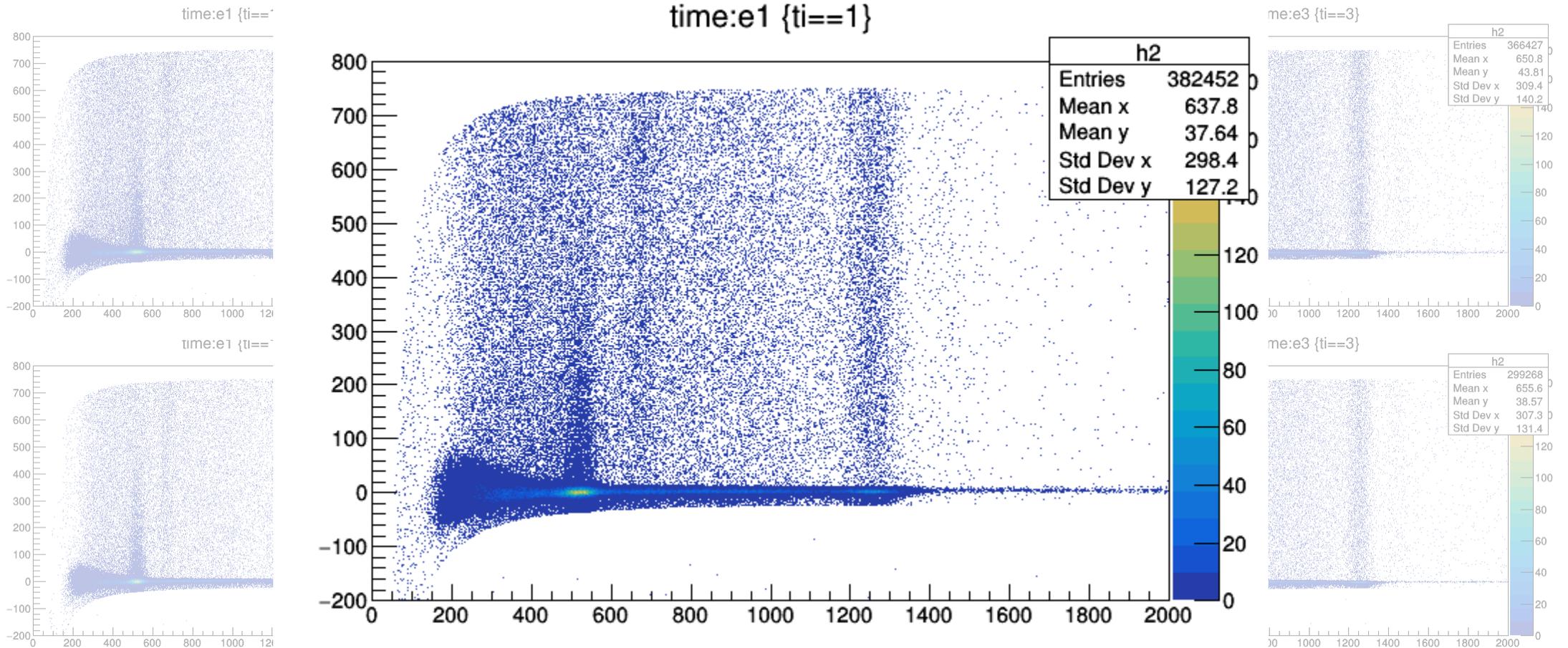
$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E)^{p_1}} + p_2$$

Fittingの結果得られた係数の値は次の通り.

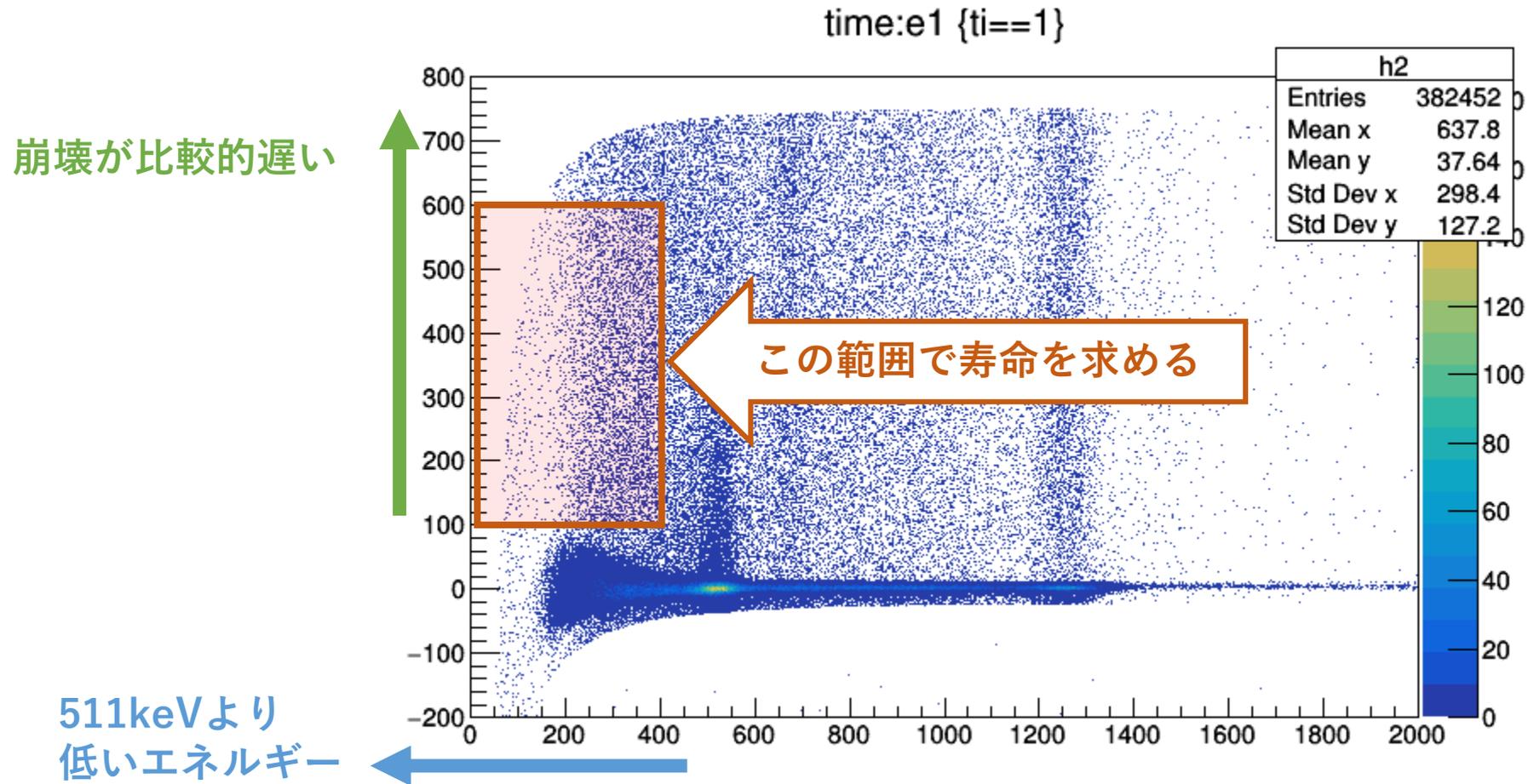
	p_0	p_1	p_2
前半 1	9.44605E+05	1.76551E+00	2.36879E+02
前半 2	2.76160E+05	1.59102E+00	2.37181E+02
前半 3	6.35742E+05	1.71550E+00	2.33956E+02
後半 1	3.80111E+06	1.97652E+00	2.37649E+02
後半 2	5.81106E+05	1.70209E+00	2.37250E+02
後半 3	8.61028E+05	1.75703E+00	2.33317E+02

