オルソポジトロニウムの寿命の測定

伊藤

後藤

杉浦

平泉

八神

2015/10/18

目次

1	はじめに	1
1.1	実験目的	1
2	実験方法	1
2.1	セットアップ...................................	1
2.2	実験方法	1
2.3	実験回路	2
3	理論	4
3.1	ポジトロニウム	4
3.2	荷電共役不変性	4
3.3	S 行列	5
3.4	2 光子放射型 e^-e^+ 対消滅 \dots	6
3.5	Ps の寿命	7
4	データ解析	8
4.1	Calibration	8
4.2	TDC calibration	10
4.3	TQ 補正	12
5	考察	17
5.1	NaI3 のデータについて	17
5.2	誤差の評価	17

1 はじめに

1.1 実験目的

電子と陽電子の対消滅は、QED の検証に用いることのできる素粒子反応のひとつである。この実験では、NaI シンチレータとプラスチックシンチレータを用いてオルソポジトロニウムの寿命を求めることを目的とした。また、そこで得られた寿命と QED による理論値とを比較し、一致するかを検討した。

2 実験方法

2.1 セットアップ

図 1 のように線源 Na^{22} , 鉛 (Pb) 、シリカパウダー (SiO_2) 、シンチレータ $(\operatorname{NaI}, \mathcal{I})$ ラスチック) を設置した。 鉛は線源からの γ 線をが直接 NaI に入らないため $(\operatorname{In}\mathcal{I})$ かかれため $(\operatorname{In}\mathcal{I})$ かかれため $(\operatorname{In}\mathcal{I})$ かからなった。シリカパウダーに e^+ が入るための穴が開いてある。またプラスチックシンチレーター $(\operatorname{Un}\mathcal{I})$ の故障を防ぐために、全体を暗幕で覆った。シリカパウダーに関しては pick -off 補正をしない様に、熱を加え水分を蒸発させた。

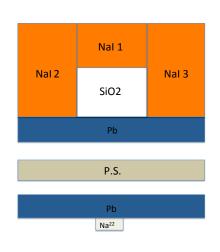


図1 セットアップ



図2 実際のセットアップ

2.2 実験方法

 ${
m Na}^{22}$ の ${
m eta}^+$ 崩壊によって放出された ${
m e}^+$ がシリカパウダーに入ることで、 ${
m p-Ps,o-Ps}$ が生成される。寿命を測定するために、 ${
m P.S.}$ を ${
m e}^+$ が通過した時間から、 ${
m Ps}$ が崩壊した時に生じる ${
m \gamma}$ 線を ${
m NaI}$ シンチレータが感知するまでの時間を測った。

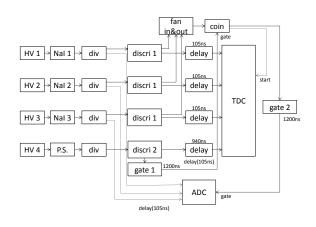


図3 実験回路

HV:high voltage 光電子増倍管に電圧をかける。

NaI:NaI シンチレータ。 γ 線を測定する。

P.S.:e⁺ を測定する

div:divider 入力信号を2つに分け出力する。

gate:gate generater 信号が入力された時に設定された幅の NIM 信号を出力する。

descri:discriminater 入力信号の値が threshold 以上の時に、NIM 信号を出力する。

FAN IN:接続されている端子のいずれかに信号が入ったときに信号を出力する。

delay:fixed delay 設定した時間だけ信号を遅らせる。

coin:coincidence 接続端子の全てに信号が入力された時、信号を出力する。

TDC:time to digital converter start から stop までの時間に比例した値 (0 4095) を返す。

ADC:analog to digital converter gate が入力されている間に電圧に比例した値 (0 4095) を返す。

2.3 実験回路

図 3 の様に回路を組んで測定を行った。図 4 は信号の概略図である。P.S. と NaI の coincidence を TDC の スタートにし、各シンチレータの delay をストップにした。寿命測定としては P.S. の delay までの時間を測定結果を利用した。すると図 4 からわかるように

 $TDC1, 2, 3 = NaI1, 2, 3 \mathcal{O} delay$

TDC = P.S.の delay - 崩壊時間

となる。

gate は遅い崩壊も測定できるように 1200ns と長くとり、HV の値は各 ADC の 511keV のピークが合うよう に調節した (表 1、表 2)。

また、threshold の値は NaI は 10.0mv に、P.S. は 15.6mv に設定した。veto に関しては適宜活用することを予定していたが、問題が見受けられなかったため結局使用しなかった。

