

2021年度後期課題演習A2

オルソポジトロニウム の寿命測定

大谷尚輝 深海歩美 松本真太郎 松本亜巳

発表の流れ

1 実験の目的

2 理論

2.1 ポジトロニウムとは

2.2 p-Psとo-Ps

2.3 寿命の理論値

3 実験方法

3.1 実験原理

3.2 実験器具

3.3 セットアップ

3.4 回路

4 結果・解析

4.1 生データ

4.2 データ処理

4.3 TQ補正

4.4 pick-off補正

5 考察

5.1 寿命のfitting範囲・エネルギー範囲

5.2 誤差の評価

5.3 考察

6 結論

1 実験の目的

量子電磁力学(QED)の検証

QEDにおいて導出されるオルソポジトロニウムの寿命（理論値）と実験値を比較することで、QEDの理論が正しいことを裏付ける検証を行う

2 理論(1)

2.1 ポジトロニウムとは

電子と陽電子の束縛状態

① パラポジトロニウム ($p\text{-Ps}$)

② オルソポジトロニウム ($o\text{-Ps}$)

の2種類に分けられる

2 理論(2)

2.2 p-Ps と o-Ps

① p-Ps

- 合成スピン1, 荷電共役変換で符号反転

$$C|p - Ps\rangle = |p - Ps\rangle$$

- $C|n\gamma\rangle = (-1)^n |n\gamma\rangle$

→ 偶数個の光子に崩壊

② o-Ps

- 合成スピン0, 荷電共役変換で符号一致

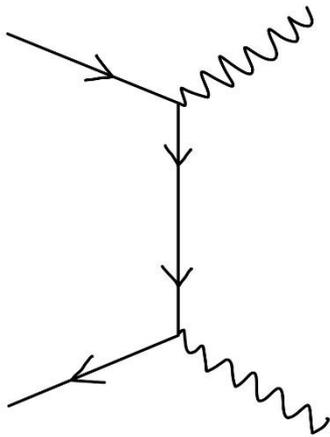
$$C|o - Ps\rangle = -|o - Ps\rangle$$

- $C|n\gamma\rangle = (-1)^n |n\gamma\rangle$

→ 奇数個の光子に崩壊

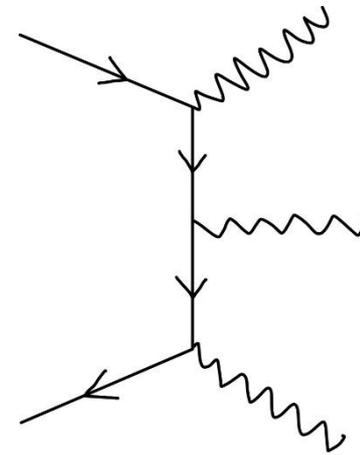
2 理論(3)

① p-Ps



→ 2γ に崩壊

② o-Ps



→ 3γ に崩壊

- 運動量保存則より、1光子への崩壊はない
- 高次の摂動の寄与は小さいため考慮しない

2 理論(4)

2.3 寿命の理論値

ファインマンダイアグラムを用いた摂動計算



① p-Psの寿命 … 約 0.125ns

② o-Psの寿命 … **約 142 ns**

本実験でこの値に近づくことを確かめる

3 実験方法

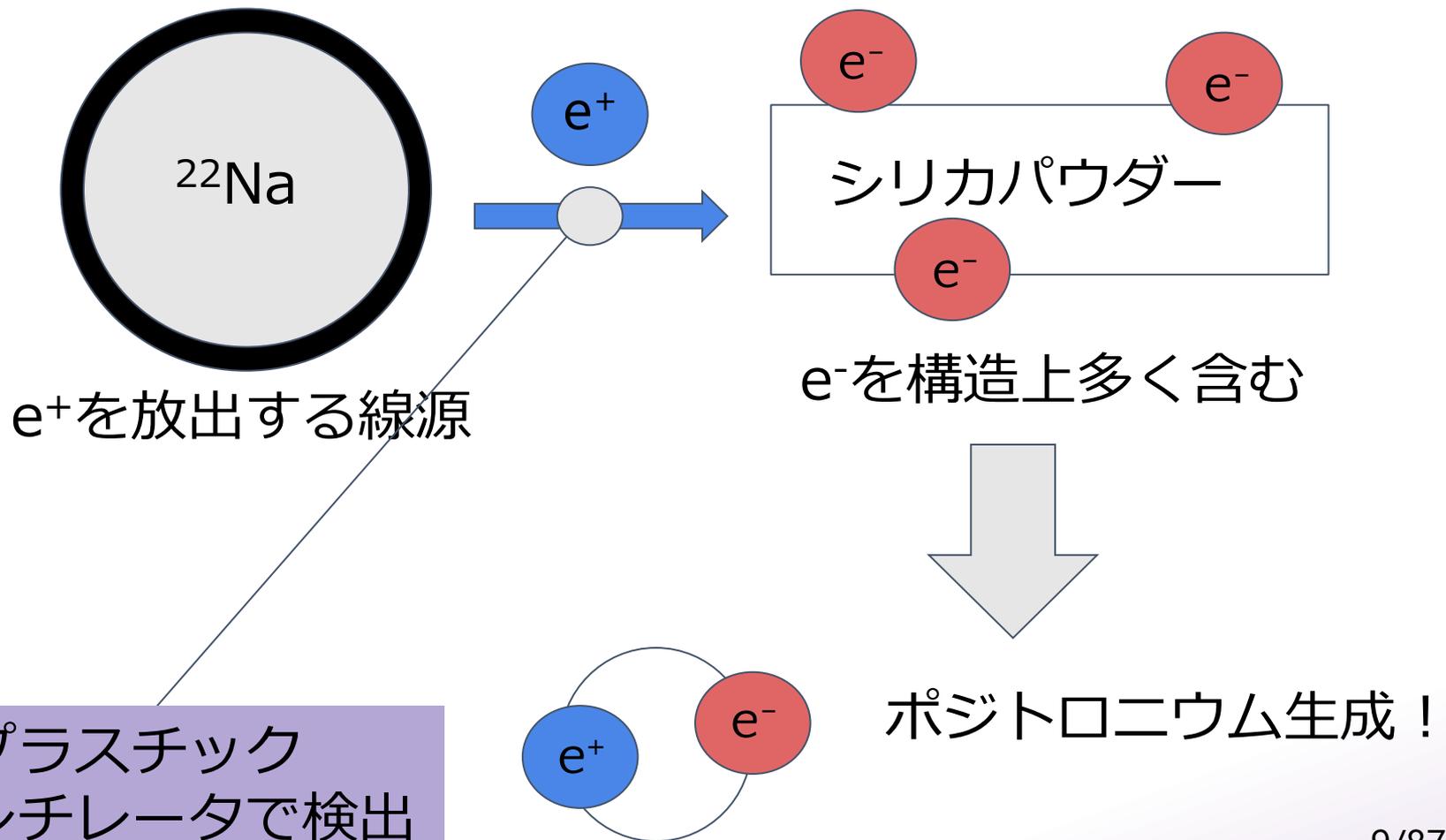
3.1 実験原理

3.2 実験器具

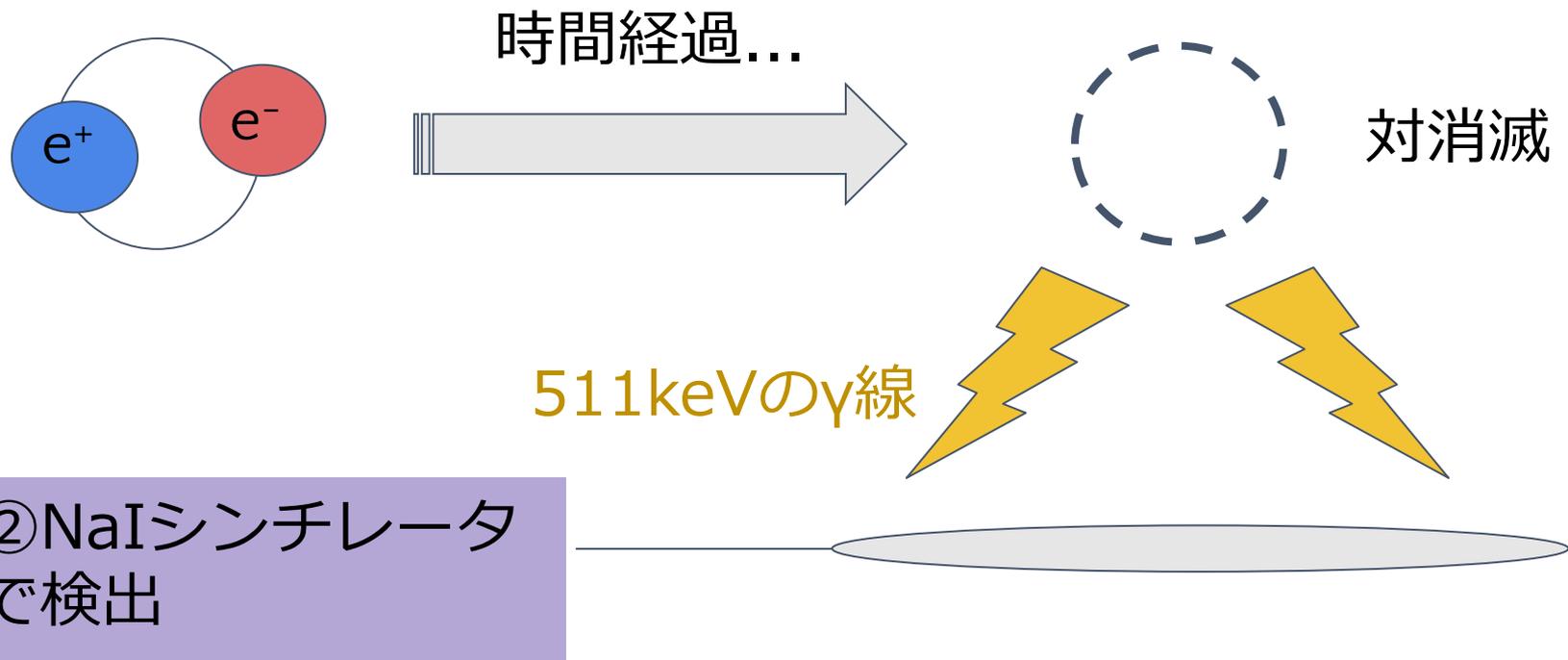
3.3 セットアップ

3.4 回路

3.1 実験原理(1)



3.1 実験原理(2)

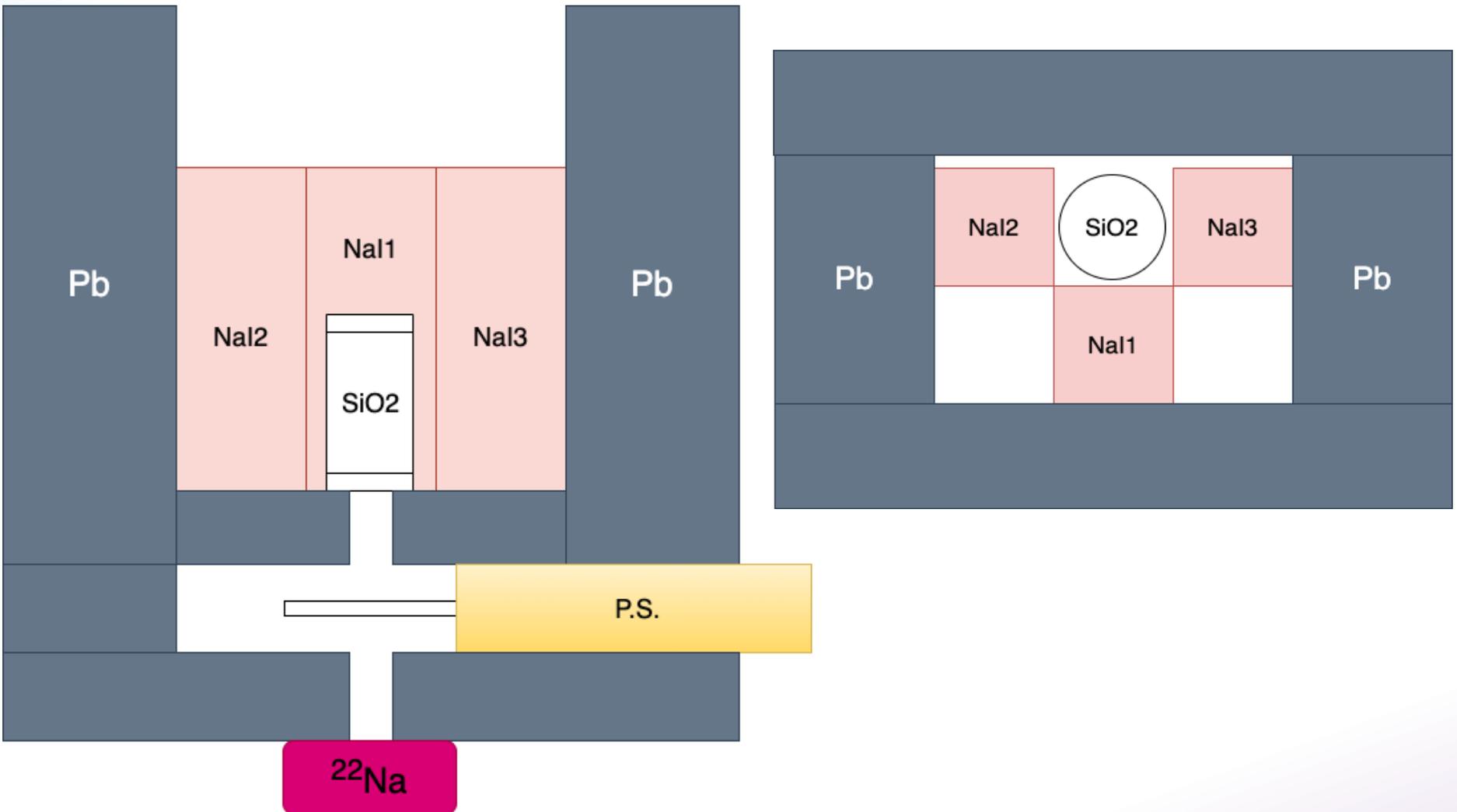


ポジトロニウムの寿命は② - ①の時間で求まる！

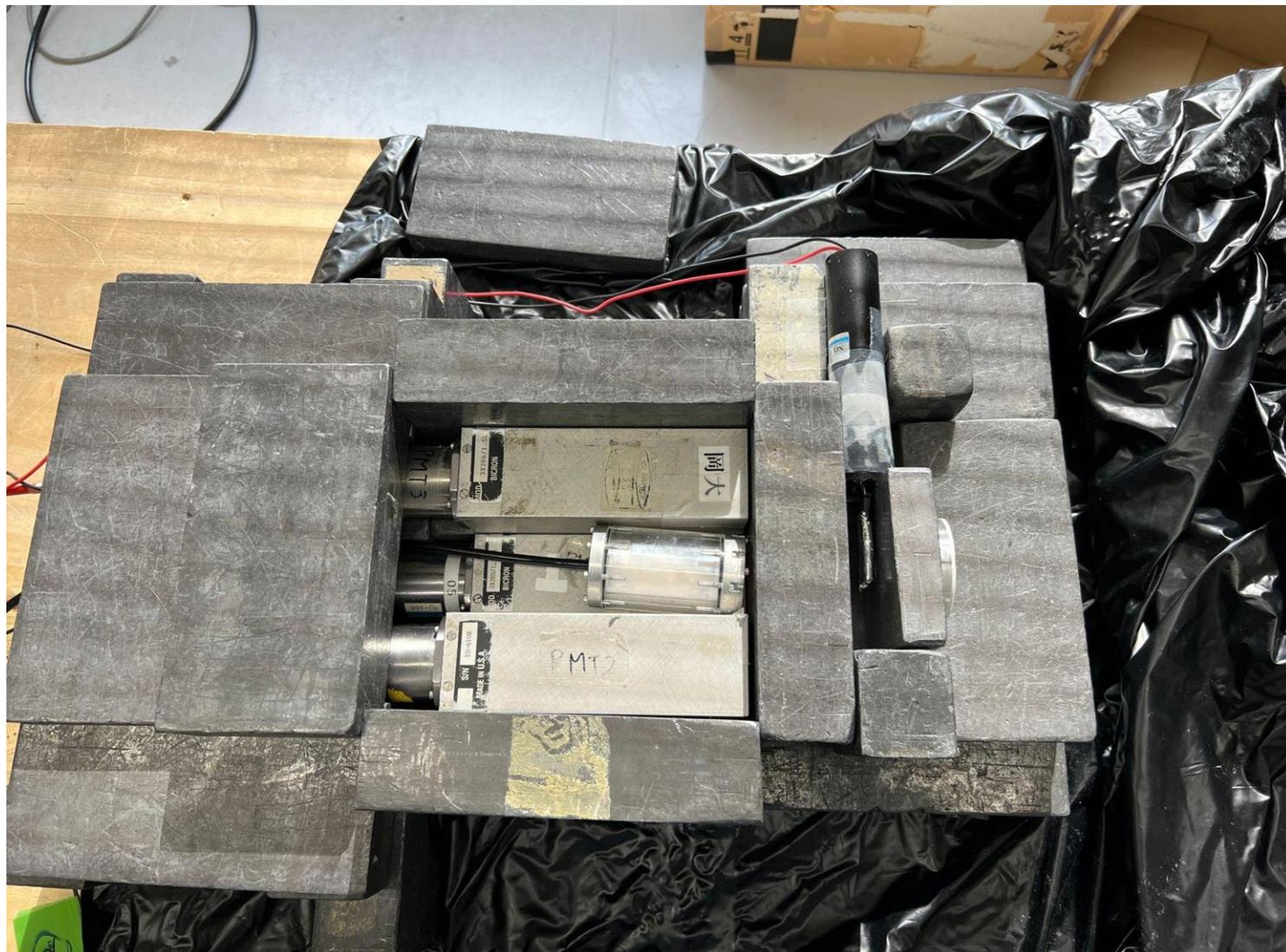
3.2 実験器具

- ^{22}Na : β^+ 崩壊によって e^+ を放出する線源
- プラスチックシンチレータ : e^+ の検出器
- NaIシンチレータ : γ 線の検出器
- シリカパウダー : e^+ への e^- の供給源
- 鉛ブロック : NaIシンチレータに ^{22}Na からの γ 線
が直接入らないようにする
- 遮光用ビニール : 外部からの光を防ぐ

3.3 セットアップ(1)

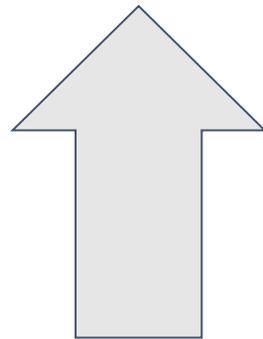


3.3 セットアップ(2)



3.4 回路(1)

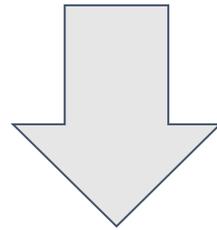
基本的には e^+ を検出してから、
ポジトロニウムが崩壊した時の γ 線を検出するまでの
時間をポジトロニウムの寿命としたい



