

ポジトロニウムの寿命測定

課題演習A2

駒井暁 下東楓 田枝真人 藤田大晃 森田遙介 山本尚輝

目次

- 1.概要
- 2.理論
- 3.実験方法
- 4.結果解析
- 5.考察
- 6.結論

1.概要

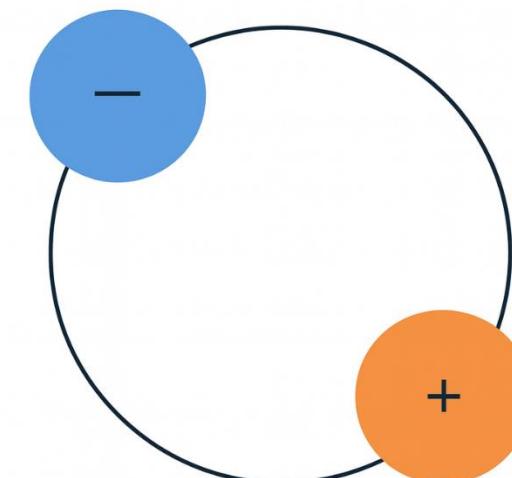
- ・ポジトロニウムとは電子と陽電子の束縛状態のことであるが、量子電磁気学（以下QED）で記述される現象の一つにこのポジトロニウムの崩壊がある。
- ・本実験ではオルソポジトロニウムの寿命測定を行い、理論値と実験値を比較することでQEDの検証を行う。

2. 理論 Psの概要

ポジトロニウム(Ps)

- ・電子(e^-)と陽電子(e^+)の束縛状態
- ・オルソポジトロニウム(o-Ps)とパラポジトロニウム(p-Ps)の二種類が存在していて、それらはスピン量子数によって区別される。

Positronium



2. 理論 o-Psとp-Psの分類

- O-Ps

スピン量子数 $s = 1$ のトリプレット状態 ($s_z = -1, 0, 1$)

O-Psを表す状態ケット $|o - Ps\rangle$ は荷電共役演算子 C の固有値 -1 の固有ベクトル

$$C |o - Ps\rangle = - |o - Ps\rangle$$

- P-Ps

スピン量子数 $s = 0$ のシングレット状態 ($s_z = 0$)

O-Psを表す状態ケット $|p - Ps\rangle$ は荷電共役演算子の固有値 1 の固有ベクトル

$$C |p - Ps\rangle = |p - Ps\rangle$$

2. 理論 o-Psとp-Psの崩壊

光子は荷電共役演算子に対して固有値 -1 をもつ固有状態であるので、光子 n 個の状態の固有値は $(-1)^n$ となる。

崩壊前後で荷電共役パリティは変化しないことから、o-Psは奇数個、p-Psは偶数個の光子に崩壊することが分かる。

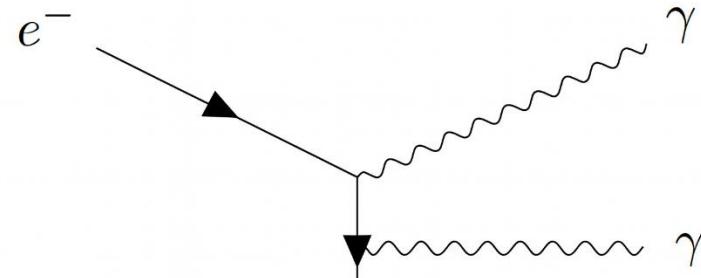
また、運動量保存則より単光子崩壊は禁止されていることより、o-Psとp-Psの崩壊は以下のようになる。

$$o-Ps \rightarrow n\gamma \quad n = 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$p-Ps \rightarrow n\gamma \quad n = 2, 4, 6, 8, \dots$$

