

2017年度後期物理科学課題演習 A2
オルソポジトロニウムの寿命測定による QED の実験的
検証

京都大学理学部物理学科 3 回生

尾田 直人
谷 真央
西脇 公祐
野垣 康介
宮里 慶子

2018/5/3

目次

第1章	イントロダクション	3
1.1	実験の概要	3
1.2	実験の目的	3
第2章	理論	4
2.1	はじめに	4
2.2	ポジトロニウムとは	4
2.3	ポジトロニウムの崩壊	4
2.4	寿命の理論値	6
第3章	実験の原理	7
3.1	実験原理	7
3.2	実験装置	7
3.3	セットアップ	8
3.4	回路図	11
第4章	データ解析	13
4.1	生データ	13
4.2	Calibration	14
4.2.1	ADC Calibration	14
4.2.2	TDC Calibration	17
4.3	TQ補正	18
4.3.1	TQ補正とは	18
4.3.2	TQ補正の方法	19
4.3.3	TQ補正の様子	20
4.3.4	TQ補正後の o-Ps の寿命	24
第5章	考察・まとめ	25
5.1	TQ補正後の寿命 fitting について	25
5.1.1	fitting 関数の妥当性について	25
5.1.2	fitting 範囲の妥当性について	25
5.2	TQ補正関数の誤差の評価	26
5.3	pick-off 反応	27
5.3.1	pick-off 反応とは	27
5.3.2	pick-off 補正の方法	28

5.3.3	バックグラウンドの差し引き	31
5.3.4	$f(t)$ のプロット～pick-off 補正後の寿命	32
5.3.5	バックグラウンド補正・pick-off 補正についての考察	35
5.4	まとめ	36

第1章 イントロダクション

1.1 実験の概要

ポジトロニウムとは電子と陽電子が電磁相互作用によって束縛状態を形成しているものであり、電子と陽電子の対消滅によって光子を放出して崩壊する。ポジトロニウムの寿命を実験的に求め、理論値との比較・検証を行った。

1.2 実験の目的

オルソポジトロニウムの寿命を測定し、量子電磁気学による理論値との比較・検証を行う。実験を通してNaI等の各シンチレータや光電子増倍管、各モジュールなどの実験器具の扱い方やデータの解析手法を学ぶ。

第2章 理論

2.1 はじめに

以下では主にポジトロニウムに関する理論的な背景を述べる。単位系は自然単位系を採用する。また、冗長にならないよう場の理論の基礎的なことや煩雑な具体的な計算はしない。すなわち摂動論やS行列、不変振幅、Wickの定理など場の理論の一般論のようなことは書かないし、Feynman Diagramから具体的に散乱断面積を計算することはしないということである。これらのことは実験の理解に必ずしも必要でないし、気になる読者は必要に応じて後に挙げる参考文献を参照すれば良いと思うからである¹。

2.2 ポジトロニウムとは

ポジトロニウム (Ps) は電子と陽電子が電磁相互作用により束縛状態を形成したものである。直感的には水素原子のようなものであり、陽子の代わりに陽電子が入っている水素原子をイメージするとわかりやすいであろう。電子・陽電子共にスピン1/2であるので角運動量の合成の理論より複合系の全角運動量は0または1であるが、今回注目するのはスピン1のスピン3重項状態である。前者をパラポジトロニウム (p-Ps)、後者をオルソポジトロニウム (o-Ps) と呼ぶ。

また、Psはレプトン系なので強い相互作用の影響がなく、重力相互作用や弱い相互作用は電磁相互作用に比べ十分に小さい。つまり、Psは純粋にQEDで記述され、余計なことを考えることなくQEDの計算結果と実験値を比較することでQEDの検証が行えるというわけである。

2.3 ポジトロニウムの崩壊

ポジトロニウムの崩壊過程を調べる上で重要になる荷電共役対称性について述べる。荷電共役変換が粒子の電荷を反転させる変換だったことを思い出すと

$$b^{(s)\dagger} \xrightarrow{\text{charge conj}} d^{(s)\dagger}, \quad d^{(s)\dagger} \xrightarrow{\text{charge conj}} b^{(s)\dagger}$$

