

---

---

# オルソポジトロニウムの寿命測定による QEDの実験的検証

---

---

この実験では NaI シンチレータとプラスチックシンチレータを用いて  
オルソポジトロニウムの寿命を測定し、QED の理論値と一致するかを確かめた

課題演習 A2, 2012 年度後期

EDITED BY

今村征央 京野秀紀 杉本雄亮  
高三和晃 西野裕基 横田猛  
京都大学理学部

2013.4.1

# 目次

概要	i
第 1 章 はじめに	1
1.1 実験目的	1
1.2 課題演習として	1
第 2 章 理論	2
2.1 ポジトロニウムの寿命の計算	2
2.2 崩壊確率と寿命の理論値	3
参考文献	4
第 3 章 実験方法, 実験装置	5
3.1 実験方法	5
3.2 Setting	5
3.3 回路	8
第 4 章 解析	12
4.1 大気圧下でのデータの解析	12
4.2 真空下でのデータの解析	24
参考文献	31
第 5 章 考察	32
5.1 誤差の評価	32
5.2 おわりに	35
謝辞	37

# 第 1 章

## はじめに

### 1.1 実験目的

電子、陽電子の対消滅は、QED の検証に用いることができる素粒子反応の一つである。

この実験では、NaI 検出器を用いて、電子、陽電子対の束縛状態であるオルソポジトロニウムの寿命を求めることを目的とした。得られた寿命を QED による理論計算の値と比較し、一致するかどうかを検証した。

### 1.2 課題演習として

また、この実験は課題演習 A2 において行われたものであり、実験を通して、シンチレーターや光電子増倍管の使い方や、放射線実験の手順を学ぶ目的もある。

## 第 2 章

# 理論

### 2.1 ポジトロニウムの寿命の計算

ポジトロニウム (Ps) とは電子と陽電子が電磁相互作用によって束縛状態をなしたものであり、互いに反粒子であることから対消滅により光子に崩壊する。この章ではポジトロニウムの寿命を理論的に計算できることを簡単に見る。

Ps は電磁相互作用がなす束縛状態であるから、QED に加えて束縛状態を記述する枠組みを与えるべきであるが、依然確定的な理論が構築されていないため、ここでは束縛状態の考察から QED における対消滅過程のダイアグラムを分類して計算を行うことにする。

まず Ps の基底状態にはスピン 1 重項とスピン 3 重項の二つがあり、それぞれをパラポジトロニウム (p-Ps)、オルソポジトロニウム (o-Ps) という。QED のラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

であるから荷電共役対称性がある。光子は荷電共役変換に対して逆符号をとる ( $A_\mu \rightarrow -A_\mu$ ) ので、相互作用項の部分は p-Ps の場合は (-1) が出て、o-Ps の場合は変わらない。よって理論の荷電共役対称性を束縛状態の崩壊過程についても要求すると、ファインマンダイアグラムの種類に制約が加えられ、vertex の数が p-Ps の場合は偶数個、o-Ps の場合は奇数個となる。さらにエネルギー運動量保存則から o-Ps は最低 3 個の vertex を持たねばならない。図 1 には摂動最低次のダイアグラムを描いておいた。

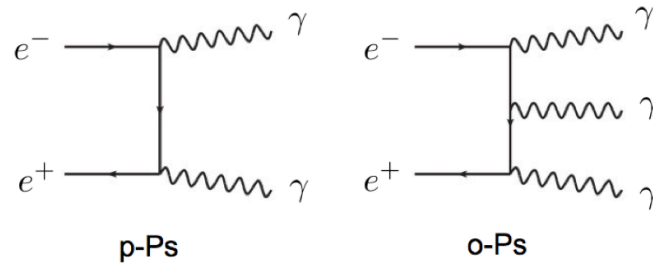


図 2.1 ポジトロニウムの崩壊の摂動最低次

## 2.2 崩壊確率と寿命の理論値

最後に摂動計算の詳細には立ち入らず、理論から計算される崩壊確率と寿命を示しておく。計算結果は [1]、計算過程は [2][3][4][5] を参考にした。

p-Ps の崩壊確率は

$$\begin{aligned}\Gamma(\text{p-Ps} \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{m_e \alpha^5}{2} \left[ 1 - \left( 5 - \frac{\pi^2}{4} \right) \frac{\alpha}{\pi} + 2\alpha^2 \log \frac{1}{\alpha} + 1.75(30) \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 - \frac{3\alpha^3}{2\pi} \log^2 \frac{1}{\alpha} + \mathcal{O} \left( \alpha^3 \log \frac{1}{\alpha} \right) \right] \\ &= 7989.50(2) \mu\text{s}^{-1}\end{aligned}$$

寿命は  $1.2516 \times 10^{-4} \mu\text{s}$  である。

o-Ps の崩壊確率は

$$\begin{aligned}\Gamma(\text{o-Ps} \rightarrow \gamma\gamma\gamma) &= \frac{2(\pi^2 - 9)m_e \alpha^5}{9\pi} \left[ 1 - 10.28661(1) \frac{\alpha}{\pi} - \frac{\alpha^2}{3} \log \frac{1}{\alpha} + B_o \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 - \frac{3\alpha^3}{2\pi} \log^2 \frac{1}{\alpha} + \mathcal{O} \left( \alpha^3 \log \alpha \right) \right] \\ &= (7.0382 + 0.39 \times 10^{-4} B_o) \mu\text{s}^{-1}\end{aligned}$$

寿命は  $1.4208 \times 10^{-1} \mu\text{s}$  である。

## 参考文献

- [1] Andrzej Czarnecki, Savely G. Karshenboim, "Decays of Positronium", hep-ph/9911410
- [2] A. Czarnecki, K. Melnikov, and A. Yelkhovsky, Phys. Rev. Lett. **83**, 1135 (1999)
- [3] A. Czarnecki, K. Melnikov, and A. Yelkhovsky,  $\alpha^2$  corrections to parapositronium decay: a detailed description (1999), hep-ph/9910488
- [4] S. G. Karshenboim, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **103**, 1105 (1993) (in Russian); JETP **76**, 541 (1993)
- [5] G. S. Adkins, Phys. Rev. Lett. **76**, 4903 (1996)
- [6] M. Peskin, D. Schroeder "An Introduction to Quantum Field Theory" New York, Addison Wesley (1995)

## 第3章

# 実験方法, 実験装置

### 3.1 実験方法

まず、 $\beta^+$ 線源を用意し、線源から出た  $e^+$  がプラスチックシンチレータを通過し、シリカパウダーに当たるようにする。 $e^+$  はそこでポジトロニウムを形成し、その崩壊に伴う  $\gamma$  線を NaI シンチレータによって観測する。ここで  $e^+$  がプラスチックシンチレータを通過してから、NaI シンチレータが  $\gamma$  線を観測するまでの時間をポジトロニウムの寿命とする。また、ポジトロニウムにはパラ、オルソ (p-Ps、o-Ps) の二種が存在するが、崩壊時に放出する  $\gamma$  線の違いによってこれらを区別した。