検出された e^+ が必ずしもポジトロニウムを形成する
わけではない

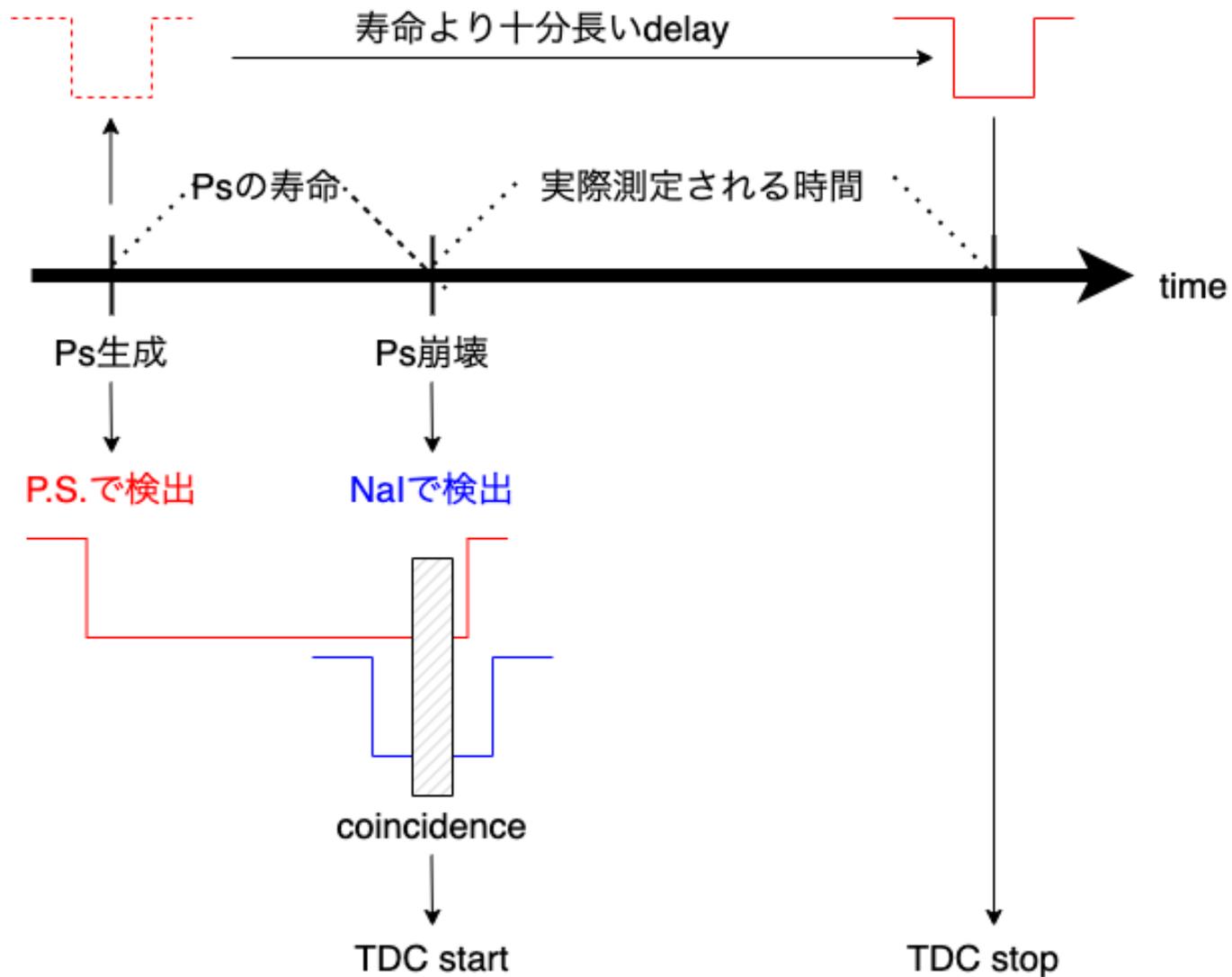
3.4 回路(2)

e^+ を検出した信号と崩壊時の γ 線を検出した信号のcoincidenceを取る

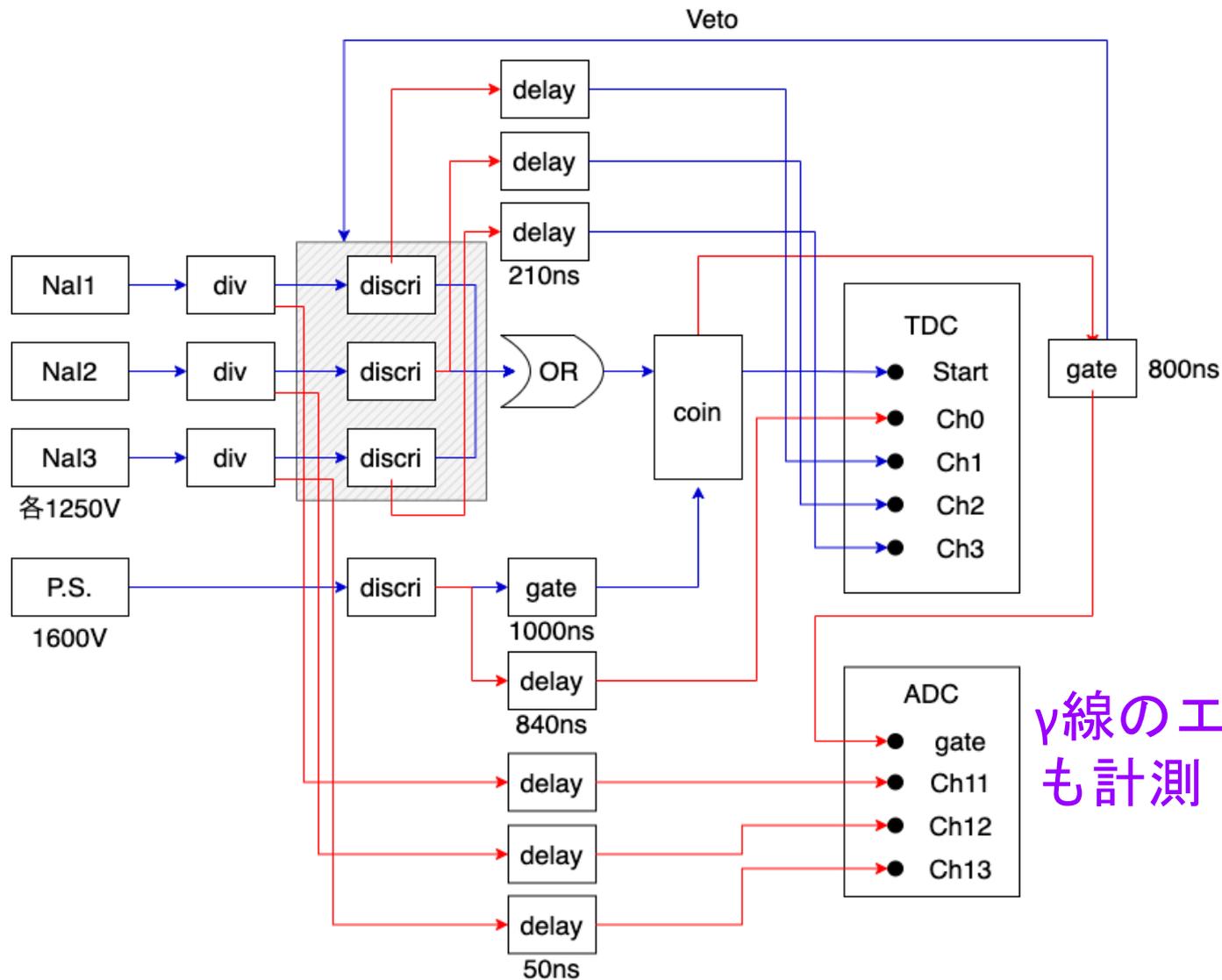


必ずポジトロニウムが崩壊した時の信号は分かる

3.4 回路(3)



3.4 回路(4)



γ線のエネルギーも計測

4 結果・解析

4.1 生データ

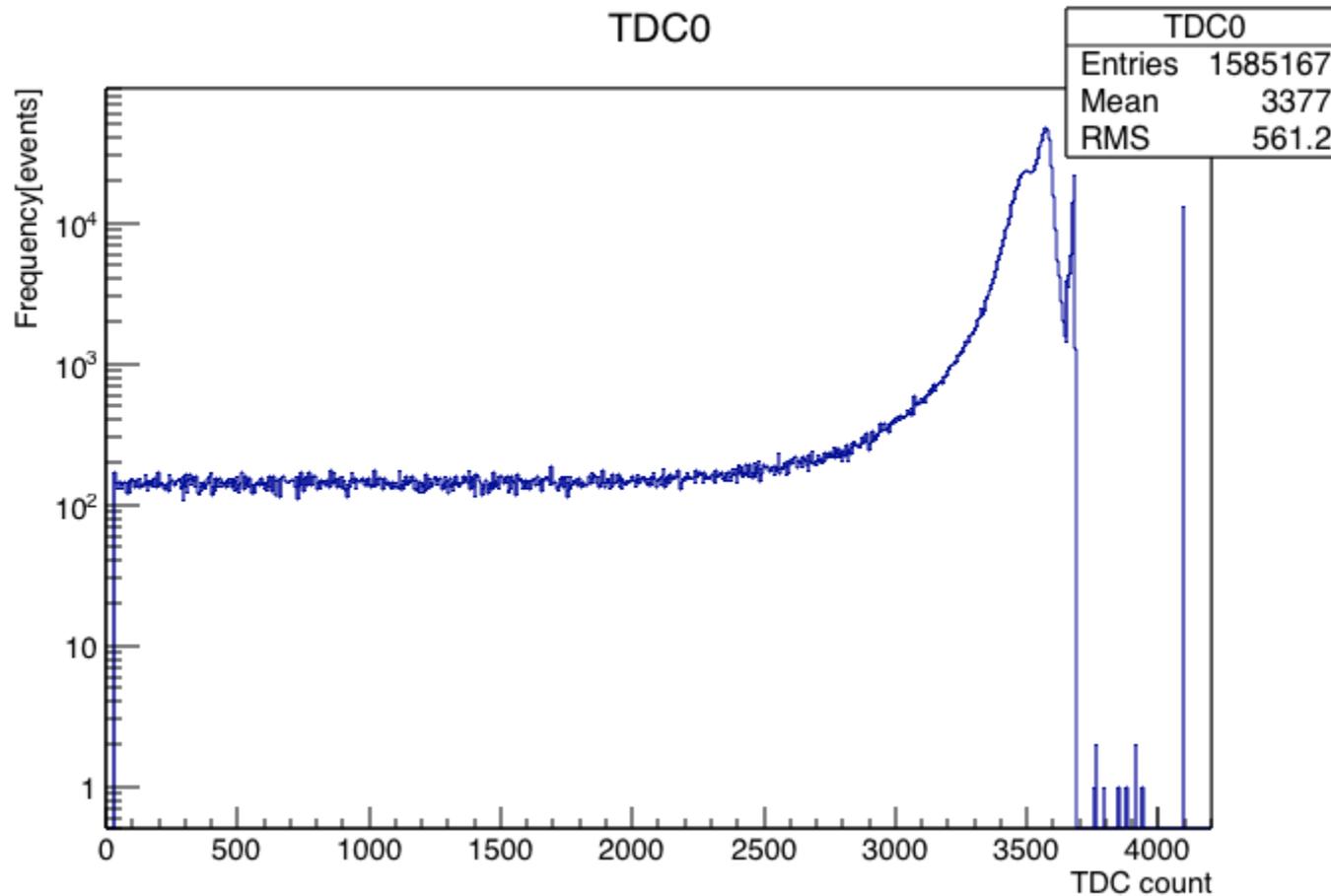
4.2 データ処理

4.3 TQ補正

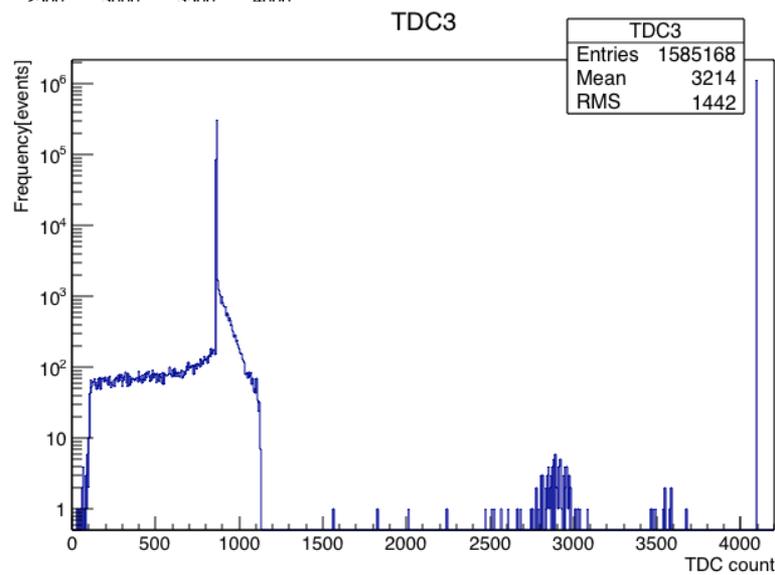
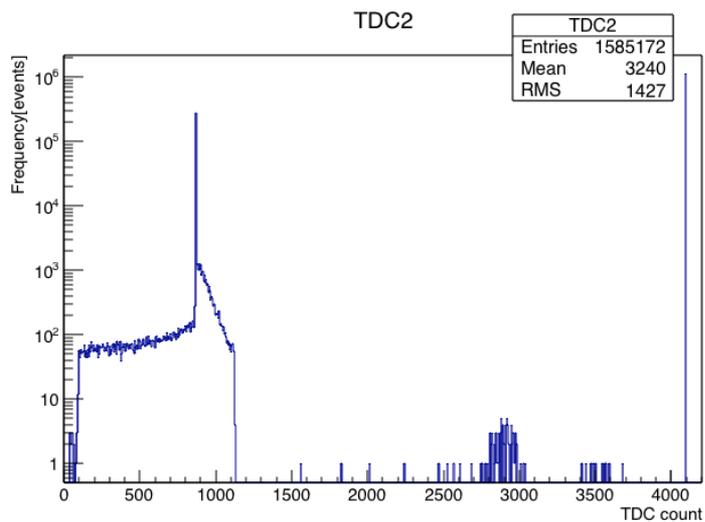
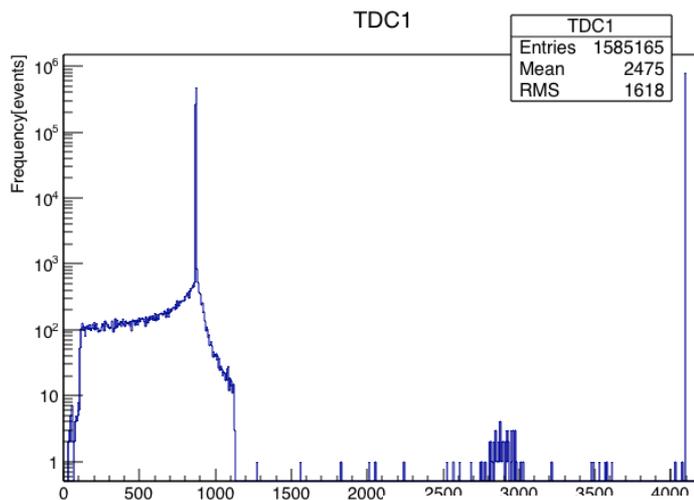
4.4 Pick-off補正

4.1 生データ(1)

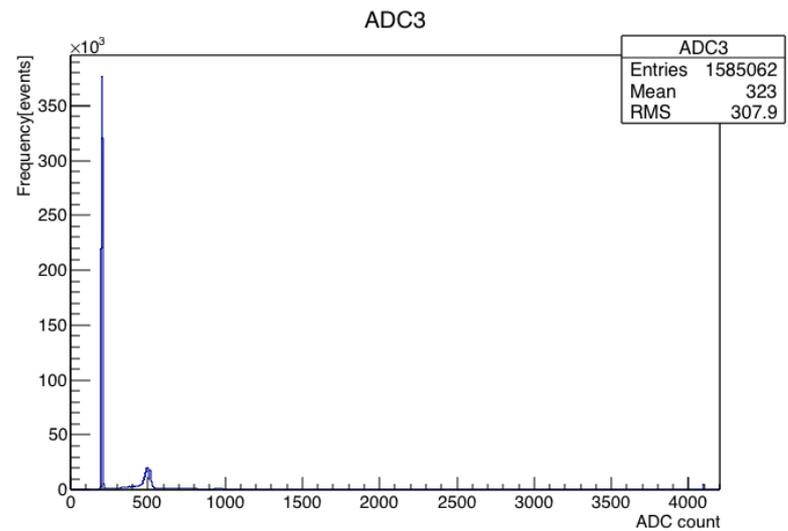
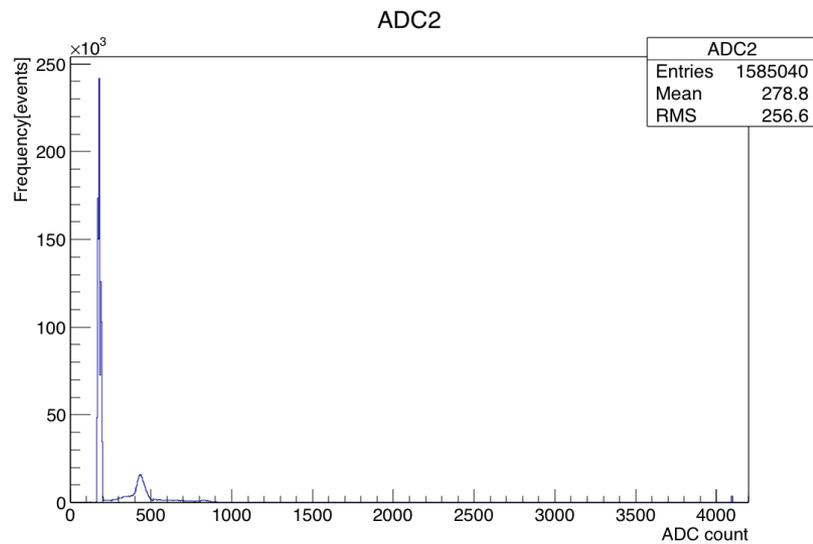
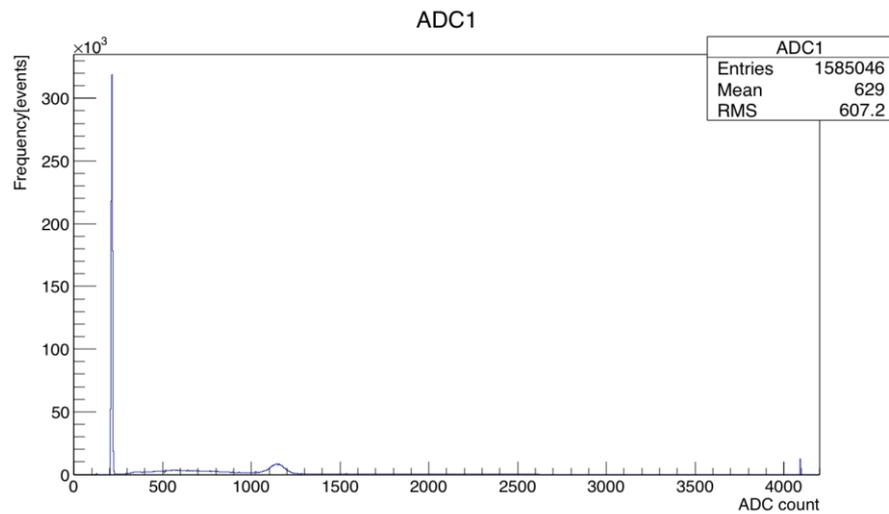
4.1.1 生データ