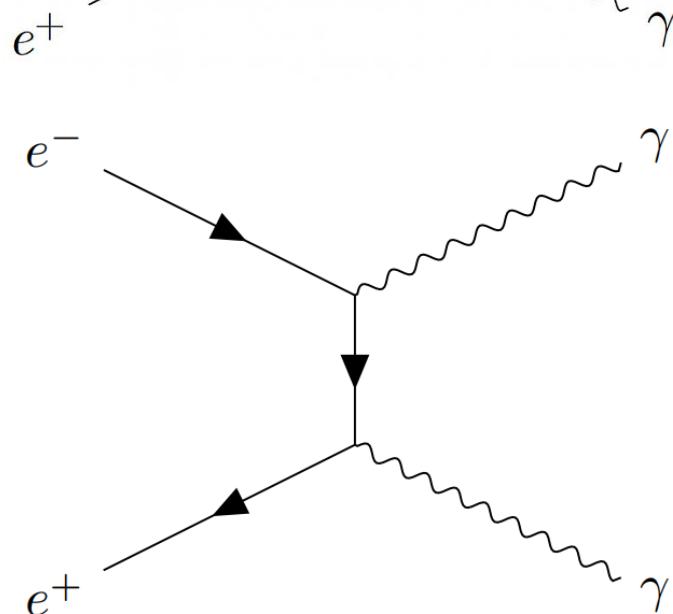
2. 理論 o-Psとp-Psの寿命

- O-Ps



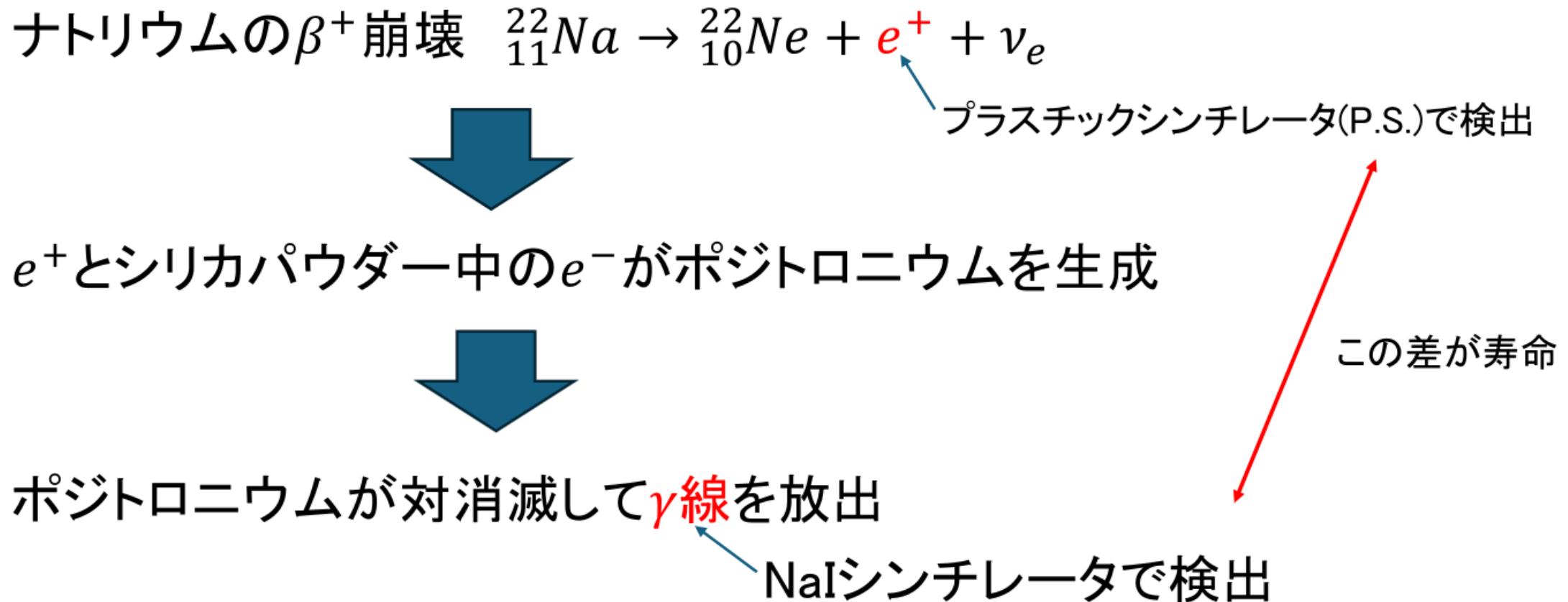
主に 3γ に崩壊
寿命:約142ns

- p-Ps



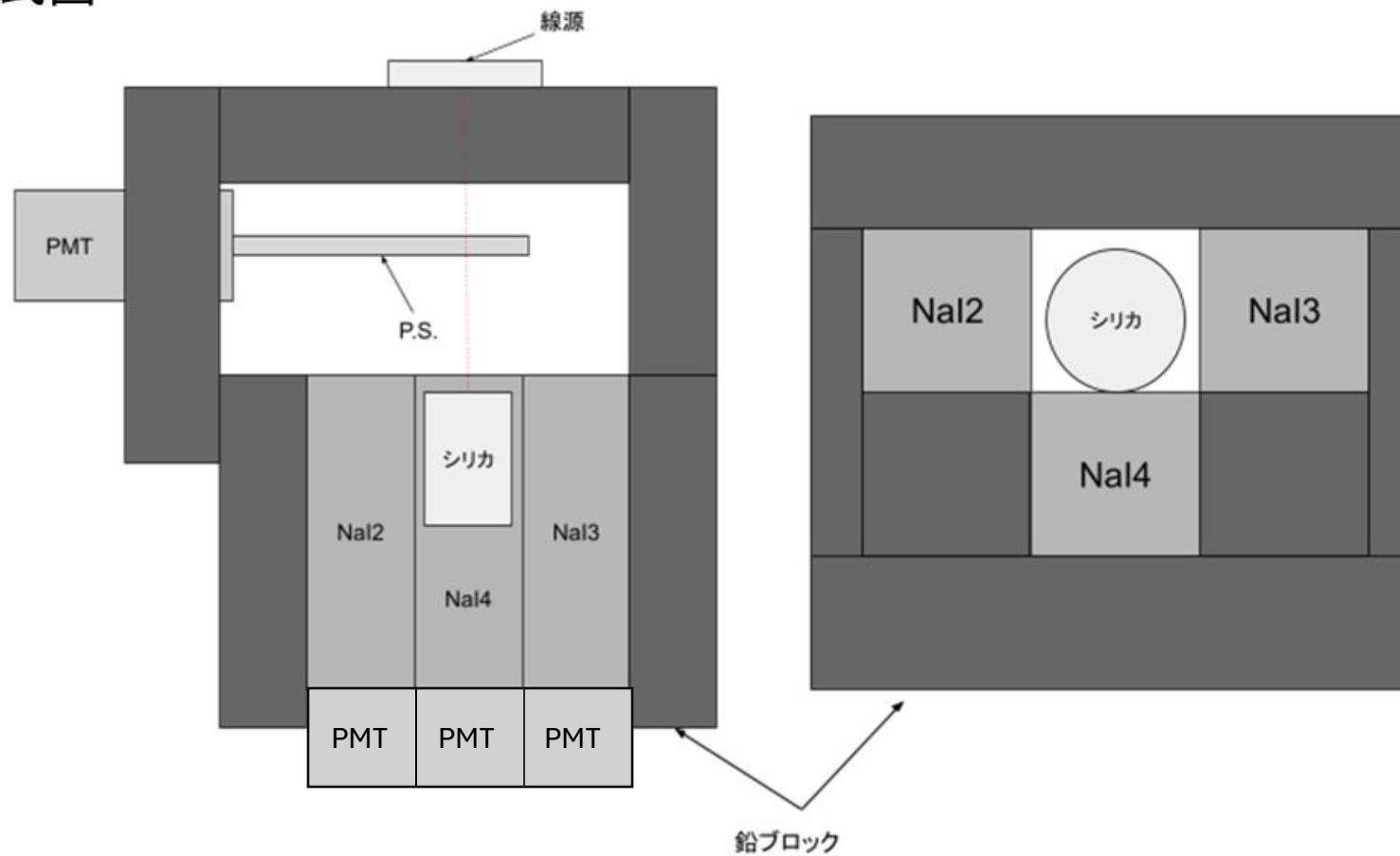
主に 2γ に崩壊
寿命:約0.125ns

3 実験原理



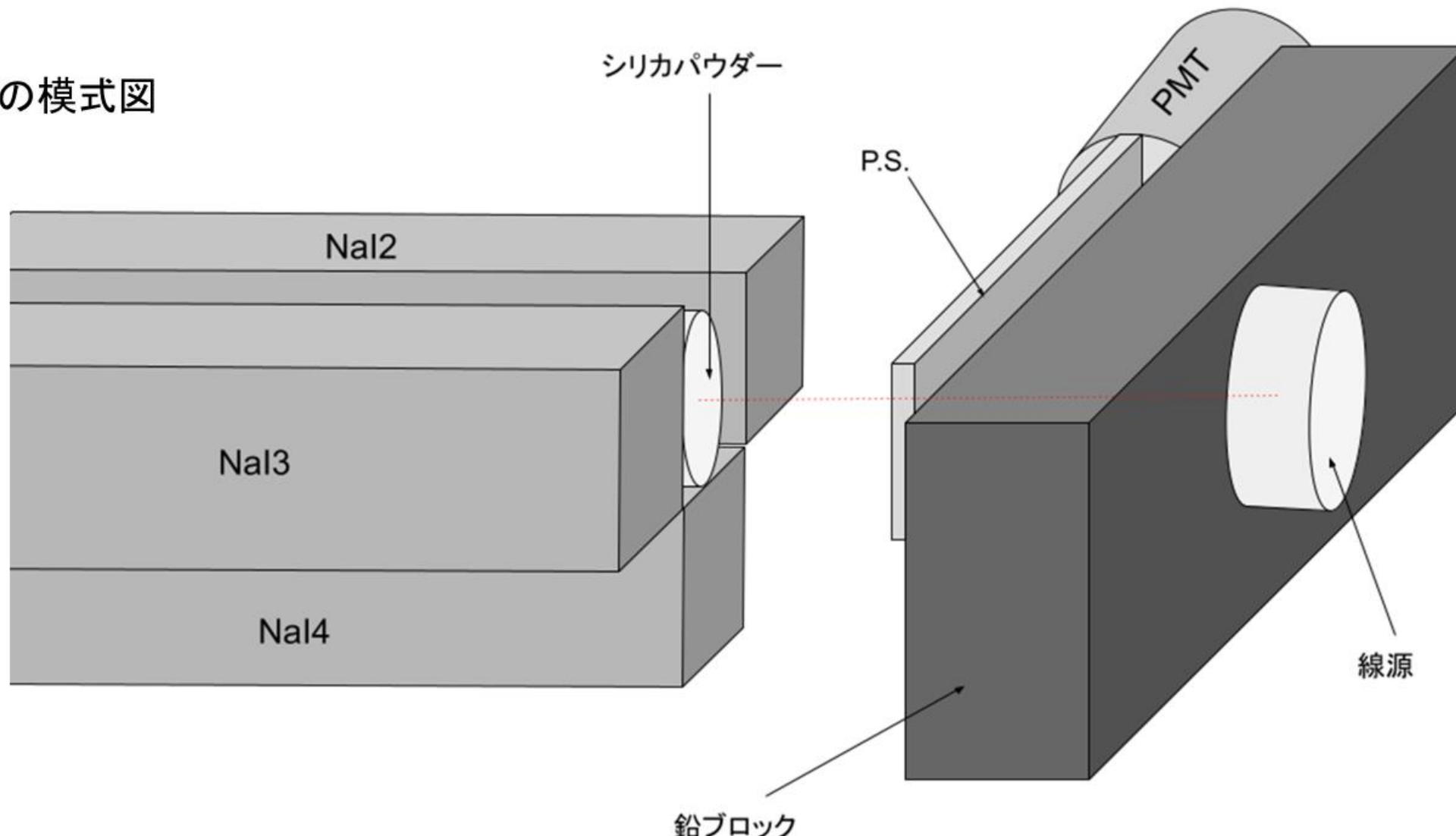
実験装置

装置の模式図



実験装置

装置の模式図

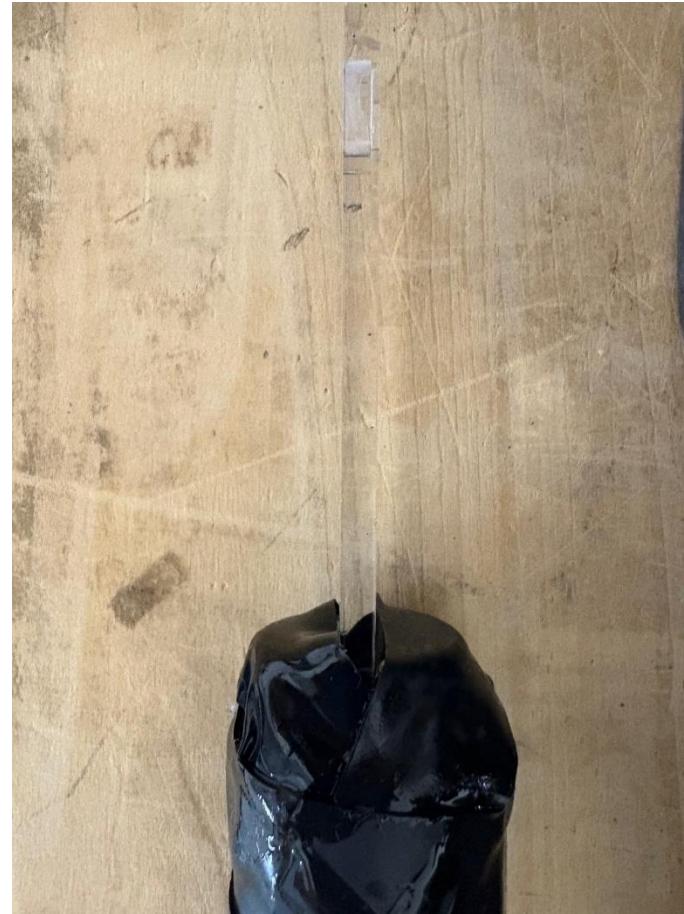
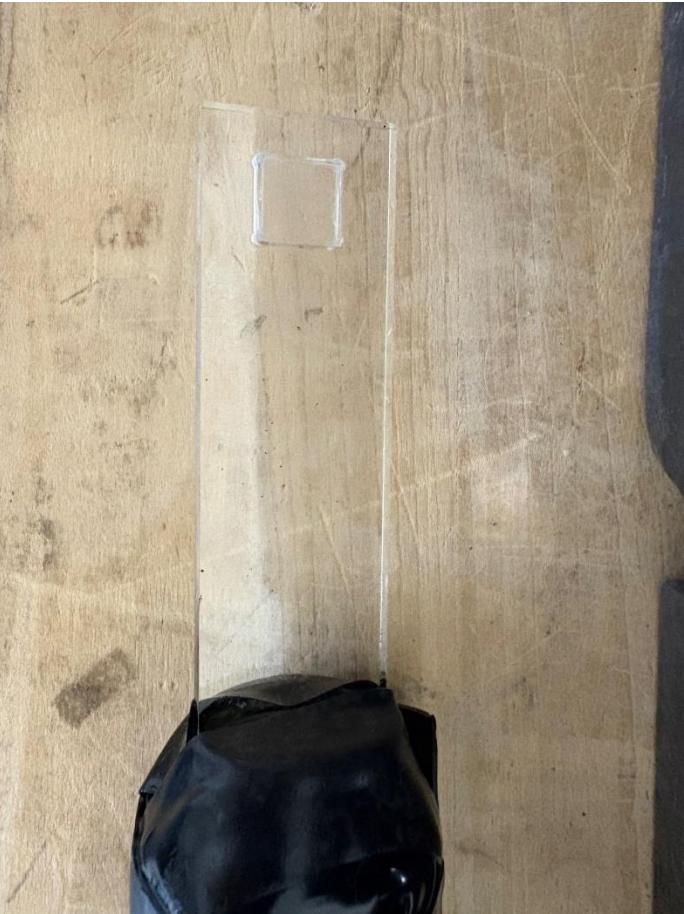


実験装置

実際の装置



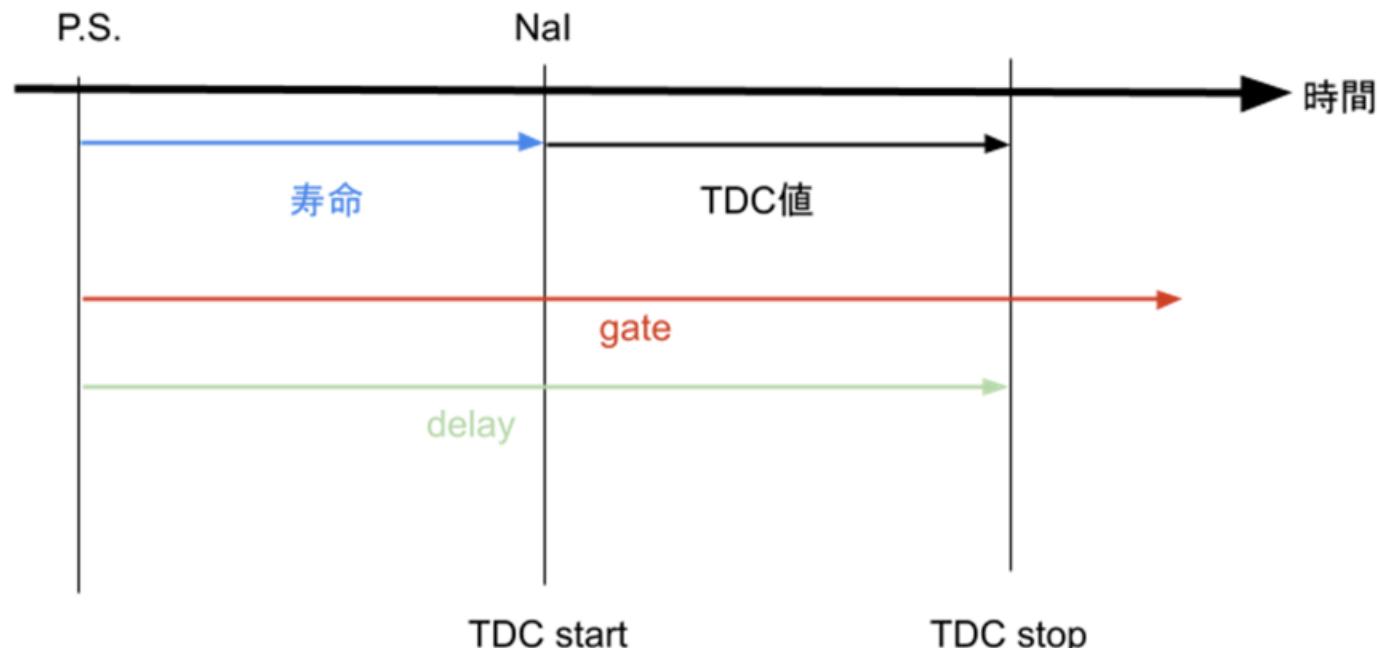
実験装置



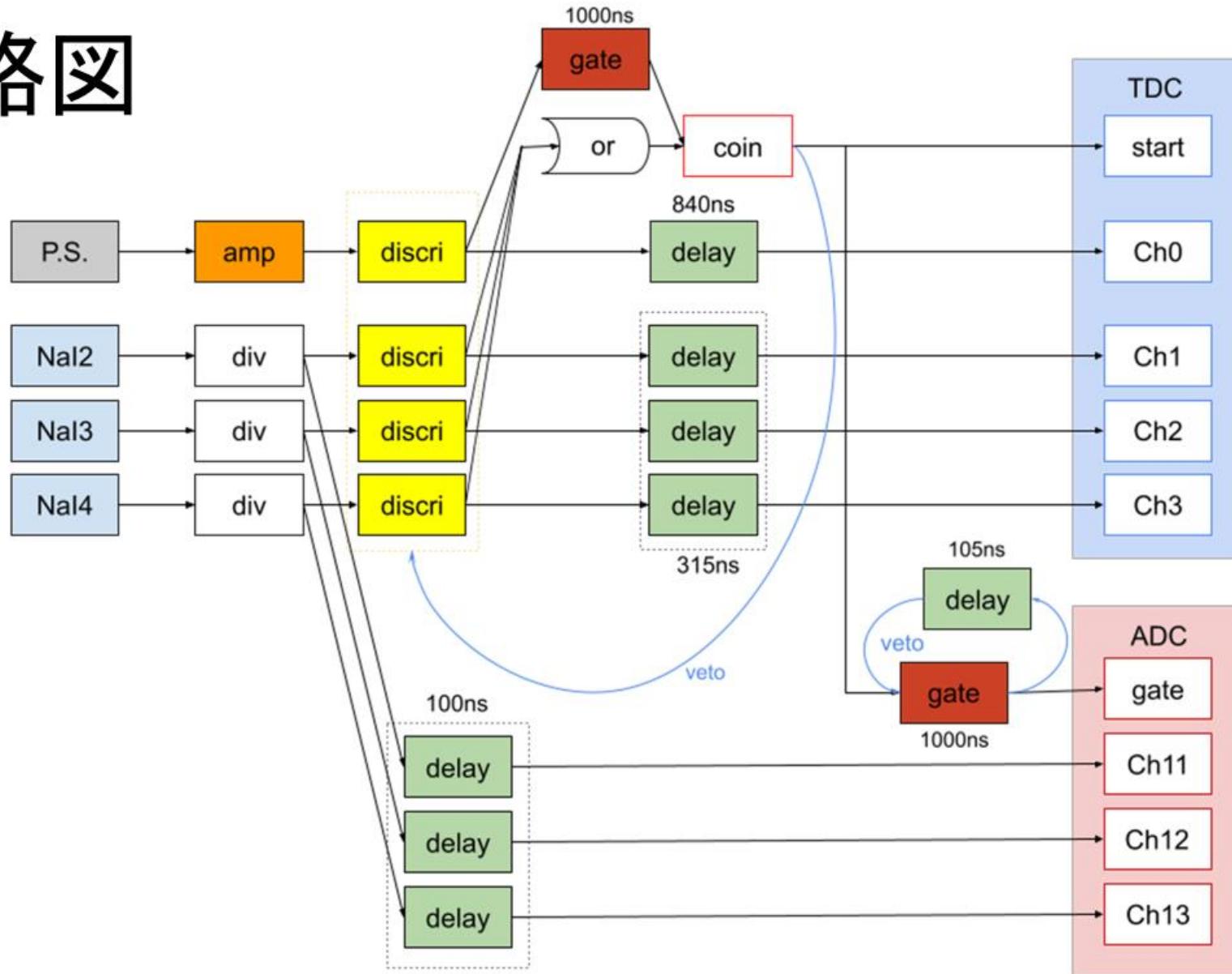
実験方法

1. P.S. の信号から **gate**(任意の時間の矩形波) を生成する。
2. gate と NaI シンチレータの coincidence をTDC 開始の trigger とする。
3. 任意の時間 **delay** させた 1. の P.S. の信号で TDC を停止させる。

これにより P.S. シンチレータと NaI シンチレータの対応を判別でき、ポジトロニウムの寿命(信号の検出時間差)が(**寿命**)=(**delay**)−(TDC値)から算出できる。