### 3.2 Setting

#### 3.2.1 装置の配置

本実験では図 3.1~3.3 のように Setting をした。

図中の記号について

**Na<sup>22</sup>**  $\beta^+$ 線源として Na<sup>22</sup> を用いた。

**SiO<sub>2</sub>**  $e^+$  はここで Ps を形成する。オルソからパラへの転換を抑えるため、真空容器に十分に焼いた SiO<sub>2</sub> を詰めた。

**NaI** NaI シンチレータ。Ps の崩壊に伴う  $\gamma$  線を測定する。

**PS** プラスチックシンチレータ。[Na<sup>22</sup> より出る  $\beta^+$  線 ( $e^+$ ) を観測する。

**鉛板** 測定の妨げになる  $\gamma$  線を遮蔽するのに鉛板を用いた。

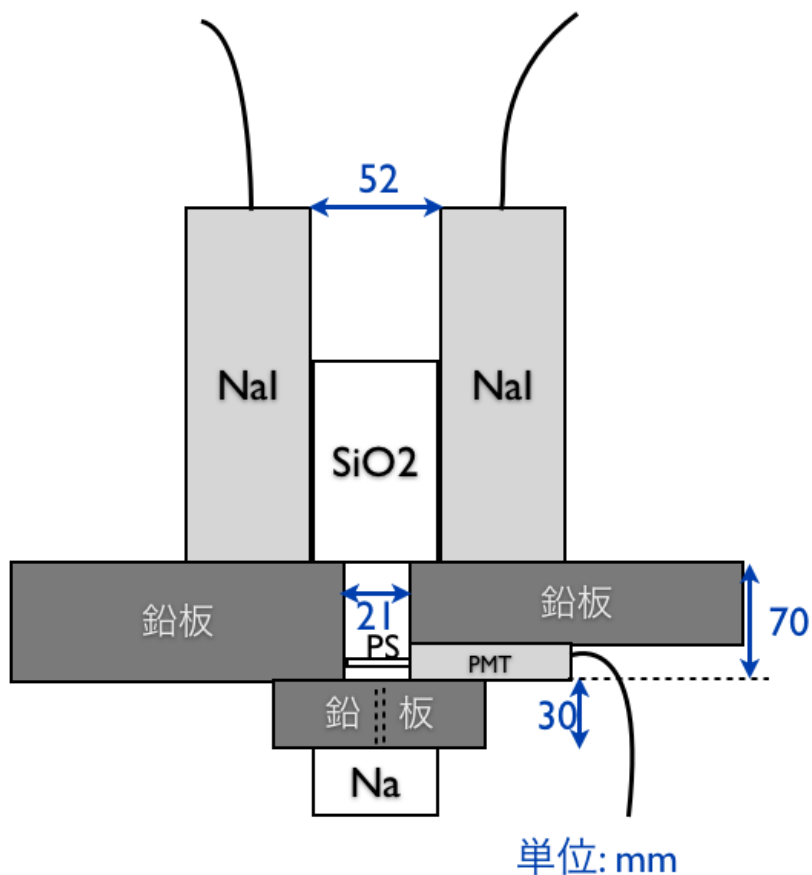


図 3.1 配置図 1 ただし、鉛板の高さは 100mm、NaI は 1705656mm

### 3.2.2 補足

PS は僅かな光にも反応してしまうため、黒いビニールシートを用いて十分に遮光した 実際に HV をかけ信号をみて、遮光ができているかどうかを確かめた。

真空について、今回真空を引いた時、引かないときの両方を測定したが、引いた時には真空ポンプを用いて空気を抜き、約 1/20 気圧を保って測定をした。





図 3.2 配置図 2

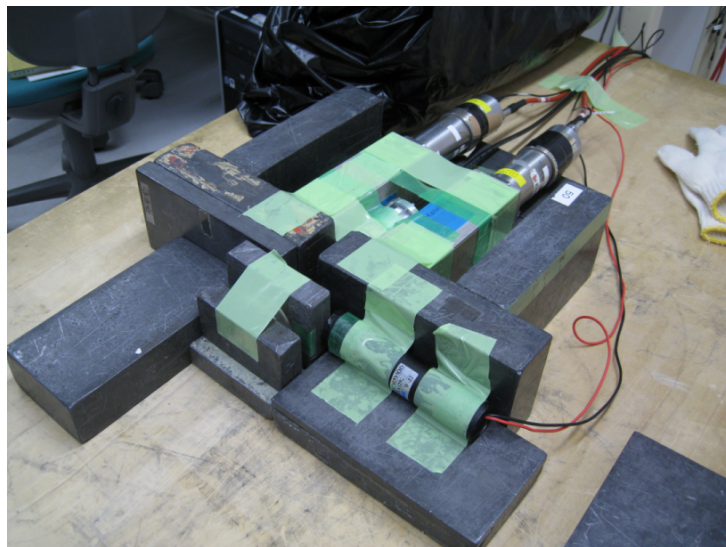


図 3.3 配置図 3

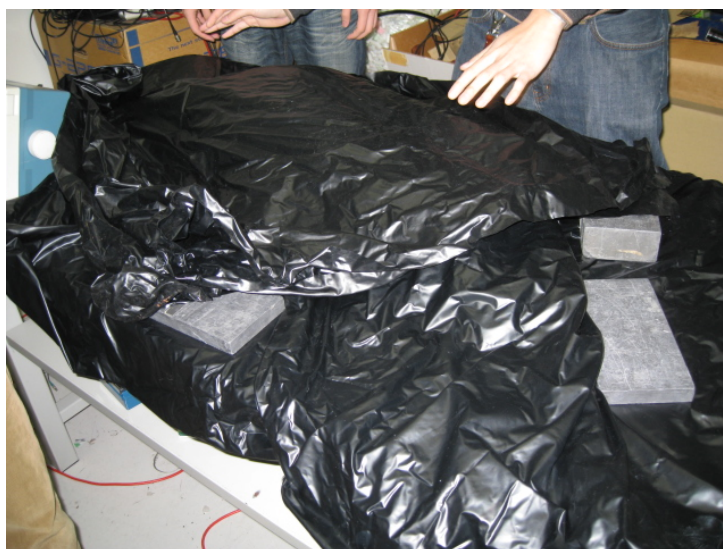


図 3.4 遮光の様子

### 3.3 回路

#### 3.3.1 回路図

測定に用いた回路は図 3.5 のとおりである。

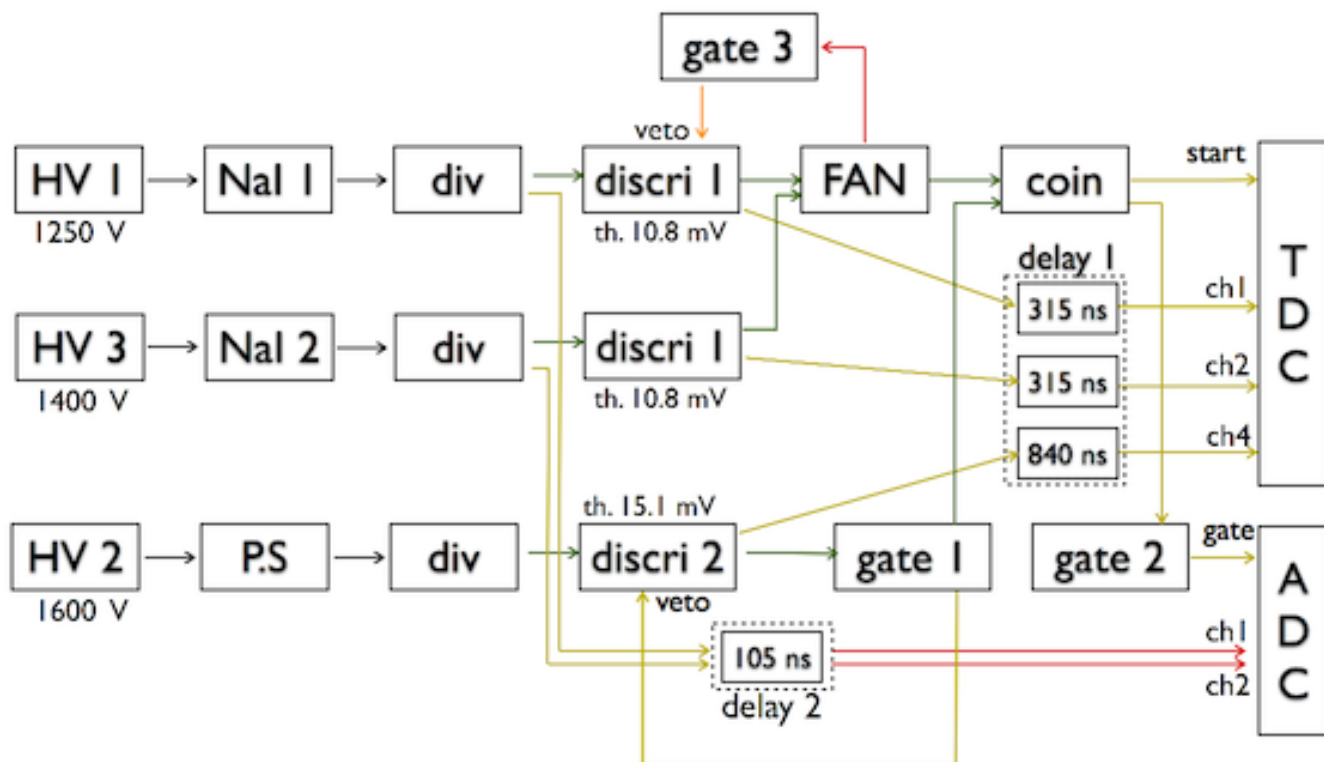


図 3.5 回路図

図中に用いた記号について。

- HV Negative High Voltage 光電子増倍管 (PMT) に加える負の電圧。  
 NaI NaI シンチレータ。PMT が取り付けられている。  
 PS プラスチックシンチレータ。PMT が取り付けられている。  
 div divider 入力信号を 2 つに分ける。  
 discri discriminator アナログ信号が閾値を超えた時、NIM 信号と呼ばれるデジタル信号を出す。  
 delay delay 信号を遅らせる。delay 1 は fixed delay を、delay 2 は長いコードを用いた。  
 FAN 入力端子のいずれかに信号が入ると信号を出力する。  
 gate gate generator 信号が入力されると一定の長さのパルス信号を出す。  
 coin coincidence 入力に信号が重なって入ってくると、信号を出す。  
 TDC start に信号が入力されてから stop に信号が入力されるまでの時間に比例する値を出力する。  
 ADC ゲート信号が入力されている間に来る信号の積分値を出力する。

### 3.3.2 各 module の setting

#### HV について

各 PMT にかけた電圧は表 3.1 の通りである。

	HV [V]
NaI1	1250
NaI2	1400
PS	1600

#### discri について

各 discriminator の setting は表 3.2 の通りである。

	thresshold [mV]	width [ns]
discri1	10.8	30
discri2	15.1	30

#### gate について

各 gate generator の setting は表 3.3 の通りである。

	width [ns]	delay [ns]
gate1	1000	through
gate2	200	through
gate3(veto 用)	1000	through

### 3.3.3 補足

#### veto について

今回の実験では discriminator 1 の threshold を最低値に設定した。そうしたところ、NaI からの信号が複数回 threshold の値をまたぎ、一つの信号から複数の NIM 信号が出力されてしまう現象が起きた。そこで、discriminator の veto in に gate3 からの信号を入れてこれらを消そうと試みた。この処方によって一つの信号が来てから、約 30 ns から 1000 ns までは他の信号は来なくなり、問題になっていたこの現象を回避した。

#### 信号の略図

図 3.6 に今回用いた回路による信号の時間についての関係を簡潔に記した。

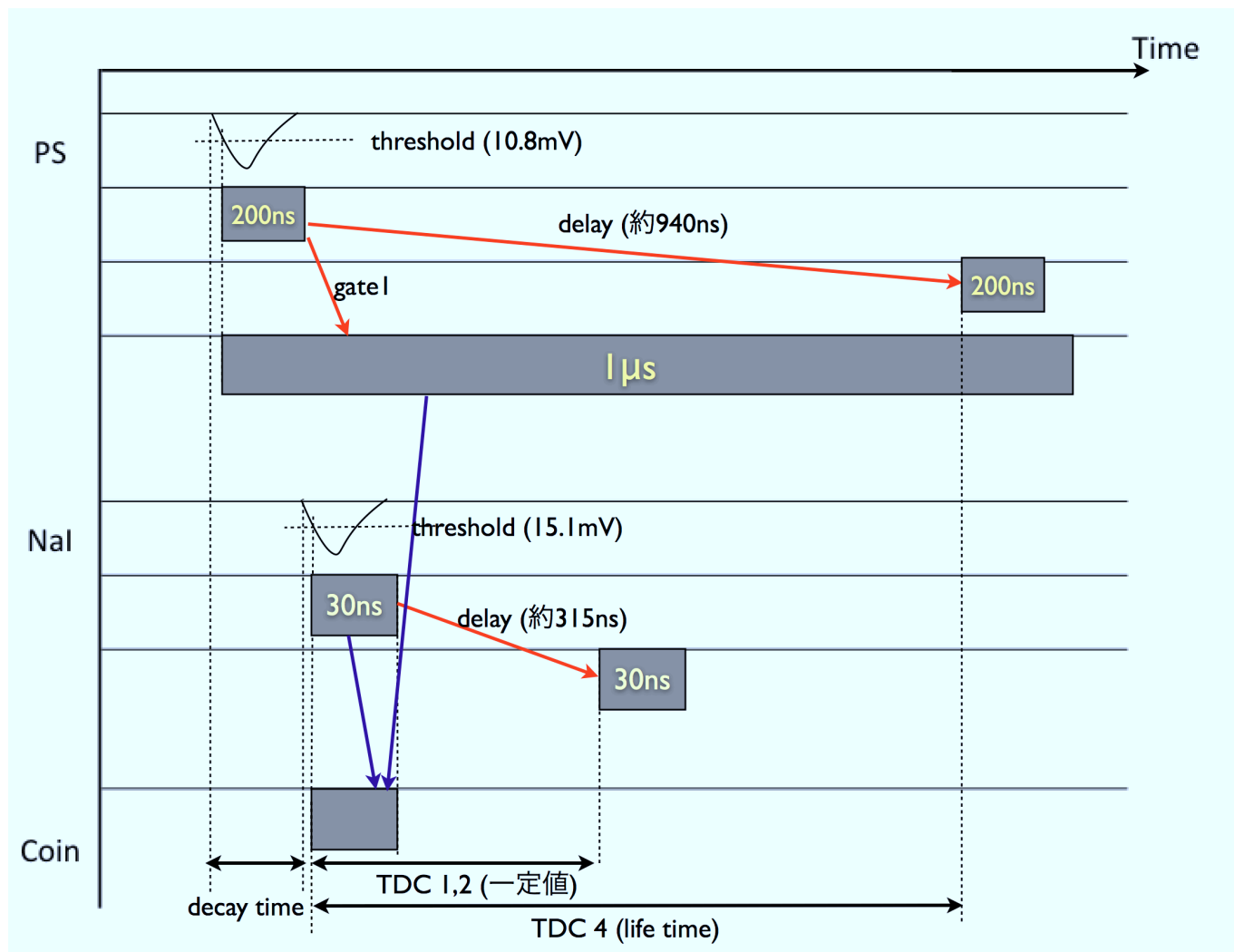


図 3.6 signal の略図

## 第4章

# 解析

前章に述べた実験装置で得られたデータを解析する。この章は主に大気圧下でのデータの解析と真空下でのデータの解析からなる。共に、オープンで焼いたシリカを用いた。なお、lifetime の fitting 時の energy cut は全て 150~550keV である。