4.1 生データ(2)



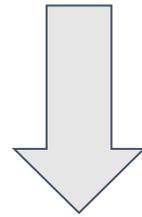
4.1 生データ(3)



4.1 生データ(4)

4.1.2 データの抽出

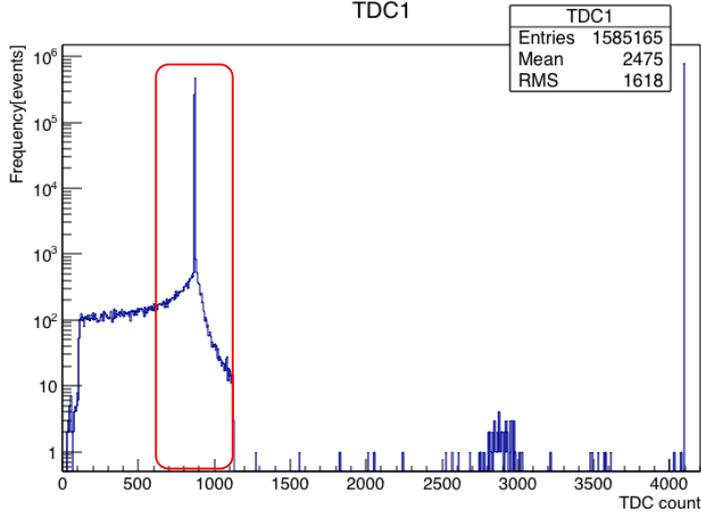
TDC1~3は、ポジトロニウムに関する信号については常に一定値を記録するはず



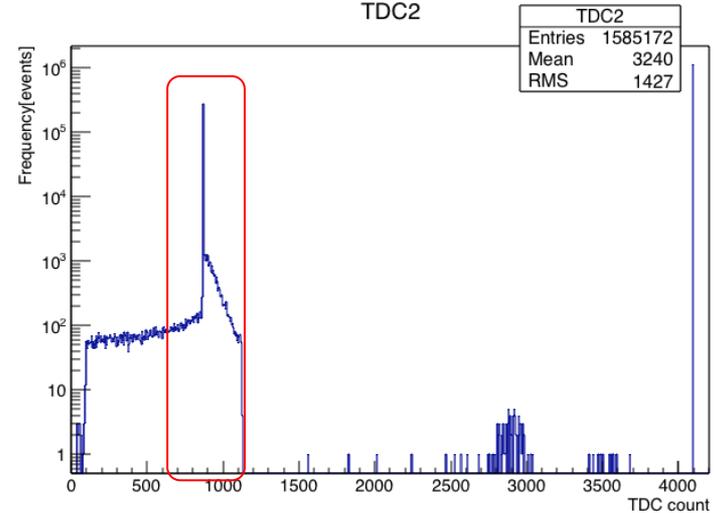
生データからある一定値の周辺のデータのみを解析に使用

4.1 生データ(5)

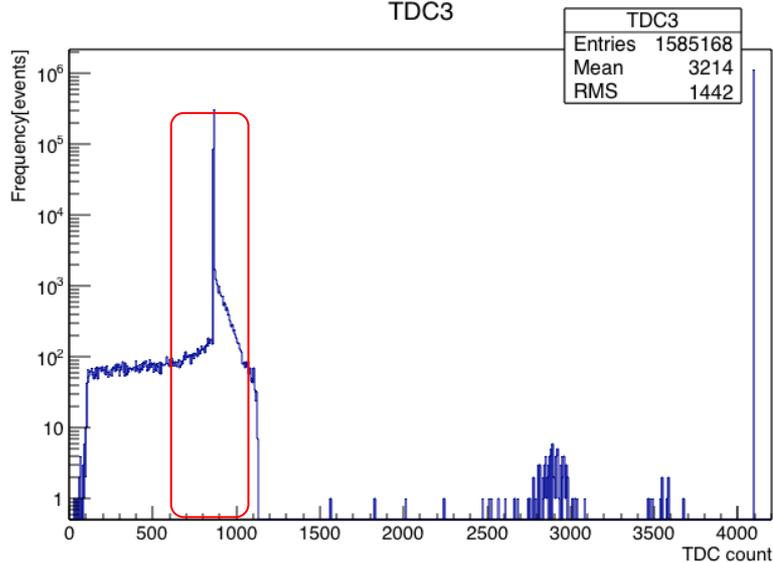
TDC1



TDC2



TDC3



データのcut条件

NaI	TDC count
NaI1	864~876
NaI2	864~876
NaI3	860~868

4.2 データ処理(1)

4.2.1 TDC較正

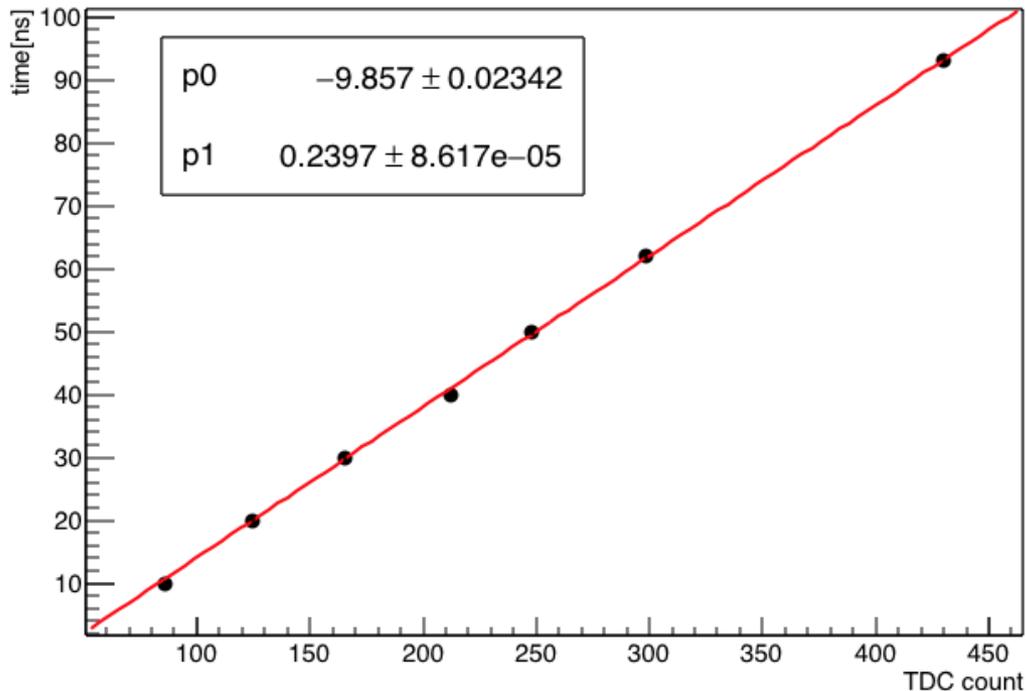
TDC較正：TDCは計測した時間を0から4095までの整数値で返す。これらを実際の時間に変換すること。

4.2 データ処理(2)

二つの同じ時間に発生する NIM 信号を用意し, 片方を TDC の start に, もう片方を一定時間 delay をかけて TDC の stop に入れる。

今回は 10ns, 20ns, 30ns, 40ns, 50ns, 62ns, 93ns の delay をかけて TDC の値を計測した。

4.2 データ処理(3)



$$(time) = p_1 \times (TDCcount) + p_0$$

・定数項の部分は後のTQ補正で補正されるため今は使用しない

・時間順序が本来の逆になっているので傾きに-1を乗じる

$$(time) = -p_1 \times (TDCcount)$$

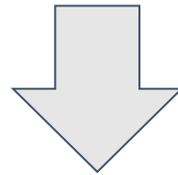
4.2 データ処理(4)

4.2.2 ADC較正

ADC較正：ADCは計測したエネルギーを0から4095までの整数値で返す。これらを実際のエネルギーに変換すること。

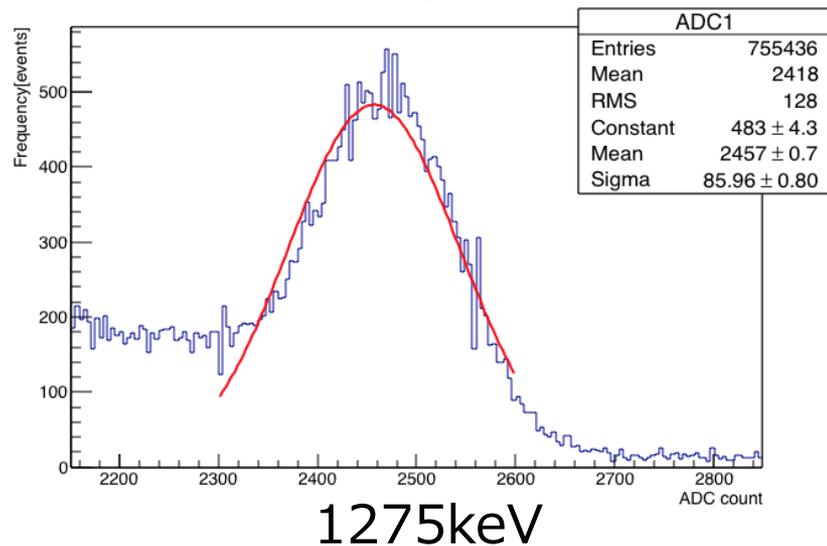
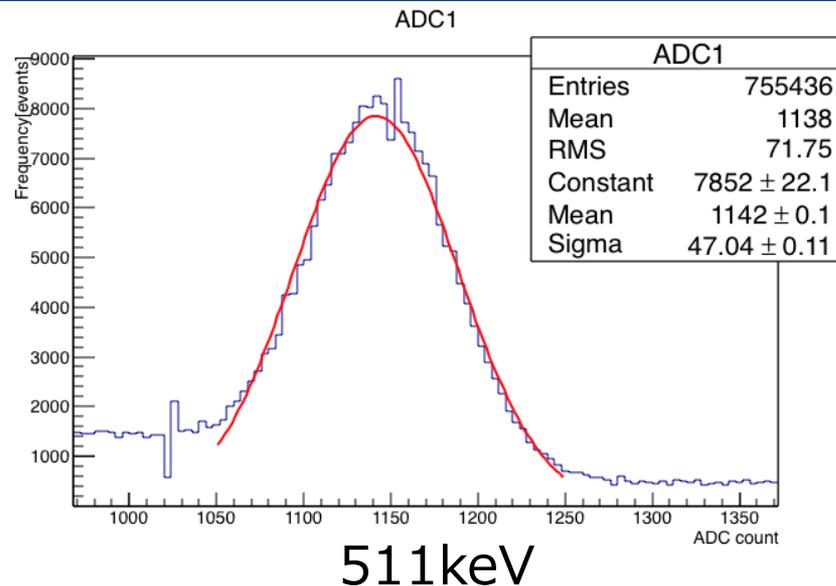
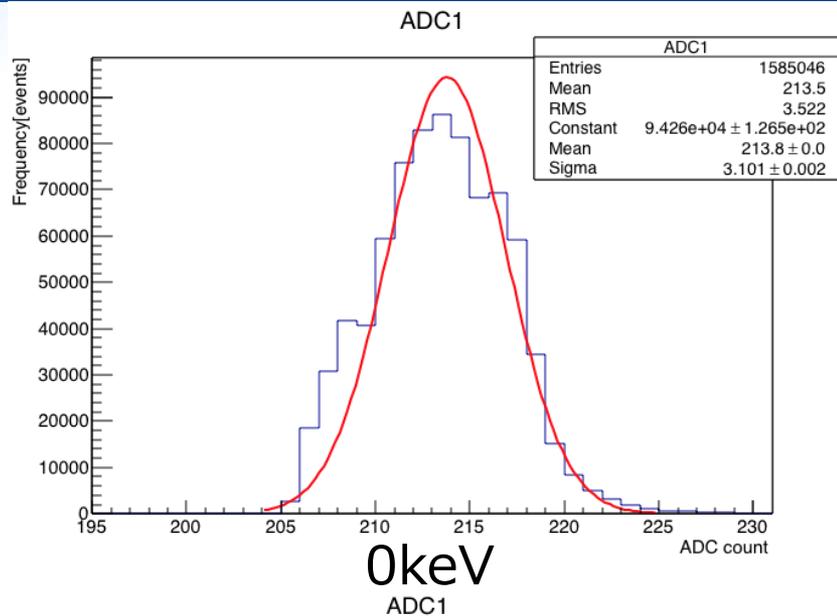
4.2 データ処理(5)

ADCの生データから、
0keV、511keV、1275keVに対応する
ピークが存在することがわかる



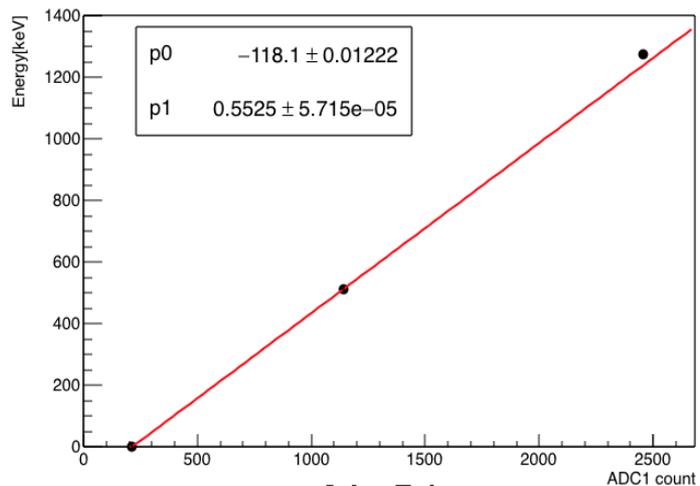
各ピークをfitting

4.2 データ処理(6)

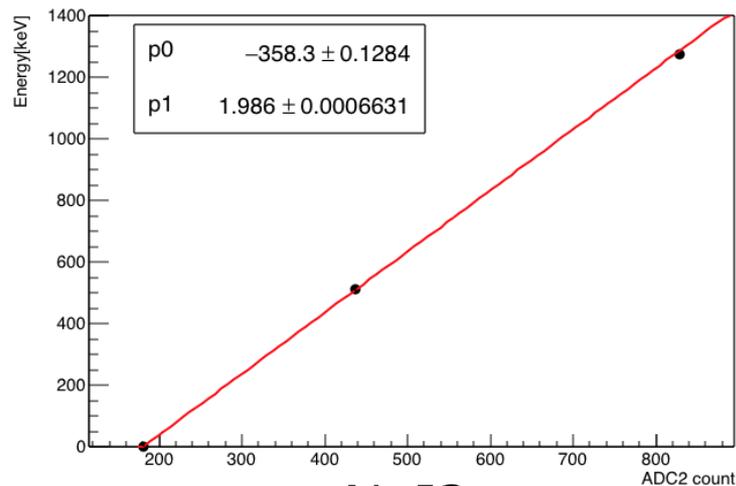


- 画像はNaI1について
フィッティングしたもの
- ペDESTALのみcutなし
でフィッティング

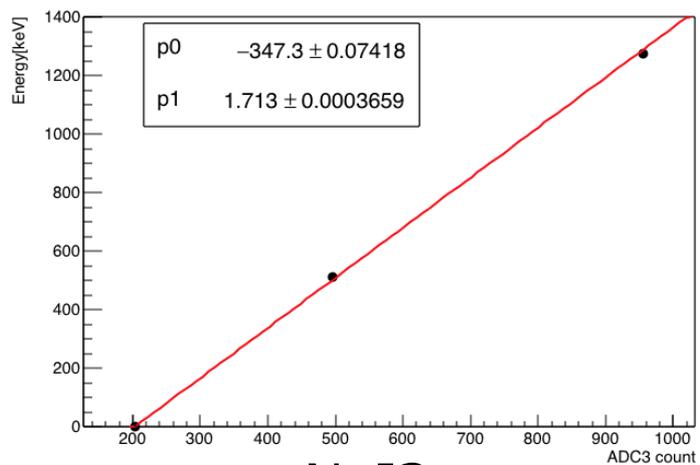
4.2 データ処理(7)



NaI1



NaI2



NaI3

$$(energy) = p_1 \times (ADCcount) + p_0$$

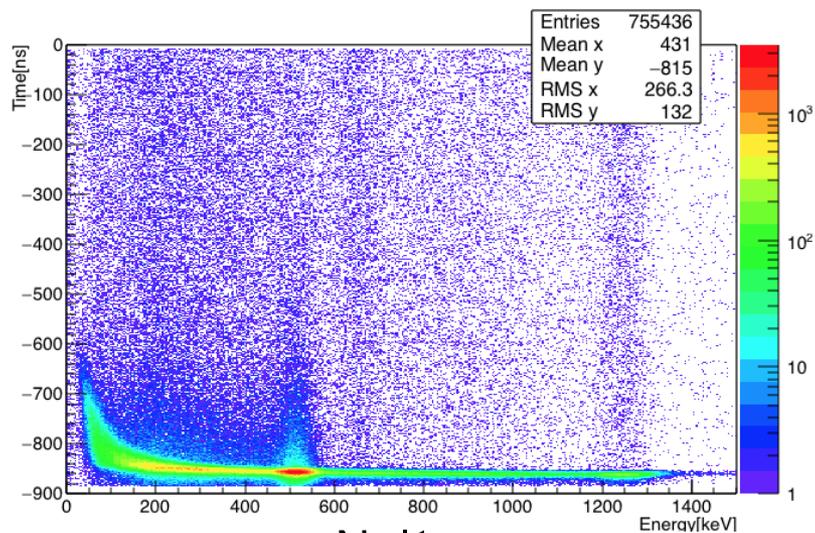
NaI	p_0	p_1
NaI1	-118.1	0.5525
NaI2	-58.3	1.986
NaI3	-347.3	1.713

4.2 データ処理(8)