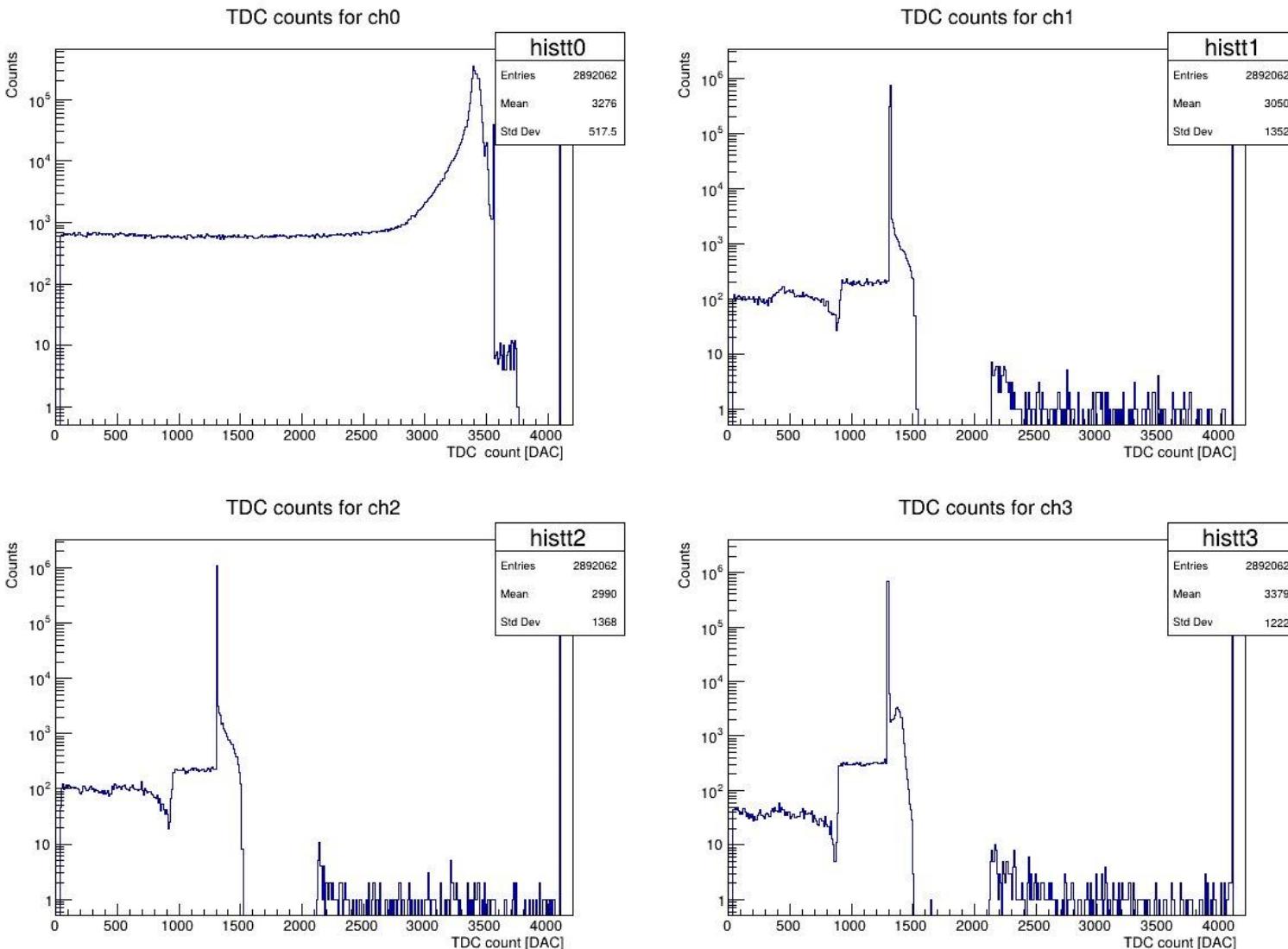


回路図



ADCは γ 線の
エネルギー
測定に用い
た

4.結果解析-生データ(TDC)



4.結果解析-TDC較正

delay モジュールを用いてTDC countを記録した。

TDC値の反転とdelayの差し引きも行った。

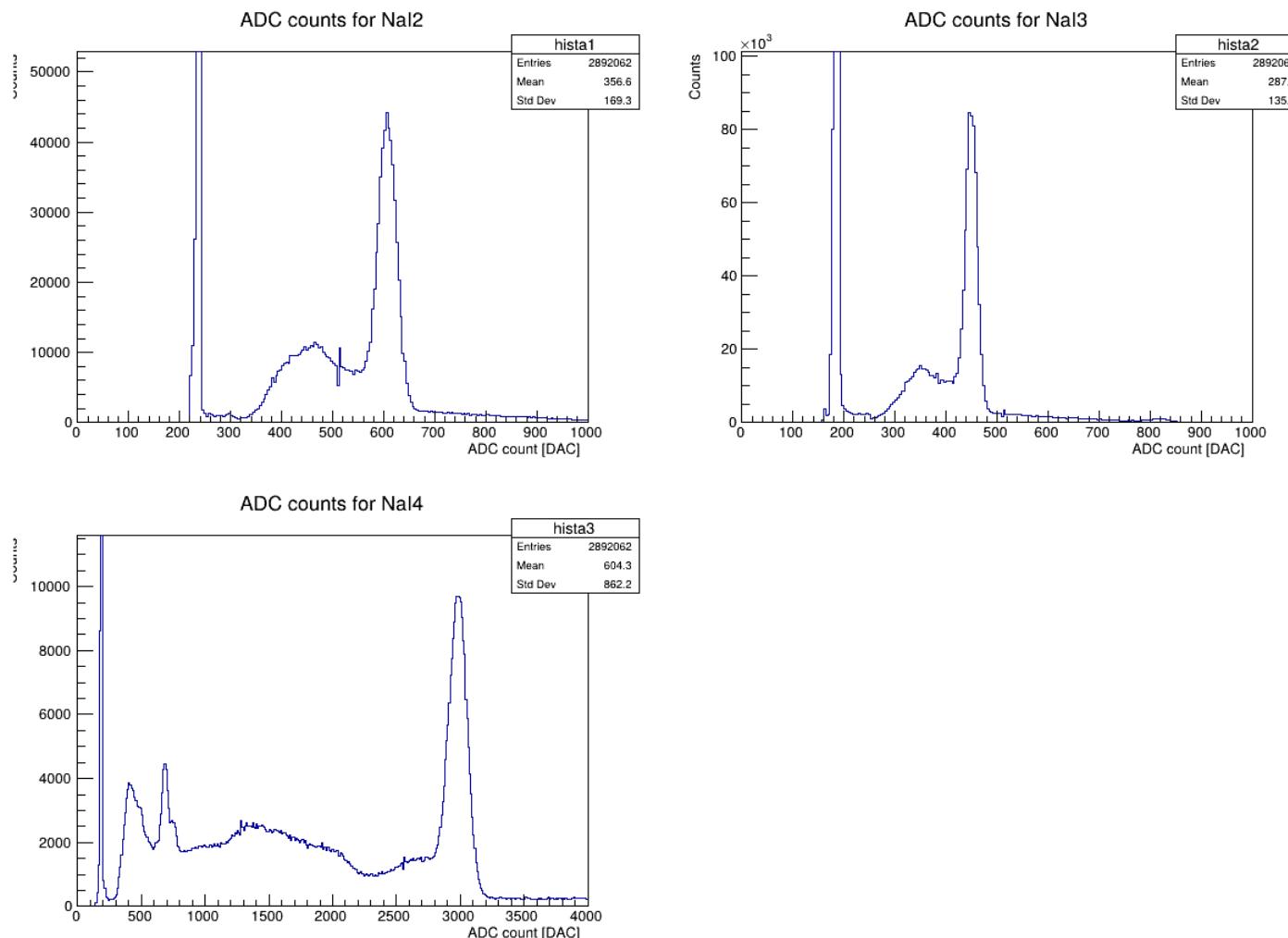
$$T1 = \frac{TDC1 - 52.4}{4.06} - 315$$

$$T0 = 840 - \frac{TDC0 - 51.9}{4.08}$$

$$T2 = \frac{TDC2 - 58.6}{4.03} - 315$$

$$T3 = \frac{TDC3 - 55.1}{4.01} - 315$$

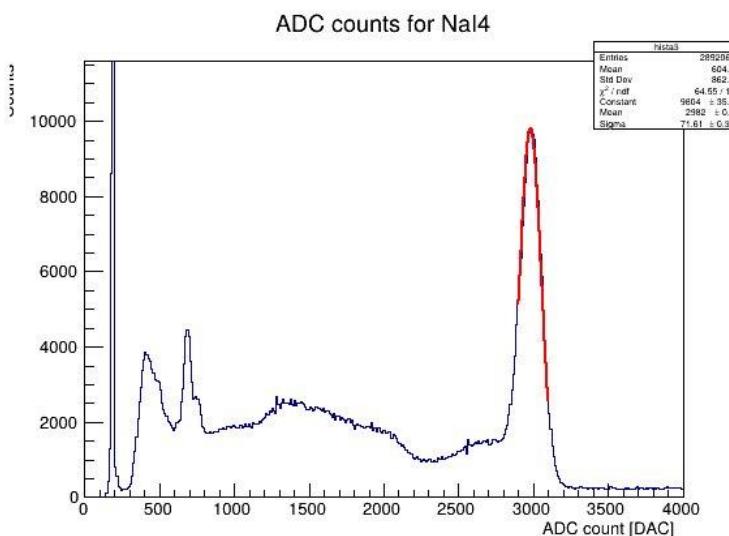
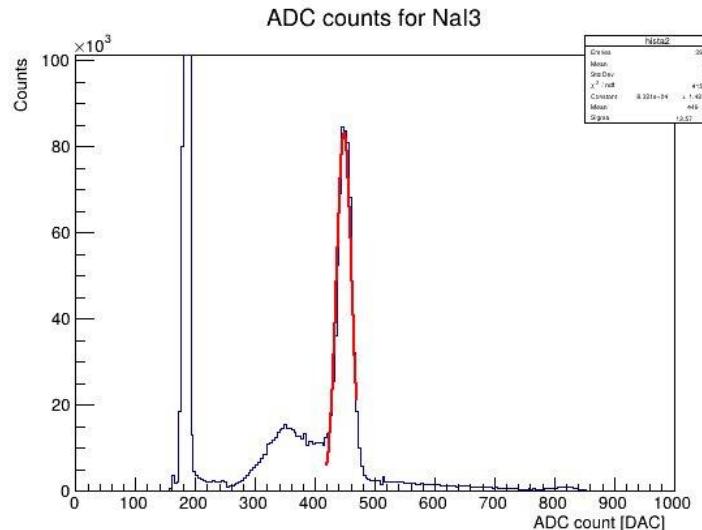
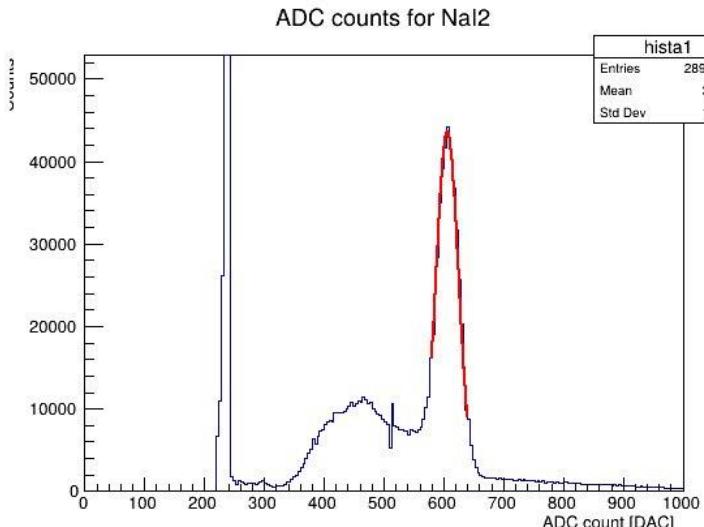
4.結果解析-生データ



0kevに対応するADC count（ペデスタル）はヒストグラムの一番左の鋭いピークの位置

Nal	ペデスタル (ADC count)
Nal2	238.0
Nal3	190.0
Nal4	195.0

4.結果解析-ADC較正①

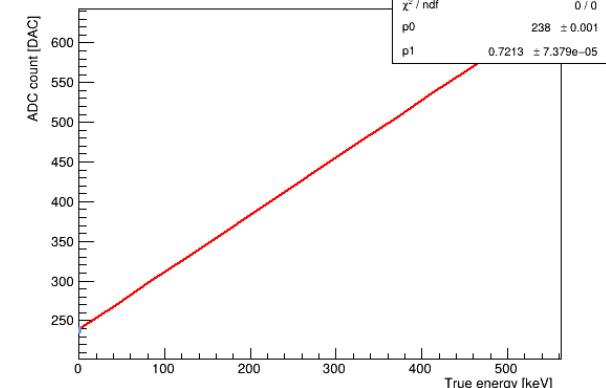
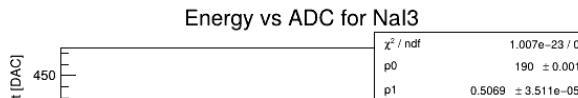
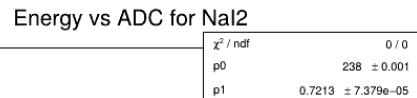