### 4.1 大気圧下でのデータの解析

#### 4.1.1 データとキャリブレーション

##### ADC キャリブレーション

真空を引いていないデータを軸にして解析を進める。後に、真空引きしたデータも解析する。

まず、本実験で得られた ADC のデータを掲載する。まだ、キャリブレーションを行っていない生のデータである。

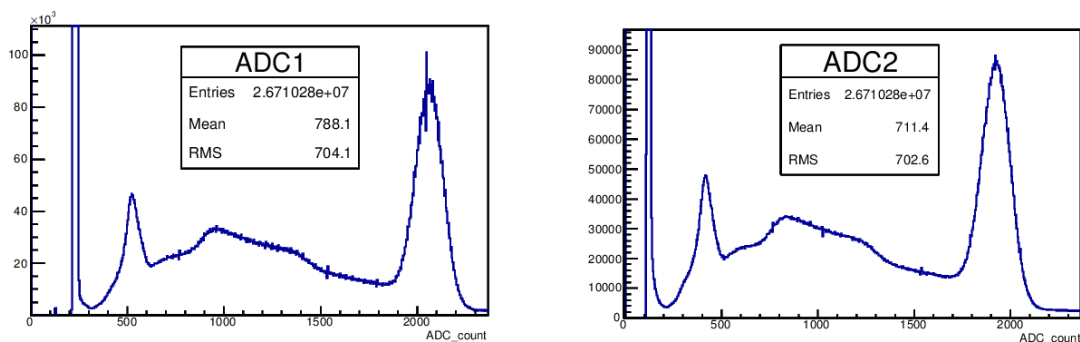


図 4.1 ADC1,ADC2 から得られたデータ (キャリブレーション前)

511keV の  $\gamma$  線のピークは容易に特定できる。0keV と 511keV の 2 点のピークを用いてキャリブレーションを行う。キャリブレーションのために行ったフィッティングの様子を示したグラフを記載する。

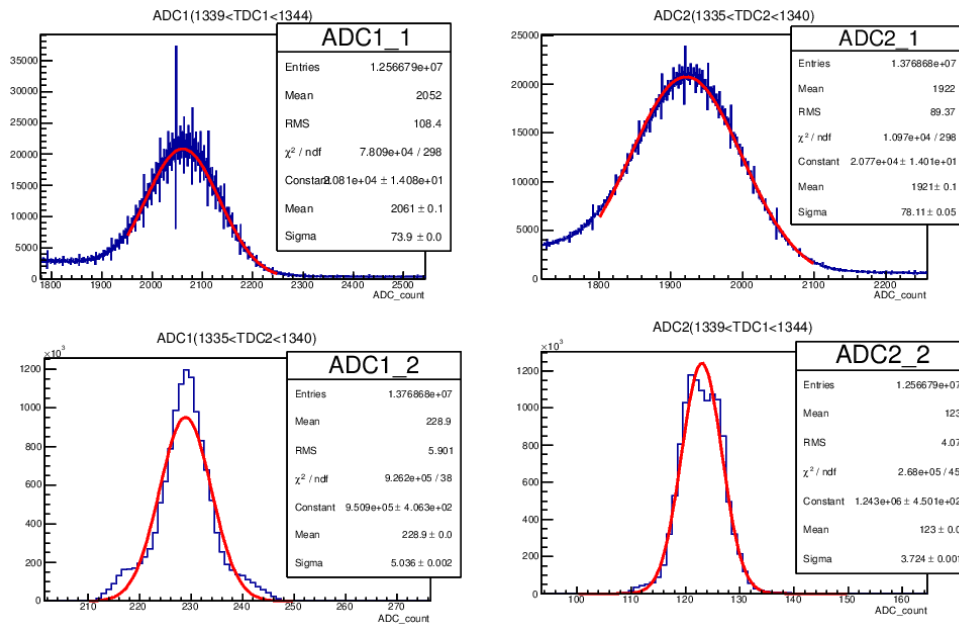


図 4.2 キャリブレーションのための fitting

キャリブレーションの結果、以下の式が得られる。

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.2789(\text{ADC1} - 228.9) \tag{4.1}$$

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.2842(\text{ADC2} - 123.0) \tag{4.2}$$

上記の式でキャリブレーションした後のグラフを載せる。

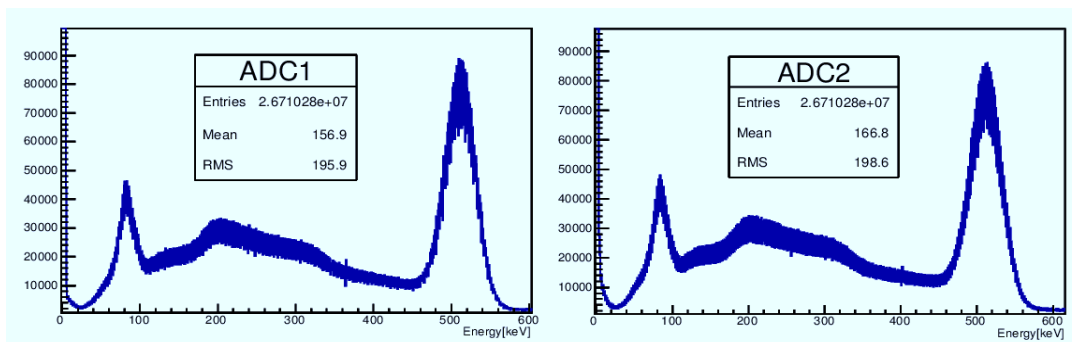


図 4.3 ADC1,ADC2 から得られたデータ (キャリブレーション後)

511keV の  $\gamma$  線のコンプトン散乱によるピークが約 200keV にあることがわかる。また低エネルギー領域のピークが 80keV 付近であることもわかる。これは遮断剤に用いた鉛の特性エクソ線のエネルギー値と一致する。しかし、60keV 付近と思われる threshold の影響もあるので断定は難しい。

## TDC キャリブレーション

ADC と同様、初めに本実験で得られたデータを掲載する。まだ、キャリブレーションを行っていない生のデータである。

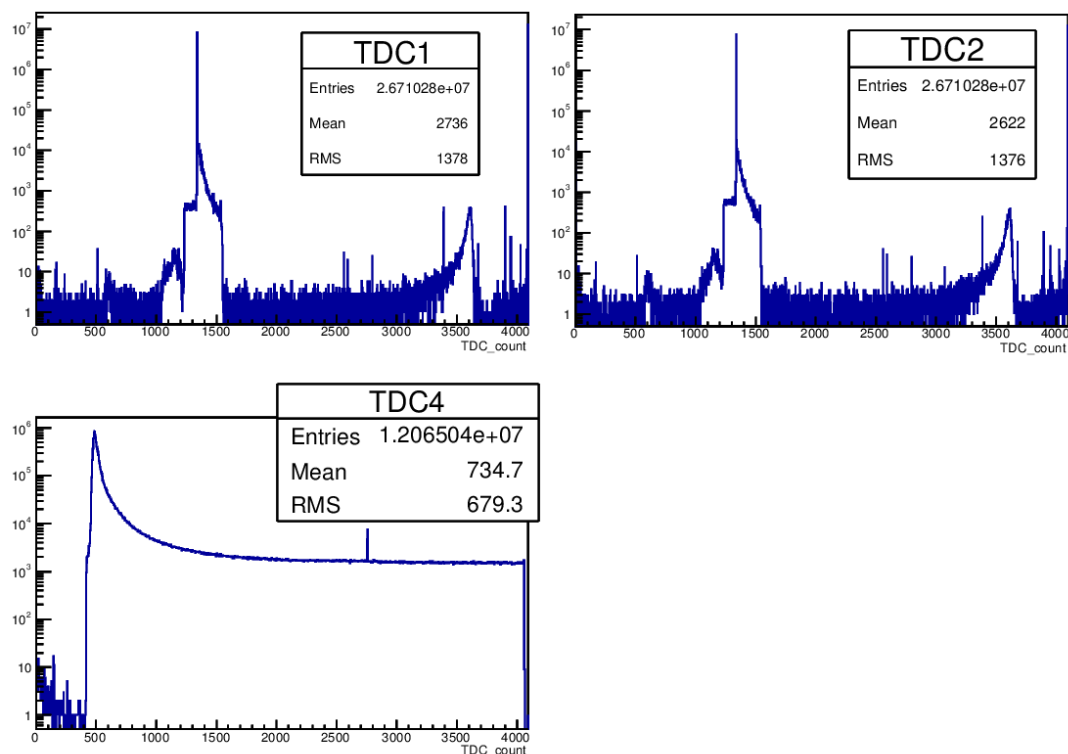


図 4.4 TDC1,TDC2,TDC4 から得られたデータ (キャリブレーション前)

次に、TDC のキャリブレーションについて述べる。回路の途中に予め値がわかっている fixed delay を挟むことで、その時の値が、TDC でいくつかになるかを 4 点で読み取り最小二乗法で fitting した。以下に、その 4 点のデータを掲載する。

表 4.1 TDC1

Time(ns)	TDC
256	1068
492	2006
724	2941
960	3883

表 4.2 TDC2

Time(ns)	TDC
256	1065
492	1994
724	2924
960	3856

表 4.3 TDC4

Time(ns)	TDC
238	997
472	1935
706	2873
940	3814

Fitting の結果は以下の通りである。



$$\text{Time[ns]} = 0.2499(\text{TDC1} - 10.362) \quad (4.3)$$

$$\text{Time[ns]} = 0.2520(\text{TDC2} - 11.763) \quad (4.4)$$

$$\text{Time[ns]} = 0.2492(\text{TDC4} - 10.330) \quad (4.5)$$

このキャリブレーションの結果を用いて、TDC から得られたデータを横軸を時間 (ns) にして表示する。

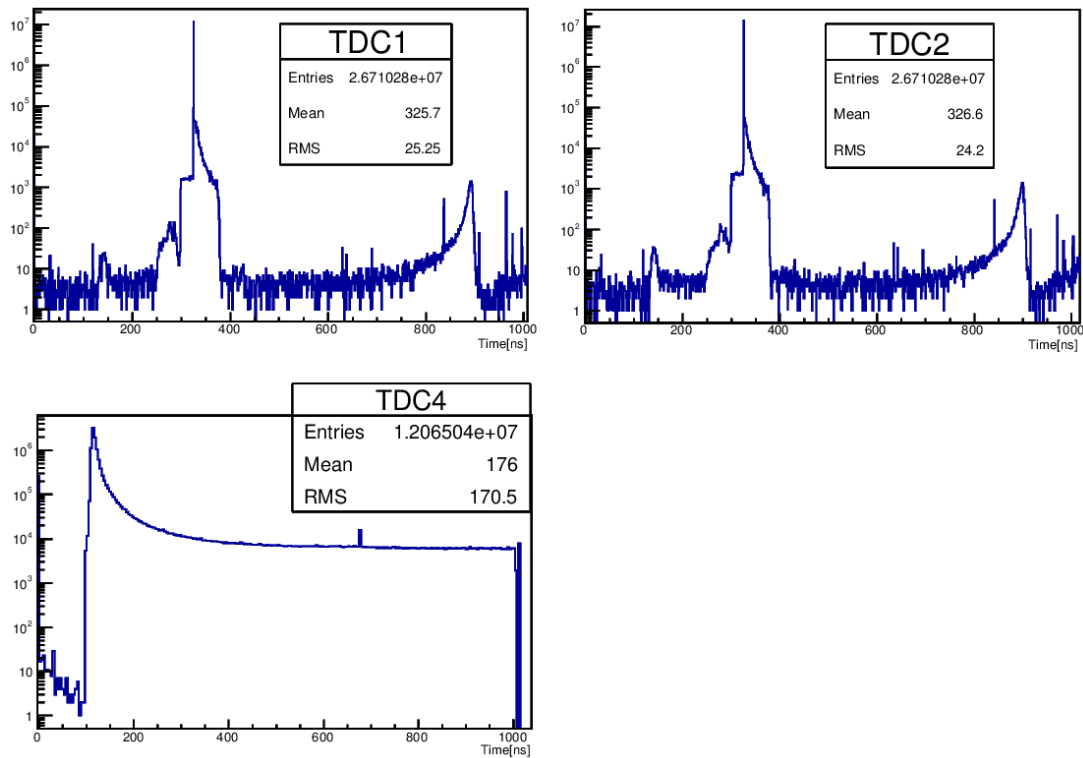


図 4.5 TDC1,TDC2,TDC4 から得られたデータ (キャリブレーション後)

