

オルソポジトロニウムの寿命測定

渡曾康介 新拓人 立石圭児 筒井翔一郎 宮津怜嗣

平成 23 年 3 月 29 日

目次

第1章	序論	3
1.1	実験目的	3
第2章	理論	4
2.1	オルソポジトロニウムとは	4
2.1.1	オルソポジトロニウムの崩壊	4
2.1.2	寿命測定と、ポジトロニウムの反応	4
2.2	ガンマ線の相互作用	5
第3章	実験装置と方法	7
3.1	原理	7
3.2	実験装置	7
3.3	回路	8
第4章	解析	10
4.1	キャリブレーション	10
4.1.1	ADCのキャリブレーション	10
4.1.2	TDCのキャリビュレーション	10
4.2	カッティング	11
4.3	T-Q補正	11
4.3.1	崩壊時間の決定	11
4.3.2	T-Q補正	13
4.3.3	T-Q補正のfitting	15
4.4	pick-off補正前の寿命	18
4.4.1	thresholdの特定	18
4.4.2	pick-off補正前のfitting	21
4.5	pick-offの解析	23
4.5.1	pick-offの崩壊率の時間依存性	23
4.5.2	THRによるカットの評価	23
4.5.3	$\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ の解析	25
4.5.4	pick-off補正後のfitting	30
第5章	考察	32
5.1	誤差の評価	32
5.2	pick-offのCompton効果	34

5.3	threshold に関する系統誤差	38
5.4	base ヒストグラムに含まれる pick-off	40
5.5	キャリブレーション及び TQ 補正に伴う誤差	41
5.6	補正関数の誤差の評価	41
5.7	測定精度の向上の余地について	42
	謝辞	44
	付 録 A $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$	45
	参考文献	47

第1章 序論

1.1 実験目的

本実験の目的は、オルソポジトロニウム (o-Ps) の寿命を求め、QED の検証を行うことである。

⁵人で分担して書いたので表記のぶれがある。例えば pick-off が pick と書かれている箇所がある。また、添字の ortho と 3γ は同じものを指す。

第2章 理論

2.1 オルソポジトロニウムとは

ポジトロニウムとは、電子と陽電子が電磁相互作用によって電氣的に束縛され対になった、エキゾチック原子である。水素原子と似た構造をしており、水素原子の陽子を陽電子に置き換えた系として考えることができる。

ポジトロニウムには、構成する電子と陽電子のスピン向きによって、パラポジトロニウム (p-Ps) とオルソポジトロニウム (o-Ps) の2種類が存在する。p-Psは電子と陽電子のスピン向きが反並行の逆向きであり、スピン量子数は $s = 0$ である。対して o-Psはスピンの向きが並行に揃っており、スピン量子数は $s = 1$ である。

2.1.1 オルソポジトロニウムの崩壊

p-Psも o-Psも、電子と陽電子が対消滅して光子となる。p-Psはスピン量子数が0なので偶数個の光子に、o-Psはスピン量子数が1なので奇数個の光子に崩壊する。崩壊後の光子数が1増えるごとに、崩壊率は微細構造定数 $(1/137)$ のオーダーで減少するため、p-Psの多くは 2γ に、o-Psの多くは 3γ に崩壊する。

真空中での p-Ps の寿命の理論値は $125[\text{ps}]$ 、o-Ps の寿命の理論値は $142[\text{ns}]$ であり、o-Ps の寿命は十分に長い。そのため、o-Ps の寿命は直接測定することができ、本実験でも o-Ps の寿命を測定する。またエネルギーと運動量保存から、p-Ps の 2γ 崩壊の場合の γ 線エネルギーは $511[\text{keV}]$ であり、o-Ps の 3γ 崩壊の場合は $511[\text{keV}]$ 以下に連続的に分布する。

2.1.2 寿命測定と、ポジトロニウムの反応

真空におけるオルソポジトロニウムの寿命 τ は、時刻 t でのポジトロニウム数 $N(t)$ と、測定開始時刻 $t = 0$ での値 N_0 を用いて、以下のように表すことができる。

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (2.1)$$

またこの式は、 τ の逆数である崩壊率 Γ を用いると、

$$N(t) = N_0 \exp(-\Gamma t) \quad (2.2)$$

と表すことができる。

実際の実験では、完全な真空を作ることができないため、以下のような反応が起こると予想できる。

- pick-off 反応: o-Ps 内の陽電子が、o-Ps 外の電子と対衝突し 線を放出する反応
- スピン交換反応: Ps 内の電子が物質中の不対電子とスピンを交換する反応これにより o-Ps は p-Ps に変化し、寿命が短くなる
- 化学反応: 水素原子に近いその構造によって起こる、酸化反応や付加反応、置換反応といった反応。

3γ の崩壊率を $\Gamma_{3\gamma}$ 、pick-off 等による崩壊率をまとめて $\Gamma_{\text{pick-off}}$ とすると、実際測定される崩壊率 Γ_{obs} は

$$\Gamma_{\text{obs}} = \Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{\text{pick-off}} \quad (2.3)$$

となり、式 (2.2) は

$$N(t) = N_0 \exp(-\Gamma_{\text{obs}}t) = N_0 \exp\{-(\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{\text{pick-off}})t\} \quad (2.4)$$

となる。

寿命 τ_{obs} は、 Γ_{obs} の逆数なので

$$\tau_{\text{obs}} = \frac{1}{\Gamma_{\text{obs}}} = \frac{1}{\Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{\text{pick-off}}} \quad (2.5)$$

となる。式 (2.5) からわかる通り、観測される寿命 τ_{obs} は、 3γ 崩壊の純粋な寿命 $\tau_{3\gamma} = 1/\Gamma_{3\gamma}$ よりも短くなる。本実験では、寿命 τ_{obs} を求めた後、 $\Gamma_{\text{pick-off}}$ による補正を考え、純粋な 3γ 崩壊による寿命 $\tau_{3\gamma}$ と、o-Ps の寿命の理論値を比較検証する。

また、実際 $\Gamma_{\text{pick-off}}$ は時間の関数になっており、 $\Gamma_{\text{pick-off}} = \Gamma_{\text{pick-off}}(t)$ と改める。 $\Gamma_{\text{pick-off}}$ が時間の関数となるため、式 (2.4) はより正確に

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}} \int_0^t \left(1 + \frac{\Gamma_{\text{pick-off}}(t')}{\Gamma_{3\gamma}}\right) dt'\right) \quad (2.6)$$

となる。

このように $\Gamma_{\text{pick-off}}$ が時間の関数になる理由は、熱化過程を取り入れているからである [1]。o-Ps は生成直後約 1keV の運動エネルギーを持つが、物質と弾性衝突を繰り返しながら徐々にエネルギーを失い、常温 ($\sim 0.03\text{keV}$) になるまでの過程を熱化と呼ぶ。熱化しきっていない o-Ps は高速で運動するので、物質との衝突頻度も高くなり、従って pick-off の起こる確率も高くなる。十分に熱化するためには $\sim 600[\text{ns}]$ 程度の時間が必要であり、o-Ps の寿命測定する際、この熱化の過程は無視することができない事象である。

2.2 ガンマ線の相互作用

Ps の崩壊によって γ 線が生じるが、生じた γ 線も物質と相互作用し、その過程が寿命測定に影響を与える。 γ 線の相互作用は、以下の 3 つに分けることができる。

- 光電吸収: γ 線が吸収物質原子と相互作用し、完全に消滅する現象

- コンプトン散乱:入射 γ 線光子と吸収物質中の 1 個の電子との間で起こる現象
- 電子対生成: γ 線光子が消失して、電子と陽電子対に置き換えられる現象

光電吸収は、比較的低エネルギーの γ 線の相互作用として重要なものであり、後述する NaI シンチレーターによって測定される 511[keV] のピークはこの効果によるものである。電子対生成は、 γ 線のエネルギーが電子の静止質量の 2 倍、すなわち 1.02[MeV] を越えないと起こらない反応で、高エネルギーの γ 線に限られる。そのため、今回の実験では考慮する必要はない。

さてコンプトン散乱であるが、コンプトン散乱では電子に伝えられるエネルギーが 0 から入射 γ 線エネルギーに近い値までと、大きく変化し、そのためエネルギーが広範囲で分布する。 $o\text{-Ps}$ の寿命を測定する際は、コンプトン効果による影響も考慮しなければならない。

第3章 実験装置と方法

3.1 原理

^{22}Na から β^+ 崩壊で放出される陽電子 (e^+) をシリカパウダー (SiO_2) 中の電子 (e^-) と反応させてポジトロニウム (Ps) を生成する。パラポジトロニウム (p-Ps)、オルソポジトロニウム (o-Ps) はそれぞれ主に 2γ 、 3γ に崩壊する。陽電子がプラスチックシンチレーターを通過した時刻をポジトロニウムが生成した時刻とし、その時刻と γ 線が NaI シンチレーターに入った時刻までの時間差を崩壊時間とする。この崩壊時間ごとの崩壊個数を調べることで、オルソポジトロニウムの寿命を測定する。

時間差を測るだけだとパラポジトロニウムとオルソポジトロニウムを区別できないので、 γ 線のエネルギーも同時に測定する。

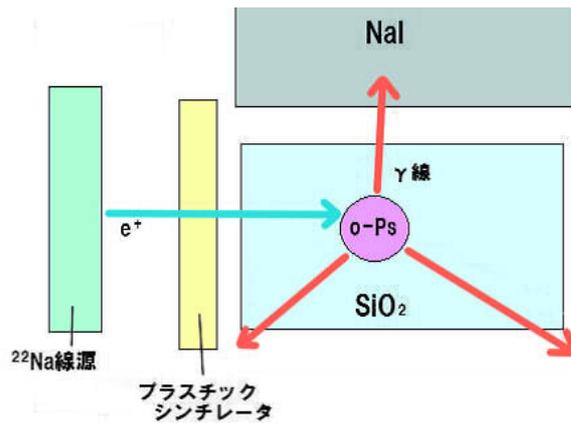


図 3.1: 実験原理

3.2 実験装置

実験装置は以下のとおりである。

- e^+ 線源 ^{22}Na
- プラスチックシンチレーター
- NaI シンチレーター
- シリカパウダー入り真空容器

吸水性が高いので、吸収された水分によって化学反応が起こるのを極力抑えるため、測定前にオープンで焼き水分をとばした。

- ・真空ポンプ
容器内の圧力を下げながら測定を行った。
- ・鉛板
シンチレーターに余計なイベントが入らないように遮蔽するため、必要に応じて置いた。
- ・暗箱
外部から光が入らないように装置全体を暗幕を貼ったダンボール箱に入れた。

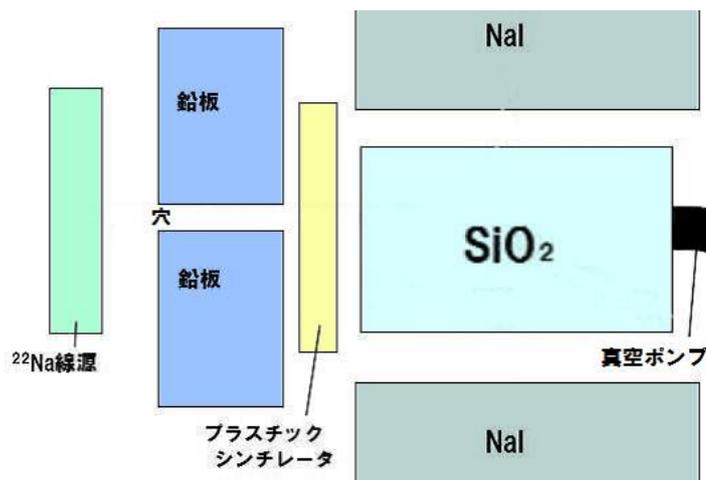


図 3.2: 実験装置

3.3 回路

プラスチックシンチレーターと NaI シンチレーターの信号を以下のような回路に入力した。

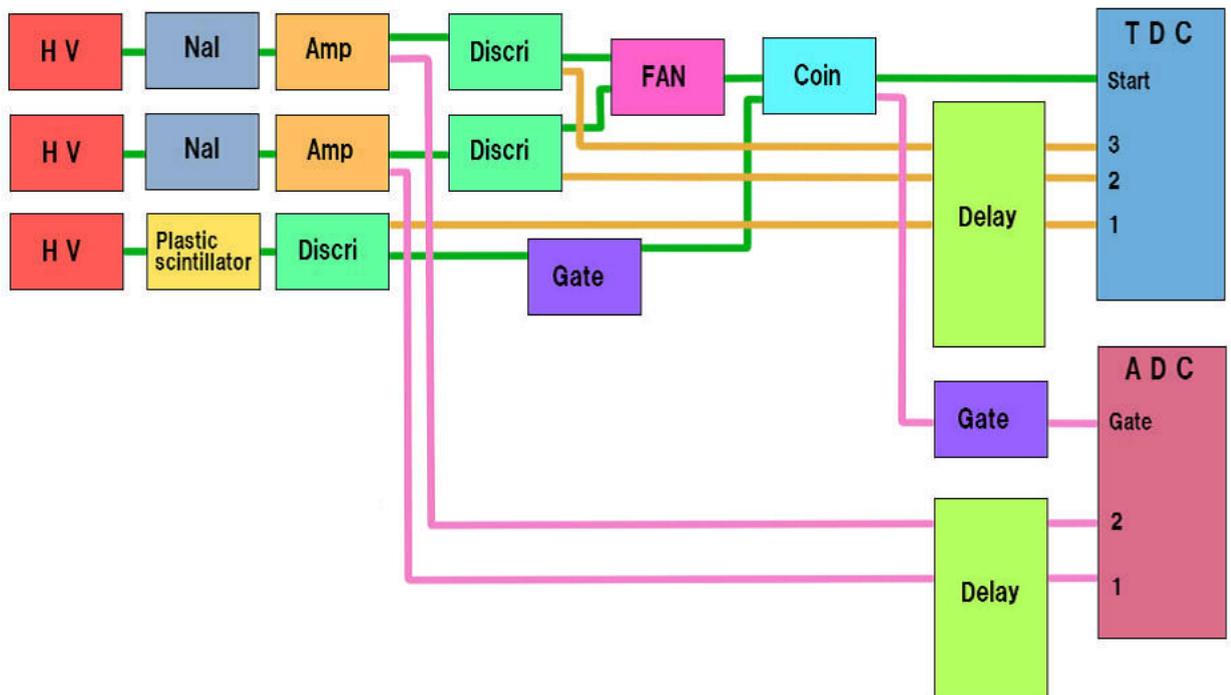


図 3.3: 回路図

HV : Negative High Voltage シンチレーターの信号を増幅させるために光電子増倍管に負の電圧を加える。本実験では、NaI シンチレータに 800V、プラスチックシンチレータに 1300V の電圧をかけた。