TQ補正

TQ補正が済んだ時点でのエネルギーと時間の2次元分布図は次のようになった。



o- P_s の寿命を求めてみる



o- P_s の寿命を求めてみる

時間に対するイベント数の減少を

$$Count = p_0 \times \exp\left(-\frac{Time}{p_1}\right) + p_2$$

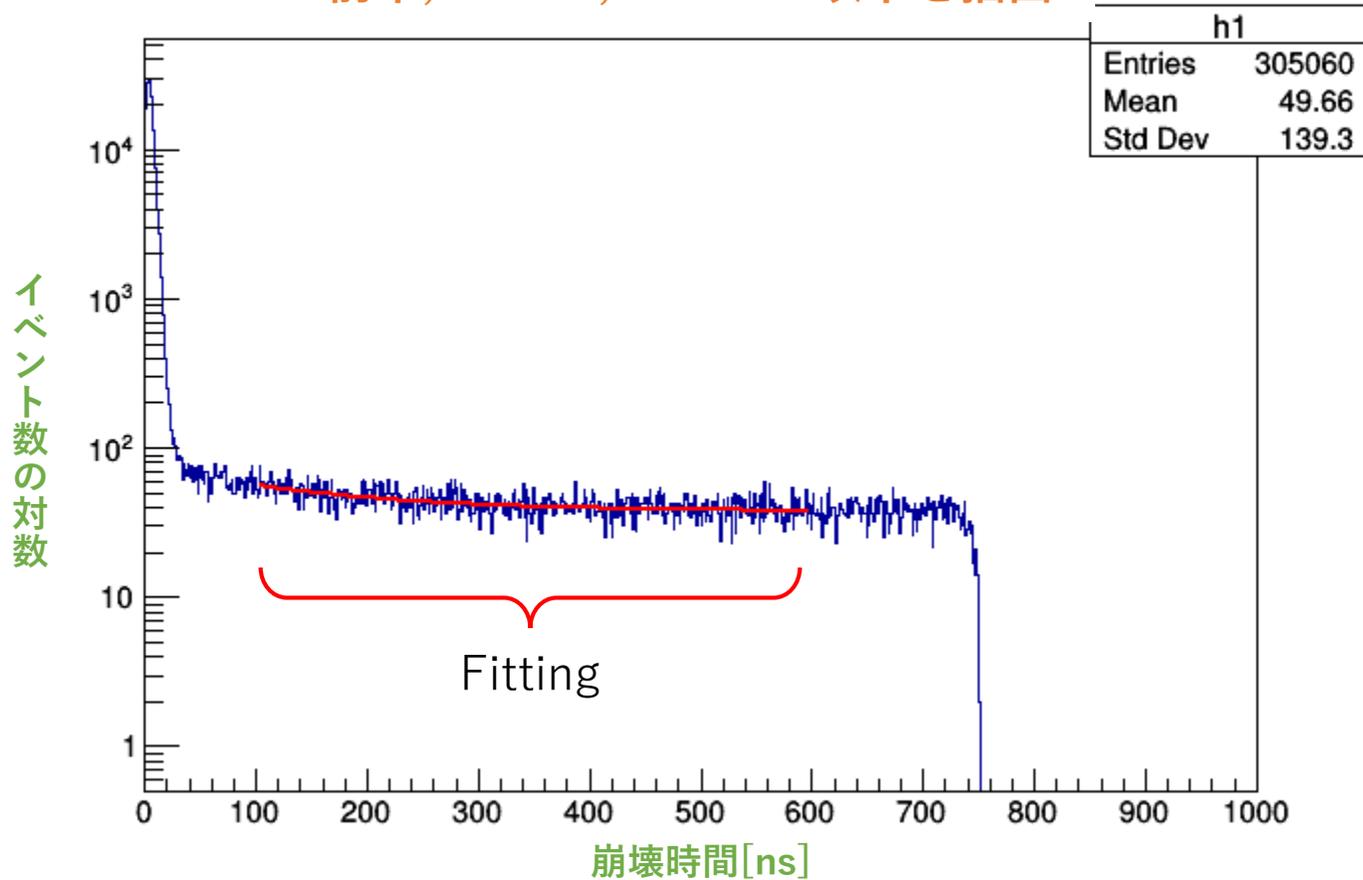
でFittingする

p_1 が寿命[ns]に対応する

o- P_s の寿命を求めてみる

$$Count = p_0 \times \exp\left(-\frac{Time}{p_1}\right) + p_2$$

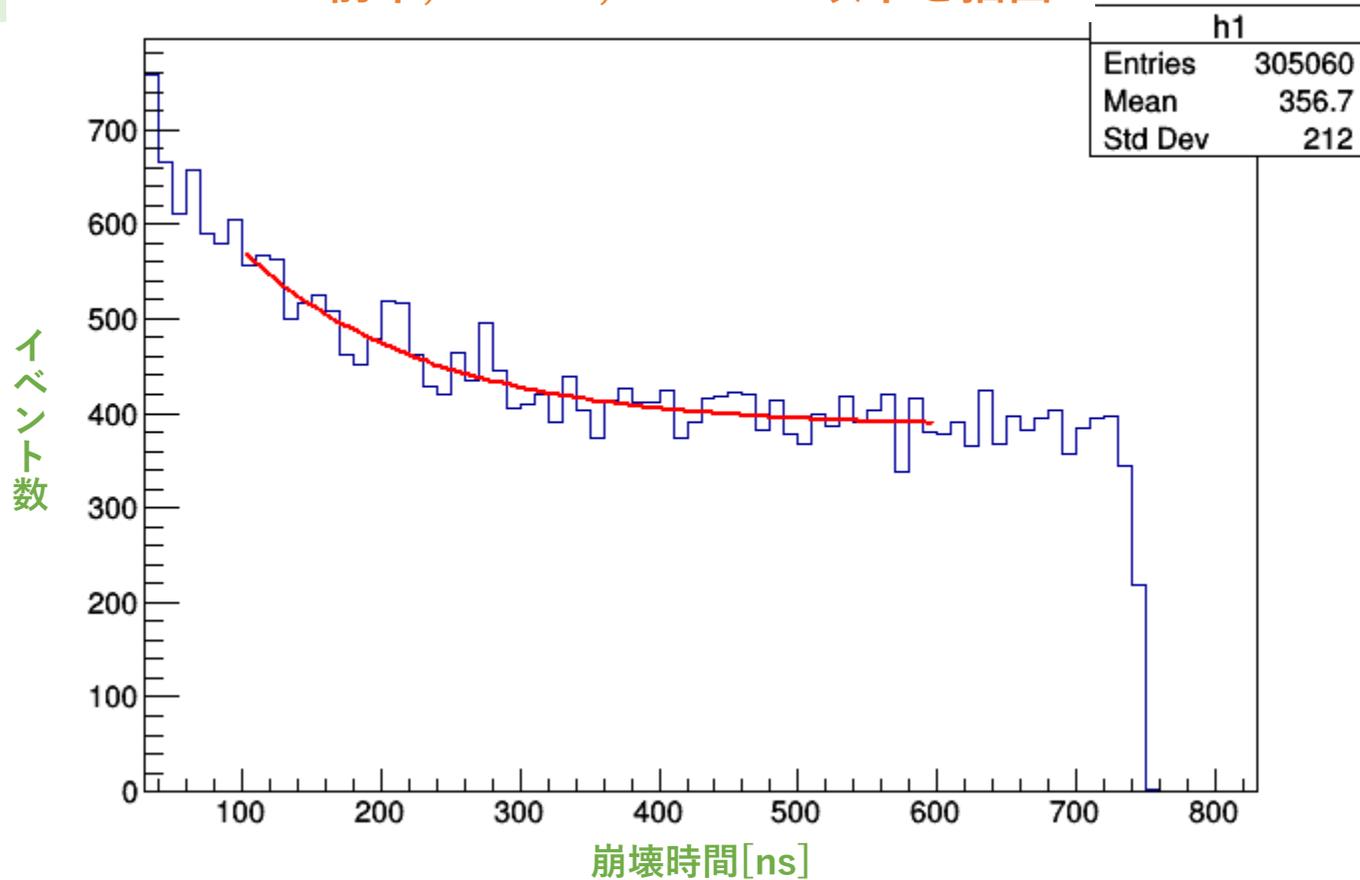
前半, NaI 1, 400keV以下を抽出



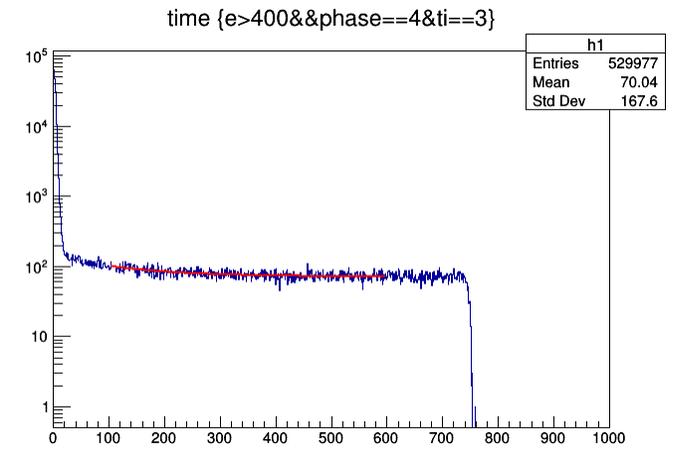
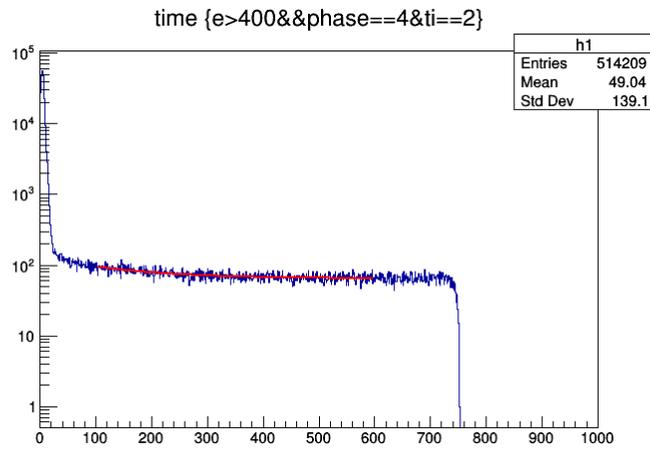
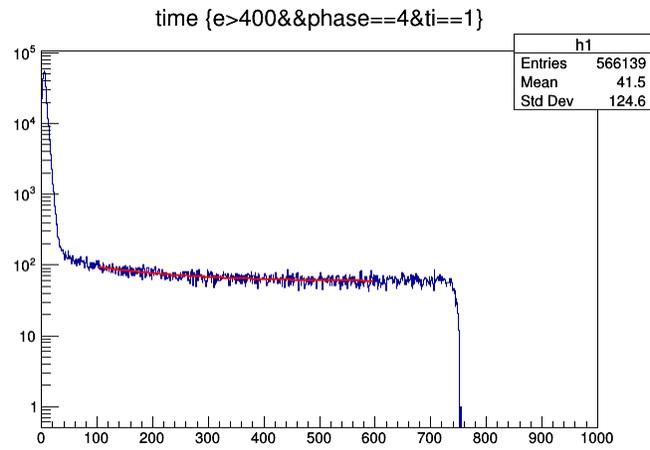
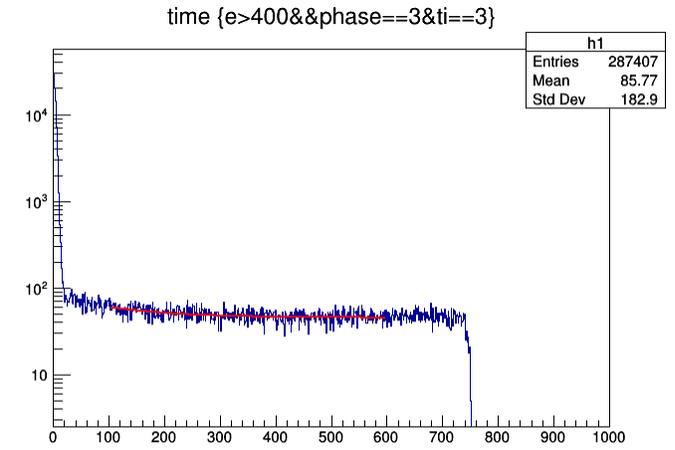
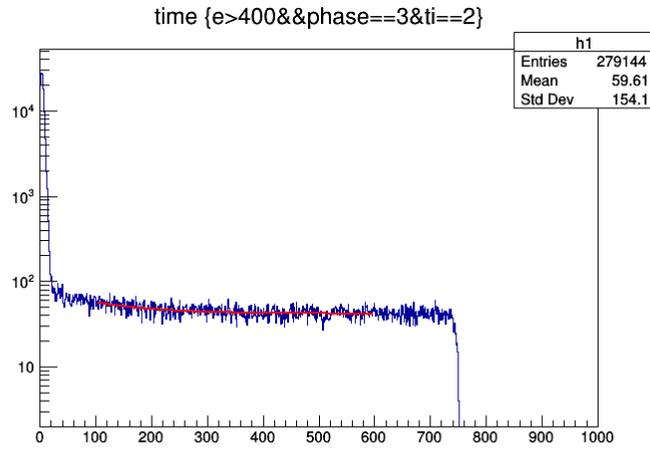
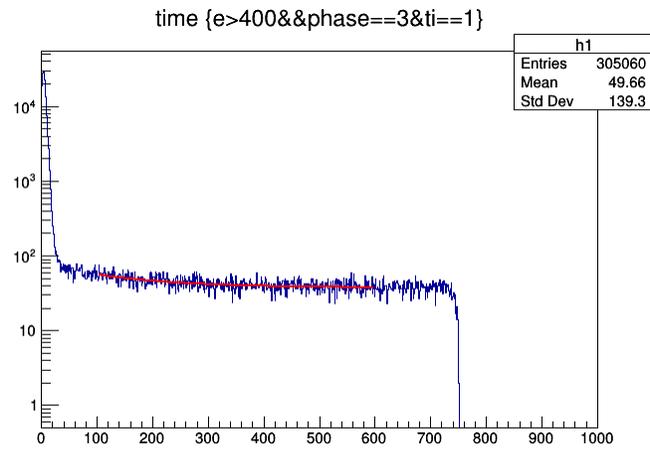
o- P_s の寿命を求めてみる

拡大

前半, NaI 1, 400keV以下を抽出



o- P_s の寿命を求めてみる

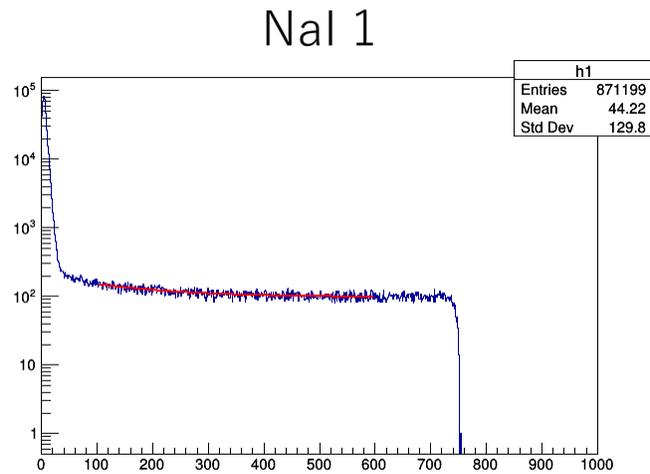


o- P_s の寿命を求めてみる

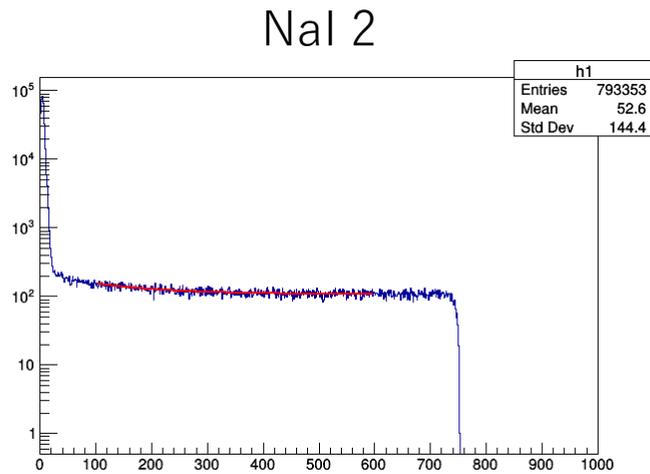
種類	寿命 [ns]
前半 Na1	134.8 ± 23.2
前半 Na2	102.1 ± 21.2
前半 Na3	113.3 ± 24.9
後半 Na1	147.9 ± 18.1
後半 Na2	130.1 ± 16.5
後半 Na3	119.7 ± 16.6