である。ただし $b^{(s)\dagger}, d^{(s)\dagger}$ は電子と陽電子の生成演算子であり、 s はスピンを区別する添字である。電磁場 A_μ は電荷が反転すると符号が反転することを考慮した上で

$$A_\mu \xrightarrow{\text{charge conj}} -A_\mu$$

¹これは嘘ではないのだが面倒だという理由が一番大きい

と電磁場の荷電共役変換性を定義する。光子の生成消滅演算子を $a_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger, a_{\mathbf{k}\alpha}$ とし²、 A_μ と $a_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger, a_{\mathbf{k}\alpha}$ の間に線型な関係があったことを思い出すと

$$a_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \xrightarrow{\text{charge conj}} -a_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger, \quad a_{\mathbf{k}\alpha} \xrightarrow{\text{charge conj}} -a_{\mathbf{k}\alpha}$$

であることがわかる。また、電荷の符号が反転すると電荷電流密度の符号が反転する。すなわち

$$J^\mu \xrightarrow{\text{charge conj}} -J^\mu$$

であることに注意すると電磁場と相互作用項の Lagrangian 密度

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - J^\mu A_\mu$$

は荷電共役変換の下で不変であることがわかる。

以上の結果は Ps の崩壊において C パリティが保存されることを表している。この事実は今回の実験のみならずいろいろな場面で非常に重要な役割を果たす。

さて、ポジトロニウムに戻ろう。前節で述べたようにポジトロニウムはスピンにより 2 種類に分類される。これらの荷電共役変換性を調べると

$$\begin{aligned} |p\text{-Ps}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(b^{(1)\dagger}d^{(2)\dagger} - b^{(2)\dagger}d^{(1)\dagger})|0\rangle \\ \xrightarrow{\text{charge conj}} |p\text{-Ps}\rangle_C &= \frac{1}{\sqrt{2}}(d^{(1)\dagger}b^{(2)\dagger} - d^{(2)\dagger}b^{(1)\dagger}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(b^{(1)\dagger}d^{(2)\dagger} - b^{(2)\dagger}d^{(1)\dagger})|0\rangle = |p\text{-Ps}\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |o\text{-Ps}\rangle &= b^{(1)\dagger}d^{(1)\dagger}|0\rangle \xrightarrow{\text{charge conj}} |o\text{-Ps}\rangle_C = d^{(1)\dagger}b^{(1)\dagger}|0\rangle \\ &= -b^{(1)\dagger}d^{(1)\dagger}|0\rangle = -|o\text{-Ps}\rangle \end{aligned}$$

のように p-Ps は偶、o-Ps は奇の C パリティを持つことがわかる³。ただし Dirac 場の反交換関係に注意せよ。

同様の操作を電磁場の固有ケットに対しても行うと

$$a_{\mathbf{k}_1\alpha_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_2\alpha_2}^\dagger \cdots a_{\mathbf{k}_n\alpha_n}^\dagger |0\rangle \xrightarrow{\text{charge conj}} (-1)^n a_{\mathbf{k}_1\alpha_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_2\alpha_2}^\dagger \cdots a_{\mathbf{k}_n\alpha_n}^\dagger |0\rangle$$

であることがわかる。すなわち偶数個の光子を含む状態は偶、奇数個の光子を含む状態は奇の C パリティを持つことがわかる。

以上のことを踏まえると p-Ps は偶数個の光子に o-Ps は奇数個の光子に崩壊しなければならないことがわかる。ただし重心系で見た時には 1 個の光子への崩壊は運動量保存則を満たすことができないので、o-Ps は 3 個以上の光子へと崩壊しなければならない。

正準量子化法にしる経路積分法にしる摂動論は状態間の遷移確率振幅である S 行列を相互作用項の級数で展開することを考える。その級数の次数の小さい項から n 次摂動とするの

² \mathbf{k} は波数ベクトル、 α は偏光を区別する添字である

³o-Ps に関して $|1, 1\rangle$ の状態しか調べていないが他も同様である

である。この時 n 次摂動項には相互作用項が n 個含まれ、相互作用項は結合定数を含むことから n 次摂動項は微細構造定数の n 次の程度の項だと思われる。つまり微細構造定数が小さい場合には摂動の次数が低い項だけを考慮すれば良いことがわかる。結局のところ、Feynman Diagram を描く時には無限個のパターンが考えられ、遷移確率はそれらの量子論的な重ね合わせで表現される訳だが、摂動論とはそれらの Feynman Diagram の中から大きい効果から順番に取り出す操作の事である。具体的には頂点の個数が少ないものから順番に計算すれば良い。

