

2024年度前期 課題演習A2

オルソポジトロニウムの寿命測定

伊東康作 今村慶伍 佐藤充伎 澤恵太 高井ゆり 山本竣介

目次

1. 実験目的
2. 理論
3. 実験方法
4. 実験結果と解析
5. 考察
6. 結論

1. 実験目的

1. 実験目的

量子電磁気学 (QED) を用いて導かれるポジトロニウムの寿命 (理論値) と実験値を比較することで、**QEDの妥当性を検証**すること

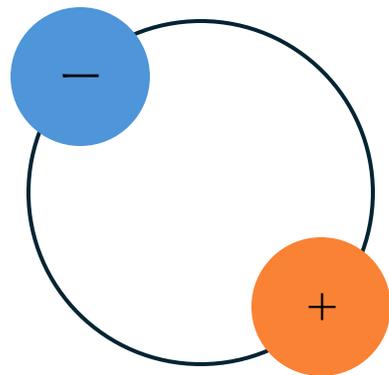
2.理論

2.理論 - ポジトロニウムの概要

ポジトロニウム

:電子(e^-)と陽電子(e^+)の束縛状態

オルソポジトロニウム(o-Ps)とパラポジトロニウム(p-Ps)
の2種類が存在



2.理論 - p-Psとo-Ps

p-Ps:合成スピン0のシングレット状態
荷電共役変換で符号反転しない

$$C|p - Ps\rangle = |p - Ps\rangle$$

→偶数個の光子に崩壊(主に 2γ 崩壊)

o-Ps:合成スピン1のトリプレット状態
荷電共役反転で符号反転

$$C|o - Ps\rangle = -|o - Ps\rangle$$

→奇数個の光子に崩壊(主に 3γ 崩壊)

2.理論 - p-Psとo-Psの崩壊

運動量保存から

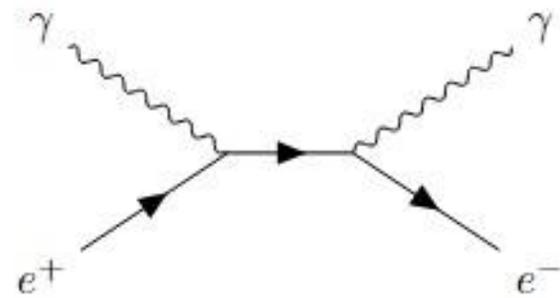
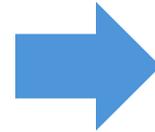


図1: p-Psの2光子崩壊



主に 2γ へ崩壊

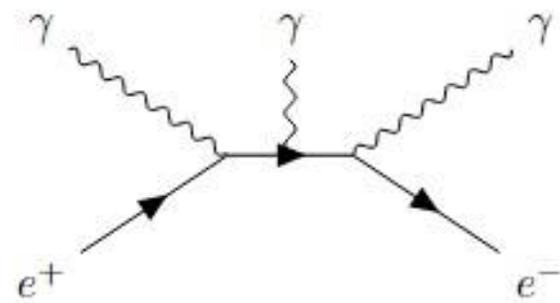
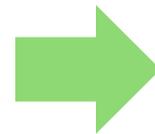


図2: o-Psの3光子崩壊



主に 3γ へ崩壊

2.理論 - p-Psとo-Psの寿命の理論値

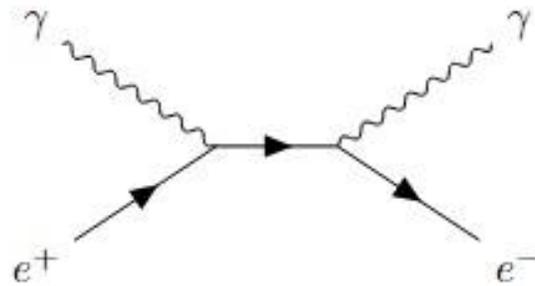


図1: p-Psの2光子崩壊

p-Psの寿命:約0.125ns

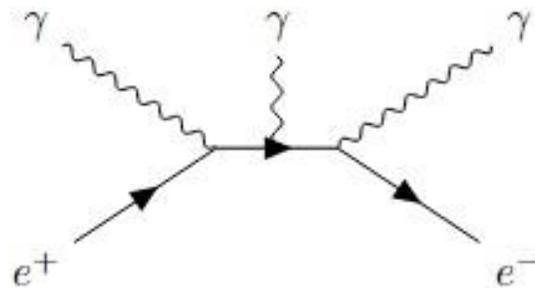


図2: o-Psの3光子崩壊

o-Psの寿命:約142ns

3.実験方法

3.実験方法 - 実験原理

22Naの β^+ 崩壊により陽電子が放出される



プラスチックシンチレータ
で陽電子を検出

陽電子がシリカパウダー中の電子と結びつき、ポジトロニウムが形成される

ポジトロニウムが対消滅し
 γ 線が放出される

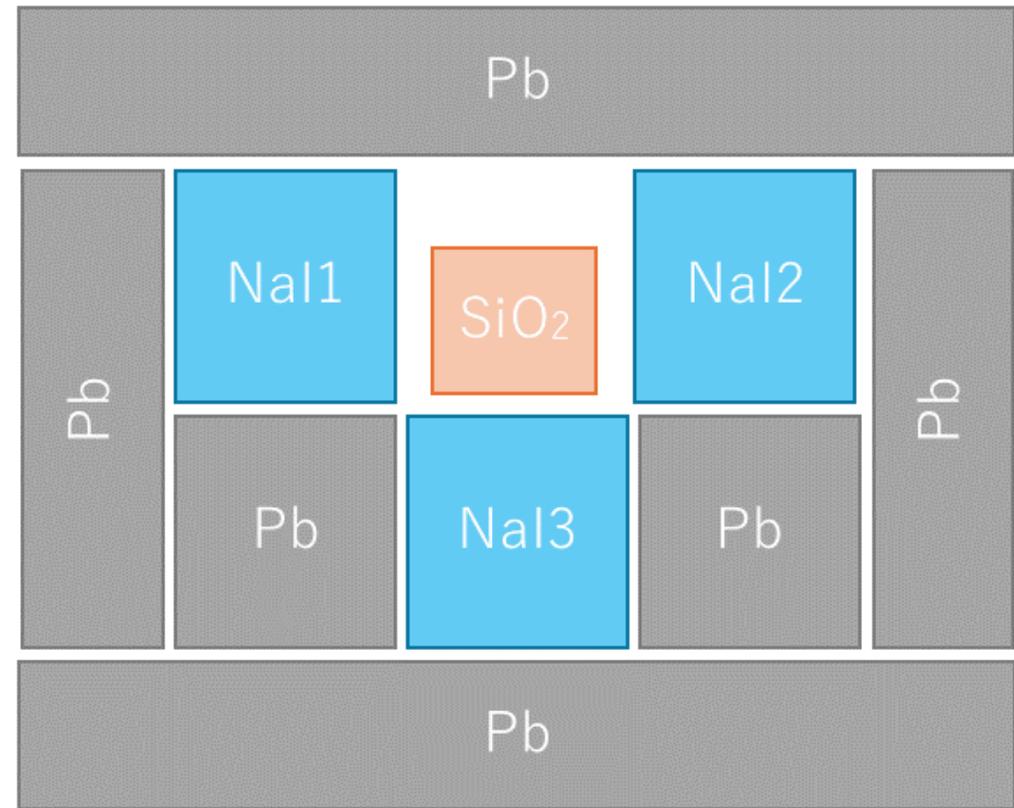
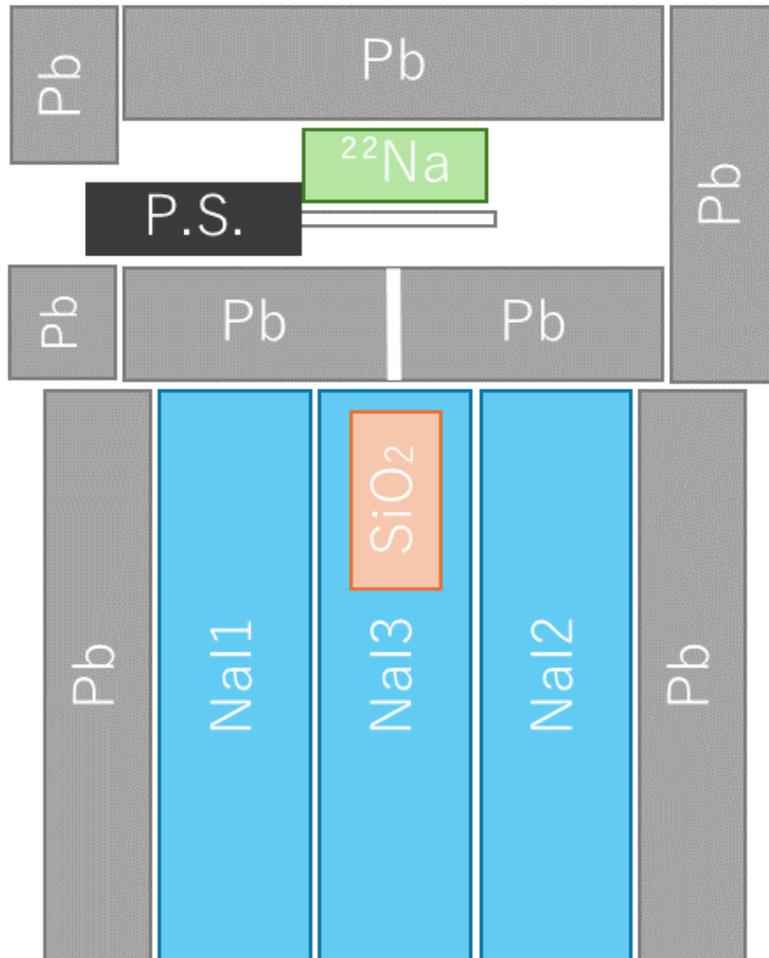
NaIシンチレータ
で γ 線を検出

3.実験方法 - 実験器具

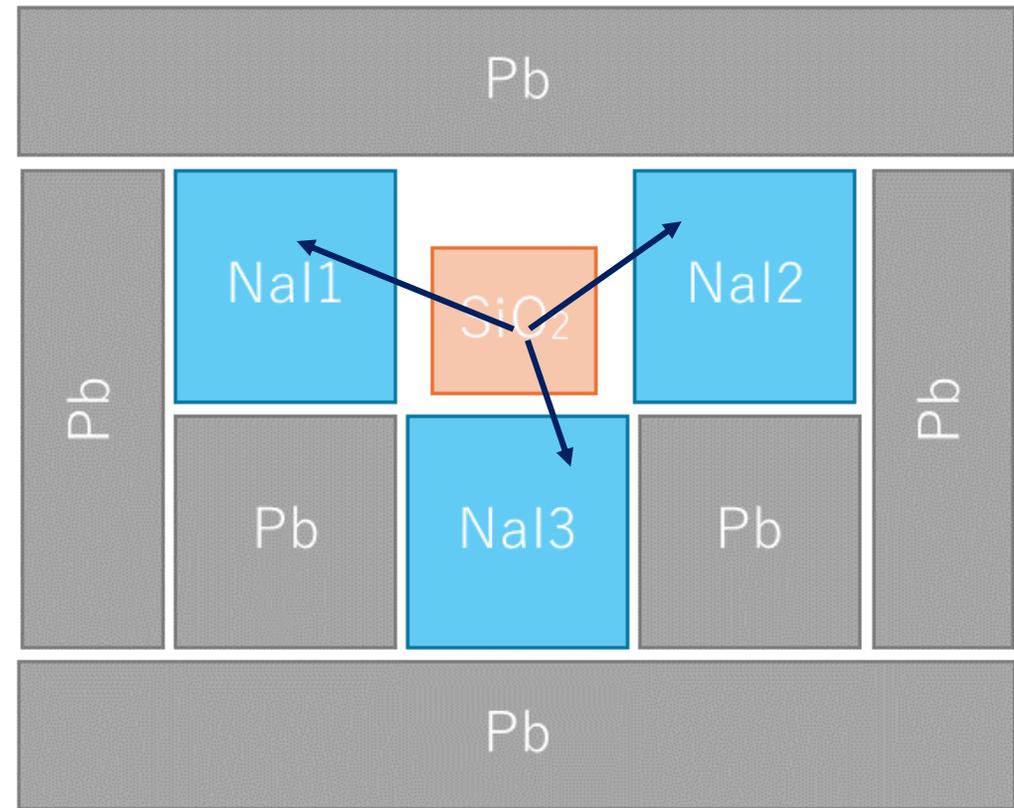
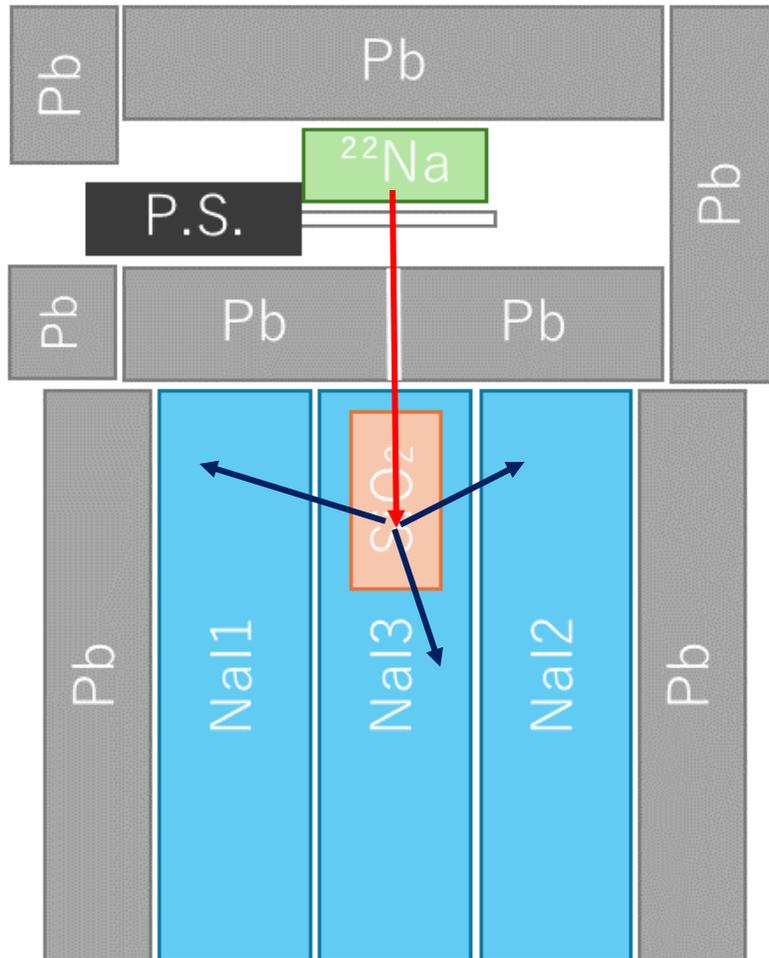
- ^{22}Na 線源
- プラスチックシンチレータ (P.S.)
- NaIシンチレータ
- シリカパウダー (SiO_2)
- 光電子増倍管 (PMT)
- 鉛ブロック
- 遮光用ビニールシート
- 電源装置

