

オルソポジトロニウムの寿命測定

神谷有輝

久野拓馬

高木裕義

宮川大輝

宮地真路

安井勇気

平成 24 年 10 月 10 日

目次

第1章	序論	2
1.1	実験目的	2
第2章	理論	3
第3章	実験装置と方法	8
3.1	実験原理	8
3.2	実験装置	8
3.3	回路	11
3.4	実験上の留意点	12
3.5	セットアップ	13
3.5.1	delay,gain の調整	13
3.5.2	HV gain	13
3.5.3	ADC calibration	14
3.5.4	TDC calibration	16
第4章	解析	18
4.1	データについて	18
4.2	TQ 補正	22
4.2.1	TQ 補正の理論	22
4.2.2	TQ 補正の方法	25
4.2.3	TQ 補正の fitting	26
4.3	NaI2 の挙動について	29
4.4	pick-off 補正	29
4.4.1	pick-off 補正の理論と方法	30
4.4.2	pick-off 補正の fitting	35
4.5	pick-off 反応や化学反応などのデータへの影響	38
4.5.1	実験 B ~ pick-off 反応	39
4.5.2	実験 C ~ 化学反応	39

4.5.3	実験 D ~ β^+ の到達数	42
第 5 章	誤差	44
5.1	概要	44
5.1.1	誤差の伝播に関する一般式	44
5.2	TDCcalibration および TQ 補正による誤差	44
5.3	pick-off 補正による誤差の伝播	44
第 6 章	考察	48
6.1	本実験で検出されていた反応	48
6.2	改善点と考察課題	50
6.2.1	Threshold により不検出となる 3 のイベント	50
6.2.2	立体配置	51
6.2.3	BG の扱い	51
6.2.4	pick-off と化学反応のレート	52

第1章 序論

1.1 実験目的

オルソポジトロニウムの真空中での寿命を測定し、QED で予想される寿命と比較する。

第2章 理論

ポジトロニウム (Ps) とは、電子と陽電子とが電磁相互作用によって束縛状態を形成したものである。

陽電子は電子の反粒子なので、対消滅によって容易に光子に崩壊する。よって、電子と陽子の束縛状態であって構造的には似ているが、粒子・反粒子のペアを含まない水素原子に比べ、圧倒的に不安定で寿命が短い。

Ps の光子への崩壊の過程においては、電磁相互作用以外の強い力などが働かない。従って QED のラグランジアン密度

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \bar{\psi}(\gamma^\mu[\partial_\mu + ieA_\mu] + m)\psi \quad (2.1)$$

で、過程を高い精度で記述出来ると考えて良い。そのため Ps はミュオニウム (電子と反ミュオンの束縛状態) と共に、束縛状態における QED を研究するための理想的系となっている。

Ps の基底状態には $l=0, s=0$ (スピン一重項) の状態と、 $l=0, s=1$ (スピン三重項) の状態の二つがあり、それぞれ 1S_0 、 3S_1 と書かれる (ただし l は重心系での軌道角運動量、 s を全スピン)。前者をパラポジトロニウム (p-Ps)、後者をオルソポジトロニウム (o-Ps) という。

Ps の光子への崩壊では、QED の荷電共役対称性から、終状態の光子の数に制限を掛けることが出来る。それを見よう。

一般に fermion n とその反粒子 n^c の二つの粒子で構成される系で、状態が

$$\Psi = \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \int \int d^3p_1 d^3p_2 \chi(p_1, \sigma_1; p_2, \sigma_2) a^\dagger(p_1, \sigma_1) a^{c\dagger}(p_2, \sigma_2) \Psi_{vacuum} \quad (2.2)$$

で与えられ、しかも $\chi(p_1, \sigma_1; p_2, \sigma_2) = \pm \chi(p_2, \sigma_2; p_1, \sigma_1)$ を満たすものを取る。すると $C\Psi = \mp\Psi$ が $Ca^\dagger(p, \sigma)C^{-1} = \xi a^{c\dagger}(p, \sigma), Ca^{c\dagger}(p, \sigma)C^{-1} =$

$\xi^c a^\dagger(p, \sigma)$, $\xi \xi^c = 1$ が一般に成り立つので、この状態が C の固有値 ∓ 1 に属する固有状態なることがわかる。ただし ξ は charge conjugation parity とする。

p-Ps の場合この χ はスピンと運動量の入れ替えに対し反対称であり、o-Ps の場合は対称である。よって、p-Ps と o-Ps の各々の状態は C 作用素の $- / +$ なる固有状態に属することがわかる。

光子の charge conjugation parity は -1 である。しかも光子の反粒子は自分自身である。故に

$$\begin{aligned} C a^\dagger(k_1, \sigma_1, \text{photon}) a^\dagger(k_2, \sigma_2, \text{photon}) \dots a^\dagger(k_n, \sigma_n, \text{photon}) \Psi_{\text{vacuum}} \\ = (-1)^n a^\dagger(k_1, \sigma_1, \text{photon}) a^\dagger(k_2, \sigma_2, \text{photon}) \dots a^\dagger(k_n, \sigma_n, \text{photon}) \Psi_{\text{vacuum}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

が、 $C a^\dagger(k, \sigma, \text{photon}) C^{-1} = -a^\dagger(k, \sigma, \text{photon})$ より成立する。

だから、 n 個の光子からなる自由粒子系は、C の固有値 $(-1)^n$ に属する固有状態であることがわかる。

QED では C は保存されることから、p-Ps は偶数個、o-Ps は奇数個の光子にしか崩壊し得ない。更に o-Ps はエネルギー・運動量の保存から一個の光子に崩壊することはできないから、最低三個の光子にしか崩壊出来ない。つまり p-Ps は $2, 4, 6, \dots$ 、o-Ps は $3, 5, 7, \dots$ 個以外の光子に崩壊することはない。

散乱の一般論について、かんたんに述べる。differential transition rate $d\Gamma(\alpha \rightarrow \beta)$ とは、始状態が α の自由粒子系が、単位時間あたりに $\beta \sim \beta + d\beta$ のどこかの自由粒子状態に変化する確率のことである。一般に、initial particles の個数が 2 の散乱において differential transition rate は

$$d\Gamma(\alpha \rightarrow \beta) = (2\pi)^4 V^{-1} |M_{\beta\alpha}|^2 \delta^4(p_\beta - p_\alpha) d\beta \quad (2.4)$$

で与えられる。ただし $M_{\beta\alpha}$ は $\alpha \neq \beta$ の時になりたつ、S 行列要素の関係式

$$S_{\beta\alpha} = -2\pi i M_{\beta\alpha} \delta^4(p_\alpha - p_\beta) d\beta \quad (2.5)$$

によって定義されている。また V は粒子密度の逆数である。

transition rate とは上の differential transition rate を終状態の粒子の種類

のみ固定して、運動量とスピンについて足し上げたものである。つまり始状態 α の粒子系が、単位時間あたりに粒子系 n (粒子の種類のみ指定) に崩壊する確率のことである。

微分断面積 $d\sigma(\alpha \rightarrow \beta)$ は、

$$d\sigma(\alpha \rightarrow \beta) = \frac{V}{u_\alpha} d\Gamma(\alpha \rightarrow \beta) \quad (2.6)$$

と定義される。これは

$$(2\pi)^4 u_\alpha |M_{\beta\alpha}|^2 \delta^4(p_\beta - p_\alpha) d\beta \quad (2.7)$$

と等しい。ただし u_α は $\frac{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}}{E_1 E_2}$ としてあり、これは重心系では相対速度に一致する。よって重心系では、 $d\sigma(\alpha \rightarrow \beta)$ は単位入射 flux あたりの transition rate、という意味を持っている。(ここで入射 flux とは、単位面積を単位時間あたりに通る粒子数をいう。)

断面積とは微分断面積を終状態の粒子の種類だけ固定して、スピンと運動量について足し上げたもののことである。

ハミルトニアン H を自由粒子系の部分 H_0 とその他の部分 V に分ける。すると収束するかどうかを度外視して、 S 行列は

$$S = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int \int \cdots \int dt_1 dt_2 \cdots dt_N T(V(t_1)V(t_2)\cdots V(t_N)) \quad (2.8)$$

と展開できる。

以下でポジトロニウムの寿命を、摂動級数の低次の項のみを考慮し、それ以上高次の項の効果は無視して S 行列要素を求めることで計算しよう。ここでは p-Ps は最低次の効果のみを考慮し、o-Ps は最低次と一次の項のみを考慮して transition rate の計算を行う。

摂動級数の各項の計算には、Feynmen diagram という図を使うのが便利である。この図は、基本的には生成消滅演算子や場、その共役の交換・反交換関係により出てくるデルタ関数とそれに付随した係数を数え上げるための道具である。またこの数えあげの規則をまとめたものを、Feynmen 則という。

さて、o-Ps の最低次と one-loop の Feynmen diagrams は以下である。

以上の準備のもと、 S 行列要素、transition rate および寿命が、Feynmen 則を用いて、少なくとも摂動論が有効な範囲では計算することが出来る。

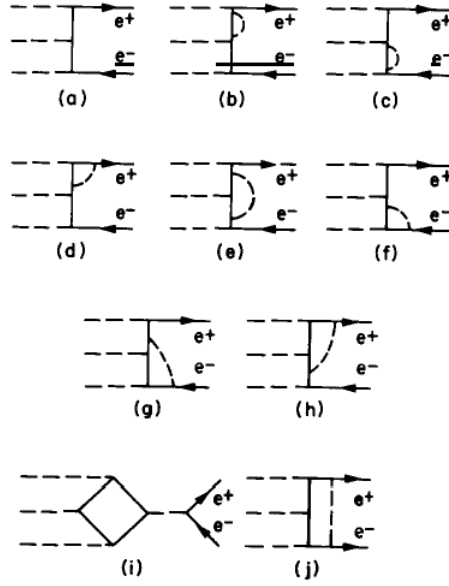


図 2.1: feynmen diagram

まず p-Ps の decay rate を計算すると、結果 transition rate として

$$\Gamma(p - Ps \rightarrow 2\gamma) = \frac{m\alpha^5}{2} = 8.0325 \times 10^9 \text{ sec}^{-1} \quad (2.9)$$

が得られる [5]。ただし α は微細構造定数であり、 m は電子の質量である。

以下では常に重心系で計算を行うものとする。 $o - Ps \rightarrow 3\gamma$ の、始状態のスピンについて平均を取った（つまり、 z 軸方向のスピンが $-1, 0, 1$ の三つの状態について平均を取る）微分断面積は一般に

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \sigma} d\sigma(p\sigma e^-, p'\sigma e^+ \rightarrow k_1\tau_1, k_2\tau_2, k_3\tau_3) \\ &= \frac{1}{3} \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \sigma} (2\pi)^4 \left[\frac{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m^4}}{E_1 E_2} \right]^{-1} \frac{1}{3!} |M_{p\sigma e^-, p'\sigma e^+ \rightarrow k_1\tau_1, k_2\tau_2, k_3\tau_3}|^2 \\ & \quad |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| |\mathbf{k}_3| d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 d\Omega_3 d\psi_{23} \end{aligned} \quad (2.10)$$

である。ただし p_1, E_1 は電子の四元運動量とエネルギー、 p_2, E_2 は陽電子の四元運動量とエネルギーであり、 $d\Omega_3$ は \mathbf{k}_3 の微分立体角、 ψ_{23} は \mathbf{k}_2 の

k_3 に対する azimuthal angle である。 $\frac{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m^4}}{E_1 E_2}$ は先ほど述べたように、今は重心系で考えているので、電子と陽電子の相対速度に一致する。また $M_{\beta\alpha}$ は $S_{\beta\alpha} = \delta(\beta - \alpha) - 2\pi i M_{\beta\alpha} \delta^4(p_\alpha - p_\beta)$ で定義される、scattering amplitude であった。

o-Ps の Feynman diagram の decay rate を計算する。まず始状態のスピンについて平均をとったので、微分断面積は k_1, k_2, k_3 の相対的な方向にのみ依存する。だから積分して全断面積 $\sigma(o - Ps \rightarrow 3\gamma)$ を求めると、

$$\begin{aligned} \sigma(o - Ps \rightarrow 3\gamma) &= \frac{1}{3} 2^7 \pi^6 \left[\frac{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m^4}}{E_1 E_2} \right]^{-1} \int_0^{E_1 + E_2} d|\mathbf{k}_2| \int_{E_1 + E_2 - |\mathbf{k}_2|}^{E_1 + E_2} d|\mathbf{k}_3| \\ &\quad \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \sigma} \frac{1}{3!} |M_{p\sigma e^-, p'\sigma e^+ \rightarrow k_1 \tau_1, k_2 \tau_2, k_3 \tau_3}|^2 |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| |\mathbf{k}_3| \quad (2.11) \end{aligned}$$

となる。よって decay rate への最低次の項の寄与は、

$$\begin{aligned} \Gamma(o - Ps \rightarrow 3\gamma) &= \frac{2}{9\pi} m\alpha^6 \int_0^1 dx_1 \int_{1-x_1}^1 dx_2 \left[\left(\frac{1-x_1}{x_2 x_3} \right)^2 + \left(\frac{1-x_2}{x_3 x_1} \right)^2 + \left(\frac{1-x_3}{x_1 x_2} \right)^2 \right] \Big|_{x_3=2-x_1-x_2} \\ &= \frac{2}{9\pi} (\pi^2 - 9) m\alpha^6 = 7.2112 \times 10^{-6} \text{sec}^{-1} \quad (2.12) \end{aligned}$$

であることがわかる [5]。

o-Ps の one-loop diagram の寄与は、最低次の寄与と合わせた結果、transition rate は $7.03893(7) \times 10^6 \text{sec}^{-1}$ である [5]。

また transition rate Γ と粒子の平均寿命の間には、transition rate が Ps が単位時間あたりに崩壊する確率という意味を持っているので、 $lifetime = transitionrate^{-1}$ という関係がある。

この式を用いれば p-Ps、o-Ps の寿命が計算できる。p-Ps の寿命は $124.5 \times 10^{-12} \text{sec}$ である。o-Ps の寿命は摂動級数の最低次の項のみ考えるならば $138.7 \times 10^{-9} \text{sec}$ 、one-loop を考慮するならば $142.1 \times 10^{-9} \text{sec}$ である。