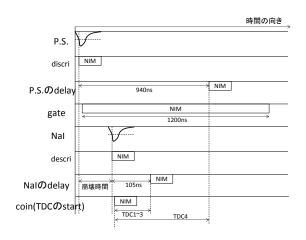


図 4 回路信号概略図

	HV(mv)	オシロスコープでの値 (mv)
NaI 1	1200	76
NaI 2	1209	150
NaI 3	1212	46

表 1 HVの gain 合わせ (調整前)

	HV(mv)	オシロスコープでの値 (mv)
NaI 1	1203	60
NaI 2	1099	60
NaI 3	1300	60

表 2 HV の gain 合わせ (調整後)

3 理論

3.1 ポジトロニウム

ポジトロニウムとは電子と陽電子の電磁相互作用による束縛系である。 ポジトロニウムはスピンの合成によ り、粒子の入れ替えに対し対称な1重項と反対称な3重項に分類できる。1重項のものをパラポジトロニウ ム、3重項のものをオルソポジトロニウムという。数式で書くと

$$\psi_{singlet} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\uparrow)_{e^{-}} (\downarrow)_{e^{+}} - (\downarrow)_{e^{-}} (\uparrow)_{e^{+}}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [b^{(1)\dagger} d^{(2)\dagger} - b^{(2)\dagger} d^{(1)\dagger}] |0\rangle$$
(1)

$$\psi_{triplet} = [(\uparrow)_{e^{-}}(\uparrow)_{e^{+}}] = [b^{(1)\dagger}d^{(1)\dagger}]|0>$$
(2)

$$\psi_{triplet} = [(\downarrow)_{e^{-}}(\downarrow)_{e^{+}}] = [b^{(2)\dagger}d^{(2)\dagger}]|0\rangle \tag{3}$$

$$\psi_{triplet} = [(\downarrow)_{e^{-}}(\downarrow)_{e^{+}}] = [b^{(2)\dagger}d^{(2)\dagger}]|0>$$

$$\psi_{triplet} = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\uparrow)_{e^{-}}(\downarrow)_{e^{+}} + (\downarrow)_{e^{-}}(\uparrow)_{e^{+}}] = \frac{1}{\sqrt{2}}[b^{(1)\dagger}d^{(2)\dagger} + b^{(2)\dagger}b^{(1)\dagger}]|0>$$
(4)

但し、 $b^{(s)\dagger}$ は電子の生成演算子、 $d^{(s)\dagger}$ は陽電子の生成演算子である。

3.2 荷雷共役不変性

C 変換により $b^{(s)\dagger}$ 、 $d^{(s)\dagger}$ はそれぞれ

$$b^{(s)\dagger} \rightarrow d^{(s)\dagger}$$

$$d^{(s)\dagger} \rightarrow b^{(s)\dagger}$$

と変換する。相対運動量がゼロの時は、スピン3重項について(2)は次のように変換する。

$$b^{(1)\dagger}d^{(1)\dagger}|0>^{charge\ conj}d^{(1)\dagger}b^{(1)\dagger}|0>$$
 (5)

$$= -b^{(1)\dagger} d^{(1)\dagger} |0> \tag{6}$$

よって C-パリティである。同様に1重項については

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [b^{(1)\dagger} d^{(2)\dagger} - b^{(2)\dagger} d^{(1)\dagger}] |0\rangle \xrightarrow{charge \ conj} \frac{1}{\sqrt{2}} [d^{(1)\dagger} b^{(2)\dagger} - d^{(2)\dagger} b^{(1)\dagger}] |0\rangle$$
 (7)

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [b^{(1)\dagger} d^{(2)\dagger} - b^{(2)\dagger} b^{(1)\dagger}] |0\rangle \tag{8}$$

となり C-パリティは偶であることがわかる。一方で $j_{\mu}A_{\mu}$ は荷電共役変換に対してともに C-パリティ奇であ り相互作用密度は不変でなければならない。 $m{A}$ は横波電磁場の生成演算子 $a_{m{k},lpha}^{\dagger}$ と消滅演算子 $a_{m{k},lpha}$ を一次の 形で含むため、それぞれが荷電共役変換の下で符号を次のように変える。

$$a_{\boldsymbol{k},\alpha}^{\dagger} \xrightarrow{charge\ conj} -a_{\boldsymbol{k},\alpha}^{\dagger}, \ a_{\boldsymbol{k},\alpha} \xrightarrow{charge\ conj} a_{\boldsymbol{k},\alpha}$$
 (9)