Amp : Amplifier 入力信号を増幅する。

Discri : Discriminator アナログ信号が Threshold を超えたらデジタル信号を出力する。

FAN : FAN IN/OUT 入力端子のいずれかに信号が入ったら信号を出力する。

Coin : Coincidence 入力端子に同時に信号が入ったら信号を出力する。

Gate : Gate generator デジタル信号の時間幅を広げ Gate 信号として出力する。

Delay : Delay 信号を遅らせる。

TDC : Time-to-Digital Converter Start 信号と Stop 信号の時間差をとる。本実験ではプラスチックシンチレーターの信号を Start に、NaI シンチレーターの信号を Stop に入力するようにした。

ADC : Analog-to-Digital Converter Gate 信号が入力されている間に入力された信号を積分した値を返す。この値は γ 線のエネルギーに相当する。

第4章 解析

4.1 キャリブレーション

4.1.1 ADCのキャリブレーション

ADCは設定した範囲内に入力されたアナログ信号を積分した値を返すが、これは実際のエネルギーの値とは異なる。そこで γ 線のエネルギーの値とADCの出力値は次のような1次関数

$$E[\text{keV}] = p \times \text{ADC} + q \quad (4.1)$$

であるとみなし、 ^{22}Na 線源が放出するエネルギー511keVの γ 線と ^{137}Cs 線源が放出するエネルギー662keVの γ 線を利用して、 p 、 q を決定した。ここで γ 線のピークの位置はGaussianでfittingを行った。実際pedestalも利用しようとしたが、ADCの値が0となっ
てしまい、エネルギーが負であったため用いることはできなかった。その結果、

$$\begin{cases} p = 0.2630 \pm 0.0003 \\ q = 111.5 \pm 0.1 \end{cases}$$

となった。

4.1.2 TDCのキャリビュレーション

TDCも実際の時間の値と出力値が異なる。そこでADCと同様に次の1次関数

$$T_i[\text{ns}] = a_i \times \text{TDC}_i + b_i \quad (i = 1, 2) \quad (4.2)$$

であるとみなす。ケーブルの長さの違いから、時間間隔を求めると表4.1のようになった。このデータを用いて最小二乗法により a_i 、 b_i を決定した。

表 4.1: TDCのキャリブレーション

時間間隔 [ns]	101	107	214	222	329	337	438
$TDC1$ [count]	461	486	955	989	1458	1500	1934
$TDC2$ [count]	458	483	952	985	1454	1486.5	1928
時間間隔 [ns]	540	543	549	647	654	761	769
$TDC1$ [count]	2395	2408	2433	2867.5	2896	3367	3400.5
$TDC2$ [count]	2376	2389	2414	2843	2878	3342	3372

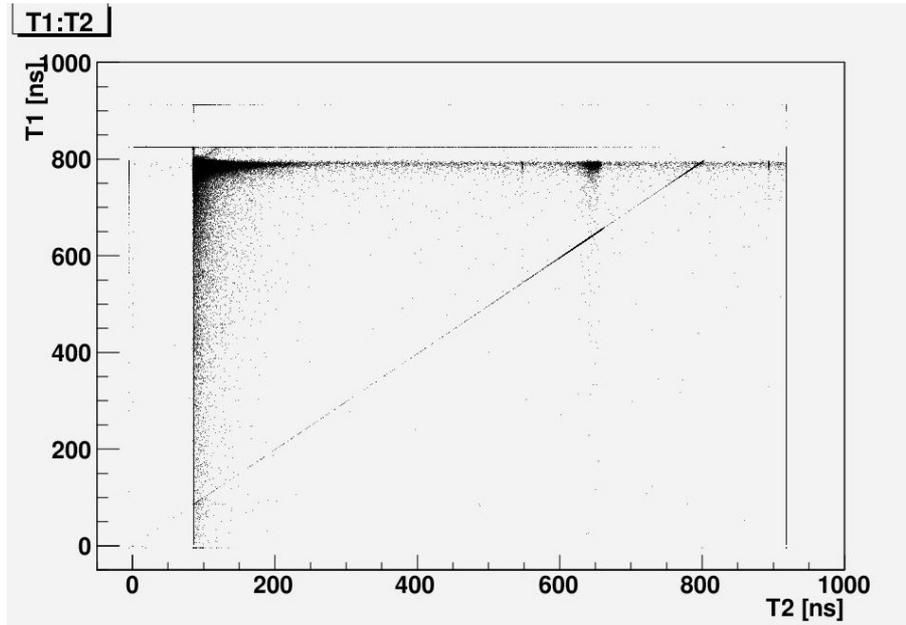


図 4.1: T_1 と T_2 の相関

$$\begin{cases} a_1 = 0.22367 \pm 0.007959 \\ b_1 = -4.081 \pm 0.6513 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = 0.225369 \pm 0.008011 \\ b_2 = -4.689 \pm 0.7474 \end{cases}$$

4.2 カットニング

図 4.1 はキャリブレーション後の T_1 ($TDC1$) と T_2 ($TDC2$) の相関を表したものである。ここで、 $T_2=918$ 付近のデータは Plastic シンチレータと同じ信号から得たものであるが、 T_2 が 918 未満では何かの原因で偶然 NaI の信号が入ったものと考えられる。そのため、 T_2 が 918 未満のものはカットした。

さらに、カットニング前の図 4.2 では $T_1=85$ 付近ででっぱりがあった。これも何かの原因で TDC にエラーが発生したものと考え、この部分 ($TDC1$ が 400 ~ 410 の部分) をカットした。そのカットした後が図 4.3 である。カットしたことで、でっぱりがなくなっということがわかる。

4.3 T-Q 補正

4.3.1 崩壊時間の決定

図 4.4 に今回の実験の得られる信号の概略を示す。求めたい値は崩壊時間 T であり、今回の実験で測定した値は T_1 (キャリブレーション前は $TDC1$) と T_2 (キャリブレーション前は

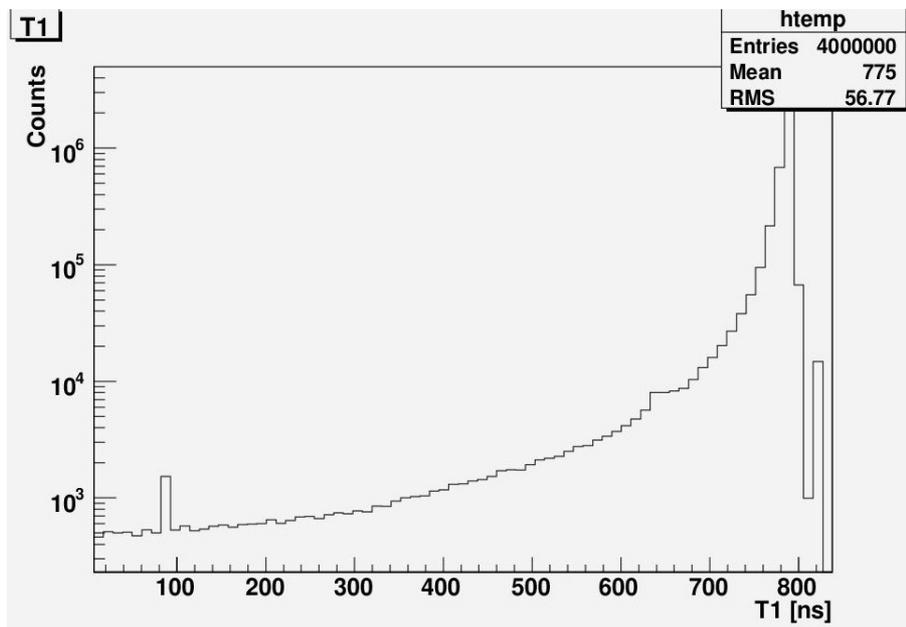


図 4.2: カutting前の T_1

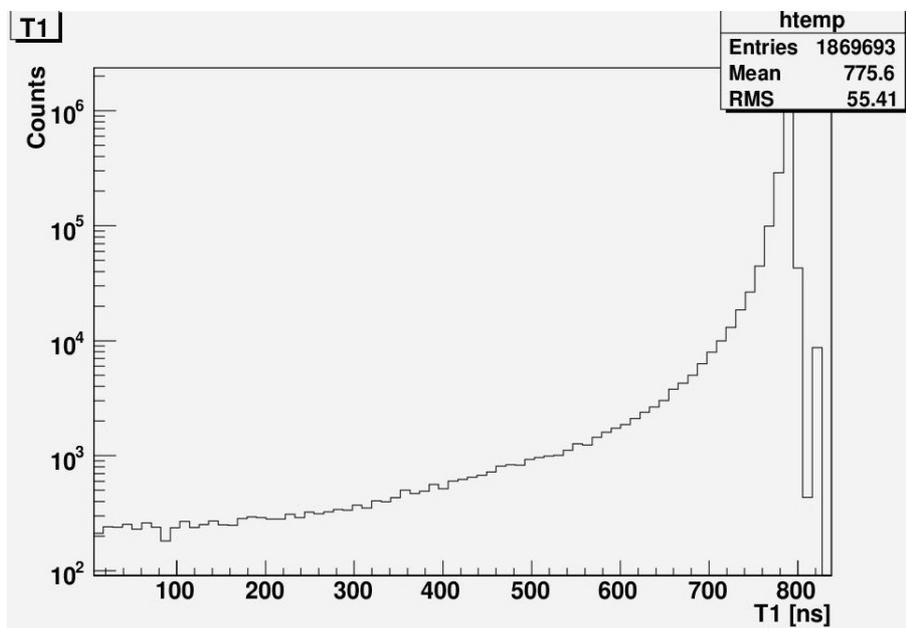


図 4.3: カutting後の T_1

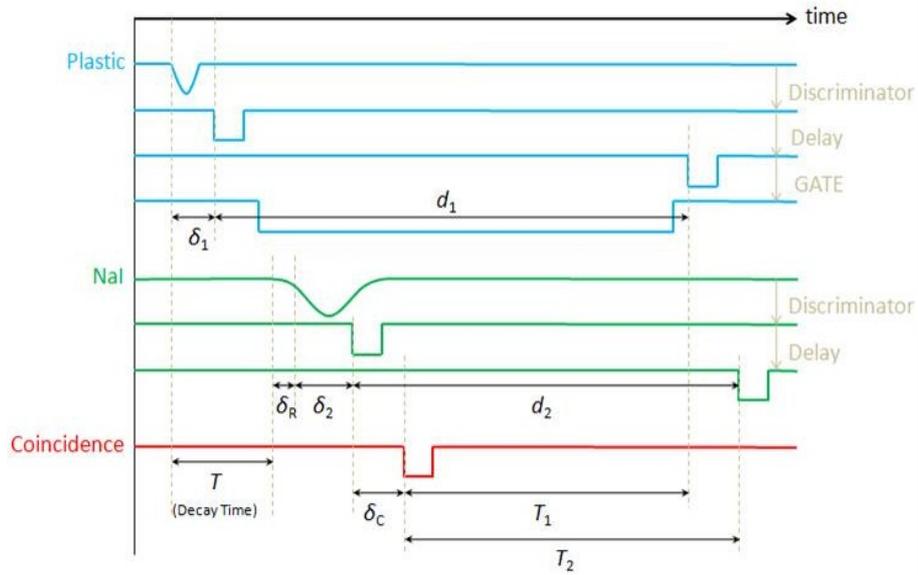


図 4.4: 信号の概略

$TDC2$) である。また、Discriminator でデジタル化する際のケーブルによる時間の遅れを δ_1 、 δ_2 、Coincidence でのケーブルによる時間の遅れを δ_C 、Delay による時間の遅れ (ケーブルの遅れも含む) を d_1 、 d_2 とした。そして後で述べるが、NaI の resolution における時間の遅れを δ_R とした。この値は γ 線のエネルギーに依存する。すると、図 4.4 により、

$$T_1 = (d_1 + \delta_1) - (T + \delta_R + \delta_2 + \delta_C) \quad (4.3)$$

$$T_2 = d_2 - \delta_C \quad (4.4)$$

となる。式 (4.4) からわかるように、 T_2 は常に同じ値になるはずである。このことから、カッティングの範囲が正しいといえる。式 (4.3)、(4.4) より、崩壊時間 T は、

$$\begin{aligned} T &= -T_1 - \delta_R + (d_1 + \delta_1 - \delta_2 - \delta_C) \\ &= -T_1 - \delta_R + c \end{aligned} \quad (4.5)$$

として求められる。この式 (4.5) には定数が入っているが、これは fitting の際に決定する。

4.3.2 T-Q 補正

今回の実験では NaI シンチレーターを用いているが、この NaI では時間の応答 (分解能) が悪いという問題点がある。これにより、実際は反応が起こっているのに対し NaI では threshold を超えてから反応するため、タイムラグが生じてしまう。そこでこのタイムラグを考慮して崩壊時間を求めようとするために T-Q 補正を行った。

簡単のため、NaI シンチレーターのオシロスコープで見た波形が図 4.5 のように三角形であると近似する。(実際の波形は図 4.6 のように、丸みを帯びている。) ここで w_0 、 w_1 、