第3章 実験装置と方法

3.1 実験原理

^{22}Na の β^+ 崩壊によって出る e^+ をシリカパウダー中の e^- と反応させて Ps を生成する。プラスチックシンチレータを β^+ 粒子が通過した瞬間をポジトロニウムの生成とし、崩壊により出た γ 線に NaI が反応した瞬間を Ps の崩壊時刻とみなす。また、 $o\text{-Ps}$ を判別するためエネルギーの測定も同時に行う。

3.2 実験装置

実験には以下を用いた。

^{22}Na β^+ 線源、および、ADC のキャリブレーションに用いる。

^{60}Co ADC のキャリブレーションに用いる。

^{137}Cs ADC のキャリブレーションに用いる。

NaI シンチレータ エネルギー検出に用いる。NaI_{1,2,3} がそれぞれ HV_{1,2,3}、ADC_{1,2,4}、TDC_{1,2,4} に接続されている。

プラスチックシンチレータ 時間応答がよいため、ポジトロニウムの生成時刻を測る。微弱な光にも反応するため遮光が必要。HV₄、ADC₅、TDC₅ に接続されている。

光電子増倍管 シンチレータからの光を検出してその光を増幅し、アナログ信号を出力する。今回用いたものは既に NaI に固定されていた。

シリカパウダー SiO_2 を粉末状にしたもの。入射した β^+ によりポジトロニウムを生成する。

真空ポンプ シリカパウダーを入れた容器の減圧に用いた。

鉛板 余計な信号が入らないよう遮蔽する。

遮光シート 遮光に用いた。

実験装置の配置を図 3.1 3.2 3.3 に示す。図 3.1 には鉛は省略してある。

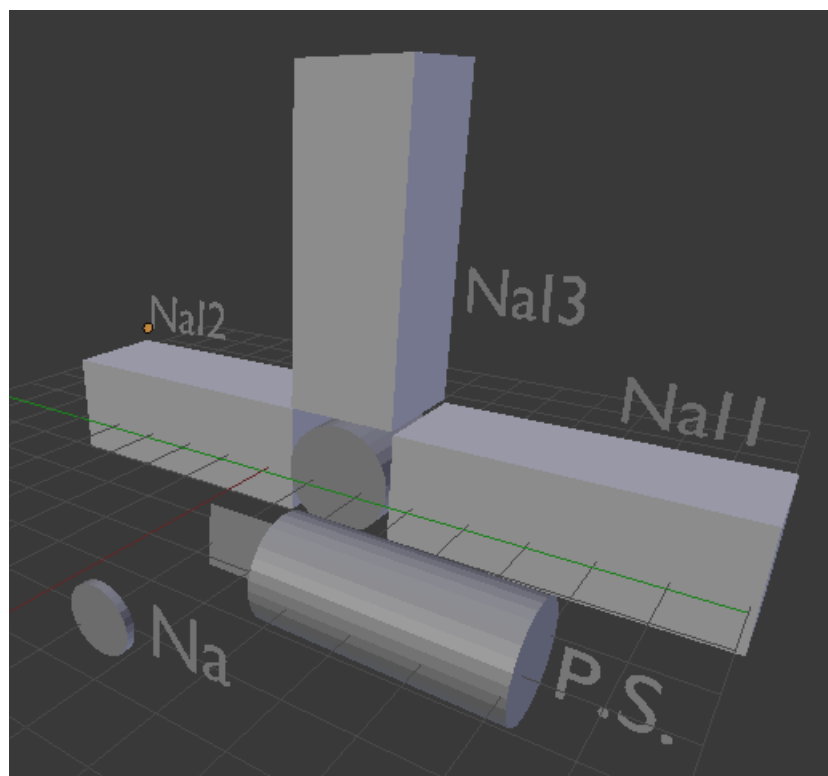


図 3.1: 配置図

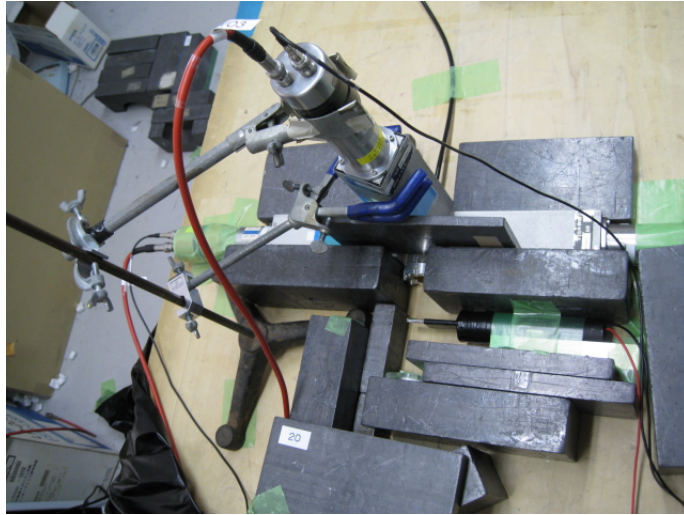


图 3.2: 配置图

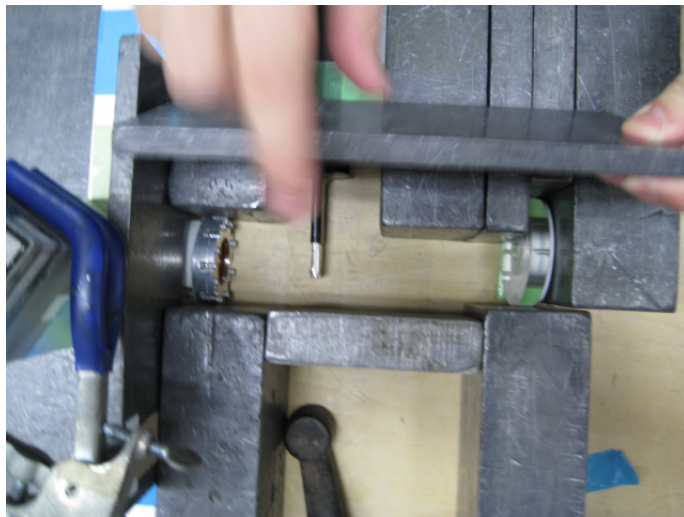


图 3.3: 配置图

3.3 回路

実験で用いた回路を図 3.4 に示す。線の色は実際のコードの色と対応している。

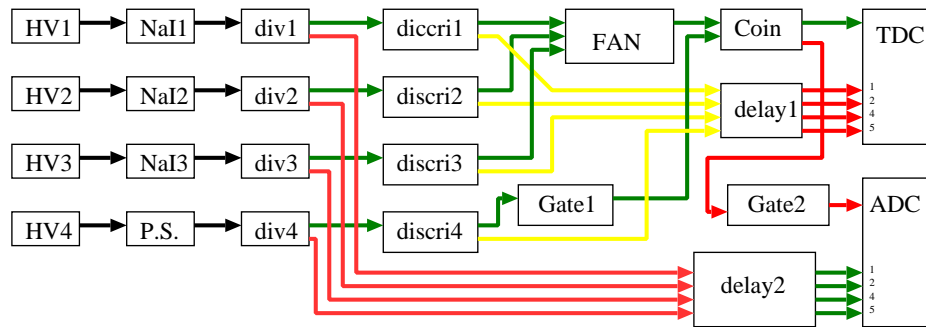


図 3.4: 回路図

HV Negative High Voltage 光電子増倍管に負の電圧を加える

Div divider 入力信号を 2 つに分配する

P.S. Plastic Scintillator

Discri discriminator アナログ信号が閾値を超えたときデジタル信号を出力する。閾値は最小に設定した。

Gate Gate Generator 入力信号に対して遅延時間、パルス幅を指定して信号を出力する。

FAN 入力端子のいずれかに信号が入ると信号を出力する。

Coin Coincidence 入力端子の 1 つに信号が到達してから一定時間内に他の選択した端子すべてに信号が入力されたときに信号を出力する。

Delay 信号を遅らせる。Delay1 には Fixed Delay を、Delay2 には長いコードを用いた。

ADC ゲート信号が入力されている間に来る信号の積分値を出力する。

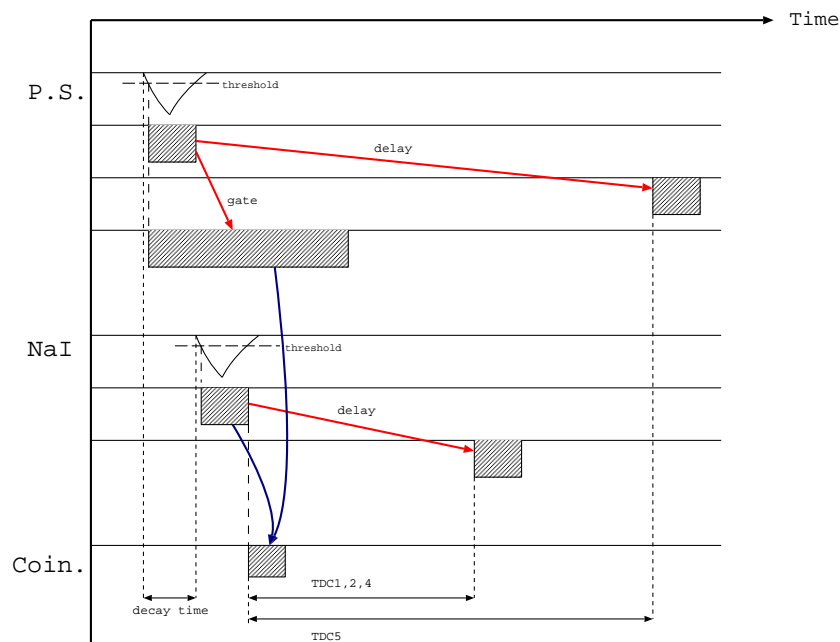


図 3.5: 信号の概略

TDC start に信号が入力されてから stop に信号が入力されるまでの時間
を出力する。

TDC の start には NaI, P.S. の coincidence を入力し、シンチレータ両方が反応したイベントのみを測定する。寿命は TDC5 から TDC1,2,4、機械等による一定の遅れを引いたものであるため、TDC5 から種々の補正を行って寿命を求める。TDC1,2,4 は一定の delay によるものなので、常に一定の値を出力するものと考えられるが、実験データを見ると、さまざまな値をとるものがあったため、390-400 ns のもののみを用いて解析をした。

3.4 実験上の留意点

- 実験の環境を出来るかぎり理想的な状態に近づけるために、シリカパウダーを入れた容器は減圧をし、シリカパウダーはオープントースターで焼き、水分をとばした。また、その真空ポンプの使用、シリカパウダーを焼く効果を確認するため、常圧下およびシリカゲル

を焼かない状態での実験も行った。なお、減圧は真空ポンプを用いておよそ 100 hPa にした。

- 減圧かつシリカパウダーを焼くものを実験 A、減圧かつシリカパウダーを焼かないものを実験 B、常圧かつシリカパウダーを焼くものを実験 C、減圧かつシリカパウダーなしのものを実験 D と呼ぶことにする。
- NaI シンチレータを 3 つ使い、反応を観測する機会を増やした。
- ^{22}Na から出る γ 線が直接 NaI に入るのを防ぐため、鉛で十分に遮蔽した。
- P.S. は微弱な光にも反応してしまうため、装置全体を十分に遮光した。

3.5 セットアップ

3.5.1 delay,gain の調整

オシロスコープで gate1 と FAN の出力を見ながら、2 つの信号が coincidence に同時に通るように、gate の幅を十分に広げ、gate1 の幅を 824 ns に設定した。delay1 は TDCstart より stop 信号が先に入力されないよう、NaI からくるものは 105 ns に、P.S. からくるものは 840 ns に、fixed delay を用いて設定した。gate2 は ADC の信号がすべて入るよう十分に広げ、 1600 ns に設定した。delay2 はアナログ信号を遅らせるため、長いコードを用いた。これはオシロスコープで ADCgate に delay out が入るように調整した。

3.5.2 HV gain

HV の設定を行った。NaI1-3 をそれぞれ HV1-3 につなぎ、 ^{22}Na の β^+ 線を ADC で測定し、ペDESTAL から NaI の 511 keV までの ADC カウントの差がおおよそ等しくなるように HV を調整した。用いた装置は規格外の電圧 (1300 V 程度) をかけると信号が消えてしまうため 1200 V を最大として、すべてを 1200 V にした時に最も ADC の値が小さかった NaI3 を基準にした。結果は表 3.1 の通り。

表 3.1: HV gain

	HV V	pedestal	511 keV	差
NaI1	1080	298.1	1041	743.9
NaI2	1025	175.6	629	451.0
NaI3	1200	250.3	1026	775.7

以下ではこの HV の値で実験を行った。NaI2 については 4 章で述べる。

3.5.3 ADC calibration

エネルギーの値と ADC の出力の対応を見るために行った。NaI の出力が測定ごとに不安定なため Co, Cs 等は用いず、ポジトロニウムの寿命を測定する際のデータを用いた。fitting に用いたのが式 3.1 である。

$$Energy[keV] = a \times ADC + b \quad (3.1)$$

表 3.2: 実験 A ADC calibration

	pedestal	511 keV
ADC1	300.064	1047.3
ADC2	169.203	616.44
ADC4	246.218	999.45

表 3.3: 実験 A a,b の値

	a	b
ADC1	1.46230	300.064
ADC2	0.87521	169.203
ADC4	1.47403	246.218

表 3.4: 実験 B calibration

	pedestal	511 <i>keV</i>
ADC1	305.985	1040.2
ADC2	167.818	1092.0
ADC4	246.481	977.43

表 3.5: 実験 B a,b の値

	a	b
ADC1	1.436879	305.985
ADC2	1.808517	167.818
ADC4	1.430434	246.481

表 3.6: 実験 C calibration

	pedestal	5112 <i>keV</i>
ADC1	305.852	1043.1
ADC2	169.437	601.64
ADC4	247.033	984.00