511kevのピークと思われる範囲をガウシアンでfittingした

範囲は目視で調節した

4.結果解析-ADC較正②

0kev,511kevのADC countを使って直線fitting

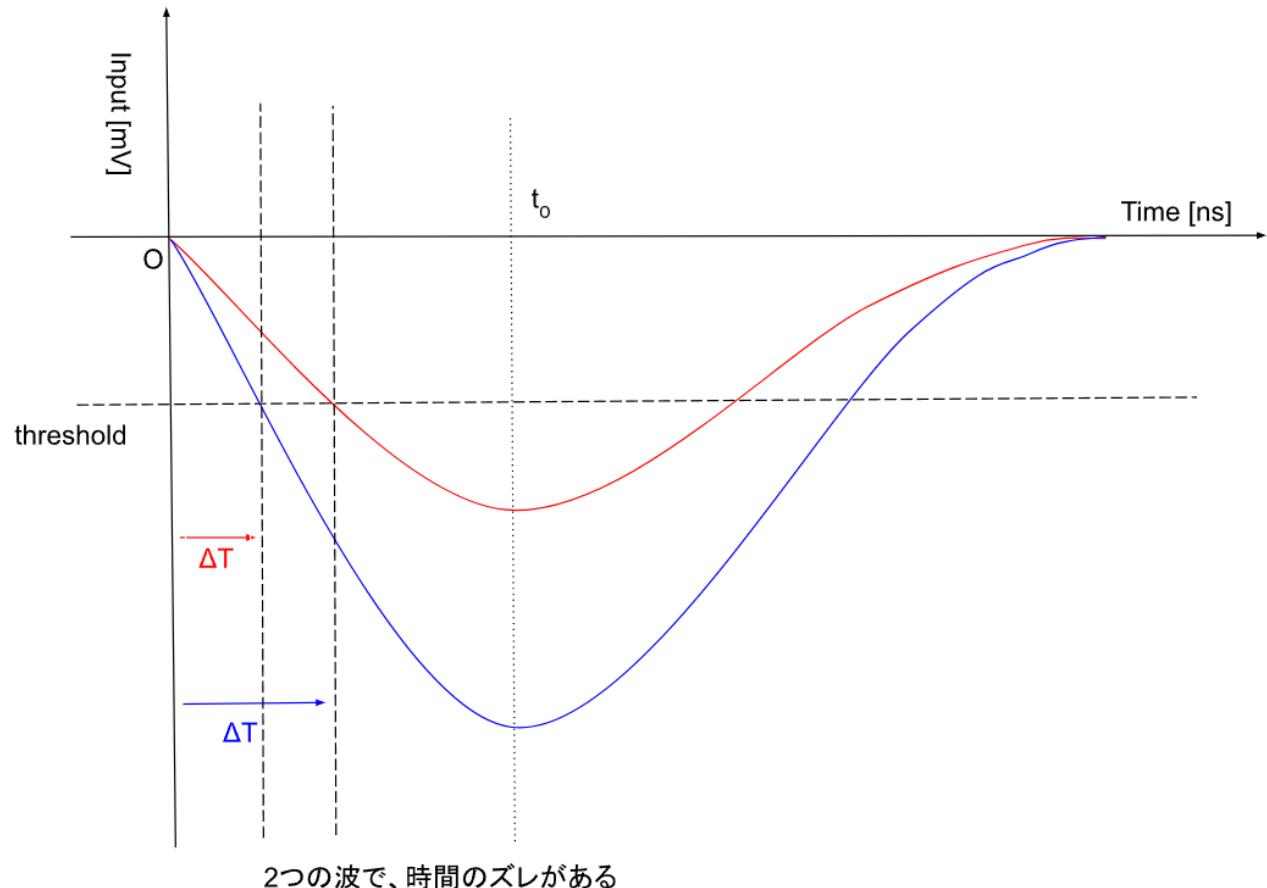


$$\text{Energy} = p_0 + p_1 \times (\text{ADC count})$$

NaI	p0	p1
NaI2	238 ± 0.001	0.7213 ± 0
NaI3	190 ± 0.001	0.5069 ± 0
NaI4	195 ± 0.001	5.455 ± 0

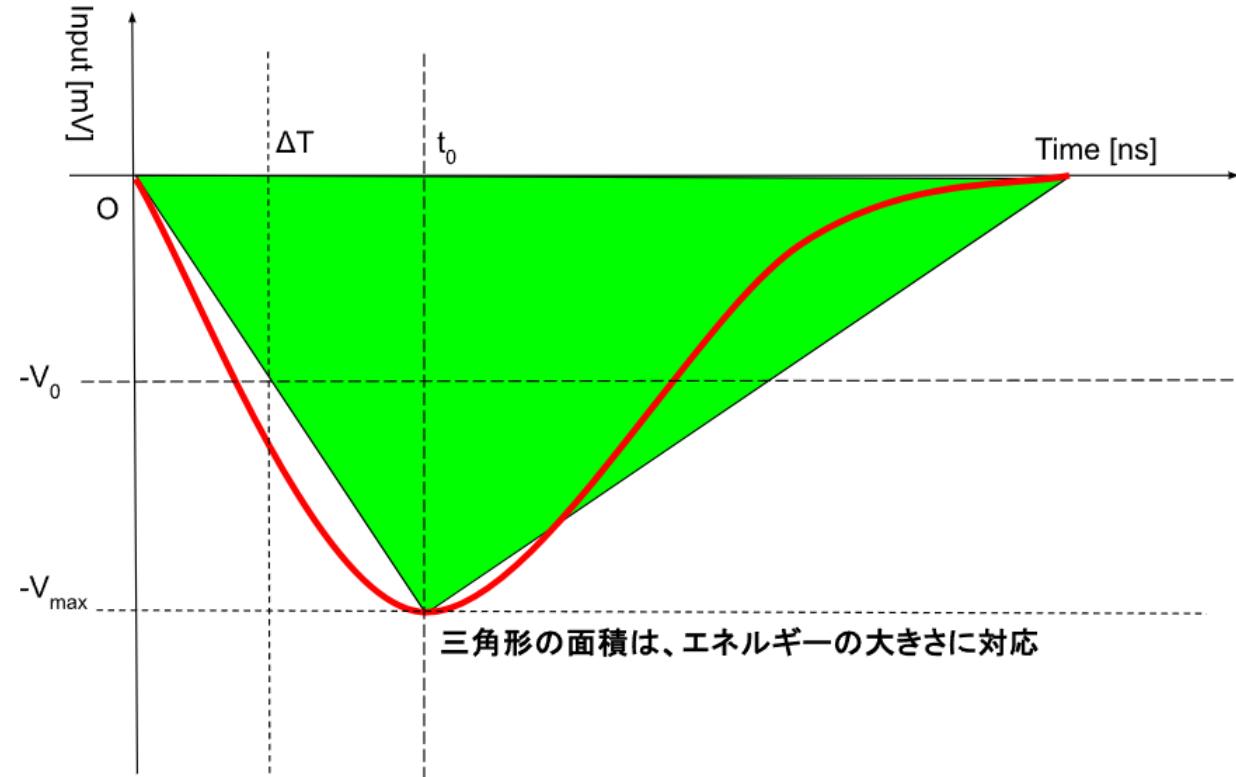
4.結果解析 -TQ補正①

- Discriminatorの性質から、エネルギー(波高)の大きさが異なる信号では、検知する際の threshold(しきい値)を超えるタイミングがズレてしまうという問題がある。
- →これを修正するのがTQ補正



4.結果解析 -TQ補正②

- ・時間のズレの具体的な表式は、図のように波を三角形に近似して求めることができる。
- ・ t_0 と時間の端点は波によらず一定値を取ると仮定する。
- ・最大電圧はエネルギー(図形の面積)に比例する。



- ・相似比から次の関係を得られる。

$$\Delta T \propto \frac{1}{E}$$

4.結果解析 -TQ補正③

しかし、実際にはこの近似はかなり粗いので、4つのパラメータを用いて、時間のズレの式として

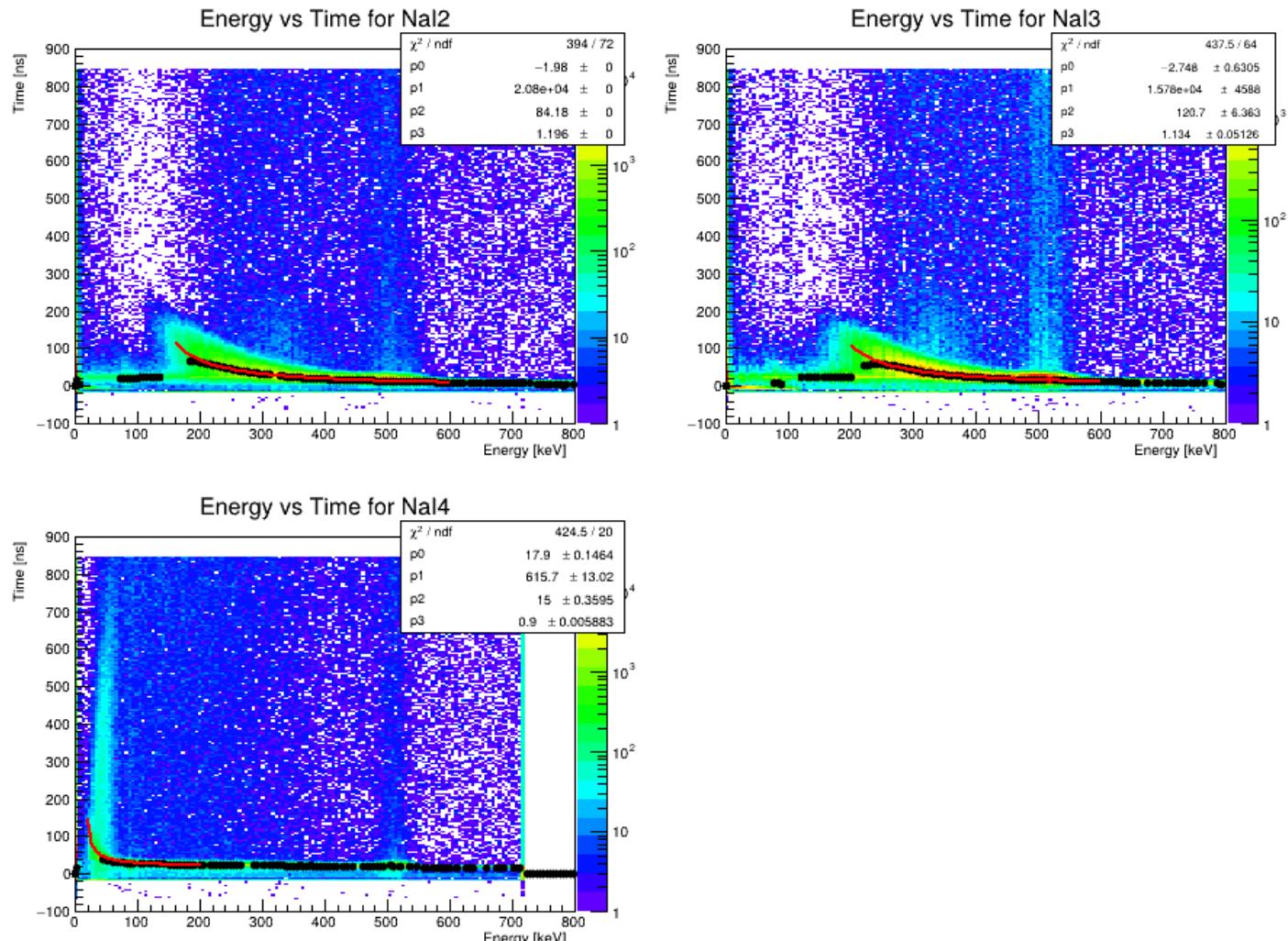
$$\Delta T = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

を採用した。(Eの単位は[keV], ΔT の単位は[ns])

4.結果解析 -TQ補正④

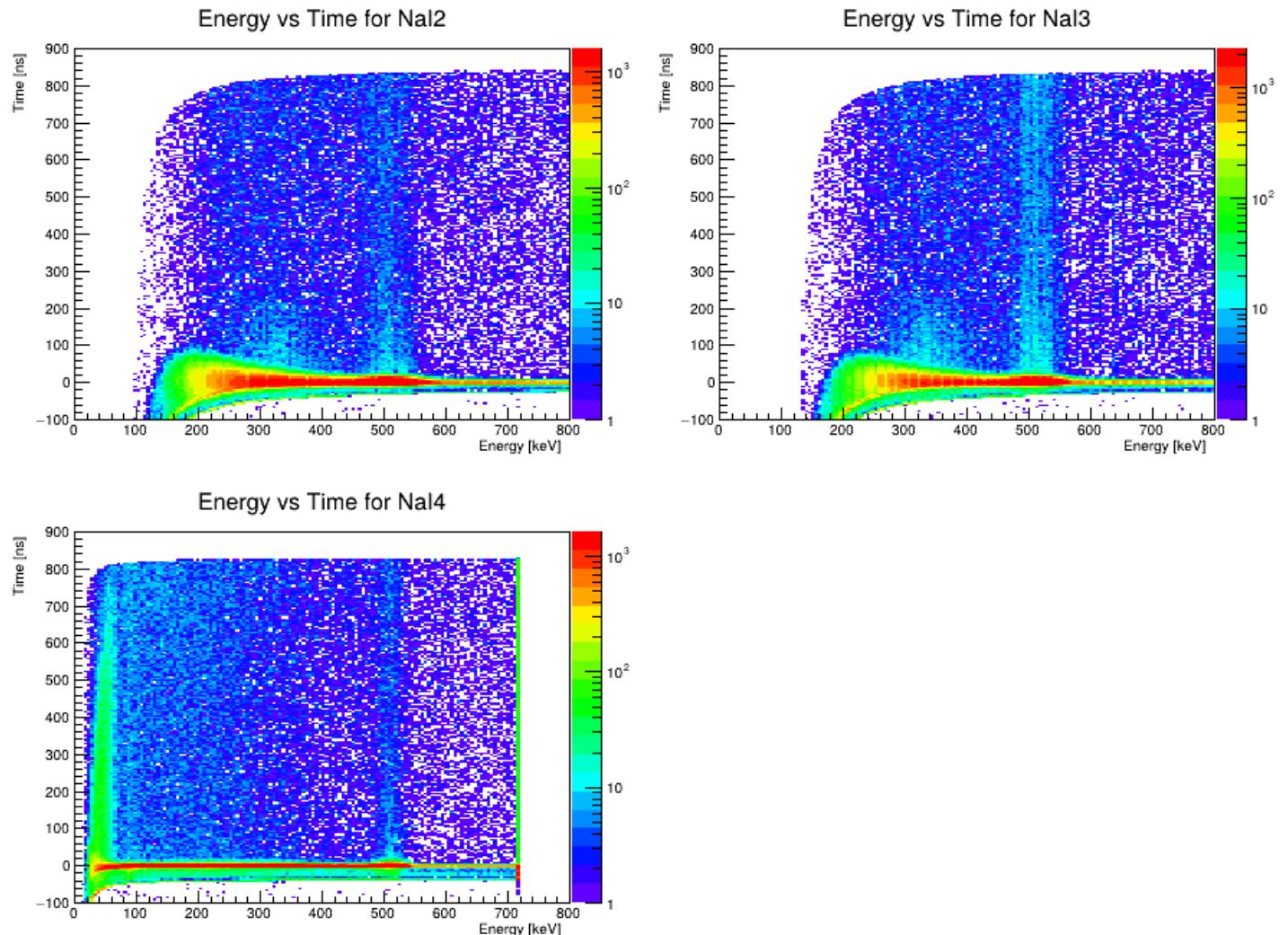
- 右はP.S.とNaIが同時に信号を発したイベントに対応するEnergy - Time分布。また、ヒストグラムの稜線をガウス分布でFittingしたものである。
- 低エネルギー帯では時間が短く計測されてしまっているため、TQ補正による修正が必要。