誤差が大きい
データ数が少ないから？

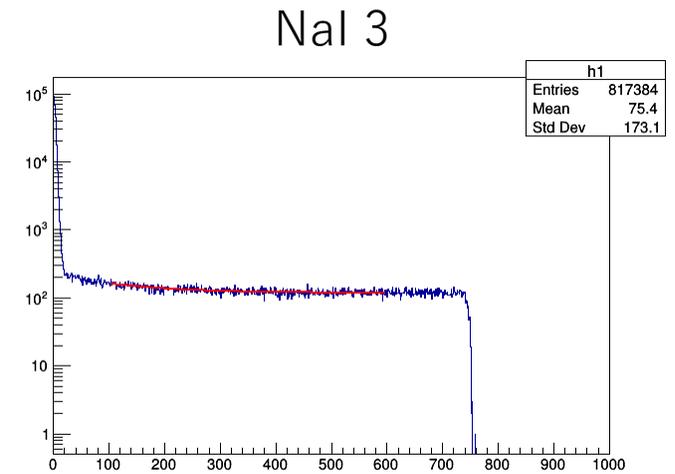
o- P_s の寿命：前半と後半を合わせる



143.1 ± 14.4 [ns]



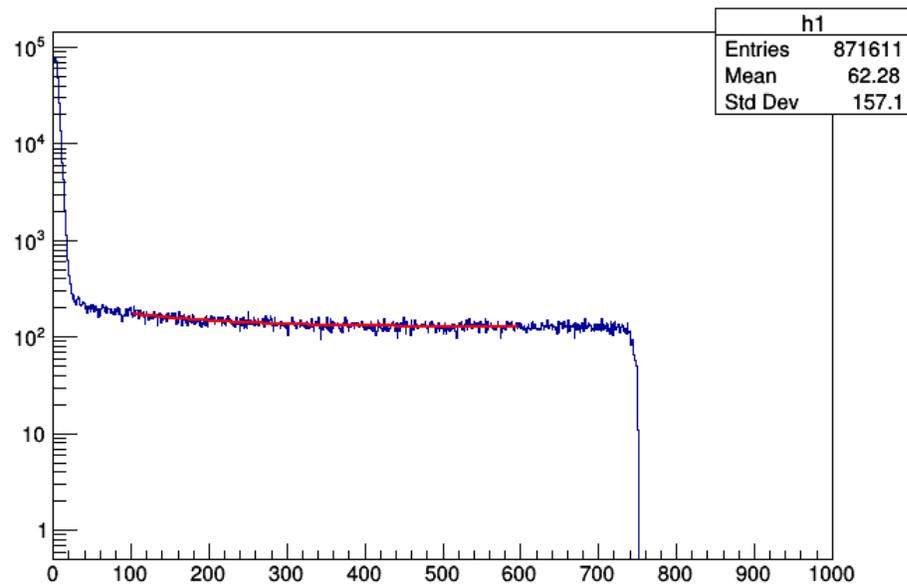
120.9 ± 12.8 [ns]



117.7 ± 13.7 [ns]

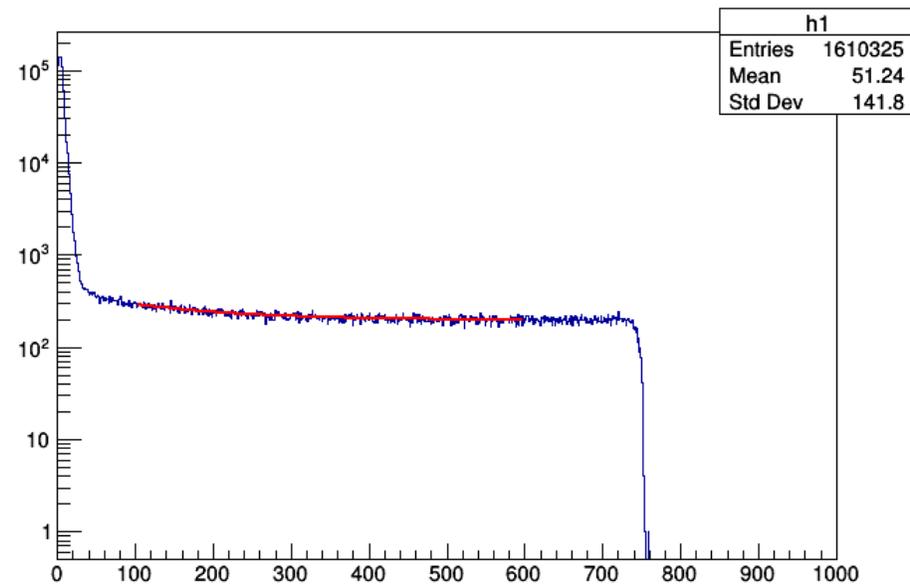
o- P_s の寿命：3つのNaIで合わせる

前半データ



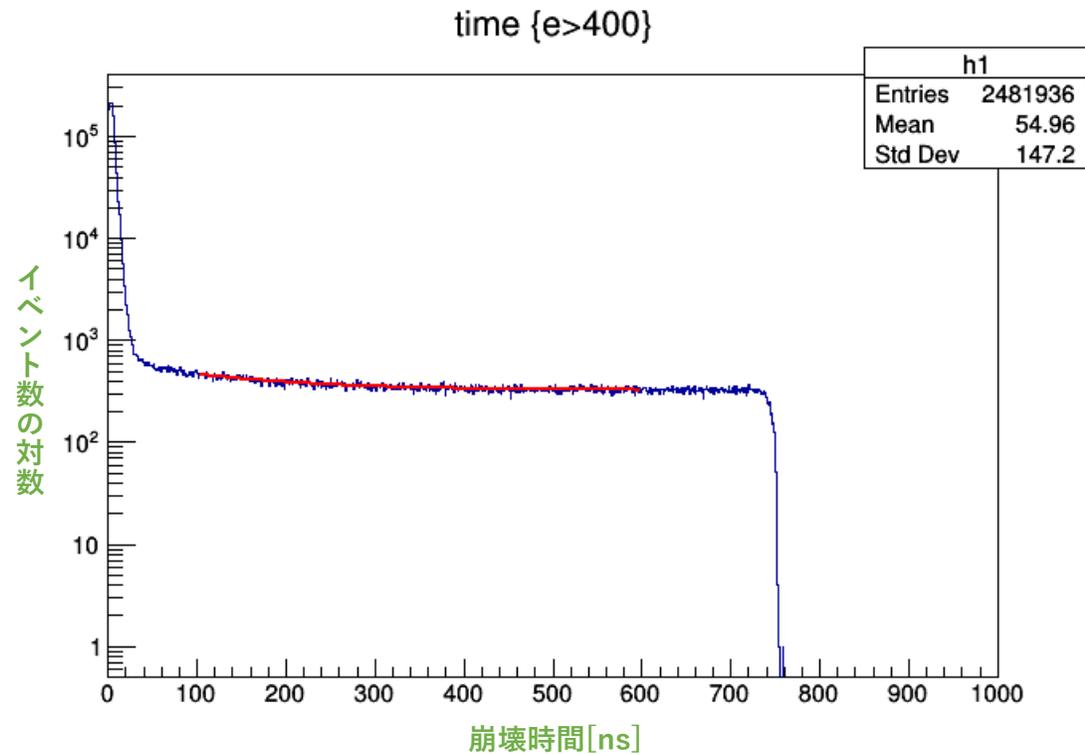
120.4 ± 13.7 [ns]

後半データ



132.0 ± 9.7 [ns]

o- P_s の寿命：全データ合計



128.0 ± 7.9 [ns]

理論値(139ns)より少し低い

Pick Off補正

4.2 Pick Off補正

見たい反応： $o\text{-Ps} \rightarrow 3\gamma$ エネルギー：511keVより小さい

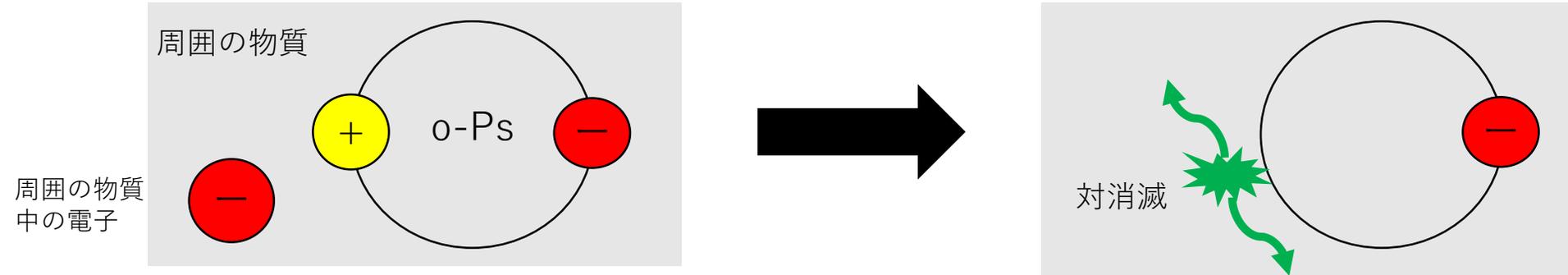
しかし、 $o\text{-Ps}$ はこの反応以外に陽電子が周囲の電子と相互作用することで以下の崩壊をすることがある

- $o\text{-Ps} \rightarrow p\text{-Ps} \rightarrow 2\gamma$
- $e^+ (o\text{-Ps内部}) + e^- (\text{周囲の物質}) \rightarrow 2\gamma$

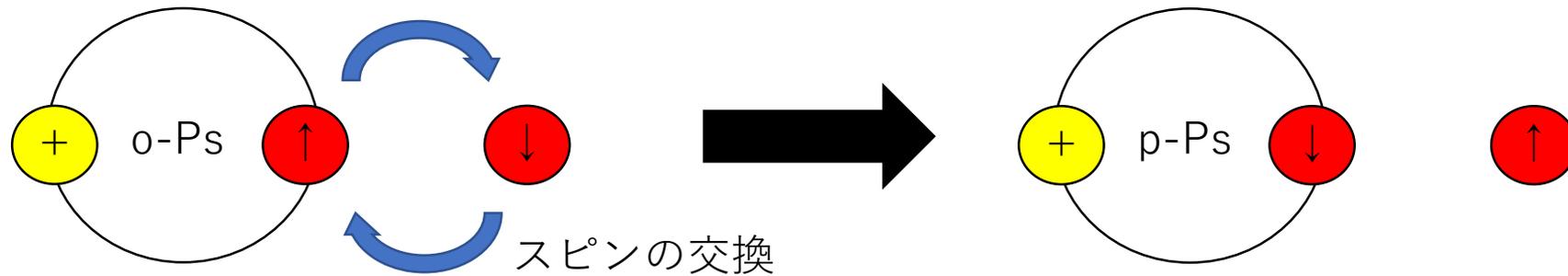
これらの反応による 2γ は511keVのエネルギーを持つが、そのコンプトン散乱は511keVより小さいエネルギーを持つので 3γ への崩壊と見分けることができない