よって相互作用が荷電共役変換の下で不変であるとすると、p-Ps は奇数光子系、o-Ps は偶数光子系へと遷移 する。

3.3 S 行列

Schrödinger 表示では状態ベクトル $\Phi^{(S)}(t)$ の時間発展は次の Schrödinger 方程式で与えられる。

$$\frac{\partial \Phi^{(S)}}{\partial t} = H^{(S)} \Phi^{(S)}$$

 $H^{(S)}$ は自由場ハミルトニアン $H_0^{(S)}$ と相互作用ハミルトニアン密度の空間積分 $H_1^{(S)}$ とに分けられる。つまり

$$H^{(S)} = H_0^{(S)} + H_1^{(S)}$$

となる。ここで総雨後作用表示における状態ベクトル Ψ および演算子Oへの変換を次で与える。

$$\Psi(t) = e^{iH_0^{(S)}t}\psi^{(S)} \tag{10}$$

$$O(t) = e^{iH_0^{(S)}t}O^{(S)}e^{-iH_0^{(S)}t}$$
(11)

¥Psi(t)の時間発展は次のように与えられる。

$$i\frac{\partial\Phi}{\partial t} = i\left[iH_0^S e^{iH_0^{(S)t}}\Phi^{(S)} + e^{iH_0^{(S)t}}\frac{\partial\Phi^{(S)}}{\partial t}\right]$$
(12)

$$= -H_0^S e^{iH_0^{(S)t}} \Phi^{(S)} + e^{iH_0^{(S)t}} (H_0^{(S)} + H_1^{(S)}) e^{-iH_0^{(S)t}}$$
(13)

$$=H_1\Phi\tag{14}$$

相互作用表示 O の満たす運動方程式は

$$\dot{O} = i[H_0^{(S)}, O] = i[H_0, O]$$

となる。時間発展演算子 $U(t,t_0)$ を次で定義する。

$$\Phi(t) = U(t, t_0)\Psi(t_0)$$

但し $\Psi(t_0)$ は、ある時刻 t_0 における系の状態を与える相互作用表示の状態ベクトルである。14 は次の形になる。

$$i\frac{\partial U(t,t_0)}{\partial t} = H_1 U(t,t_0)$$

さらに、 $U(t,t_0)=1$ を用いることで積分方程式に書き換えられる。

$$U(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^{t} dt H_1(t) U(t, t_0)$$

反復代入をすることで次の式が得られる。

$$U(t,t_0) = 1 - i \int_{t_0}^{t} dt_1 H_1(t_1) [1 - i \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_1(t_2) U(t_2,t_0)]$$
(15)

$$=1-i\int_{t_0}^t dt H_1(t)+(-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_1(t_1)H_1(t_2)+\cdots$$
 (16)

系が時刻 t_0 において状態iにあり、その後状態fにある確率は

$$|<\Psi_f|U(t,t_0)\Psi_i>|^2=|U_fi(t,t_0)|^2$$

と与えられ、 $i \rightarrow f$ の単位時間当たりの遷移確率は、非遷移成分を除いた次で与えられる。

$$w = \frac{1}{t - t_0} |U_f i(t, t_0) - \delta_f i|^2$$

S行列の演算子を

$$S = U(\infty, -\infty)$$

と定義する。S行列の具体的な形は、

$$S = S^{(0)} + S^{(1)} + S^{(2)} + \cdots$$
(17)

3.4 2 光子放射型 e^-e^+ 対消滅

始状態 Φ_i ,終状態 Φ_f は次のようになる。

$$\Phi_i = |e^- e^+\rangle = b^{(s-)\dagger}(\mathbf{p}_-)b^{(s+)\dagger}(\mathbf{p}_+)|0\rangle \tag{19}$$

$$\Phi_f = |2\gamma\rangle = a_{\boldsymbol{k}_1\alpha_1}^{\dagger} a_{\boldsymbol{k}_2\alpha_2}^{\dagger} |0\rangle \tag{20}$$