3.実験方法 - 実験方法とセットアップ

内部の模式図

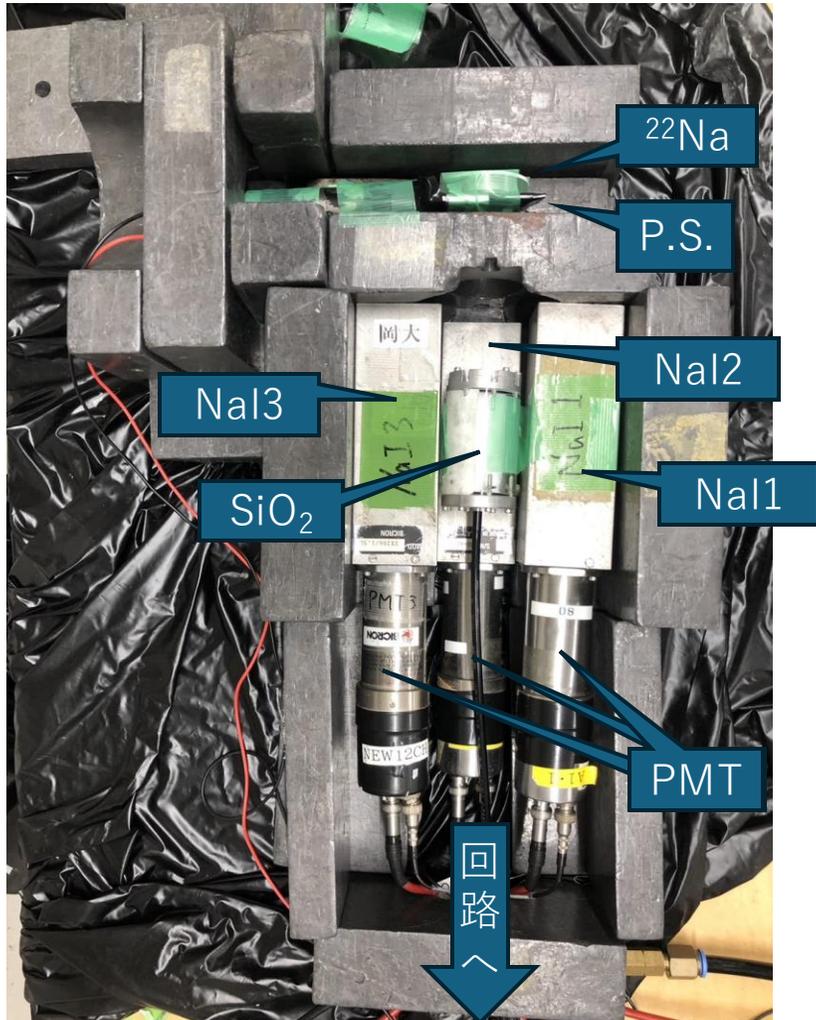


3.実験方法 - 実験方法とセットアップ



3.実験方法 – 実験方法とセットアップ

実際のセットアップ



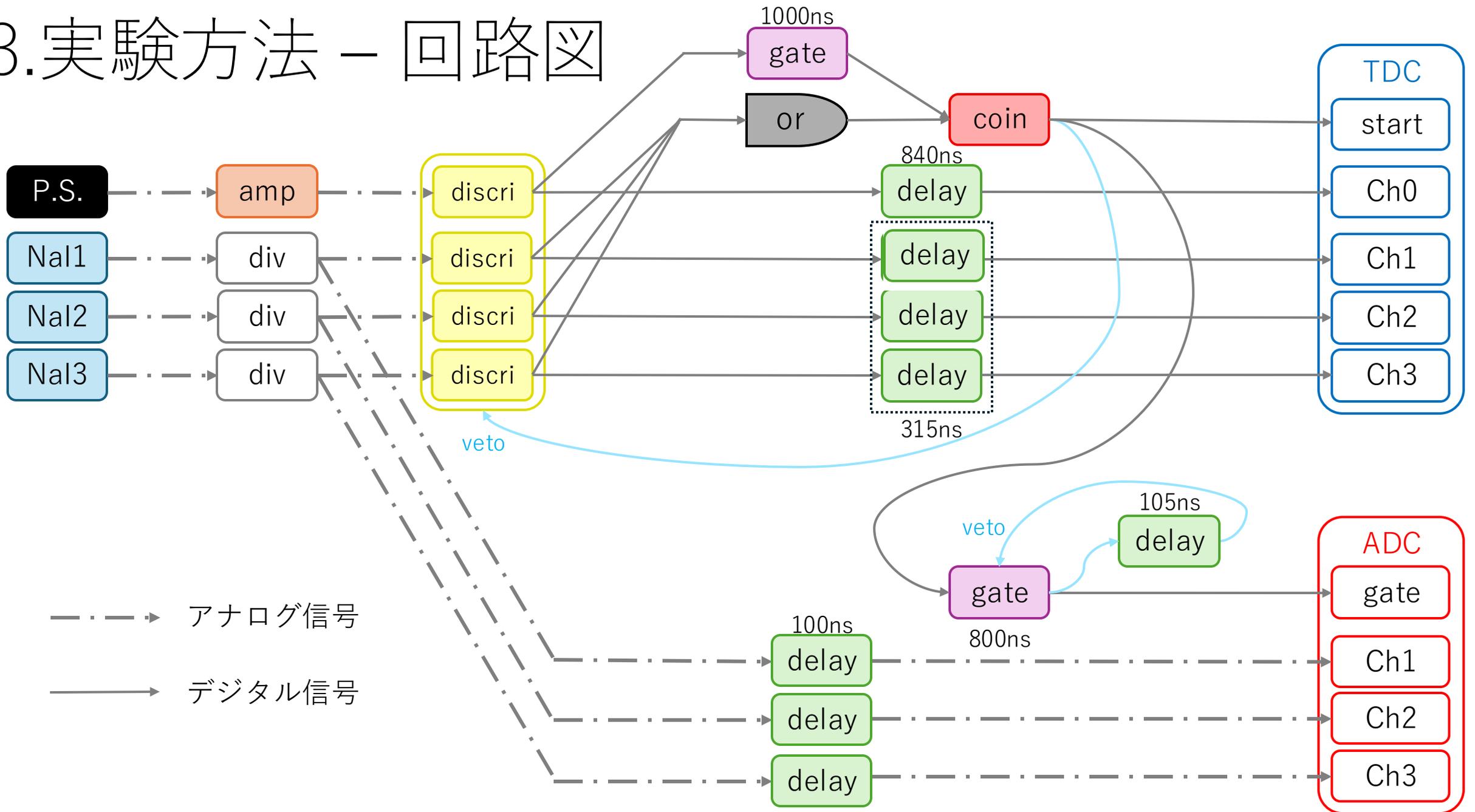
鉛ブロックで遮蔽

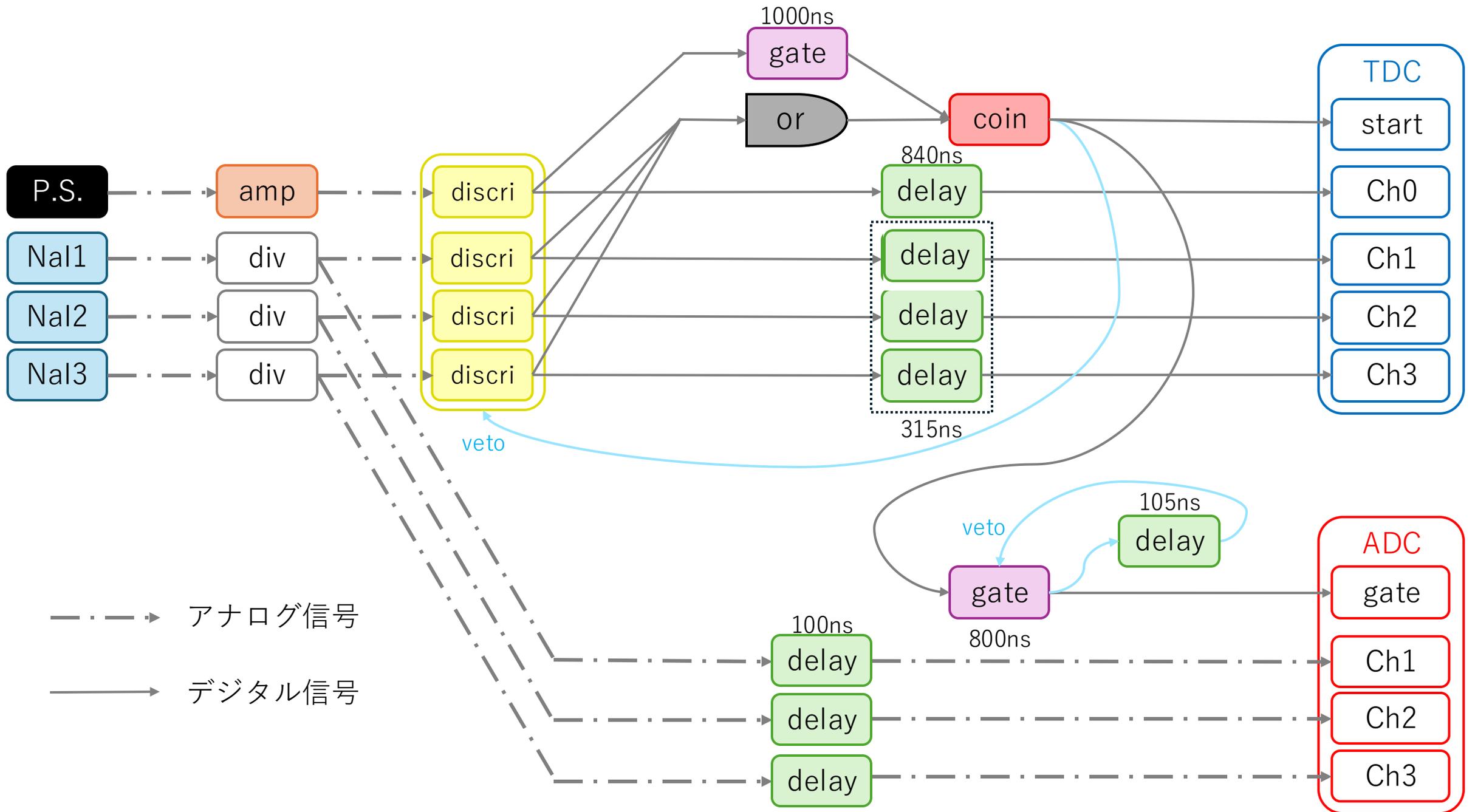


遮光用ビニールシートを被せる

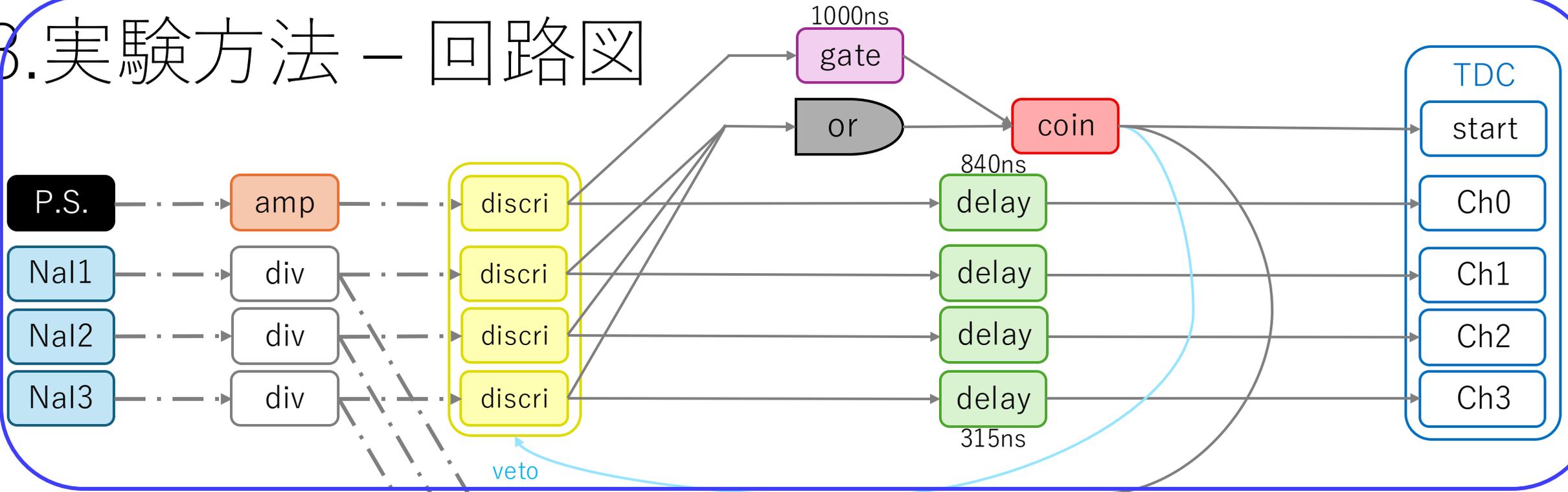
主にP.S.へのノイズを減らすため

3. 実験方法 - 回路図





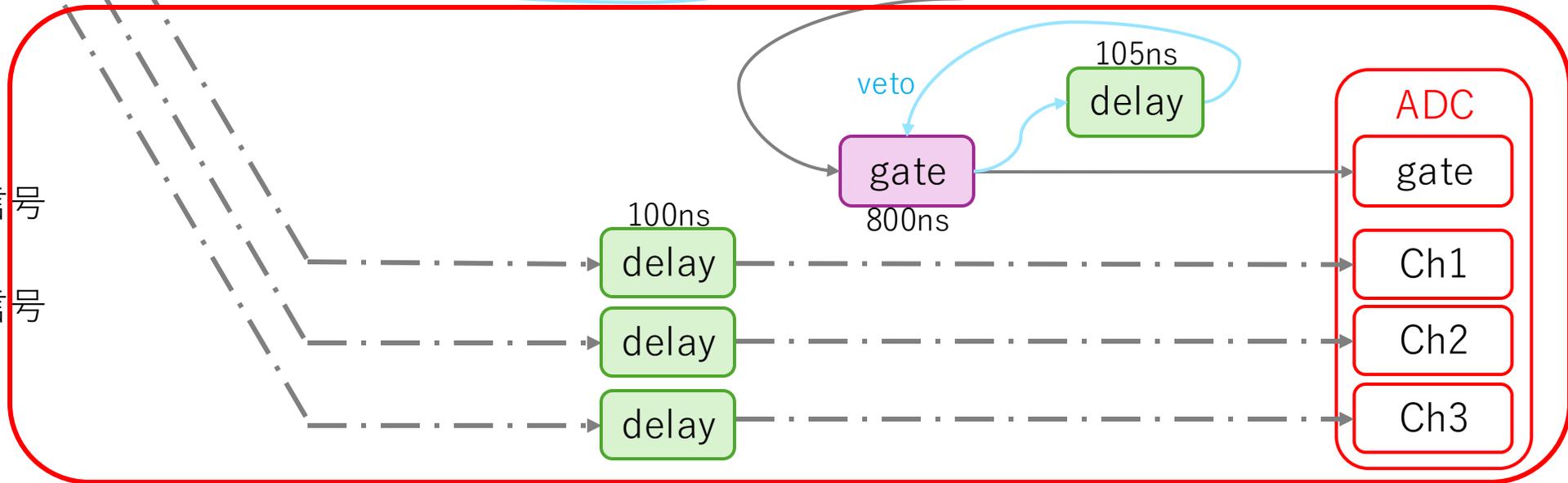
3. 実験方法 - 回路図



Time

- · - · - · → アナログ信号
 ————— → デジタル信号

Energy



3. 実験方法 - 回路図

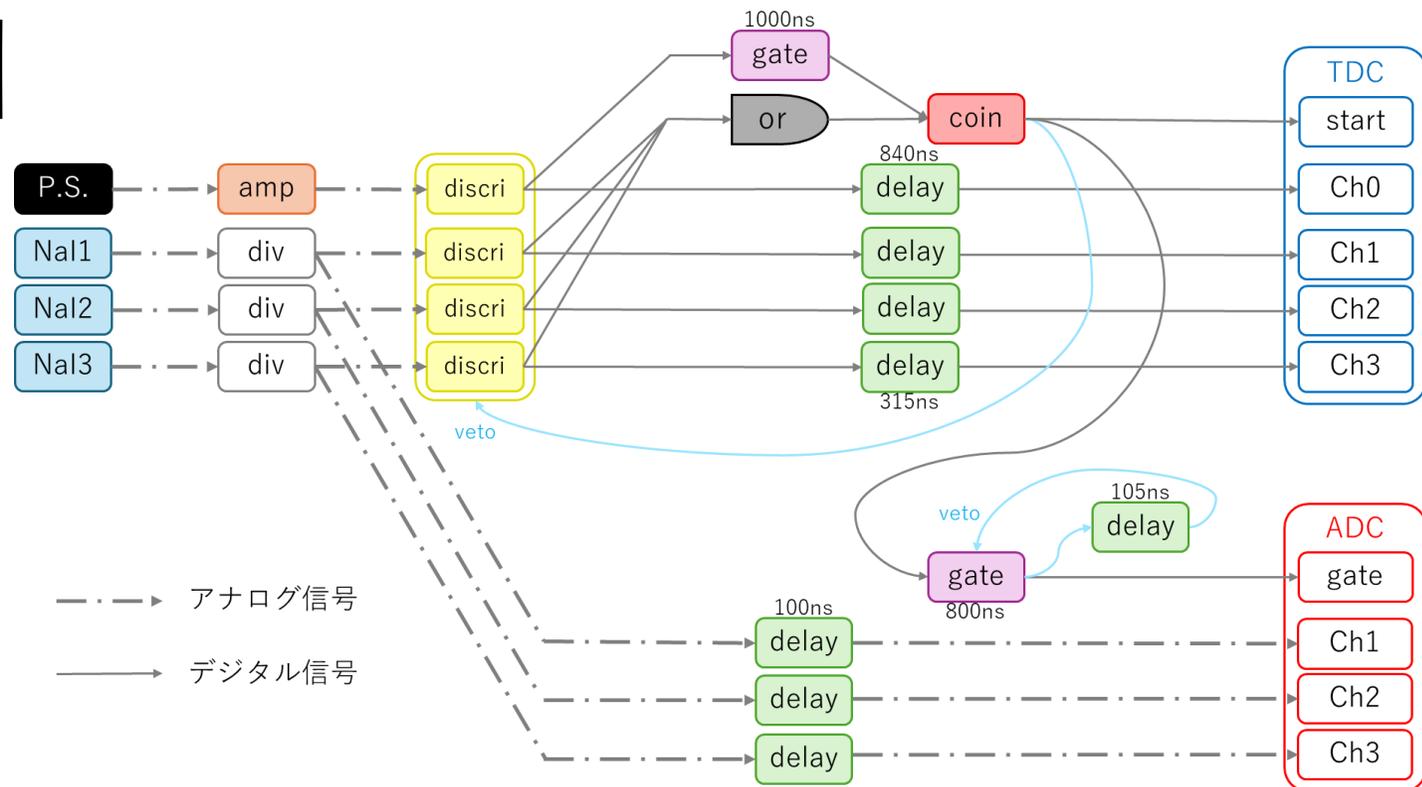
- P.S.とNa1, 2, 3の和が測定トリガーになっている（※積の方が理想的だがイベントレートが低すぎる）