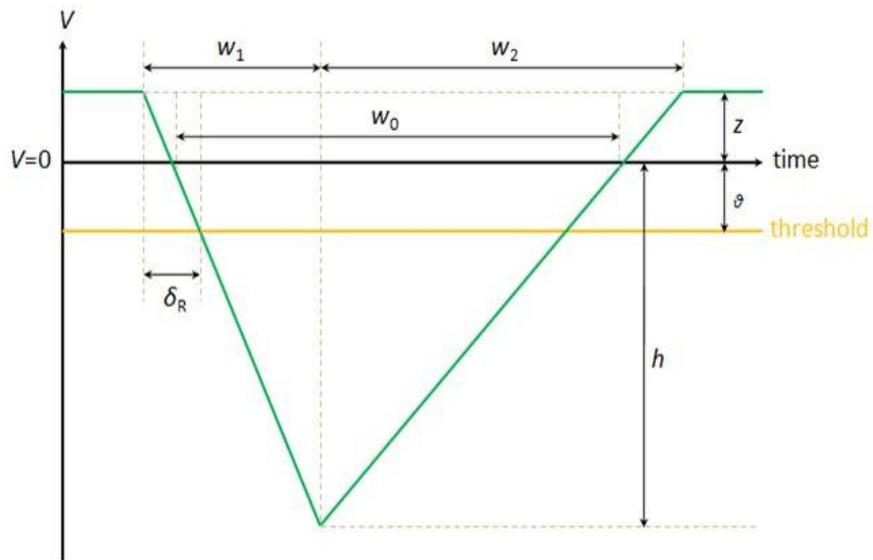


図 4.5: T-Q 補正

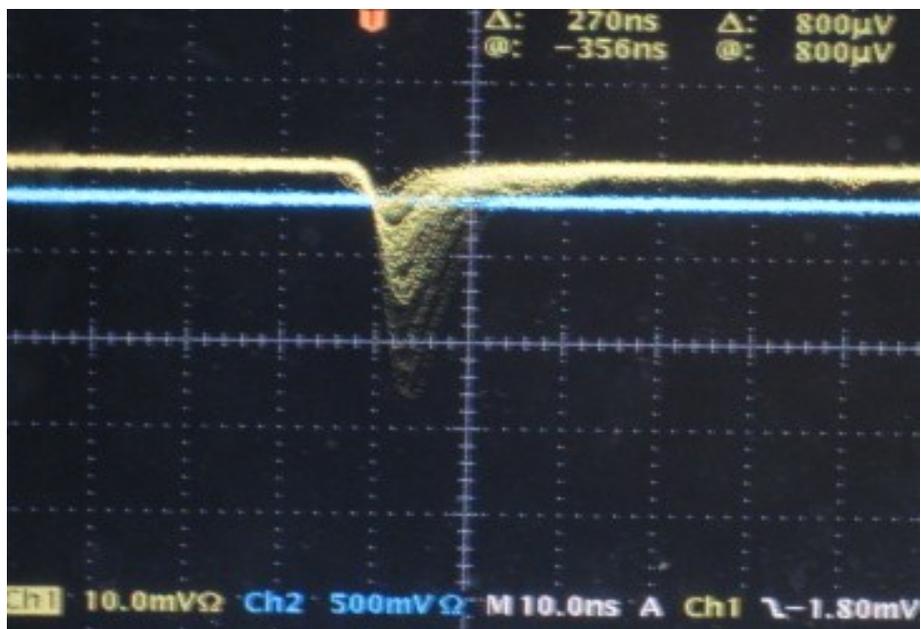


図 4.6: Ps の波形

w_2 をそれぞれ信号の時間幅、信号がピークに達するまでの時間、信号がピークから消えるまでの時間とし、 h 、 z 、 θ をそれぞれ信号の高さ、実際の $V=0$ と信号の $V=0$ のずれ、Discriminator の threshold の値とした。そして今回の NaI の resolution による時間の遅れを δ_R とした。このうち z 、 θ は原理的には定数であり、さらに w_0 、 w_1 、 w_2 も定数であるとみなす。(実際には w_0 、 w_1 、 w_2 は信号の高さ h に依存した関数である。)

ADC が示す値は図 4.5 の波形を積分したものであるので、波形が三角形であると近似すれば次のように書ける。

$$ADC \cong \frac{1}{2}hw_0 - \frac{1}{2}z(w_0 + w_1 + w_2) \quad (4.6)$$

また図 4.5 より、三角形の相似から

$$\delta_R : w_1 = (\theta + z) : (h + z) \quad (4.7)$$

が成り立つ。式 (4.7) を変形して式 (4.6) を使って h を消去すれば、

$$\begin{aligned} \delta_R &= \frac{\frac{1}{2}(\theta + z)w_0w_1}{ADC + \frac{1}{2}z(2w_0 + w_1 + w_2)} \\ &= \frac{a}{ADC + b} \end{aligned} \quad (4.8)$$

を得る。ここで、 a 、 b は定数である。式 (4.8) と式 (4.5) により、崩壊時間 T は、

$$T = -T_1 - \frac{a}{ADC + b} + const. \quad (4.9)$$

と表される。この式 (4.9) の 3 つの定数は fitting により決定する。

4.3.3 T-Q 補正の fitting

T-Q 補正前の崩壊時間とエネルギーの相関を表したのが図 4.7 である。(なお、補正前の崩壊時間については補正の fitting における $const.$ の値を代入して崩壊時間を、

$$T = -T_1 + c$$

とした。) 実験で得たデータに式 (4.9) を用いて fitting を行う。fitting の関数を

$$y = -\frac{a}{x + b} + c \quad (4.10)$$

として fitting を行うと、それぞれの定数は次のようになった。ここで、fitting は o-Pos の影響ができる限り少なくなるように、 T_1 が 700ns 以下はカットした。(さらに、fitting の範囲は T_1 が 150 ~ 1200ns とした。)

$$\begin{aligned} a &= 3.22301 \times 10^3 \pm 1.41359 \\ b &= -1.02798 \times 10^2 \pm 2.72263 \times 10^{-2} \\ c &= 8.00633 \times 10^2 \pm 4.11306 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

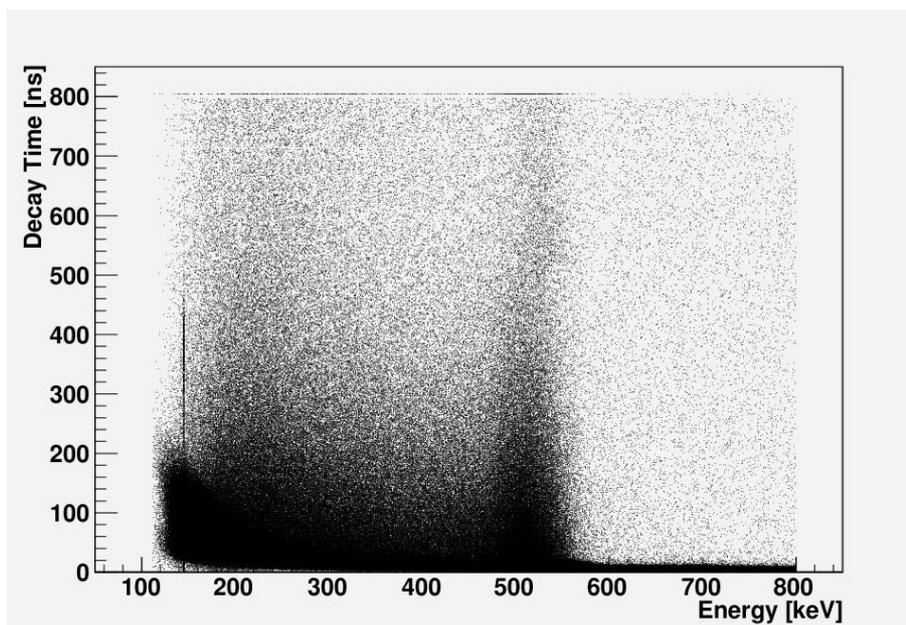


図 4.7: T-Q 補正前の崩壊時間とエネルギーの相関

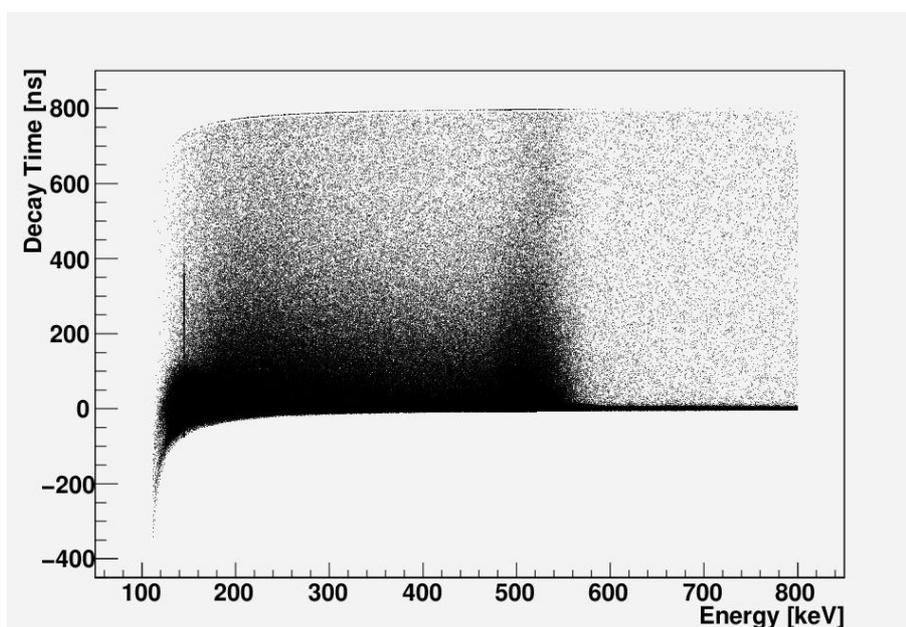


図 4.8: T-Q 補正後の崩壊時間とエネルギーの相関

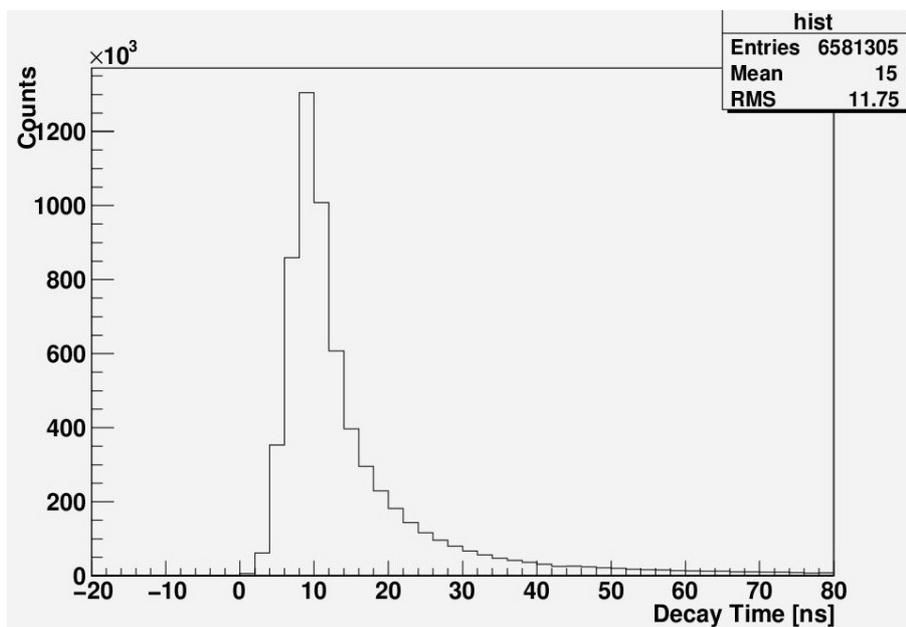


図 4.9: 補正前の崩壊時間

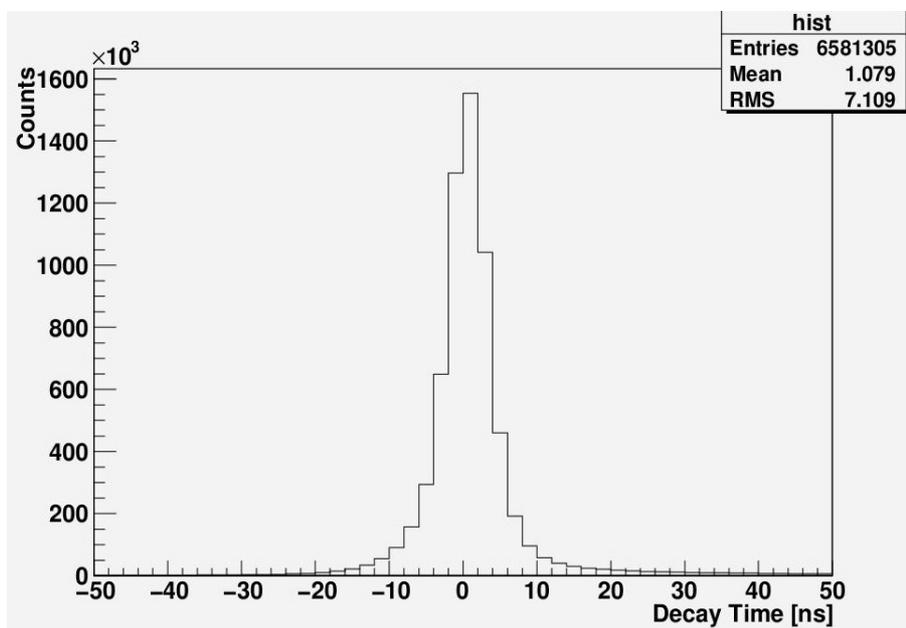


図 4.10: 補正後の崩壊時間

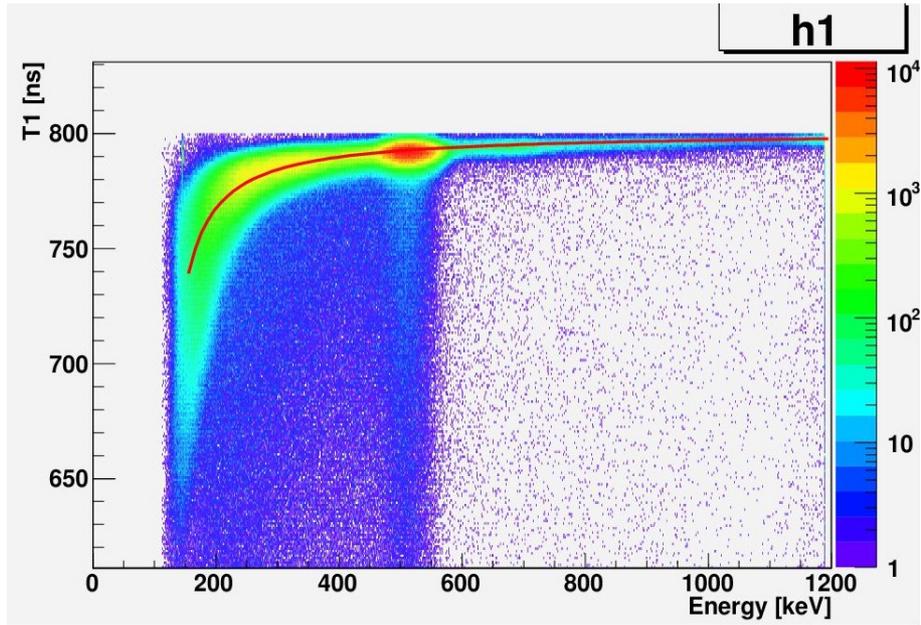


図 4.11: T-Q 補正の fitting

この T-Q 補正後の相関の図が図 4.8 である。

実際に補正前後での崩壊時間の分布が図 4.9 と図 4.10 である。そこで補正前後の崩壊時間の分布において Gaussian をとってみると、T-Q 補正前の図 4.9 の分散が

$$\sigma = 3.19160 \pm 2.00463 \times 10^{-3}$$

となり、T-Q 補正後の図 4.10 の分散が

$$\sigma = 2.91787 \pm 1.45828 \times 10^{-3}$$

となった。これより T-Q 補正すると分散が小さくなり、さらに 2 つの図 4.9 と図 4.10 を見比べると補正前の方が補正後よりテールが長いことから、今回の T-Q 補正はしっかりと補正できているとみなした。