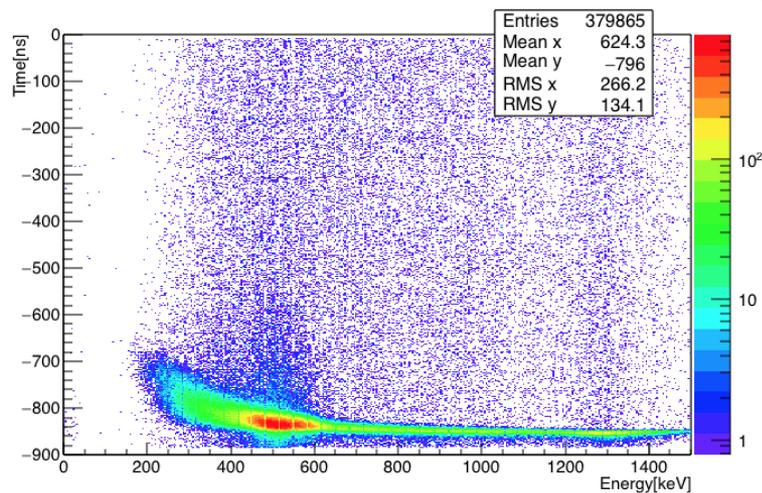
4.2.3 Time-Energy分布

TDC較正とADC較正、データの抽出のみを行った状態での、Time-Energyの二次元ヒストグラム

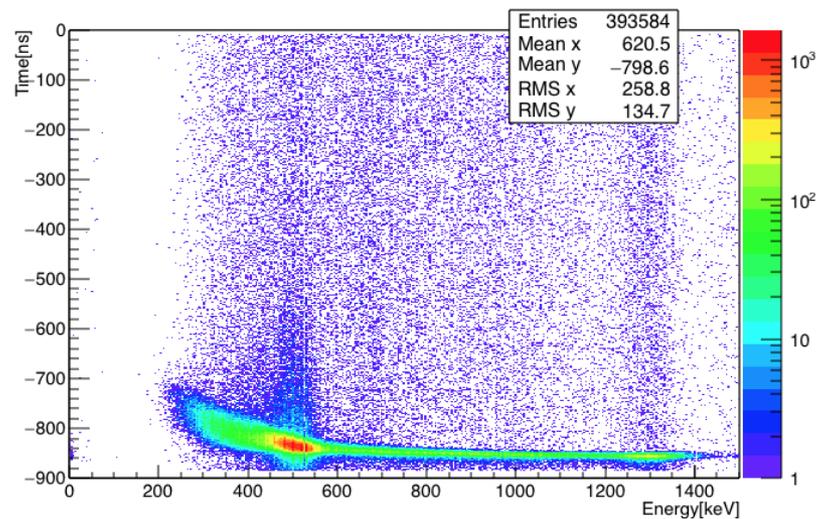
4.2 データ処理(9)



NaI1



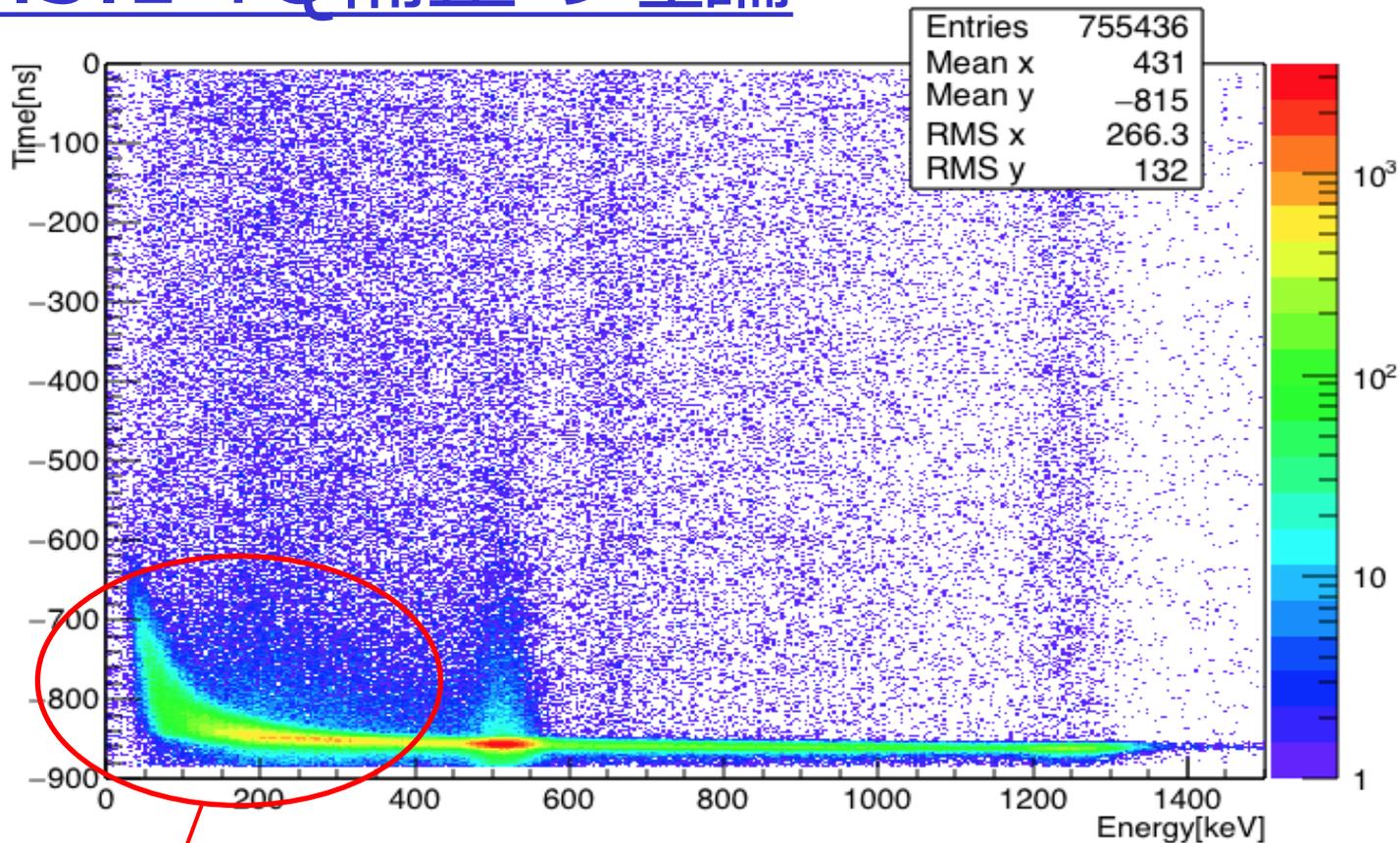
NaI2



NaI3

4.3 TQ補正(1)

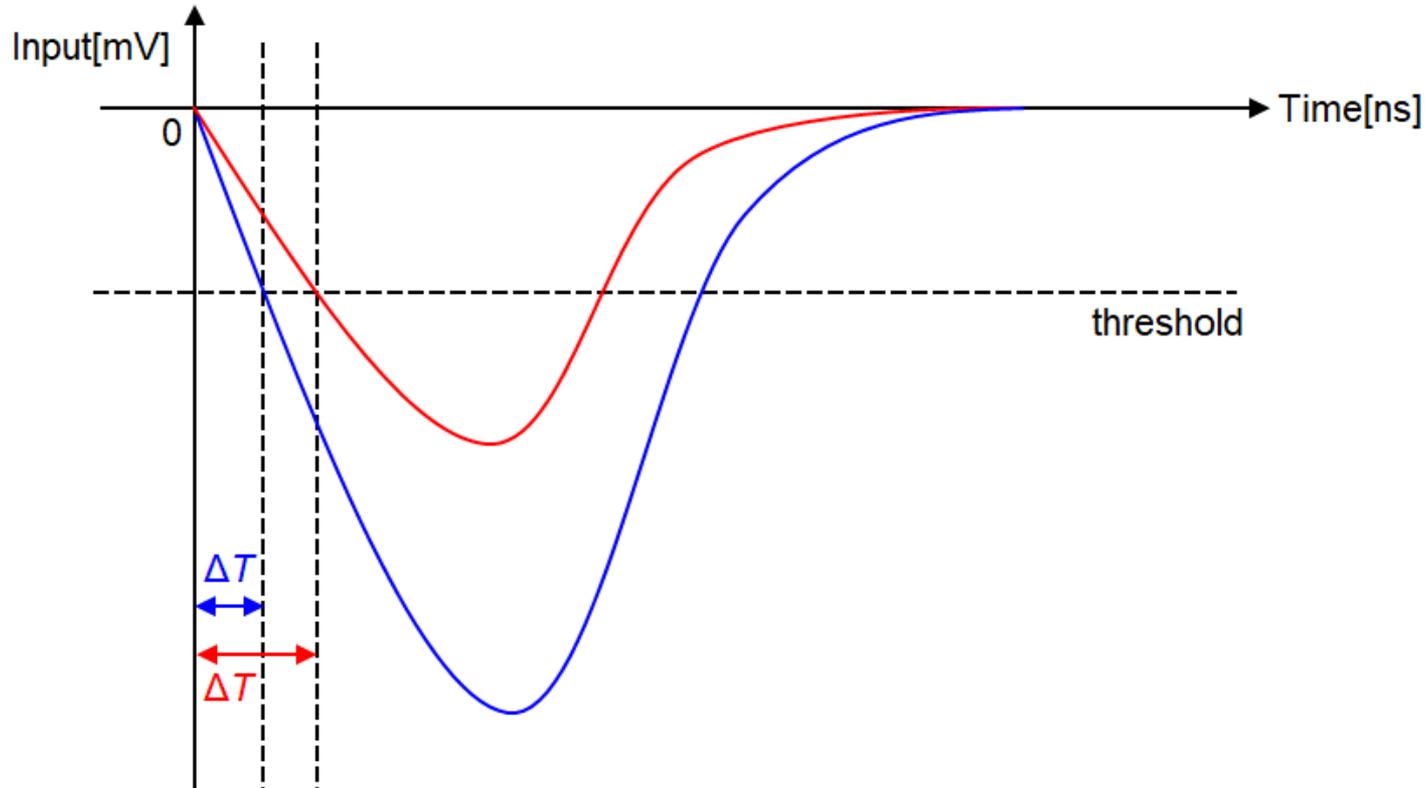
4.3.1 TQ補正の理論



低エネルギーになるほど遅れて観測→このずれを修正 = TQ補正

4.3 TQ補正(2)

Discriminatorに到着したエネルギーの異なる2つの入力信号

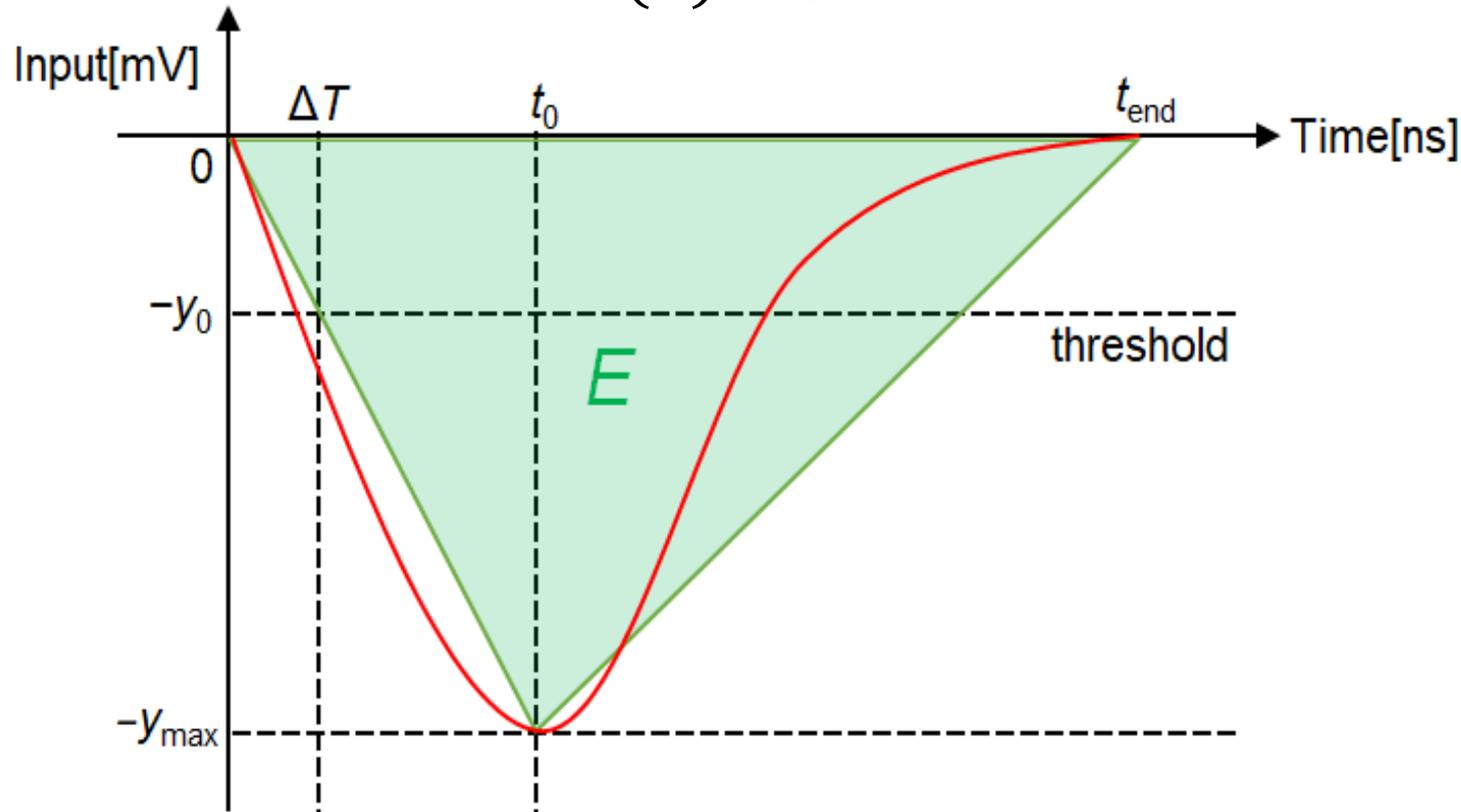


→エネルギーが低い信号の方が ΔT が大きい

→ $\Delta T(E)$ を求めたい

4.3 TQ補正(3)

まず粗い近似により $\Delta T(E)$ を求める



$$E \propto \frac{t_{\text{end}} y_{\max}}{2} \propto t_{\text{end}} y_{\max} \text{より}, \quad \Delta T = t_0 \frac{y_0}{y_{\max}} \propto \frac{t_0 y_0 t_{\text{end}}}{E} \propto \frac{1}{E}$$

4.3 TQ補正(4)

粗い近似では, $\Delta T \propto \frac{1}{E}$

→実際に使用するTQ補正関数は

$$\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

※ $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ はfittingパラメータ

4.3 TQ補正(5)

4.3.2 TQ補正の実践

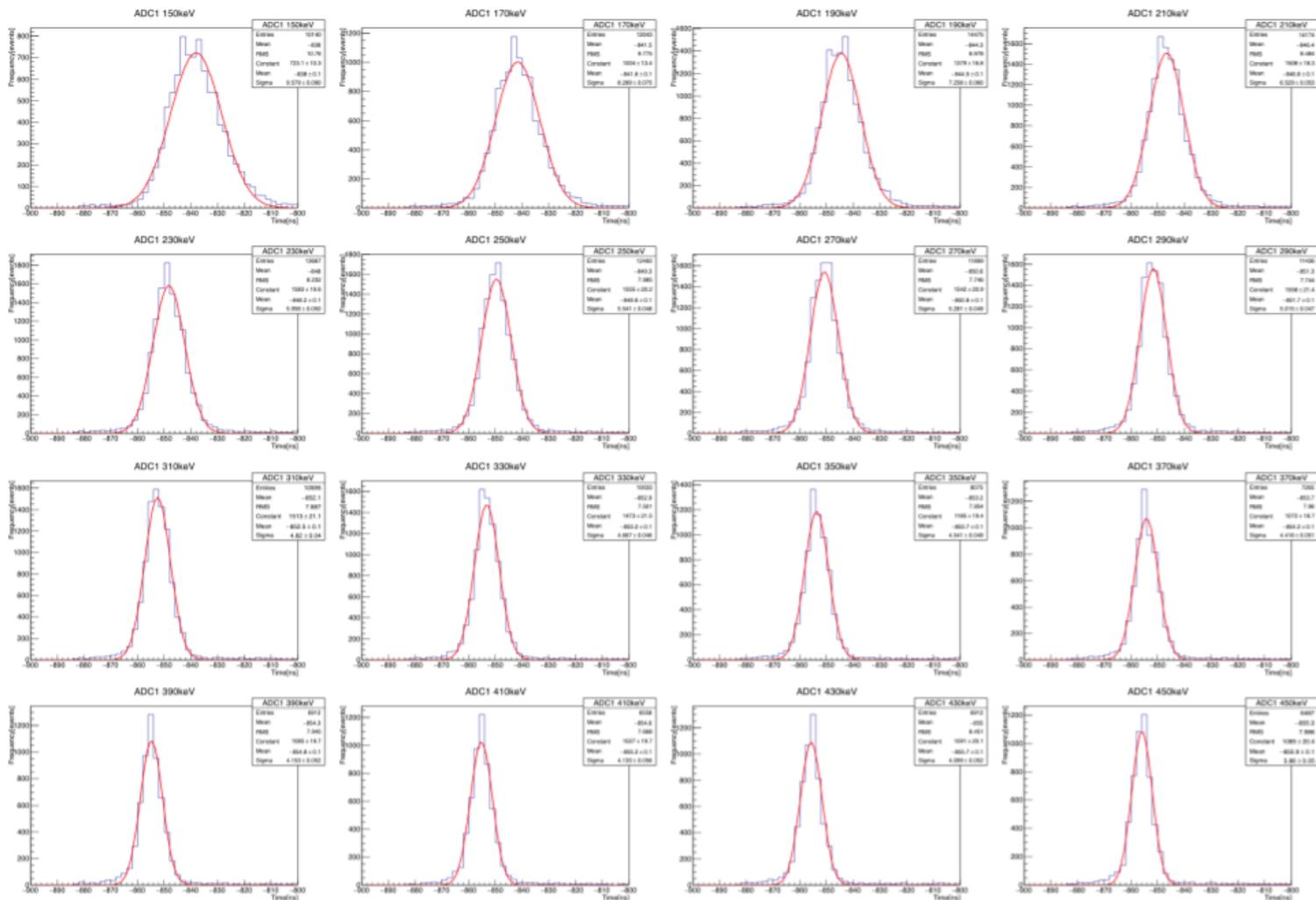
NaI1シンチレータのデータについて

1. 150 ± 5 keVの範囲で取り出したTimeに関するヒストグラムをGaussianでfitting→そのmean = 150 keVにおける ΔT の値
2. 以降20 keVごとに 450 ± 5 keVまで繰り返した
3. 得られた $\Delta T(E)$ の値を横軸を E としてプロット
→TQ補正関数でfittingして $\Delta T(E)$ を決定
4. 各 E に対して $t_{\text{new}} \equiv \text{Time} - \Delta T(E)$ を新たな時間として定義し、以降の解析ではこの時間 t_{new} を用いた