さて、TDC1,TDC2 の値は今回、一定値を返すはずであるから、以降  $1339 < \text{TDC1} < 1344, 1335 < \text{TDC2} < 1340$  の範囲を満たすデータのみ用いる。これは、1.25ns 程の短い時間幅である。

### 4.1.2 TQ 補正

#### TQ 補正の概要

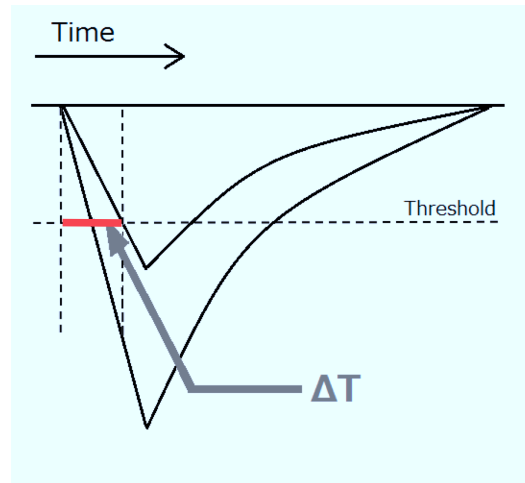


図 4.6 オシロスコープで得られる信号を表した図。エネルギーの差によって信号の立ち上がりが異なり、エネルギーの小さな信号に遅れが出る。

オシロスコープで信号を見ると信号は上図のような形になっている。上の図からわかるように、大きな信号は小さな信号より先に threshold を超える。その時間差を見積もらなければならない。 $T[\text{ns}]$  を  $T - \Delta T$  に補正しなければならない。これが TQ 補正である。

#### TQ 補正関数の作成

TQ 補正関数とは、エネルギーの大きさ毎に、いくら時間のずれがあるかを表す関係式のことである。p-ポジトロニウムによる現象は、図で 120[ns] 付近のものである。ちなみに p-ポジトロニウムの寿命は2章で述べたように極めて短いので、これがポジトロニウム生成の瞬間とみなせることに注意する。これを取り出して 80[keV] ~ 1100[keV] の範囲で fitting を行った。fitting には次式を用いている。

$$\Delta T = \frac{p_0}{(x - p_1)^{p_3}} + p_2 \quad (4.6)$$

この式の形は信号のスペクトルの形状に依存する。今回はエネルギーの何乗に比例するかも fitting パラメーターとした。参考までに、信号の形を三角形近似した場合は、エネルギーの-1 乗 ( $p_3 = 1$ ) に定数部分を除いて比例する。

fitting の様子をグラフで示した。また、fitting によって得られたパラメータを表にまとめた。以下が得られた TQ 補正関数である。

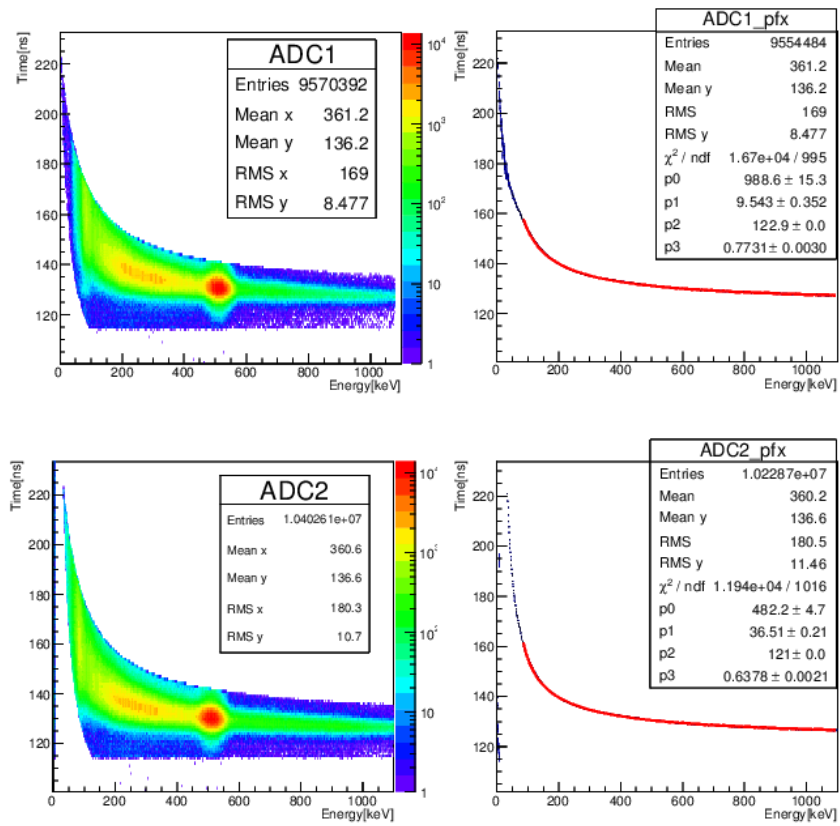


図 4.7 TQ 補正関数の作成

表 4.4 TQ 補正関数の fitting 結果

	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
ADC1	988.6	9.543	122.9	0.7731
ADC2	482.2	36.51	121	0.6378

この補正関数を用いると次のように補正ができていることが確認できる。120[ns] 付近の黄色の部分を見れば真っ直ぐに補正されている。

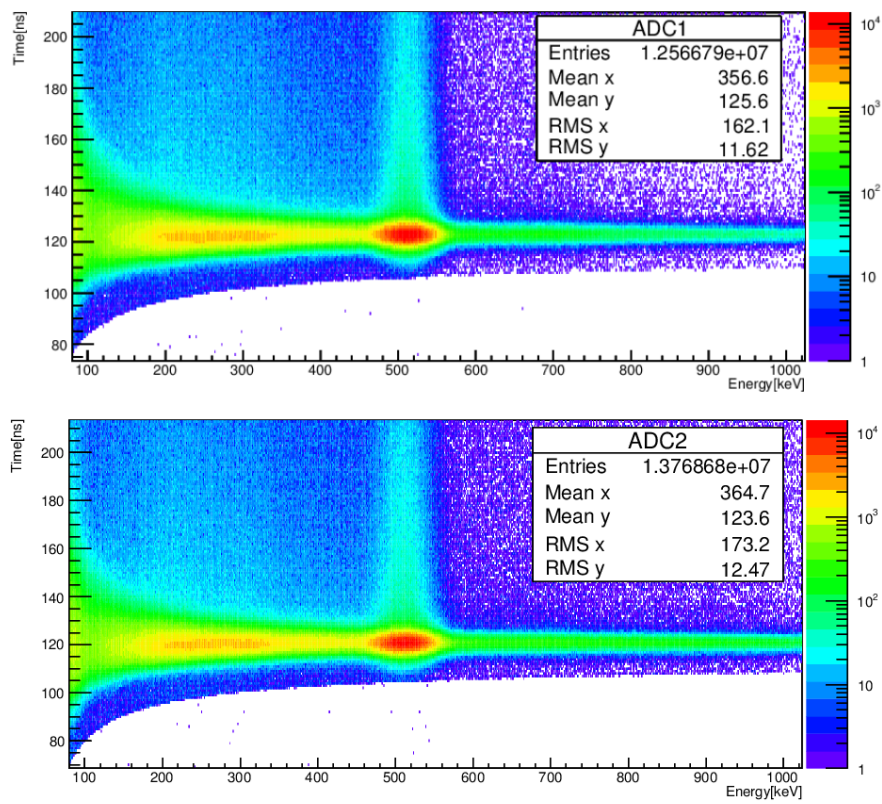


図 4.8 TQ 補正後の時間とエネルギーについての 2 次元ヒストグラム。120[ns] 付近の部分が真っ直ぐになっているのが分かる。

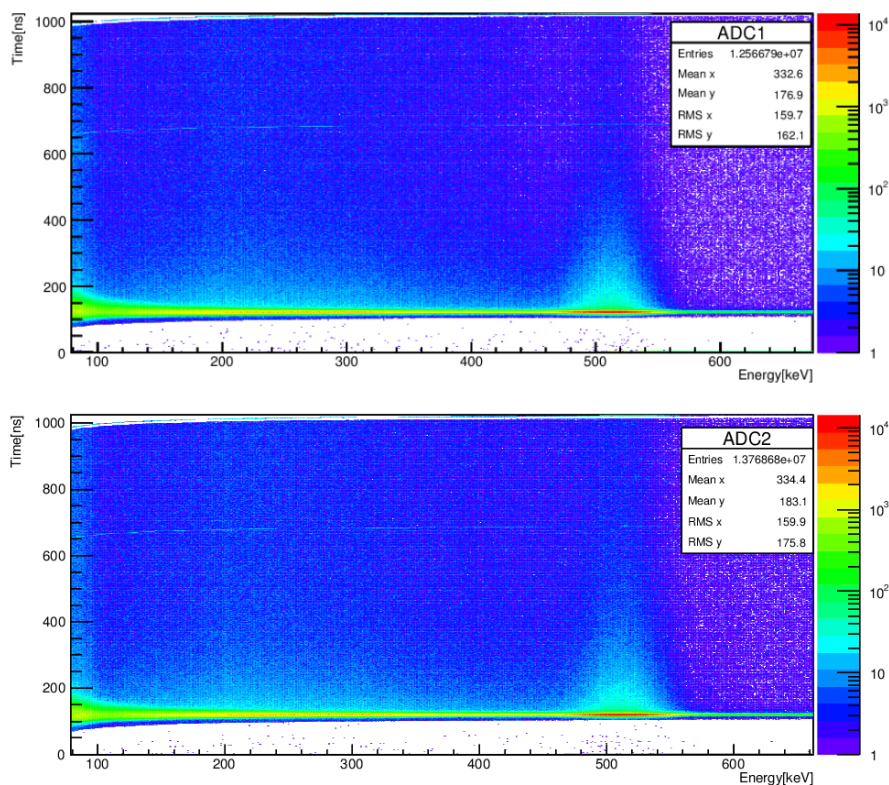


図 4.9 TQ 補正後の時間とエネルギーについての 2 次元ヒストグラム。先の図より広い時間範囲について描いている。

#### TQ 補正後の寿命

現時点での  $\alpha$ -ポジトロニウム寿命（大気圧）を見積もってみよう。fitting の範囲は 140~940ns とした。

表 4.5 TQ 補正後の寿命

ADC1	ADC2
96.99[ns]	96.64[ns]