また、図 4.11 から fitting の関数がデータの密集した部分を通っていることがわかり、この T-Q 補正は整合しているといえる。

4.4 pick-off 補正前の寿命

4.4.1 threshold の特定

寿命を求める際、threshold(以下では THR と書く) による影響を取り除くため、また理論上 o-Ps に 511 KeV 以上のものは存在しないためにエネルギーのカットが必要である。そこでまず、THR の位置を特定した。

理想的には図 4.12 のように THR のエネルギー E_T 以下のエネルギーは綺麗に全てカットされる。点線は THR が無い場合のエネルギースペクトルである。しかしながら現実には ADC の分解能があるために図 4.13 のように E_T の上下に影響が出る。このなだらかな曲線の形は分からず、また必要なことは THR の影響を取り除くことであるので THR の影響が出始める E_{Tmax} を THR のエネルギー値として取り扱うことにした。

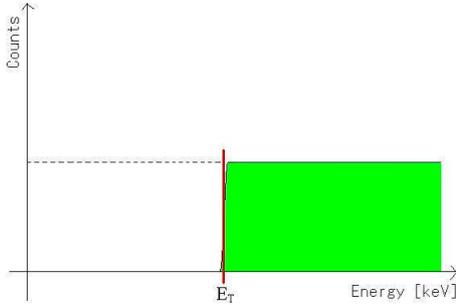


図 4.12: 理想的な THR 近傍の挙動

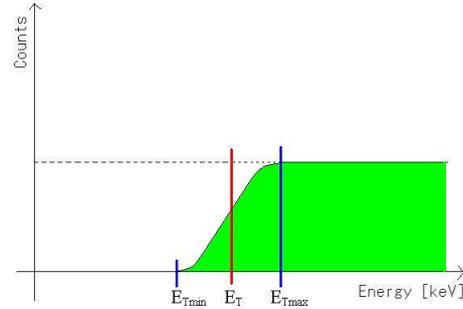


図 4.13: 現実の THR 近傍の挙動

THR の特定には ^{137}Cs を用いた。 ^{137}Cs を用いた理由は放出される γ 線が 662 keV の一本だけであるので THR の位置を特定しやすいからである。図 4.14 が測定した ^{137}Cs のエネルギースペクトルである。低エネルギー領域のスペクトルは主にコンプトン散乱によるものであり、おおよそ図 4.15 のようなフラットになるはずである。しかしながらこの図 4.14 では 200 keV 以下で急激に落ちている。これが THR の影響によるものだと考えられ、その落ち始めを調べると

$$E_{Tmax} = 198.2 \pm 1.2 \text{ [keV]} \quad (4.11)$$

となった。

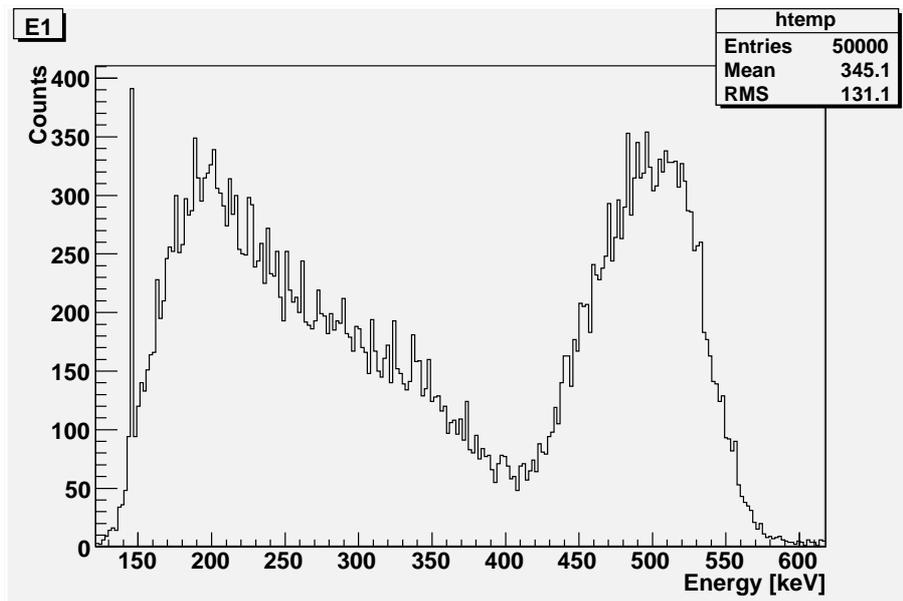


図 4.14: ^{137}Cs のエネルギースペクトル

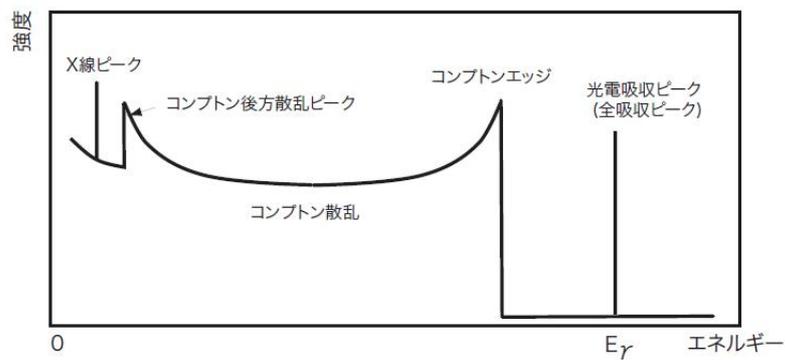


図 4.15: 単一エネルギーの γ 線のエネルギースペクトル [3] 単一エネルギーの γ 線がシンチレータに入射すると、光電効果による線スペクトルとコンプトン散乱による連続スペクトル等が見える。

4.4.2 pick-off 補正前の fitting

前小節で求めた E_{Tmax} を元に余裕を持たせて fit に使用するエネルギー範囲を $240 \text{ keV} < E < 515 \text{ keV}$ とした。511 keV 以下ではなく 515 keV 以下としたのは 511 keV のものと思われるピークが 511 keV より右にずれていたからである。

このエネルギー範囲においてキャリブレーションや T-Q 補正を行った図 4.16 のタイムヒストグラムを fit 関数

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B \quad (4.12)$$

(ただし N_0 は定数、 τ は寿命、 B は background(BG) である) を用いて fit した (図 4.17)。fit 範囲に関しては、fit start time は 50 ns から 10 ns 刻みでエラーが大きくなるまで (具体的にはエラーが 40 ns を超えるまで) 変え、fit end time は固定するという手法をとった。700~800 ns は BG が多いため fit end time は 700 ns とした。

各 fitting による結果は図 4.18 の通りである。なお、赤線は理論値 142.01 ns である。このデータを見ると 50~200 ns の傾向と 200 ns 以降の傾向が異なることがわかる。200 ns 以降はおおよそ一定であるが、50~200 ns は fit start time が小さいほど寿命が小さくなる傾向が見て取れる。50~200 ns の傾向は pick-off から大きな影響を受けているからであると考えられる。そこで、最小二乗法により寿命 τ を出す際、それに使うデータを 50~450 ns 全ての場合と 200~450 ns という一部の場合に分けた。その結果は以下の通りである。

$$\tau = \begin{cases} 125.313 \pm 0.270 \text{ [ns]} & (50 \sim 450 \text{ ns のデータ}) \\ 129.455 \pm 0.875 \text{ [ns]} & (200 \sim 450 \text{ ns のデータ}) \end{cases} \quad (4.13)$$

どちらの場合にせよこれは理論値とは異なる。この原因は pick-off によるものであると考えられる。よって今回の実験ではさらに pick-off の解析をし、補正を行った。

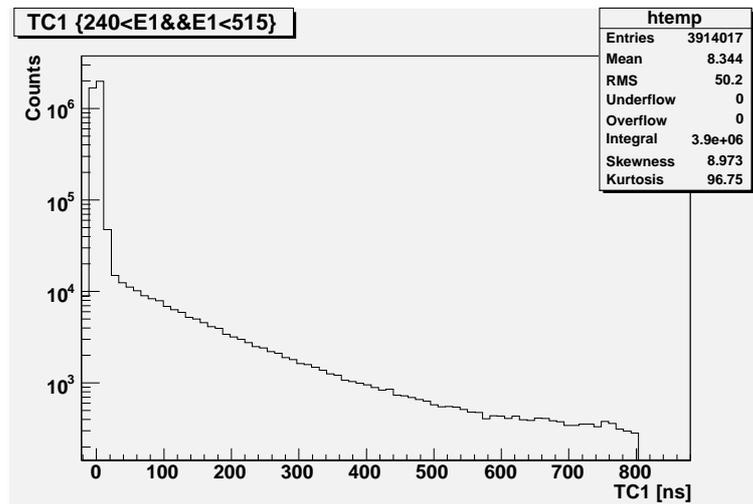


図 4.16: Time ヒストグラム

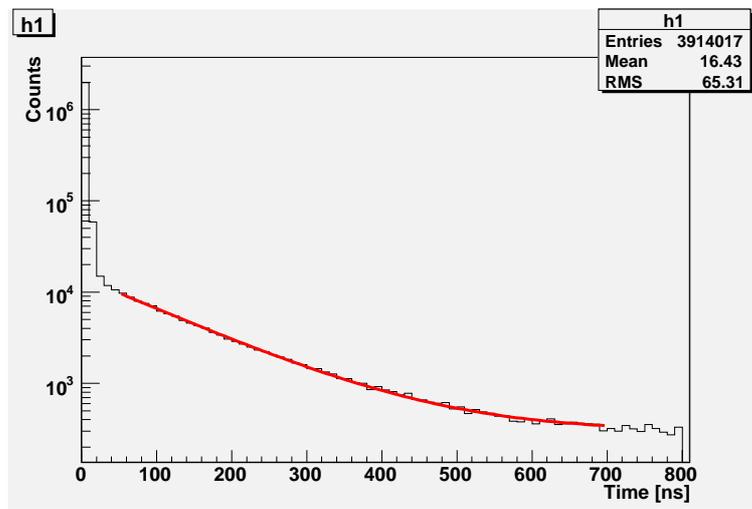


图 4.17: fitting

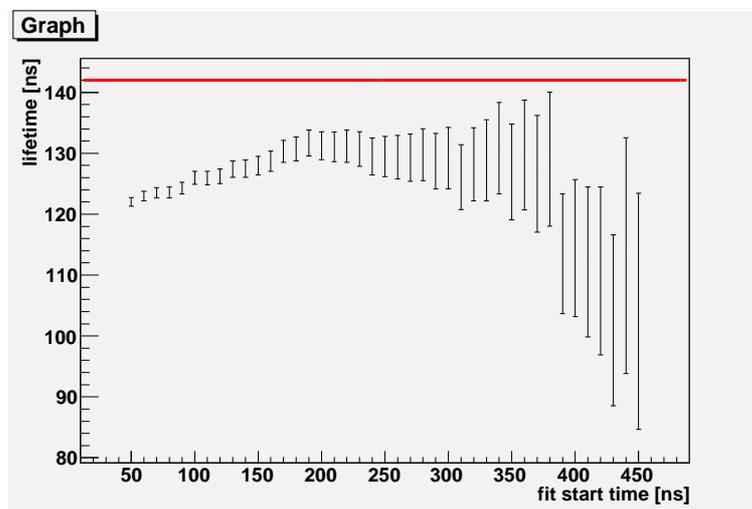


图 4.18: fitting 結果

4.5 pick-offの解析

4.5.1 pick-offの崩壊率の時間依存性

過去の A1、A2 の o-Ps の寿命測定においては pick-off する崩壊率 Γ_{pick} を定数として扱ってきた。しかしながら実際には熱化と呼ばれるものが存在し、pick-off する崩壊率 Γ_{pick} は時間 t の関数となる [1]。

それを考慮すると観測される物質中の崩壊率 Γ は

$$\Gamma(t) = \Gamma_{\text{ortho}} + \Gamma_{\text{pick}}(t) \quad (4.14)$$

(ただし、 Γ_{ortho} は真空中の o-Ps の崩壊率であり定数である) と書けるので t 依存性を持つ。 $\tau_{\text{ortho}} \equiv 1/\Gamma_{\text{ortho}}$ で定義される真空中の o-Ps の寿命 τ_{ortho} を用いると o-Ps のタイムスペクトル $N(t)$ が式 4.12 から

$$N(t) = N_0 \exp \left\{ -\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \int_0^t \left(1 + \frac{\Gamma_{\text{pick}}(t')}{\Gamma_{\text{ortho}}} \right) dt' \right\} + B \quad (4.15)$$