- TDCのCh0とCh1, 2, 3の値を比べることで寿命が測れる

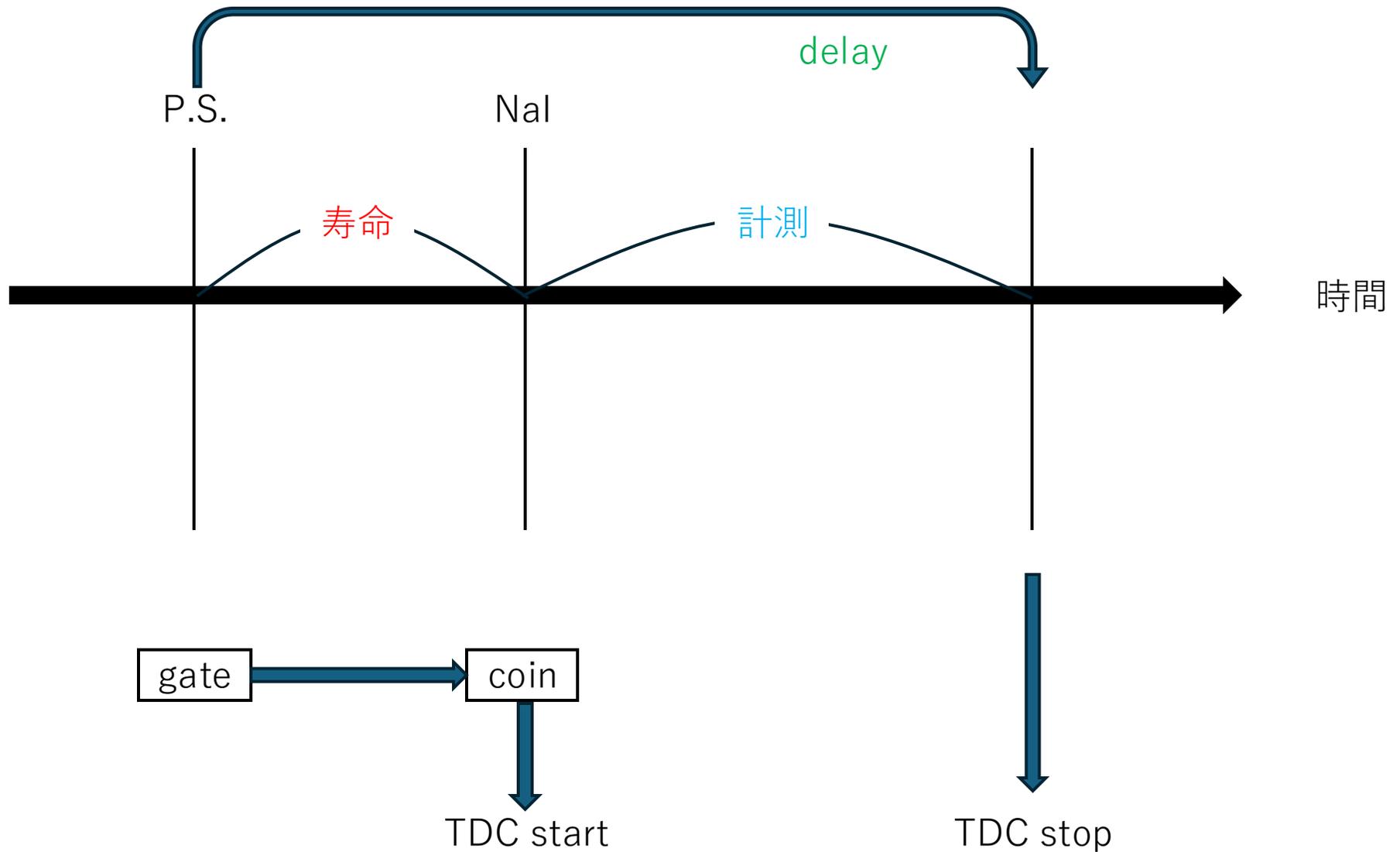
- P.S.とNa1のcoincidenceをそのままとっても両者のタイミングが合わないため、P.S.は1000nsのゲートに広げている

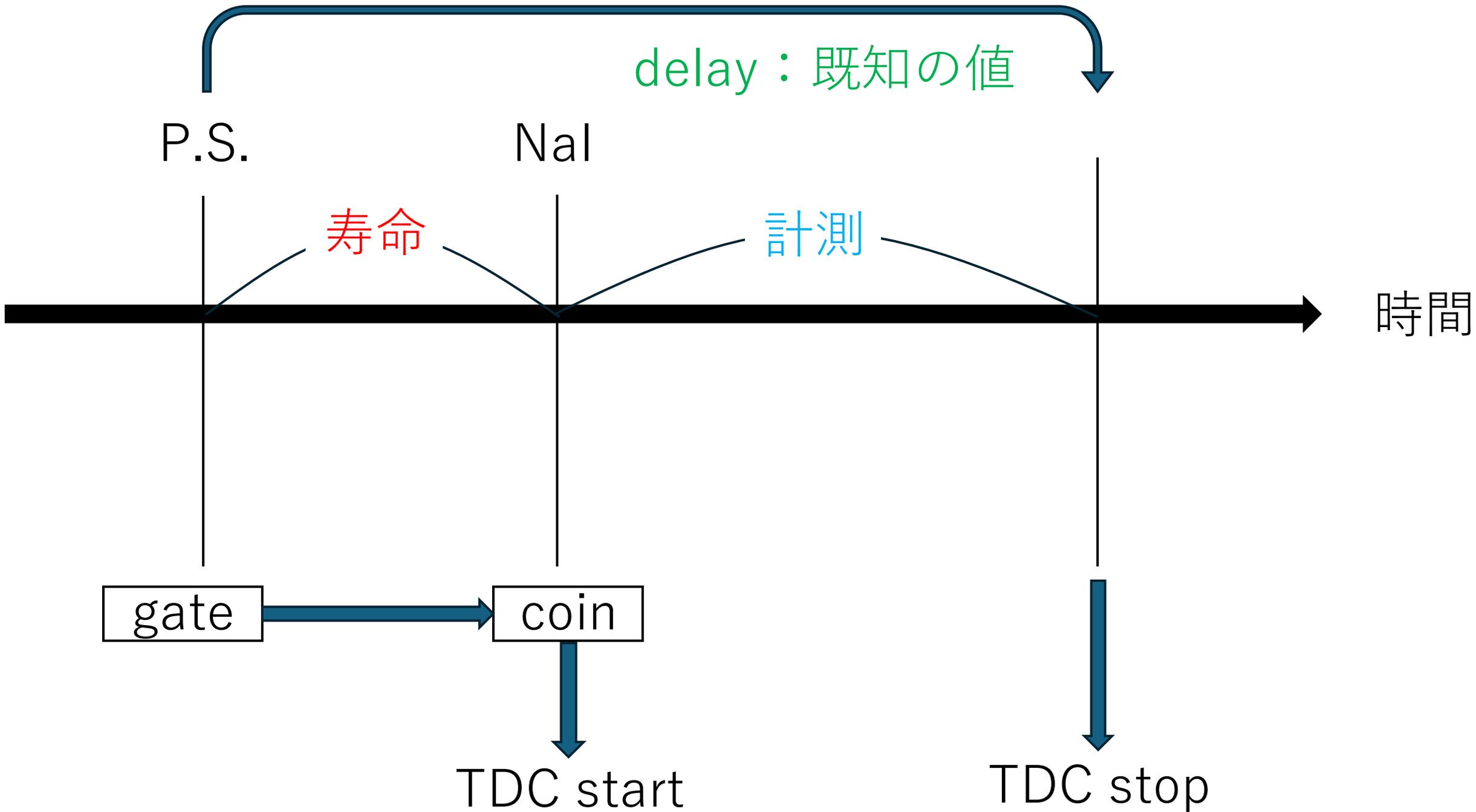
- TDCの方の回路のCh0, 1, 2, 3にdelayが掛かっているのは、スタートよりも遅くするため

- veto信号をフィードバックすることで二つのイベントが重なって先の方が中断されたり、ADCのgateが重なることを防いでいる



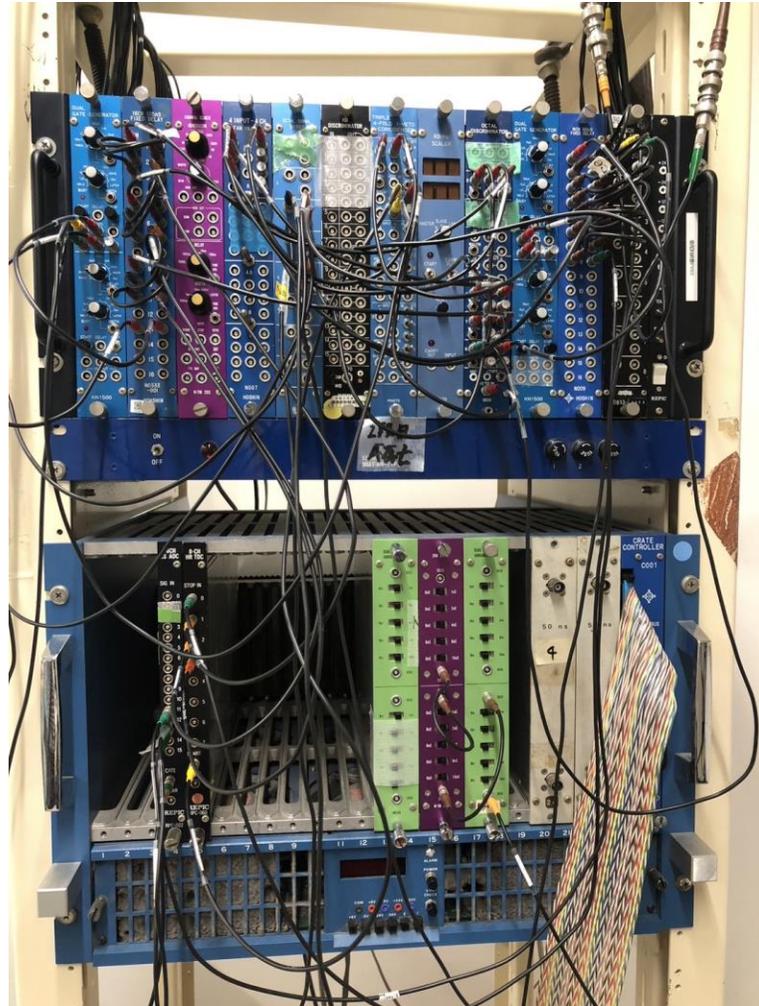
3.実験方法 - 時間のチャート





3. 実験方法 - 回路図

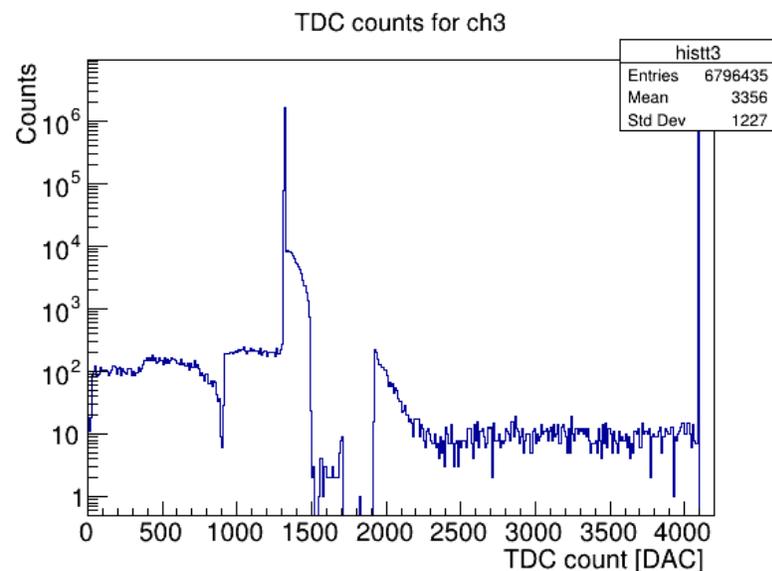
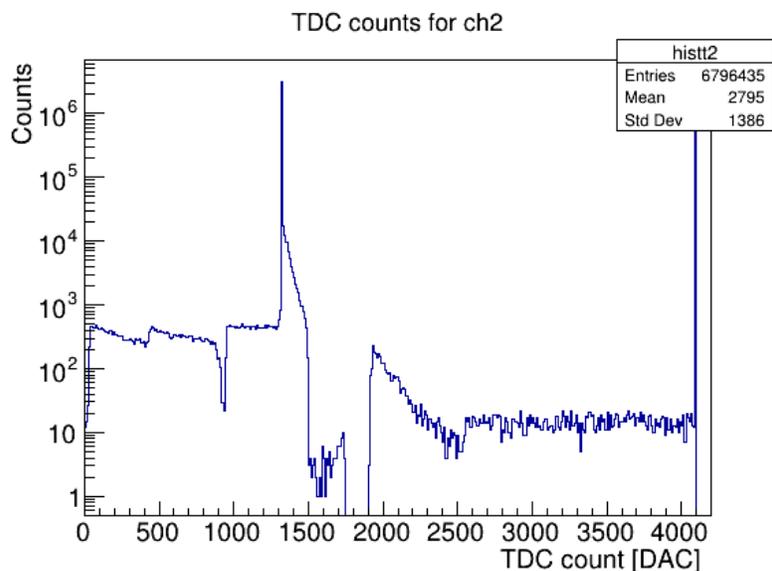
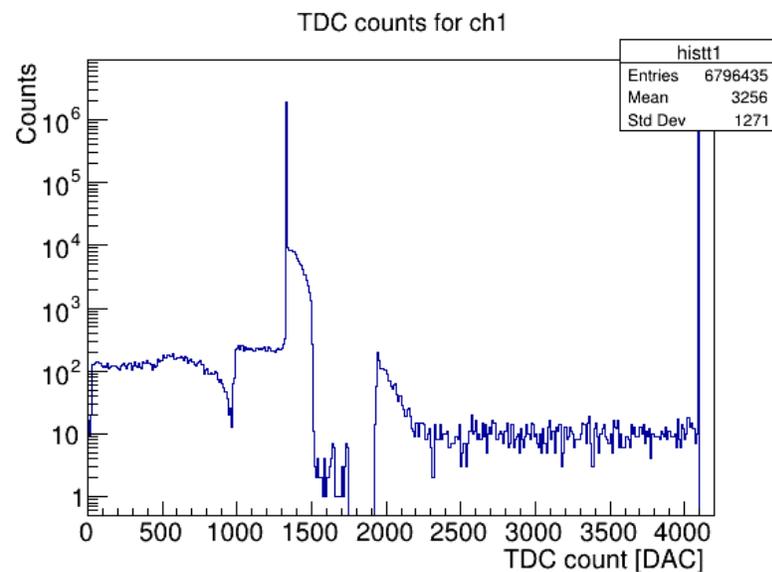
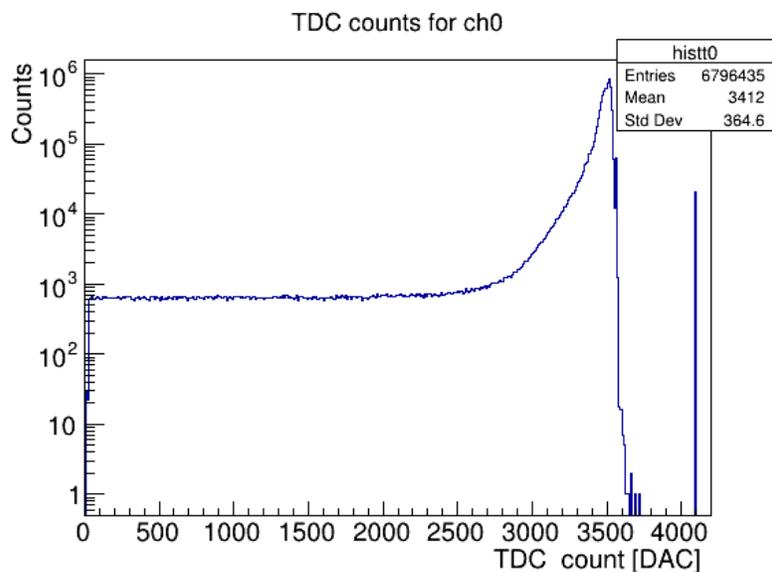
NIM module



4. 実験結果と解析

4. 実験結果と解析 - 生データ (TDC)