NaI	p0	p1	p2	p3
NaI2	-1.98 ±0	20800 ±0	84.18 ± 0	1.196 ± 0
NaI3	-2.748 ±0.630 5	15780 ±4588	120.7 ±6.363	1.134 ±0.05126
NaI4	17.9 ±0.146 4	615.7 ±13.02	15 ±0.359 5	0.9 ±0.00588 3



4.結果解析 -TQ補正⑤

- TQ補正を行うと、稜線がほぼ一直線上に並び、うまく時間間隔の修正ができていることがわかる。

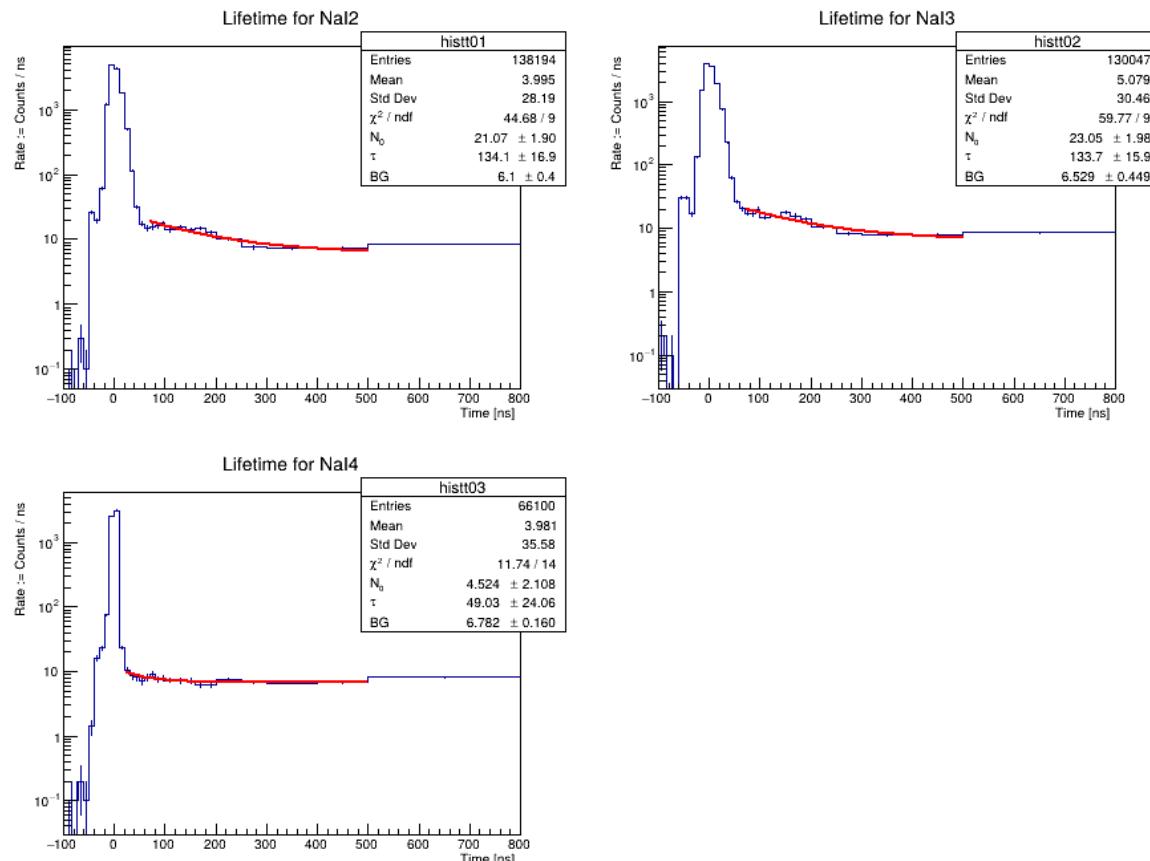


4.結果解析 -TQ補正⑥

- o-Psが存在するエネルギー領域である、150keV-450keVのイベントのみを収集する。
- こうしてできた時間に対するイベント数の分布を、以下のように指數関数でFittingする。

$$y = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

(時間tの単位は [ns])
このp1がo-Psの寿命となる。



NaI	寿命[ns]
NaI2	134.1 ± 16.9
NaI3	133.7 ± 15.9
NaI4	49.03 ± 24.06

4.結果解析-Pick-off補正①

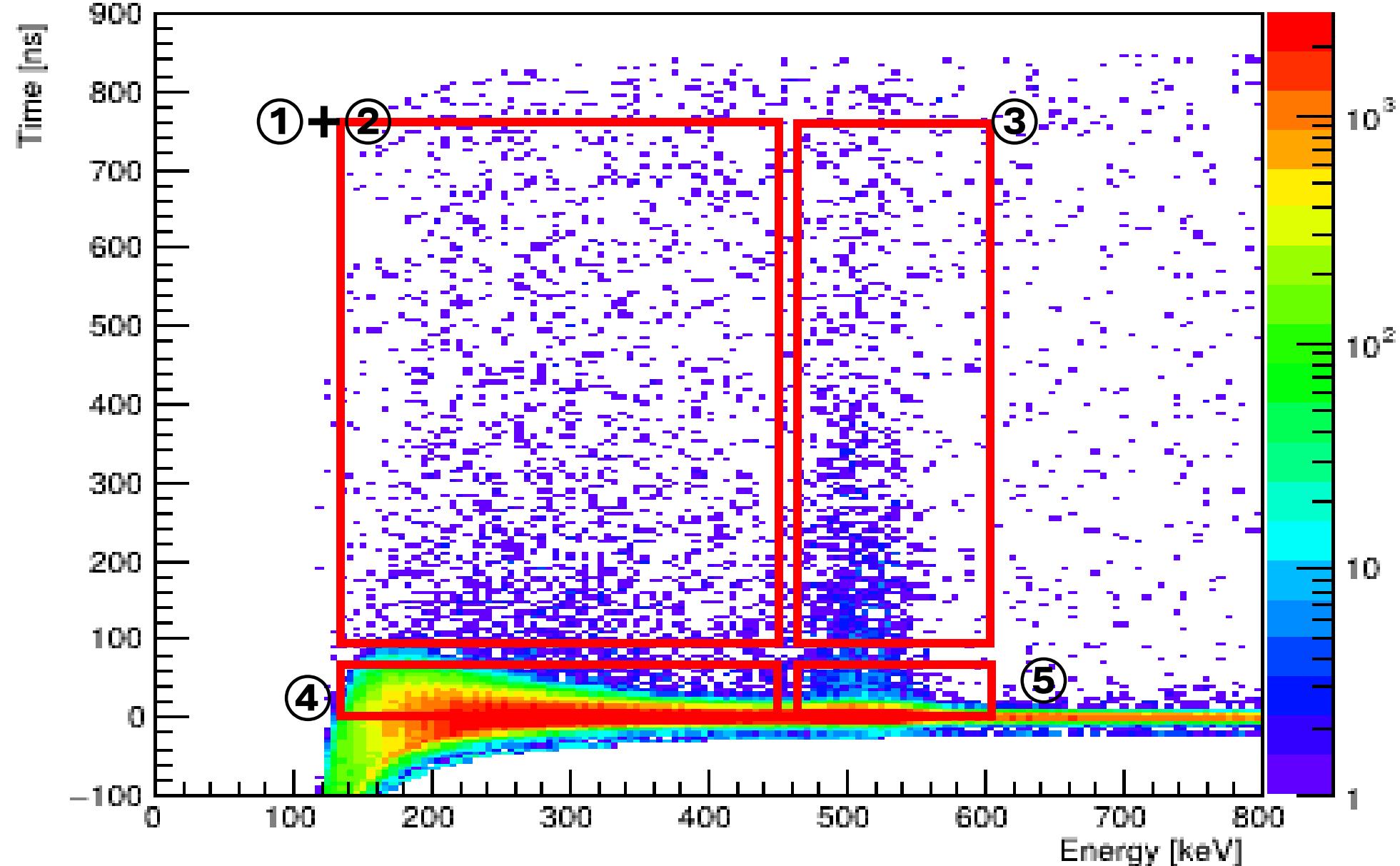
(広義の)Pick-off反応とは

O-Psは本来 3γ に崩壊するが、以下のような反応によって電子と陽電子の対消滅が起き、 2γ を放出することがある。

- Pick-off反応 o-Psの持つ陽電子が他の原子の持つ電子と衝突し対消滅を起こす
- 化学反応 o-Psが酸化されて電子が奪われ残った陽電子が対消滅する
- スピン交換反応 物質を構成する不対電子を持つ分子の電子とo-Psの電子がスピンを交換してp-Psになり、p-Psは 2γ に崩壊する

Energy vs Time for NaI2

- ①o-Ps崩壊 γ 線
- ②Pick-off反応
 γ 線のコンプトン散乱
- ③Pick-off反応
 γ 線
- ④p-Ps崩壊 γ 線
のコンプトン散乱
- ⑤p-Ps崩壊 γ 線



先ほどTQ補正後に求めた寿命は①+②のデータを使っている
($t > 50\text{ns}$ $150\text{keV} < E < 450\text{keV}$ あたり)

- 放出された γ 線が、光電吸収で検知される数とコンプトン散乱で検知される数の割合は、各NaIで時間に依らず一定である。
- 広義のPick-off反応のうちのp-Ps崩壊による γ 線は④、⑤である。

以上の仮定より、他のPick-off反応の γ 線は②、③であり、

(②のイベント数)

$= \{(\textcircled{4})\text{のイベント数}) / (\textcircled{5})\text{のイベント数}\} \times (\textcircled{3})\text{のイベント数}$ である。

結果解析-Pick-off補正②

ある時間 t で511keVの γ 線を光電効果で検知する数を $y(t)$ 、コンプトン散乱で検知する数を $S(t)$ とする。先ほどの仮定から

$$S(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t)$$

と表される。

この $S(t)$ を用いて、①+②のイベントを

(①の寿命フィッティング関数) + $S(t)$ + (BG関数)

でフィッティングすることが目標である。

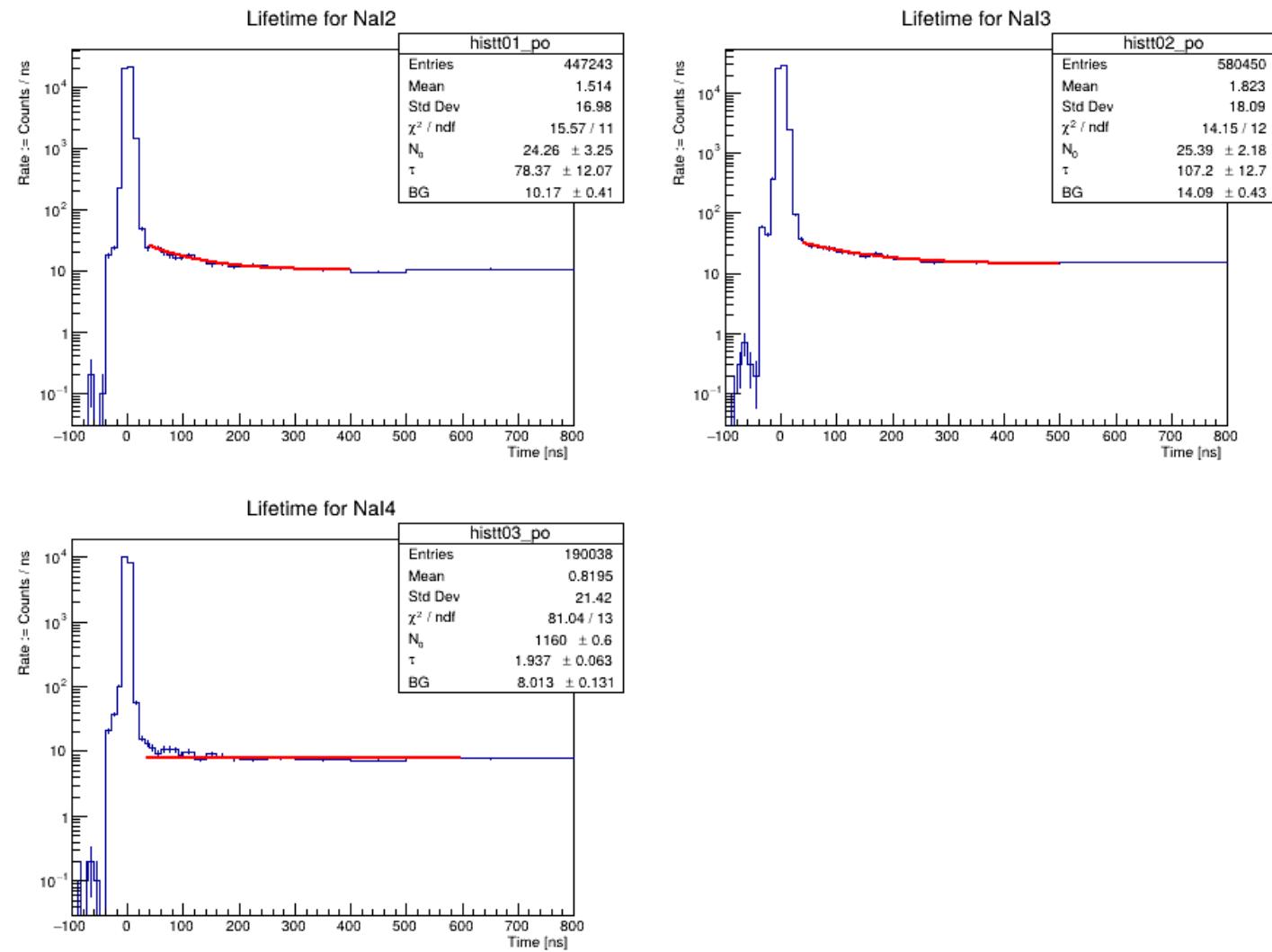
結果解析-Pick-off補正③

$y(t)$ を求める

$470\text{keV} \leq E \leq 550\text{keV}$ のイベントを取り出し、

$$y(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + p_2$$

の形でフィッティングすることで $y(t)$ を求めた



結果解析-Pick-off補正④

$\frac{S(0)}{y(0)}$ を求める

-40ns $\leq t \leq$ 40nsにおいて

S(0) 300keV $\leq E \leq$ 380keVのイベント数

y(0) 470keV $\leq E \leq$ 550keVのイベント数

Nal	S(0)	y(0)	S(0)/y(0)
Nal2	129435	436932	0.2962
Nal3	120128	565235	0.2125
Nal4	59319	182983	0.3242