表 3.7: 実験 C a,b の値

	a	b
ADC1	1.44274	305.852
ADC2	0.845793	169.437
ADC4	1.44221	247.033

表 3.8: 実験 D calibration

	pedestal	511 keV
ADC1	299.561	1035.44
ADC2	166.653	1086.24
ADC4	245.264	977.208

表 3.9: 実験 D a,b の値

	a	b
ADC1	1.440076	299.561
ADC2	1.799583	166.653
ADC4	1.432375	245.264

3.5.4 TDC calibration

実際の時間と TDC の出力の対応を見るために行った。fixed delay を用いて一定時間遅らせた信号を TDC で測定し、それを式 3.2 で fitting した。なお、遅延時間はオシロスコープで測った。

$$Time[ns] = c \times TDC + d \quad (3.2)$$

表 3.10: TDC cariblation

遲延時間 ns	51.9	114.3	167.8	231.0	284.8	348.5	400.0
TDC1	257.7	515.8	730.3	980.0	1194	1447	1661
TDC2	261.0	516.8	729.6	977.2	1190	1440	1652
TDC4	262.9	520.4	734.4	983.4	1197	1449	1663
TDC5	259.7	518.0	732.5	982.3	1197	1449	1663

遲延時間 ns	465.0	517.0	580.8	633.3	700.3	753.0	819.5
TDC1	1907	2122	2372	2587	2846	3061	3317
TDC2	1897	2110	2358	2571	2827	3040	3295
TDC4	1909	2123	2373	2587	2845	3059	3315
TDC5	1910	2125	2375	2590	2849	3064	3320

表 3.11: TDC fitting

	c	d
TDC1	3.984 ± 0.0005067	58.86 ± 0.2459
TDC2	3.948 ± 0.0005188	65.76 ± 0.2575
TDC4	3.972 ± 0.0004954	65.97 ± 0.2408
TDC5	3.984 ± 0.0004679	62.88 ± 0.2209

第4章 解析

4.1 データについて

図 4.1 を見てみる。この図は NaI1 のエネルギーに対する観測したイベントの数を表す。、200 keV と 511 keV 付近に大きなピークが、1274 keV 付近に小さなピークがある。200 keV のガンマ線とは、511 keV にあるガンマ線のコンプトン散乱によるガンマ線であることに注意する。また、およそ 100 keV 以下のデータが無いのは、threshold によりイベントが観測できなかったためである。図 4.2 と図 4.3 はそれぞれ NaI2, NaI3 についてのもので、同様である。

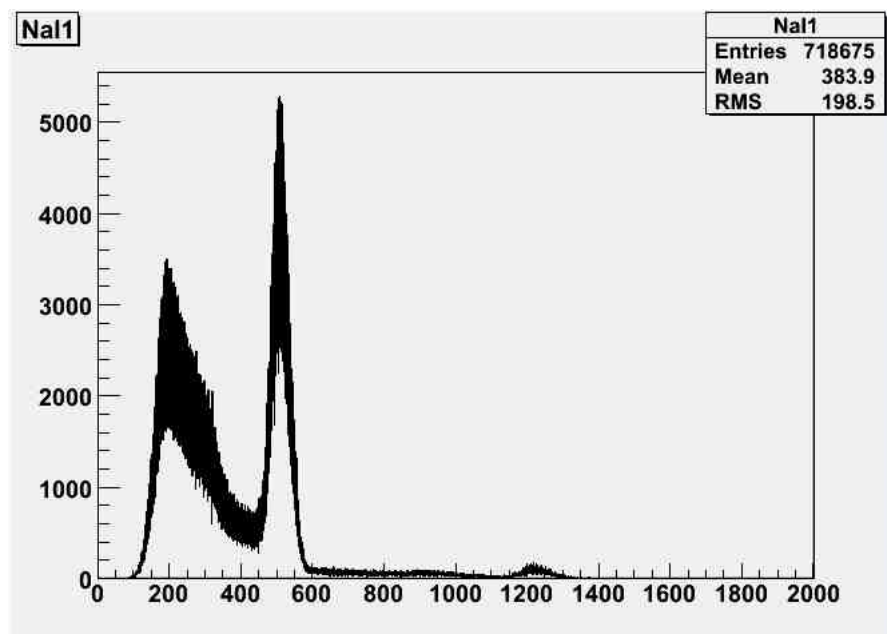
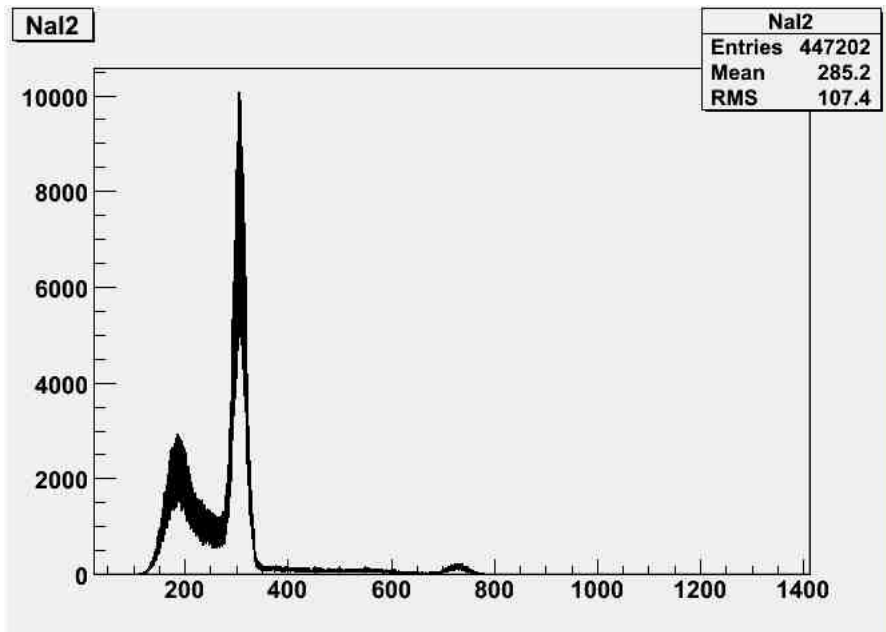
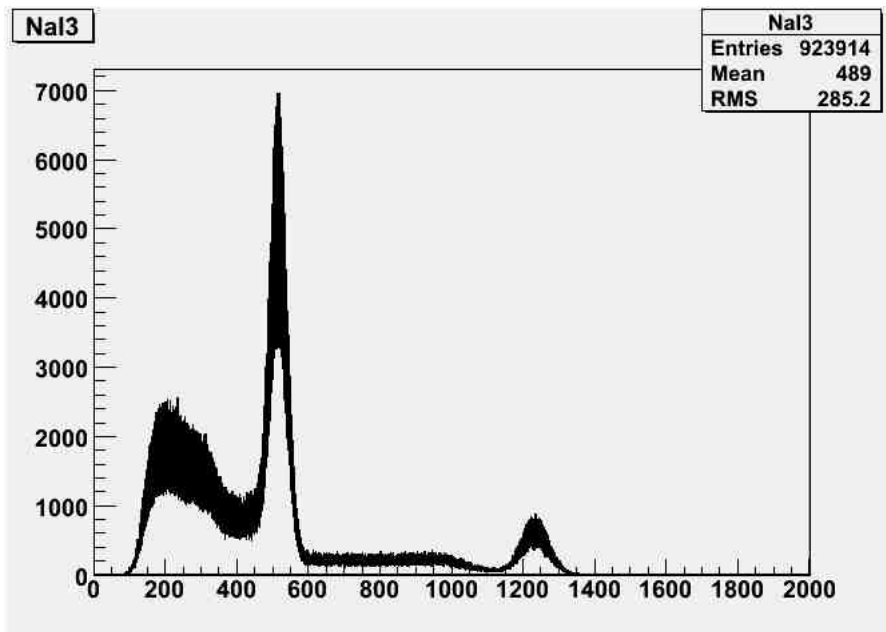


図 4.1: Energy vs ADCcount(NaI1)



☒ 4.2: Energy vs ADCcount(NaI2)



☒ 4.3: Energy vs ADCcount(NaI3)

次に図 4.4 を見てみる。この図は NaI1 に関する、崩壊時間に対するイベントの数である。ただし、本実験では、TDC の返した値 T_1 は崩壊時間では無いことを注意する。正確な崩壊時間は

$$T = \text{const} - T_1 \quad (4.1)$$

である。本実験では const は重要な意味を持たないから、ピークが $0[ns]$ 付近に来るように適当に取り、これを崩壊時間と名付ける。図 4.5 と図 4.6 についても、それぞれ NaI2, NaI3 に対して同様に名付けている。

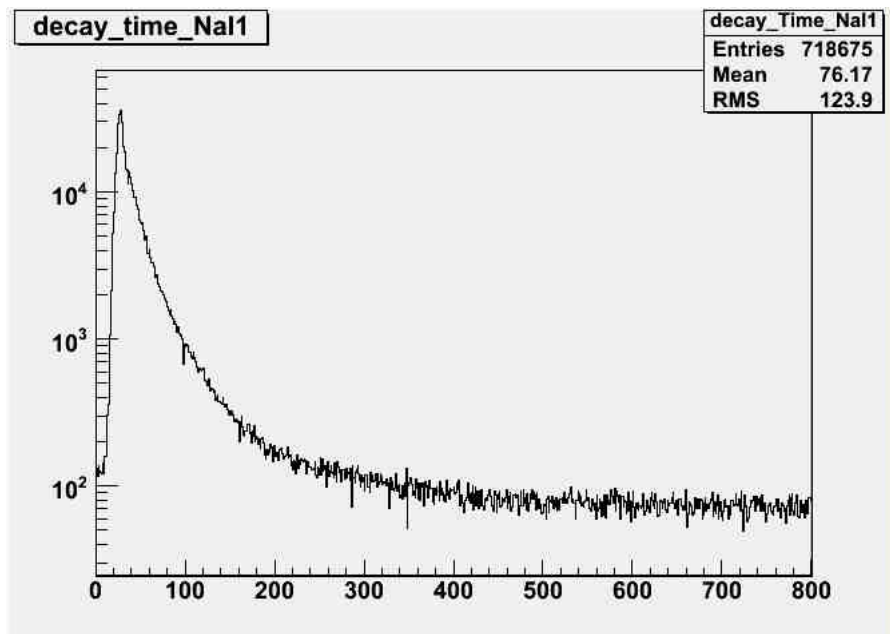


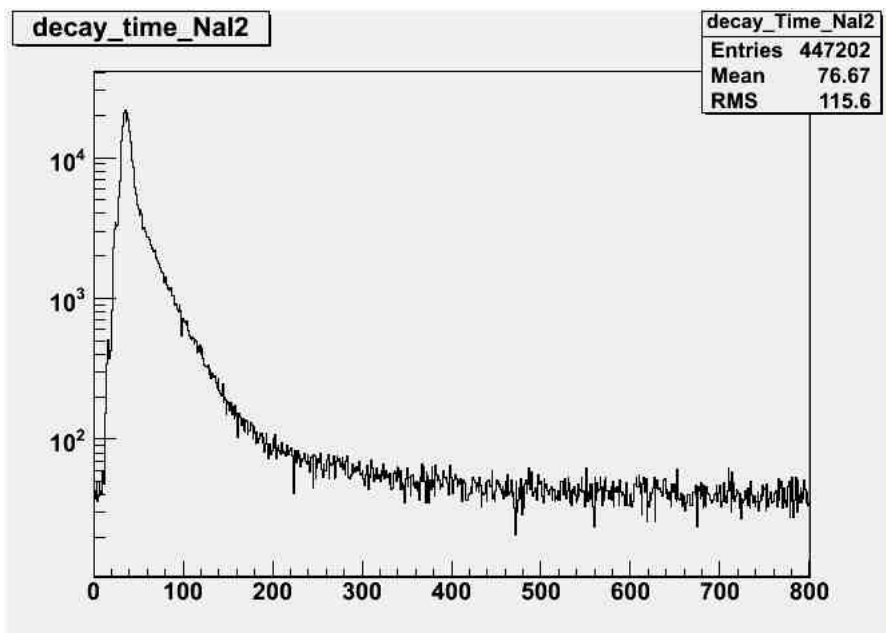
図 4.4: Time vs TDCcount(NaI1)

この図には種々の補正を加えていないから、正確な寿命は得られないが、一応この時点での寿命を出しておく。寿命は図を次の関数で fitting をして得られる τ である。

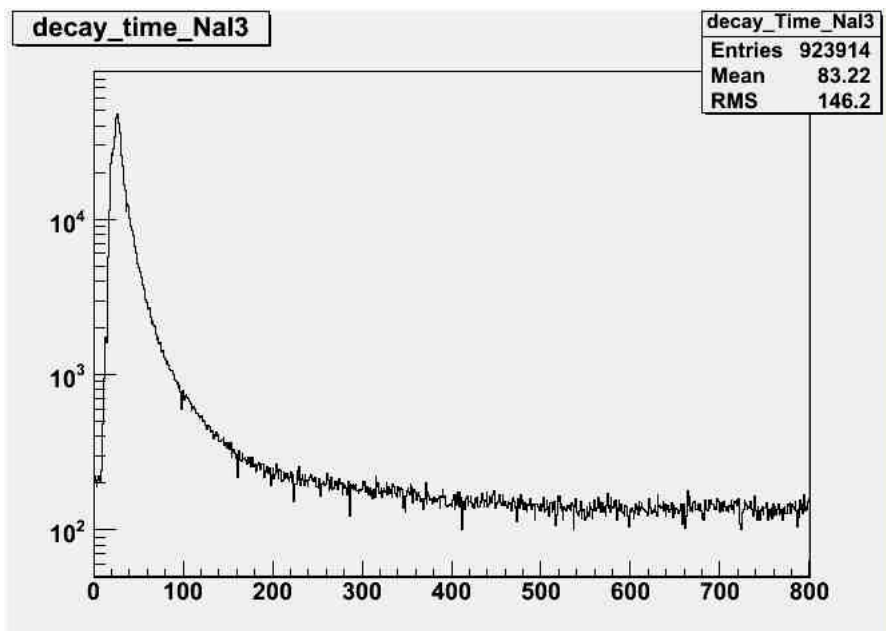
$$f(t) = p \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + r \quad (4.2)$$