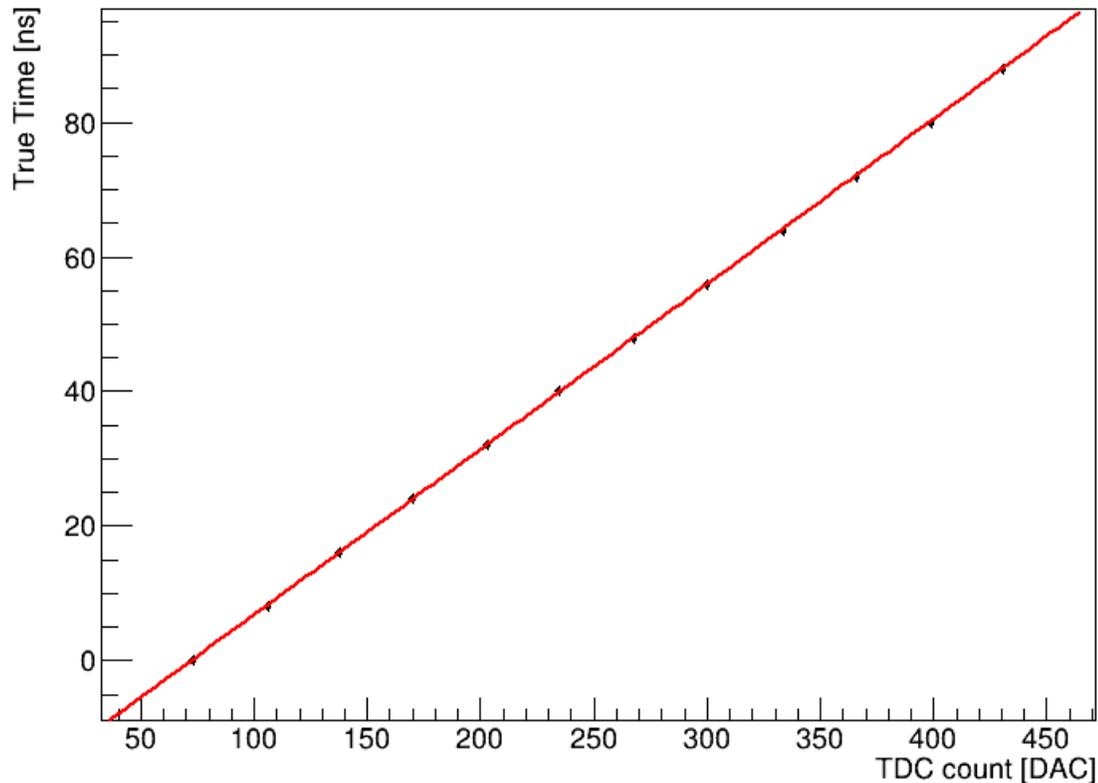
総イベント数 : 6,796,535



4.実験結果と解析 – TDC較正

delayモジュールを用いて0nsから8nsごとに88nsまでTDC countを記録した

Time vs TDC

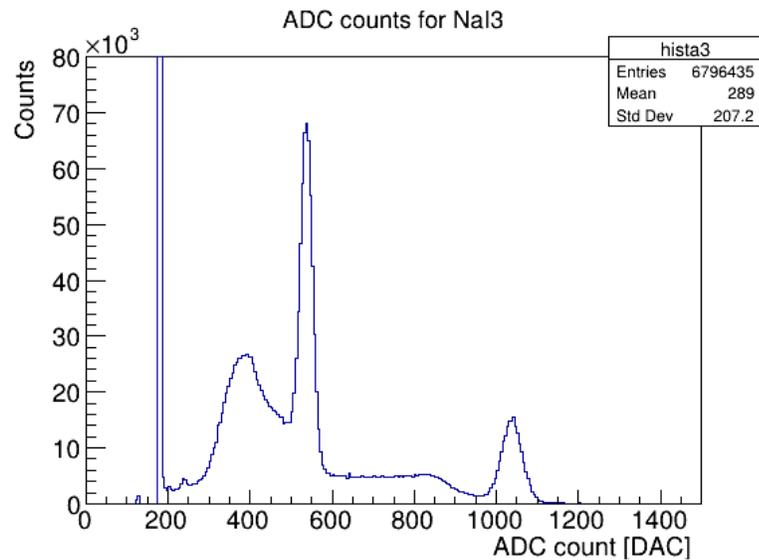
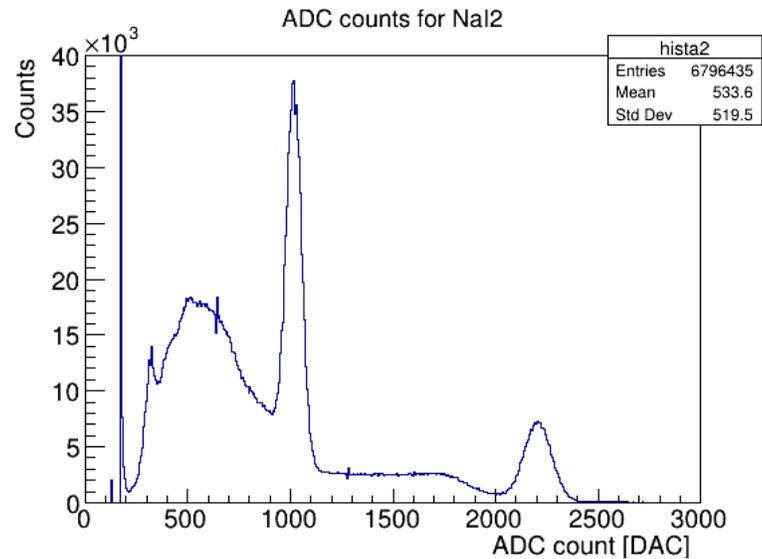
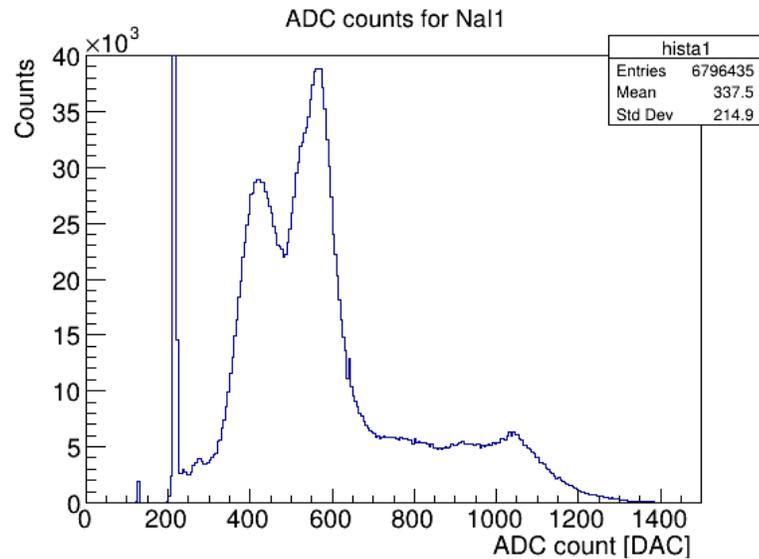


$$\text{Time} = p_0 + p_1 \times (\text{TDC count})$$

表2 TDC 較正の fitting parameter

p_0	p_1
-17.87 ± 0.00	0.2456 ± 0.0000

4.実験結果と解析 - 生データ (ADC)



0kevに対応するADC count (ペDESTAL)
はヒストグラムが一番左の鋭いピーク的位置

NaI	ペDESTAL [ADC count]
NaI1	213
NaI2	175
NaI3	180

4.実験結果と解析 – データの抽出

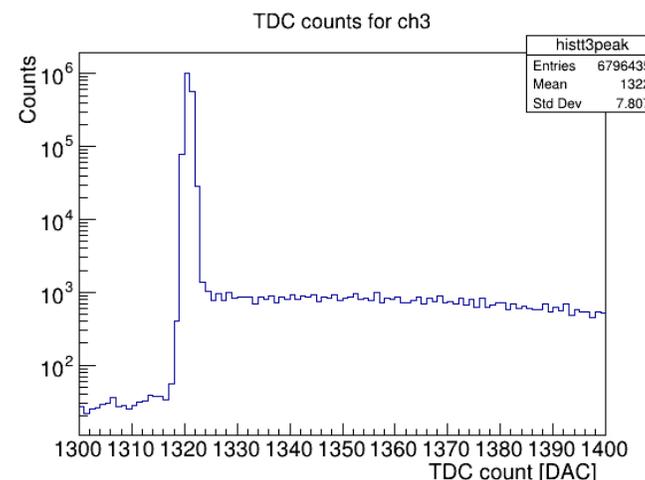
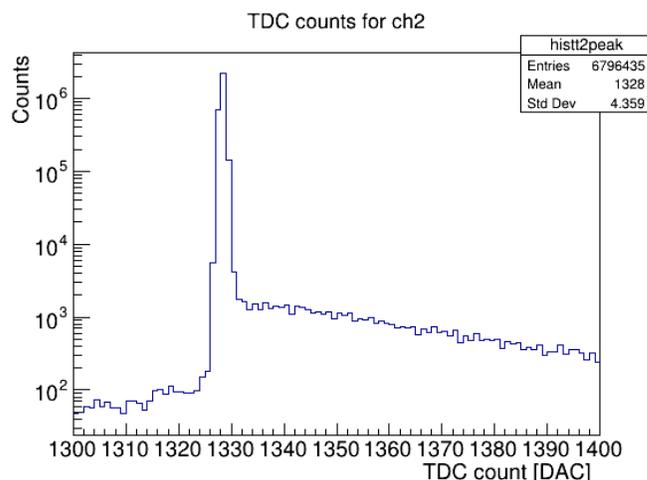
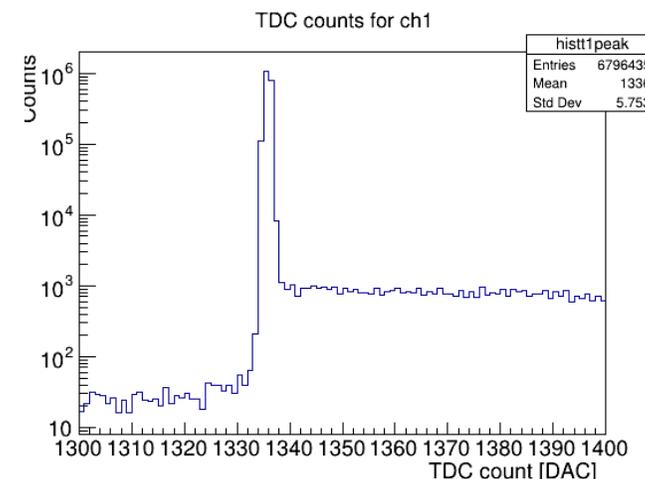
各NaIが何らかの放射線を検知したイベントのTDC計測値は315nsに対応する値となる

それ以外のイベントは不必要なのでカットする。

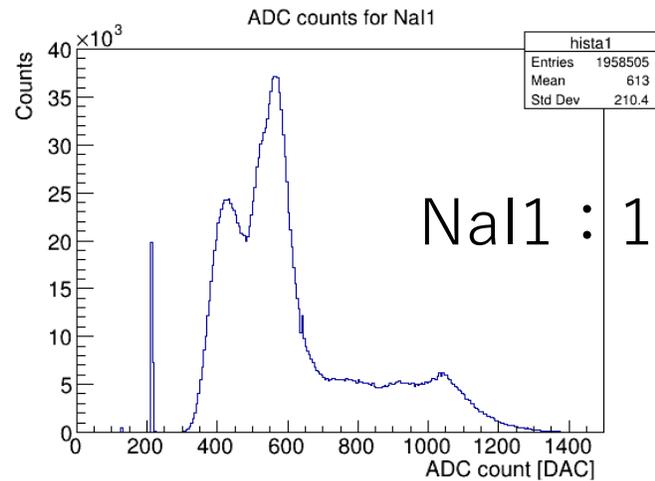
TDCの値が右の表の範囲に含まれるイベントだけを持つtreeをNaIそれぞれで作る。

表1 各NaIのデータ cut 条件

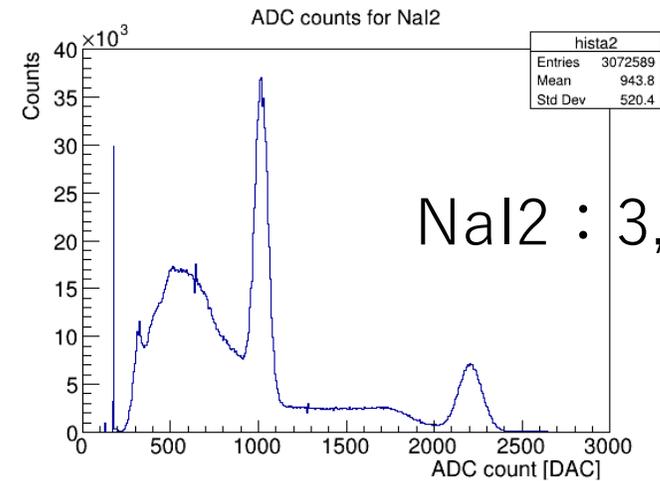
NaI	TDC count
NaI1	1330~1340
NaI2	1324~1334
NaI3	1315~1325



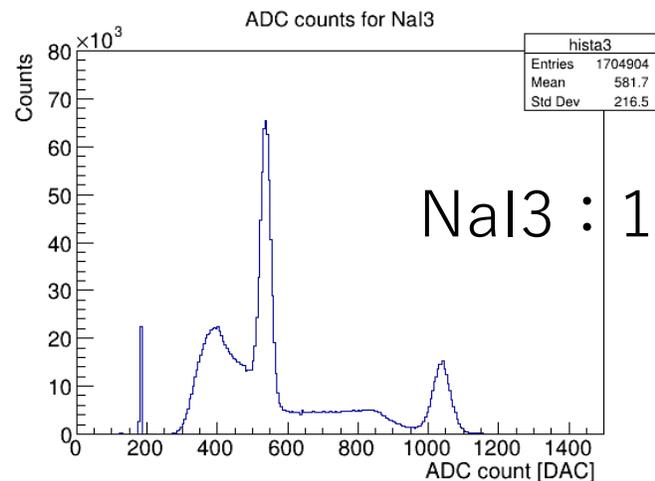
4. 実験結果と解析-データ抽出後 ADCデータ



Na1 : 1,959,505 イベント

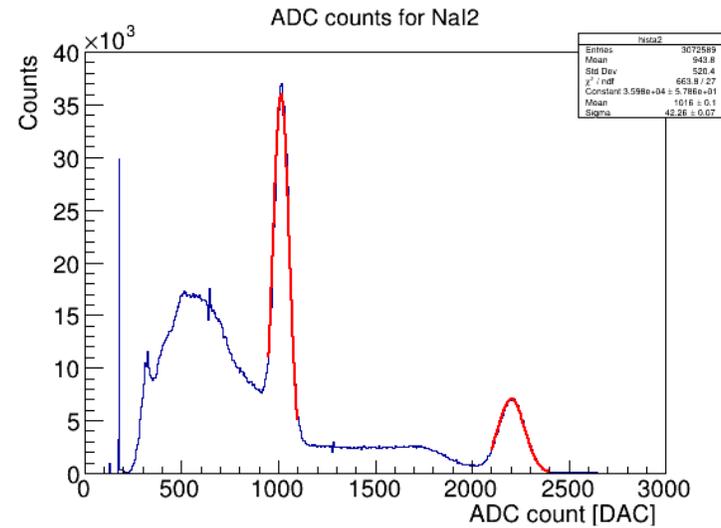
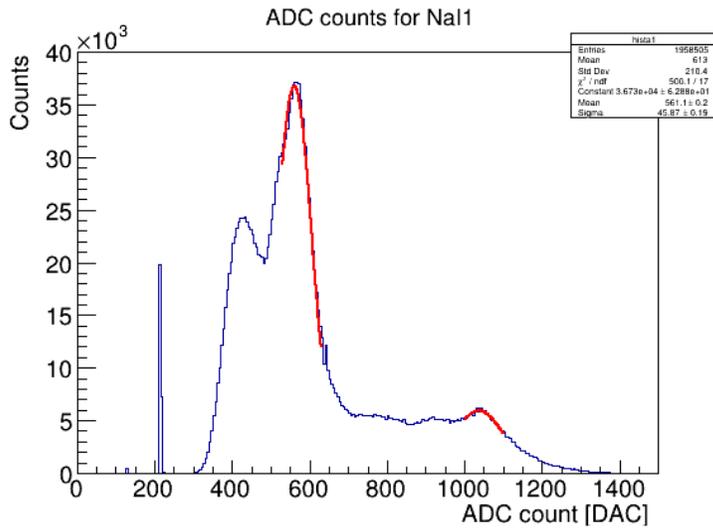


Na2 : 3,072,589 イベント



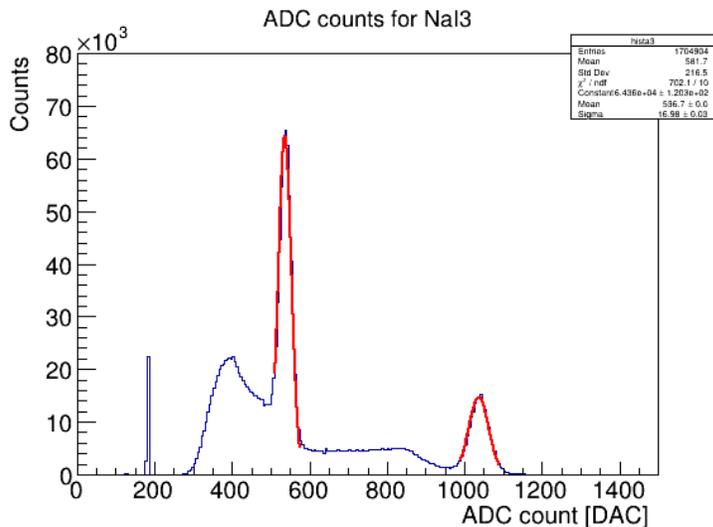
Na3 : 1,704,904 イベント

4.実験結果と解析 – ADC校正①



511keVと1275keVのピークと
思われる範囲をガウシアンで
fittingした

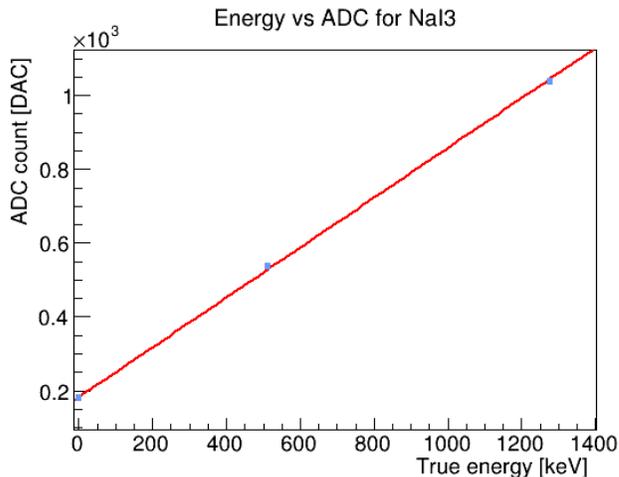
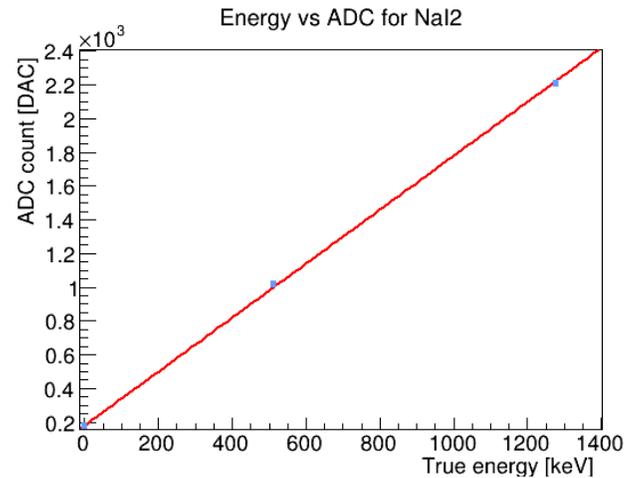
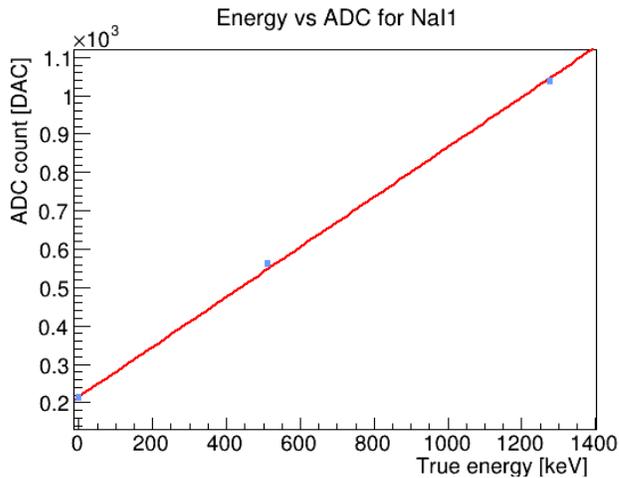
範囲は目視で調節した