結果解析-Pick-off補正⑤

①+②のイベントを

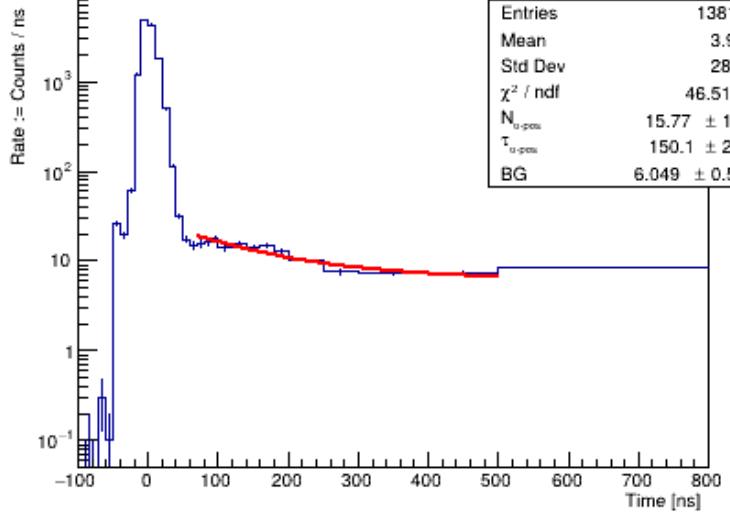
$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + \frac{S(0)}{y(0)} N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + p_2$$

でフィッティングする

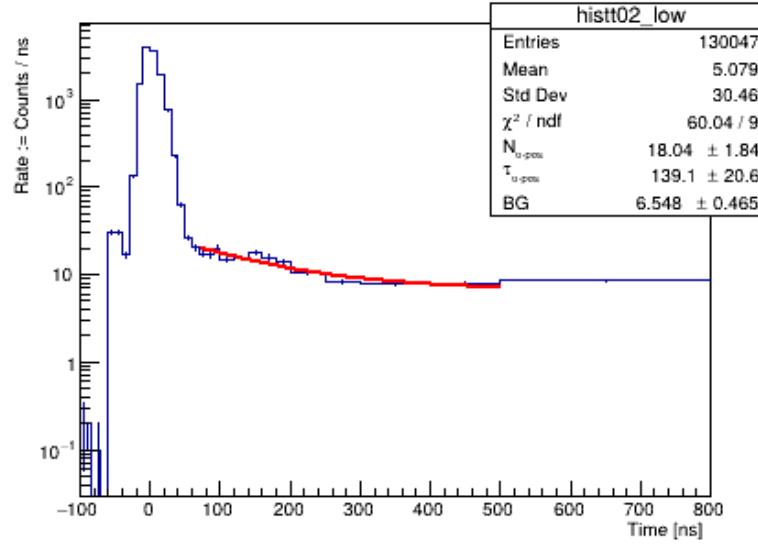
$300\text{keV} \leq E \leq 380\text{keV}$ のイベントを取り出して、

$70\text{ns} \leq t \leq 500\text{ns}$ の範囲でフィッティングした (NaI4は20nsから)

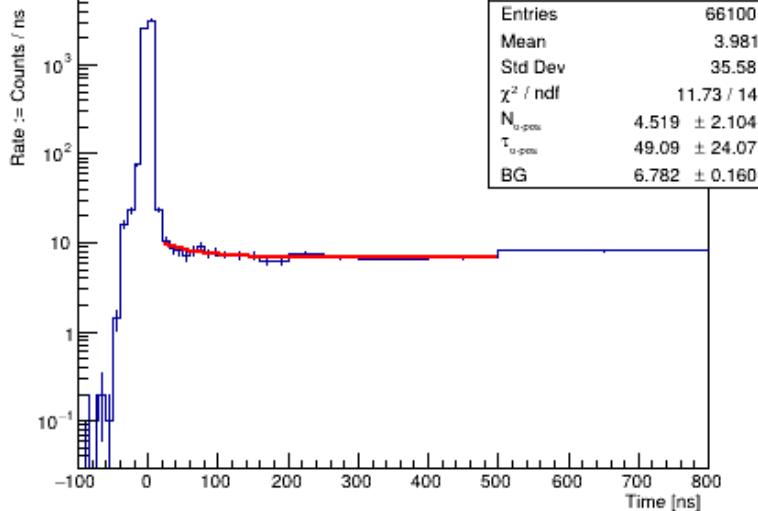
Lifetime for NaI2



Lifetime for NaI3



Lifetime for NaI4



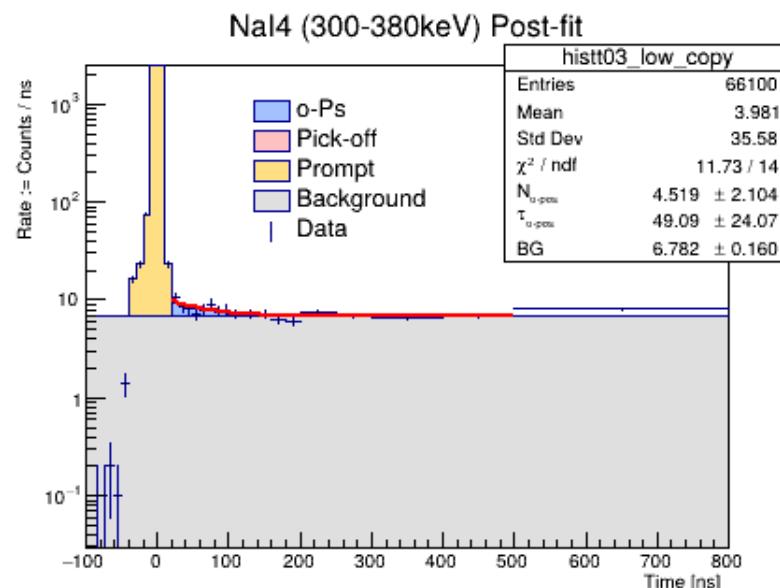
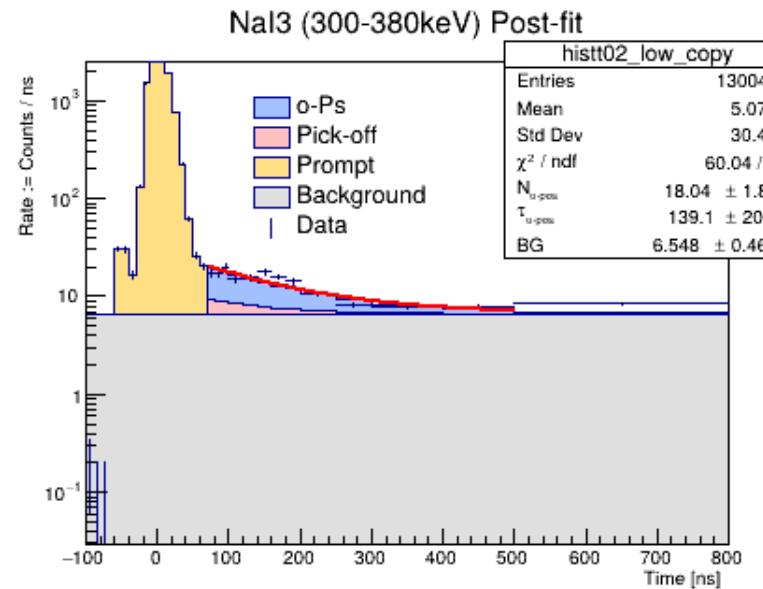
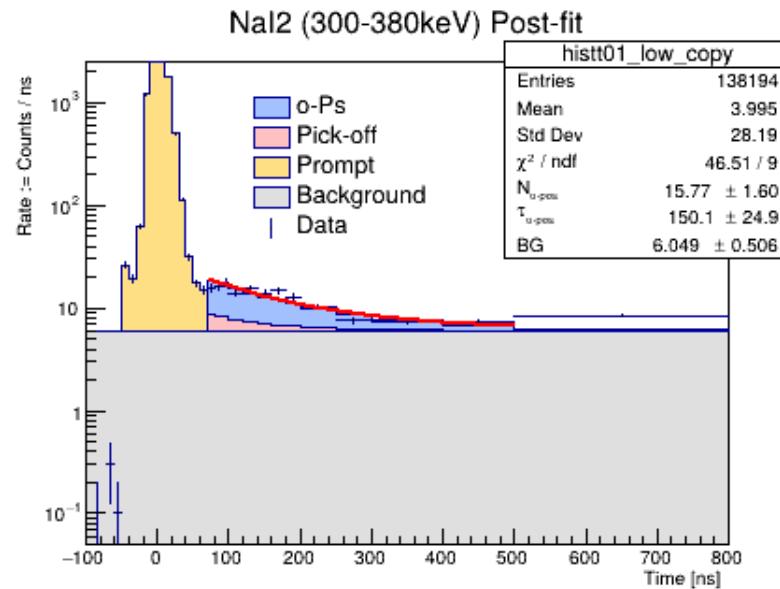
p_1 が寿命を表す

Pick-off補正後の
寿命は以下の通り

NaI	寿命[ns]
NaI2	150.1 ± 24.9
NaI3	139.1 ± 20.6
NaI4	49.09 ± 24.07

結果解析-Pick-off補正⑥

各成分を積み上げたヒストグラム



5. 考察

誤差伝播

誤差伝播を考慮してTQ補正までの解析での寿命を求める

ADC較正による誤差・TQ補正による誤差・Pick-off補正・寿命fittingによる誤差をそれぞれ σ_{ADC} ・ σ_{TQ} ・ $\sigma_{fitting}$ ・ $\sigma_{Pick-off}$ とすると全体の誤差は

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{ADC}^2 + \sigma_{TQ}^2 + \sigma_{pick-off}^2 + \sigma_{fitting}^2}$$

5. 考察— σ_{ADC} について(誤差伝播)

ADC較正のパラメータ

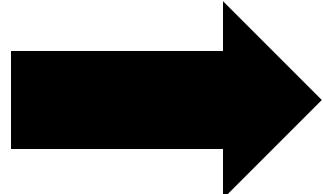
右の表よりADC較正のパラメータの誤差はパラメータ自体に対してオーダーが4桁以上小さい

	p_0	p_1
NaI2	238 ± 10^{-3}	$0.8527 \pm 7.685 \times 10^{-5}$
NaI3	186 ± 10^{-3}	$0.5785 \pm 3.395 \times 10^{-5}$
NaI4	195 ± 10^{-3}	$5.41 \pm 2.797 \times 10^{-4}$

よってADC較正に由来する寿命の誤差はこの後に述べる $\sigma_{pick-off}$ ・ $\sigma_{fitting}$ よりも極めて小さいため $\sigma_{ADC} \approx 0$ とできる

5. 考察 – σ_{TQ} について(誤差伝播)