得られた寿命は下の表 4.1 を見よ。

次に図 4.7 を見よ。この図は、NaI1 に対して、横軸にエネルギー、縦軸に時間をとって、カラーでイベント数を表したものである。先程も書いた



⊗ 4.5: Time vs TDCcount(NaI2)



⊗ 4.6: Time vs TDCcount(NaI3)

表 4.1: 補正前の寿命

	寿命 [ns]
NaI1	82.0675 ± 2.66602
NaI2	132.530 ± 6.45133
NaI3	133.743 ± 5.32666

が、時間の $const$ は適当に取っている。この図で ($511\ keV, 20\ ns$) 近辺にピークがあることが分かる。これは p-Ps の崩壊によるガンマ線および線源から直接入ってきたガンマ線を表している。($1274\ keV, 20\ ns$) 近辺にあるピークからそれ以降のエネルギーに伸びていくある程度山になっている部分は直接線源から入ってきた β^+ によるものとそのコンプトン散乱によるガンマ線である。 $511\ keV$ のライン上には、p-Ps の他に、pick-off によるものもある。p-Ps はすぐに崩壊が終わるはずであるから、($511\ keV, 70\ ns$ 以上) の部分には pick-off により出たガンマ線しか含まれていないとしよう。($511\ keV$ 以下, $40\ ns$) 近辺の部分には p-Ps のコンプトン散乱によるガンマ線が多く含まれている。($511\ keV$ 以下 $100\ ns$ 以上) の部分には先程と同様の理由で、p-Ps は含まれておらず、pick-off 反応によるガンマ線の内コンプトン散乱をしたものと o-Ps によるガンマ線が含まれている。簡単に図 4.10 にまとめておく。なお、この図を見ても、threshold の存在と、どの程度効いているかを知ることが出来る。図 4.8 と図 4.9 もそれぞれ NaI2, NaI3 に関して、同様の図である。

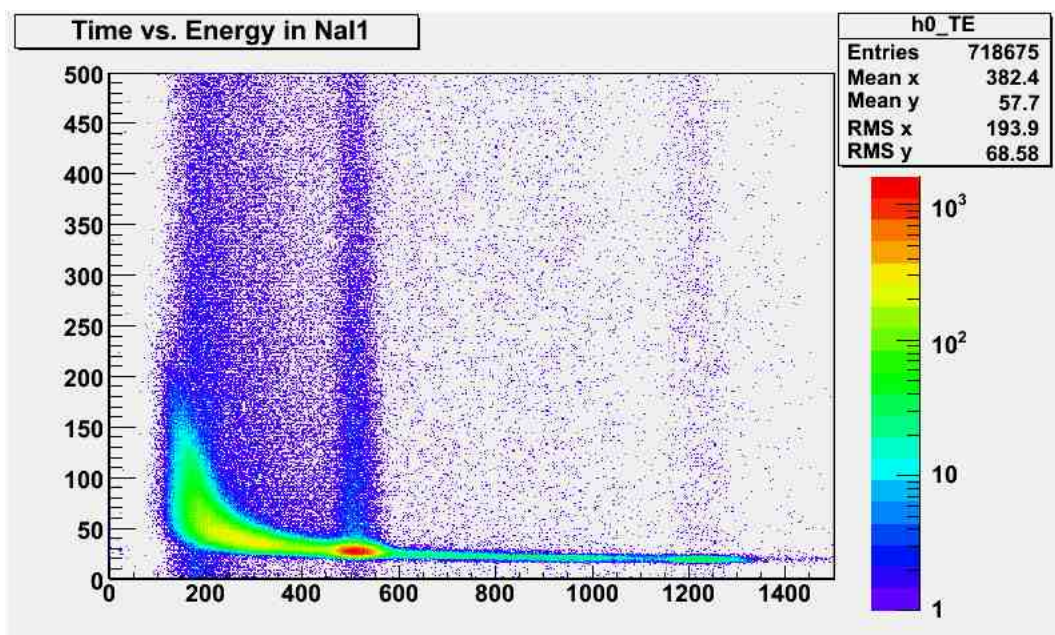
4.2 TQ 補正

本実験では、バックグラウンドを取り除くため、threshold が設定されている。threshold を越えるのにかかる時間分、TDC の値は小さくなると考えられるから、その分の補正を行う。この補正を TQ 補正という。

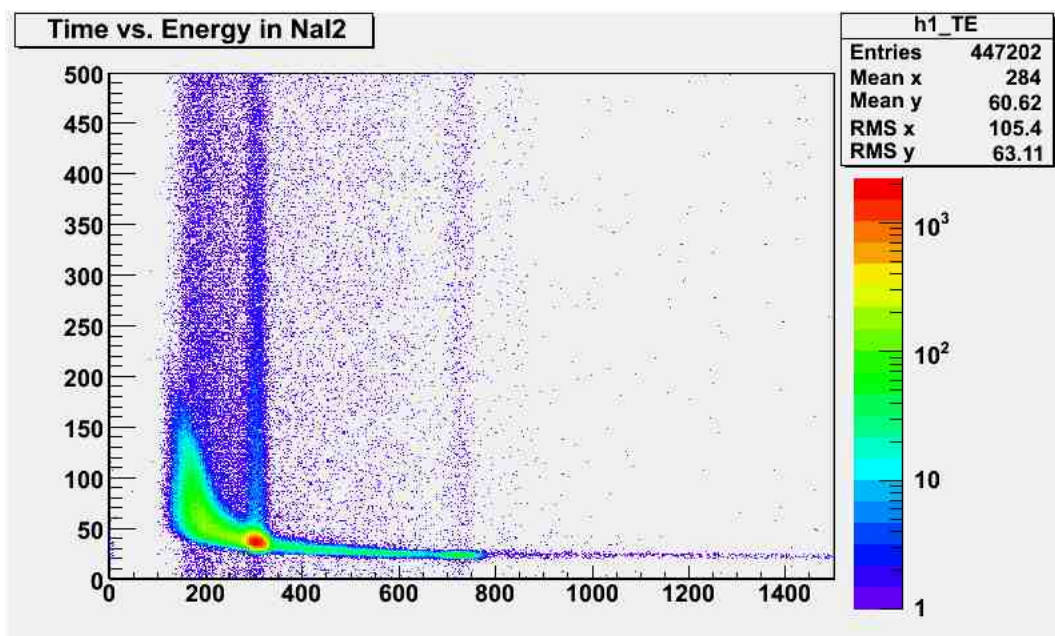
4.2.1 TQ 補正の理論

今回、シグナルを三角形で近似した。

図における ΔT を知るには、次のようにする。



☒ 4.7: Time vs Energy(NaI1)



☒ 4.8: Time vs Energy(NaI2)

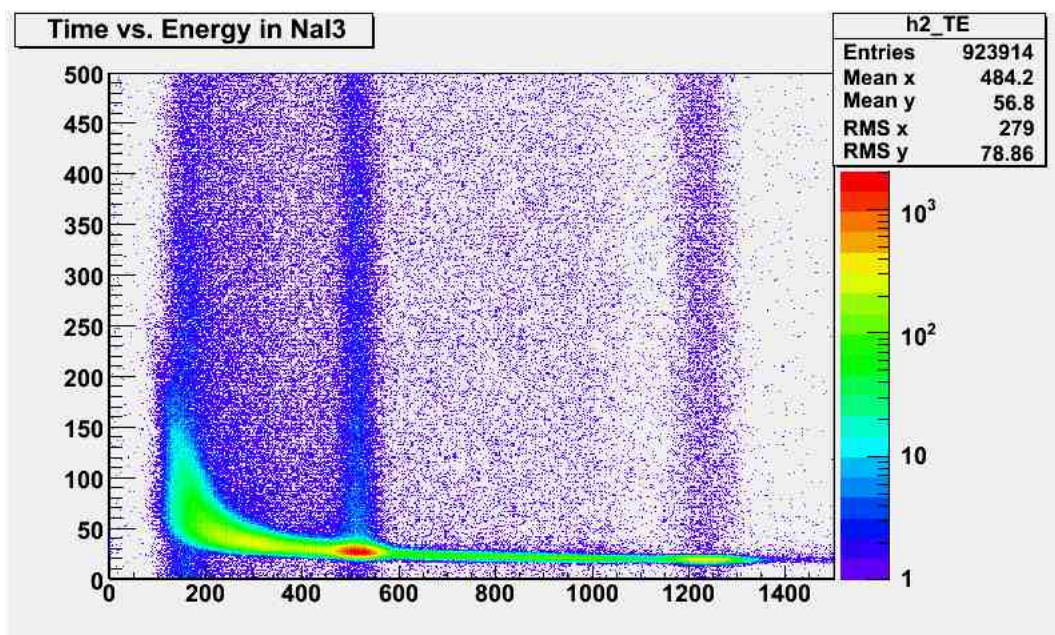


図 4.9: Time vs Energy(NaI3)

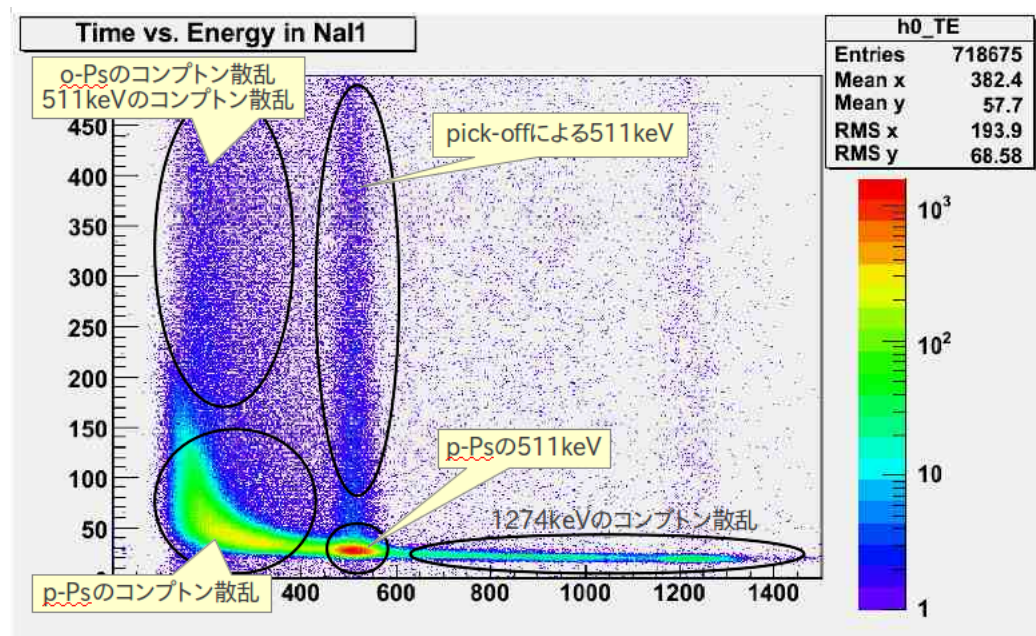


図 4.10: Time vs Energy(NaI1) の分布

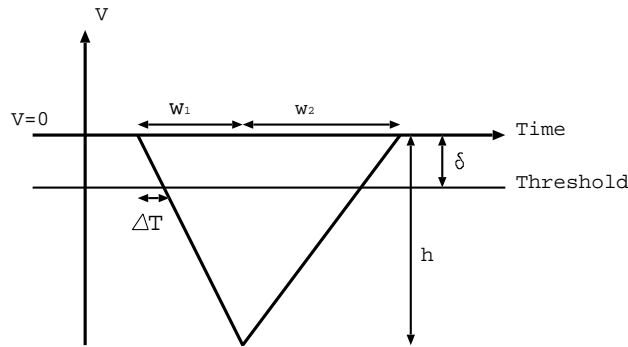


図 4.11: シグナルの三角形近似

$$ADC = \frac{1}{2}h(w_1 + w_2) \quad (4.3)$$

$$\Delta T : w_1 = \delta : h \quad (4.4)$$

以上を整理すれば、

$$\Delta T = \frac{(w_1 + w_2)w_1\delta}{2ADC} \quad (4.5)$$

この議論から、崩壊時間 T は次のように表される。ここで、 E は ADC 値をキャリブレーション結果からエネルギー値に戻したものである。これは一次関数であるから、容易に次の結果を得る。

$$T = const - \left(T_1 - \frac{a}{E + b}\right) \quad (4.6)$$

$$= (const - T_1) + \left(\frac{a}{E + b} + c\right) \quad (4.7)$$

ただし、 T_1 とは、TDC から得られたカウントをただ、キャリブレーション結果から時間に直したものである。

4.2.2 TQ 補正の方法

(1) 図 4.7 の中で、 1274 keV および 511 keV の信号がいつ発せられているかを特定し、1次元のヒストグラムにする。その寿命は $0[\text{ns}]$ である

とする。実際、 1274 keV および 511 keV の信号は崩壊以前に発せられていて、ほぼ 0 ns とみなしてよいだろう。

(2) そこを次式で fitting し、 a, b, c を得る。

$const - T_1 = 0$ より、

$$T = \frac{a}{E + b} + c \quad (4.8)$$

(1) における、信号がいつ発せられたか (図中の真の $0[\text{ ns}]$) を特定するのは、最もイベントが多い部分とその揺れの部分以外を適当に除いて、容易に得られる。

4.2.3 TQ 補正の fitting

実際、 1274 keV と p-Ps の 511 keV として用いた部分は次のとおりである。

- NaI1 : $150[\text{ keV}] \sim 1200[\text{ keV}]$
- NaI2 : $275[\text{ keV}] \sim 1200[\text{ keV}]$
- NaI3 : $150[\text{ keV}] \sim 1200[\text{ keV}]$