ガウシアンを中心を511keV、1275keV
に対するADC countとした

4.実験結果と解析 – ADC較正②

0kev,511kev,1275kevのADC countを使って直線fitting



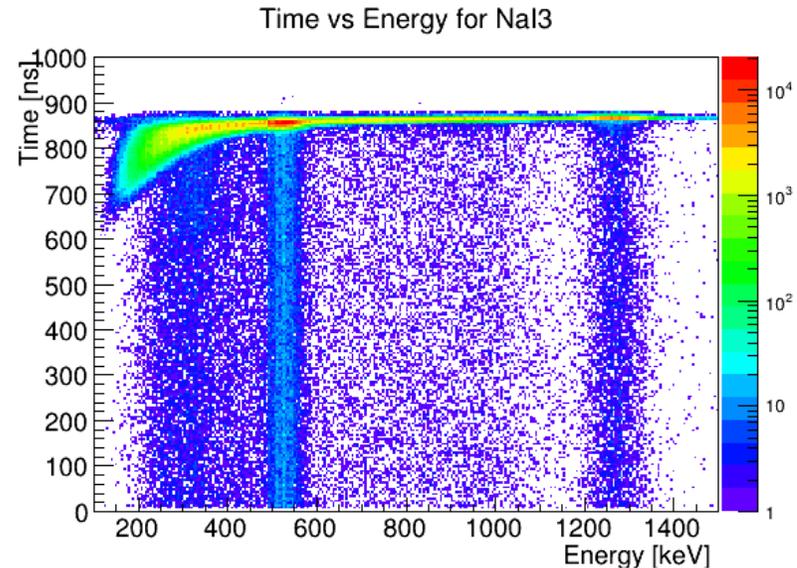
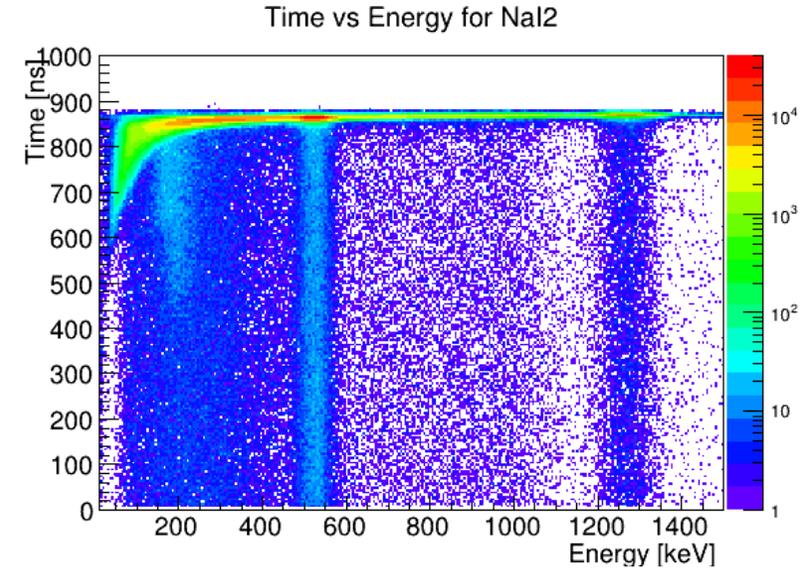
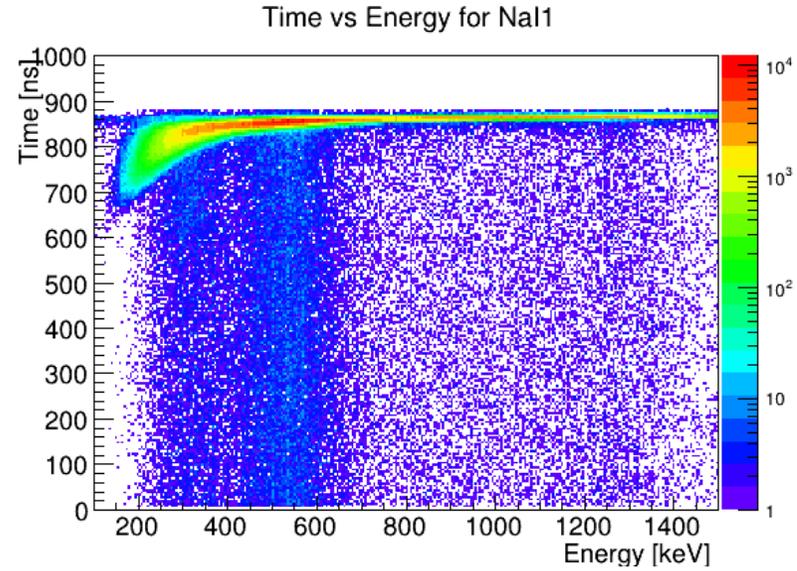
$$\text{Energy} = \frac{\text{ADC count}}{p_1} - p_0$$

表3 ADC較正の fitting parameter

NaI	p_0	p_1
NaI1	213.0 ± 0.0	0.6508 ± 0.0004
NaI2	175.0 ± 0.0	1.599 ± 0.000
NaI3	180.0 ± 0.0	0.6759 ± 0.0000

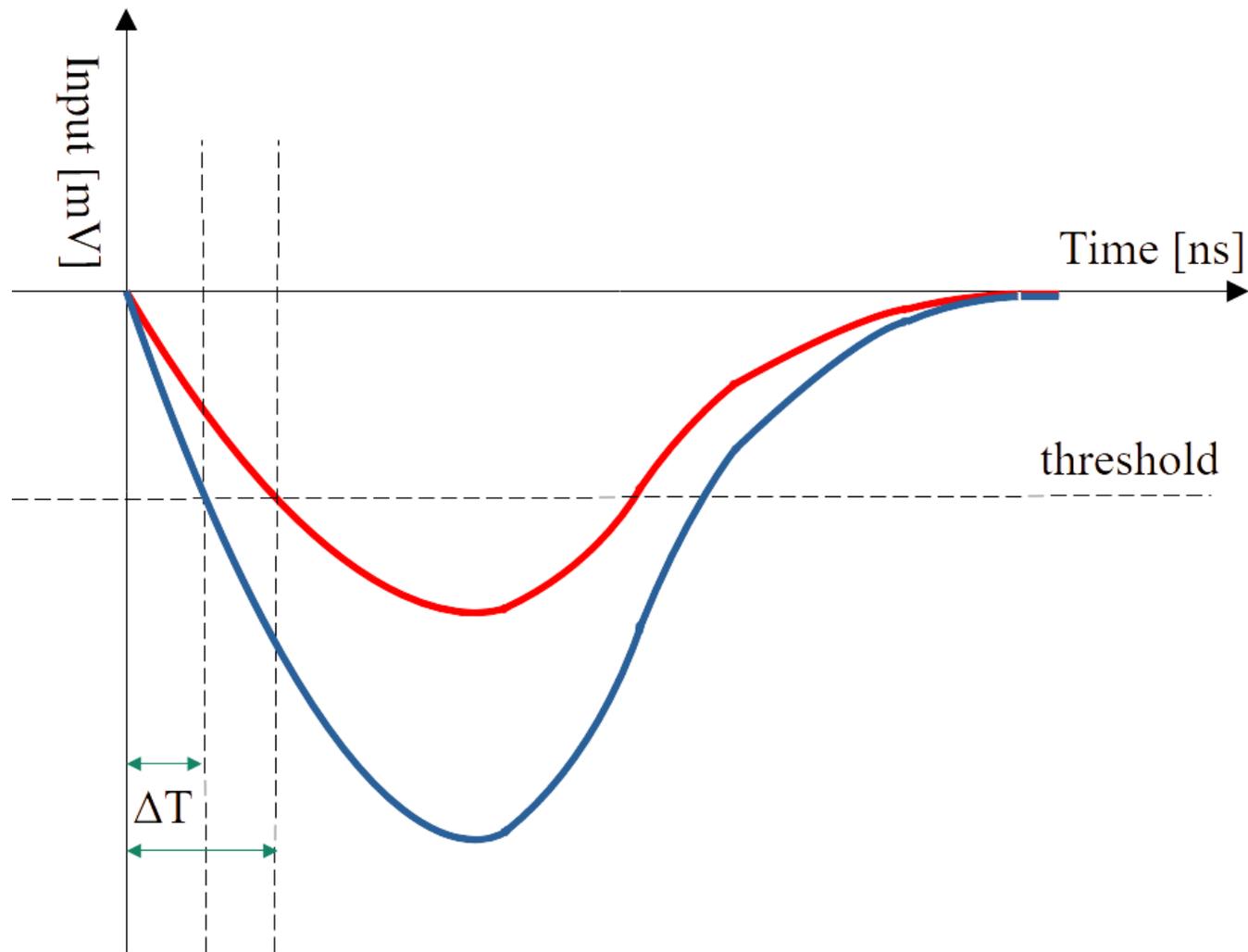
4.実験結果と解析 – Time-Energy分布

縦軸時間横軸エネルギー
の2次元ヒストグラム
TQ補正で役に立つ



4.実験結果と解析 – TQ補正①

同時刻に発された信号でも、エネルギー（波高）が異なるとDiscriminatorに検知されるタイミングが異なる。



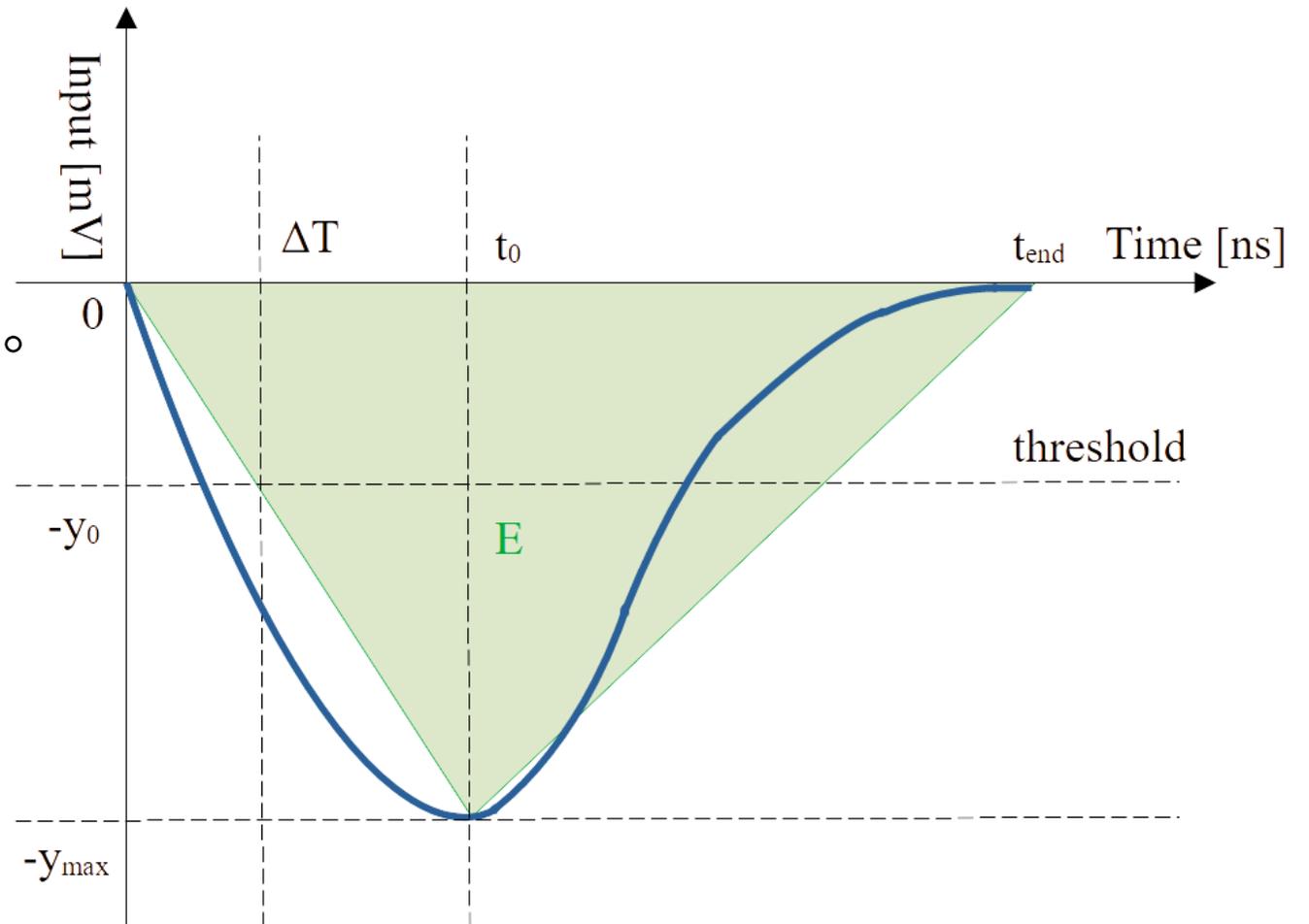
4.実験結果と解析 – TQ補正②

エネルギー E と ΔT の関係を求める。

信号の時間幅(t_{end})が一定と仮定。

エネルギーを大まかに三角形で近似。

エネルギー $E \propto$ ピークの高さ y_{max}



4.実験結果と解析 – TQ補正③

エネルギー E と ΔT の関係を求める。

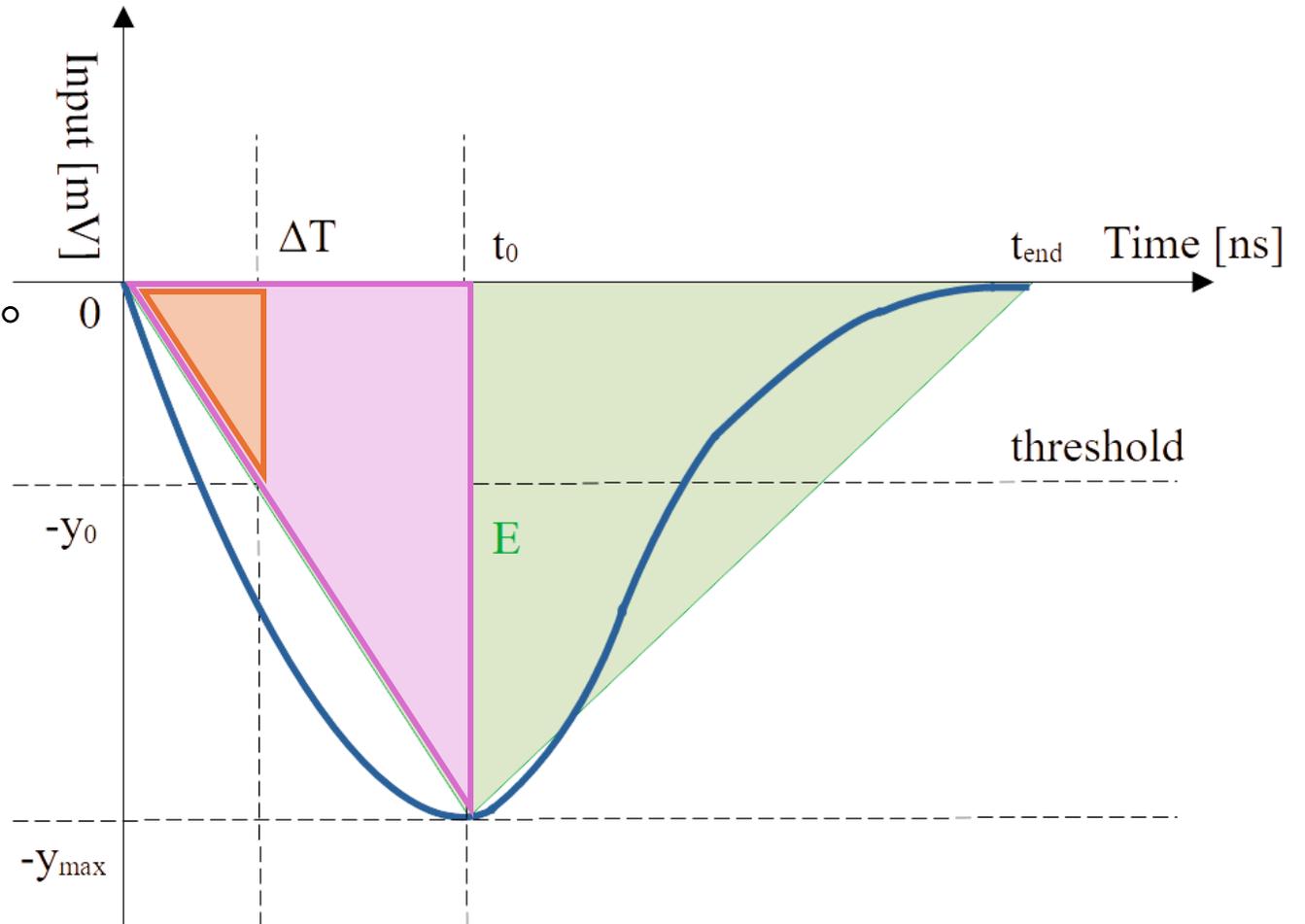
信号の時間幅(t_{end})が一定と仮定。
エネルギーを大まかに三角形で近似。