TQ補正でfittingした関数 ΔT の誤差 $\sigma_{\Delta T}$ を考える。



無視できるほど小さい！！

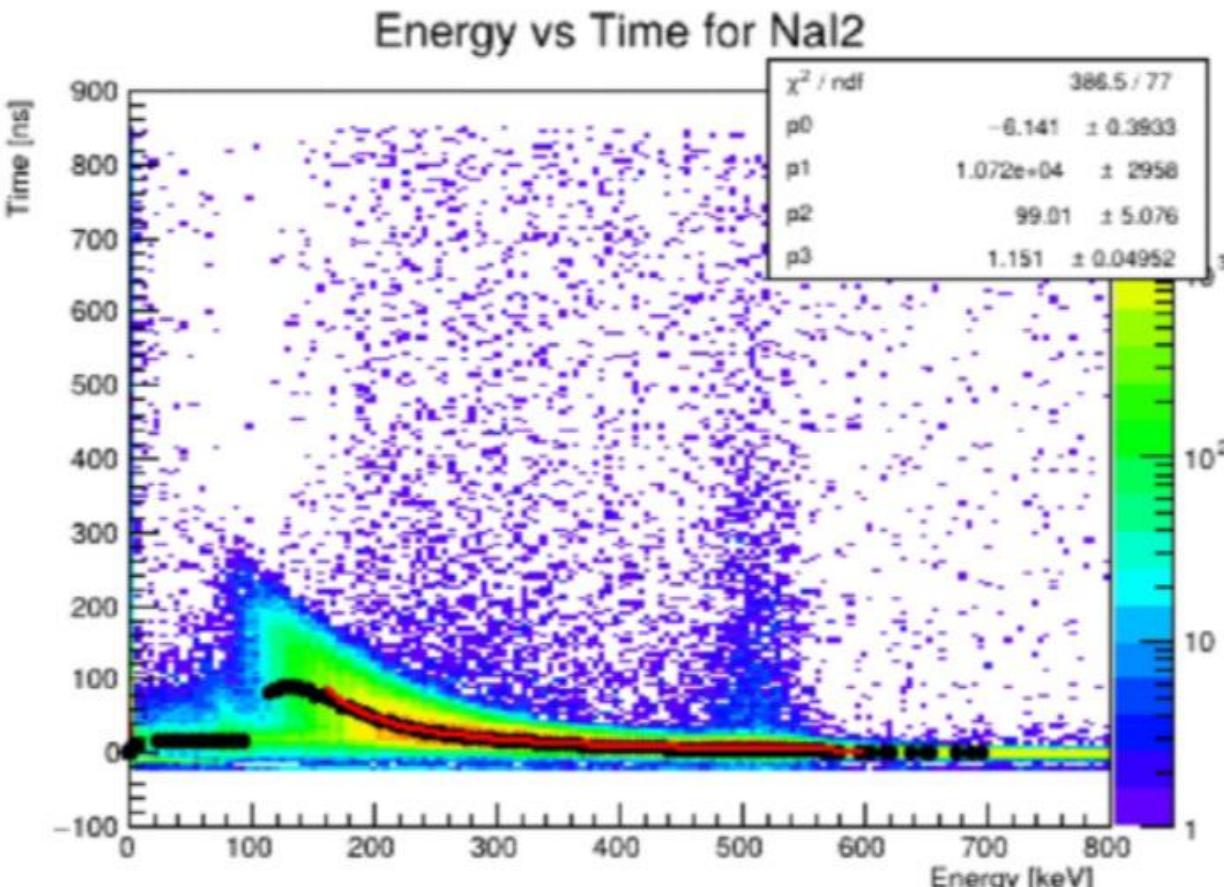
※pick-off補正や寿命fittingによる誤差の中に丸め込まれてしまう。

$\sigma_{\Delta T}$ 依存の σ_{TQ} も同程度の誤差となる。

5. 考察 – σ_{TQ} について(誤差伝播)

TQ補正時の各エネルギーにおけるピークの値と誤差 NaI2

E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)
2.667	16.01	0.1038	338.7	25.82	0.1067	557.3	11.39	0.0232
8.000	4.824	1.150	344.0	24.88	0.1066	562.7	11.18	0.0173
77.33	21.38	0.4407	349.3	24.07	0.0992	568.0	10.88	0.0204
82.67	20.28	0.4334	354.7	23.59	0.0866	573.3	10.69	0.0202
88.00	20.83	0.3685	360.0	23.03	0.0848	578.7	10.43	0.0263
93.33	20.56	0.3504	365.3	22.08	0.1010	584.0	10.00	0.0308
98.67	21.44	0.3638	370.7	21.78	0.0737	589.3	9.765	0.0312
104.0	22.44	0.2888	376.0	21.26	0.1051	594.7	9.413	0.0311
109.3	22.36	0.2351	381.3	20.71	0.0666	605.3	9.133	0.0235
114.7	23.10	0.3110	386.7	20.13	0.0763	610.7	9.059	0.0350
120.0	22.93	0.3052	392.0	19.59	0.0697	616.0	8.848	0.0282
125.3	23.27	0.3491	397.3	19.20	0.0694	621.3	8.771	0.0291
130.7	23.40	0.4221	402.7	18.69	0.0534	632.0	8.595	0.0249
136.0	22.96	0.4311	408.0	18.08	0.0700	637.3	8.472	0.0266
184.0	68.33	3.562	413.3	17.77	0.0565	642.7	8.505	0.0246
189.3	67.20	3.215	418.7	17.37	0.0633	648.0	8.367	0.0241
194.7	65.11	2.176	424.0	17.05	0.0556	658.7	8.127	0.0251
200.0	63.36	1.830	429.3	16.62	0.0571	664.0	8.026	0.0266
205.3	61.08	1.523	434.7	16.26	0.0495	669.3	7.946	0.0223
210.7	58.62	1.381	440.0	15.92	0.0484	674.7	7.524	0.0236
216.0	58.47	1.046	445.3	15.59	0.0513	680.0	7.568	0.0258
221.3	56.09	0.9543	450.7	15.34	0.0470	685.3	7.665	0.0191
226.7	53.76	0.9191	456.0	15.27	0.0442	690.7	7.411	0.0255
232.0	51.81	0.7880	461.3	15.06	0.0335	696.0	7.554	0.0271
237.3	50.23	0.6512	466.7	14.79	0.0434	701.3	7.359	0.0253
242.7	48.19	0.6473	472.0	14.66	0.0382	706.7	7.121	0.0266
248.0	46.99	0.5644	477.3	14.44	0.0402	712.0	7.171	0.0236
253.3	44.57	0.5210	482.7	14.22	0.0398	717.3	7.030	0.0238
258.7	42.93	0.4235	488.0	14.13	0.0315	728.0	6.933	0.1497
264.0	41.53	0.3986	493.3	13.89	0.0325	738.7	6.640	0.0255
269.3	39.32	0.3764	498.7	13.70	0.0280	744.0	6.505	0.0258
274.7	37.83	0.3537	504.0	13.48	0.0276	749.3	6.453	0.0318
280.0	36.59	0.3125	509.3	13.23	0.0290	754.7	6.302	0.0260
285.3	35.83	0.2993	514.7	12.96	0.0286	760.0	6.096	0.0284
290.7	34.41	0.2360	520.0	12.83	0.0253	770.7	6.072	0.0289
296.0	33.04	0.2589	525.3	12.69	0.0217	776.0	5.875	0.0280
301.3	32.23	0.2002	530.7	12.46	0.0238	781.3	5.816	0.2594
306.7	30.90	0.2008	536.0	12.31	0.0211	786.7	5.950	0.0247
312.0	29.97	0.1658	541.3	12.10	0.0203	797.3	5.575	0.0282
328.0	26.91	0.1472	546.7	11.87	0.0212			
333.3	26.46	0.1238	552.0	11.65	0.0229			



Fittingを適応した範囲での誤差に注目する。

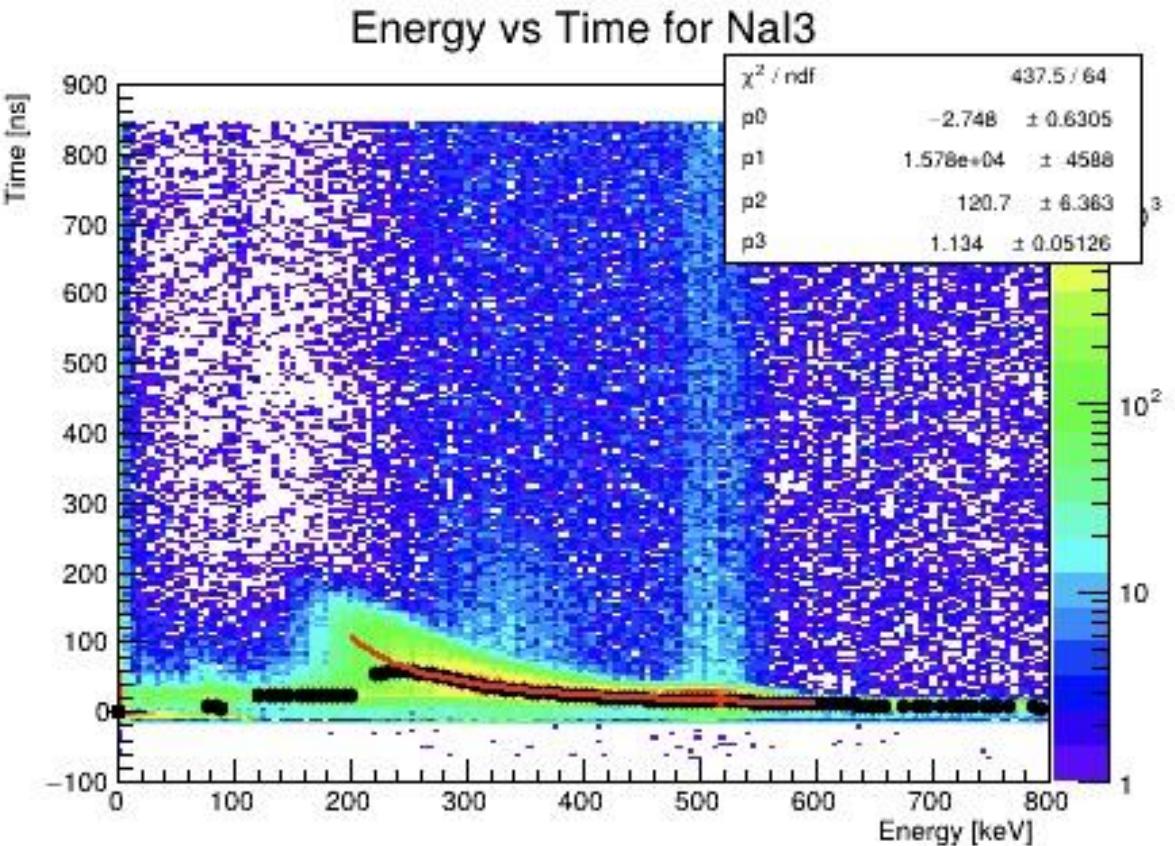
誤差 $\sigma_{\Delta T}$ は ΔT にくらべて 1/1000 程度しかない。

5. 考察 – σ_{TQ} について(誤差伝播)

NaI3についても同様

TQ補正時の各エネルギー帯におけるピークの値と誤差 NaI3

E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)
77.33	7.320	3.971	354.7	29.27	0.1611	589.3	11.72	0.0249
82.67	8.398	3.362	360.0	28.88	0.1367	594.7	11.47	0.0249
88.00	5.789	4.849	370.7	27.25	0.1083	600.0	11.24	0.0262
120.0	22.73	0.403	376.0	27.13	0.1017	605.3	11.37	0.0260
130.7	22.82	0.180	381.3	25.90	0.1130	610.7	10.94	0.0445
136.0	22.79	0.1511	386.7	24.92	0.1007	616.0	11.08	0.0230
141.3	23.13	0.1645	392.0	24.20	0.0773	621.3	10.73	0.0265
146.7	22.95	0.1360	397.3	23.99	0.0828	626.7	10.55	0.0320
157.3	22.82	0.1650	402.7	23.34	0.0696	632.0	10.58	0.0298
162.7	22.81	0.1794	408.0	22.66	0.0708	637.3	10.11	0.0253
168.0	22.76	0.1714	413.3	22.08	0.0692	642.7	10.11	0.0220
173.3	22.73	0.1761	418.7	21.74	0.0639	648.0	10.00	0.0239
178.7	22.82	0.2344	424.0	21.00	0.0521	653.3	9.666	0.0302
184.0	22.68	0.1875	429.3	20.29	0.0629	658.7	9.790	0.0197
189.3	22.92	0.2328	434.7	20.14	0.0547	674.7	9.329	0.0234
194.7	22.86	0.2488	440.0	19.41	0.0599	685.3	9.114	0.0300
200.0	22.62	0.2655	445.3	18.89	0.0591	690.7	8.833	0.0241
221.3	54.55	4.492	450.7	18.65	0.0587	696.0	9.030	0.0218
226.7	55.61	4.097	456.0	18.09	0.0607	706.7	8.672	0.0253
232.0	58.16	3.383	461.3	17.79	0.0597	717.3	8.392	0.0338
237.3	59.34	2.492	466.7	17.77	0.0545	722.7	8.440	0.0246
242.7	59.17	1.836	472.0	17.41	0.0485	728.0	8.273	0.0250
248.0	59.80	1.508	477.3	17.15	0.0505	733.3	7.481	0.2406
253.3	57.97	1.360	482.7	16.94	0.0507	744.0	7.998	0.0249
258.7	56.92	1.053	488.0	16.76	0.0490	749.3	7.811	0.0258
264.0	55.26	0.8014	493.3	16.53	0.0455	754.7	7.482	0.0299
269.3	53.60	0.6937	498.7	16.26	0.0470	765.3	7.559	0.0296
274.7	51.71	0.5689	504.0	16.13	0.0433	786.7	7.282	0.0314
280.0	49.80	0.4769	509.3	15.84	0.0455	792.0	6.652	0.0300
285.3	49.05	0.4709	525.3	15.24	0.0412			
290.7	46.09	0.3738	530.7	14.96	0.0417			
296.0	44.24	0.3120	536.0	14.71	0.0402			
301.3	42.61	0.2763	541.3	14.48	0.0379			
306.7	40.96	0.2605	546.7	14.29	0.0384			
312.0	39.23	0.2315	552.0	14.03	0.0361			
317.3	37.51	0.2182	557.3	13.81	0.0341			
322.7	35.25	0.3229	562.7	13.57	0.0333			
328.0	34.79	0.2007	568.0	13.06	0.0251			
333.3	33.63	0.1795	573.3	12.62	0.0301			
338.7	32.35	0.1886	578.7	12.37	0.0237			
349.3	30.74	0.1341	584.0	11.88	0.0289			



5. 考察- $\sigma_{Pick-off}$ について

まず、フィッティング関数の誤差によるパラメータ p_0 の誤差 σ_0 を定義する
フィッティング関数 α でフィッティングしたときパラメータ $p_0 = k$

フィッティング関数の誤差:
$$\sigma_\alpha = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2}$$