※NaI2,3シンチレータについては 300 ± 5 keVから 680 ± 5 keVまで

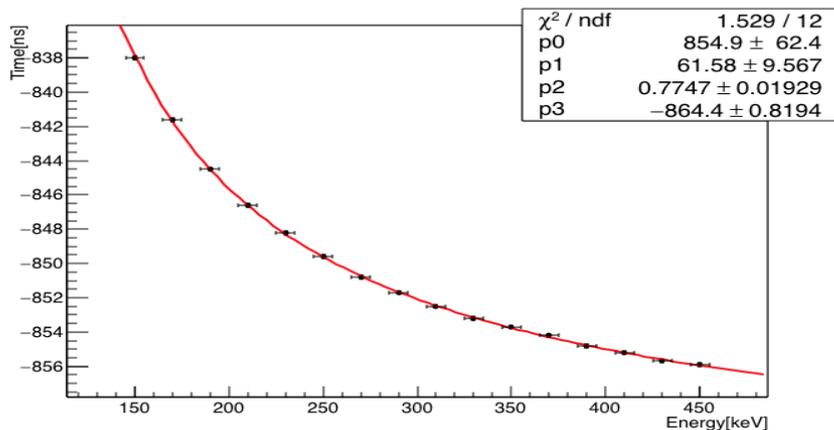
4.3 TQ補正(6)

Gaussian fittingの様子(NaI1シンチレータ)

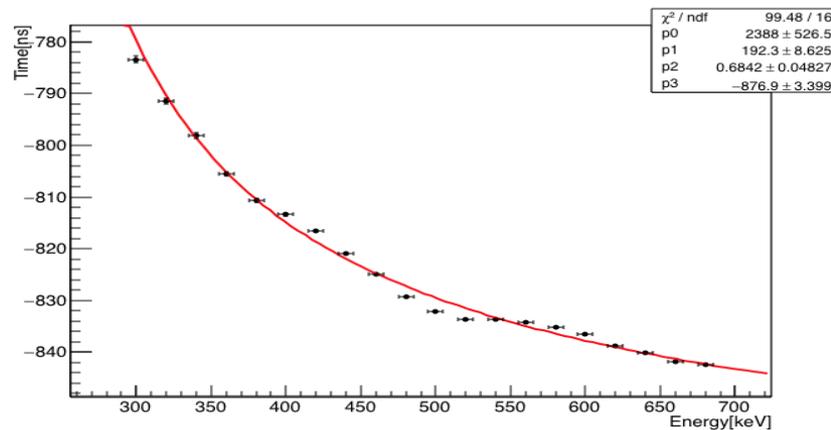


4.3 TQ補正(7)

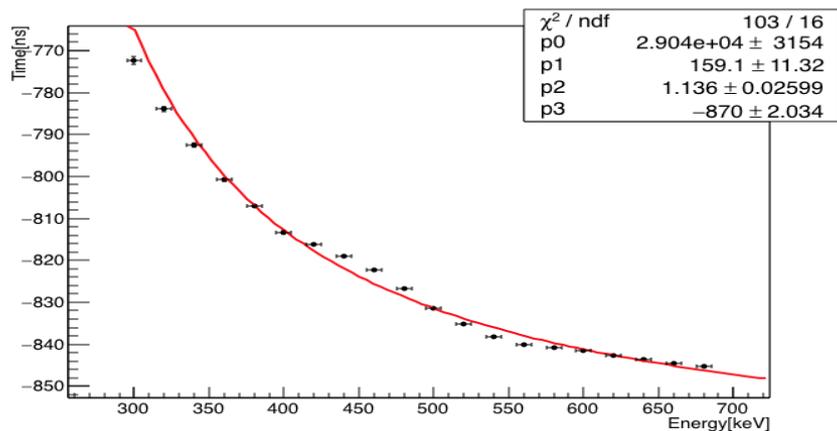
TQ補正関数のfitting結果



NaI1



NaI2

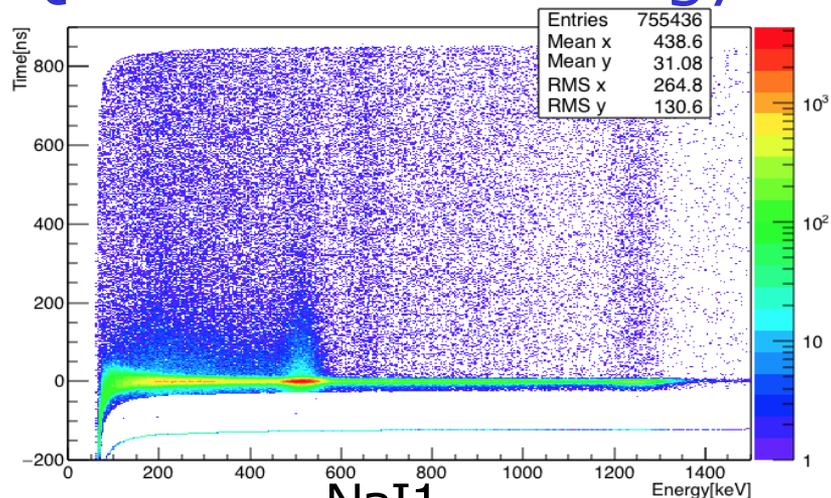


NaI3

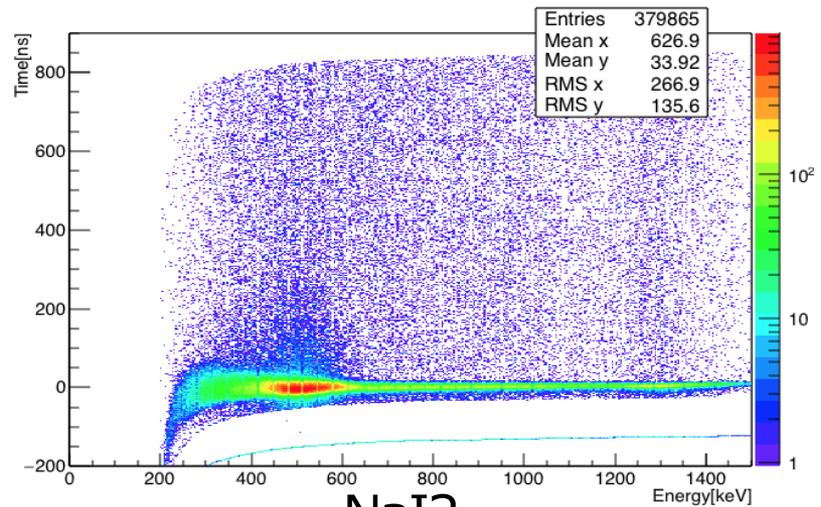
$$\Delta T(E) [\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

4.3 TQ補正(8)

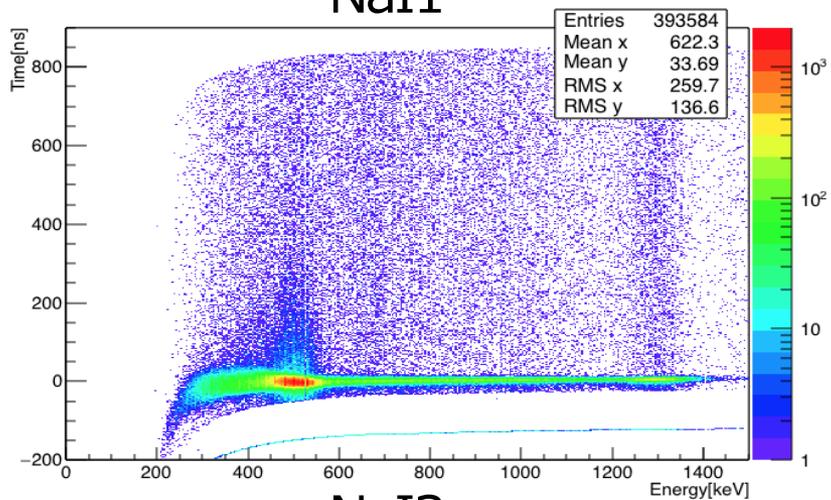
TQ補正後のTime-Energy分布



NaI1



NaI2



NaI3

- エネルギーによる時間のずれがなくなっている

4.3 TQ補正(9)

4.3.3 TQ補正後の寿命

- 450 keV以下のデータを用いて、時間に対するイベント数分布を関数

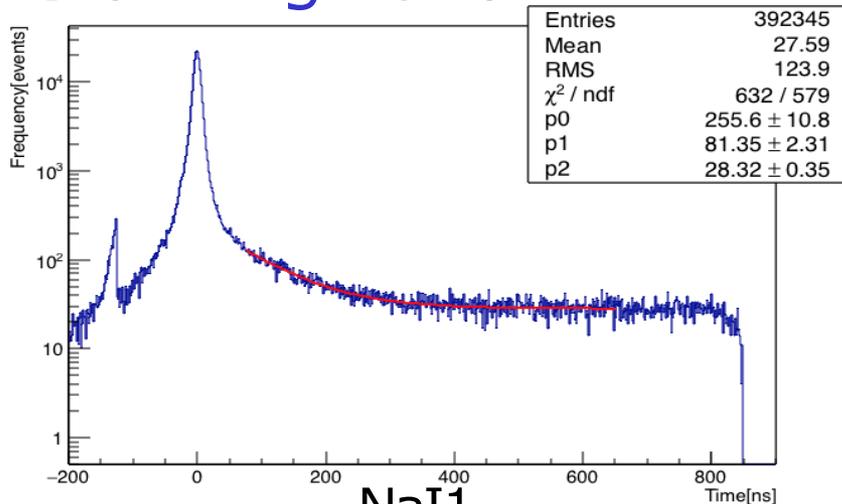
$$p_0 \exp\left(-\frac{t [\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2$$

により $p_i (i = 0, 1, 2)$ をfittingパラメータとしてfitting

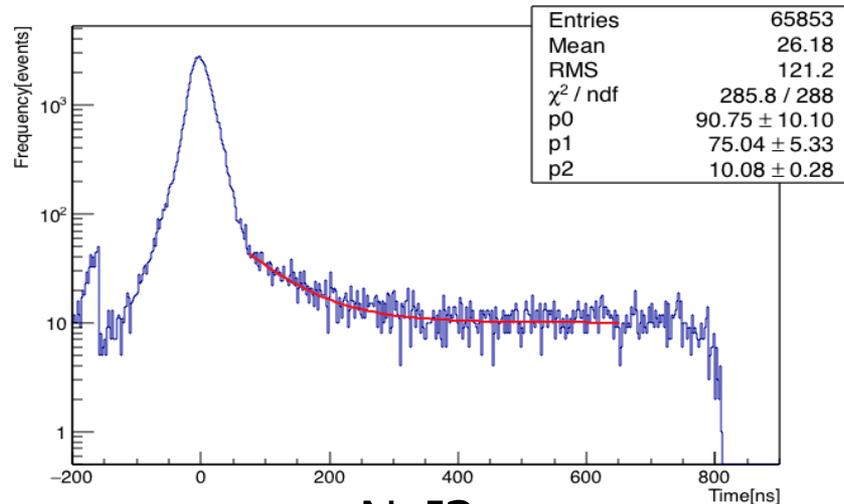
- p_1 がo- Ps の寿命
- fittingの範囲の下限はo- Ps の寿命が理論値通りの場合40%崩壊している72.5 ns, 上限は理論値通りの場合99%崩壊している654 nsとした

4.3 TQ補正(10)

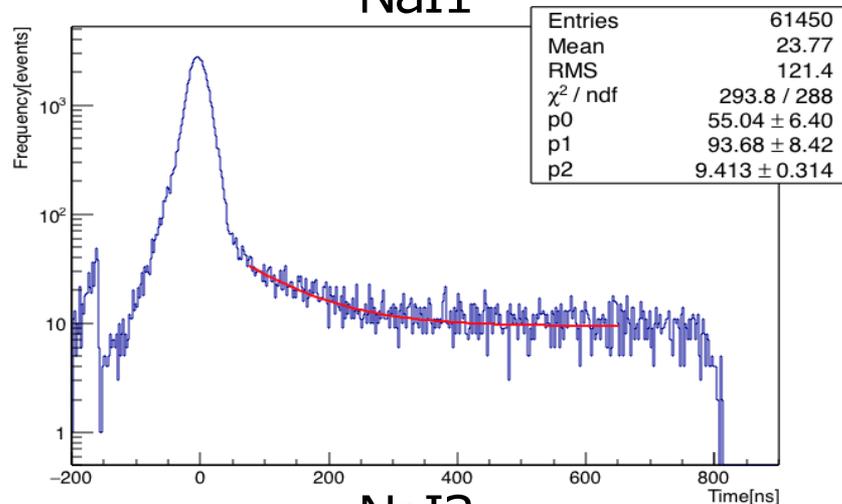
寿命fittingの結果



NaI1



NaI2



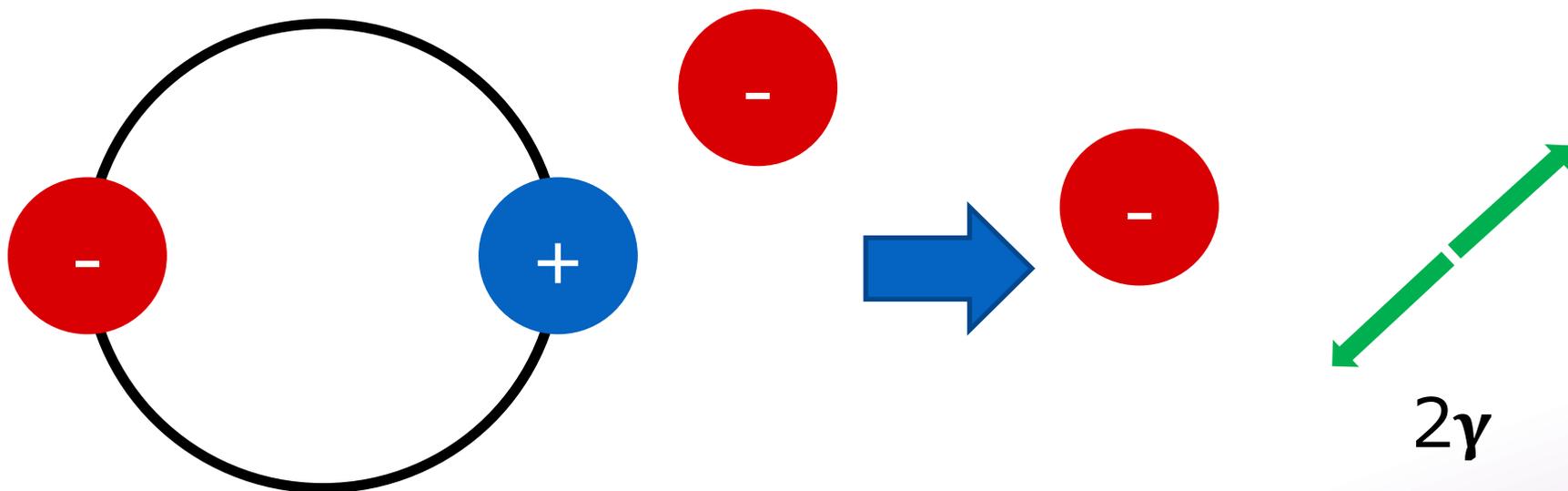
NaI3

NaI	寿命 [ns]
NaI1	81.35 ± 2.31
NaI2	75.04 ± 5.33
NaI3	93.68 ± 8.42

4.4 Pick-off補正(1)

o- P_s は相互作用により 2γ へ崩壊することがある

例：Pick-off反応



4.4 Pick-off補正(2)

この相互作用による 2γ への崩壊をまとめてPick-off反応と呼ぶ。Pick-off反応により本来の寿命よりも早く崩壊する者が現れるのでその影響を考慮した寿命を求める。

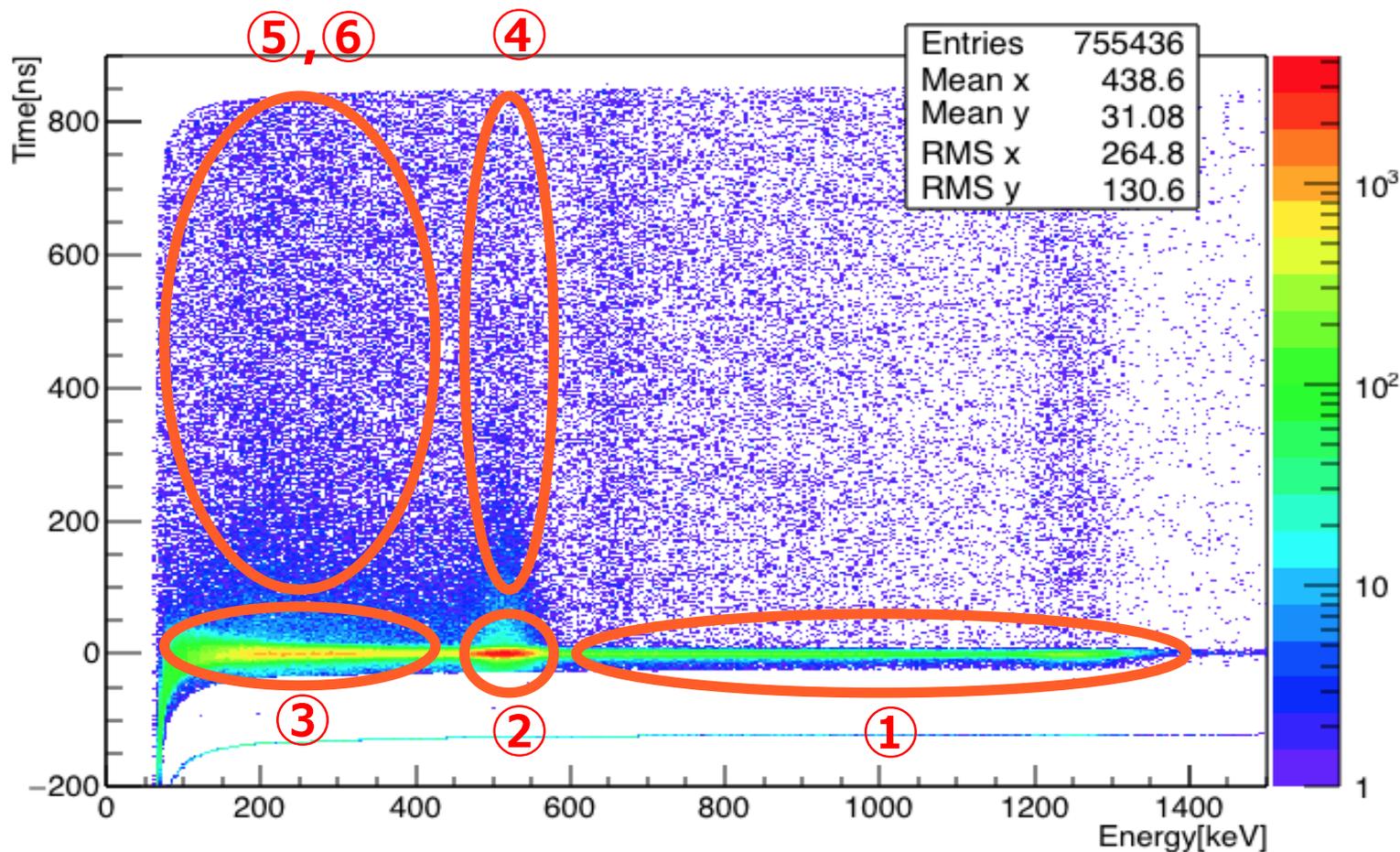
4.4 Pick-off補正(3)