エネルギー $E \propto$ ピークの高さ y_{max}

相似な三角形に注目すると、

$$\Delta T \propto 1/E$$

であることがわかる。



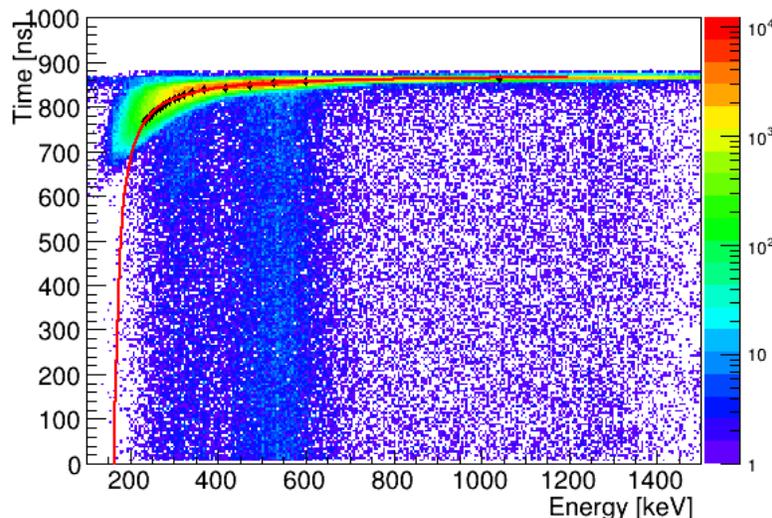
4.実験結果と解析 – TQ補正②

より正確な結果を得るため、次のTQ補正関数で近似した。

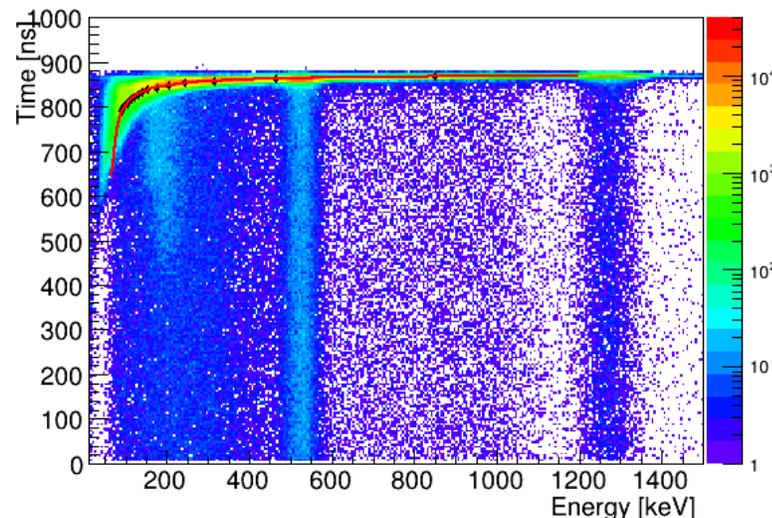
$$\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{kev}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

4.実験結果と解析 – TQ補正③ フィットティング

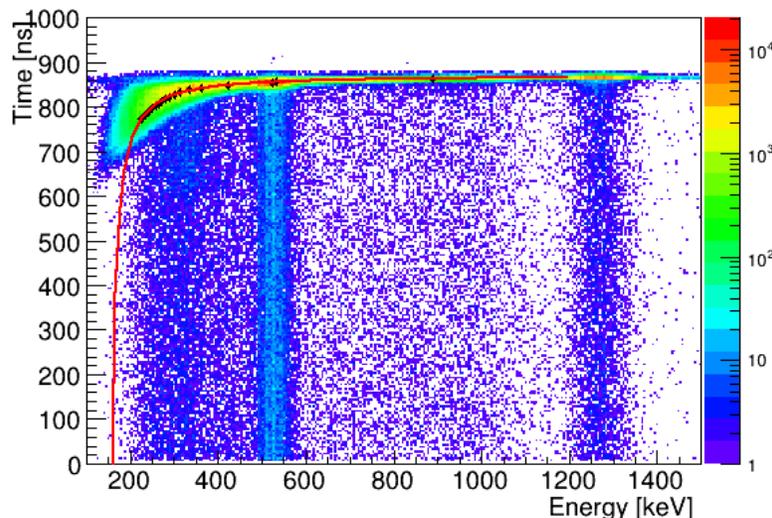
Time vs Energy for NaI1



Time vs Energy for NaI2



Time vs Energy for NaI3



P.S.とNaIが同時に信号を発したイベントに対応する曲線を Fitting

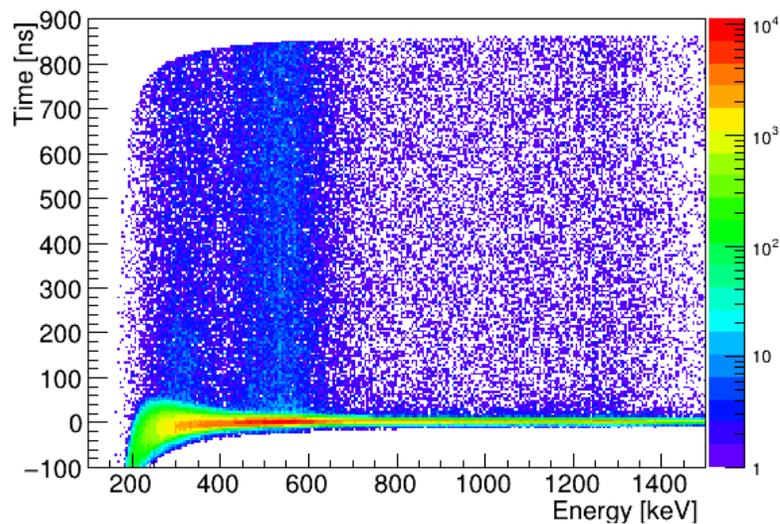
まだ時間の向きが逆になっているので、エネルギーが小さいほどフィッティング関数の値は小さくなる

表4 TQ補正の fitting parameter

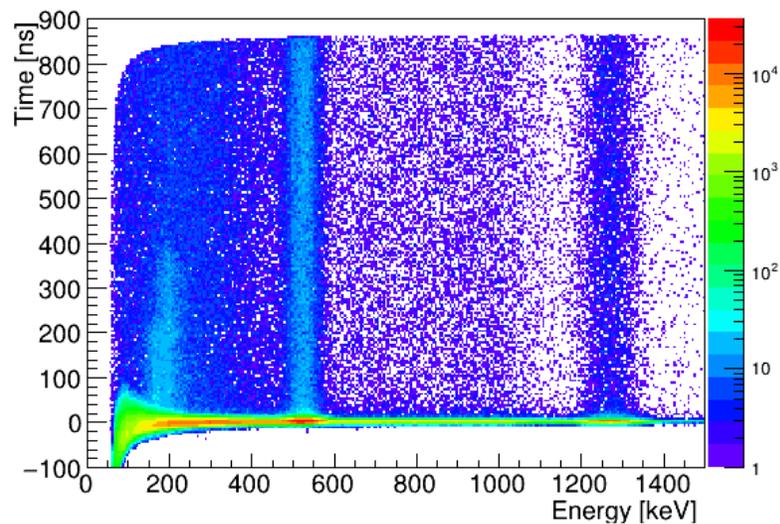
NaI	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	$(-1.424 \pm 0.217) \times 10^4$	152.1 ± 3.6	1.112 ± 0.031	872.0 ± 1.6
NaI2	-1643 ± 232	54.89 ± 1.66	0.8266 ± 0.0314	873.9 ± 0.6
NaI3	$(-2.097 \pm 0.610) \times 10^4$	144.8 ± 4.3	1.221 ± 0.064	869.9 ± 1.9

4. 実験結果と解析 – TQ補正後のTime-Energy分布

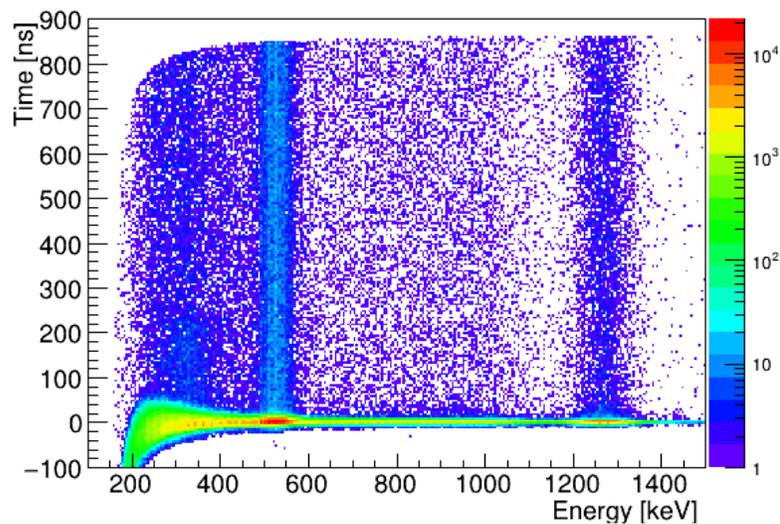
Time vs Energy for NaI1



Time vs Energy for NaI2



Time vs Energy for NaI3



時間が t のイベントを
 $\Delta T(E) - t$ と変換した

ここで時間の向きが現実
と同じになった

4.実験結果と解析 – TQ補正後の寿命

- o- P_s が崩壊して放出する γ 線は必ず511keV未満
- エネルギーが411keV未満のイベントの、時間のヒストグラムを下の式でフィッティング
- 範囲は72.5ns~654ns
(o- P_s が40%~99%崩壊した時間に対応する)

- p_1 が寿命

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

以降Binの幅は2ns

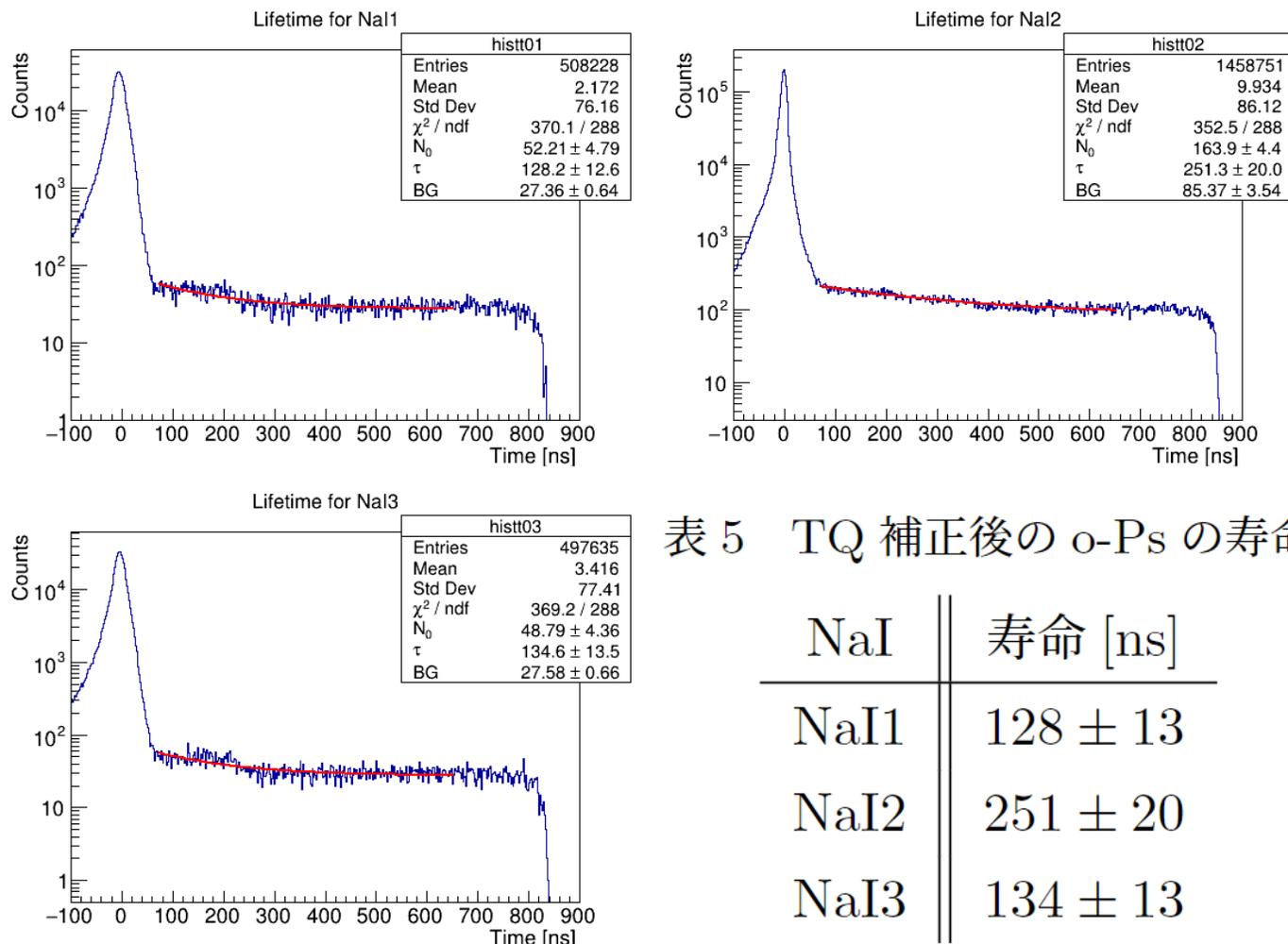


表5 TQ補正後の o- P_s の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	128 ± 13
NaI2	251 ± 20
NaI3	134 ± 13

4.実験結果と解析

まだ終わりではない

Pick-off補正

Pick-off反応とは

o-Psが 3γ に崩壊せず 2γ に崩壊する場合がある。この現象によってo-Psの減衰が速くなり、求まる寿命が理論値より小さくなる。

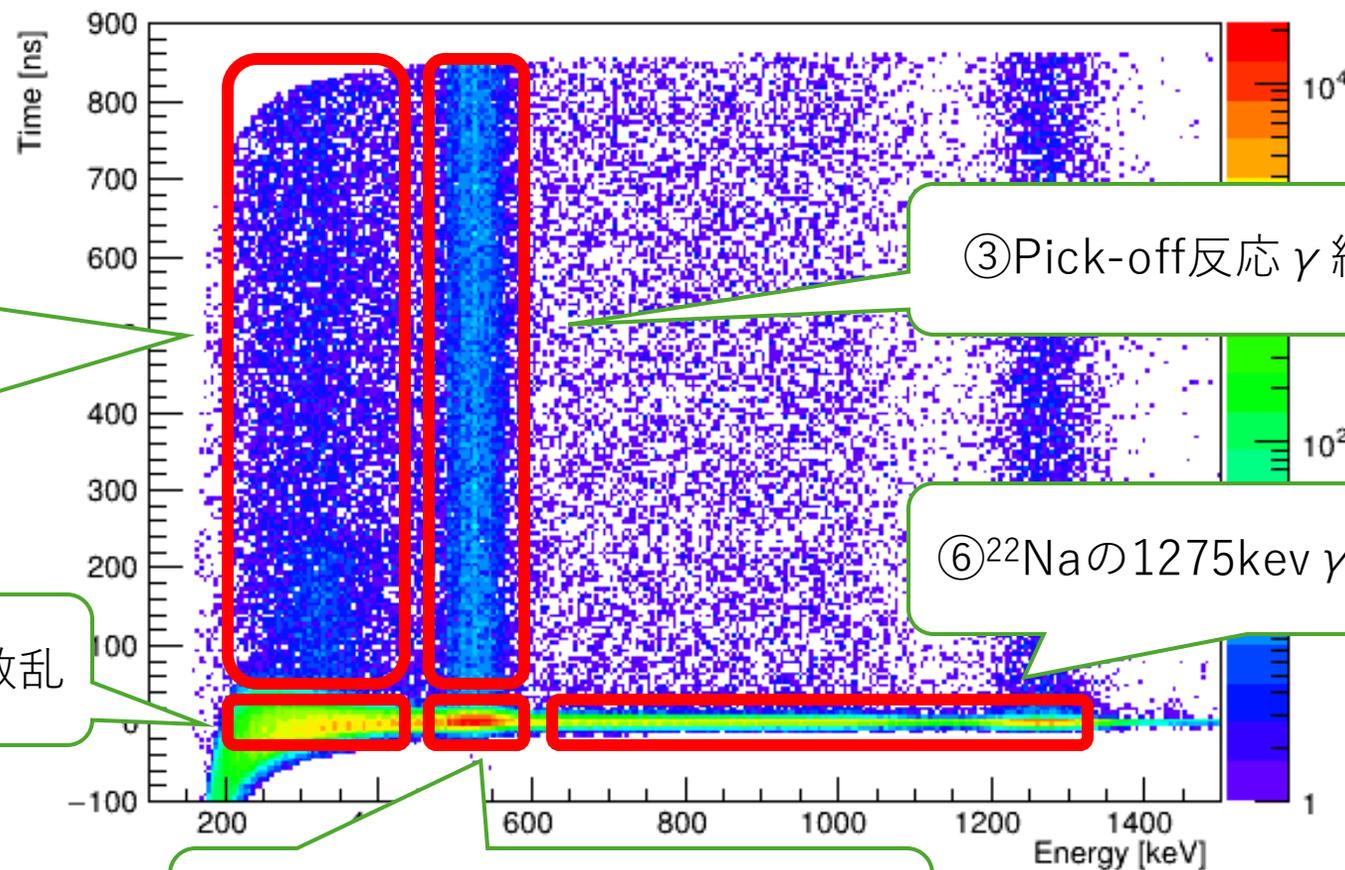
以下をまとめてPick-off反応と呼ぶことにする。

- ・ **Pick-off反応**：o-Psの陽電子がo-Ps外の電子と対消滅する
- ・ **スピン交換反応**：分子の不對電子とスピンを交換してp-Psとなり崩壊する
- ・ **化学反応**：o-Psが酸化により電子を奪われ、残った陽電子が周りの電子と対消滅する。

Pick-off反応による γ 線は511keV一定で、寿命フィッティングに使うイベントには、そいつがコンプトン散乱してエネルギーが小さく測定されたイベントが含まれている。