この効果を除かなければならない

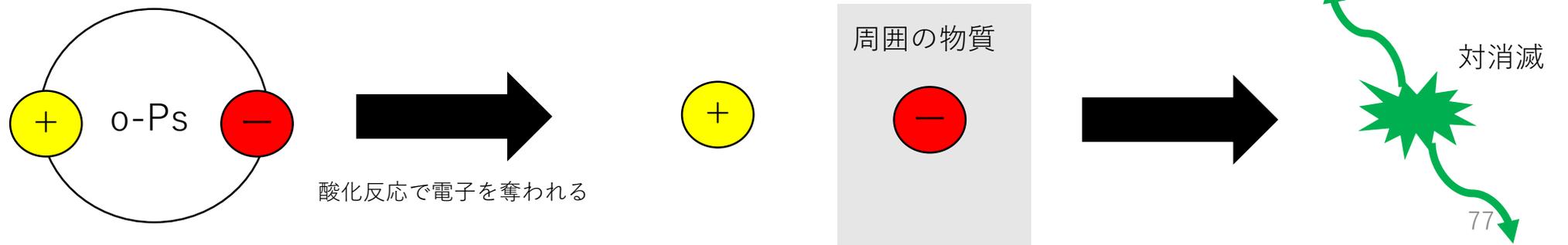
• Pick Off反応



• スピン交換反応



• 化学反応



補正の方法

511keVピークの高さとそれによるコンプトン散乱の高さの比は一定と仮定する

- ・時間が0に近いところでは陽電子・電子の直接の対消滅やp-Psの崩壊による511keVのエネルギー（とそのコンプトン散乱）だけが見えるはずである

そこからピークとコンプトンの比を求め、時間の各点においてピークの高さを調べてそこから予想されるコンプトン効果を差し引くことでo-Psの崩壊のみが見えるようにする

補正の方法

実際の補正では以下のように補正関数を用いて行う

時刻 t での o -Psの相互作用における崩壊と o -Psの 3γ への崩壊の検出数をそれぞれ $\Delta N_{pick-off}(t)$, $\Delta N_{ortho}(t)$ と書き, pick-off補正関数 $f(t)$ を

$$f(t) \equiv \frac{\Gamma_{pick-off}}{\Gamma_{ortho}} = \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{\Delta N_{ortho}(t)}$$

と定める.

ここで Γ は崩壊幅を表す 崩壊幅は1つの粒子が単位時間に崩壊する確率と解釈できる

(崩壊幅 : $\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t)$ この λ が崩壊幅で寿命の逆数)

補正の方法

先ほどピークの高さとコンプトンの高さの比は一定としたので

$$\Delta N_{pick-off}(t) = \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(0)}$$

ここで $y_{peak}(t)$ は時刻 t でのピークの高さ

$S(t)$ は時刻 t でのイベントの総数

これを前の $f(t)$ の定義式に代入して

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{\Delta N_{ortho}(t)} = \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{S(t) - \Delta N_{pick-off}(t)} \\ &= \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(0)S(t) - y_{peak}(t)S(0)} \end{aligned}$$

補正の方法

50nsごとに区切った区間での $f(t)$ の値を求めてそれを

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

の関数でフィッティングを行ってパラメータ p_0, p_1, p_2 を求めて補間する

以上の操作で補正関数 $f(t)$ を求めることができた
→この $f(t)$ を用いてpick-off補正された寿命を決定する

補正の方法

各時刻 t で、観測にかかるo- P_s の崩壊の崩壊幅を Γ_{obs} とすると

$$\Gamma_{obs} = \Gamma_{pick-off} + \Gamma_{ortho} = \Gamma_{ortho} \times \left(1 + \frac{\Gamma_{pick-off}}{\Gamma_{ortho}} \right) = \frac{1 + f(t)}{t_{ortho}}$$

ここで $t_{ortho} = \frac{1}{\Delta N_{ortho}}$ は求めたいo- P_s の寿命である

時刻 t でのo- P_s の数を $N(t)$ とおくと

$$\frac{dN(t)}{dt} = -N(t) \times \Gamma_{obs} = -N(t) \times (\Gamma_{ortho} + \Gamma_{pick-off}) = \frac{N(t)}{t_{ortho}} \times (1 + f(t))$$

が成立. これを解いて

$$N(t) = \exp \left(-\frac{1}{t_{ortho}} \int dt (1 + f(t)) \right)$$

補正の方法

よって

$$-\frac{dN(t)}{dt} = N_0(1 + f(t)) \times \exp\left(-\frac{1}{t_{ortho}} \int dt(1 + f(t))\right)$$

左辺は時刻tにおいて単位時間に崩壊するo-Posの数である

511keVより小さいエネルギー領域においてイベント数対時間のグラフを上形の関数でフィッティングすることで t_{ortho} (o-Pos)の寿命が求まる

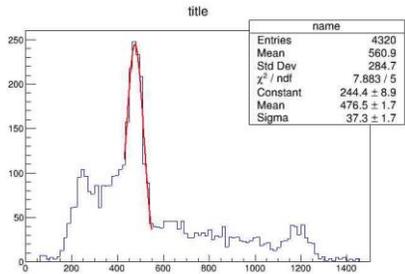
実際は

$$-\frac{dN(t)}{dt} = q_0 \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2\right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t\right)\right) + q_2$$

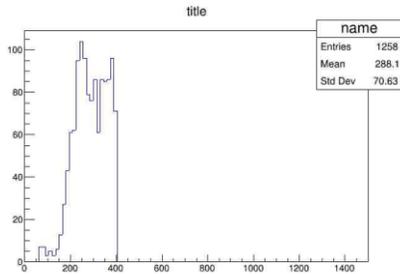
という形でフィッティングし、パラメータ q_0, q_1, q_2 を求める。(q_1 が上の式との比較より求めたい寿命となる)

実際の補正の様子

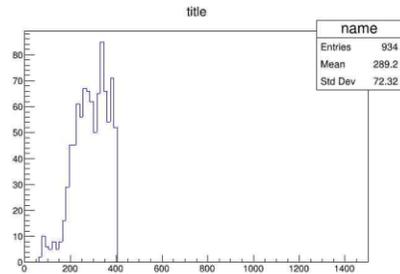
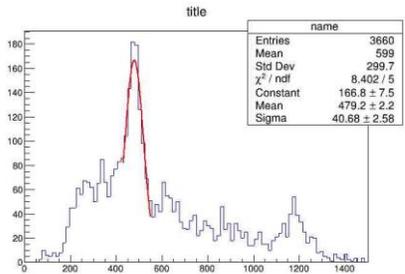
ピークの高さ



イベント数



NaI1



NaI2

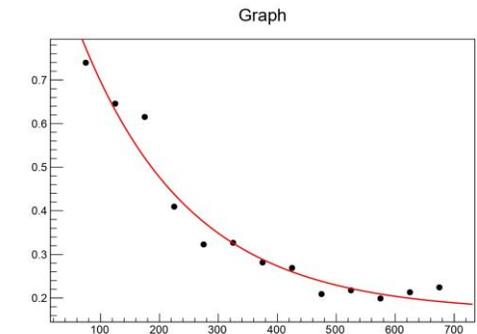
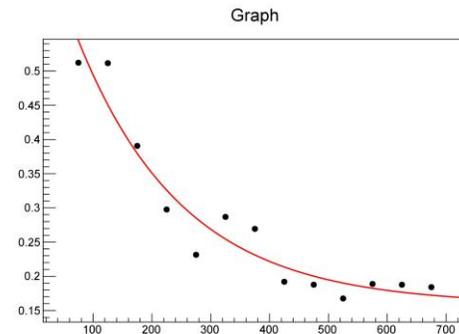
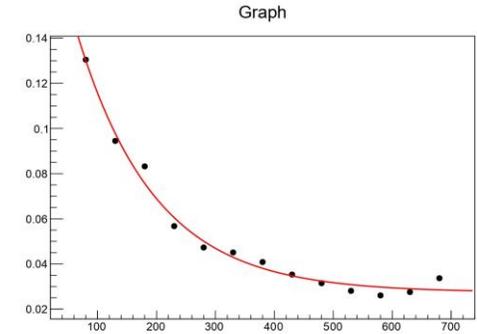
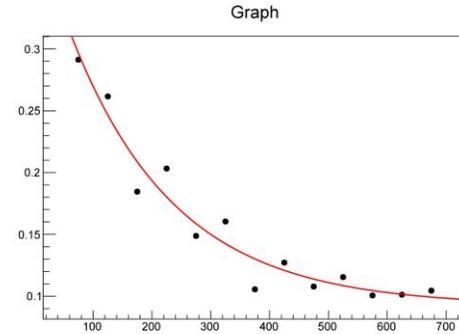
-
-
-

各時刻についてピークの高さとイベント数を測定する

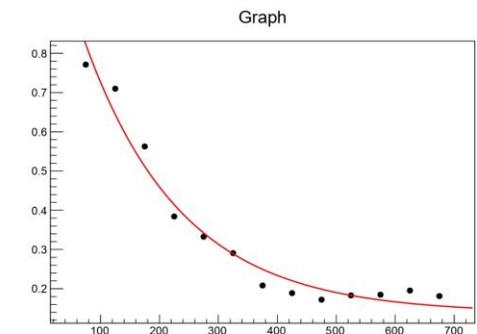
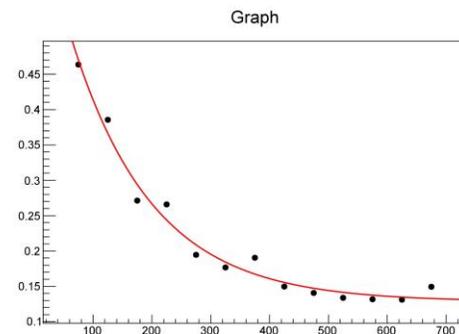
NaI3

前半 (シリカパウダーを真空状態に置いたとき)

後半 (真空を作らずに測定したとき)