頂点を最も少なくする Feynman Diagram は以下のようなになる。

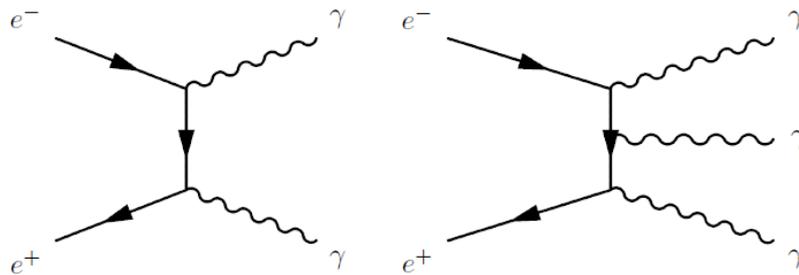


図 2.1: ポジトロニウムの崩壊

つまり p-Ps は 2γ 、o-Ps は 3γ に崩壊する過程が重要となる。

なお、今回の実験において重要となる事実として以下の事が挙げられる。Ps の重心系で見た場合エネルギー・運動量保存則を満たすために 2γ への崩壊過程では 511 [keV] の γ 線のみが許されるが、 3γ への崩壊過程では放出される γ 線は 511 [keV] 以下の連続スペクトルをなすことに注意しよう。

2.4 寿命の理論値

高次の項も含めて計算を行った結果以下のようなになる。

- p-Ps の寿命 $\tau_{singlet} \simeq 0.123$ [ns]
- o-Ps の寿命 $\tau_{triplet} \simeq 142$ [ns]

第3章 実験の原理

3.1 実験原理

先で述べたように、Psは陽電子 e^+ と電子 e^- が電磁相互作用で結びついたものであり、崩壊すると γ 線を放出する。

この実験では、図3.1のように崩壊する ^{22}Na から陽電子 e^+ を得、それを標的物質（ここではシリカパウダー）の中の電子 e^- にあててPsを形成し、陽電子 e^+ をプラスチックシンチレータ（以下P.S.）で、Psの崩壊で生じた γ 線をNaIシンチレータ（以下NaI）で検出する。Psが形成された時刻と e^+ が検出された時刻、Psが崩壊した時刻と γ 線が検出された時刻をそれぞれ同時刻とみなして（実際、 ^{22}Na からの e^+ は光速に近く、 e^+ と γ 線の各シンチレータまでの飛行時間はo-Psの崩壊時間に比べて十分短いため妥当な近似である。）その時間差を求め、Psの崩壊時間とする。

しかし、NaIではPsの崩壊で生じた γ 線のほかに、 ^{22}Na の崩壊によって生じる γ 線も検出してしまう。それを取り除くための予備実験として、 ^{22}Na の崩壊によって生じる γ 線（バックグラウンド）だけをNaIで測定する実験も行う。

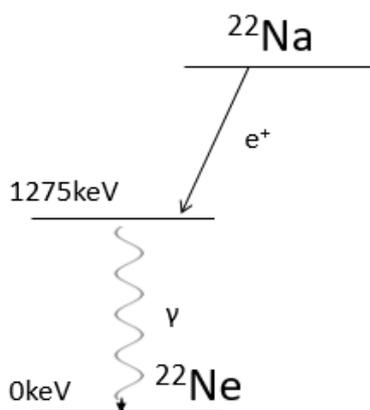


図 3.1: $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne} + \beta^+ + \nu_e + \gamma$