 $S^{(0)}$ と $S^{(1)}$ は寄与を持たないので、S が $S^{(2)}$ によって近似できるとすると、 S_{fi} は次のように書ける。

$$S_{fi} = (-e)^2 \int d^4x_1 \int_{t_2 > t_1} d^4x_2 < 2\gamma |\overline{\psi}(x_1)\gamma_\mu\psi(x_1)A_\mu(x_1)\overline{\psi}(x_2)\gamma_\nu\psi(x_2)A_\nu(x_2)|e^-e^+ >$$
(21)

$$= (-e)^2 \int d^4x_1 \int_{t_2 > t_1} d^4x_2 < 0\gamma |\overline{\psi}(x_1)\gamma_\mu \psi(x_1)\overline{\psi}(x_2)\gamma_\nu \psi(x_2)|e^-e^+ > < 2\gamma |A_\mu(x_1)A_\nu(x_2)|0 > (22)$$

具体的に計算を進めると

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_- + p_+ - k_1 - k_2) \sqrt{\left(\frac{m}{E_-V}\right) \left(\frac{m}{E_+V}\right) \left(\frac{1}{2\omega_1 V}\right) \left(\frac{1}{2\omega_2 V}\right)} M_{fi}$$

但し M_{fi} は

$$-iM_{fi} = (-e)^2 v(\bar{s}_+) (p_+ [\gamma \cdot \epsilon^{(\alpha_1)} \frac{-i\gamma \cdot (p_- - k_2) + m}{i[(p_- - k_2)^2 + m^2 - i\epsilon]} \gamma \cdot \epsilon^{(\alpha_2)}$$
(23)

$$+\gamma \cdot \epsilon^{(\alpha_2)} \frac{-i\gamma \cdot (p_- - k_1) + m}{i[(p_- - k_1)^2 + m^2 - i\epsilon]} \gamma \cdot \epsilon^{(\alpha_1)}] u^{(s_-)}(\boldsymbol{p})$$
(24)

である。2光子放出の断面積は次の式で与えられる。

$$d\sigma = (2\pi)^4 \frac{1}{v_{rel}} \frac{1}{2E_+} \frac{1}{2E_-} |M_{fi}|^2 (2m)^2 \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} \delta^{(4)}(p_+ + p_- - k_1 - k_2)$$

さらに、スピンを平均した全断面積は

$$\sigma^{tot} = \frac{r_0^2}{4\beta_+} 2 \times 2\pi = \frac{\pi r_0^2}{\beta_+}, \quad (\beta_+ << 1)$$

となる。

3.5 Ps の寿命

$$R = \gamma_{tot} v_+ \rho$$

は電子密度 ρ の下での陽電子の平均寿命の逆数にあたり $,e^-e^+$ 系の基底状態に関しては

$$ho = |\psi_{1s}(\boldsymbol{x} = \mathbf{0})|^2 = \frac{1}{\pi (2a_0)^3}$$

で与えられる。さらに

$$\Gamma(n=1, {}^{1}S \to 2\gamma) = \lim_{v_{+} \to 0} 4\sigma_{tot}^{(unpol)} v_{+} |\psi_{1s}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0})|^{2}$$
 (25)

$$=4\pi\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2\frac{1}{\pi\left(\frac{2}{\alpha m}\right)^3}=\frac{1}{2}\alpha^5 m\tag{26}$$

であり、n=1 の 1S 状態の平均寿命は、

$$\tau_{singlet} = \frac{2}{\alpha^5 m} \simeq 0.125 ns$$

となる。一方、 3S 状態の寿命はダイアグラムを考えると $\frac{1}{\alpha}$ 倍ほど長いものになると予測される。実際は参考文献より

$$\frac{\tau_{triplet}}{\tau_{singlet}} = \frac{9\pi}{4(\pi^2 - 9)\alpha} \simeq 1115$$

であり、よって 3S 状態の平均寿命は

$$\tau_{triplet} \simeq 139 ns$$

となる。

4 データ解析

4.1 Calibration

4.1.1 ADC calibration

ADC によって入力された信号の面積に対応する $0\sim4095$ までの整数値が得られ、実際のエネルギー値が得られるわけではない。したがって、実際のエネルギー値と ADC の出力値との対応を関係付ける Calibration が必要になる。そこで γ 線のエネルギー値と ADC の出力値との間に線形関係があるとして、今回の実験ではペデスタルの $0{\rm KeV}$ と $^{22}{\rm Na}$ の $511{\rm KeV}$ のエネルギー値を用いて Calibration を行った。ADC の生データを図 5 に、ADC の値とエネルギー値との関係を示した。