pick-off 反応を見積もりに入れていないために理論値より短い lifetime になっていると考えられる。

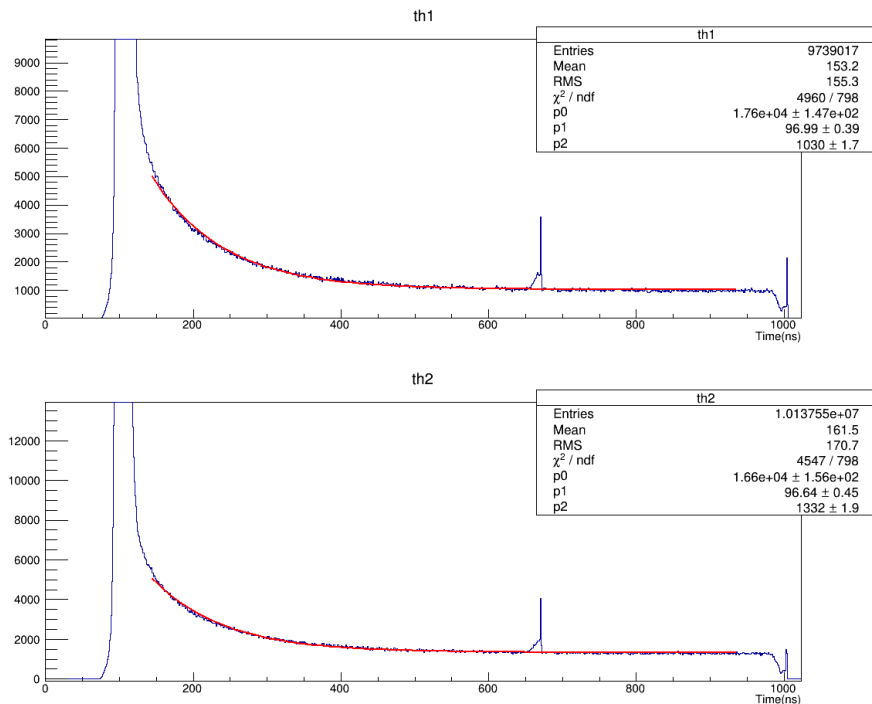


図 4.10 TQ 補正後の寿命の計算。上図が ADC1 の値、下図が ADC2 の値を利用して計測している。パラメータ  $p_1$  が寿命にあたる。

### 4.1.3 pick-off 補正

#### pick-off 補正の概要

では、pick-off 反応による寿命への影響を考えてみよう。o-ポジトロニウムは周囲の物質とスピン交換をしてパラポジトロニウムとなって崩壊したり、周囲の電子とポジトロニウムの陽電子が反応したりすることがある。これらを総称して pick-off 反応と呼ぶ。このため崩壊幅は次のように書ける。

$$\Gamma_{\text{obs}} = \Gamma_{\text{ortho}} + \Gamma_{\text{pick}} \quad (4.7)$$

さらに pick-off 反応の割合は熱化 [1] によって時間変化してしまう。生成直後の o-ポジトロニウムは運動エネルギーを持っているので pick-off 反応を起こしやすい。しかし、時間が経つにつれてエネルギーを失って pick-off 反応の割合が減っていくと考えられる。つまり、 $\Gamma_{\text{pick}}$  は時間変化する。

#### pick-off 補正関数の作成

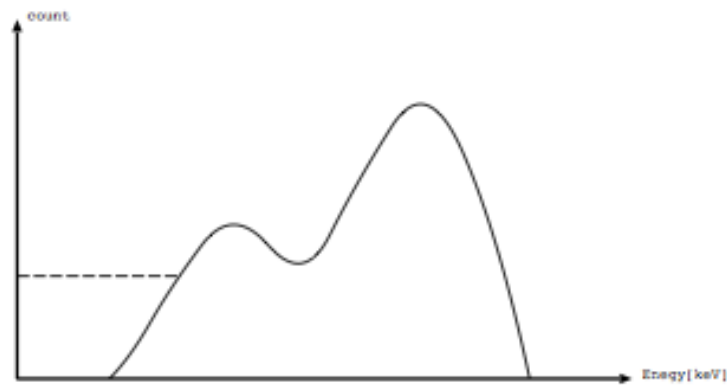
時間とエネルギーの二次元図からわかるように p-ポジトロニウムの 511keV およびコンプトンは、120ns 付近でカットすれば得られる。pick-off 反応の時間変化を調べるために 140ns 以降 100ns 毎にデータをカットして調べる。また、エネルギーに関して、コンプトンは 150keV 以上

460keV 以下、511keV のピークは 460keV 以上 550keV 以下を取り出した。

120ns 付近の p-ポジトロニウム崩壊の 511keV ピークの山と 140ns 以降の pick-off 反応による 511keV のピークの山が一致するように重ねて、460keV 以下の低エネルギー領域で、はみ出している部分が o-ポジトロニウムの崩壊である。

### 低エネルギーのデータ復元

三章で述べたように ADC1:1250V,ADC2:1400V の高い電圧をかけているので低エネルギーのデータを比較的に見えるようになっている。しかし、より低エネルギーの領域は鉛の特性エックス線とみられるピークや threshold によって、十分なデータが得られないことから 150keV 以下のデータは今カットされている。これを復元する。



、Fig 低エネルギーデータの復元図

150keV でのカウントを読み取って、それを図のように低エネルギー側に外挿した。

### 寿命を求める

pick-off 補正関数を用いて寿命を計算する方法を述べる。 $\Gamma$  は崩壊幅 (decay width) であり、寿命  $\tau$  の逆数である。

$$\Gamma = 1/\tau \quad (4.8)$$

$$\Gamma_{\text{obs}} = \Gamma_{\text{ortho}}(1 + \Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}) \quad (4.9)$$

$\Gamma_{\text{ortho}}$  は定数とみなせるが、 $\Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}}$  は時間変化する。これは前述の熱化によるものである。

崩壊現象は次式で表せる。

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma_{\text{obs}} \cdot N \quad (4.10)$$

そして以下の式を得た。ここで  $N$  はポジトロニウムの個数を表している。

$$N = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \int_0^t dt(1 + \Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}})\right) + \text{const} \quad (4.11)$$

はじめ我々は過去の課題演習レポートを参考にして、式  $N = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \int_0^t dt(1 + \Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}})\right) + \text{const}$  による lifetime の fitting を行っていた。しかし、実験で我々が検出しているのは崩壊したガンマ線を PMT で捉えてカウントしているのである。そのため以下の式で fitting を行った方が妥当ではないかと思われる。つまり、検出しているのはポジトロニウムが崩壊したイベント  $N_{\text{decay}} = -\frac{dN}{dt}$  であるから

$$N_{\text{decay}} = (\Gamma_{\text{ortho}} + \Gamma_{\text{pick}}) \cdot \left( N_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \int_0^t dt(1 + \Gamma_{\text{pick}}/\Gamma_{\text{ortho}})\right) + \text{const} \right) \quad (4.12)$$

これで fitting するのが妥当である。式の最初のファクター  $\Gamma_{\text{ortho}} + \Gamma_{\text{pick}}$  は熱化によって時間変化することに注意する。

#### 4.1.4 大気圧下のデータ解析

fitting の範囲は 160~940ns とした。ADC1 について上の真空の場合と同じ解析を行った。以下の解析では、精度を上げるために、パラ崩壊した瞬間とみなせる TQ 関数のベース部分の値（およそ 120ns）の前後 5ns に絞って解析した。 $p_0 \exp(-t/p_1)$  で補正関数を fitting する。オルソポ

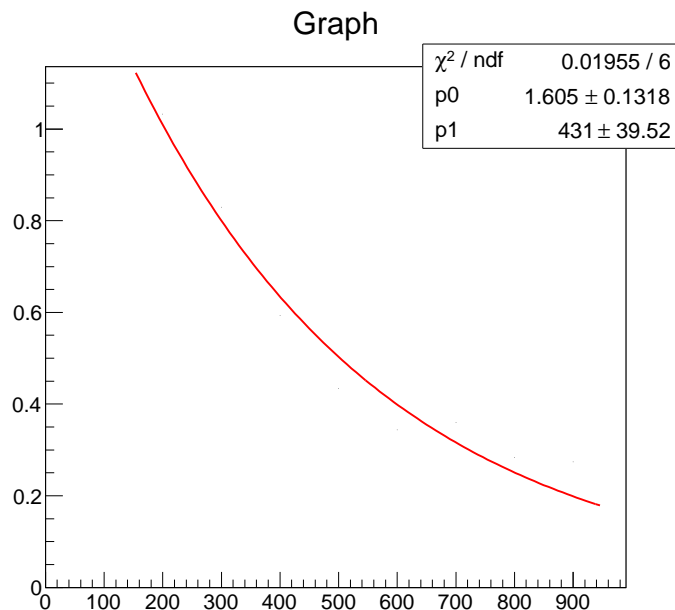


図 4.11 pick-off 補正関数の fitting(air,ADC1)

ポジトロニウムの寿命を求める。次いで ADC2 について同様の解析をする。補正関数を掲載する。オルソポジトロニウムの寿命を求めてみる。



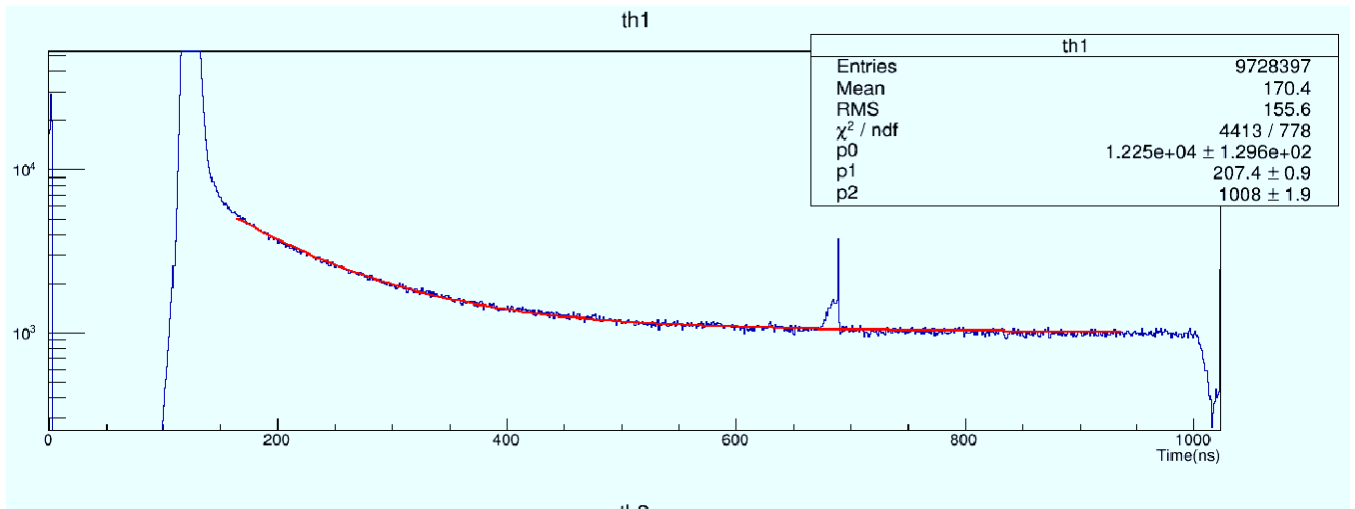


図 4.12 lifetime の fitting(ADC1)