本実験で観測されるイベントは,

1. 1275 keVの γ 線とそのCompton散乱
2. p-Psによる511 keVの γ 線
3. p-Psによる511 keVの γ 線のCompton散乱
4. Pick-off反応による511 keVの γ 線
5. Pick-off反応による511 keVの γ 線のCompton散乱
6. o-Psによる γ 線

4.4 Pick-off補正(4)

観測されるイベントの分類を下図に示す。



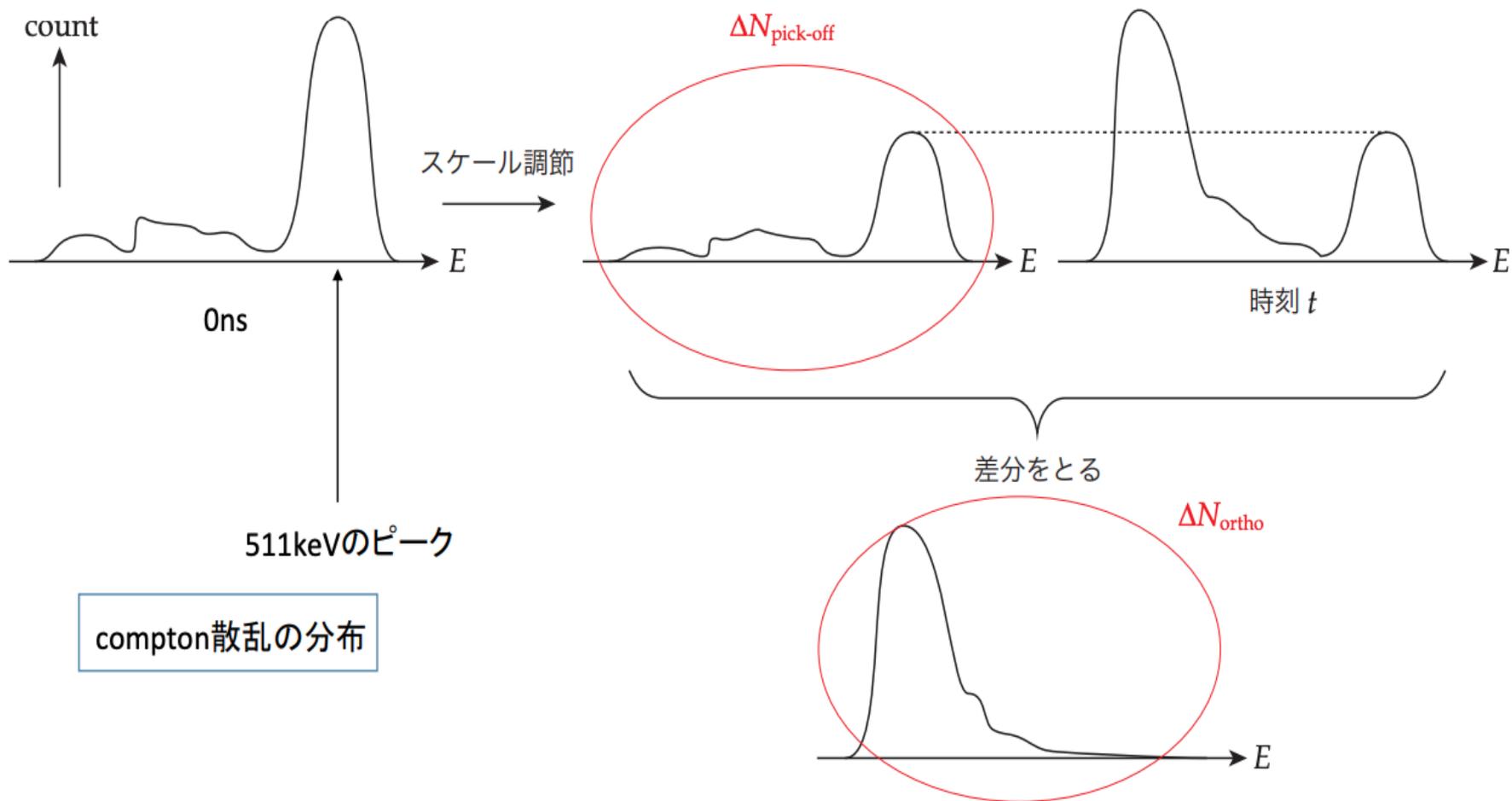
4.4 Pick-off補正(5)

o- P_s のイベントのみを取り出すためには、Compton散乱の分布が各時刻 t において等しいと仮定し、

$$N_6 = N_{5,6} - N_5 = N_{5,6} - \frac{N_3}{N_2} N_4$$

を考えれば良い

4.4 Pick-off補正(6)



4.4 Pick-off補正(7)

粒子数 N は

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma N$$

を満たし, $-dN/dt$ が観測されるイベント数となる.

4.4 Pick-off補正(8)

崩壊幅 $\Gamma_{pick-off}$, Γ_{ortho} と各時刻 t における 2γ , 3γ に崩壊する粒子数 $N_{Pick-off}$, N_{ortho} を用いると

$$\begin{aligned}-\frac{dN(t)}{dt} &= N_{Pick-off}(t) + N_{ortho}(t) \\ &= (\Gamma_{Pick-off} + \Gamma_{ortho})N(t) \\ &= \Gamma_{ortho}(1 + f(t))N(t) \\ &= \frac{1}{\tau_{ortho}}(1 + f(t))N(t)\end{aligned}$$

となる.

$$(f(t) = \frac{\Gamma_{Pick-off}}{\Gamma_{ortho}})$$

4.4 Pick-off補正(9)

これを解くと,

$$N(t) = N(0) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right]$$

となる. また,

$$N_{Pick-off} = \Gamma_{Pick-off} N$$

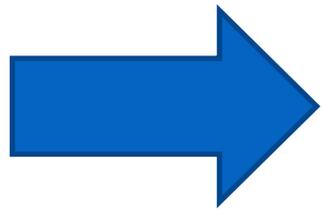
$$N_{ortho} = \Gamma_{Portho} N$$

より,

$$f(t) = \frac{N_{Pick-off}}{N_{ortho}}$$

4.4 Pick-off補正(10)

- $S(t)$:時刻 t における511 keVのピーク以下のイベント数
- $y(t)$:時刻 t における511 keVのピーク付近のイベント数



$$f(t) = \frac{S(0)y(t)}{S(t)y(0) - S(0)y(t)}$$

これを測定データから求め, fittingする

4.4 Pick-off補正(11)

$f(t)$ のfitting後, 測定されたイベント数に

$$g(t) = -\frac{dN}{dt} \\ = \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} (1 + f(t)) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right]$$

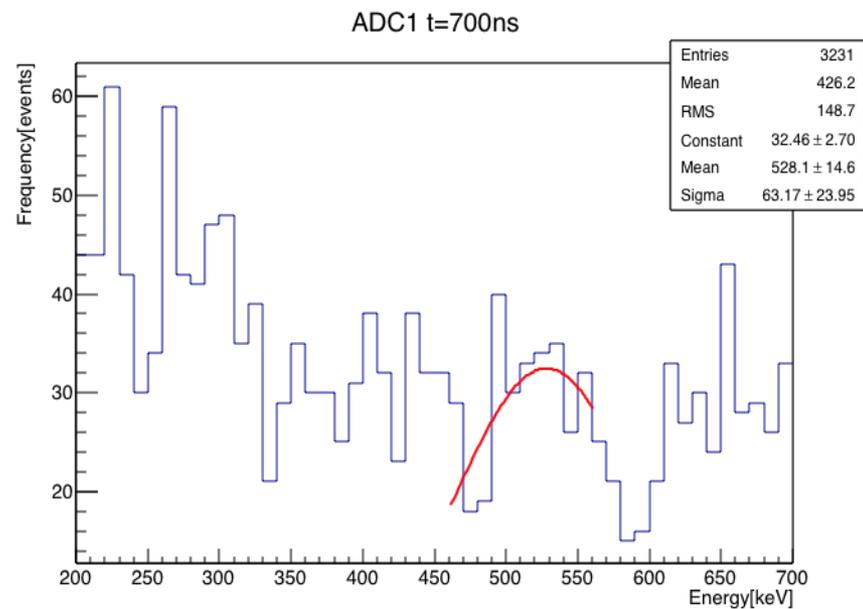
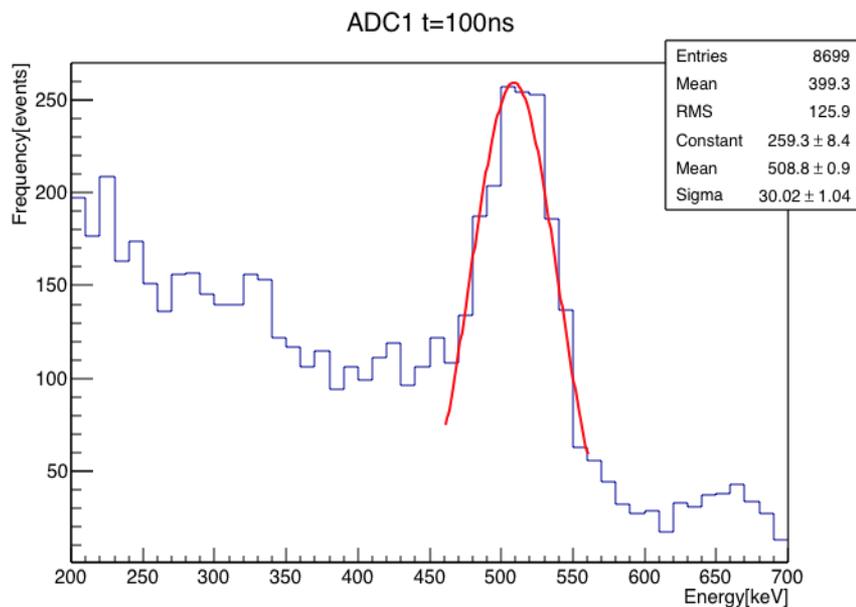
をfittingすることでPick-off補正後のo-Posの寿命が求まる

4.4 Pick-off補正(12)

Pick-off補正は以下の手順で行なった。

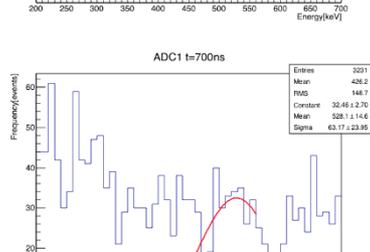
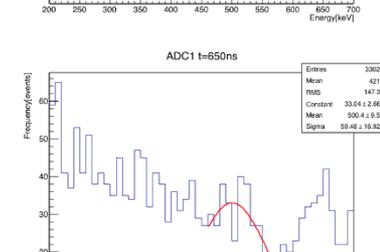
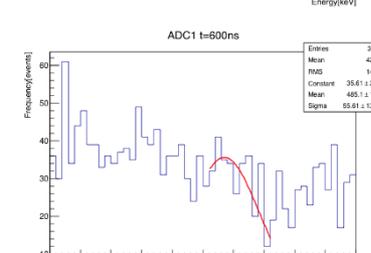
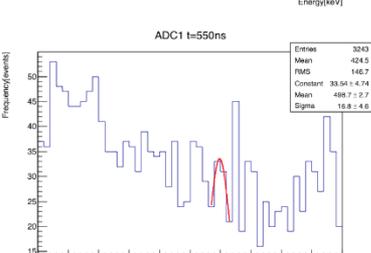
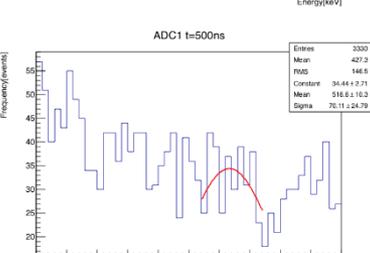
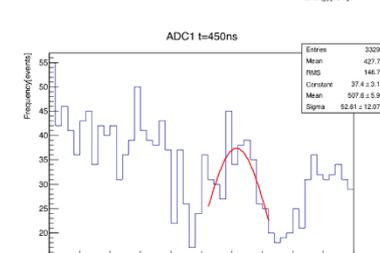
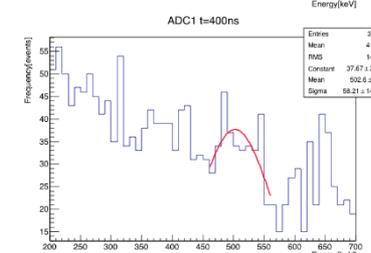
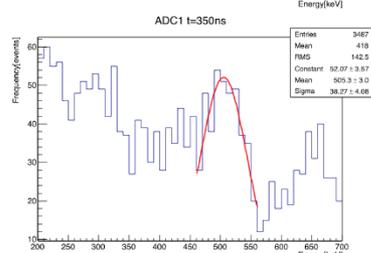
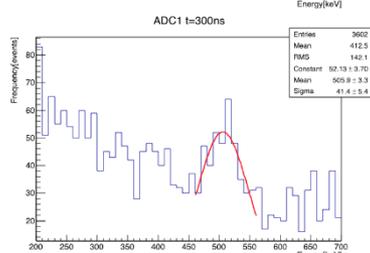
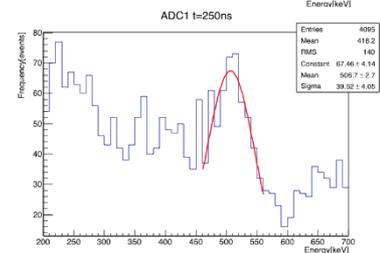
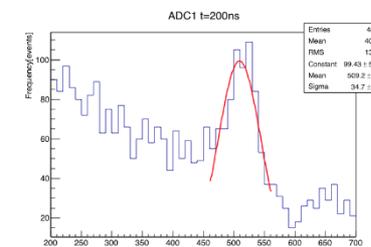
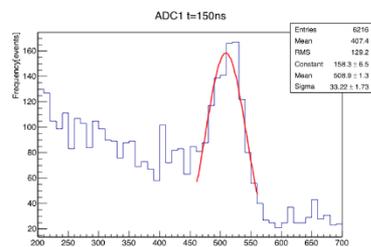
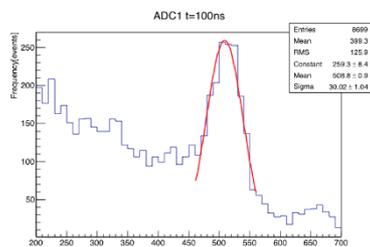
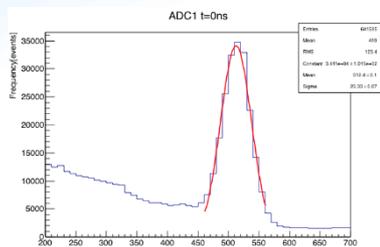
1. 100 nsから700 nsまで50 nsごとに各時刻 ± 25 nsの範囲でエネルギーに関するヒストグラムを書き, 511 keVのピーク付近で Gaussian-fittingを行う
2. 0 keVから450 keVまでのイベント数を手順1と同様の時刻で数える
3. 0 nsについても同様に行う
4. 得られたデータを用いて $f(t)$ のfittingを行う