Pick-off補正

Time vs Energy for NaI3



①o-Ps崩壊 γ 線
+
②Pick-off反応 γ 線
のコンプトン散乱

③Pick-off反応 γ 線の光電吸収

⑥²²Naの1275keV γ 線の吸収・散乱

④p-Ps崩壊 γ 線のコンプトン散乱

⑤p-Ps崩壊 γ 線の光電吸収

さっき求めた寿命は①+②の寿命なので正確でない
③④⑤から②の関数を求めて、差し引いて補正する

②の関数の求め方

- t~0ではp- P_s が崩壊したイベントのみが検出されているとする。
- p- P_s は崩壊で511keV γ 線しか放出しない。
- ④は511keV γ 線がコンプトン散乱したイベントのみ
- ⑤は511keV γ 線が光電吸収されたイベントのみ
- 511keV γ 線を光電吸収で検知する数とコンプトン散乱で検知する数の比は、各NaIで時間に寄らず一定であるはず。
- 任意のtにおける②のイベント数 = tにおける③のイベント数 \times (④のイベント数) / (⑤のイベント数)

②の関数の求め方 図解

ある時間 t で511keV γ 線を光電効果で検知する数を $y(t)$ 、コンプトン散乱で検知する数を $S(t)$ とする。

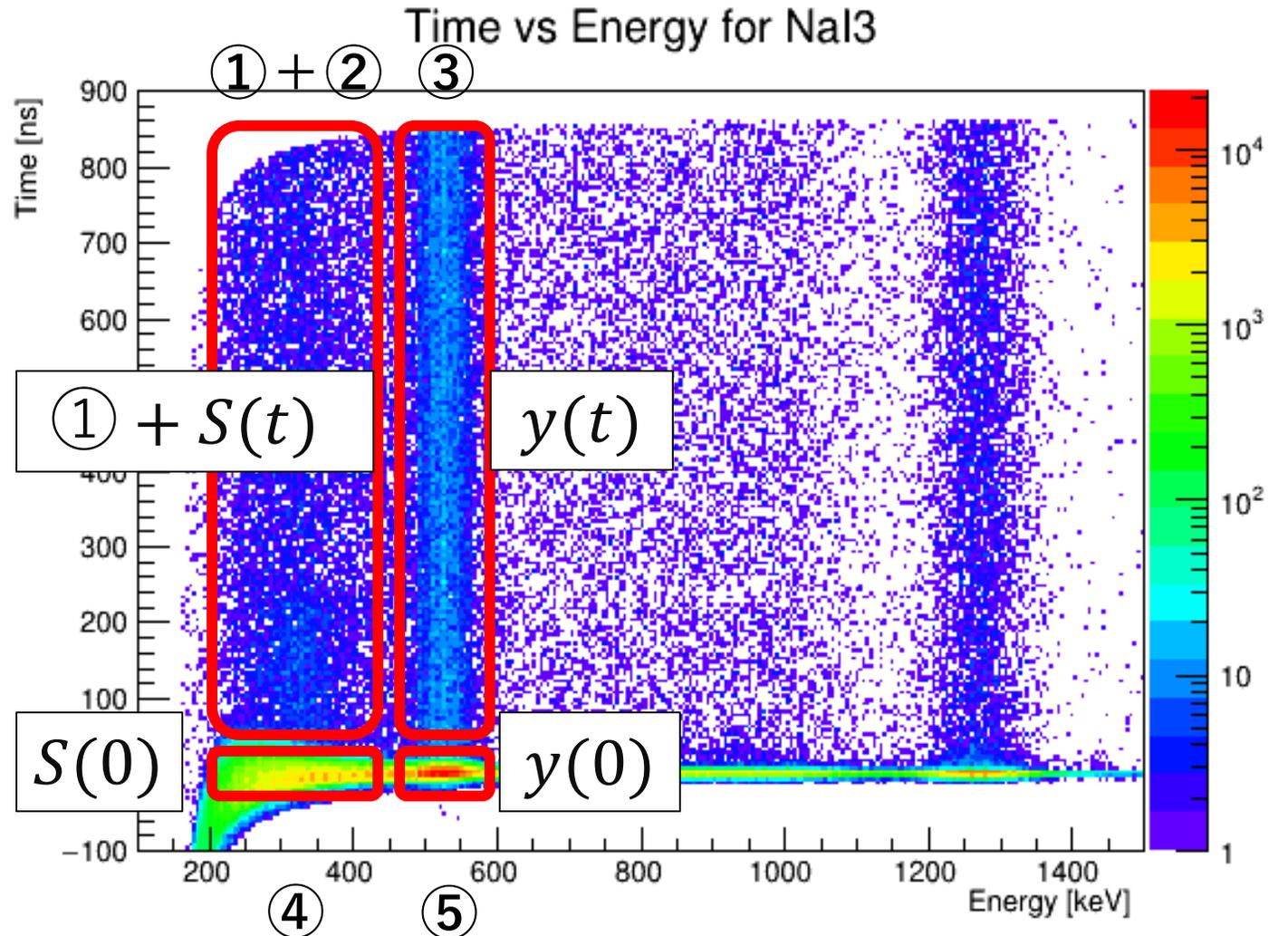
$S(t)$ を求めたい

③の t でのイベント数は $y(t)$

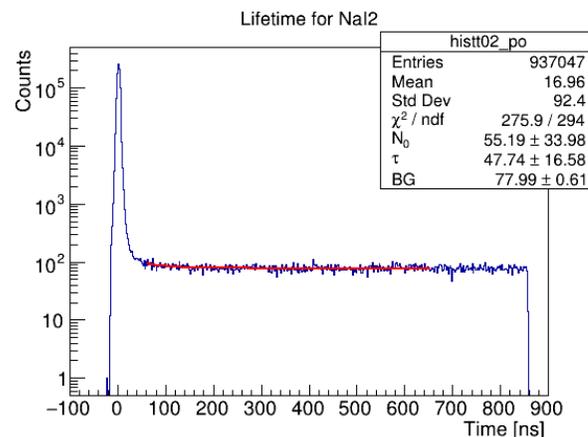
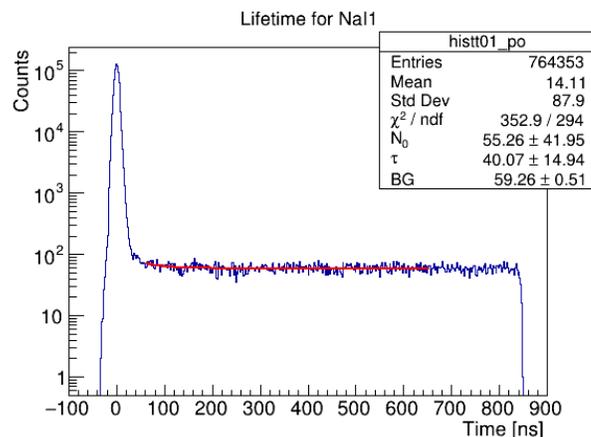
④のイベント数は $S(0)$

⑤のイベント数は $y(0)$

$$S(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t)$$



Pick-off補正 – Pick-off関数 $y(t)$ を求める



411keV $\leq E < 511$ keVのイベントのヒストグラムでfitting
範囲は60ns~654ns

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

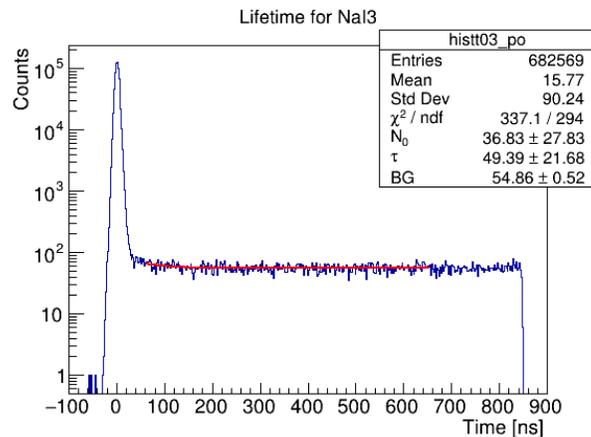


表6 Pick-off関数のfitting parameter

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	55.26 ± 41.94	40.07 ± 14.93	59.26 ± 0.51
NaI2	55.19 ± 33.98	47.73 ± 16.58	77.99 ± 0.61
NaI3	36.82 ± 27.83	49.38 ± 21.67	54.85 ± 0.52

$N_{po} = p_0$
 $\tau_{po} = p_1$
と置いておく

Pick-off補正 – 光電-コンプトン比

p-Psの崩壊による511keVガンマ線の光電効果を検知したイベントの数に対する、コンプトン散乱を検知したイベントの数の比を求める。

– $-5\text{ns} \leq t < 5\text{ns}$ で $S(0)$ は $E < 411\text{keV}$ 、 $y(0)$ は $411\text{keV} \leq E < 611\text{keV}$ のイベント数。

表7 t~0 のイベント数

NaI	$S(0)$ [count]	$y(0)$ [count]	$S(0)/y(0)$
NaI1	128731	522031	0.2465
NaI2	794382	794742	0.9995
NaI3	139917	497273	0.2813

Pick-off補正 – Fitting関数

$$p_0 \exp(-t/p_1) + p_2 + \frac{S(0)}{y(0)} N_{po} \exp(-t/\tau_{po})$$

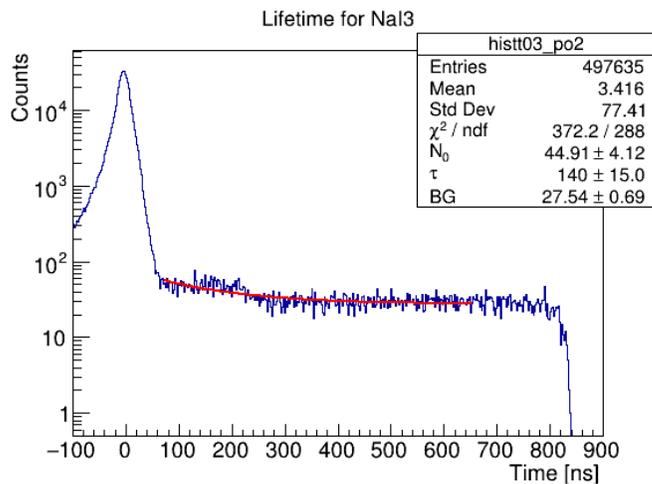
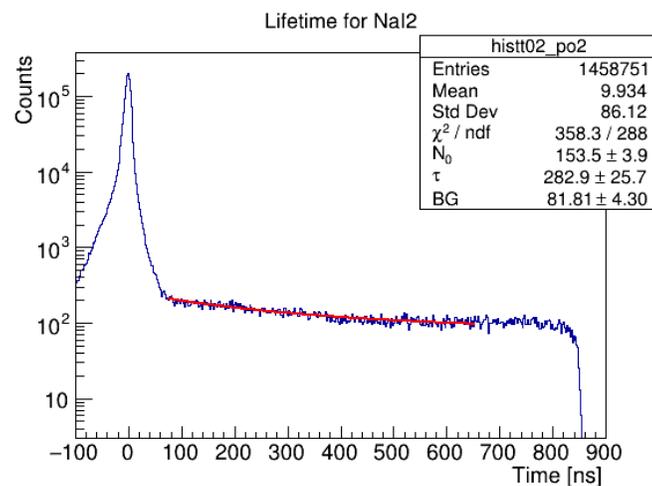
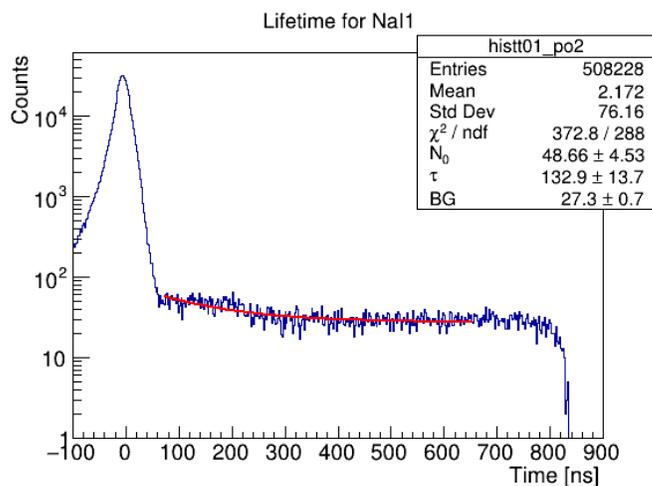
① o-Posの崩壊の関数（未知）

② ピックオフ反応 γ 線のコンプトン散乱 $S(t)$ （既知）

p_2 はBackground

p_1 が o-Posの寿命

Pick-off補正後の寿命



E<411keVのイベントで
フィッティング

範囲は72.5ns~654ns

Pick-off 補正後の o-Positronium の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	133 ± 14
NaI2	283 ± 26
NaI3	140 ± 15

5. 考察

表 8 Pick-off 補正後の o-Pos の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	133 ± 14
NaI2	283 ± 26
NaI3	140 ± 15

この誤差は最後の fitting の誤差 σ_{fit}

誤差の伝播

正確な寿命の誤差を求めるには、TDC較正、TQ補正、Pick-off補正でのfittingの誤差も考慮する必要がある。互いに独立だとすると、正確な誤差 σ_{total} は

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{TQ}^2 + \sigma_{Pick-off}^2 + \sigma_{fit}^2}$$

TDC較正の誤差は有効数字内で0なので無視

あるfitting関数 f の誤差 σ_f はパラメータの誤差 σ_{p_i} を使って

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2}$$

fitting関数を $f \pm \sigma_f$ として求めた寿命 τ_{\pm} を使って、その誤差由来の寿命の誤差を次で定義

$$\sigma = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|)$$

$\sigma_{TQ}, \sigma_{Pick-off}$ に対応 τ は解析で求めた寿命

TQ補正由来の誤差

先に結論を言うと、TQ補正由来の誤差は0と考えてよい
そう考える流れを見ていく

$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E-p_1)^{p_2}} + p_3$ よりTQ補正のフィッティング関数の誤差 $\sigma_{\Delta T}(E)$ は

$$\sigma_{\Delta T}(E) = (\Delta T - p_3) \sqrt{\frac{\sigma_{p_0}^2}{p_0^2} + \left(\frac{p_2}{E - p_1}\right)^2 \sigma_{p_1}^2 + (\log(E - p_1))^2 \sigma_{p_2}^2 + \frac{\sigma_{p_3}^2}{(\Delta T - p_3)^2}}$$

$\Delta T_{\pm} = \Delta T \pm \sigma_{\Delta T}$ として、それぞれでTQ補正をした。

ここでもPick-off補正は行うので、寿命フィッティングの前にPick-off関数のフィッティングをする。

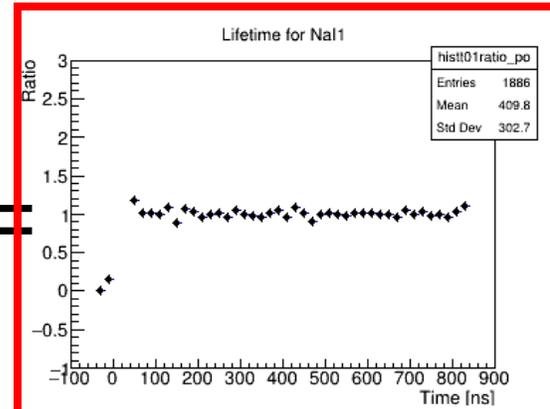
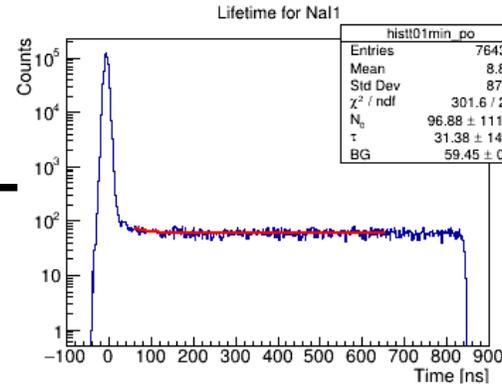
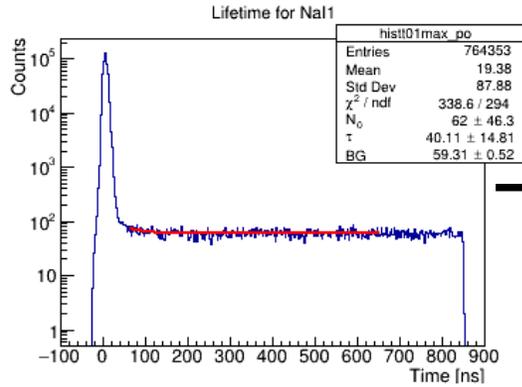
Pick-off関数

ΔT_+ 使用

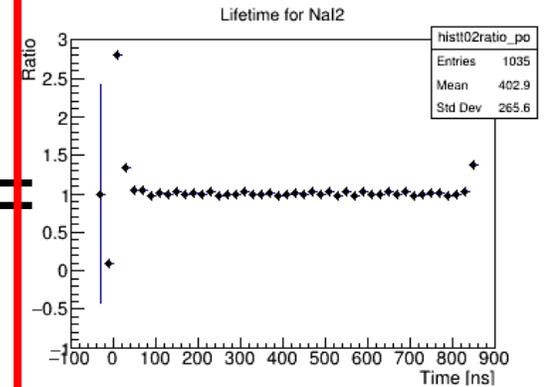
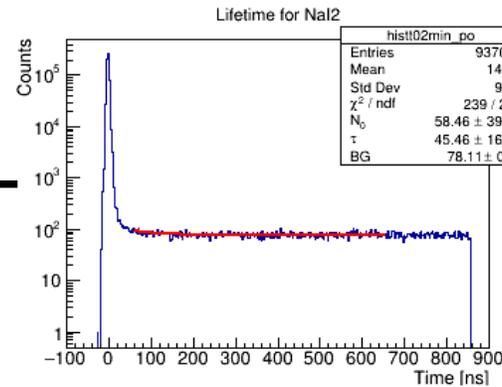
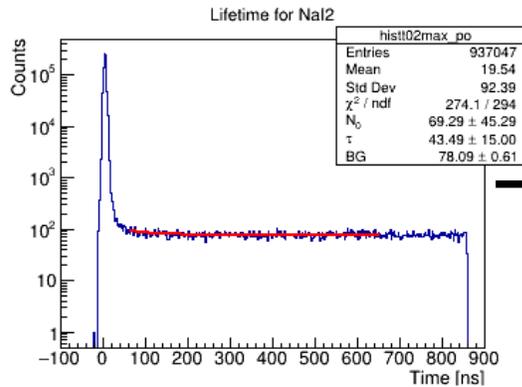
ΔT_- 使用