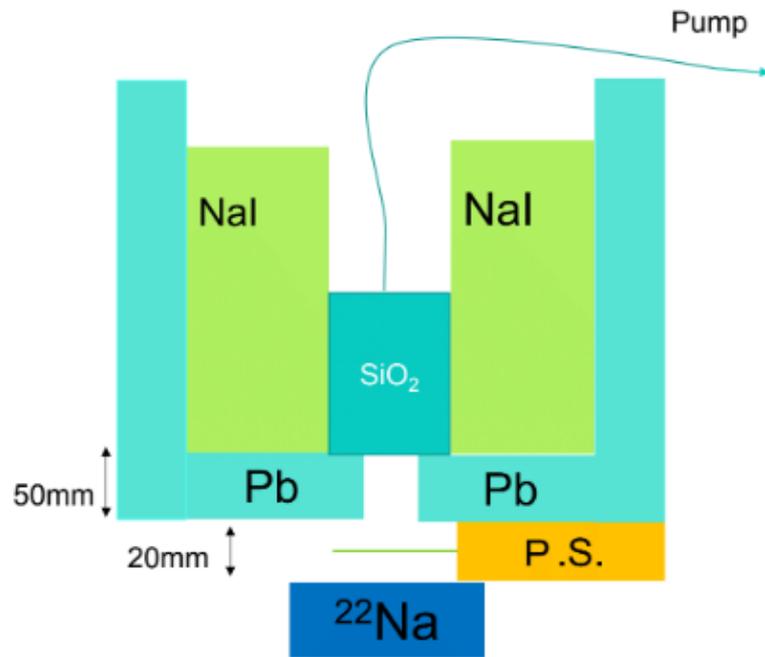
3.2 実験装置

- ^{22}Na : 崩壊によって e^+ と γ 線を放出する線源。
- プラスチックシンチレータ : e^+ を検出するシンチレータ。

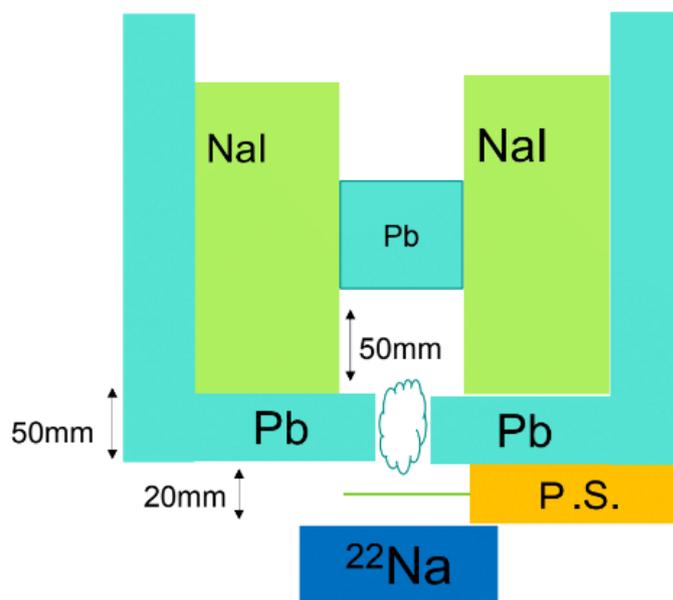
- NaI シンチレータ： γ 線を検出するシンチレータ。
- シリカパウダー (主成分 SiO_2)：標的物質として使ったもの。電子 e^- を多く含む。通常、Ps は生成されてもすぐに pick-off 反応 (5.3 節参照) によって寿命より早く壊れてしまうが、シリカパウダーは Ps に対して負の化学ポテンシャルを持っているので、内部で Ps が形成されるとすぐに外部に出し pick-off 反応を減らすことができる。さらに pick-off 反応を減らすために乾燥させた。
- 鉛ブロック (Pb)：線源からの γ 線を遮蔽する。
- 遮光ビニール：環境光からプラスチックシンチレータを保護する。また、ノイズを減らすためセットアップを覆うように使用。
- 真空ポンプ：シリカパウダーの容器内の気圧を下げるために使う。容器内の気圧を下げることで pick-off 反応を減らすことができる。
- ティッシュ：陽電子を遮断し、 γ 線を通す。バックグラウンドの測定に使う。

3.3 セットアップ

実験器具を図 3.2 のように配置した。(a) (b) とともに線源と NaI の間に鉛を置くことで、線源からの直接の γ 線を遮蔽している。また、ノイズを防ぐために NaI の周りにも鉛を置き、全体を遮光ビニールで覆った。(a) について、真空ポンプでシリカパウダー容器内の気圧を 0.01atm に保って測定した。(b) については鉛ブロックの穴にティッシュを詰め、線源からの陽電子を通さないようにし、ポジトロニウムの崩壊が観測されないようにしたが、ティッシュの中でポジトロニウムが形成され、崩壊によって放出された γ 線が検出される可能性を考慮して穴の先に鉛ブロックを置いた。



(a) セットアップの模式図



(b) バックグラウンドのセットアップの模式図

図 3.2: 模式図 (上から見た図)