と変更される。これを補正 fit 関数と呼ぶことにする。

4.5.2 THR によるカットの評価

式 4.15 で fit するためには $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ を求める必要がある。そしてその $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ はエネルギースペクトルを用いて求めるが、THR で切れた分も補填しなければならない。

HPGe 検出器を用いた o-Ps のエネルギースペクトルは文献 [4] によると図 4.19 のようになっている。今回用いた検出器は NaI 検出器であり単純比較はできないが、この文献データより $\text{THR}(E_{\text{Tmax}})$ 以下のエネルギー領域でイベント数が大きく増えたり、大きく減ったりしないと考え、我々は図 4.20 の青線のように E_{Tmax} 以下でフラットな分布であると仮定した。

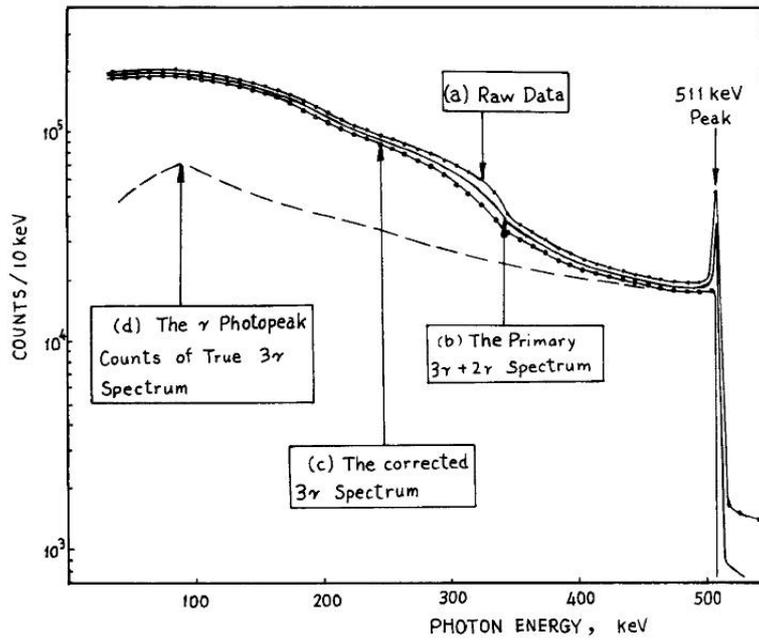


図 4.19: HPGe 検出器を用いた o -Ps のエネルギースペクトルの文献データ [4]

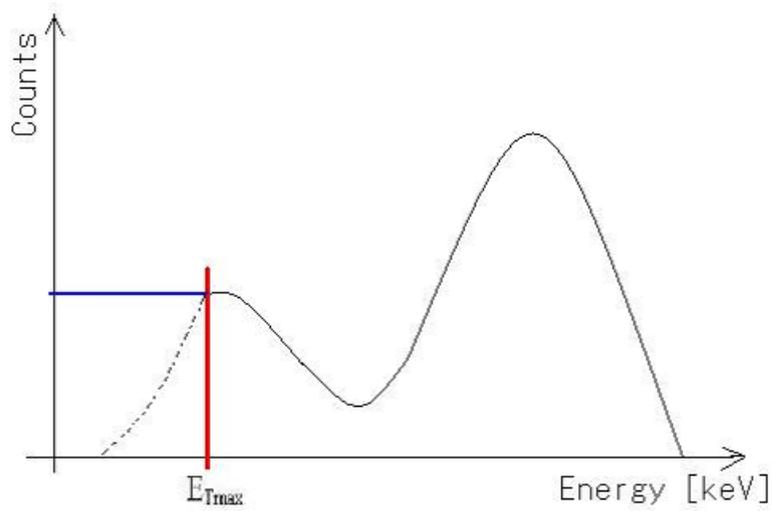


図 4.20: E_{Tmax} 以下のエネルギーの形の仮定。点線は実際に測定されるデータ。青線が今回の仮定

4.5.3 $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ の解析

$\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ を求めるため、まずいくつかの変数を定義する。

$$\begin{aligned} N_{3\gamma} &\equiv (\text{測定した } 3\gamma \text{ のイベント数}) \\ N_{\text{pick}} &\equiv (\text{測定した pick-off のイベント数}) \\ N_{\text{THR}} &\equiv (\text{THR で切られたイベント数}) \\ \varepsilon_{3\gamma} &\equiv N_{\text{THR}} / (N_{\text{THR}} + N_{3\gamma}) \\ \varepsilon_{\text{pick}} &\equiv N_{\text{THR}} / (N_{\text{THR}} + N_{\text{pick}}) \end{aligned}$$

これらを用いて $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ は次の式 4.16 のように書ける (付録 A)。

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}}{\Gamma_{\text{ortho}}} = \frac{3}{2} \frac{1 - \varepsilon_{3\gamma}}{1 - \varepsilon_{\text{pick}}} \frac{N_{\text{pick}}}{N_{3\gamma}} \quad (4.16)$$

必要なものの数を数えてやれば $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ は求まるがこれらは時間依存性があるので、時間を次の表 4.2 のように分割した。以下では、例えば 200 ~ 250 [ns] の範囲のデータを指す時には範囲 B 等と書くこととする。

範囲 BG のデータを background のデータとして他のデータから BG を差し引いた。なおその BG のエネルギースペクトルは図 4.21 の通りである。500 keV 付近のピークはアクシデンタルであると考えられる。以下では範囲 A ~ H、base のデータは既に規格化した BG を差し引いたものを指し示すとする。

図 4.22 は範囲 A ~ H、base のデータを合わせて描写したものである。時間が経つにつれて (範囲 A から順番に見るにつれて)、100 ~ 400 ns にあるピークの高さに比べて 400 ~ 600 ns にあるピークの高さが低くなっていることが分かる。pick-off のエネルギースペクトルは p-Ps と同じようなものと考えられ 511 keV にピークが立つことから、これは熱化により pick-off となる割合が時間が経つにつれて小さくなっていると解釈できる。

そこで範囲 base のデータは十分に熱化したと仮定し、pick-off が含まれていない純粋な o-Ps のエネルギースペクトルデータ (以下では base データと呼ぶ) として用いることにした。そのエネルギースペクトルは図 4.23 の通りである。

表 4.2: 時間の分割

記号	分割範囲 [ns]	グラフの色
A	100 ~ 150	黒
B	150 ~ 200	赤
C	200 ~ 250	黄緑
D	250 ~ 300	青
E	300 ~ 350	黄
F	350 ~ 400	ピンク
G	400 ~ 450	水色
H	450 ~ 500	緑
base	500 ~ 800	紫
BG	700 ~ 800	灰色

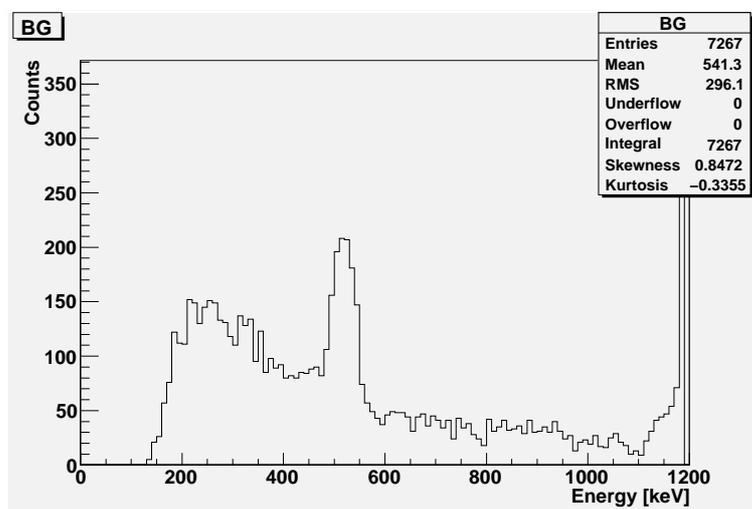


図 4.21: 700 ~ 800 ns の BG データ

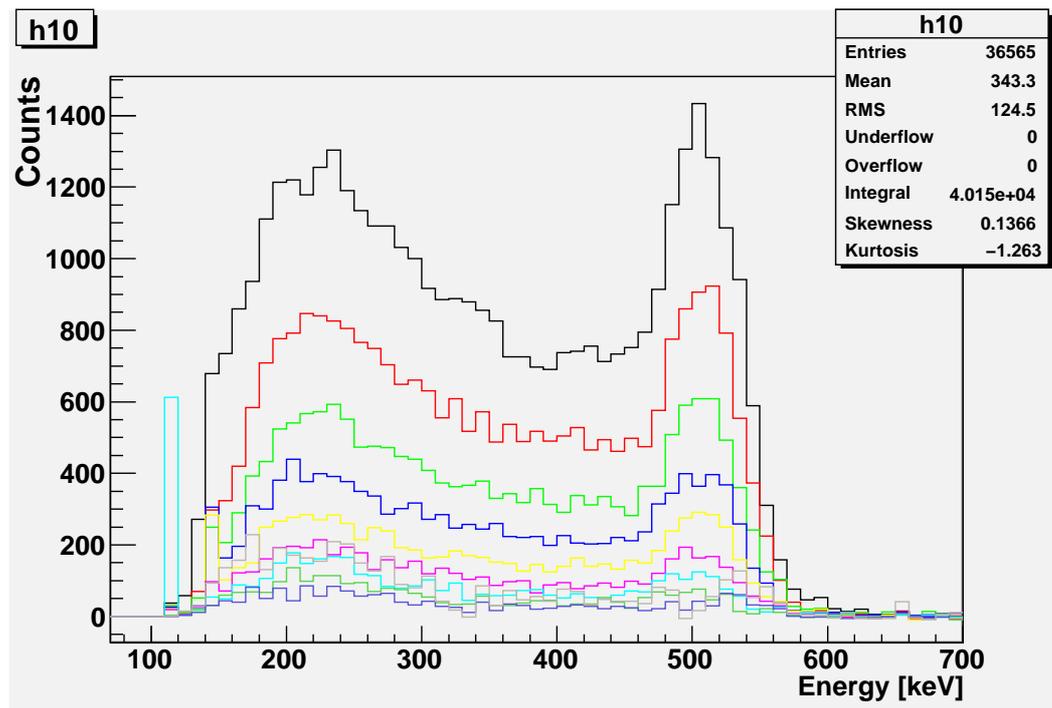


図 4.22: 各範囲のエネルギーデータ

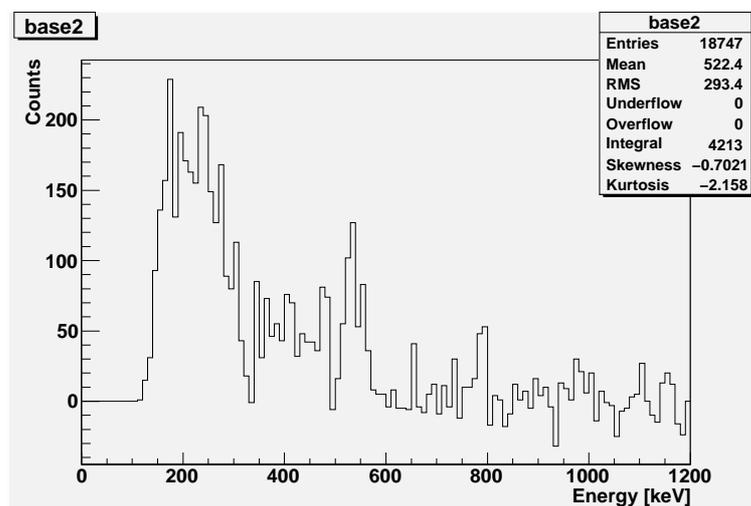


図 4.23: BG を引いた 500 ~ 800 ns の base データ

この base データや範囲 A ~ H のデータを用いて必要なものを求めた。まず、pick-off においてこのエネルギースペクトルは p-Ps の分布によく似ていて、光電ピークに比べてコンプトン散乱のスペクトルは小さいと考えられるので、今回はコンプトン散乱のスペクトルは光電ピークに比べて無視することにした。これによりコンプトン散乱によるスペクトルは全て o-Ps によるものであるとみなすことになる。また、 $\varepsilon_{\text{pick}}$ は 0 となる。

そこで、各時間範囲のデータのコンプトン散乱によるスペクトルが全て o-Ps のものとなるように base データを scale 倍した。具体的にはそれぞれにおいて 100 ~ 400 keV の Integral を取り、各時間範囲のデータの値と base データの値の比により scale 倍した。表 4.3 がその結果である。範囲 H のデータはイベント数が少なくばらつきが大きかったので以下では使用しないことにした。

このそれぞれの倍率で scale 倍をした base データをその時間範囲での純粋な o-Ps のエネルギースペクトルデータとした。また、各時間範囲において、エネルギースペクトルデータからその時間範囲での純粋な o-Ps のエネルギースペクトルデータを差し引くことで pick-off のデータとした。例えば、範囲 C のデータならば、その範囲 C の pick-off データは

$$(\text{範囲 C の pick-off データ}) = (\text{範囲 C のデータ}) - (\text{範囲 C の scale 倍倍率}) \times (\text{base データ})$$

となる。

これら各時間範囲の o-Ps のデータ、pick-off のデータを用いて必要な $\varepsilon_{3\gamma}$ や $N_{3\gamma}$ 、 N_{pick} を求めた。そしてその値を使って各時間範囲における $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ を計算した。それぞれの値は表 4.4 にまとめた。誤差が突然現れているが、その評価の仕方については考察で述べる。 $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ の値をグラフにしたのが図 4.24 である。

この図 4.24 のグラフから $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ の形を求めなければならない。時間が経つに連れて $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}}$ が減っていて、また $t \rightarrow \infty$ で $\Gamma_{\text{pick}}(t)/\Gamma_{\text{ortho}} \rightarrow (\text{一定値})$ になる [5] ことから

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}(t)}{\Gamma_{\text{ortho}}} = p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) + r \quad (4.17)$$

(p 、 q 、 r は定数) の形の関数が予想される。しかしながら今回は base データを純粋な o-Ps のデータとしているので $r = 0$ の

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}(t)}{\Gamma_{\text{ortho}}} = p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) \quad (4.18)$$