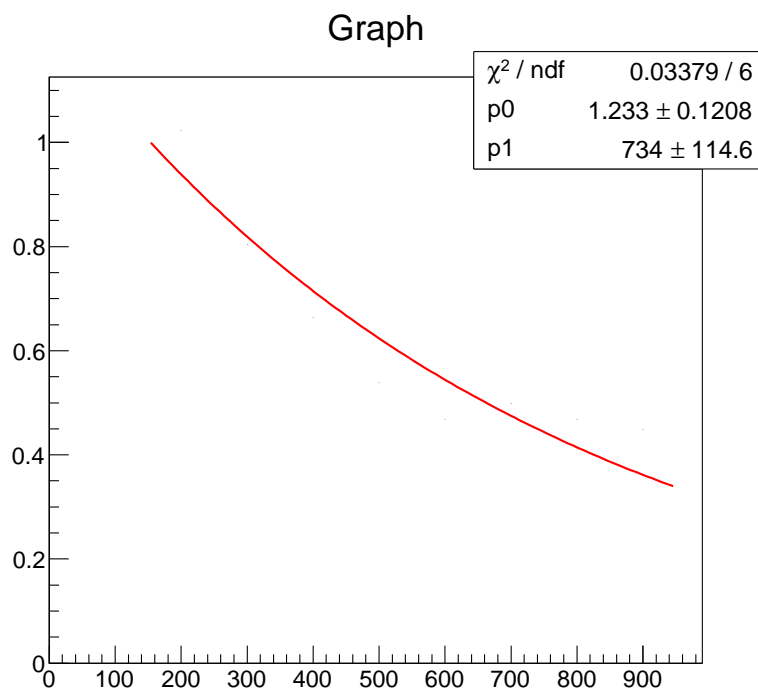


図 4.13 pick-off 補正関数の fitting(air,ADC2)

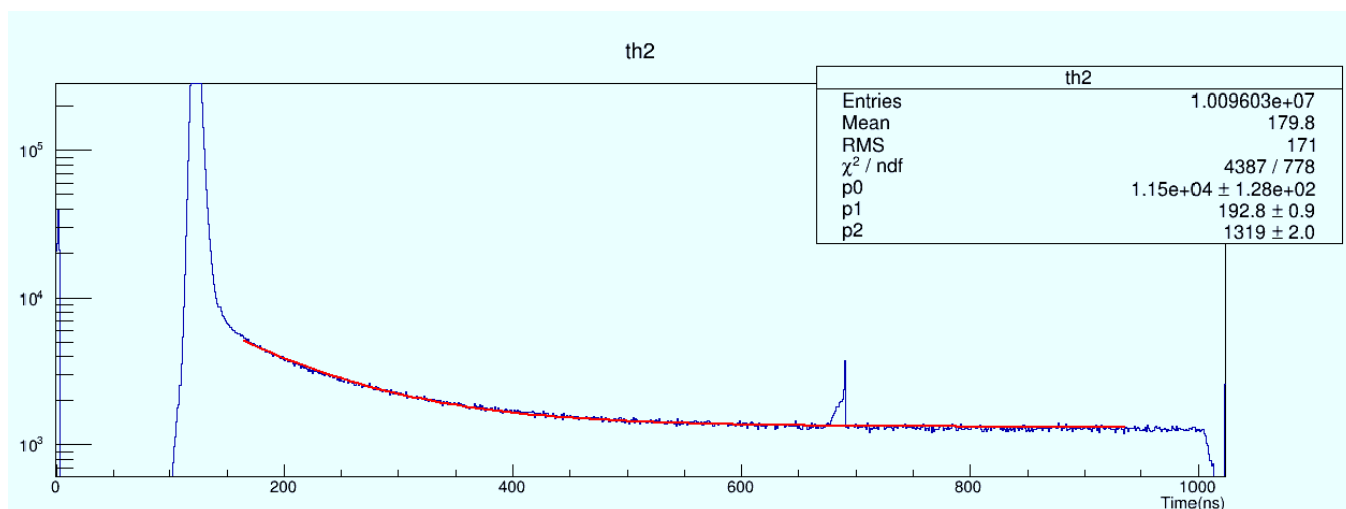


図 4.14 lifetime の fitting(air,ADC2)

## 4.2 真空下でのデータの解析

これまで、真空を引いていない状態で行った実験のデータを用いて、データ解析の流れを説明すると共に寿命を求めた。次に、真空（約 0.05 気圧）状態のデータを解析しよう。解析の流れを上記と同じである。

### 4.2.1 生データとキャリブレーション

生のデータを掲載する。グラフの概観は大気圧下のデータと、一見してほとんど区別がつかない。

TDC1, TDC2 の値は今回も、一定値を返すはずであるから、以降  $1339 < \text{TDC1} < 1340$ ,  $1335 < \text{TDC2} < 1340$  の範囲を満たすデータのみ用いる。

ADC キャリブレーションの結果は次式である。

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.2757(\text{ADC1} - 227.8) \quad (4.13)$$

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.2797(\text{ADC2} - 123.8) \quad (4.14)$$

### 4.2.2 TQ 補正関数

80[keV]~1100[keV] の範囲で fitting を行った。この範囲についての TQ 補正関数は以下のパラメータで与えられる。

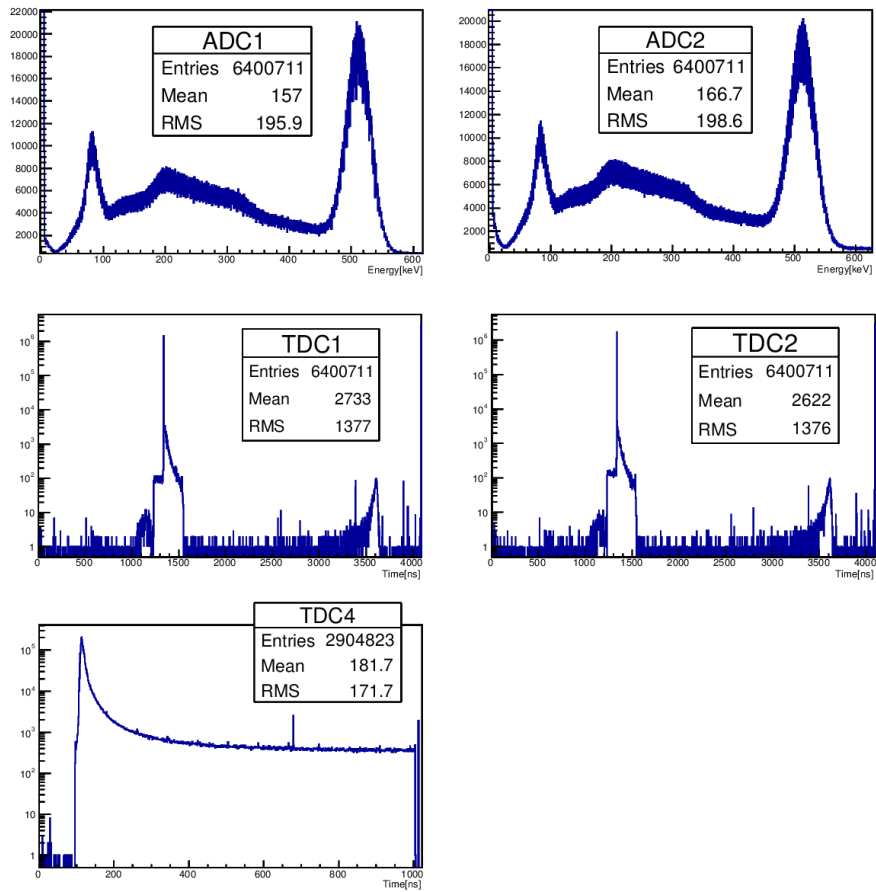


図 4.15 真空下で得られた各データ (キャリブレーション後)

表 4.6 TQ 補正関数の fitting 結果

	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
ADC1	524	25.58	122.1	0.66
ADC2	412.2	43.26	120.7	0.611