(a) セットアップ（上から見た図）



(b) バックグラウンドのセットアップ（上から見た図）



(c) バックグラウンドのセットアップ（斜めから見た図）

図 3.3: 実際のセットアップ

3.4 回路図

回路は図 3.4 のように組んだ。使用したモジュールと機能を以下に示す。

- 高圧電源 (Hi-Vol) : 各シンチレータに電力を供給する。
- discriminator : 入力信号が threshold の値を超えたとき NIM 信号を出力する。
- coincidence : すべての入力端子に同時に信号が来た場合に NIM 信号を出力する。
- FAN IN/OUT : いずれかの入力端子に信号が来たときに NIM 信号を出力する。
- gate generator : 信号が入力されたとき一定の時間幅の NIM 信号 (ゲート) を出力する。
- TDC : start に信号が入ってから stop(TDC1, 2, 3) に信号が入るまでの時間に比例した値を出力する。
- ADC : ゲートが開いている間に来た信号の時間積分した量に比例した値を出力する。
- veto : gate の信号が来ている間は、次の信号が入力されないようにする。

ADC1 や ADC2 は discri をかけずに、 γ 線のエネルギーを調べるために使う。

TDC に入る信号にはすべて discri をかける。

寿命に直接かわるのは TDC3 である。P.S. で e^+ が検知されて Ps が形成され、それが崩壊して NaI で γ 線が検知されるので、P.S. の信号を TDCstart に、NaI の信号を TDCstop にするのが理想的である。しかし、 e^+ が検知されたからといって、必ずしも Ps が生成されたとは限らない。 e^+ が検知されたが Ps は生成されなかったイベントを排除 (少なく) するために次のように設定する。Ps が崩壊したら、P.S. で e^+ が検知されかつ、NaI で γ 線が検知されるはずである。(e^+ が検知され、 γ 線が検知されたからといって、そのイベントがすべて Ps の崩壊とは限らない (後述)) なのでまず P.S. の信号が来たら gate を生成し、その gate と NaI の信号で coincidence をとってその信号を TDCstart にする。gate を開く時間は 960ns と α -Ps の寿命より十分長い時間でとった。また、gate 生成とともに veto をかけて gate が開いている間引き続きやってくる e^+ を受け付けなくする。そして P.S. に e^+ が来た時間を TDCstop (TDC3) にしてその時間差をとればよいが、それでは start より stop が先になってしまうので、P.S. に delay をかけて start より後にする。delay の時間は 810ns と α -Ps の寿命より十分長い時間でとった。よって寿命はこの delay の値から TDC3 の値を引くことで求められる。(図 3.5 参照)

TDC1 と TDC 2 は P.S. で e^+ が検知されかつ、NaI で γ 線が検知されたとき (Ps が生成され崩壊したとき) NaI 1 と NaI 2 のそれぞれについて γ 線が来たかを調べ、NaI に来た γ 線のうち Ps の崩壊によるものを抽出するための cut 条件として使う。