という関数を想定し、これを補正関数と呼ぶことにする。この式 4.18 を用いて図 4.24 のグラフを fitting すると図 4.25 のようになり、 p 、 q の値は次のようになった。

$$p = 0.2042 \pm 0.0430$$

$$q = 589.1 \pm 280.4$$

表 4.3: 100 ~ 400 keV のイベント数と scale 倍率

	100 ~ 400 keV の イベント数	scale 倍 倍率
A	25440	8.485
B	16290	5.403
C	10846	3.609
D	7696	2.562
E	4902	1.632
F	3550	1.182
G	2554	0.850
H	1766	0.588
base	3004	

表 4.4: 各時間範囲における $\varepsilon_{3\gamma}$ や $N_{3\gamma}$ 、 N_{pick} 、 $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ の値

	$\varepsilon_{3\gamma}$	$N_{3\gamma}$	N_{pick}	$\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$
A	0.3006	35950	4451	0.1299±0.0260
B	0.3246	22760	3165	0.1409±0.0258
C	0.3279	15200	2130	0.1413±0.0262
D	0.3500	10790	1244	0.1124±0.0260
E	0.3451	6879	1347	0.1923±0.0278
F	0.3623	4980	401	0.0770±0.0280
G	0.4176	3581	226	0.0552±0.0272

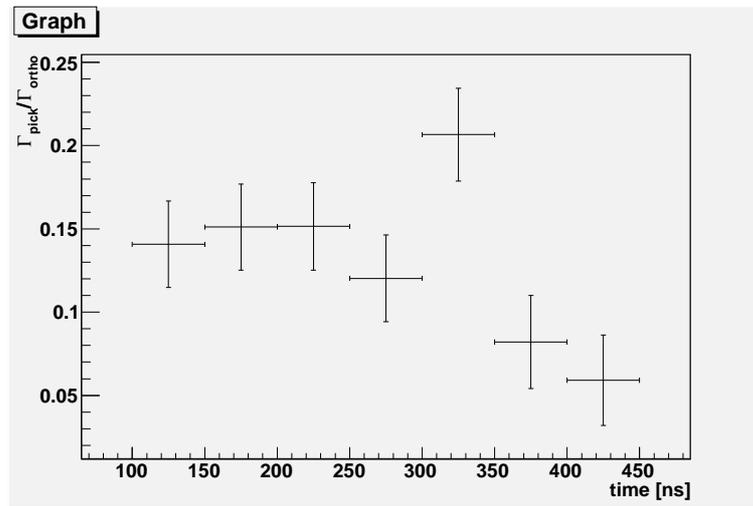


図 4.24: $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ のグラフ

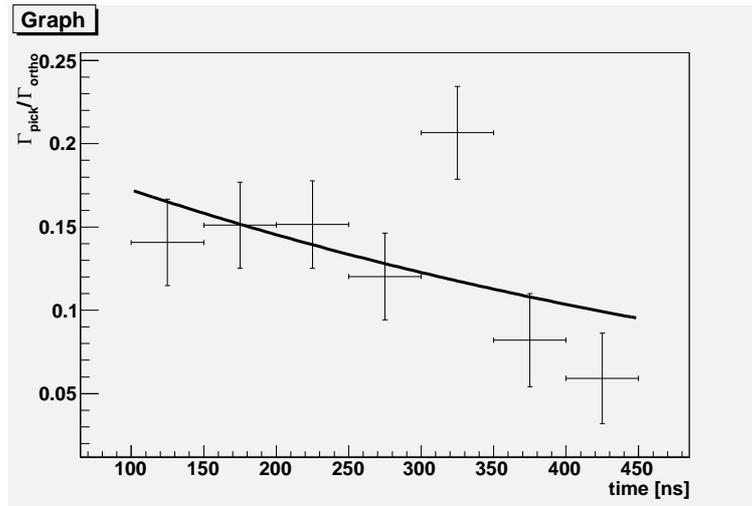


図 4.25: $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ の関数 fitting

4.5.4 pick-off 補正後の fitting

式 4.18 を使って式 4.15 の exponential 内の t' 積分を計算すると補正 fit 関数は次の式 4.19 のようになる。

$$N(t) = N_0 \exp \left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left\{ t - pq \exp \left(-\frac{t}{q} \right) \right\} \right] + B \quad (4.19)$$

この補正 fit 関数を使って図 4.16 を fit した。エネルギーカットや fit 範囲は第 4.4.2 節と同じ条件で行った。その fit 結果は図 4.26 となった。赤線は理論値である。また、補正前との比較は図 4.27 の通りである。これより寿命 τ_{ortho} を求めると次のようになった。

$$\tau_{\text{ortho}} = 143.5 \pm 0.3 \text{ [ns]} \quad (4.20)$$

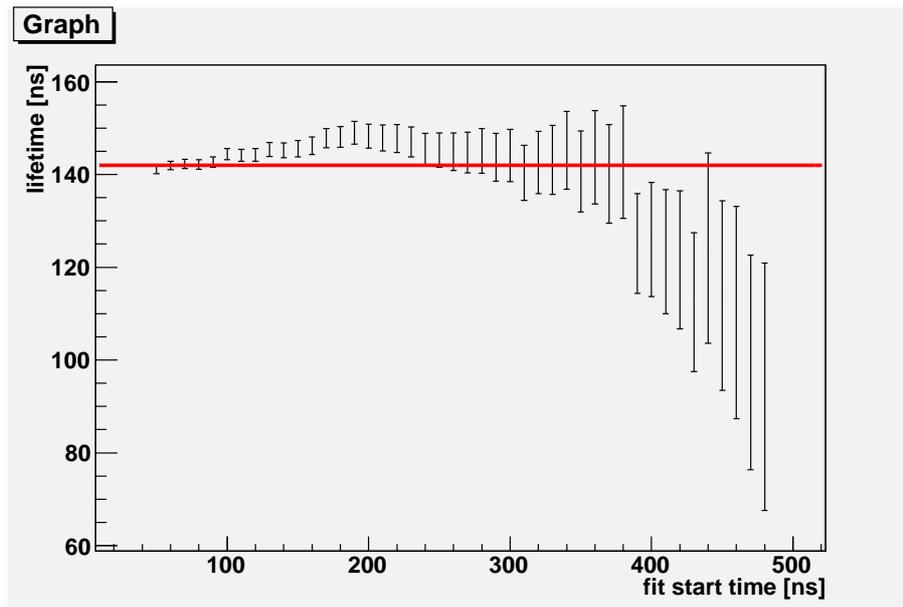


図 4.26: pick-off 補正後の fitting

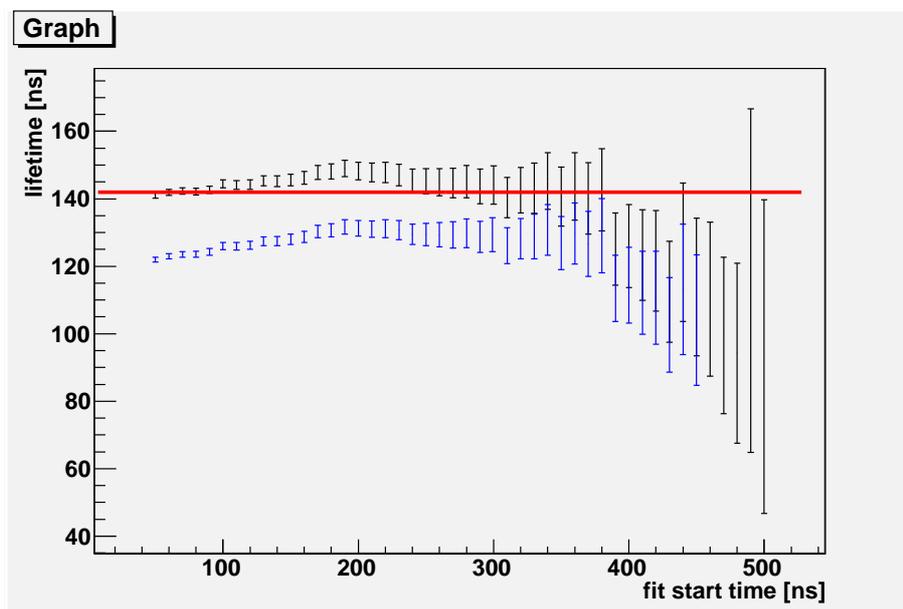


図 4.27: 補正前と補正後の fitting の比較。黒線は補正後の結果であり、青線は補正前の結果である

第5章 考察

5.1 誤差の評価

オルソポジトロニウムの寿命を評価するためには、 $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{3\gamma}$ の時間依存性を知る必要があるのだった。それを調べるために、ここでは $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{3\gamma}$ の誤差を評価する。理想的な pick-off、 3γ のカウント数をそれぞれ N_{pick}^* 、 $N_{3\gamma}^*$ 、実際の pick-off、 3γ のカウント数をそれぞれ N_{pick} 、 $N_{3\gamma}$ とし、 $N_{3\gamma}^*$ に対する threshold によってカットされたカウント数の割合を $\epsilon_{3\gamma}$ とすれば、 $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{3\gamma}$ は、

$$u \equiv \frac{\Gamma_{\text{pick}}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{3N_{\text{pick}}^*}{2N_{3\gamma}^*} = \frac{3}{2}(1 - \epsilon_{3\gamma}) \frac{N_{\text{pick}}}{N_{3\gamma}} = \frac{3wx}{2y} \quad (5.1)$$

$$w = 1 - \epsilon_{3\gamma} \quad (5.2)$$

$$x = N_{\text{pick}} \quad (5.3)$$

$$y = N_{3\gamma} \quad (5.4)$$

のように表される。これと測定量 N 、 N_1 、 N_b 、 N_{b1} との関係は次のようになっている。

$$x = N - \frac{N_1}{N_{b1}} N_b \quad (5.5)$$

$$y = \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \quad (5.6)$$

$$\epsilon_{3\gamma} = \frac{N_{\text{THR}}}{N_{\text{THR}} + y} \quad (5.7)$$

ただし、 N は全カウント数、 N_b は base ヒストグラムのカウント数、 N_1 、 N_{b1} はそれらの $0 \leq E \leq 400$ におけるカウント数である。また、 N_{THR} は、全ヒストグラムのうち threshold でカットされたカウント数である。 N_{THR} は直接測定することができない量であるので、推定値 (N'_{THR} と書く) を用いることにする。従って、ある量 Q に対する誤差を σ_Q のように書くことにすれば、測定量の誤差は次のように伝播することが分かる。

$$\sigma_u = \pm u \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2} \quad (5.8)$$

$$\sigma_x = \pm \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \sqrt{\left(\frac{N_{b1}}{N_1 N_b} \sigma_N\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_{b1}}}{N_{b1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_b}}{N_b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2} \quad (5.9)$$

$$\sigma_y = \pm \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_b}}{N_b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_{b1}}}{N_{b1}}\right)^2} \quad (5.10)$$

以下では次のような仮定の下で誤差を評価していくことにする。

- pick-off の Compton 効果は無視できるほど少ない
- threshold でカットされたカウント数は、推定値 N'_{THR} を用いてよい
- base ヒストグラムに混ざっている pick-off のカウント数は無視できるほど少ない

これらの妥当性と、これらの仮定がもたらす系統誤差については、次節以降で述べる。測定値と、その誤差を表 5.1、5.2、5.3 にまとめる。

表 5.1: カウント数

時間範囲	N	N_1	N_{THR}
$100 < T < 150$	40200	25490	17275
$150 < T < 200$	25930	16290	12464
$200 < T < 250$	17330	10846	8454
$250 < T < 300$	12040	7696	6484
$300 < T < 350$	7992	4902	4212
$350 < T < 400$	5380	3550	3056.5
$400 < T < 450$	3806	2554	2728.5

表 5.2: 誤差

時間範囲	σ_N	σ_{N_1}
$100 < T < 150$	200.4994	159.6559
$150 < T < 200$	161.0279	127.6323
$200 < T < 250$	131.6435	104.1441
$250 < T < 300$	109.7269	87.72685
$300 < T < 350$	89.39799	70.01428
$350 < T < 400$	73.34848	59.58188
$400 < T < 450$	61.69279	50.53712

表 5.3: base のカウント数

N_b	σ_{N_b}	N_{b1}	$\sigma_{N_{b1}}$
4213	64.90762667	3004	54.80875842

各時間範囲における計数値には統計的な揺らぎがあるはずである。計数そのものはガウス分布に従うと仮定すると、計数が N の時の標準偏差は \sqrt{N} である。測定値 N 、 N_1 、 N_b 、 N_{b1} の誤差はこのことに基づいて評価した。これらの結果から式 (5.8) を計算すると、図 5.1 のようになる。これを、式 (5.11) でフィッティングした結果、パラメーター p 、 q の値

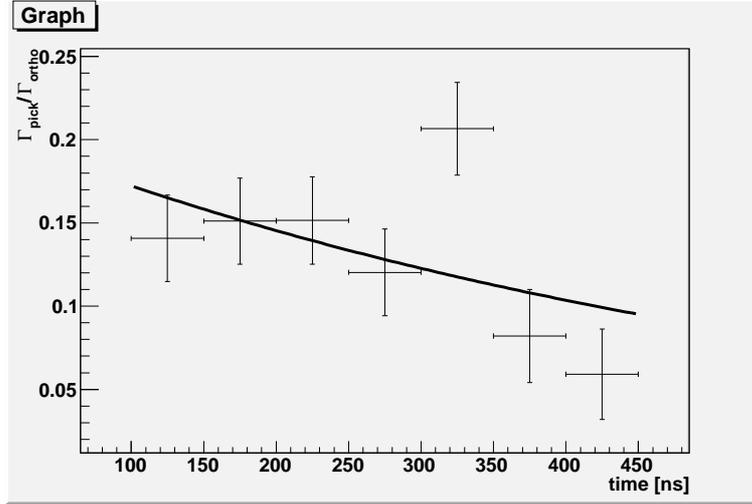


図 5.1: $\Gamma_{\text{pick-off}}/\Gamma_{3\gamma}$ の時間依存性

は次のようになった。

$$\Gamma_{\text{pick-off}}/\Gamma_{3\gamma} = p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) \quad (5.11)$$

$$p = 0.2042 \pm 0.0430$$

$$q = 589.1 \pm 280.4$$

$\Gamma_{\text{pick-off}}/\Gamma_{3\gamma}$ の時間依存性が評価できたので、式 (4.15) に (5.11) を代入することにより、寿命の評価関数