4.4 Pick-off補正(13)



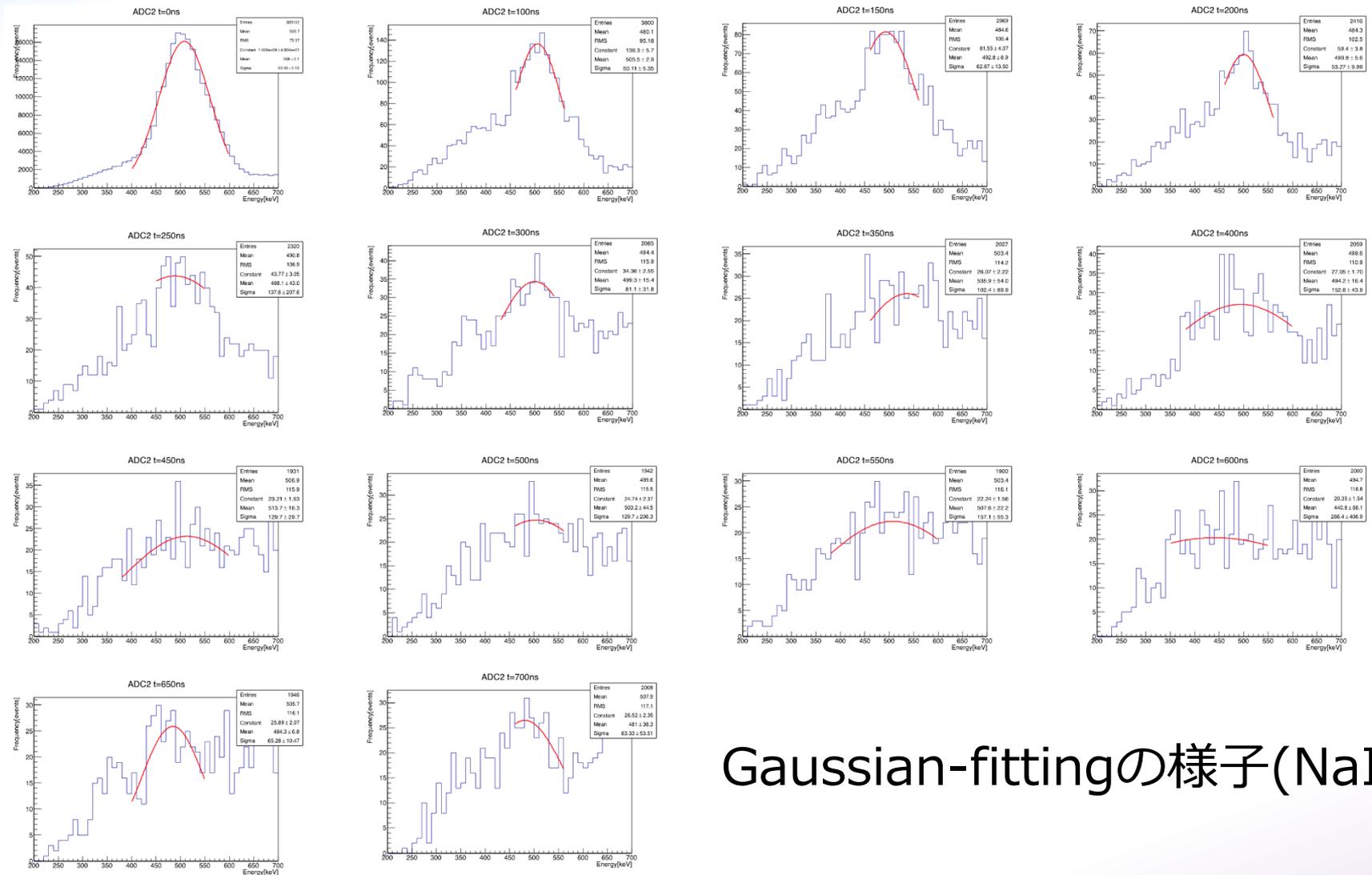
Gaussian-fittingの例

4.4 Pick-off補正(14)



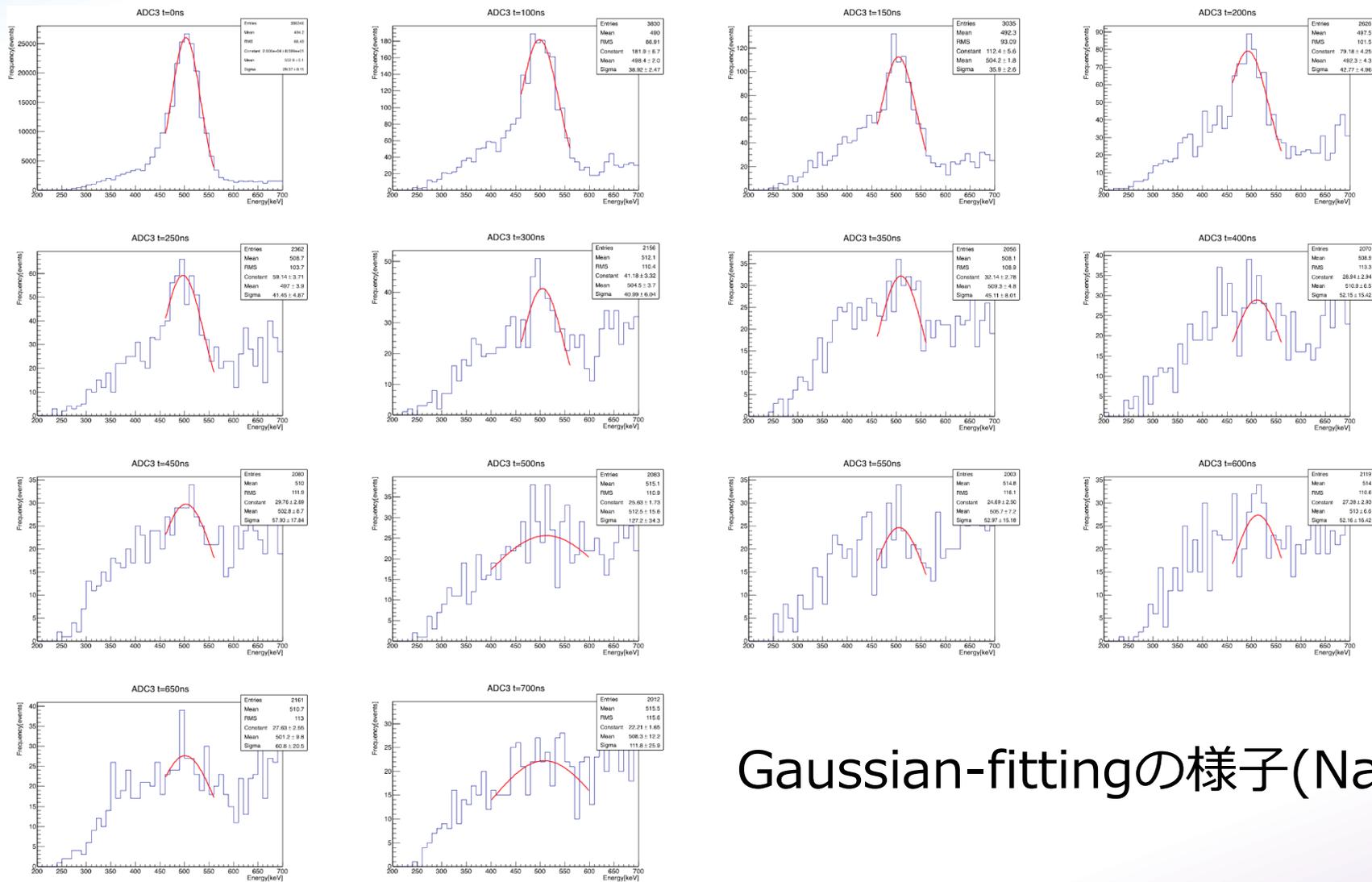
Gaussian-fittingの様子(NaI1)

4.4 Pick-off補正(15)



Gaussian-fittingの様子(NaI2)

4.4 Pick-off補正(16)



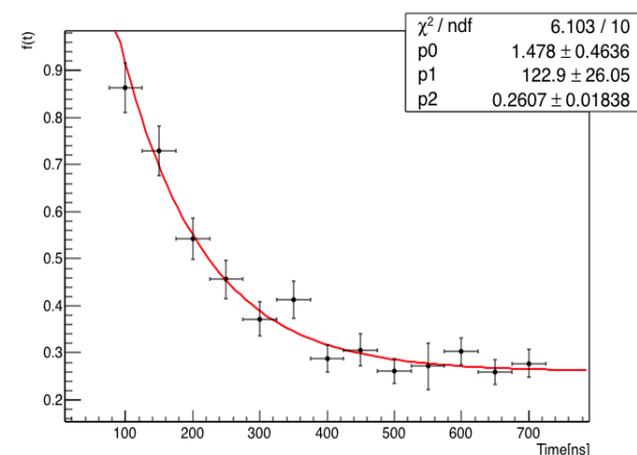
Gaussian-fittingの様子(NaI3)

4.4 Pick-off補正(17)

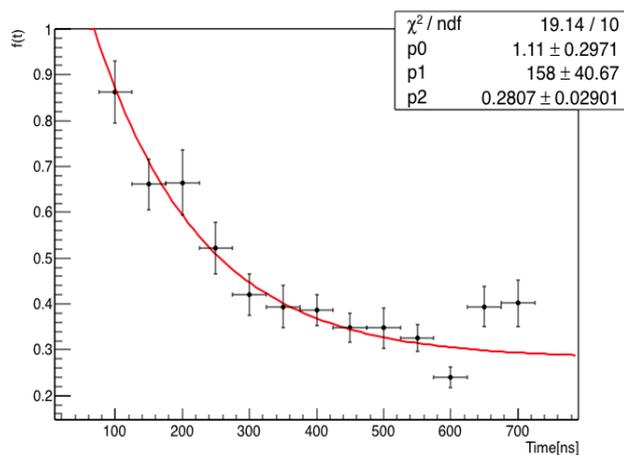
fitting関数として

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

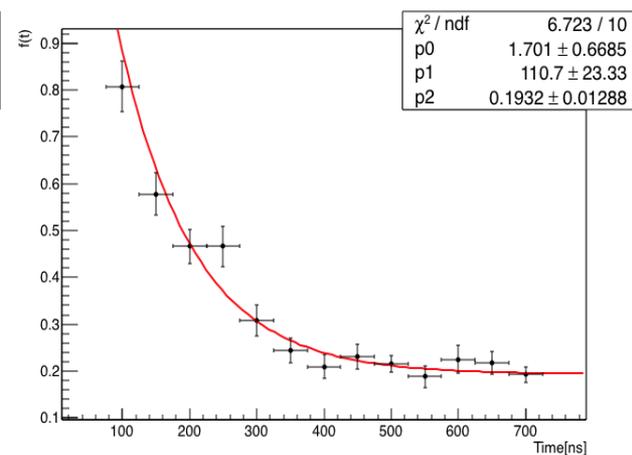
を用いてfittingしたものを下図に示す.



NaI1



NaI2



NaI3

4.4 Pick-off補正(18)

得られたfitting-parameterは以下のようにになった。

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	1.478 ± 0.4636	122.0 ± 26.05	0.2607 ± 0.01838
NaI2	1.110 ± 0.2971	158.0 ± 40.67	0.2807 ± 0.02901
NaI3	1.701 ± 0.6685	110.7 ± 23.33	0.1932 ± 0.01288

初期parameterは全てのNaIに対して同じものを用いた。

p_0	p_1	p_2
1.478	122.9	0.2607

4.4 Pick-off補正(19)

得られたfitting-parameterを用いた

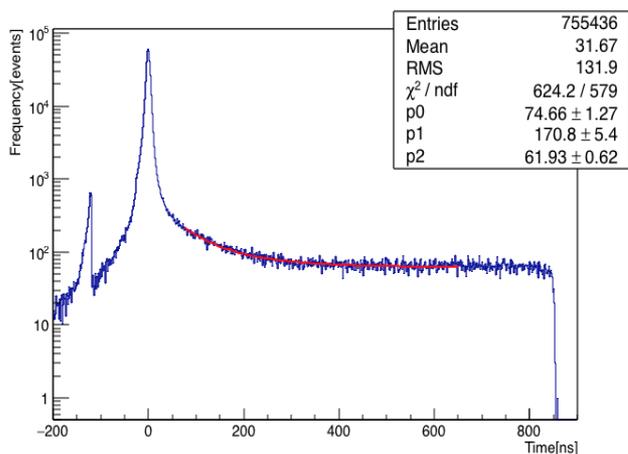
$$g(t) = q_0 \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right) + q_2$$

をfitting関数とする。また、初期parameterは以下のものを用いた。

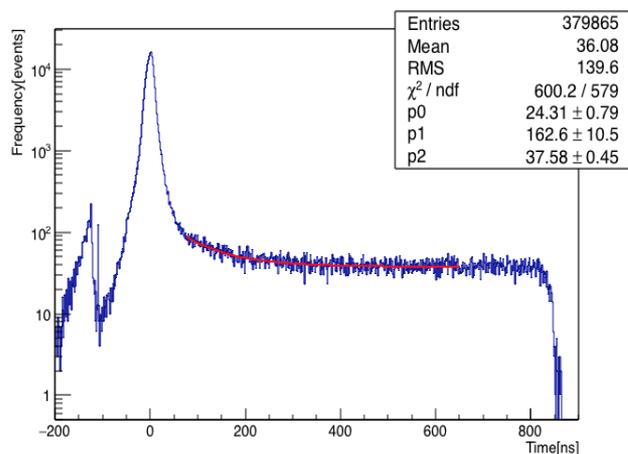
NaI	q_0	q_1	q_2
NaI1	74.65	170.8	61.93
NaI2	26.32	138.9	38.12
NaI3	24	188	38.77

4.4 Pick-off補正(20)

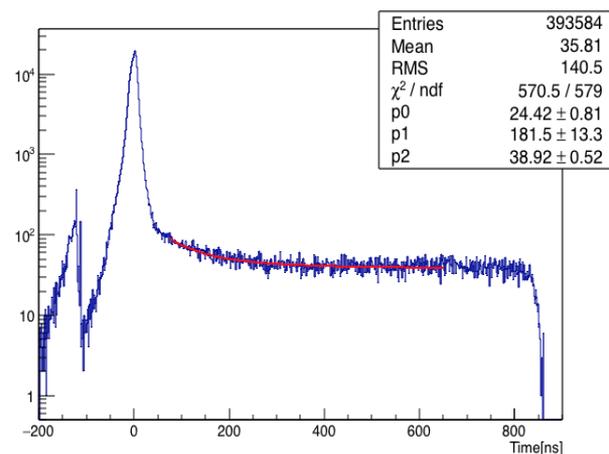
$g(t)$ を用いてfittingしたものを下図に示す. Fitting範囲はo- Ps が約40%崩壊している72.5 nsから約99%崩壊している654 nsとした.



NaI1



NaI2



NaI3

4.4 Pick-off補正(21)

これによってPick-off補正後のo- Ps の寿命が求まった。

NaI	寿命 [ns]
NaI1	170.8 ± 5.4
NaI2	162.6 ± 10.5
NaI3	181.5 ± 13.3

5 考察

5.1 寿命のfitting範囲・エネルギー範囲

5.2 誤差の評価

5.3 考察

5.1 寿命のfitting範囲・エネルギー範囲(1)

- 寿命fittingの範囲を変えても得られる寿命はあまり変わらないはずだが実際にfitting範囲を変えると寿命の値が変化

- TQ補正関数 $\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$ は $E = p_1$ で発散

→ $E = p_1$ 付近では ΔT の真の値との差が大きくなる可能性



- 寿命fittingの範囲の下限を50.7 ns, 72.7 ns, 98.4 nsにしたとき, および $p_1 + 10$ [keV]以下のエネルギーを除いたor除かなかったときの計6通りに対して寿命を求めた

※fitting範囲の上限は654 nsのまま

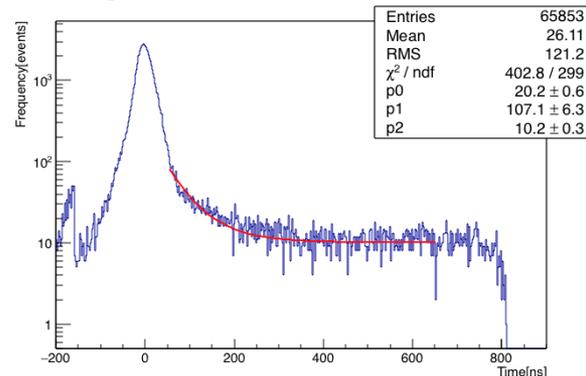
※以降, $p_1 + 10$ [keV]以下のエネルギーを除いた場合を「エネルギーcutあり」, 除かなかった場合を「エネルギーcutなし」と表す

5.1 寿命のfitting範囲・エネルギー範囲(2)

結果

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 4.5	106.9 ± 6.3	189.3 ± 16.9
	なし	170.1 ± 4.5	107.1 ± 6.3	189.3 ± 16.9
72.5	あり	171.0 ± 5.7	153.8 ± 12.1	208.8 ± 25.5
	なし	172.4 ± 5.8	154.0 ± 12.1	208.8 ± 25.5
98.4	あり	152.1 ± 6.5	148.6 ± 15.4	193.2 ± 29.0
	なし	153.7 ± 6.5	149.0 ± 15.5	193.2 ± 29.0

fittingが上手くいかなかったデータ



5.2 誤差の評価(1)

- これまで無視してきたTDC較正, TQ補正, Pick-off補正のfittingの誤差を考える
- それら3つのfitting誤差に起因する寿命の誤差 σ_{TDC} , σ_{TQ} , σ_{po} および寿命fittingの誤差(これまで考えてきた誤差) σ_{fit} が独立だとして

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TDC}}^2 + \sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{po}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2}$$

により誤差を求める

5.2 誤差の評価(2)

5.2.1 $\sigma_{TDC}, \sigma_{TQ}, \sigma_{p_0}$ の決定方法(誤差の伝播)

- 一般に, パラメータ p_i , その誤差 σ_{p_i} の fitting 関数 $f(x)$ の誤差 $\sigma_{f(x)}$ は各パラメータが独立だと仮定すると,

$$\sigma_{f(x)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2}$$

で与えられる

- $f(x)_{\pm} \equiv f(x) \pm \sigma_{f(x)}$ を用いて寿命 fitting しなおしたときの求めた寿命を τ_{\pm} として, fitting 関数 $f(x)$ の誤差に起因する寿命の誤差 σ を

$$\sigma = \max(|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|)$$

で定義

5.2 誤差の評価(3)

5.2.2 TDC較正による誤差 σ_{TDC}

- TDC較正のfitting関数: $\text{Time} = -p_1(\text{TDC0count})$
誤差: $\sigma_{\text{Time}} = \sigma_{p_1}(\text{TDC0count})$
- 寿命fittingの横軸を $t = (\text{Time} \pm \sigma_{\text{Time}}) - \Delta T(E)$ として求めた寿命を τ_{\pm} として,

$$\sigma_{\text{TDC}} = \max(|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|)$$

5.2 誤差の評価(4)

結果

NaI1

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	168.4	167.6	168.8	1.2
	なし	169.5	168.8	170.1	1.3
72.5	あり	170.7	169.6	171.0	1.4
	なし	171.9	170.9	172.4	1.5
98.4	あり	152.1	151.0	152.1	1.1
	なし	153.3	152.4	153.7	1.3

NaI2

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	106.9	102.1	106.9	4.8
	なし	107.1	102.2	107.1	4.9
72.5	あり	152.7	147.1	153.8	6.7
	なし	153.0	147.3	154.0	6.7
98.4	あり	143.0	141.1	148.6	7.5
	なし	143.4	141.4	149.0	7.6

NaI3

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	190.0	187.0	189.3	2.3
	なし	190.0	187.0	189.3	2.3
72.5	あり	205.1	208.3	208.8	3.7
	なし	205.1	208.3	208.8	3.7
98.4	あり	192.0	192.4	193.2	1.2
	なし	192.0	192.4	193.2	1.2

5.2 誤差の評価(5)

5.2.3 TQ補正による誤差 σ_{TQ}

- TQ補正のfitting関数: $\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$

誤差:

$$\sigma_{\Delta T(E)} = \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \sqrt{\sigma_{p_0}^2 + \left(\frac{p_0 p_2}{E - p_1} \sigma_{p_1} \right)^2 + (p_0 \log(E - p_1) \sigma_{p_2})^2 + ((E - p_1)^{p_2} \sigma_{p_3})^2}$$

- 寿命fittingの横軸を $t = \text{Time} - (\Delta T(E) \pm \sigma_{\Delta T(E)})$ として求めた寿命を τ_{\pm} として,

$$\sigma_{TQ} = \max(|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|)$$

5.2 誤差の評価(6)

結果

NaI1

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	174.2	144.4	168.8	24.4
	なし	175.8	154.1	170.1	16.0
72.5	あり	170.5	157.6	171.0	13.4
	なし	172.6	164.6	172.4	7.8
98.4	あり	152.1	150.0	152.1	2.1
	なし	154.6	158.3	153.7	4.6

NaI2

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	175.4	39.8	106.9	68.5
	なし	175.4	39.9	107.1	68.3
72.5	あり	164.2	73.8	153.8	80.0
	なし	164.2	75.5	154.0	78.5
98.4	あり	152.8	132.4	148.6	16.2
	なし	152.8	138.7	149.0	10.3