縦軸: $f(t)$
横軸:t



実際の補正の様子

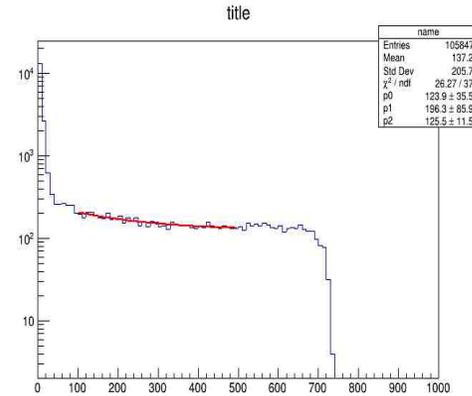
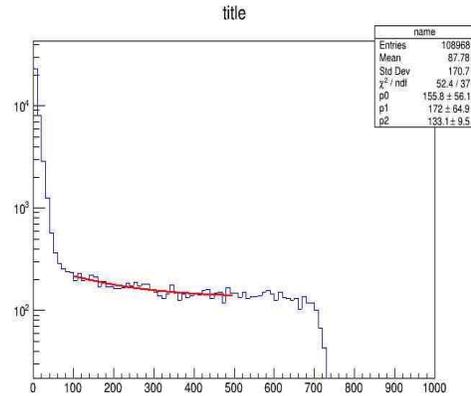
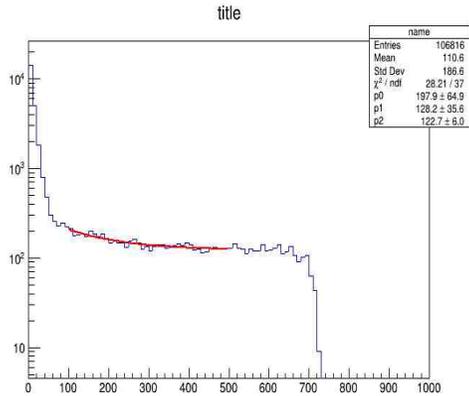
$f(t)$ のフィッティングで得たパラメータは $f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$

	p_0	p_1	p_2
Na1(前半)	0.311319 ± 0.0328026	178.084 ± 37.0958	0.0922431 ± 0.0126019
Na2(前半)	0.586264 ± 0.0699025	179.258 ± 41.6911	0.158811 ± 0.0271116
Na3(前半)	0.588127 ± 0.0451764	138.11 ± 15.3647	0.128402 ± 0.00947268
Na1(後半)	0.187763 ± 0.0125955	132.497 ± 11.8121	0.0274073 ± 0.0021945
Na2(後半)	0.90583 ± 0.0750912	185.972 ± 31.2802	0.167988 ± 0.0317585
Na3(後半)	1.07811 ± 0.0845759	165.209 ± 22.2954	0.138095 ± 0.0267573

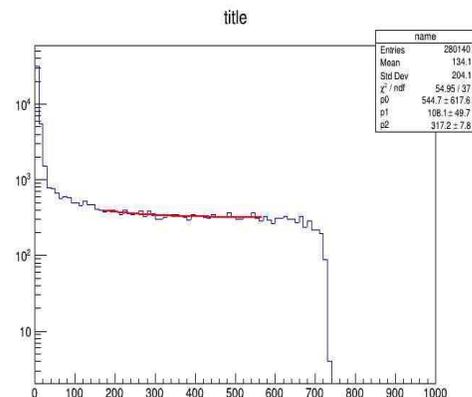
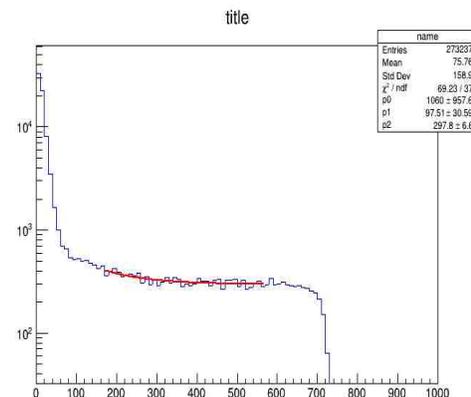
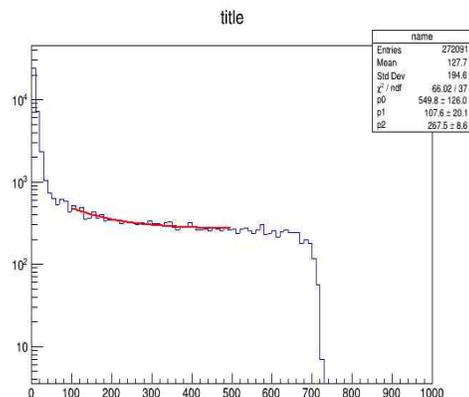
実際の補正の様子

得られた p_0, p_1, p_2 の値をもとに400keV以下のすべてのイベントに対し、

$$-\frac{dN(t)}{dt} = q_0 \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) + q_2 \text{のフィッティングを行う}$$



前半のデータのフィッティング
(左から順にNaI1,2,3)



後半のデータのフィッティング
(左から順にNaI1,2,3)

補正後の寿命

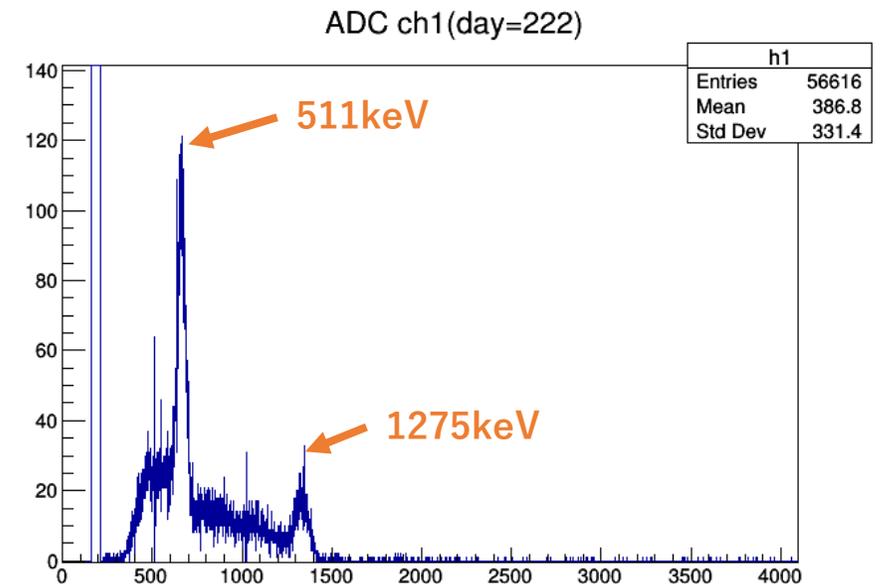
	q_0	q_1 (寿命)	q_2
NaI1(前半)	197.902 ± 64.9217	128.219 ± 35.6236	122.718 ± 6.00821
NaI2(前半)	155.766 ± 56.0834	172.000 ± 64.8614	133.093 ± 9.50830
NaI3(前半)	123.891 ± 35.5117	196.269 ± 85.9145	125.532 ± 11.5415
NaI1(後半)	549.769 ± 125.958	107.593 ± 20.0749	267.527 ± 8.58059
NaI2(後半)	1060.46 ± 957.598	97.5146 ± 30.5887	297.811 ± 6.64594
NaI3(後半)	544.675 ± 617.560	108.129 ± 49.7126	317.216 ± 7.75443

考察

考察：直接 γ 線

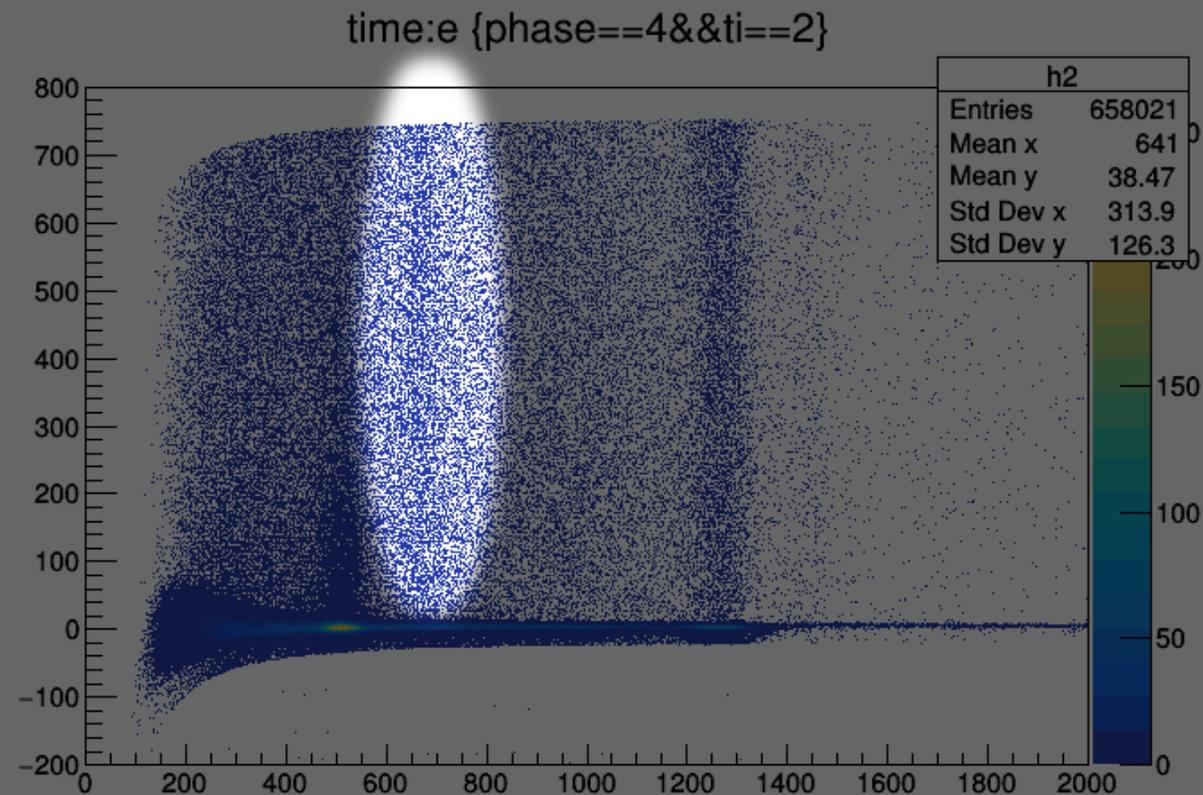
- 今回のセットアップでは、Na22から発生する1275keVの γ 線は直進すればNaIには入射しないはずである。
- しかし、1275keV付近のイベントは多かった。