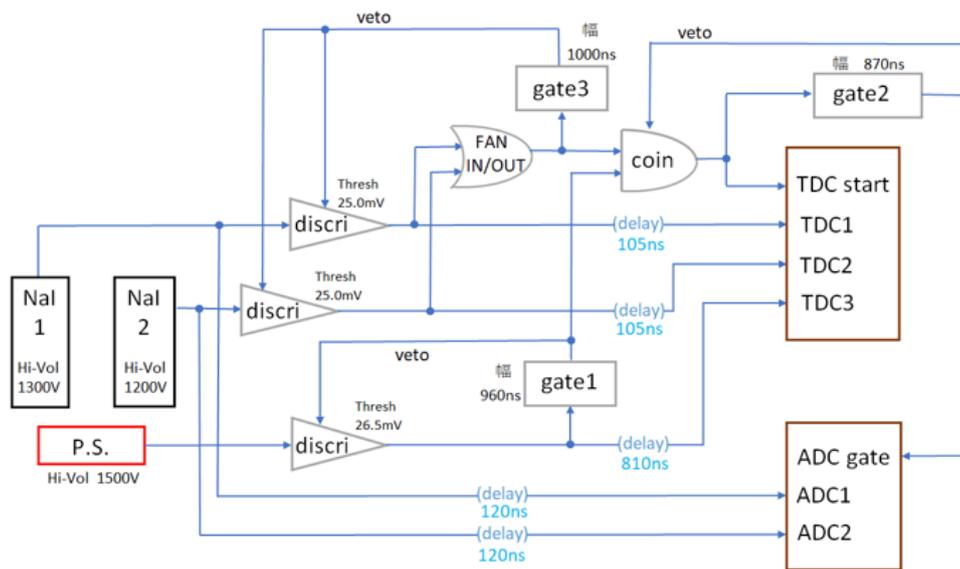


図 3.4: 回路図

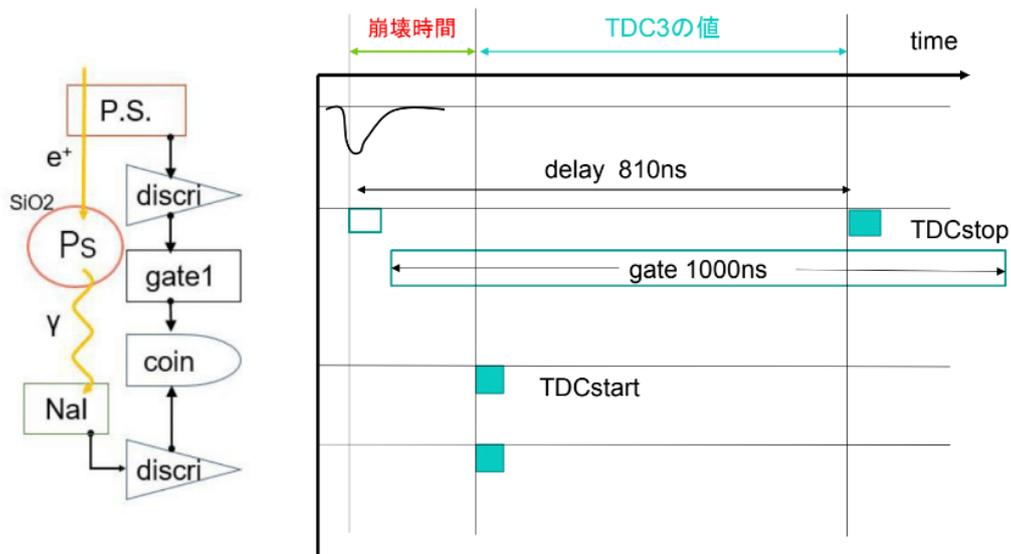


図 3.5: 信号の概念図

第4章 データ解析

4.1 生データ

測定期間は2018年3月12日から2018年3月23日まで

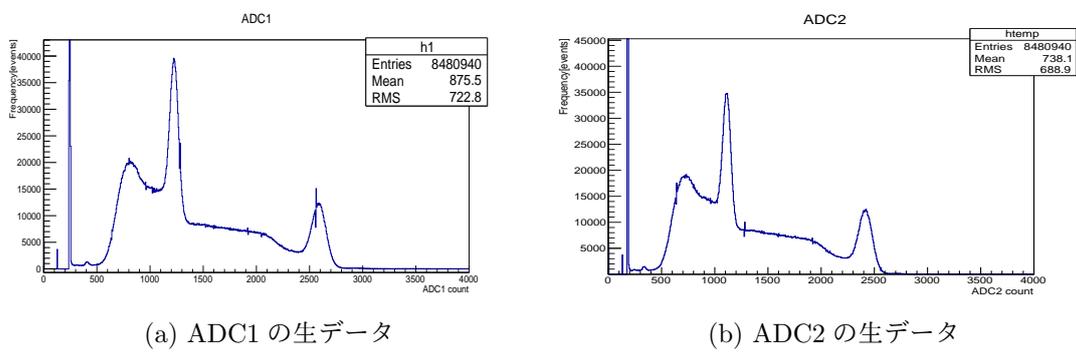


図 4.1: 各 ADC の生データ

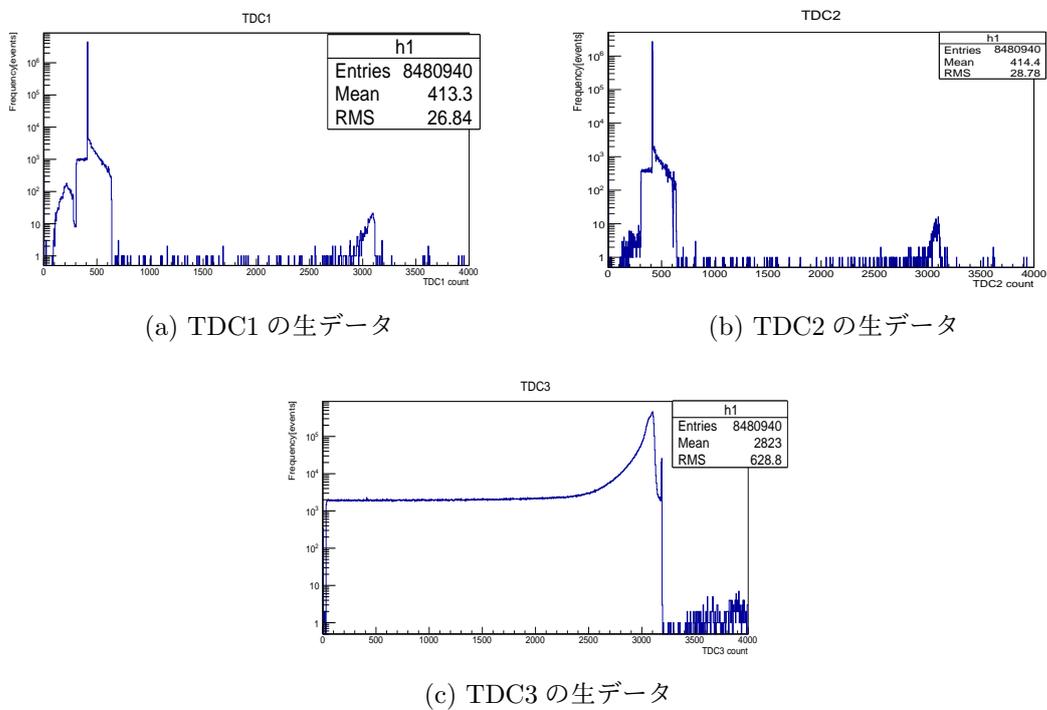


図 4.2: 各 TDC の生データ

本実験で実際に得られた生データのヒストグラムが図 4.1 と図 4.2 である。図 4.1 の ADC1、ADC2 はそれぞれ NaI1、NaI2 に対応している。この図から、511keV と 1275keV のピークとそれぞれのコンプトン散乱が確認できる。また、それぞれの ADC のヒストグラムの 200count 付近に鋭いピークがあるが、これは暗電流によるもので一般に pedestal と呼ばれ、0keV に対応するものである。

図 4.2 の TDC1、TDC2 はそれぞれ NaI1、NaI2 に対応している。TDC1、TDC2 はともに 410count 付近に鋭いピークがあるが、これはそれぞれの NaI で γ 線を検出したことを表している。これは以下のように説明される。仮に NaI1 に γ 線が入射したとすると、discriminator によってデジタル信号に変換されて、FAN IN/OUT を通り coincidence に入る。