$\alpha \pm \sigma_\alpha$ で再びフィッティングして求まった p_0 を k_\pm

$$\sigma_0 = \max(k - k_\pm)$$

5. 考察- $\sigma_{Pick-off}$ について

Pick-off補正のフィッティング関数 $p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + S(t)$

p_1 についてこの操作をすると $\sigma_{Pick-off}$ は次の表のよう

Nal	$\sigma_{Pick-off}$ (ns)
Nal2	1.76
Nal3	2.30

5. 考察- $\sigma_{fitting}$ について

$\sigma_{fitting}$ は次の表のよう

Nal	$\sigma_{fitting}$ (ns)
Nal2	24.9
Nal3	20.6

5. 考察-誤差伝播を考慮した寿命

以上より誤差伝播を考慮するとポジトロニウムの寿命は次の通りに求まる

Nal	寿命(ns)
Nal2	150.1 ± 25.0
Nal3	139.1 ± 20.7

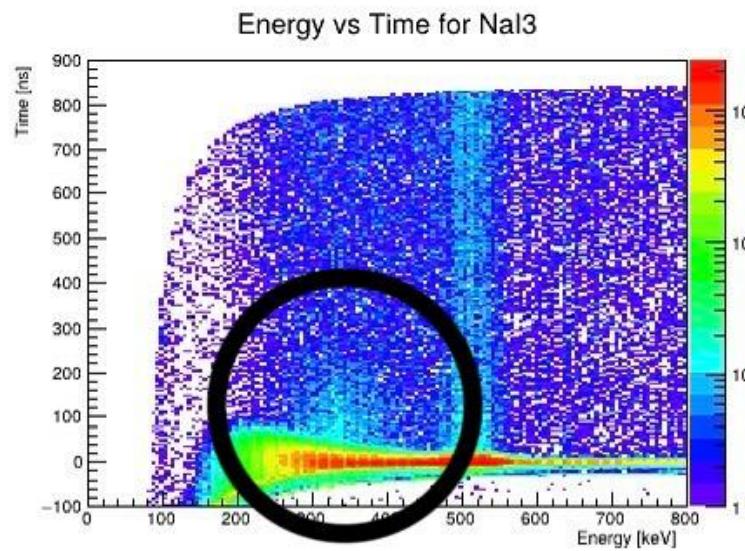
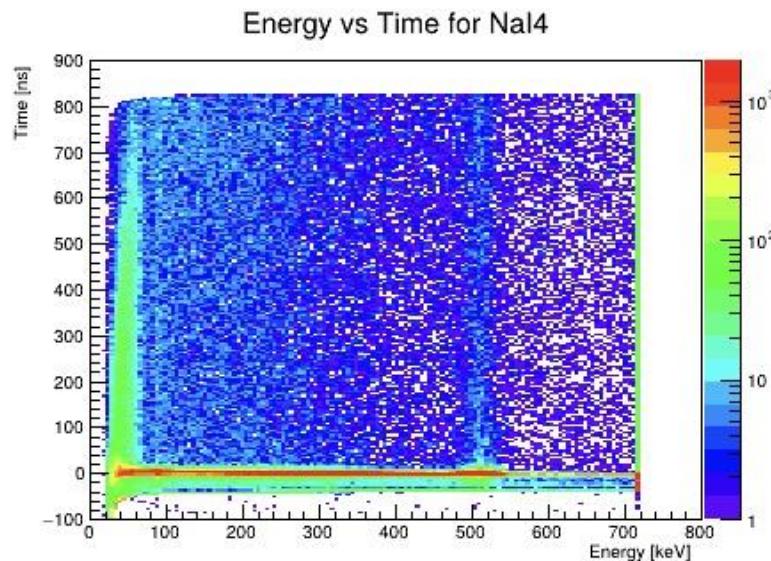
測定結果を統合すると

$$144.6 \pm 15.9(\text{ns})$$

5. 考察-NaI4について

NaI4ではTQ補正の時点で理論値から大幅に短い寿命が求まった
これはそもそもオルソポジトロニウム崩壊による γ 線をあまり観測でき
なかつたためか

ヒストグラムを見ても他のNaIと違ってオルソポジトロニウム由来と思
われるデータの部分が確認できない

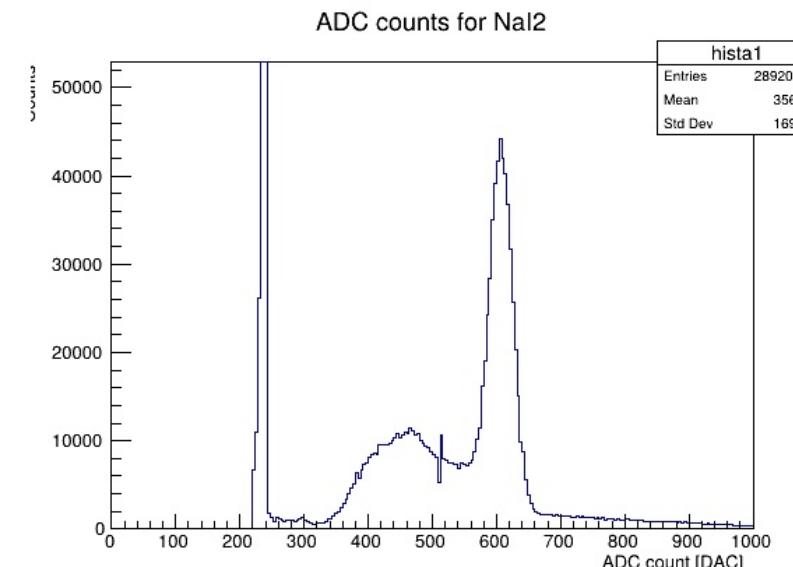
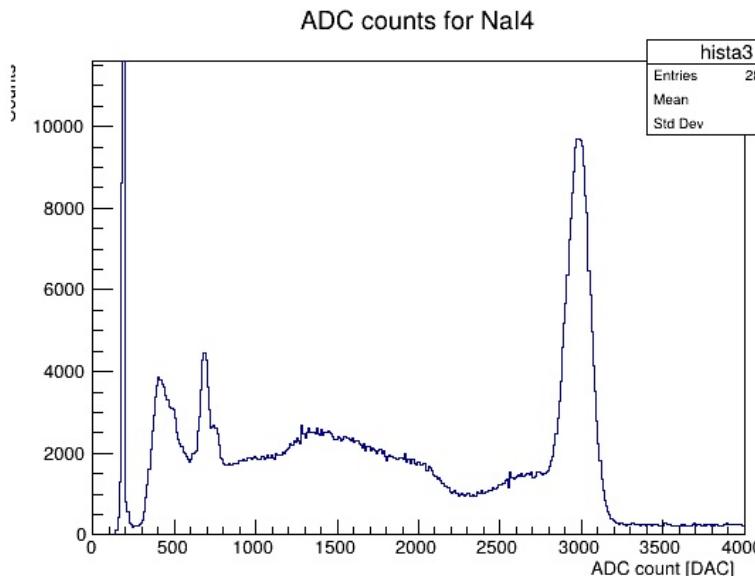


5. 考察-NaI4について

ADCの生データを見るとピークの数が予測されている(ペデスタル,光電吸収のピーク,コンプトン散乱のピーク)よりも多い

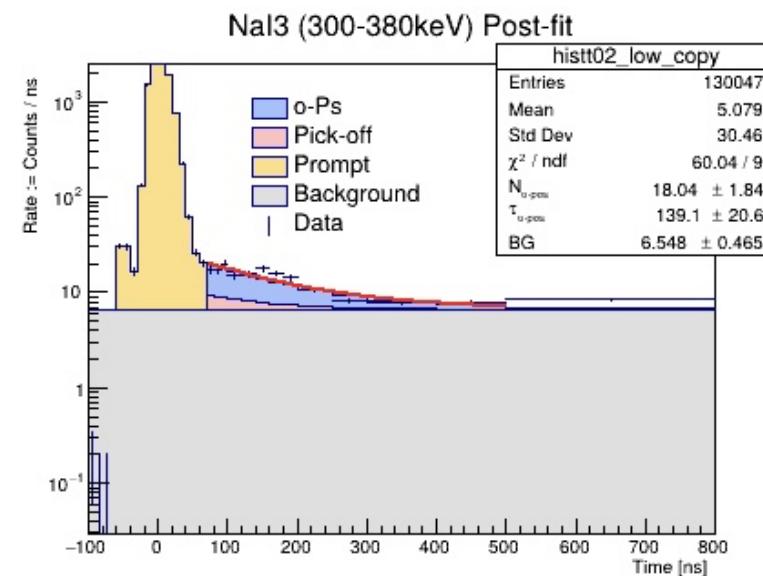
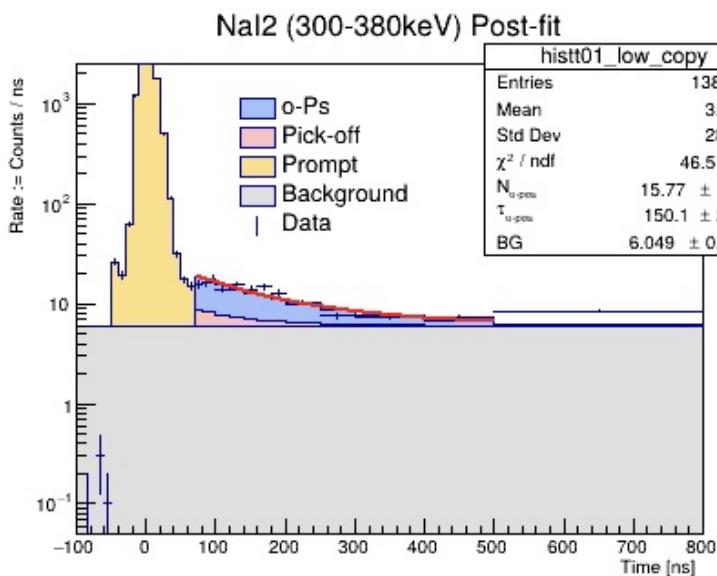
ADC較正で考えるべきピークを間違えた可能性もある

放射線源からの γ 線による1275keVのピークを511keVのピークとしてしまったか



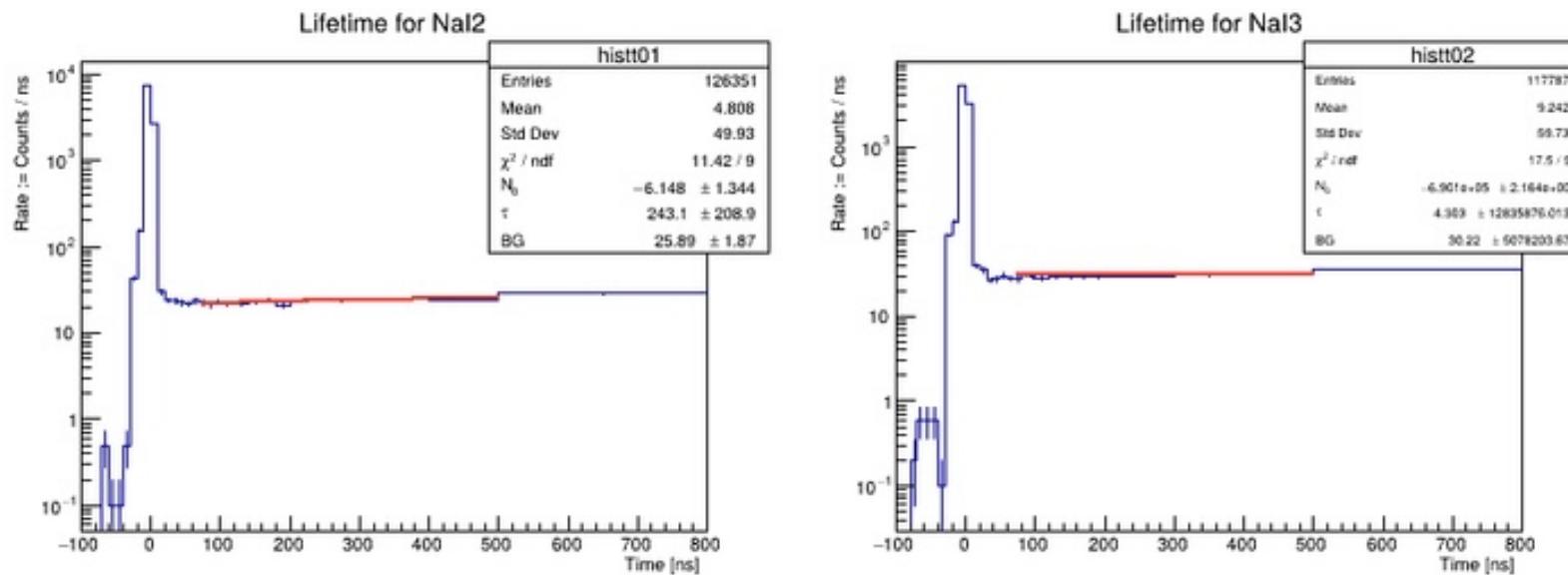
5. 考察-NaI2,3で理論値と誤差が出た理由

下のヒストグラムを見ると時間が経ちほぼバックグラウンドのみと考えられる部分で観測数が時間と共に若干上昇していることがわかる



5. 考察-NaI2,3で理論値と誤差が出た理由

ポジトロニウムからの γ 線が見られない $E > 650\text{keV}$ の領域で見ても同じ傾向が見られる(下図)



バックグラウンドが一定という仮定が間違いだったか(一定で無くなる理由は分からなかった)

6.結論

実験で得られたオルソポジトロニウムの寿命は下のとおり。理論値 $142(ns)$ とほぼ一致する。つまり測定精度の範囲内でQEDの正しさが確かめられた

また、NaI4では理論値から大きく外れた $49.7 \pm 24.3(ns)$ と寿命が求まったがこれはオルソポジトロニウムが観測できなかった、解析のADC較正でピークを取り違えた可能性が考えられる

オルソポジトロニウムの寿命
 $144.6 \pm 15.9(ns)$