2つのヒストグラムの比

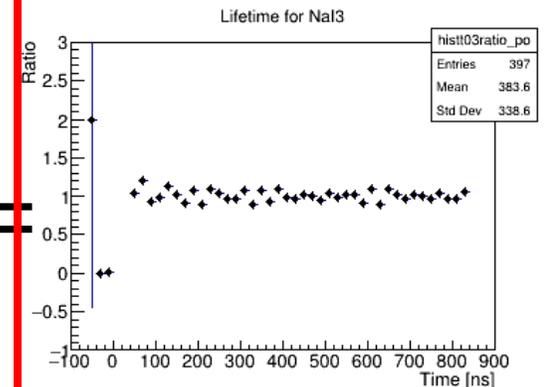
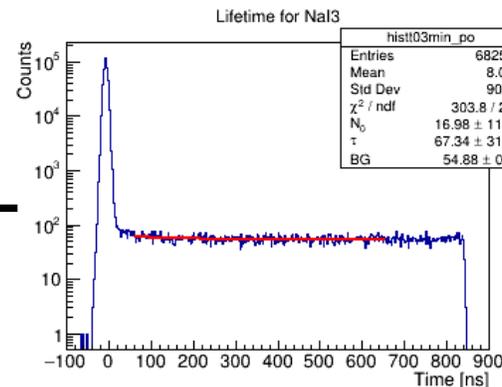
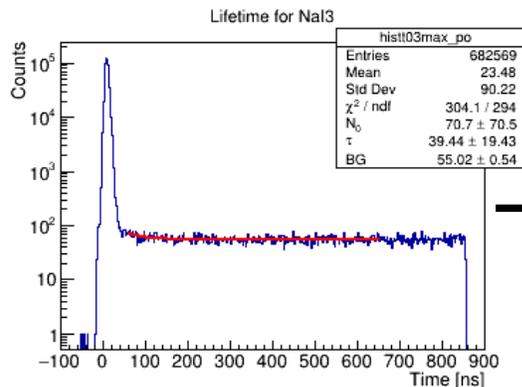
NaI1



NaI2



NaI3



ほぼ直線

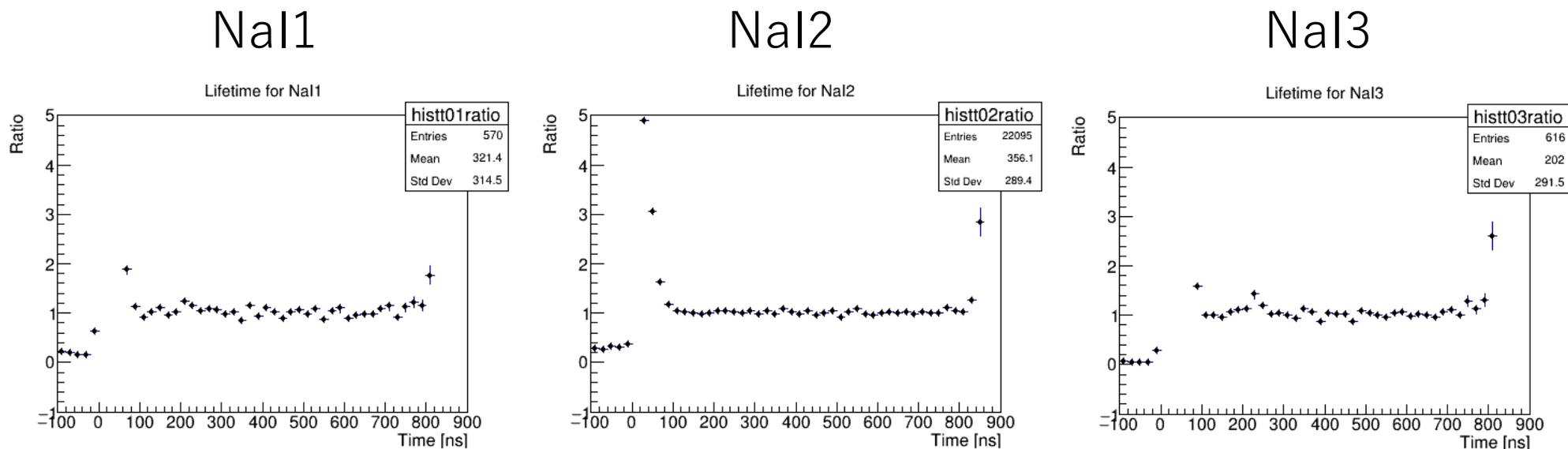


ΔT_+ と ΔT_- で Pick-off関数のパラメータが異なるのは統計的なfittingのふらつき



ΔT_+ と ΔT_- で Pick-off関数は同じ

411keV未満のイベントでもヒストグラムの比をとってみる



これも直線なので ΔT_+ と ΔT_- でPick-off補正前の寿命は変わらない

Pick-off関数も変わらないのでPick-off補正後の寿命も変わらない($\tau_+ = \tau_-$)

同じように ΔT_+ と ΔT でも考えれば $\tau_+ = \tau_- = \tau$

TQ補正由来の寿命の誤差 σ_{TQ} は0

Pick-off補正由来の誤差

$y(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$ より、ピックオフ関数の誤差 $\sigma_y(t)$ は次のように表せる。

$$\sigma_y(t) = \sqrt{\left(\sigma_{p_0}^2 + \left(\frac{p_0}{p_1}t\right)^2 \sigma_{p_1}^2\right) e^{-\frac{2t}{p_1}} + \sigma_{p_2}^2}$$

表9 Pick-off補正の誤差による寿命の誤差

$y_{\pm}(t) = y(t) \pm \sigma_y(t)$ として寿命 τ_{\pm} を求めた

NaI	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]
NaI1	138.2	128.0	132.9	5.3
NaI2	317.5	255.7	282.9	34.6
NaI3	145.8	134.7	139.9	5.9

トータルの誤差

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{Pick-off}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2}$$

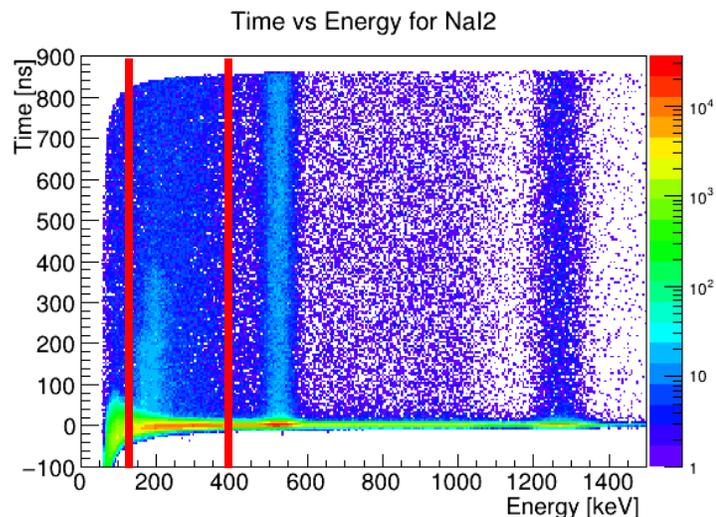
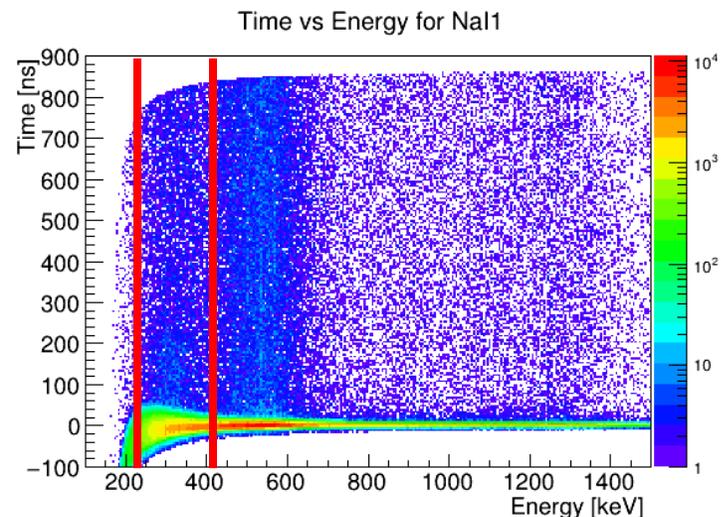
- ピックオフ関数は $411\text{keV} \leq E < 611\text{keV}$ のイベント
- 寿命フィッティングは $E < 411\text{keV}$ のイベント
- フィッティング範囲は $72.5\text{ns} \sim 654\text{ns}$

表 12 トータルの誤差

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	133	5.3	13.7	15
NaI2	283	34.6	25.7	43
NaI3	140	5.9	14.9	16

改善策：エネルギーcutに下限を設ける

寿命フィッティングにおいて、 $t \sim 0$ のピークのひろがり比較的大きくなっている低エネルギーのイベントをカットしてみる。



NaI	エネルギーcut下限
NaI1	230keV
NaI2	130keV
NaI3	230keV

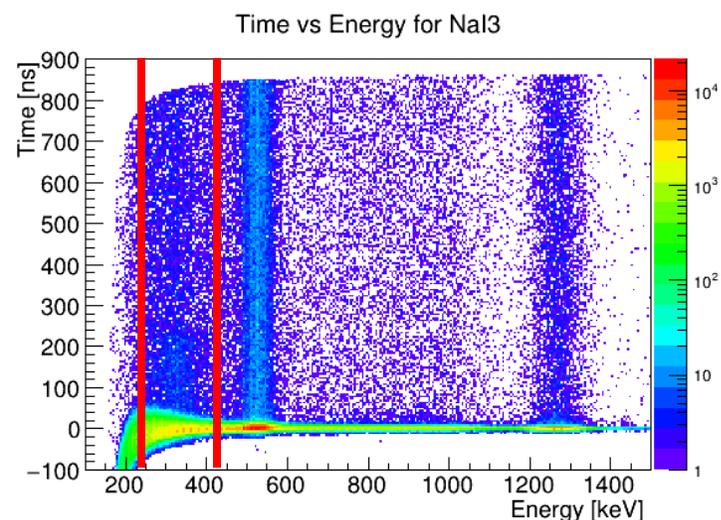


表 13 エネルギーカットに下限を設けた場合の寿命と誤差

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	133	5.5	13.8	15
NaI2	311	41.5	29.4	51
NaI3	137	5.4	13.9	15

Fitting範囲を変える

- フィッティング範囲を変えることでも求まる寿命が変わる。
- 下限の影響が大きいので上限は654nsで変えず、下限を50.7ns、98.4nsとした場合の寿命と誤差を求めた。
- エネルギーcutは下限を設けている。
- 50.7nsは30%、98.4nsは50%o- P_s が崩壊した時間に対応する

表 14 fit 範囲 50.7ns~654ns の場合

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	128	4.7	11.9	13
NaI2	345	44.5	32.6	55
NaI3	126	6.05	11.1	13

表 15 fit 範囲 98.4ns~654ns の場合

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	117	2.93	13.0	13
NaI2	265	21.1	24.5	32
NaI3	105	2.13	10.1	10

寿命のまとめ

寿命Fit範囲[ns]	Pick-off関数Fit範囲[ns]	Energy cut下限	寿命[ns]		
			Nal1	Nal2	Nal3
72.5~654	60~654	無	133 ± 15	283 ± 43	140 ± 16
		有	133 ± 15	311 ± 51	137 ± 15
50.4~654	50.4~654	有	128 ± 13	345 ± 55	126 ± 13
98.4~654	60~654	有	117 ± 13	265 ± 32	105 ± 10

- Fit範囲は長いほうが良いが下限が50.4nsの場合はt~0のピークの広がりの影響を受けて寿命が短くなっていると考えられる。
- 98.4nsは72.5nsの場合より寿命が長くなるはずだが、短くなった。これはFittingのふらつきだと考えられる。
- t~0のピークを避けて、なるべく長いFit範囲を確保する上で、バランスが取れているのは、下限が72.5nsの場合であると考えられる。

考察 誤差の要因

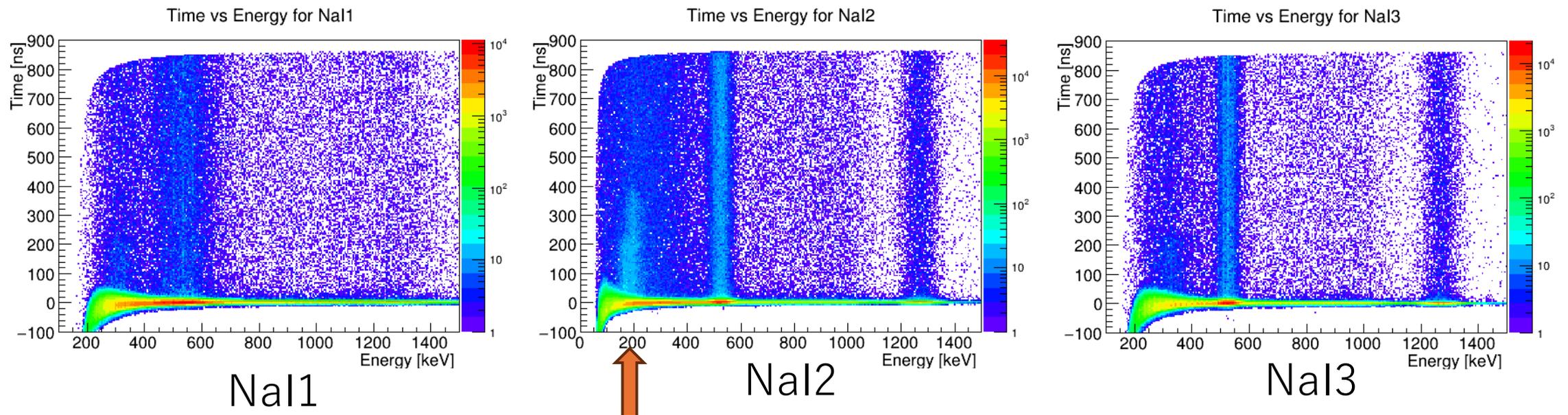
- コリメーションを大きくしたのでo- P_s ,p- P_s 以外のイベントを多く検知した
- イベント数の不足
- 3つのNaIがどれか一つでも γ 線を検出したらデータをとったので、正確にo- P_s の崩壊のイベントを選別できていない
- TQ補正の ΔT のフィッティングのためにプロットした点自体がずれている可能性
- NaI2では142nsの約2倍となっていて、イベント数不足による統計誤差ではない何らかの要因がある



考察 NaI2だけ寿命が大きくなった要因

NaI2のTime-Energy分布200keVあたりの、NaI1,3にはない長寿命成分が寿命を長くしていると考えられる。この原因を考えたい。

NaI2のエネルギー下限を他と同じ230keVにしても寿命は下がらず、誤差が大きくなってしまったので、長寿命成分を無視することはできなかった。



考察 NaI2だけ寿命が大きくなった要因

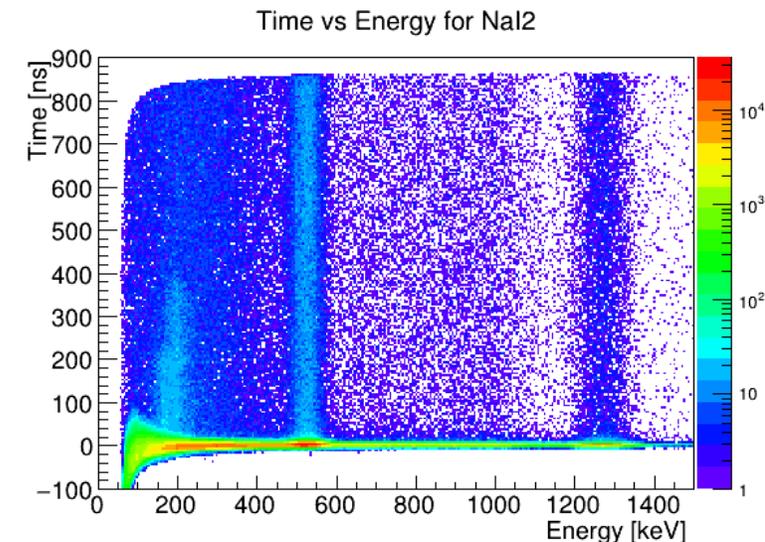
- NaI1, 3とNaI2ではADC較正の傾きが大きく異なる。NaI2は小さいエネルギーでも大きいADC値になるようになっていた。
→PMTの電圧が大きかったことによる影響
そこからどう長寿命成分に繋がるかは不明

- TQ補正がうまくいっていない？
→同じエネルギーでも ΔT （波形）が異なるイベントがあった可能性

$$\text{Energy} = \frac{\text{ADC count}}{p_1} - p_0$$

表3 ADC較正の fitting parameter

NaI	p_0	p_1
NaI1	213.0 ± 0.0	0.6508 ± 0.0004
NaI2	175.0 ± 0.0	1.599 ± 0.000
NaI3	180.0 ± 0.0	0.6759 ± 0.0000



6. 結論

6.結論

- Na1とNa3についてはFit範囲の下限を72.5nsにすることで、理論値が誤差の範囲内に収まった。誤差もそれなりに小さいことから、QEDの理論を十分に検証できたといえる。
- Na2に関してはFit範囲の下限値に関わらず、理論値から大きく外れた値になってしまった。要因は、Time-Energy分布が他と異なっていた事が考えられるが、その直接の原因は不明である。