下図はそれぞれ、fitting の結果である。

この補正関数を用いて、時間を補正し、その後、fitting を行ってみたのが図 4.15 である。

fitting により得た補正関数の (a, b, c) は表 4.2 を見よ。この時点での寿命も載せておく。

表 4.2: 補正後の寿命

	a	b	c	寿命
NaI1	5172.32 ± 15.9457	-69.1897 ± 3.61979	15.4189 ± 0.0275984	114.670 ± 6.08470
NaI2	7152.35 ± 29.5262	-164.453 ± 0.532816	16.4340 ± 0.0533343	92.9171 ± 10.7862
NaI3	5630.24 ± 14.5309	-51.4607 ± 0.391571	14.3964 ± 0.0203178	132.000 ± 6.81112

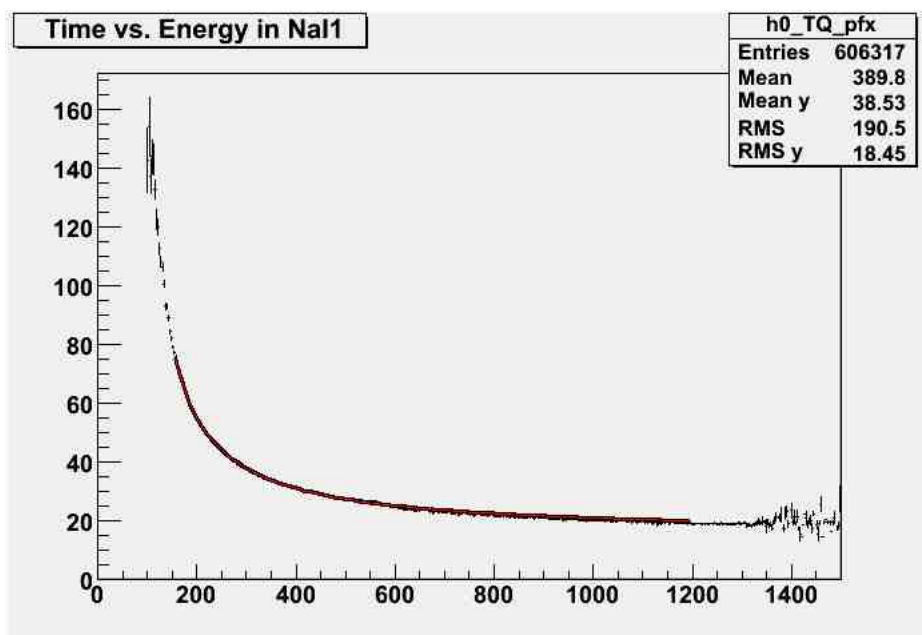


図 4.12: TQ 補正の補正関数作成 (NaI1)

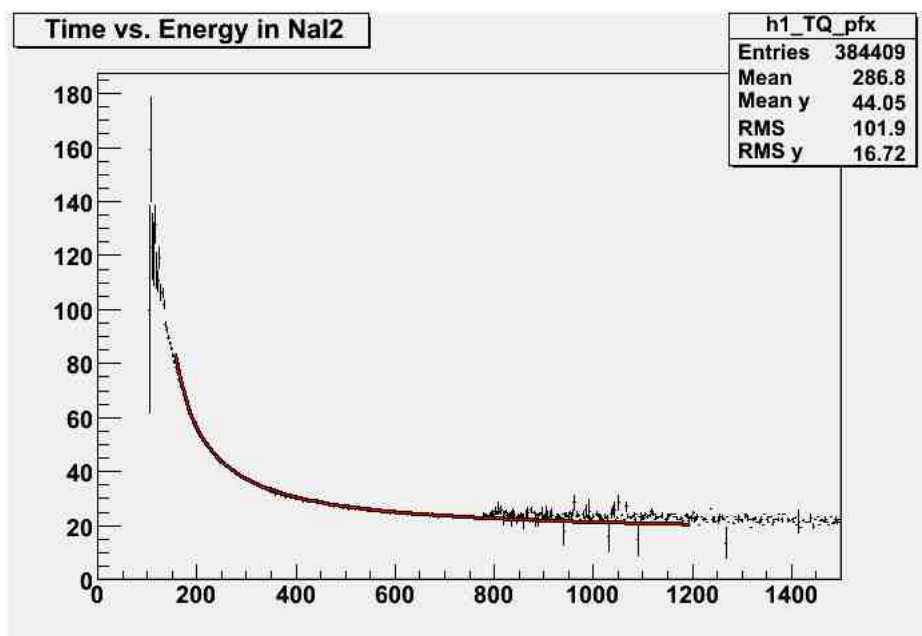


図 4.13: TQ 補正の補正関数作成 (NaI2)

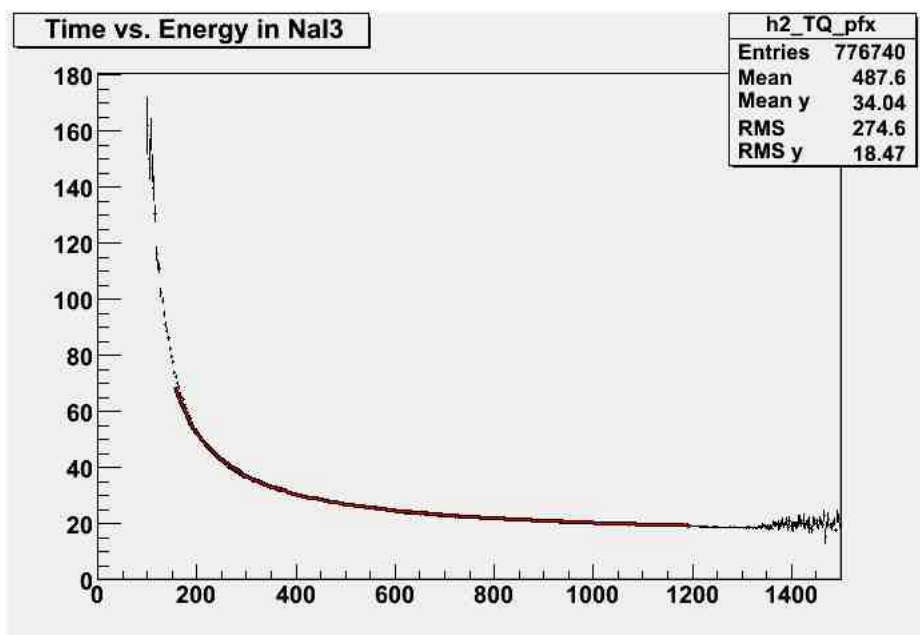


図 4.14: TQ 補正の補正関数作成 (NaI3)

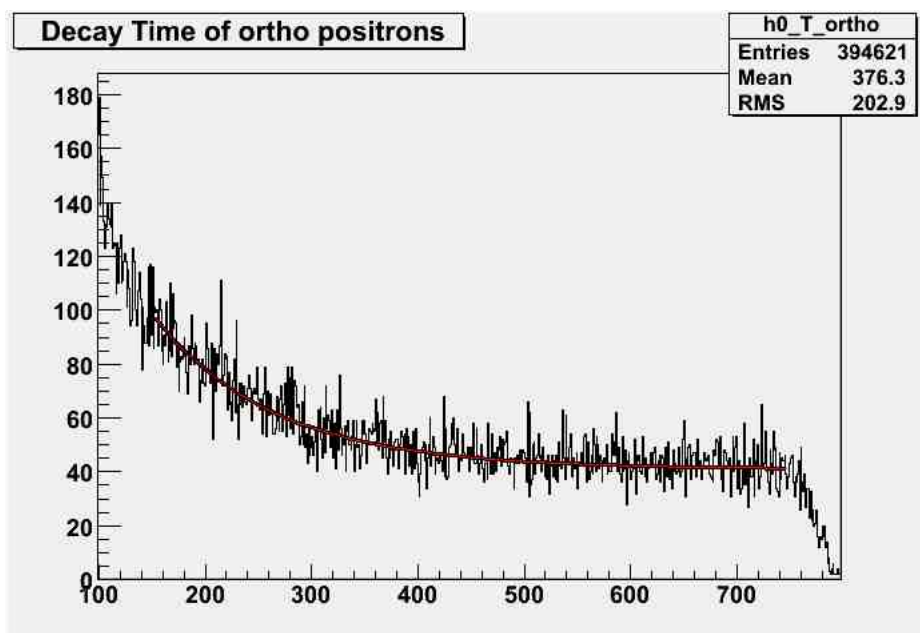


図 4.15: TQ 補正後の fitting 関数で fitting した結果 (NaI1)

4.3 NaI2の挙動について

ここでNaI2について生じた問題について考える。それはNaI2の511 keVのピークが図 4.13 を見ると、約 300 keV 付近にあることである。これは明らかにおかしいから、再度 ADC のキャリブレーションを行った。その結果、表のように異なる値が返ってきた。このことから、本実験では NaI2 を排除することに決めた。おそらく、NaI2 は壊れているのだろう。

表 4.3: ADC2 calibration-1 回目

	energy keV	ADC
²² Na	511	1053
	1274	2075
¹³⁷ Cs	662	1272
⁶⁰ Co	1173	1953
	1333	2166

表 4.4: ADC2 calibration-2 回目

	energy keV	ADC
²² Na	511	1038
	1274	2209
¹³⁷ Cs	662	1264
⁶⁰ Co	1173	1931
	1333	2157

さらに NaI3 は表 4.2 を見れば明らかなように、NaI1 より寿命が長い。これはその配置から、 γ 線を直接観測してしまうため、多分に background を含むからである。故に NaI3 も排除した。以後実験は NaI1 のみを用いる。

4.4 pick-off補正

本実験の目的は、o-Ps の崩壊寿命の測定であるが、この実験方法では、p-Ps の崩壊・p-Ps から o-Ps へのスピン交換反応・o-Ps から p-Ps へのスピン交換反応・o-Ps,p-Ps が他の原子に衝突することによる対消滅が起る。

表 4.5: ADC2 calibration-3 回目

	energy keV	ADC
^{22}Na	511	1004
	1274	2123
^{137}Cs	662	1252
^{60}Co	1173	2018
	1333	2251

これらにより、測定された崩壊時間は実際の崩壊時間より短く測定される。p-Ps の崩壊および、p-Ps から o-Ps へのスピン交換反応は即座に p-Ps が崩壊することから今回無視できるとして、残りの反応を補正する。このセクションでは、残りの反応をすべて含め、pick-off 反応と呼び、これを補正することを pick-off 補正という。

4.4.1 pick-off 補正の理論と方法

まず、 $100 \leq E \leq 400$ と $400 \leq E \leq 520$ の範囲で、時間に対するイベント数の図を書き、次の関数を用いて、fitting を行った。

$$n(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + c \quad (4.9)$$

すると、 τ は寿命と言える量である。 $100 \leq E \leq 440$ と $440 \leq E \leq 600$ でそれぞれ、 τ_{all} と τ_{pick} と名付ける。実際に得られた寿命が表 4.11 である。

表 4.6: TQ 補正後の寿命

τ_{all} τ_{pick}
NaI1

図から読み取れる値として、次のように文字を定義する。

$$n_{all}(t)dt : 0 \leq E \leq 440[\text{keV}], t \sim t + dt \text{ にある event 数}$$

$$n_{pick}(t)dt : 440 \leq E \leq 600[\text{keV}], t \sim t + dt \text{ にある event 数}$$

明らかなことであるが、我々は暗に n_{all}, n_{pick} が指数関数的に減少することを仮定している。

$$n_{all} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{all}}\right) + c \quad (4.10)$$

$$n_{pick} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{pick}}\right) + c \quad (4.11)$$

次のように、文字を定義する。

$\overline{N_{total}(t)}$: 時刻 t までに崩壊した Ps の数

$\overline{N_{pick}(t)}$: 時刻 t までに pick-off 反応により崩壊した Ps の数

$\overline{N_{3\gamma}(t)}$: 時刻 t までに $o-Ps$ として 3γ を放出して崩壊した Ps の数

$\overline{N_0}$: 時刻 0 で存在している Ps の数

$\Gamma_{total}(t)dt$: $t \sim t + dt$ の間に Ps が崩壊する確率

$\Gamma_{pick}(t)dt$: $t \sim t + dt$ の間に Ps が pick-off 反応により崩壊する確率

$\Gamma_{3\gamma}(t)dt$: $t \sim t + dt$ の間に Ps が $o-Ps$ として、 3γ を出して崩壊する確率

さて、pick-off 補正での目標は $\Gamma_{3\gamma}(t)$ を知ることである。なぜなら、この逆数を取れば、それが、求めるべき寿命であるからである。 $\Gamma_{3\gamma}(t)$ は時間によらない定数である。

$$\Gamma_{total}(t) = \Gamma_{pick}(t) + \Gamma_{3\gamma} \quad (4.12)$$

今、pick-off 反応は本実験では副次的な反応であり、 $\Gamma_{pick}(t) \ll \Gamma_{3\gamma}$ とする。そうしたら、 Γ_{total} の時間依存性は無視できるようになり、上で求めた τ_{all} を認める。その上で、 $\frac{\Gamma_{pick}(t)}{\Gamma_{3\gamma}}$ の時間変化について考える。

次の式が成り立つ。

$$\overline{N_{3\gamma}} = \int_0^t (\overline{N_0} - \overline{N_{total}(t)}) \Gamma_{3\gamma}(t) dt \quad (4.13)$$

$$\overline{N_{pick}} = \int_0^t (\overline{N_0} - \overline{N_{total}(t)}) \Gamma_{pick}(t) dt \quad (4.14)$$

$$\overline{N_{total}} = \int_0^t (\overline{N_0} - \overline{N_{total}(t)}) \Gamma_{total}(t) dt \quad (4.15)$$

さらに、次のように文字を定義する。

$P_{compton}$: NaI シンチレータを通過し、その中で *compton* 散乱を行う確率

P_{kouden} : NaI シンチレータを通過し、その中で光電効果を行う確率

pick-off 反応により放出される 線は 2γ のみであるという仮定をおけば、次がわかる。

$$n_{all}(t)dt = \frac{\partial \overline{N}_{3\gamma}}{\partial t} 3P_{compton} + \frac{\partial \overline{N}_{pick}}{\partial t} 2P_{compton} \quad (4.16)$$

$$n_{pick}(t)dt = \frac{\partial \overline{N}_{pick}}{\partial t} 2P_{kouden} \quad (4.17)$$