	0kev	511kev
ADC 1	170.0	763.7
ADC 2	199.3	742.4

表3 ADCの値とエネルギーの関係

各 ADC の値とエネルギーの関係として、次が得られた。

$$E1[KeV] = 0.86 \times (ADC1 - 170.0) \tag{27}$$

$$E2[KeV] = 0.94 \times (ADC2 - 199.3) \tag{28}$$

Calibration 後のグラフを図 5 に示した。

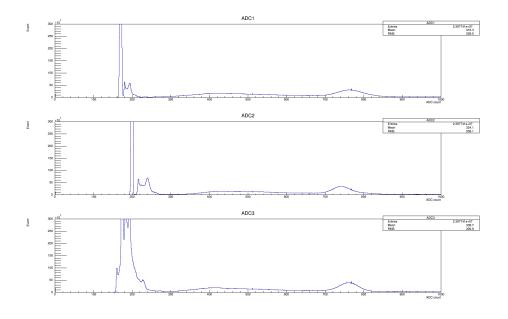


図 5 ADC の生データ

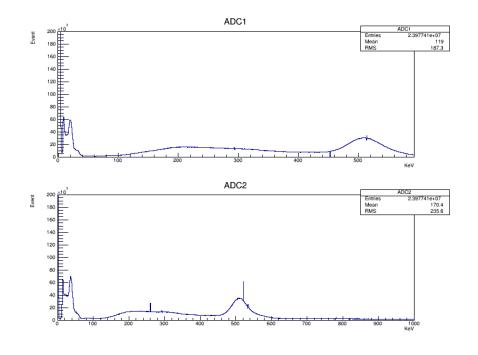


図 6 ADC の Calibration 後のグラフ

4.2 TDC calibration

ADC と同様に、TDC から得られる整数値も実際の時間と対応を関係付ける必要がある。今回は回路に組み込んである fixed delay を用い、各 fixed delay の時間間隔に対応する TDC の出力値より、Calibration を行った。その関係を表 4 に示す。

delay(ns)	TDC4
236	989
478	714
714	2871
952	3814

表 4 TDC 4の値と時間の関係

これらに線形関係があると仮定し、最小二乗法でfittingした。(図7)すると、以下の式が得られた。

$$Time[ns] = (4095 - TDC4) \times 0.253 - 13$$
 (29)

TDC の生データを図 8、Calibration 後のグラフを図 9 に示した。

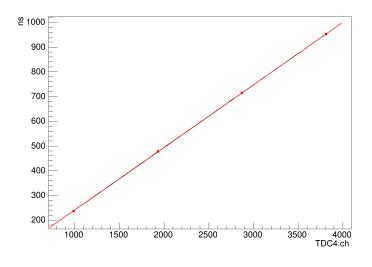


図 7 TDC Calibration

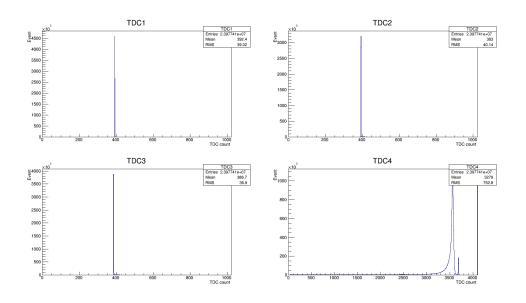


図8 TDC の生データ

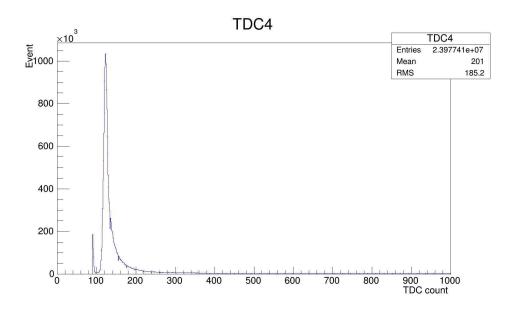


図 9 TDC Calibration 後のグラフ

4.3 TQ 補正

4.3.1 TQ 補正とは

図のように、NaI から発せられる信号は実際には立ち上がるのに時間を要する。そのため、信号が threshold を超える時間は、真に信号を受け始めた時間よりも遅れ、その分だけ TDC4 の値は小さくなり、測定される 寿命は大きくなってしまう。さらにその時間はエネルギーの大きさに依存すると考えられるため、本来エネル ギーと寿命に相関関係はないにも関わらず、低エネルギーの γ 線を測定した時に寿命がのびているように見えてしまう。この真の寿命からのずれを補正することが TQ 補正である。