- シリカパウダーの容器や鉛ブロックの表面で反射している？



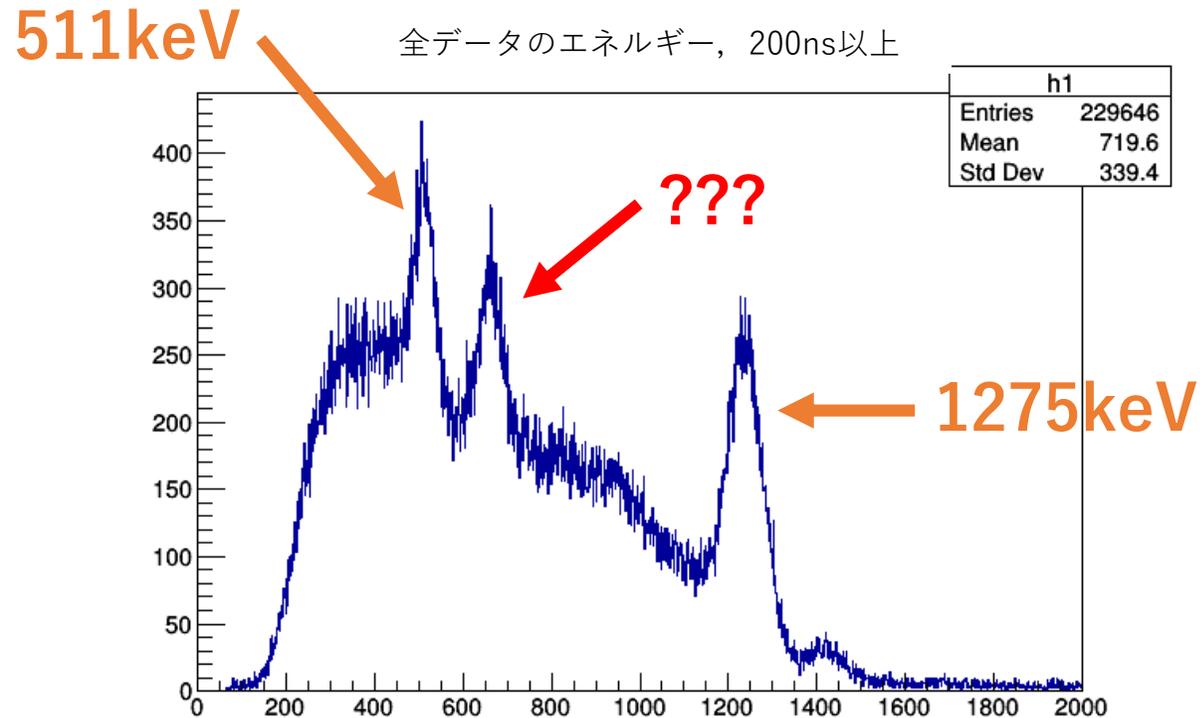
考察：700keV付近のピーク

「遅い」領域で，明らかに511keVとは別のピークが見える。



考察：700keV付近のピーク

「遅い」領域で，明らかに511keVとは別のピークが見える。

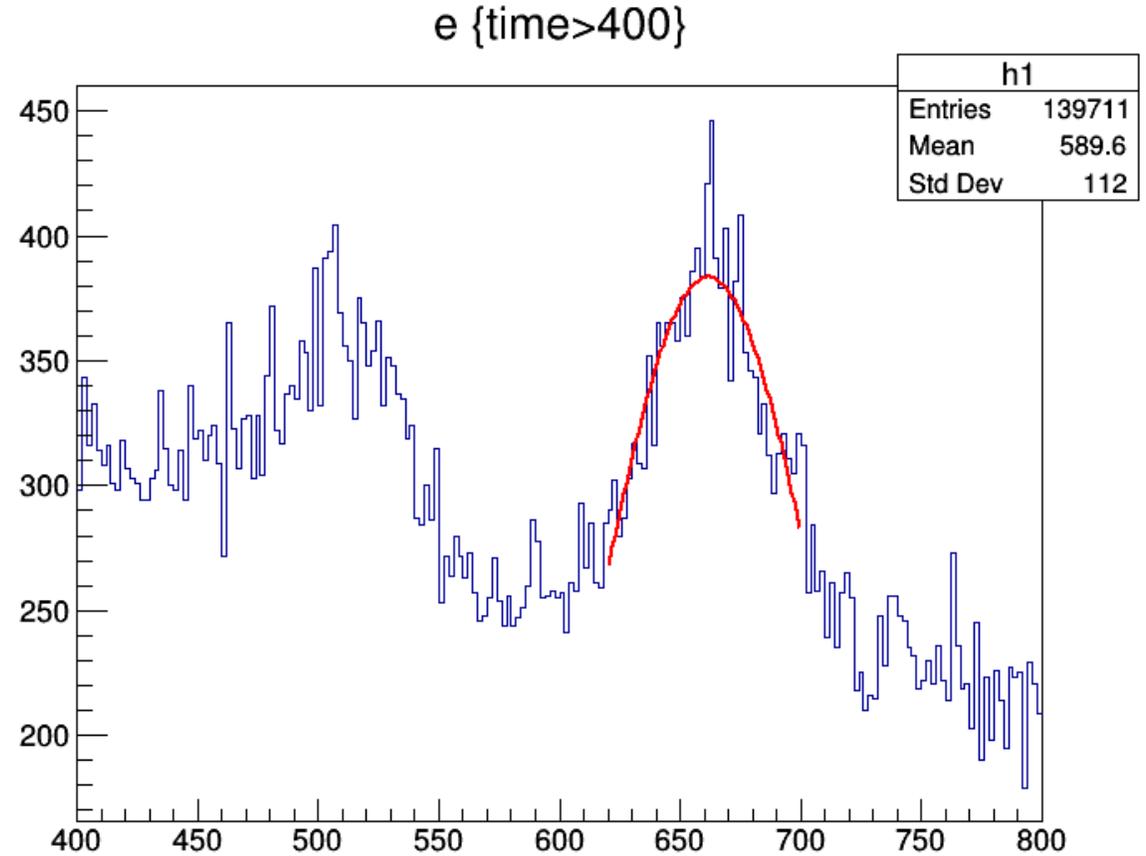


考察：700keV付近のピーク

ピークをGaussianでFitting

中心は

661.58 ± 9.26 [keV]



考察：700keV付近のピーク

ピークをGaussianでFitting

中心は

$$661.58 \pm 9.26 \text{ [keV]}$$

^{137}Cs は β 崩壊の結果として661.7keVの γ 線を放出する。
この線源は本実験の直前に使用していたので、放射性物質の漏れなども考えられる。

※ガイガーカウンターで実験装置の周辺を調べたが特に目立った反応は無かった。

考察：イベント数

- 例年の同じ実験よりも最終的に得る寿命の誤差が大きい.
- イベント数が少ないから？

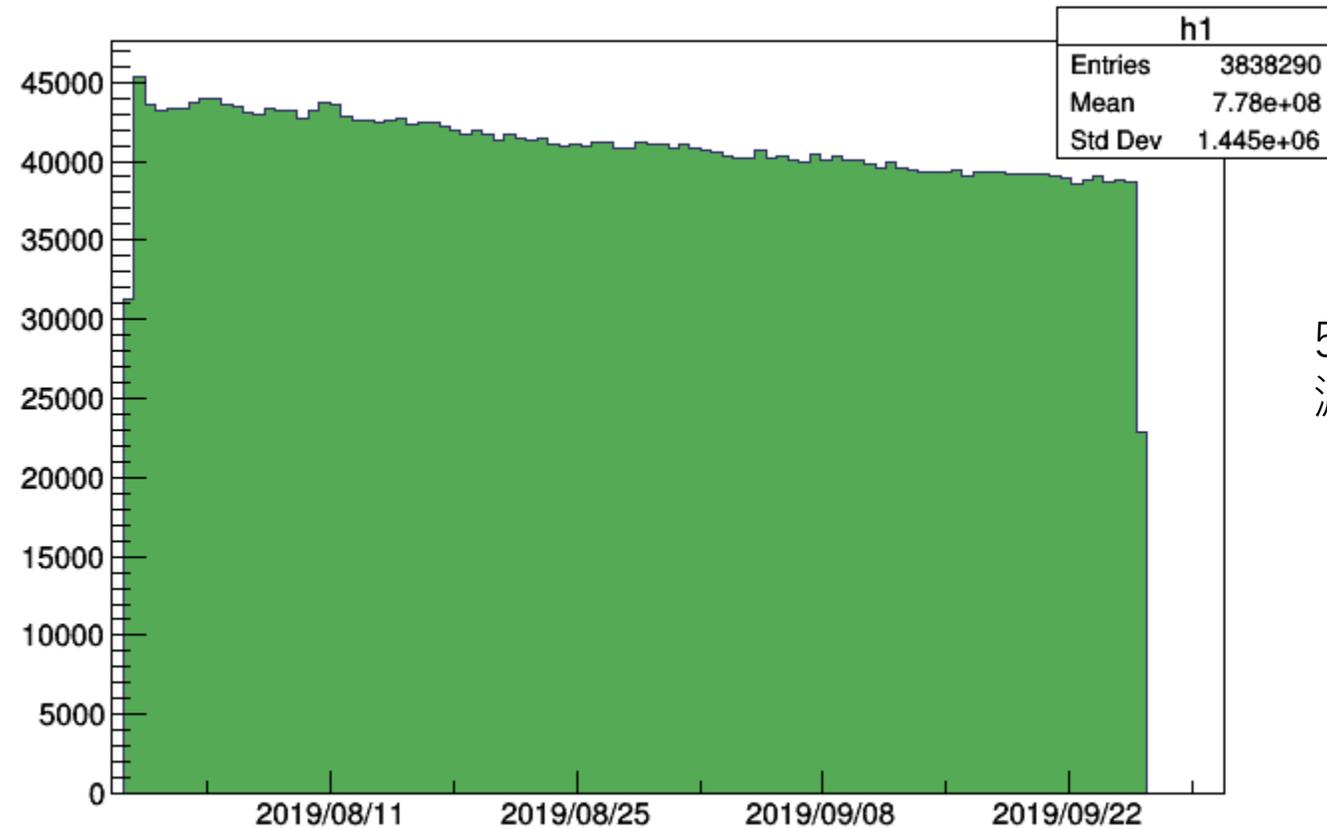
いくつか比べてみると…

- 計測期間日(今回58日)はあまり変わらない.
- イベント数も同じオーダーだった

1275keV等の必要ない信号が多く、
本来見たいイベントが隠されているのでは？

考察：イベント数

時間当たりイベント数の、計測期間中の変動



58日間でおおよそ10%
減少している

考察：イベント数

- 線源であるNa22の半減期は約2.6年なので、58日間で原子数は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{58}{2.6 \times 365}} \cong 0.95$$

より5%程度減少する。

- 他にも現象の原因があるはず。
- イベント数が少ない事にも関係しているかもしれない

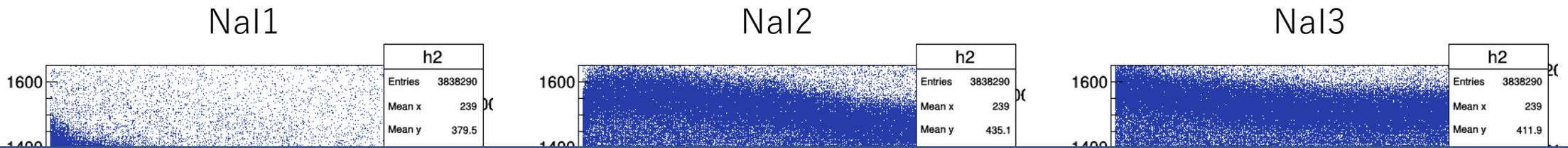
考察：イベント数について

- 記録したイベント数自体は例年と変わらない
- しかし、これは不要なイベントの記録が増加した結果であり、ポジトロニウムの寿命測定に必要なイベント数は例年よりも少なくなっていると考えられる。
- ポジトロニウムの対消滅が少なくなっているとするならば、シリカパウダーの入れ方や配置に問題があったか、あるいはシリカパウダーの量が少ないのかもしれない。