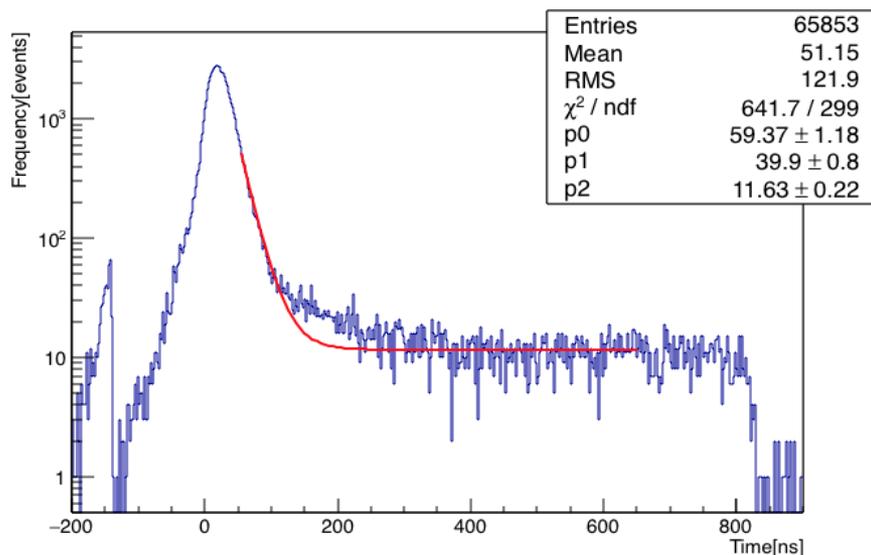
fittingが上手い
かなかったデータ

NaI3

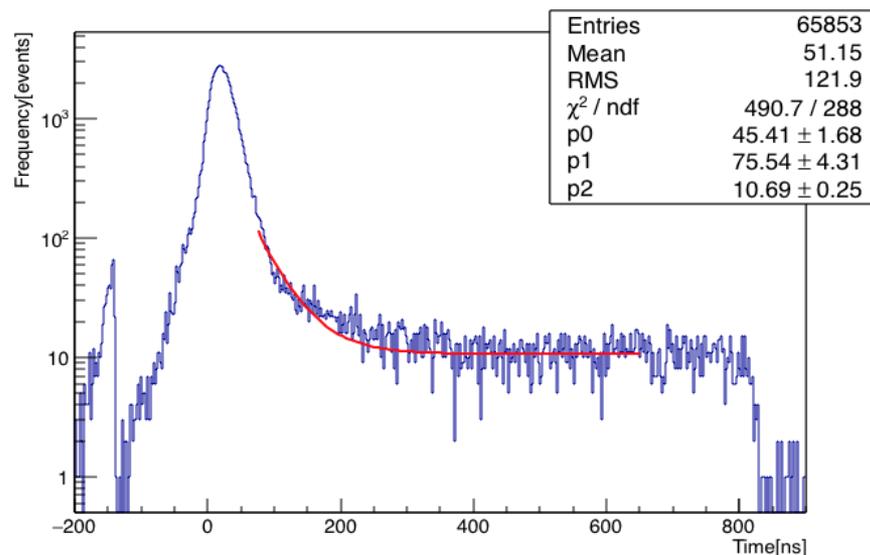
fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	207.9	134.2	189.3	55.1
	なし	207.9	134.2	189.3	55.1
72.5	あり	215.3	180.8	208.8	28.0
	なし	215.3	180.8	208.8	28.0
98.4	あり	168.0	192.0	193.2	25.2
	なし	168.0	192.0	193.2	25.2

5.2 誤差の評価(7)

fittingが上手くいかなかったデータ



fitting範囲の下限が50.7 ns



fitting範囲の下限が72.5 ns

※どちらもNaI2, エネルギーcutなし, τ_-

5.2 誤差の評価(8)

5.2.4 Pick-off補正による誤差 σ_{p_0}

- Pick-off補正のfitting関数 $f(t) = p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2$ のfittingパラメータ p_i の誤差 σ_{p_i} は寿命fitting関数

$$g(t) = q_0 \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \exp \left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + (p_2 + 1)t \right\} \right] + q_2$$

に影響

誤差:

$$\sigma_{g(t)} = q_0 \exp \left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + (p_2 + 1)t \right\} \right] \sqrt{\left[1 + \frac{p_1}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_0}^2 + \frac{p_0^2}{p_1^4 q_1^2} \left[q_1 t + (p_1^2 + p_1 t) \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_1}^2 + \left[1 - \frac{t}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 \sigma_{p_2}^2}$$

- 寿命fitting関数を $g(t) \pm \sigma_{g(t)}$ として求めた寿命を τ_{\pm} として,
 $\sigma_{p_0} = \max(|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|)$

5.2 誤差の評価(9)

結果

NaI1

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	186.6	131.9	168.8	36.9
	なし	188.1	132.9	170.1	37.2
72.5	あり	189.1	136.0	171.0	35.0
	なし	190.7	137.1	172.4	35.3
98.4	あり	166.3	123.4	152.1	28.7
	なし	168.0	124.5	153.7	29.2

NaI2

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	100.5	129.3	106.9	22.4
	なし	100.7	129.5	107.1	22.4
72.5	あり	144.7	209.2	153.8	55.4
	なし	150.0	209.7	154.0	55.7
98.4	あり	140.0	205.9	148.6	57.3
	なし	140.3	206.6	149.0	57.6

NaI3

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	221.0	131.5	189.3	57.8
	なし	221.0	131.5	189.3	57.8
72.5	あり	247.1	147.1	208.8	61.7
	なし	247.1	147.1	208.8	61.7
98.4	あり	226.5	142.1	193.2	51.1
	なし	226.5	142.1	193.2	51.1

5.2 誤差の評価(10)

5.2.5 誤差のまとめ

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 44.5	106.9 ± 72.5	189.3 ± 81.7
	なし	170.1 ± 40.8	107.1 ± 72.3	189.3 ± 81.7
72.5	あり	171.0 ± 37.9	153.8 ± 98.3	208.8 ± 72.5
	なし	172.4 ± 36.6	154.0 ± 97.2	208.8 ± 72.5
98.4	あり	152.1 ± 29.5	148.6 ± 62.0	193.2 ± 63.9
	なし	153.7 ± 30.3	149.0 ± 61.0	193.2 ± 63.9

※ $\tau \pm \sigma_{\text{total}}$ の形で示した ($\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TDC}}^2 + \sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{po}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2}$)

- 全て誤差の範囲内に理論値142 nsが収まっている
- NaI1よりNaI2,3の方が誤差が大きい

5.3 考察(1)

- σ_{total} には主にTQ補正による誤差, Pick-off補正による誤差が寄与

NaI3シンチレータの σ_{TDC} , σ_{TQ} , σ_{po}

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	190.0	187.0	189.3	2.3
	なし	190.0	187.0	189.3	2.3
72.5	あり	205.1	208.3	208.8	3.7
	なし	205.1	208.3	208.8	3.7
98.4	あり	192.0	192.4	193.2	1.2
	なし	192.0	192.4	193.2	1.2

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	207.9	134.2	189.3	55.1
	なし	207.9	134.2	189.3	55.1
72.5	あり	215.3	180.8	208.8	28.0
	なし	215.3	180.8	208.8	28.0
98.4	あり	168.0	192.0	193.2	25.2
	なし	168.0	192.0	193.2	25.2

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	221.0	131.5	189.3	57.8
	なし	221.0	131.5	189.3	57.8
72.5	あり	247.1	147.1	208.8	61.7
	なし	247.1	147.1	208.8	61.7
98.4	あり	226.5	142.1	193.2	51.1
	なし	226.5	142.1	193.2	51.1

5.3 考察(2)

5.3.1 エネルギーcut

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 44.5	106.9 ± 72.5	189.3 ± 81.7
	なし	170.1 ± 40.8	107.1 ± 72.3	189.3 ± 81.7
72.5	あり	171.0 ± 37.9	153.8 ± 98.3	208.8 ± 72.5
	なし	172.4 ± 36.6	154.0 ± 97.2	208.8 ± 72.5
98.4	あり	152.1 ± 29.5	148.6 ± 62.0	193.2 ± 63.9
	なし	153.7 ± 30.3	149.0 ± 61.0	193.2 ± 63.9

- NaI1,2: 「エネルギーcutなし」より「エネルギーcutあり」の方が寿命の理論値142 nsに近いが、誤差の範囲が重なっておりTQ補正関数が $E = p_1$ で発散することの寿命への影響があったかどうかは判断できない
- NaI3: エネルギーcutあり・なしで寿命が同じ
→cutしたエネルギー範囲のイベント数が少なく影響がほとんどなかったため

5.3 考察(3)

5.3.2 fitting範囲

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 44.5	106.9 ± 72.5	189.3 ± 81.7
	なし	170.1 ± 40.8	107.1 ± 72.3	189.3 ± 81.7
72.5	あり	171.0 ± 37.9	153.8 ± 98.3	208.8 ± 72.5
	なし	172.4 ± 36.6	154.0 ± 97.2	208.8 ± 72.5
98.4	あり	152.1 ± 29.5	148.6 ± 62.0	193.2 ± 63.9
	なし	153.7 ± 30.3	149.0 ± 61.0	193.2 ± 63.9

- fitting範囲の下限によって寿命の値が大きく異なっている
- fitting範囲の下限が小さくなるほど誤差が大きくなっている (fittingが上手くいっていないデータを除く)

5.3 考察(4)

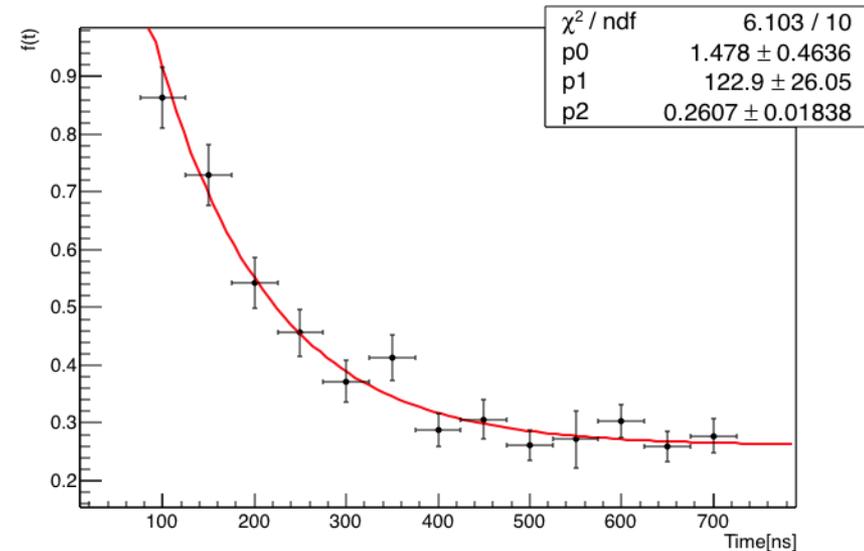
- Pick-off補正関数 $f(t)$ の決定に用いたデータ点は $t = 100, 150, \dots$ ns
- 寿命fittingの範囲の下限は $t = 50.7, 72.5, 98.4$ ns < 100 ns
- Pick-off補正関数 $f(t)$ は t が小さくなるほど大きな値になる



- 主に $t < 100$ nsの範囲でPick-off補正関数 $f(t)$ の真の値からのずれが大きくなり、fitting範囲の下限が小さくなるほどその影響が大きく表れた



- fitting範囲の下限によって寿命の値が大きく異なった
- fitting範囲の下限が小さくなるほど誤差が大きくなった

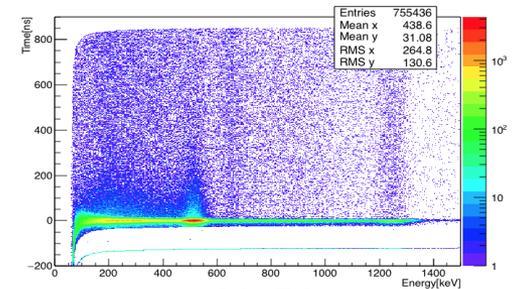


5.3 考察(5)

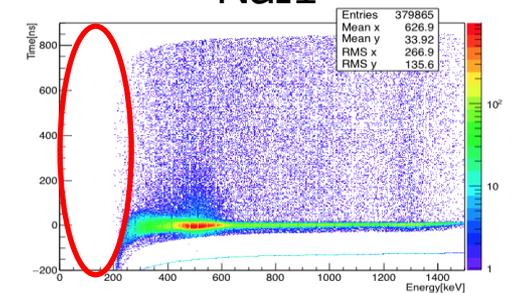
5.3.3 NaI1とNaI2・3での誤差の大きさの差

原因

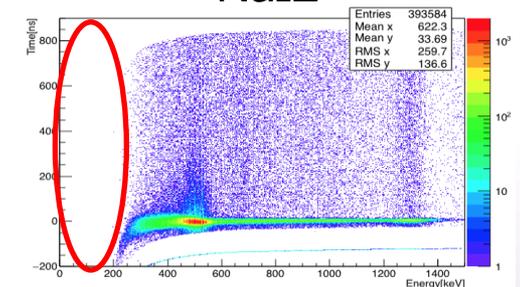
- ① NaI1シンチレータとNaI2・3シンチレータの性能の差
 - NaI2・3シンチレータでは200 keV以下のイベントがほとんど見られない
→低エネルギー領域のイベント数が少ないことがPick-off補正及び寿命fittingに用いるデータ数の減少につながり誤差が大きくなった
- ② NaI1シンチレータとNaI2・3シンチレータの設置位置の差



NaI1



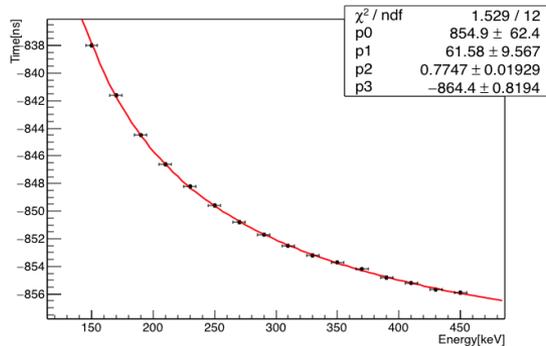
NaI2



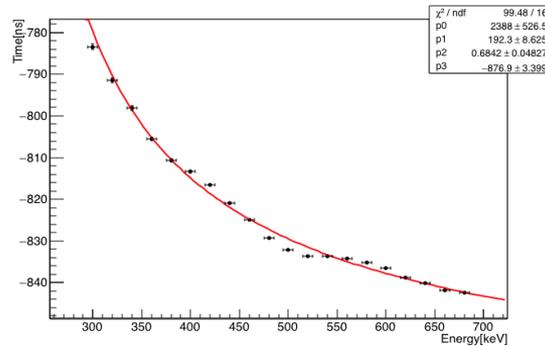
NaI3 81/87

5.3 考察(6)

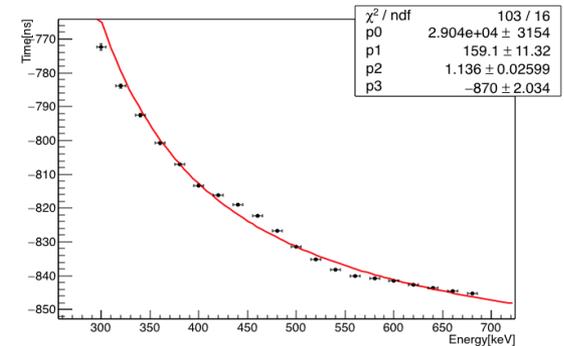
5.3.4 TQ補正による誤差の原因



NaI1



NaI2



NaI3

NaI2・3シンチレータについて

- Gaussian fittingについてはfittingが上手くいっており大きな誤差の原因とは考えにくい
- TQ補正関数のfittingについて, NaI2・3シンチレータでは400 keV以上のデータ点がTQ補正関数から外れている

→これがNaI2・3シンチレータの誤差の原因

5.3 考察(7)

NaI1シンチレータについて

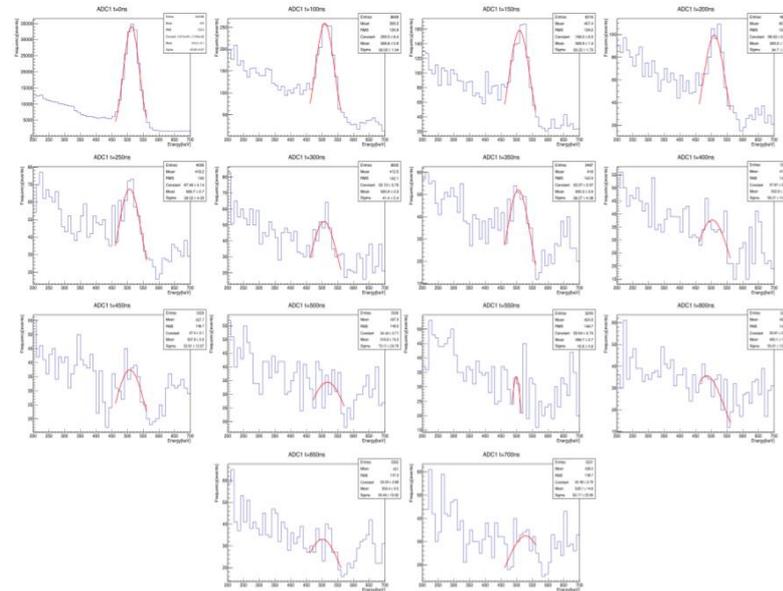
- fitting範囲の下限が98.4 nsのデータについては誤差が比較的小さい
 - fitting範囲の下限が小さくなるほど誤差が大きくなっている
- fitting範囲の下限を小さくするほどPick-off補正関数のずれの影響が大きくなることが原因

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	174.2	144.4	168.8	24.4
	なし	175.8	154.1	170.1	16.0
72.5	あり	170.5	157.6	171.0	13.4
	なし	172.6	164.6	172.4	7.8
98.4	あり	152.1	150.0	152.1	2.1
	なし	154.6	158.3	153.7	4.6

5.3 考察(8)

5.3.5 Pick-off補正による誤差の原因

- $y(t)$ を求めるためのGaussian fittingが上手く行えていない
- データ数が少ないために511 keVのピークが見えにくくなったため
- NaI2・3シンチレータについては低エネルギー領域のイベント数が少ないために0 keVから450keVまでのイベント数 $S(t)$ が少なくなった



6 結論

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 44.5	106.9 ± 72.5	189.3 ± 81.7
	なし	170.1 ± 40.8	107.1 ± 72.3	189.3 ± 81.7
72.5	あり	171.0 ± 37.9	153.8 ± 98.3	208.8 ± 72.5
	なし	172.4 ± 36.6	154.0 ± 97.2	208.8 ± 72.5
98.4	あり	152.1 ± 29.5	148.6 ± 62.0	193.2 ± 63.9
	なし	153.7 ± 30.3	149.0 ± 61.0	193.2 ± 63.9

- 全て誤差の範囲内に理論値142 nsが収まっている。その意味ではQEDを肯定する結果が得られたと言えるが、それらの誤差が大きく誤差がさらに小さくなるように改善する必要がある

参考文献

- B.A.Kniehl, A.V.Kotikov and O.L.Veretin: "Orthopositoronium lifetime at $O(\alpha)$ and $O(\alpha^3 \ln \alpha)$ in closed form", [arXiv:0909.1431v2[hep-ph]] (2009)
- Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder: "An Introduction to Quantum Field Theory" Westview Press (1995)
- 過去のレポート(2021前期, 2020後期, 2019前期・後期, 2018前期・後期, 2016後期)

おしまい

ご清聴ありがとうございました

補足

4.3 Pick-off補正

$g(t)$ の導出

$$S(t) = \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} (1 + f(t)) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right]$$

に $f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$ を代入して,

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \\ &\quad \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t \left(p_0 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 \right) dt' \right) \right] \\ &= \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} \exp(C) \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \\ &\quad \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right) \right] \end{aligned}$$

4.3 Pick-off補正

したがって, fitting-parameterを q_0, q_1, q_2 とすれば,

$$g(t) = q_0 \left(p_0 \exp \left(-\frac{t}{p_1} \right) + p_2 + 1 \right) \exp \left(-\frac{1}{q_1} \left(-p_0 p_1 \exp \left(-\frac{t}{p_1} \right) + (1 + p_2)t \right) \right) + q_2$$

と求まる.