先に与えた式を代入して、

$$\begin{aligned} n_{all}(t)dt &= 3P_{compton}(\overline{N}_0 - \overline{N}_{total}(t))\Gamma_{3\gamma}(t) + 2P_{compton}(\overline{N}_0 - \overline{N}_{total}(t))\Gamma_{pick}(t) \\ n_{pick}(t)dt &= 2P_{kouden}(\overline{N}_0 - \overline{N}_{total}(t))\Gamma_{pick}(t) \end{aligned}$$

さらに、 $100 \leq E \leq 400$ ではオルソポジトロニウムの崩壊によるガンマ線が主要であるから、次のようにする。

$$n_{all}(t)dt \simeq 3P_{compton}(\overline{N}_0 - \overline{N}_{total}(t))\Gamma_{3\gamma}(t) \quad (4.18)$$

先に与えた n_{all} 、 n_{pick} が指数関数的に減少するという仮定は、もとをたどれば、 N_{total} 、 Γ_{pick} が指数関数的に減少するという要請による。また、 $P_{compton}$ 、 P_{kouden} は時間によらない定数としよう。実際、 Γ_{pick} には熱化という現象が知られていて、指数関数的に減少することが知られている。
(* 要出典)

最後に次式を与える。

$$\frac{n_{pick}(t)}{n_{all}(t)} = \frac{2P_{kouden}\Gamma_{pick}(t)}{2P_{compton}\Gamma_{pick} + 3P_{compton}\Gamma_{3\gamma}} \quad (4.19)$$

$$\simeq \frac{2\Gamma_{pick}(t)}{3\Gamma_{3\gamma}} \quad (4.20)$$

$$= p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) + r \quad (4.21)$$

ここで、 $P_{kouden} \simeq P_{compton}$ を仮定している。

こうして、我々は Γ_{pick} の時間変化を近似的に得られる。最後に次式を得られるのは明らかであろう。

$$n_{all}(t) = n_0 \exp\left[-\frac{1}{\tau_{3\gamma}} \int_0^t \left(1 + \frac{\Gamma_{pick}}{\Gamma_{3\gamma}}\right)\right] + B \quad (4.22)$$

さて、本実験ではおよそ 100 keV 以下のデータは threshold により切れてしまっている。これを回復しなければならない。

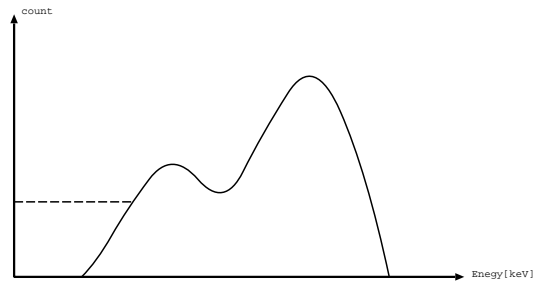


図 4.16: threshold で切れたイベントの外挿

threshold 以下のデータについては一切の情報がなかったため、最も簡単に図 4.16 の点線のように、threshold と思われるエネルギーからそれ以下のエネルギーの部分はすべて同じ count 数としてイベント数を数えることにした。

さて、こうして $\frac{\Gamma_{pick}(t)}{\Gamma_{3\gamma}}$ を知るために、ただ必要なものの数を数えてやればよい。

ただし、上で行った議論は幾つかの理想化を行っているから、ただデータの中のイベント数を数えただけでは、正確な値は得られない。それをまず改めよう。理想化としては次が挙げられる。

- threshold 以下のデータがないことを無視している
- 図から読み取れるデータ n_{all} 、 n_{pick} を考える上で、background を無視している
- その他もろもろの上で置いた仮定

threshold についてはすでに改められている。

ここでは、最後の上で置いた仮定についてはそのまま認めることにして、background について修正を行おう。まず文字を次のように改める。

$$n_{THR}dt \quad : \quad \text{threshold で切れたイベント数} \quad (4.23)$$

$$n_{all}(t)dt \quad = \quad (n_{all}(t) + n_{THR})dt \quad (4.24)$$

$$n_{pick}(t)dt \quad = \quad (n_{pick}(t) + n_{THR})dt \quad (4.25)$$

$$\text{さらに新たに、} \quad \varepsilon = n_{THR}/(n_{THR} + n_{3\gamma}) \quad (4.26)$$

これらは時間依存性があるので、 $50[ns]$ ずつ区切って、その数を数えることにした。区切り方および、名称は表 4.7 に載せた。しかし、この数を単純に数えただけでは、background や p-Ps, 少しの o-Ps を含んでしまう。これを取り除くために次のようにした。まず、範囲 BG のデータはすでにあらゆる崩壊を終えているとして、background とした。これは図 4.18 に描かれている。これをそれぞれから差し引いた。こうして得られたものは、background を含まない完全に崩壊のみを示すデータである。これを我々は範囲 A ~ H と名付ける。これは図 4.17 に描かれている。色分けは表 4.7 を見よ。さらに、base データというものも定義する。これは、 $\Gamma_{pick}(t)$ が指数関数的に減少することから、すでに十分熱化しており、pick-off を含まず、純粋な o-Ps のデータである。これは図 4.19 である。この図を見ると、驚くべきことに 511KeV にもデータがある。我々はこの部分のデータが何を意味するかを理解するに至らなかったが、この base データを o-Ps と他の少しの何かのコンプトン散乱の割合を表す完全なデータと認識した。コンプトン散乱のピークを scale 倍することで好きな o-Ps のスペクトルが得られる。これを用いることで、次のように完全に pick-off しか含まないデータが得られる。

$$(\text{範囲} * \text{の pick-off データ}) = (\text{範囲} * \text{の データ}) - (\text{範囲} * \text{の scale 倍}) \times (\text{base データ})$$

こうして、次の値を生データから得ることが出来た。

$$N_{3\gamma} : \text{測定した } 3\gamma \text{ のイベント数} \quad (4.27)$$

$$N_{pick} : \text{測定した } pick-off \text{ のイベント数} \quad (4.28)$$

$$N_{THR} : THR \text{ で切られたイベント数} \quad (4.29)$$

$$\epsilon : N_{THR} / (N_{THR} + N_{3\gamma}) \quad (4.30)$$

我々は background を無視して、pick-off 補正の議論を進めたわけだから、式 4.21 は文字を改めて修正されるべき、ということに注意しよう。

最後に、式 4.21 を導いた議論をもう一度行えば、次式を得ることができる。

$$\frac{N_{pick}(t)}{N_{3\gamma}(t) + N_{THR}} \simeq \frac{2\Gamma_{pick}(t)}{3\Gamma_{3\gamma}} \quad (4.31)$$

$$= p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) + r \quad (4.32)$$

この式を用いて、 $\Gamma_{pick}(t)/\Gamma_{3\gamma}$ の形を得る。これを pick-off 補正関数と名付ける。

式 4.22 を用いることで、正確な寿命を出すことができる。

表 4.7: 時間の分割

	分割範囲 [ns]		グラフの色
A	100	150	黒
B	150	200	青
C	200	250	水色
D	250	300	黄緑
E	300	350	黄
F	350	400	橙色
G	400	450	赤
H	450	500	桃色
base	500	750	灰色
BG	700	750	

4.4.2 pick-off 補正の fitting

この節では今まで述べてきた pick-off 補正の方法を本実験で得たデータを用いて、具体的に行う。

本実験で得たデータを表 4.8 にまとめる。ここにまとめられているデータは前 subsection に書かれている方法で得られている。図中の記号はすでに前節で定義した。

ここで、ある問題に気がつく。表 4.8 を見れば明らかなように、 $\Gamma_{pick}/\Gamma_{3\gamma}$ は指数関数的に減少していない。C と D の間で著しく増加している。ここで何が起きているかは 6 章で考察する。我々は、D 以降のデータを用いて補正関数を得ることにした。図 5.1 のように fitting を行った。結果は次のようになった。エラーバーについては次章参照のこと。

$$\begin{aligned}
 p &= 3.56073 \times 10^2 \pm 1.00005 \\
 q &= 1.39779 \times 10^2 \pm 1.41421 \\
 r &= -3.55832 \times 10^2 \pm 1.00002
 \end{aligned}$$

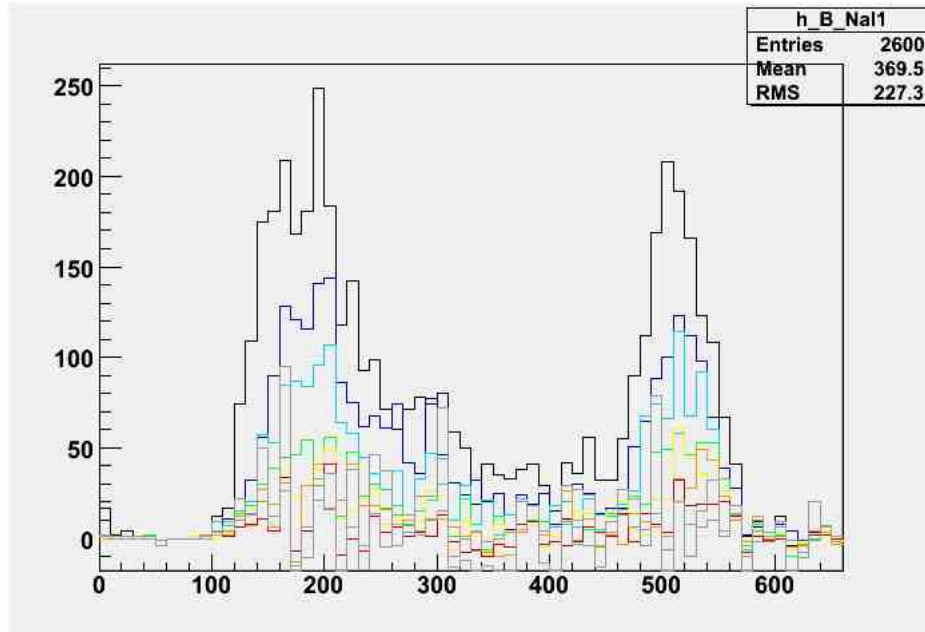


図 4.17: 各時間でのエネルギーデータ

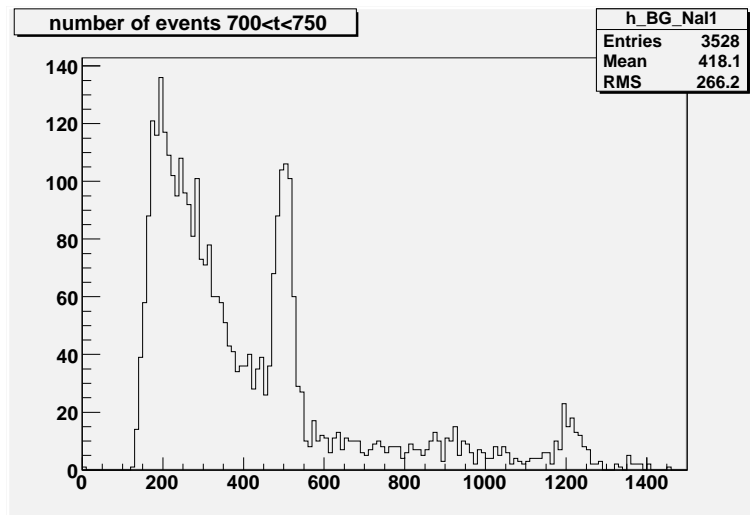


図 4.18: BG のデータ

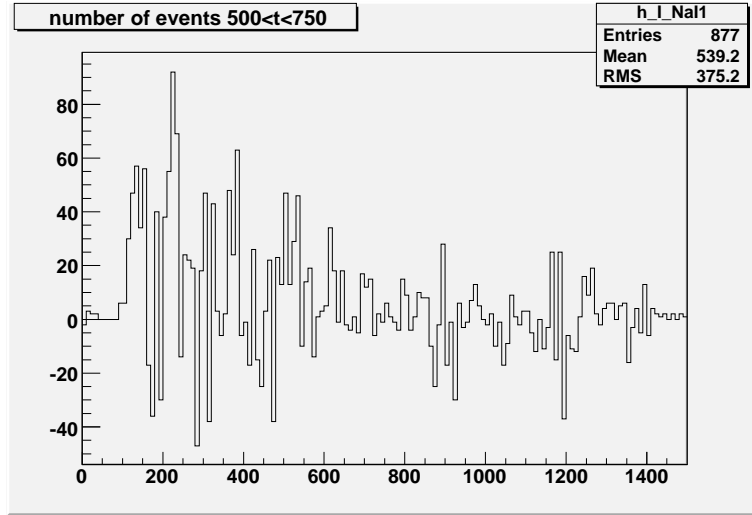


図 4.19: base データ

表 4.8: pick-off 補正に用いるデータ

	N_{THR}	N_{pick}	$N_{3\gamma}$	ϵ	$\Gamma_{pick}/\Gamma_{3\gamma}$
A	3892	994.146	5015.85	0.436918	0.167405
B	2674	644.89	2930.11	0.477150	0.172612
C	2156	442.69	2155.31	0.500116	0.154022
D	1260	392.86	1300.14	0.492188	0.230179
E	854	259.202	792.798	0.518834	0.236096
F	826	228.332	653.668	0.558233	0.231469
G	420	128.195	383.805	0.522515	0.239228
H	294	84.396	286.654	0.506326	0.218020