TQ 補正によって補正されたデータを以下のヒストグラムに示した。確かに TQ 補正がされていることが、大気圧下の場合と同様に確認できる。

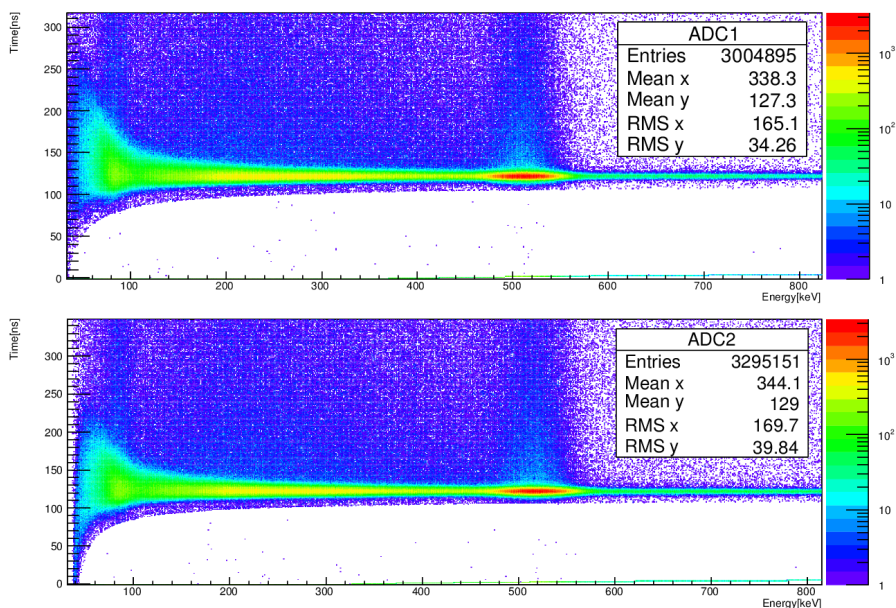


図 4.16 時間とエネルギーについての 2 次元ヒストグラム。大気圧下と同様、120[ns] 付近の部分が真っ直ぐになっているのが分かる。

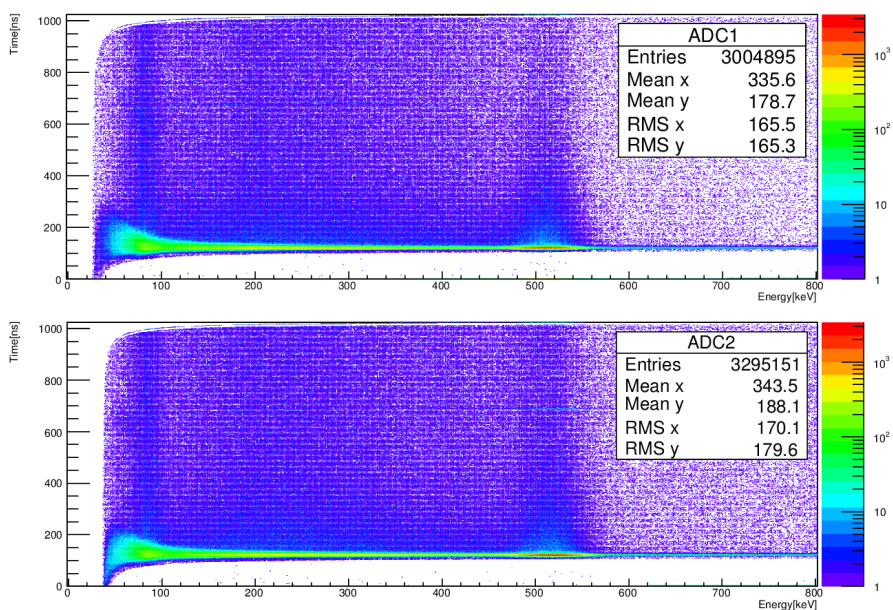


図 4.17 時間とエネルギーについての 2 次元ヒストグラム。先の図より広い時間範囲について描いている。

### TQ 補正後の寿命

現時点での  $\alpha$ -ポジトロニウム寿命 (約 0.05 気圧) を見積もってみよう。fitting の範囲は 140~940ns とした。

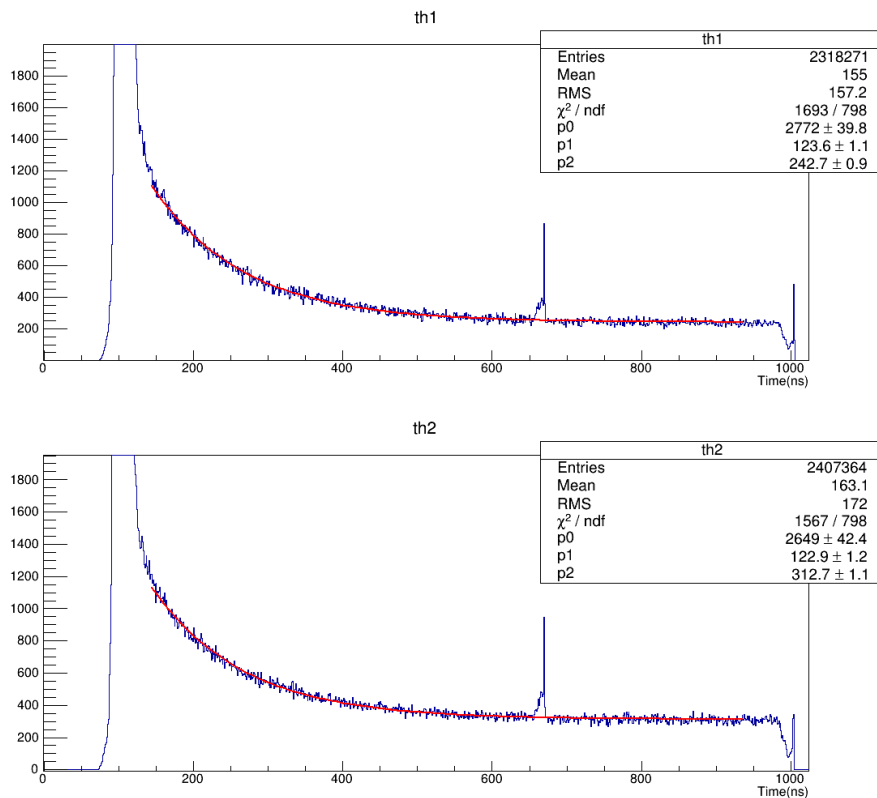


図 4.18 TQ 補正後の寿命の計算。上図が ADC1 の値、下図が ADC2 の値を利用して計測している。パラメータ  $p_1$  が寿命にあたる。

表 4.7 TQ 補正後の寿命

ADC1	ADC2
123.6[ns]	122.9[ns]

pick-off 反応を見積もりに入れていないので理論値より短い lifetime だが、大気圧下と比べると約 30ns くらい寿命が延びて理論値に近付いていることがわかる。真空引きの効果は極めて大きい。次章で述べるが、これは真空容器内でポジトロニウムが生成している証左である。

### 4.2.3 真空下のデータ解析

pick-off 補正をして寿命を求める。fitting の範囲は 160~940ns とした。これに対して  $p_0 \cdot \exp(-t/p_1)$  で fitting を行うと次の結果が得られる。pick-off 反応の寿命が 645.1ns となった。これは参考文献 [1] の 600ns 程度という値と合致するので、妥当な補正関数が得られたと考えられる。これを用いて  $N_{\text{decay}} = -\frac{dN}{dt}$  で fitting してみよう。

次いで ADC2 について同様の解析をする。順に補正関数とオルソポジトロニウムの寿命の

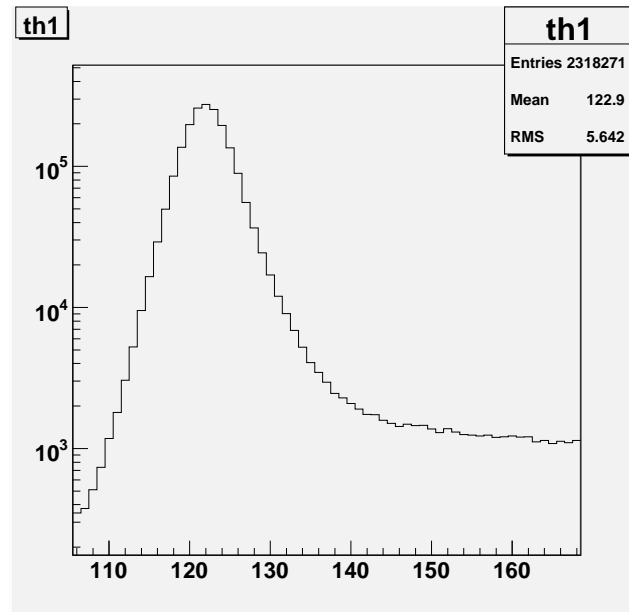


図 4.19 TDC4 のカウント (vac,ADC1)

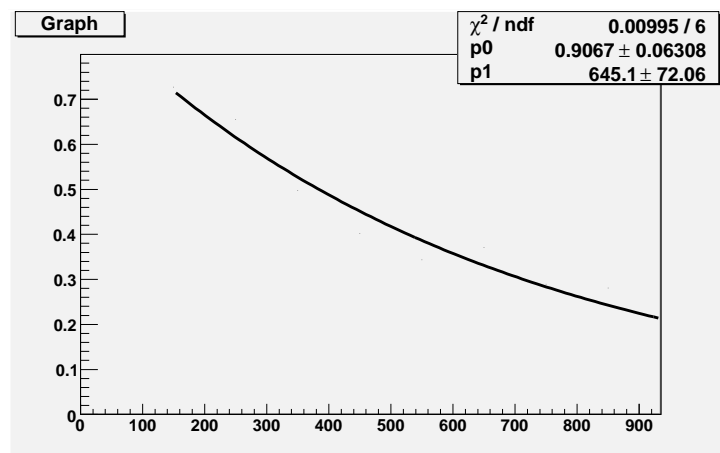


図 4.20 pick-off 補正関数の fitting(vac,ADC1)

fitting を掲載する。

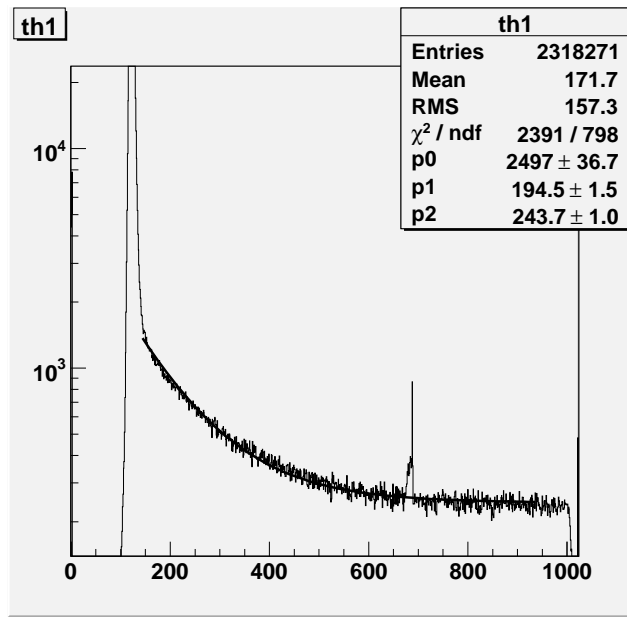


図 4.21 lifetime の fitting(vac,ADC1)

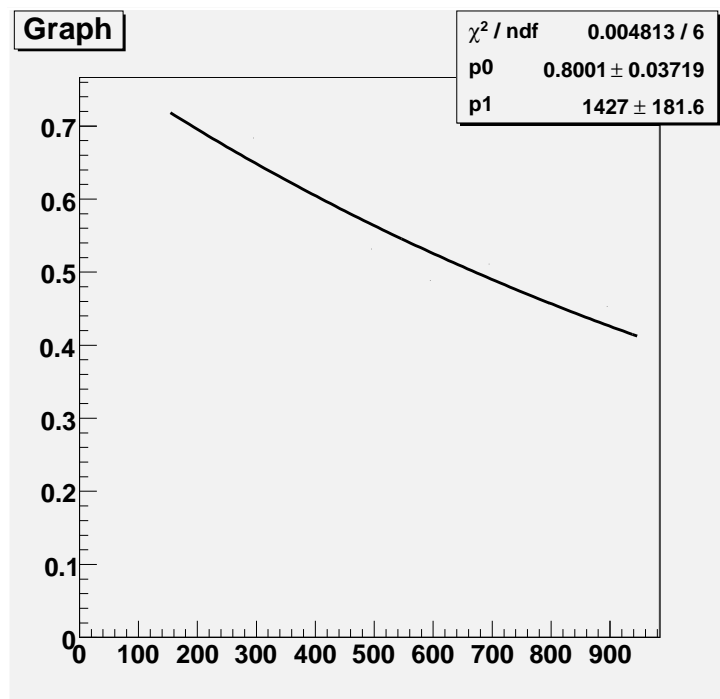


図 4.22 pick-off 補正関数の fitting(vac,ADC2)

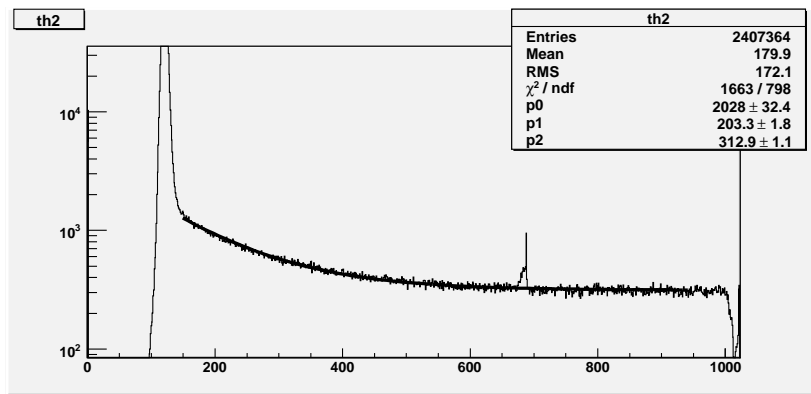


図 4.23 lifetime の fitting(vac,ADC2)



## 参考文献

- [1] 陣内修、浅井祥仁、小林富雄『束縛系 QED における高次補正検証実験』

## 第 5 章

# 考察

### 5.1 誤差の評価

以上では、測定、解析の際に生じる誤差については、あまり考慮しなかった。しかし、実際には calibration、各補正、データに対する関数の fitting などの過程で様々な誤差が生じ、寿命の値に影響しているはずである。よってこれらの誤差の要因を洗い出し、寿命にどの程度不定性が現れるかを具体的に計算するのが望ましい。

しかし、実際には各要因による誤差を精確に評価し、寿命の誤差に反映させるのは難しい。また、第 4 章の解析でも分かるように、今回の実験では解析の仕方次第でいくらかでも得られる寿命の値が変わってしまい、そもそもそこまで精緻な誤差解析が必要とも言えない。