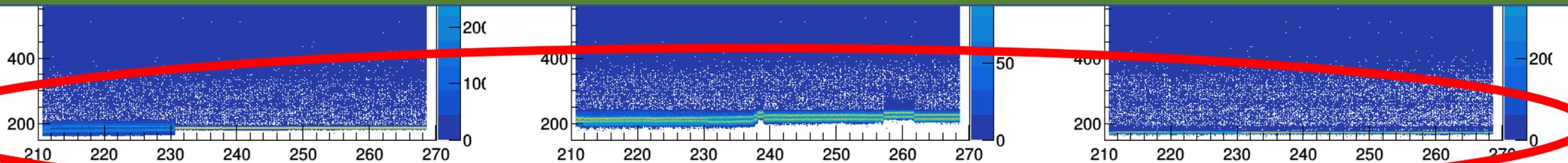
使用したシリカパウダーの体積は容器の容積に比べて小さい。

考察：ADCピーク変動

各ADCのピークの計測期間中の変化。縦軸はADC CH, 横軸は日付番号

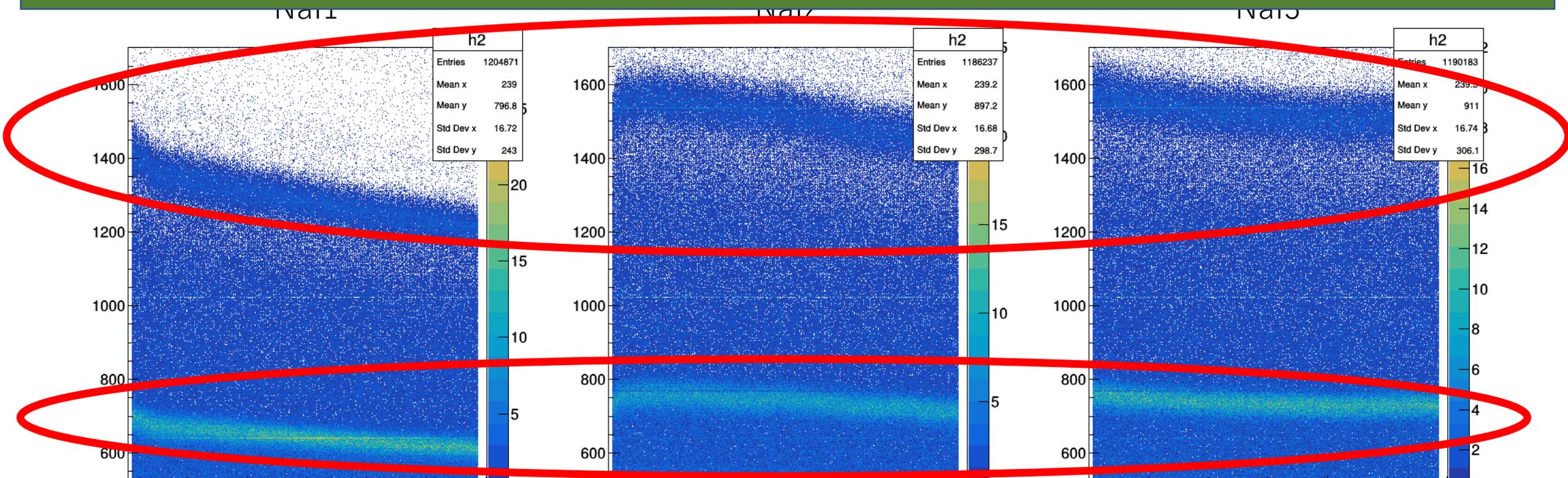


ペDESTAL(0keV)は、ADC1が前半と後半でピーク波形が変わったり、ADC2で時折飛びがあるが、長期的には安定している。



考察：ADCピーク変動

1275keVは明らかな変動があり，全体に減少傾向にある。



511keVも同様。

考察：ADCピーク変動

- 0keVに対応するADC値は変わらず，エネルギーピークに対応する値は減少傾向にある
- PMTからADCへの信号そのものが弱くなっている可能性がある

原因としては

- シンチレータやPMTの劣化
- シンチレータやPMTの温度変化
- PMT電源電圧の変動

※室温は安定していた

が考えられる。

Pick-off補正関数の決定での不確かさ

$$f(t) = \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(t)S(0) - y_{peak}(0)S(t)}$$

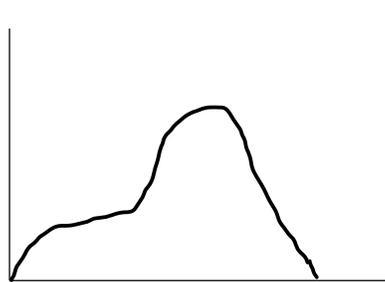
これを測定値から決定するために時間幅 Δt をとって

$$f(t) = \frac{y_{peak}^{\Delta t}(t)S(0)}{y_{peak}^{\Delta t}(t)S(0) - y_{peak}(0)S^{\Delta t}(t)}$$

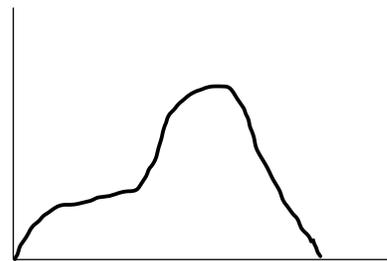
(上付きの Δt は $(t - \Delta t, t + \Delta t)$ のデータを時間の1点として集めて測定した値)

なるべく Δt は
小さくとった
方がよい

Δt が大きいと... 例えば



...



...



この場合ピークの高さが実際より高くなる

$(t - \Delta t, t)$

t

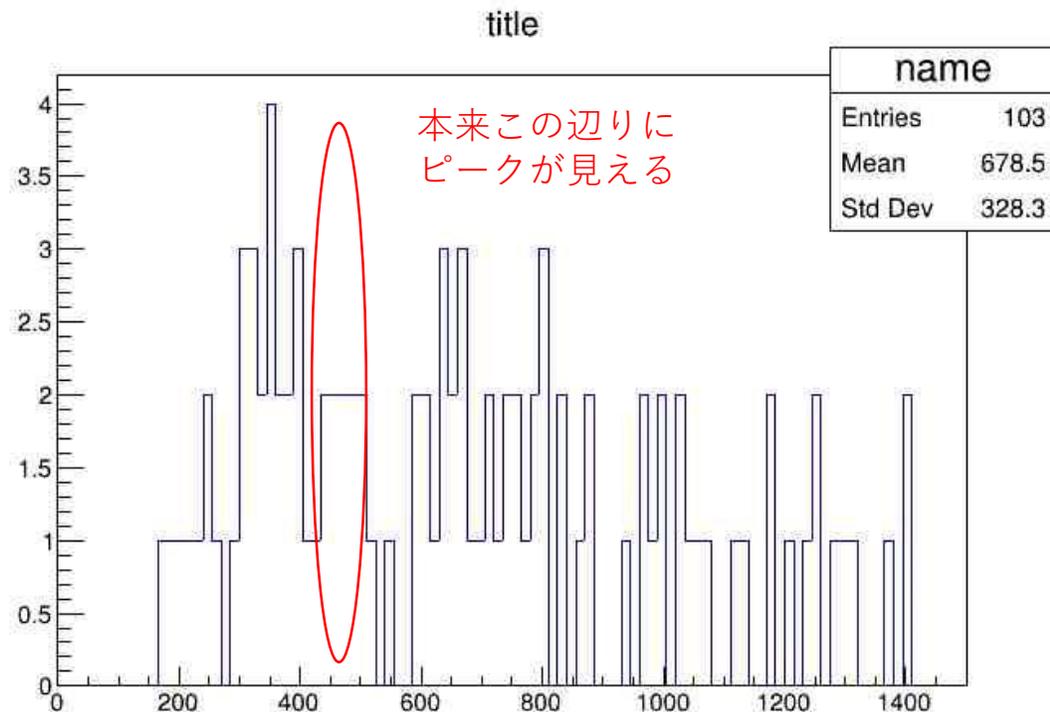
$(t, t + \Delta t)$

しかし

今回の実験では例年に比イベント数が少なかった



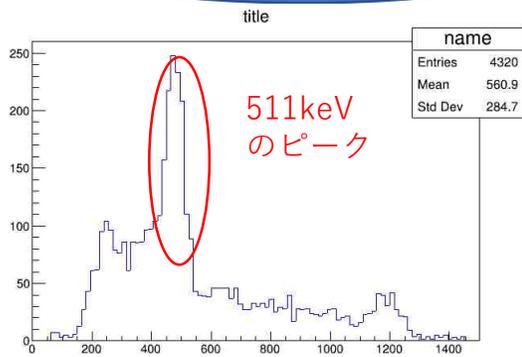
そのため Δt を小さくしてしまう
と511keVのピークが見えない！



$\Delta t = 1$ としたときのNaI1での
499nsから501nsでのイベント

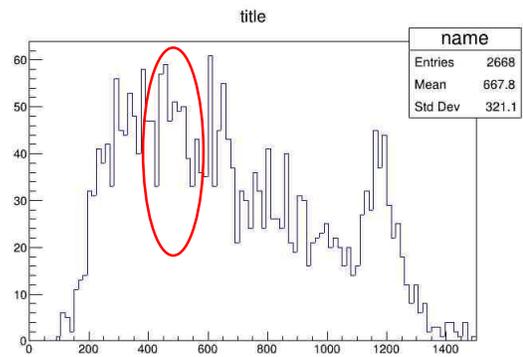
そのため今回の実験では $\Delta t = 25\text{ns}$ とし、
 (50,100), (100,150), \dots , (650,700)と50ns刻みでデータを取り、それぞれ75ns,125ns, \dots ,675nsでのデータとして扱った

しかしそれでも

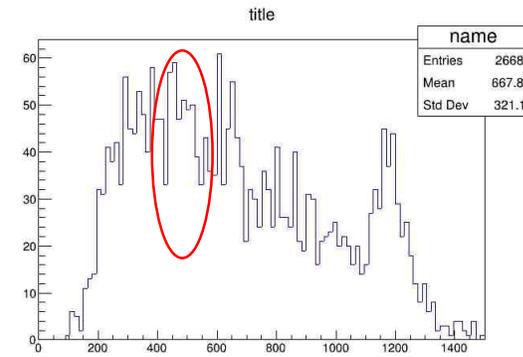


(50,100)

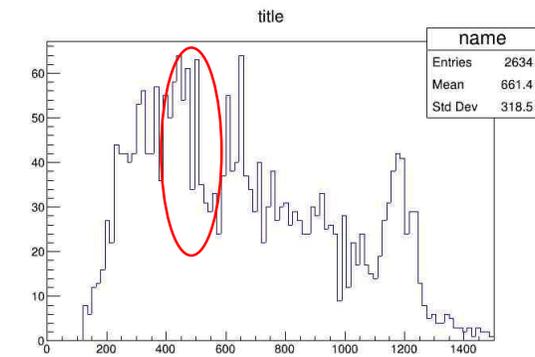
...



(400,450)

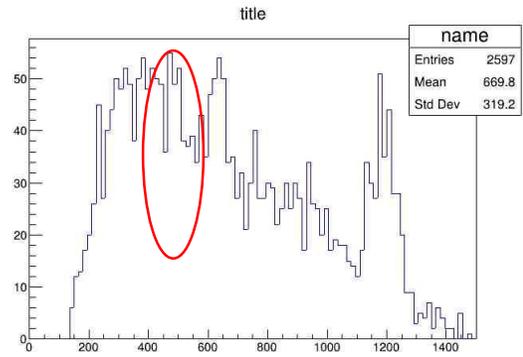


(450,500)

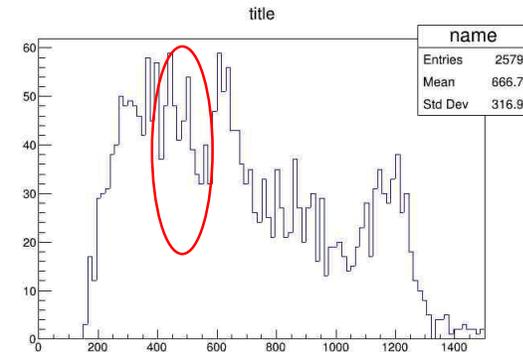


(500,550)

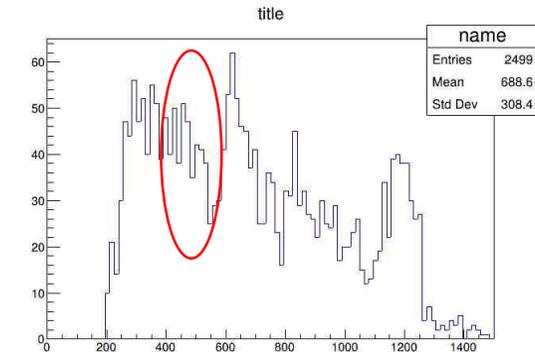
時間が大きくなるにつれて
ピークが見え
ずらくなる



(550,600)