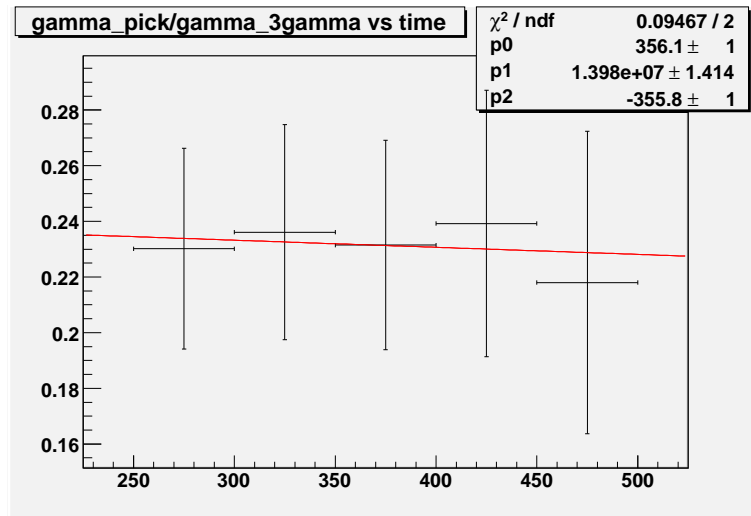


図 4.20: pick-off 補正関数の作成

最後に正確な寿命を得る。

$$\tau_{3\gamma} = 114.670 \pm 6.00$$

4.5 pick-off 反応や化学反応などのデータへの影響

pick-off 反応と化学反応について、どれほどデータに影響を与えるかを検証した。また、そもそも線源がシリカゲルに到達しているのか、我々が実験時に見ていたものは本当に *o*-Ps なのかを確かめるべく実験を行った。具体的には、表 4.9 のように 2 つを比較した。

ただし、実験 A, B, C, D は表 4.10 にまとめられている。

注意すべきは、ここまでの解析で行ってきた $\tau_{3\gamma}$ を求めることは、実験 A の寿命を求めることに対応することである。なお、この section で行うのは寿命を真空 & 焼くの場合と同様の方法で得ることである。ただし、pick-off 補正はこの比較実験においては本質的に重要でないから行わなかった。寿命が意味することや実験自体の考察は次章を参照されたい。

表 4.9: 条件を変えた比較実験

調べること	実験 1	実験 2
化学反応	実験 A	実験 B
pick-off 反応	実験 A	実験 C
β^+ の到達数	実験 A	実験 D

表 4.10: 比較実験の内容

内容	
実験 A	真空で水分を飛ばしたシリカパウダーを用いる
実験 B	真空で水分を飛ばしていないシリカパウダーを用いる
実験 C	常圧で水分を飛ばしたシリカパウダーを用いる
実験 D	真空でシリカパウダーを用いない

4.5.1 実験 B ~ pick-off 反応

pick-off 反応は空気中の電子と Ps 中の陽電子が反応して起きる反応であるから、真空と常圧を比較することで、pick-off 反応のデータに対する影響を見積もることができる。

図 4.21 は「真空で水分を飛ばしていないシリカパウダーを用いた」の場合の TQ 補正後の time vs energy であり、図 4.22 は寿命を得るための fitting である。

結果、寿命は $\tau_{normal} = 100.652 \pm 6.30$ である。

4.5.2 実験 C ~ 化学反応

化学反応はシリカゲル中の水分により引き起こされるものであるから、焼かなかったシリカゲルと焼いたシリカゲルを比較することで、化学反応のデータへの影響を見積もれる。結果、寿命は $\tau_{not-heated} = 119.609 \pm 7.87$ である。

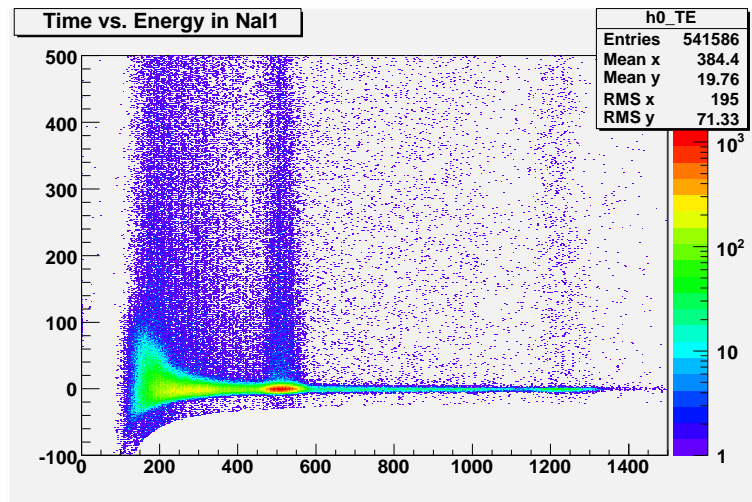


図 4.21: 実験 B-Time vs Energy

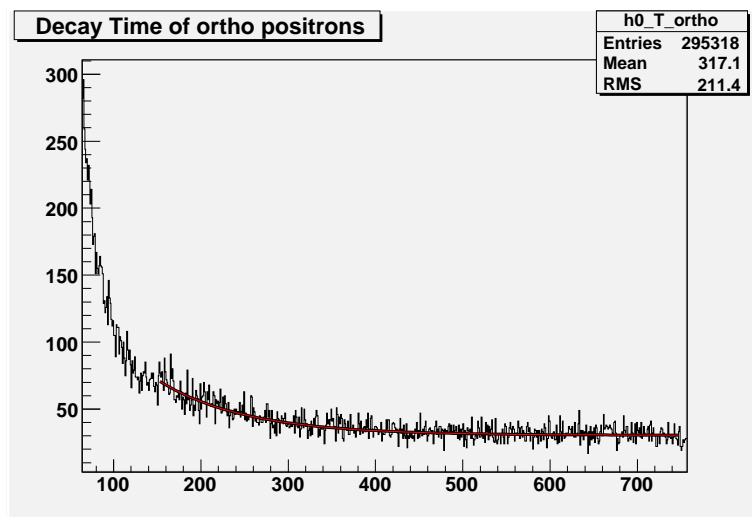


図 4.22: 実験 B の lifetime-fitting

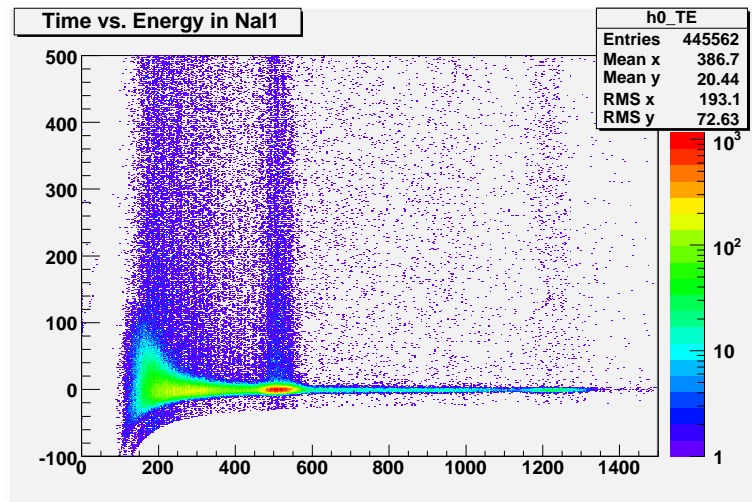


図 4.23: 実験 C-Time vs Energy

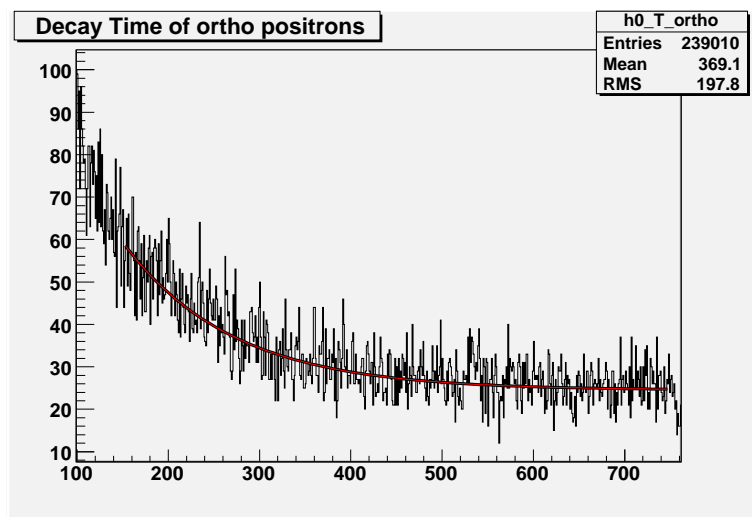


図 4.24: 実験 C の lifetime-fitting

4.5.3 実験 D ~ β^+ の到達数

β^+ がシリカパウダーに到達しているか？シリカパウダーに当たり、Ps が生じているのか？を確かめるべく行った比較実験である。

結果、寿命は

$$\tau_{no-target} = 121.323 \pm 13.764$$

である。

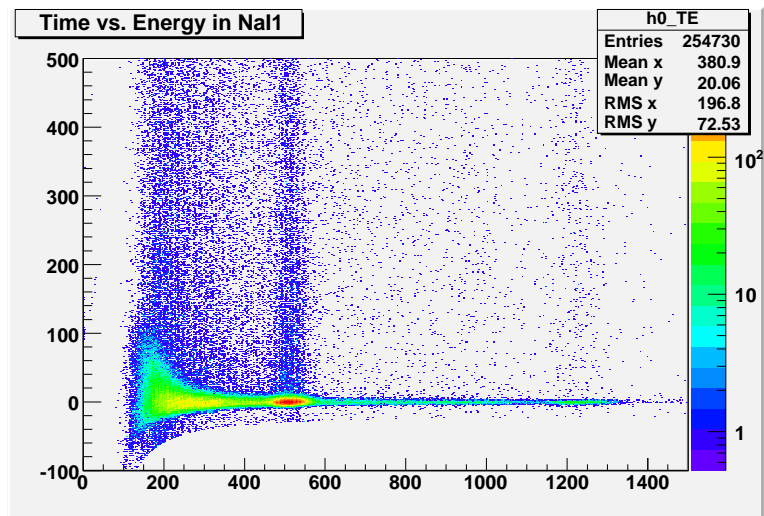


図 4.25: 実験 D-Time vs Energy

以上を表にまとめておく。

表 4.11: TQ 補正後の寿命

	寿命
実験 A	114.67 ± 6.08
実験 B	119.60 ± 7.87
実験 C	100.65 ± 6.30
実験 D	121.32 ± 13.76

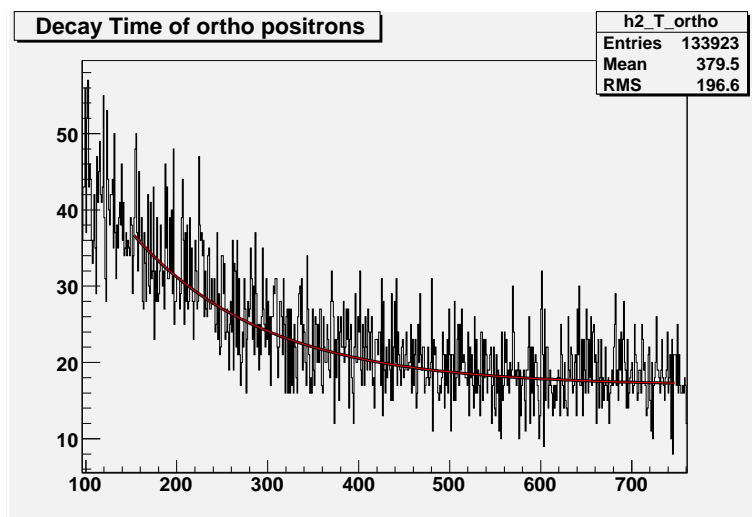


図 4.26: 実験 D の lifetime-fitting

第5章 誤差

5.1 概要

ここでは本実験の誤差を評価する。誤差が生じる原因としては主に TD-Ccalibration、TQ 補正、pick-off 補正などが上げられる。pick-off 補正は他の二つに比べ誤差が大きく生じるので以下では主に pick-off 補正の誤差について考える。また NaI2、NaI3、は良いデータが得られなかったので NaI1 のみ誤差を評価した。

5.1.1 誤差の伝播に関する一般式

$q = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ なる x_1, x_2, \dots, x_n の任意関数において、それらの誤差 $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \dots, \sigma_{x_n}$ がすべて互いに独立かつランダムであれば、 q の誤差 σ_q は

$$\sigma_q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial x_2} \sigma_{x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial x_n} \sigma_{x_n}\right)^2} \quad (5.1)$$

で表される。

5.2 TDCcalibrationおよびTQ補正による誤差

表 (3.5.4),(4.12) これらの値は ROOT が fitting による計算をしたものである。

5.3 pick-off補正による誤差の伝播

ここでは前章 4.4.2 で求めた $\Gamma_{pick} / \Gamma_{3\gamma}$ のエラーバーを算出する。まず、以下のように文字を定める。

N : $0 \leq E \leq 600$ におけるカウント数
 N_1 : $0 \leq E \leq 440$ におけるカウント数
 N_b : base ヒストグラムのカウント数
 N_{b1} : N_b のうち $0 \leq E \leq 440$ におけるカウント数
 $N_{3\gamma}$: 測定した 3γ のイベント数
 N_{pick} : 測定した pick-off のイベント数
 N_{pick}^* : 理想的な pick-off のイベント数
 $N_{3\gamma}^*$: 理想的な 3γ のイベント数
 N_{THR} : THR で切られたイベント数
 $\epsilon_{3\gamma} : N_{THR}/(N_{THR} + N_{3\gamma})$
 新たに文字 w, x, y を定めて

$$u = \frac{\Gamma_{pick}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{3N_{pick}^*}{2N_{3\gamma}^*} = \frac{3}{2}(1 - \epsilon_{3\gamma}) \frac{N_{pick}}{N_{3\gamma}} = \frac{3wx}{2y} \quad (5.2)$$

$$w = 1 - \epsilon_{3\gamma} \quad (5.3)$$

$$x = N_{pick} \quad (5.4)$$

$$y = N_{3\gamma} \quad (5.5)$$

測定量 N, N_1, N_b, N_{b1} との関係は次の様になる。

$$x = N - \frac{N_1}{N_{b1}} N_b \quad (5.6)$$

$$y = \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \quad (5.7)$$

$$\epsilon_{3\gamma} = \frac{N_{THR}}{N_{THR} + y} \quad (5.8)$$

ある量 Q の誤差を σ_Q とすれば式 5.1 を用いて測定量の誤差はそれぞれ次のようになる。

$$\sigma_x = \pm \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \sqrt{\left(\frac{N_{b1}}{N_1 N_b} \sigma_N\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_{b1}}}{N_{b1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_b}}{N_b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2} \quad (5.9)$$

$$\sigma_y = \pm \frac{N_1 N_b}{N_{b1}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_1}}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_b}}{N_b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_{b1}}}{N_{b1}}\right)^2} \quad (5.10)$$

$$\sigma_u = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2} \quad (5.11)$$