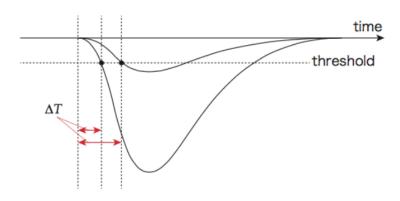


図 10 NaI からの信号の概略図

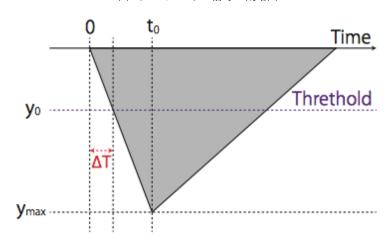


図 11 TQ 補正の概念図

4.3.2 TQ 補正関数の作成

TQ 補正関数は、 ΔT をエネルギーの関数として表したもである。具体的には、 ΔT の関数形を以下のように近似した。

まず一次近似として、信号を三角形とみなして近似する。この時、ピークの位置 t_0 と三角形の底辺の長さは、エネルギーの値に依らないと仮定する。すると三角形の高さ y_{max} は三角形の面積に比例し、 $y_{max} \propto E$ となる。 threshold の値を y_0 とおくと、

$$\Delta T(E) = \frac{y_0 t_0}{y_{max}} \propto \frac{1}{E} \tag{30}$$

と書ける。以上をふまえて fitting 関数を、

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{\left(Energy - p_1\right)^{p_2}} + p_3 \tag{31}$$

とした。fitting に用いたデータは、Time=120ns 付近を採用した。ここで p-Ps の崩壊現象が最もよく見え、p-Ps の寿命は 0.13ns と非常に短いので、この時刻を Ps の発生時刻とみなすことができる。

TQ 補正前と後の Energy v.s.Time(ns) の二次元ヒストグラムを、図 12、図 13 にそれぞれ示す。

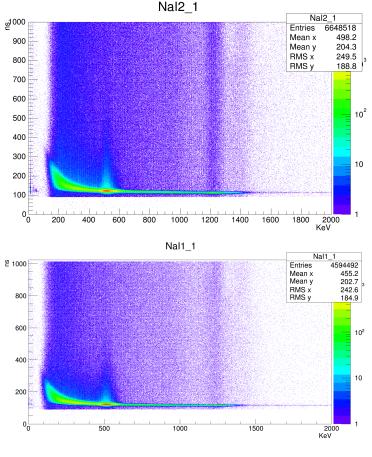


図 12 TQ 補正前の二次元ヒストグラム

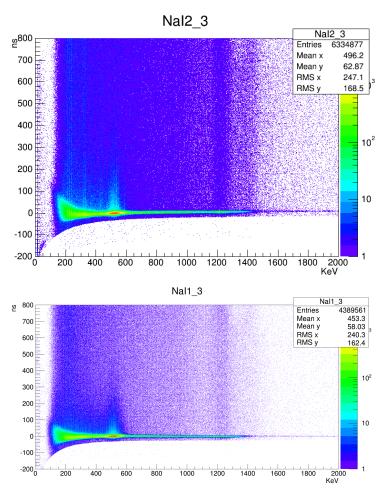


図 13 $\,$ TQ 補正後の二次元ヒストグラム

TQ 補正の fitting 関数の fitting 結果は表 5 の通りである。

表 5 TQ 補正結果

Parameter	NaI1	NaI2
p_0	$1.113 \times 10^{1}1$	$3.808 \times 10^{1}1$
p_1	-3.494×10^2	$-2.842 \times 10^{1}1$
p_2	3.391	3.699
p_3	109.9	116.1

4.3.3 TQ 補正後の寿命の計算

TQ 補正によって正しい Time がわかったので、現在のデータを用いて time ヒストグラムを fit し寿命を求め てみる。fitting 関数は以下のものを使用した。このとき、p[1] が寿命 (ns) となる。

$$N(t) = p[0]exp(-\frac{t}{p[1]}) + p[2] \tag{32}$$

この際、使用したイベントは 0 600keV の範囲である。この範囲を指定したのは o-Ps からの γ 線の持つエネルギーが 511keV より小さいからである。511keV のピークに広がりが見られたので、600keV までを fitting に使用した。fitting したヒストグラムが図 14 と図 15 である。