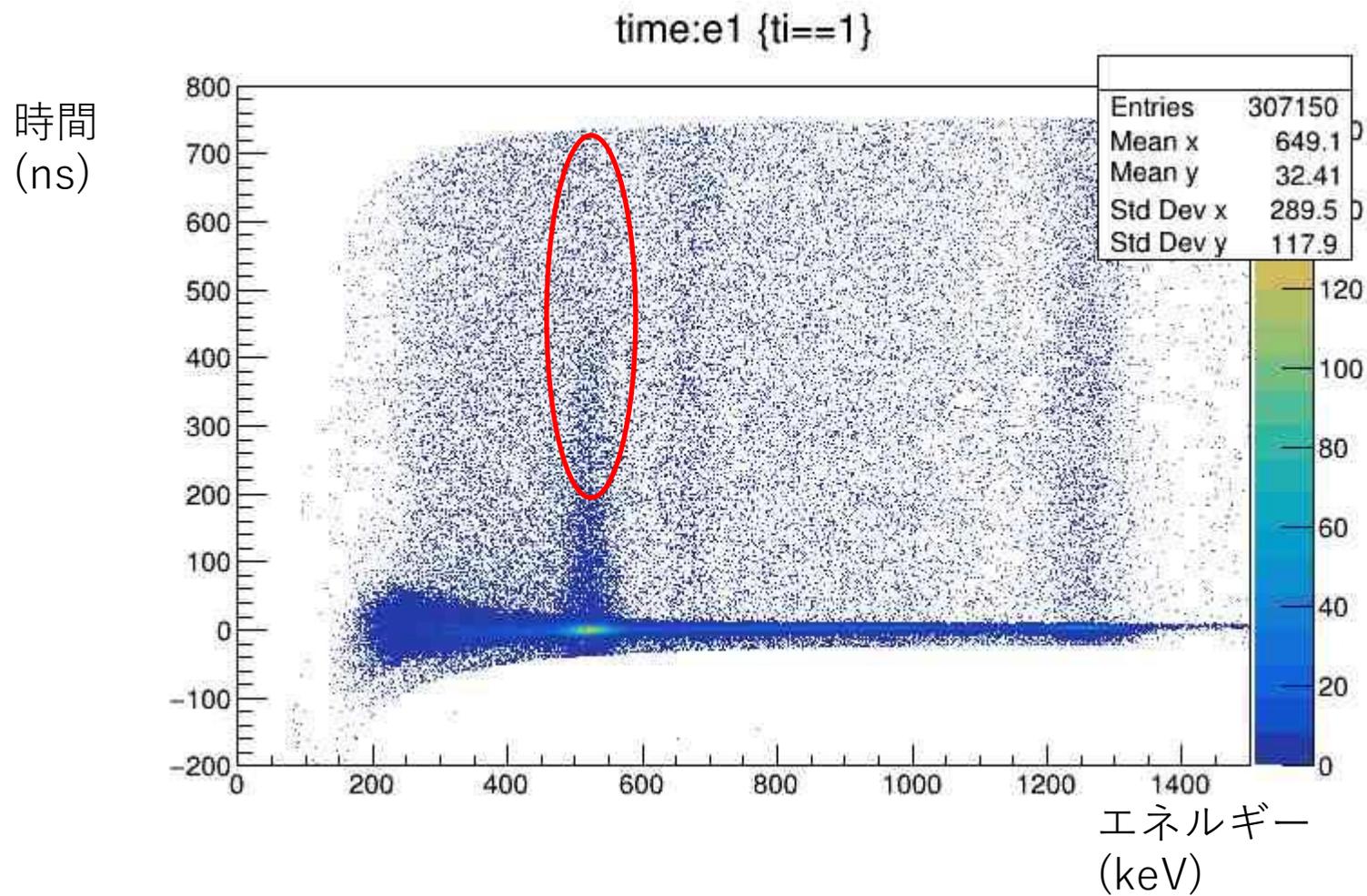


(600,650)



(650,700)

2次元ヒストグラムで見ると (NaI1の場合)



$f(t)$ の決定が不正確に

測定された寿命の誤差の要因

そのほかに

511keVより低いエネルギーのイベント数対時間のグラフではなるべくp- P_s の影響が少ない部分でフィッティングを行った
しかしこの時寿命をフィッティングする範囲によって結果として得られる寿命の値が大きく上下する

Pick-off補正での誤差

Pick-off補正で寿命をフィッティングする際の関数は

$$-\frac{dN(t)}{dt} = q_0 \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) + q_2$$

であった。

先ほどはこの関数で実際のデータをフィッティングして寿命を求めた



しかし

これらのパラメータは誤差を持つ
このパラメータが変化すると関数形が変化するので、
誤差を考慮するときは様々な関数形についてフィッ
ティングしてもっともよくデータにあうものを選択し
なければならない？

Pick-off補正での誤差

フィッティング関数の関数形が幅を持つ要因：

- パラメータ p_0, p_1, p_2 が持つ誤差
- パラメータ q_0, q_1, q_2 が持つ誤差

このうち前者は既知だが後者は未知

→先ほどの誤差を考慮しない形でのパラメータ q_0, q_1, q_2 が持つ誤差を予測値として用いる

一般にパラメータ r_0, r_1, \dots, r_n で特徴づけられる関数 $g(t)$ の誤差 $\delta g(t)$ は

$$\delta g(t) = \sqrt{\sum_{i=0}^n \left(\frac{\partial g}{\partial r_i} \delta r_i \right)^2}$$

で与えられる。（誤差の伝播式）

しかし今回の例では、パラメータ q_0, q_1, q_2 の誤差が未知なので、単純に上の式でデータをフィッティングしたときの値を予測値として用いる。

$h(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$ として, 各パラメータに対する微分を求める

$$\frac{\partial h}{\partial p_0} = \left(q_0 - \frac{p_1 q_0}{q_1} (1 + p_2) - \frac{p_0 p_1 q_0}{q_1} \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \right) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial p_1} = \left(\frac{p_0 q_0 t}{p_1^2} - q_0 \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \left(\frac{p_0 p_1 t}{q_1 p_1^2} + \frac{p_0}{q_1} \right) \right) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial p_2} = q_0 \left(1 - \frac{t}{q_1} \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial q_0} = \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial q_1} = q_0 \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \frac{1}{q_1^2} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial q_2} = 1$$

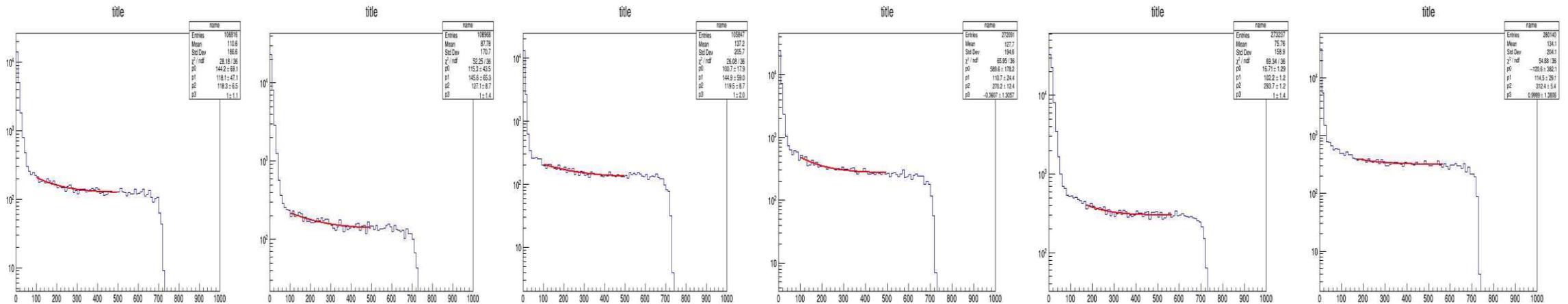
フィッティング関数は誤差を含めて

$$\tilde{h}(t) = h(t) \pm \delta h(t)$$

$h(t) - \delta h(t)$ から $h(t) + \delta h(t)$ のなかでのデータと最もよく合うものを探す



$h(t) + \theta \delta h(t)$ ($-1 \leq \theta \leq 1$)で実際のデータをフィッティング



NaI1

NaI2

NaI3

NaI1

NaI2

NaI3

前半データ

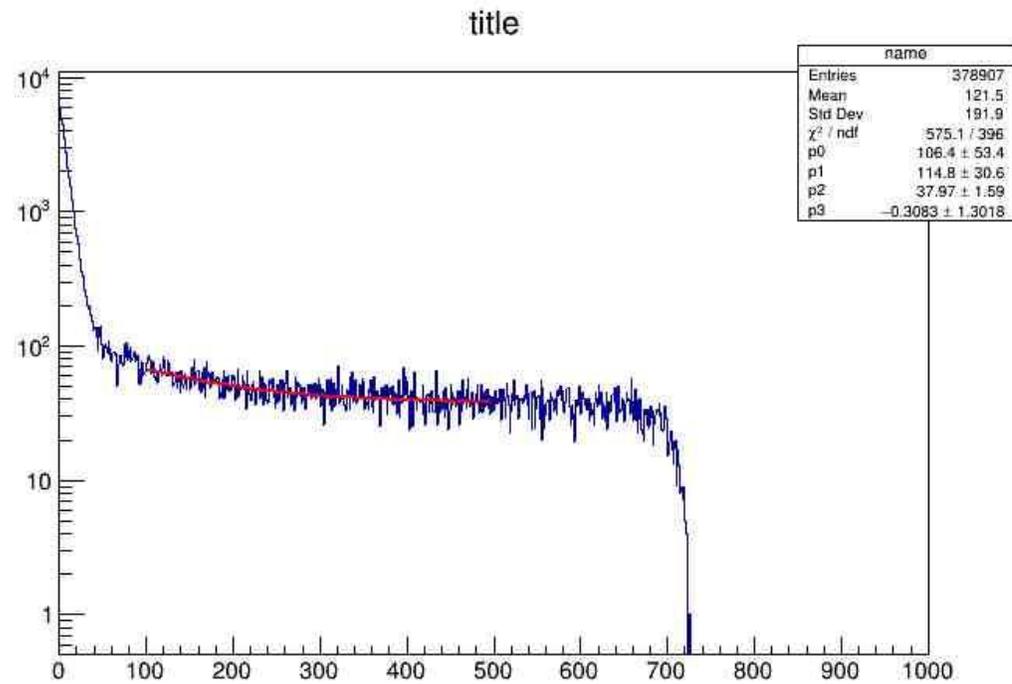
後半データ

フィッティングの結果

	q_0	q_1 (寿命)	q_2	θ
Na1(前半)	144.163 ± 69.1251	118.121 ± 47.0916	118.296 ± 6.45647	0.999979 ± 1.05229
Na2(前半)	115.331 ± 43.4965	145.578 ± 65.2727	127.062 ± 8.67050	0.999999 ± 1.42037
Na3(前半)	100.719 ± 17.8631	144.859 ± 58.9568	119.506 ± 8.72650	0.999999 ± 1.99311
Na1(後半)	589.619 ± 178.181	110.746 ± 24.3677	270.167 ± 12.3929	-0.360728 ± 1.30566
Na2(後半)	16.7103 ± 1.28508	102.200 ± 1.16120	293.743 ± 1.18115	0.999998 ± 1.42370
Na3(後半)	-120.639 ± 382.146	114.463 ± 29.1351	312.367 ± 5.43904	0.999949 ± 1.38063

前後半合わせたデータに対する解析

データの総数が少ないことによる不確かさを補うため、キャリブレーション、TQ補正まで済ませたデータを前半、後半、Na1,2,3を区別することなく同じものとして扱い寿命を測定してみる



先ほどまでと同じような手順で寿命を計算する

誤差をこめた寿命のフィッティング関数で寿命を求めたときの図

パラメータの誤差を考えないときの結果

q_0	q_1 (寿命)	q_2
296.028 ± 83.1933	147.146 ± 28.1071	277.705 ± 5.42402

パラメータの誤差を考えたときの結果

q_0	q_1 (寿命)	q_2	θ
310.827 ± 244.474	150.133 ± 52.4783	278.492 ± 13.8113	-0.211915 ± 1.33396