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}}\left(t - pq \exp(-t/q)\right)\right) + B \quad (5.12)$$

が得られる。最終的にオルソポジトロニウムの寿命は、

$$143.5 \pm 0.3[\text{ns}] \quad (5.13)$$

となる。

5.2 pick-off の Compton 効果

前節で指摘したように、今回の解析では pick-off からの Compton 効果を無視している。これは、base ヒストグラムを $0 < E < 400$ におけるカウント数に基づいて規格化し、

全ヒストグラムから引いて pick-off のカウント数を数えるという評価方法を取っているためである。原理的には $0 < E < 400$ の範囲で、pick-off のカウントは 0 になるので Compton 効果が排除されているのである。実際には、pick-off からの Compton 効果があるはずなので、より正確にはこの寄与を見積もる必要がある。この節ではその方法について述べる。pick-off の低エネルギー側での寄与を見積もるために、base ヒストグラムとは別に純粋な pick-off のエネルギースペクトルを用意する。まず、生データから accidental なイベントなどをカットした TDC のヒストグラムを用意する。このヒストグラムのうち、 $700 < t$ の領域はバックグラウンド、 $80 < t < 700$ の領域はパラポジトロニウム以外、 $-1 < t < 2$ の領域はパラポジトロニウムが、それぞれの大半を占めているとみなせる。これらの時間範囲におけるエネルギースペクトルをそれぞれ h1、h2、h4 と呼ぶことにする。

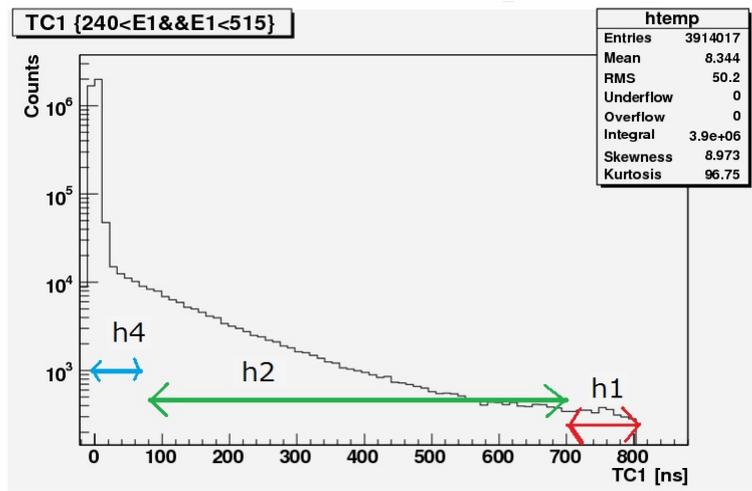


図 5.2: TDC

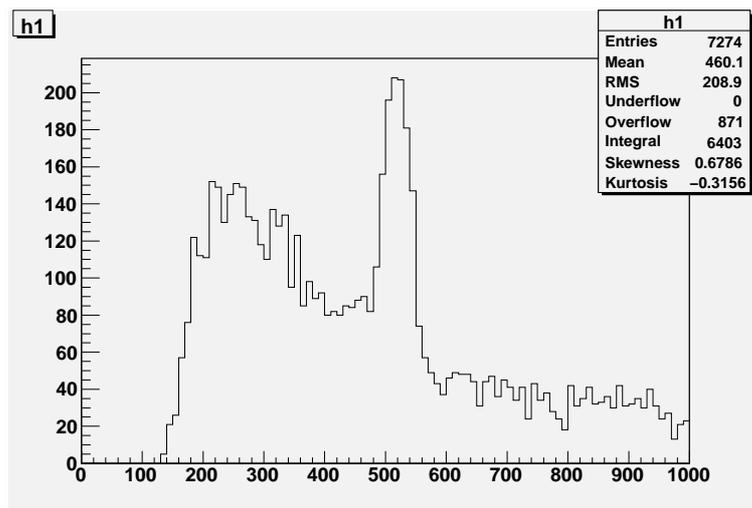


図 5.3: h1:バックグラウンドのエネルギースペクトル

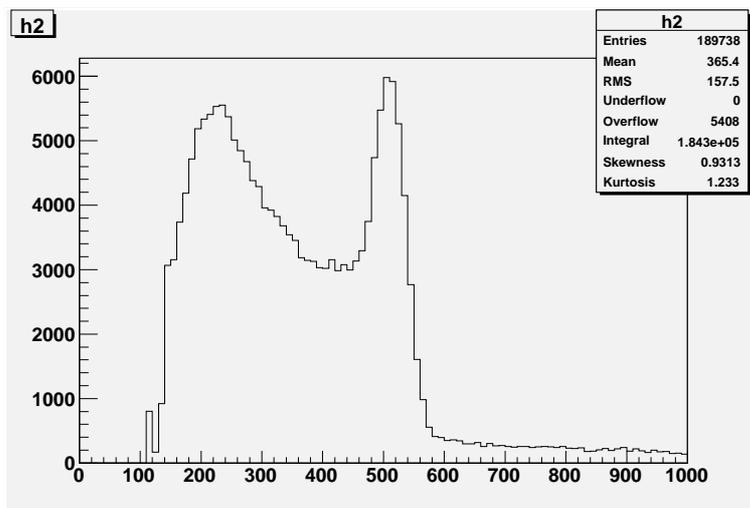


図 5.4: h2:パラポジトロニウム以外のエネルギースペクトル

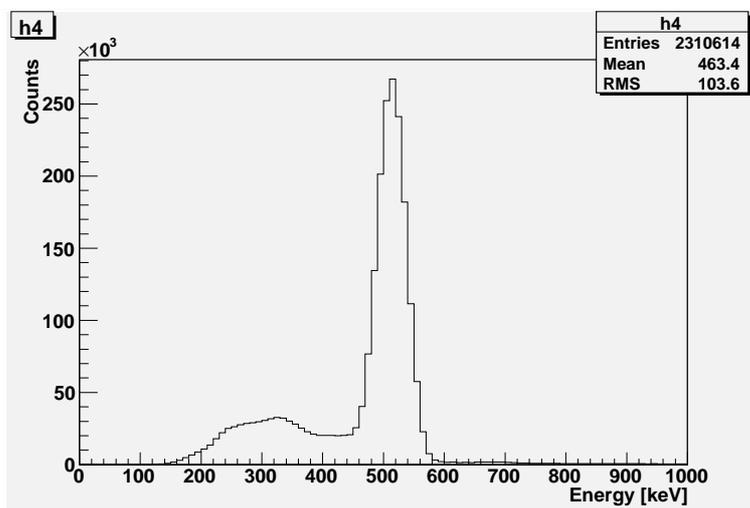


図 5.5: h4:パラポジトロニウムのエネルギースペクトル

また、h1 を適当に規格化し、h2 からその分を引いたものを h3 とする。この操作は h2 からバックグラウンドの寄与を消すために行っている。一方 h4 では、パラポジトロニウムに比べて他の事象は十分少ないので、この操作は必要ない。次に、h3 と h4 から pick-off のエネ

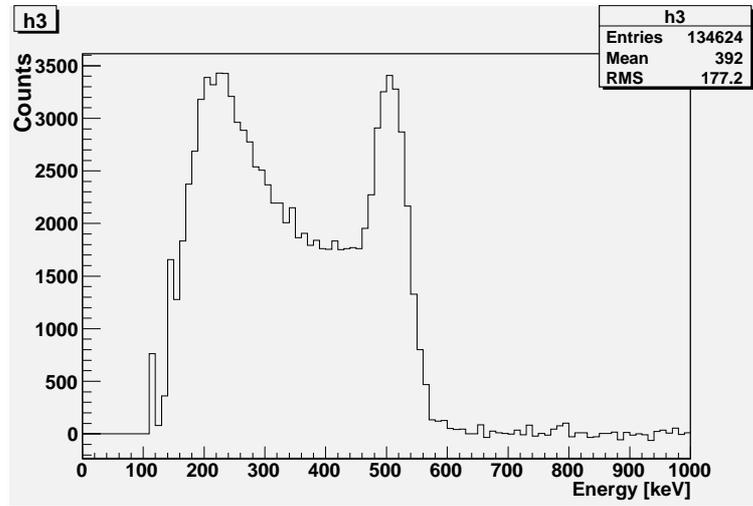


図 5.6: h3:h2 からバックグラウンドを引いたもの

ルギースペクトルを推定する方法を考える。pick-off もパラポジトロニウムも、2 に崩壊するイベントであるので、エネルギースペクトルの形は同じになると考えられる。従って、h4 を適当に規格化すれば pick-off のエネルギースペクトルが得られたとして良い。この規格化は、h3 の 511keV ピークに h4 の 511keV ピークが一致するように行う。(h3 の 511keV ピークが、すべて pick-off のものによると仮定している。) どちらのピークも Gaussian であると仮定すれば、このピークの高さは誤差を含めて評価することができる。

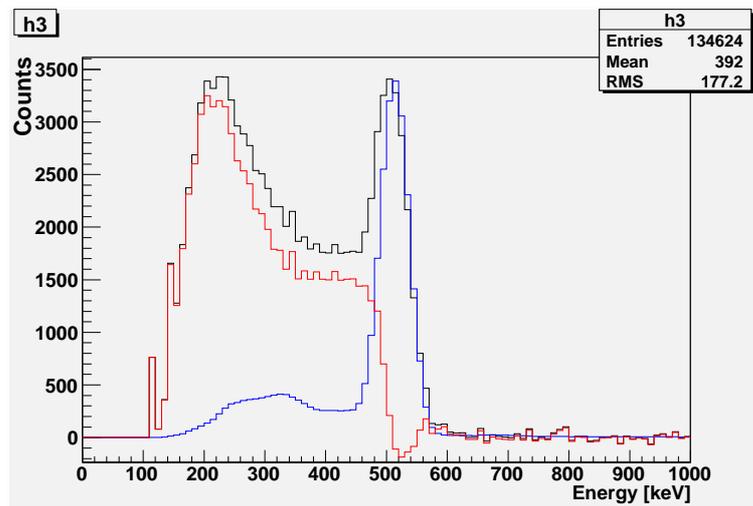


図 5.7: h4 を規格化して h3 に重ねる

これまでの解析で使用してきた全ヒストグラムは、pick-off と 3γ からなっているので、

base と pick-off ヒストグラムの線形結合で表されるはずである。base ヒストグラム、pick-off ヒストグラム、全ヒストグラムのカウント数を、それぞれ p_i 、 q_i 、 r_i ($i = 1, 2$) とする。ただし、 $i = 1$ は $0 < E < 400$ におけるカウント数、 $i = 2$ は $400 < E$ におけるカウント数であるとする。 a 、 b を定数として

$$r_1 = ap_1 + bq_1 \quad (5.14)$$

$$r_2 = ap_2 + bq_2 \quad (5.15)$$

が成り立つように a 、 b を定めれば、スケール倍が定まり、pick-off の Compton が評価できることになる。この場合、測定量は p_1 、 p_2 、 q_1 、 q_2 、 r_1 、 r_2 であり、不確かさは $\sqrt{p_1}$ などのようになるので、スケール倍のパラメーターへの誤差の伝播は次のようになる。

$$\sigma_a = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{k^2}{l^2} \left(p_1^2 \sigma_{q_2}^2 + p_2^2 \sigma_{q_1}^2 + q_1^2 \sigma_{p_2}^2 + q_2^2 \sigma_{p_1}^2 \right) + q_1^2 \sigma_{r_2}^2 + q_2^2 \sigma_{r_1}^2 + r_1^2 \sigma_{q_2}^2 + r_2^2 \sigma_{q_1}^2}$$

$$k = q_2 r_1 - q_1 r_2$$

$$l = p_1 q_2 - q_2 p_1$$

σ_b は、上式において $p_1 \leftrightarrow q_2$ 、 $p_2 \leftrightarrow q_1$ 、 $r_1 \leftrightarrow r_2$ の置き換えをすればよい。解析方法をこのように変更した場合、式 (5.2) (5.3) (5.4) の値とその誤差に影響が及ぶことになる。

5.3 threshold に関する系統誤差

前節で用いた N'_{THR} の値は、推定値に過ぎない。慎重にこの誤差を見積もるとすれば、 $\pm N'_{\text{THR}}$ の誤差をつけるのが妥当だと考えられる。そこで、この系統誤差が寿命にどの程度影響してくるかを調べるために、 $N_{\text{THR}} = 0$ 、 $N_{\text{THR}} = 2N'_{\text{THR}}$ の 2 通りの場合について同様の解析を行い、寿命を求める。このとき、 $\epsilon_{3\gamma}$ の値は、

$$\epsilon_{3\gamma} = \begin{cases} 0 & N_{\text{THR}} = 0 \text{ のとき} \\ \frac{2N'_{\text{THR}}}{2N'_{\text{THR}} + N_{3\gamma}} & N_{\text{THR}} = 2N'_{\text{THR}} \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.16)$$

となる。これをもとに式 (5.11) のパラメーターを再度求めた。その結果を表 5.4 にまとめた。

表 5.4: 各場合のパラメーターの値

N_{THR}	p	q
0	$2.71954 \times 10^{-1} \pm 4.43230 \times 10^{-2}$	$6.78002 \times 10^2 \pm 2.82417 \times 10^2$
N'_{THR}	$2.04188 \times 10^{-1} \pm 4.29748 \times 10^{-2}$	$5.89106 \times 10^2 \pm 2.80370 \times 10^2$
$2N'_{\text{THR}}$	$1.43852 \times 10^{-1} \pm 4.13624 \times 10^{-2}$	$5.73398 \times 10^2 \pm 3.65569 \times 10^2$