ただ、把握できる範囲で、今回の解析の各過程でどの程度の誤差が生じているのか、また誤差の最も大きな要因となっているのは何かという事をまとめるのは有効であると思われる。ここでは、TDC4 の calibration による誤差、pick-off 補正関数を作成する際の  $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  のデータの誤差、関数を fitting し寿命を求める際の誤差についてまとめる。また、今回の実験において特に寿命の不定性に関わっている要因についてまとめる。

#### 5.1.1 TDC4 の calibration 関数の誤差

TDC4 の calibration 関数は、lifetime fitting に用いるグラフの横軸を時間表示するのに用いられる。よってそのずれは寿命に直接影響する。とりわけ calibration において直線 fitting を行った時の傾きの誤差は、時間軸のスケール倍に関わり、寿命にもおおよそスケール倍の影響を与えらる。と考えられる。

TDC4 の calibration 関数は、第 4 章の表 4.3 のデータを用いて求めたが、ROOT を用いて誤差まで含めて求めた結果は次のようになった。

$$\text{Time(ns)} = (0.247 \pm 0.001242)\text{TDC} + (-4.032 \pm 2.915) \quad (5.1)$$

これより、calibration 関数の傾きには 0.5% 程度の誤差があることが分かる。よって寿命の値に

も10分の数%程度影響しているのではないかと考えられる。

### 5.1.2 $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$ の統計誤差

ここでは、pick-off 補正関数を作成する際に用いたデータの誤差を算出し、pick-off 補正関数ほどの程度の精度を持ったデータから得られたか、ということを示す。

まず、 $N_a^{th}$ 、 $N_b$ 、 $N_a^{th}(t)$ 、 $N_b(t)$ 、 $N_o(t)$ 、 $N_p(t)$  を次のように定義する。

$N_a^{th}$ :threshold を復元した 100ns-140ns、0keV-460keV でのカウント

$N_b$ :100ns-140ns、460keV-550keV でのカウント

$N_a^{th}(t)$ :threshold を復元した  $(t-50)$ ns- $(t+50)$ ns、0keV-460keV でのカウント

$N_b(t)$ : $(t-50)$ ns- $(t+50)$ ns、460keV-550keV でのカウント

$N_o(t)$ : $(t-50)$ ns- $(t+50)$ ns でのオルソポジトロニウムのカウント

$N_p(t)$ : $(t-50)$ ns- $(t+50)$ ns での pick-off 反応のカウント

我々は、 $t=190$ ns、290ns、390ns、490ns、590ns、690ns、790ns、890ns、つまり 140ns-240ns、240ns-340ns、340ns-440ns、440ns-540ns、540ns-640ns、640ns-740ns、740ns-840ns、840ns-940ns の八つの区間で  $N_o(t)$ 、及び  $N_p(t)$  を求めた。 $N_o(t)$ 、 $N_p(t)$  を求める計算式は次のようなものであった(具体的な計算式は記載しなかったが、行っていることは第4章の pick-off 補正の部分と同様である)。

$$N_o(t) = N_a^{th}(t) - N_a^{th} \frac{N_b(t)}{N_b} \quad (5.2)$$

$$N_p(t) = N_a^{th}(t) + N_b(t) - N_o(t) \quad (5.3)$$

ところで、 $N_b$ 、 $N_b(t)$  は実際に測定されたカウント数であり、一回の崩壊で一定の確率でカウントされるかされないかが決まっているバイナリ過程を経て得られた値と見なせる。また  $N_a^{th}$ 、 $N_a^{th}(t)$  についても、threshold を復元してはいるが、同様に考える。すると標準偏差はそれぞれ  $\sigma_{N_a^{th}} = \sqrt{N_a^{th}}$ 、 $\sigma_{N_b} = \sqrt{N_b}$ 、 $\sigma_{N_a^{th}(t)} = \sqrt{N_a^{th}(t)}$ 、 $\sigma_{N_b(t)} = \sqrt{N_b(t)}$  と見積もることができる。

$\sigma_{N_a^{th}}$ 、 $\sigma_{N_b}$ 、 $\sigma_{N_a^{th}(t)}$ 、 $\sigma_{N_b(t)}$  と誤差伝搬の公式

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial A(\{x_i\})}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (\{x_i\} \text{ は } A \text{ の独立な変数の集合}) \quad (5.4)$$

及び式 (5.2)、式 (5.3) より  $N_o(t)$ 、 $N_p(t)$  の標準偏差は

$$\sigma_{N_o(t)} = \sqrt{N_a^{th}(t) + \left( \frac{N_a^{th} N_b(t)}{N_b} \right)^2 \left( \frac{1}{N_b(t)} + \frac{1}{N_a^{th}} + \frac{1}{N_b} \right)} \quad (5.5)$$

$$\sigma_{N_p(t)} = \sqrt{N_a^{th} + N_b + (\sigma_{N_o(t)})^2} \quad (5.6)$$

と計算できる。

$\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho} = N_p(t)/N_o(t)$  であるため、誤差の伝搬公式より、 $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  の標準偏差は

$$\sigma_{\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}} = \frac{\Gamma_{pick}}{\Gamma_{ortho}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_p(t)}}{N_p(t)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{N_o(t)}}{N_o(t)}\right)^2} \quad (5.7)$$

となる。これにより、pick-off 補正関数の作成に用いた  $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  の精度を見積もることができる。threshold 補正後の大気圧下での ADC1、ADC2、真空下での ADC1、ADC2 について  $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  の相対誤差  $\sigma_{\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}}/(\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho})$  を求めると、表 5.1 のようになった。

表 5.1 相対誤差  $\sigma_{\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}}/(\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho})$  の計算結果 (パーセント表示)

時間 (ns)	ADC1(大気圧)	ADC2(大気圧)	ADC1(真空)	ADC2(真空)
190	0.59	0.53	1.05	1.05
290	0.80	0.73	1.47	1.40
390	0.90	0.83	1.76	1.62
490	1.05	0.89	2.12	1.78
590	1.21	0.95	2.46	1.93
690	1.18	0.93	2.45	1.90
790	1.42	1.00	2.89	2.05
890	1.47	1.02	2.97	2.08

表 5.1 より、pick-off 補正関数の作成に使用した  $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  については、どのデータについても高々 3% 以内に相対誤差が収まっていることが分かる。

### 5.1.3 fitting により寿命を求める際の誤差

第 4 章の lifetime fitting の各図には既に示されているが、ROOT では fitting の際に生じる fitting 関数の各パラメータの誤差も出力する。それらも含めて pick-off 補正関数の再解析 (第 4 章 4.5 節) 後の寿命の結果を示すと、表 5.2 のようになる。

表 5.2 寿命 (単位は ns)

ADC1(大気圧)	207.4±0.9
ADC2(大気圧)	192.8±0.9
ADC1(真空)	194.5±1.5
ADC2(真空)	203.3±1.8

### 5.1.4 今回の実験の最も不定な部分について

今回の実験の解析において最も疑問が残り、また寿命の不定さの原因となっているのは、pick-off 補正だろう。第4章で見たように、我々はもともと  $p_0 \exp(p_1 t) + p_2$  という関数形で pick-off 補正関数を作成したが、寿命の値が異常に大きくなってしまったため、threshold 以下の復元を行い、補正関数を  $p_0 \exp(-t/p_1)$  という形にした。その結果寿命の値は変化し、理論値には近づいた。しかし、同時に寿命の結果が pick-off 補正関数の取り方に大きく依存するという事も示され、寿命の値の信頼性に大きな疑問が残る結果となった。840ns-940ns でのカウントをベース部分として pick-off のカウントから差し引けば pick-off 補正を今より小さく見積もることはできるが、その付近でも pick-off 反応が時間変化しなくなったかどうかはわからなかったので行わなかった。TDC の測定できる時間を長くすれば、ベース部分を正確に見積もることもできるだろう。もともと pick-off 補正が大きすぎて生じた問題であり、セットアップに何らかの問題があったのか、 $\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho}$  の算出方法が良くなかったのかなどを検討することができれば良かった。また、どのような補正関数の形を取るべきか、threshold 以下の復元方法は適切か、などといったこともより検討することができれば良かった。

## 5.2 おわりに

### 5.2.1 今回の実験でできたこと

今回の実験では、NaI と PS にかける High Voltage が前回までの実験よりも大きくなった。限界値と思われていた High Voltage を上げてみたら問題がおこらなかったからである。そのため、discr の threshold を下げることができ、低エネルギー領域がいままでより 50keV 以上見えるようになった。

一方、amplitude を使って信号を増幅させる操作も行なってみたが、thres. 以下のごみが増えること、1つの信号を2度以上数えることにより採用しなかった。

また、今回の実験では NaI2 台分のデータをきちんと取得できたことと、線源が新しくなったことにより、解析できるデータ数が増えた。そのため豊富な情報に基づく解析ができた。

TQ 補正後の寿命が 96ns(大気圧)、123ns(真空)である。この解析結果は容器内の圧力に依存していることを明らかにしており、Ps の生成は容器内で起こっていると推測される。

### 5.2.2 次回以降の実験に期待する点

#### 遮断剤

鉛の特性 X 線による影響を判断するため、鉛以外の遮断材も用いて実験をしてみたい。そして鉛で遮断した場合との比較を行えば、特性 X 線なのかどうか、スペクトルの形がどうなっている

のかについて解析することも可能になるだろう。

### 配置

今回の配置では back-to-back で起こる反応が比較的少ない。back-to-back が少ないのは時間分解能が足りずにコインシデンスがとれていないからであろう。そのため、できるだけ SiO<sub>2</sub> の近くに PS を置いて実験すればより多くの反応をキャッチできるだろう。

また、SiO<sub>2</sub> 以外で反応が起こるのを防ぐために、可能であれば全体を真空にして計測したい。さらに、NaI を 3 台以上用いて、立体配置ができれば多くのデータがとれる。

配置に関しては次回以降大いに工夫して、良い幾何学的配置を見つけてほしい。崩壊幅は

$$\Gamma_{pick}/\Gamma_{ortho} = \alpha \cdot N_{pick}/N_{ortho}$$

という式から計算するが、 $\alpha$  は一般に幾何学配置によって変わる。本解析では 1 として解析した。さまざまな配置でデータをとって比較したり、シミュレーションによって導いたり出来ればなお良い。

### 5.2.3 課題演習として

今回の課題演習 A2 では、複数人で 1 つの実験をする過程で、skydrive や keynote を用いた情報共有を適切に行い、協力して実験をすることができた。skydrive でマクロとデータを共有し、keynote には、その日の実験内容、解析結果や疑問点をまとめた。しかし、実験ノートをきちんと書く習慣がつかなかったため、実験を休んだ人が状況を把握するのが難しいことがあった。実験ノートを書く当番を決めて、何を書くべきか事前に打ち合わせしておくべきだった。

また、複数人が作業するにあたって、3 台あるパソコンをうまく活用することができず、解析は 1 つの mac を使って行っていた。しかしそのため、皆で 1 つの画面を見て議論ができたのでよかった面もあると思う。

さらに、root や linux の操作を学ぶことができ、有意義だった。しかし、もし root の使い方を春休みまでのゼミで教えてもらえれば、段階的に技術を身につけることができ、春休みの実験で戸惑わなかったと思う。

最後に、実験参加者の 1 人として感想を述べる。できれば春休みに入るまでに実験が終わっていれば嬉しい。

# 謝辞

課題演習にあたり、終始丁寧なご指導、助言をしてくださった石野雅也准教授と隅田土詞助教に深く感謝いたします。また、TAの増田さんと立石さんにはパソコンの設定やマクロの作成を助けていただき、心から感謝いたします。