ある測定量 A の標準偏差はガウス分布に従うと仮定し \sqrt{A} とする。 N, N_1, N_b, N_{b1} はこのことに基づいて計算した。

表 5.1: カウント数

時間範囲	N	N_1	N_{THR}
$100 \leq T \leq 150$	6010	4182	3892
$150 \leq T \leq 200$	3575	2443	2674
$200 \leq T \leq 250$	2598	1797	2156
$250 \leq T \leq 300$	1693	1084	1260
$300 \leq T \leq 350$	1052	661	854
$350 \leq T \leq 400$	882	545	826
$400 \leq T \leq 450$	512	320	420
$450 \leq T \leq 500$	371	239	294

表 5.2: 誤差

時間範囲	σN	σ_{N_1}	$\sigma_{\Gamma_{pick}/\Gamma_{3\gamma}}$
$100 \leq T \leq 150$	75.5241	64.6683	3.278×10^{-2}
$150 \leq T \leq 200$	59.7913	49.4267	3.211×10^{-2}
$200 \leq T \leq 250$	50.9706	42.3910	3.180×10^{-2}
$250 \leq T \leq 300$	41.1461	32.9242	3.610×10^{-2}
$300 \leq T \leq 350$	32.4345	25.7099	3.862×10^{-2}
$350 \leq T \leq 400$	29.6985	23.3452	3.763×10^{-2}
$400 \leq T \leq 450$	22.6274	17.8885	4.787×10^{-2}
$450 \leq T \leq 500$	19.261	15.4596	5.429×10^{-2}

表 5.3: base データ

N_b	σN_b	N_{b1}	$\sigma_{N_{b1}}$
788	28.071	657	25.6320

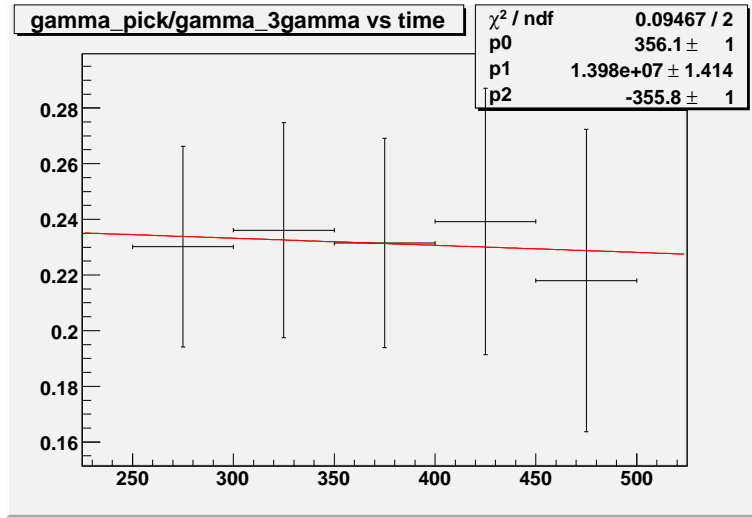


図 5.1: pick-off 補正関数の作成

計算結果を以下の表に示す。

これらの結果から式 (5.11) を計算すると図 (5.1) のようになる。これを式 (5.12) で fitting した結果パラメータ p 、 q は次のようになった。

$$\Gamma_{pick} / \Gamma_{3\gamma} = p \exp\left(-\frac{t}{q}\right) + r \quad (5.12)$$

$$p = 3.56073 \times 10^2 \pm 1.00005 \quad (5.13)$$

$$q = 1.39797 \times 10^2 \pm 1.41421 \quad (5.14)$$

$$r = -3.55832 \times 10^2 \pm 1.00002 \quad (5.15)$$

$\Gamma_{pick} / \Gamma_{3\gamma}$ の時間依存性が評価できたので、寿命の評価関数

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}}(t - pq \exp(-t/q))\right) + B \quad (5.16)$$

が得られる。最終的なオルソポジトロニウムの寿命は

$$\tau_{3\gamma} = 114.67 \pm 6.00 [ns] \quad (5.17)$$

となる。

第6章 考察

この章では今回の一連の実験から得られた結果をもとに、今回私たちが行った実験内容がいかなるものであったかを考察する。そして考察によって得られた事実から、今後の課題演習の実験に是非いかして欲しいと思うことを記す。

6.1 本実験で検出されていた反応

本実験ではターゲット容器内の状態を色々と変えてとることにより、私たちが観測した反応がいかなるものかを考えた。これまでの解析から考察すべきであると考えられることは、ポジトロニウムがどのタイミングで生成し、崩壊後どのような過程を経て検出されているかということである。

まずはじめに、シリカパウダーの有無による寿命を比べた比較実験を考える。この比較実験から得られた TQ 補正後の寿命は誤差範囲内で一致した。この結果は、容器内のシリカパウダーとの衝突によりポジトロニウムが生成するという当初想定していた生成過程とは異なる過程でポジトロニウムが生成していたことを示している。実際、ポジトロニウムがシリカパウダーとの反応で主に生成しているなら、後で示す通り、周囲の鉛との位置関係によるイベントの選択や、pick-off レートの変化などの原因により、十分な寿命の違いが現れるはずである。

更なる検証のため、次の三つの条件でのシグナルのレートを10分間計測した。三つの条件は、(1) 容器内を真空にした場合、(2) 容器内を常圧にした場合、(3) 容器自体を取り除いた場合である。これらの結果を一分間当たりのシグナルレートに変換し、誤差を含めて表に書き表すと下の表 6.1 の通りになる。

ここで、容器を取り払った場合の測定を行ったのは容器の陽電子入射窓で陽電子が止まっている可能性を考えためである。計測の結果は、全ての状況でほぼ同じレートの信号が NaI から出ていることが分かる。こ

表 6.1: 各条件におけるシグナルレート

条件	シグナル (min^{-1})	error
(1) 容器内を真空にした場合	194.9	14.0
(2) 容器内を常圧にした場合	198.3	14.1
(3) 容器自体を取り除いた場合	213.1	14.6

れより容器内の状況および容器の有無はポジトロニウムの生成に強く影響を及ぼしていないことが分かる。

次に容器内の圧力(粒子数)を変えてとった比較実験を考える。この比較実験から得られた TQ 補正後の寿命の値は容器内部を常圧にしてとった方が短くなった。これは、真空引きした場合よりも常圧の場合の方が容器内部の粒子数が多いため、pick-off や spin 交換反応のレートが上がったためと考えられる。

最後にシリカパウダーを熱するか否かで条件を変えた比較実験について考える。TQ 補正後の寿命は誤差範囲で一致したが、これは化学反応はほぼ起こらない、または少なくとも寿命に影響を及ぼさないことを示している。

ターゲット以外との衝突により生成されたポジトロニウムの崩壊反応は、本実験にいかなる寄与を与えているだろうか。本実験での配置では図 3.1 の通り線源、プラスチックシンチレータ、ターゲットの各間に 7 cm 程度の距離がある。これは線源からの直接のを見ないための工夫である。これらの鉛ブロックにより、鉛ブロックよりも手前(線源側)で崩壊したポジトロニウムのイベントは検出される確率が低くなってしまふ。これはイベントを選択していることに相当し、寿命の算出に影響を与える。また、この区間内でできたポジトロニウムに対し、容器に達するまでの pick-off レートに比べ、その後の pick-off レートは大きくなってしまふ。本実験で実際に表 4.8 に現われた $\Gamma_{pick}/\Gamma_{3\gamma}$ のとびはこれによるものであると考えられる。このとびがあまりにも顕著であることから、ポジトロニウムの主な生成は、プラスチックシンチレータまたはそれに巻いた遮光テープによるものと考えられる。

これらの考察から、プラスチックシンチレータ、真空容器、NaI の立体配置をできるだけ近づけることが、本実験を用いた器具を使った最善のセットアップであると結論する。それは、ポジトロンがプラスチックシ

ンチレータ付近で生成することを踏まえれば、生成後のポジトロンの運動に関わらず検出を行うことが出来るような配置が最善といえるためである。このような配置では、生成後に空气中を運動する区間が短いため pick-off による影響を最小にすることが出来るためである。

6.2 改善点と考察課題

上の考察から得られた事実から、我々が用いた器具の範囲内でより高い精度で、またより信頼に足る寿命を測定するために、是非今後この実験に携わる方々にいかしていただきたいと思うことを記す。

6.2.1 Threshold により不検出となる 3 のイベント

pick-off 補正を行う際、Threshold (以下 Thr. と書く) で検出できなかったイベント数を、推測によって算出した。この割合は表 4.8 の通り 50 % にまで及ぶ。この割合を下げることでより正確な pick-off 補正ができるだろう。従って Thr. の値を出きるだけ下げることが重要になるといえる。本実験では、discr1 の Thr. は可能な限り下げたため、より低い Thr. を実現するには工夫が必要である。単純な方法には Hi-Vol をよりあげて gain を高めることがあるが、本実験で用いる photomul では 1300V が限界であり、この値付近でも挙動がおかしくなるので、この方法によるさらなる改善は難しいだろう。現実的な方法として、本実験で用いた divider の代わりに amp を用いるというものがある。本実験では photomul の信号を divider で振幅が半減している信号に Thr. をかけている。この代わりに amp を用いて信号を増幅させたものに Thr. をかければ、より低いエネルギー領域のイベントも検出できるだろう。ただし、この時検出される BG も必然的に増えることになるので、BG の扱いにより気をつける必要がある。

また Thr. 以下のイベントのイベント数を推測する際に、本実験では Thr. 以下のイベント数を直線で近似した。これは一般的なコンプトン散乱による検出数が、コンプトンエッジ以外では一定になることを用いたものであるが、どの値で一定になるかなどは推測しづらい。従って、Na の崩壊から得られるデータをより低い Thr. で別にとっておき、それを用いて推測すればより良い精度で Thr. 以下のイベント数が算出できるだろう。

6.2.2 立体配置

本実験では、NaIのみ 線遮蔽のための鉛が薄くなっており、図4.9の通りこのNaIによるデータだけ線源からの 線が多く検出されてしまった。これはBGの増加になり好ましくないうえ、アクシデンタルな反応が検出されてしまい寿命にも影響を与えうる。従って、鉛の配置を工夫し、直接の 線を見ないような工夫を嚴重にするべきである。また上の通り、プラスチックシンチレータや、容器、NaIが離れてしまう場合も算出される寿命に影響がでうる。従って、これらは全て隣接して設置するべきであると考えられる。しかしこれにより、プラスチックシンチレータで散乱された 線等が検出されやすくなってしまう場合があるので、この 線の取り扱いにも注意が必要である。

6.2.3 BGの扱い

この実験では欲しいポジトロニウムの反応の他に、プラスチックシンチレータで散乱された 線がNaIで検出されるイベント、プラスチックシンチレータで検出された 線を放出した 崩壊とは異なるベータ崩壊によって発せられた 線によるイベントや、全く無関係な放射線（宇宙線等）によるイベント（アクシデンタルなイベント）などが検出されてしまう。これらのBGを減らすことは寿命の算出の際のfittingのみならず、pick-off補正等の精度に影響を与える。BGの影響を取り除くためにできることとしては、単純にBGを減らすことと、BGによるデータの形を正確に予測して得られたデータからこれを除くことがある。

前者は上の立体配置についての節で述べた通り、鉛の置き方の工夫により減らすことができる。ただし、この実験室に置いてある鉛ブロックは一部を除き一定のサイズのものしかないので、他のサイズのものを用意し、より細かな配置ができるようにするとよりよいだろう。また、オルソポジトロニウムは3つの γ に崩壊するので3つのNaIのうち二つでcoincidenceをとり、検出されるイベントからBGを減らすことができる。

後者としては、本実験で行った通り、データの中で十分時間がたった時のものをBGであると思い、これを他の時間領域から差し引いて解析を行うことができる。この方法では長く生き残ったポジトロニウムによる影響がBGとして扱われてしまうという難点がある。この代わりに、プラスチックシンチレータとNaIの信号を関係のないほど離れた時間でデー

タをとり、それを BG データとして解析すればより良い精度で解析ができるだろう。

6.2.4 pick-off と化学反応のレート

今回の実験では、ポジトロニウムは容器内では生成しておらず、シリカパウダーに達するまでに時間が経過していることが明らかになった。従ってこれらの反応のレートの時間推移について、正確な検証を行うことは出来なかった。従って pick-off のレートの時間依存性や化学反応によるイベントへの影響については更なる考察が必要であるが、これは上に記したようなセットアップを行えば可能になるであろう。

これらの改善をこの実験に施せば、間違いなくよりよい精度で実験を行うことができるであろう。私たちが持っている時間内でこれらの実験を行うことができないこと、またこれらの改善点にもっと早い段階で気がつくことができなかったが残念でならないが、今後の課題演習 A 2 の履修者が、高い志を持ってこの実験に取り組み、私たちの実験と意志を引き継いでくれることに大きく期待する次第である。

謝辞

この研究を形にすることができたのは、担当していただいた石野准教授の熱心なご指導や、不慣れなコンピュータに途方に暮れる私達に的確な助言と激励をくださった隅田助教授、増田さんのおかげです。立石さんには、日頃から研究の進み具合を気にかけていただき、優しい言葉で私達を励まして下さいました。また、議論を通じて多くの知識や示唆を頂いた尾田助教授には感謝の念が絶えません。協力していただいた皆様への心から感謝の気持ちと御礼を申し上げたく、謝辞にかえさせていただきます。

関連図書

- [1] 長島順清, 素粒子物理学の基礎 1, 朝倉書店,
- [2] 放射線計測ハンドブック, グレン.F. ノル, 日刊工業新聞社
- [3] Michael A. Stroschio "Positronium: A review of the theory" o-Ps、p-Ps の decay rate の計算などものっている。Feynmen diagrams もここから転載した。
- [4] S.Weinberg "Quantun theory of fields 1"
- [5] Gregory S.Adkins "Radiative Corrections to Positronium Decay"