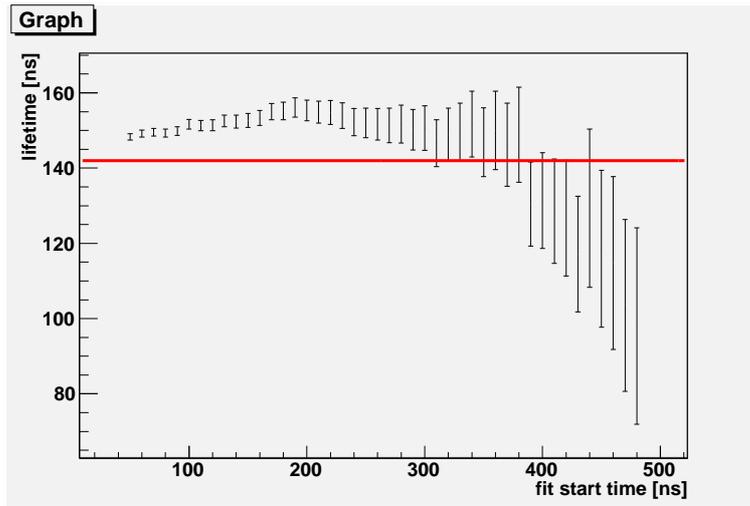


図 5.8: $N_{\text{THR}} = 0$ の時の寿命

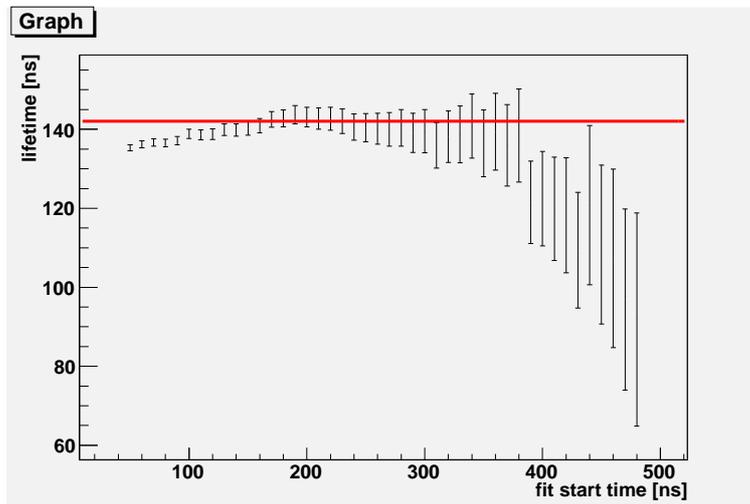


図 5.9: $N_{\text{THR}} = 2N'_{\text{THR}}$ の時の寿命

表 5.5: 各場合の寿命

N_{THR}	$\tau_{3\gamma}$
0	$1.506 \times 10^2 \pm 0.3$
N'_{THR}	$1.435 \times 10^2 \pm 0.3$
$2N'_{\text{THR}}$	$1.380 \times 10^2 \pm 0.3$

それぞれの場合について寿命を求めると、表 5.5 の結果が得られた。この系統誤差は、最

大で 4.986% と見積もられる。

5.4 base ヒストグラムに含まれる pick-off

前節の解析では base ヒストグラムは、純粹に 3γ のみからなると仮定していた。実際にはある程度 pick-off が含まれているために系統誤差が生じる。ここでは、base ヒストグラムに占める pick-off の割合を評価し、寿命にどのような影響があるかを調べる。base ヒストグラムの 511keV ピーク付近 ($450 < E < 590$) のイベントは、pick-off が大きく寄与していると考えられる。この範囲のカウント数は 712 であった。base ヒストグラム全体のカウント数は threshold でカットされたカウント数をどう評価するかによって変わるので、3つの場合に分けて考える。それぞれの場合について寿命を求めた結果は表 5.7 にまとめる。表 5.5 と、表 5.7 の寿命の値を比較することで、pick-off が base ヒストグラムに混ざって

表 5.6: pick-off の割合

N_{THR}	base 全体に占める pick-off の割合
0	0.169
N'_{THR}	0.104
$2N'_{\text{THR}}$	0.0751

表 5.7: 各場合の寿命

N_{THR}	$\tau_{3\gamma}$
0	$1.647 \times 10^2 \pm 0.4$
N'_{THR}	$1.565 \times 10^2 \pm 0.3$
$2N'_{\text{THR}}$	$1.529 \times 10^2 \pm 0.3$

いることによるこの系統誤差を評価することができる。誤差は最大で 10.796% となった。

5.5 キャリブレーション及びTQ補正に伴う誤差

ADC、TDCのキャリブレーションの結果は、次の通りである。()の数字は、各パラメータの相対誤差を表す。

$$\begin{aligned}E[\text{keV}] &= p \times \text{ADC} + q \\p &= 0.260 \pm 0.003(0.1\%) \\q &= 111.5 \pm 0.1(0.1\%) \\T_i[\text{ns}] &= a_i \times \text{TDC} + b_i \\a_1 &= 0.230 \pm 0.008(3.6\%) \\b_1 &= -4.10 \pm 0.65(17\%) \\a_2 &= 0.230 \pm 0.008(3.5\%) \\b_2 &= -4.70 \pm 0.75(16\%)\end{aligned}$$

また、TQ補正の結果は、次の通りである。

$$\begin{aligned}T[\text{ns}] &= -T_1 - \frac{a}{\text{ADC} + b} + c \\a &= 3.2 \times 10^3 \pm 1.4(0.04\%) \\b &= -1.0 \times 10^2 \pm 2.7 \times 10^{-2}(0.03\%) \\c &= 8.0 \times 10^2 \pm 4.1 \times 10^{-2}(0.0002\%)\end{aligned}$$

図5.2のパラポジトロニウムの崩壊のピークが、ほぼ $T = 0$ に立っていることから、TDCのキャリブレーションとTQ補正は上手くいっていることが分かる。一方、図5.5などの511keVピークに相当する部分をGaussianでフィットしてピークの位置を確認した結果、 $E=513.2[\text{keV}]$ にピークがあることが分かった。このように、エネルギーに比較的大きなずれが見られる原因としては、キャリブレーションの際に参考にした点が2点しかなかったことや、データ取得期間(5日間)の間のpedestalの変動を追跡していなかったことなどが考えられる。しかしながら、今回の解析では前節で述べたような系統誤差が全体の誤差の大半を占めているので、このエネルギーのずれが寿命にどの程度影響したのかは明らかでない。

5.6 補正関数の誤差の評価

実験データを用いて補正関数

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}(t)}{\Gamma_{\text{ortho}}} = p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) \quad (5.17)$$

の p 、 q の値を求めた。その値は

$$\begin{aligned}p &= 0.2042 \pm 0.0430 \\q &= 589.1 \pm 280.4\end{aligned}$$

となった。この p 、 q の値を補正 fit 関数

$$N(t) = N_0 \exp \left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left\{ t - pq \exp \left(-\frac{t}{q} \right) \right\} \right] + B \quad (5.18)$$

に代入し fitting を行い寿命を求めた。補正 fit 関数には p 、 q の誤差については取り扱いが難しいために考慮をしなかった。しかしながら実際には考慮しなければならない。そこで誤差が最大の時の場合にどう寿命が変化するかを見ることにした。

解析で用いた誤差なしの p 、 q の値をそれぞれ p_0 、 q_0 として、次の 4 つの場合に分けて考えた。

$$p_{\min} = p_0 - 0.0430$$

$$p_{\max} = p_0 + 0.0430$$

$$q_{\min} = q_0 - 280.4$$

$$q_{\max} = q_0 + 280.4$$

p_{\min} 、 p_{\max} の場合には q は q_0 で固定し、 q_{\min} 、 q_{\max} の場合には p は p_0 で固定した。

寿命を求めると以下のような結果になった (第 4.5.4 章と同じ方法で求めた)。

$$\tau_{\text{ortho}} = \begin{cases} 139.7 \pm 0.3 \text{ [ns]} & (p_{\min} \text{ の時}) \\ 147.3 \pm 0.3 \text{ [ns]} & (p_{\max} \text{ の時}) \\ 141.1 \pm 0.3 \text{ [ns]} & (q_{\min} \text{ の時}) \\ 145.6 \pm 0.3 \text{ [ns]} & (q_{\max} \text{ の時}) \end{cases}$$

実験値は $143.5 \pm 0.3 \text{ [ns]}$ 。

誤差を考慮しない場合と比べて、 p の誤差を考慮すると $\pm 4 \text{ ns}$ 程度広がり、 q の誤差を考慮すると $\pm 2 \text{ ns}$ 程度広がる。これらの誤差を考慮する場合、特に p の誤差を考慮するべきであると考えられる。

5.7 測定精度の向上の余地について

測定精度を向上させるには、とにかく系統誤差を低減させる工夫が必要になる。その手法として、次の 4 点が考えられる。第 1 の方法は、単純により多くの統計をためることである。base ヒストグラム (純粋に 3γ イベントだけから成っていると見なしていたヒストグラム) は、時間範囲にして $500 < T < 800$ のものを採用していたが、この時間のスタート位置を遅らせれば pick-off の割合はそれだけ減少する。今回それができなかったのは、統計が少なく 3γ イベントそのものが見えにくくなっていたからである。第 2 の方法は、別の線源を用意し、 2γ のみからなるエネルギースペクトルを作ることである。そのような線源として例えば ^{64}Cu が挙げられる。[6] この線源から得たエネルギースペクトルの 511keV ピークに着目して適当に規格化すれば、信頼性の高い pick-off のエネルギースペクトルを得ることができる。[4] 第 3 の方法は、threshold を下げて、低エネルギーの振る舞いを見やすくすることである。ただし、threshold を下げるとバックグラウンドの増加が予想され

るので、より多くの統計が必要になると考えられる。しかしながら、今回の測定で使用した装置では、すでに threshold を最低に設定しているため HV を高めに設定するなどの工夫が必要である。第 4 の方法は、モンテカルロシミュレーションによってエネルギースペクトルを推定することである。NaI(Tl) シンチレタの位置関係などの情報を考慮することにより、pick-off 2γ と 3γ がどのような割合でシンチレタに検出されるかが推定できる上、エネルギースペクトルの threshold 付近での振る舞いなども分かるので、非常に有効な手段であると言える。

謝辞

今回の実験にあたり、ご指導してくださった中家先生、TAの河崎さん、平木さんに感謝いたします。

付録A $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$

いくつかの変数を定義する。

$$\begin{aligned}
 N_{3\gamma} &\equiv (\text{測定した } 3\gamma \text{ のイベント数}) \\
 N_{\text{pick}} &\equiv (\text{測定した pick-off のイベント数}) \\
 N_{\text{THR}} &\equiv (\text{THR で切られたイベント数}) \\
 N_{3\gamma}^* &\equiv (\text{理想的な } 3\gamma \text{ のイベント数}) \\
 &= N_{3\gamma} + N_{\text{THR}} \\
 N_{\text{pick}}^* &\equiv (\text{理想的な pick-off のイベント数}) \\
 &= N_{\text{pick}} + N_{\text{THR}} \\
 \varepsilon_{3\gamma} &\equiv N_{\text{THR}}/N_{3\gamma}^* \\
 &= N_{\text{THR}}/(N_{\text{THR}} + N_{3\gamma}) \\
 \varepsilon_{\text{pick}} &\equiv N_{\text{THR}}/N_{\text{pick}}^* \\
 &= N_{\text{THR}}/(N_{\text{THR}} + N_{\text{pick}})
 \end{aligned}$$

$\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$ と $N_{\text{pick}}^*/N_{3\gamma}^*$ は比例関係にあり、pick-off イベントが 2γ 崩壊、o-Ps イベントが 3γ 崩壊であることを考えると、

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}}{\Gamma_{\text{ortho}}} = \frac{3}{2} \frac{N_{\text{pick}}^*}{N_{3\gamma}^*} \quad (\text{A.1})$$

となる。

$$N_{3\gamma}^* = N_{3\gamma} + N_{\text{THR}} \quad (\text{A.2})$$

$$N_{\text{pick}}^* = N_{\text{pick}} + N_{\text{THR}} \quad (\text{A.3})$$

であることより、 $N_{3\gamma}^*$ は

$$N_{3\gamma}^* - N_{\text{THR}} = N_{3\gamma} \quad (\text{A.4})$$

$$N_{3\gamma}^* (1 - \varepsilon_{3\gamma}) = N_{3\gamma} \quad (\text{A.5})$$

$$N_{3\gamma}^* = \frac{N_{3\gamma}}{1 - \varepsilon_{3\gamma}} \quad (\text{A.6})$$

と表すことができ、 N_{pick}^* の方も同様の変形を施すことにより

$$N_{\text{pick}}^* = \frac{N_{\text{pick}}}{1 - \varepsilon_{\text{pick}}} \quad (\text{A.7})$$

と表すことが出来る。この2式 A.6、A.7 を式 A.1 に代入すると

$$\frac{\Gamma_{\text{pick}}}{\Gamma_{\text{ortho}}} = \frac{3}{2} \frac{1 - \varepsilon_{3\gamma}}{1 - \varepsilon_{\text{pick}}} \frac{N_{\text{pick}}}{N_{3\gamma}} \quad (\text{A.8})$$

が得られる。

参考文献

- [1] 「オルソポジトロニウムの寿命問題」
浅井祥仁 折戸周治, 日本物理学会誌 49 (1994年) 217
http://www.icepp.s.u-tokyo.ac.jp/~asai/ETC/paper/ops_paper04.pdf
- [2] グレン・F・ノル 著大村逸郎, 坂井英次 訳
『放射線計測ハンドブック 第2版』(日刊工業新聞社, 1991)
- [3] <http://nucl.phys.s.u-tokyo.ac.jp/hayano/pdf/houshasen2009.pdf>
- [4] T. Chang, H. Tang and Y. Li: Phys. Lett. B 157, Issues 5-6 (1985) 357-360
- [5] 「束縛系 QED における高次補正検証実験」
陣内修、浅井祥仁、小林富雄, 高エネルギーニュース (2000年)
http://www.icepp.s.u-tokyo.ac.jp/~asai/ETC/paper/ops_paper12.ps
- [6] F. Adams, R. Dams: *Applied gamma-ray spectrometry* (Pergamon Press, 1970)
- [7] 2009 年前期 A2 レポート
<http://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/A2/reports/a2report09a.pdf>
- [8] 2009 年後期 A2 レポート
<http://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/A2/reports/a2report09b.pdf>
- [9] 2010 年前期 A2 レポート
<http://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/A2/reports/a2report10a.pdf>