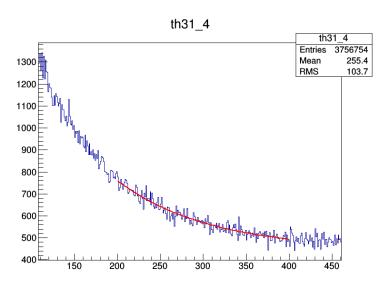


図 14 NaI1 の TQ 補正後の寿命

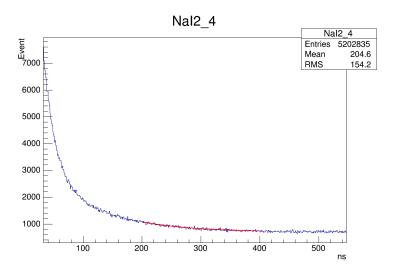


図 15 NaI2 の TQ 補正後の寿命

これにより得られた寿命は、表 6 である。この結果は、理論値に比べて短い寿命となっている。以下に述べるような pick-off 反応や Accidental イベントを考慮していなかったためであると考えられる。

表 6 $\,$ TQ 補正後の Lifetime-fitting

NAI	寿命 (ns)
NaI1	88.69 ± 6.97
NaI2	89.84 ± 8.02

5 考察

5.1 Nal3 のデータについて

NaI3 のエネルギーに対する ADC-calibration を行った際に、エネルギーが 0 の点に対応している ADC-count の分布が分裂していたために上手く calibration を行うことができなかったため、NaI3 で採ったデータは不適切なものであると判断をして寿命の計算をすることには用いなかった。 calibration をするために採ったデータを図??に示す。

5.2 誤差の評価

解析を行う過程で生じる統計的な誤差について、誤差伝播の公式

where
$$q = q(x_1, \dots, x_n)$$

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x_1} \delta x_1\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial x_n} \delta x_n\right)}$$

を用いて評価する。

5.2.1 TQ 補正関数の誤差

TQ 補正関数に対して誤差伝播の公式を用いると、

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}}$$

$$\delta \Delta T = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta T}{\partial p_0} \delta p_0\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial p_1} \delta p_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial p_2} \delta p_2\right)^2\right)}$$
(33)

$$= \frac{p_0}{(E-p_1)^{p_2}} \sqrt{\left(\frac{\delta p_0}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{E-p_1}\delta p_1\right)^2 + (\log(E-p_1)\delta p_2)^2}$$
(34)

この誤差を考慮した TQ 補正関数 $\Delta T + \delta \Delta T$, $\Delta T - \delta \Delta T$ で TQ 補正して、TQ 補正後の寿命をそれぞれ求めた 結果、次のようになった。

表 7 誤差を考慮した補正関数による寿命

Parameter	$\Delta T + \Delta \delta T$	ΔT - $\delta \Delta T$
NaI1	94.0 ± 7.8	73.8 ± 4.7
NaI2	91.3±10.3	89.9±9.7

よって、この誤差として最大のものをとると以下のように TQ 補正による寿命のの誤差 σ_{TQ} が求められた。

$$NaI1:7.8ns \tag{35}$$

$$NaI2:10.8ns \tag{36}$$

5.2.2 誤差の評価

寿命を求めるときの fitting による誤差 $\sigma_{fitting}$ を考慮し、

$$NaI1: 6.97ns \tag{37}$$

$$NaI2:10.0ns (38)$$

統計誤差は以下の式で求められる。 $\sigma = sqrt(\sigma_{TQ})^2 + (\sigma_{pick-off})^2 + (\sigma_{fitting})^2$ 求めた結果は以下のようになった。

$$NaI1:11.8ns (39)$$

$$NaI2:14.4ns \tag{40}$$

謝辞

今回の実験を進めるにあたり、半年間丁寧に指導やアドバイス等をして頂いた石野雅也さんと隅田土詞さんに 感謝致しますまた、実験、解析にお付き合い頂き、手助けして頂いた TA の廣田誠子さん、田中駿祐さんに感 謝致します。

参考文献

[1]J.JSakurai," サクライ上級量子力学 (1,2 巻)"