coincidence のもう一方の入力先は P.S. が e^+ を検出したことによって生成された gate 信号なので、Ps の崩壊由来の γ 線であれば必ず先に gate 信号が coincidence に入っているはずである。よって、NaI1 からの信号は即座に coincidence を通過して TDC の start へ入力される。その後、回路依存の時間だけ遅れて discriminator を通った NaI1 の信号が TDC1 に入力されるので、TDC1 の値は一定値をとることが期待される。以下のデータ解析において、各 NaI が Ps 崩壊由来の γ 線を検出した時のデータを主として扱いたいため、TDC1 と TDC2 のデータをその判定する cut 条件として用いる。実際に使用した cut 条件が表 4.1 である。

表 4.1: 各 NaI が Ps 崩壊由来の γ 線を検出した条件

cut 条件	
NaI1	$412 \leq \text{TDC1} \leq 414$
NaI2	$412 \leq \text{TDC2} \leq 415$

また、TDC3 は P.S. に対応して、ポジトロニウムの寿命に直接関係する。TDC3 は 3000count 付近にピークがあり、count が小さくなる方向に指数関数的に減衰している様子がみてとれるが、これは TDC3 の start と stop の時間順序が逆転していることによるものである。

4.2 Calibration

Calibration とは、測定された ADC count と TDC count の値を実際のエネルギースケールとタイムスケールに変換する操作である。

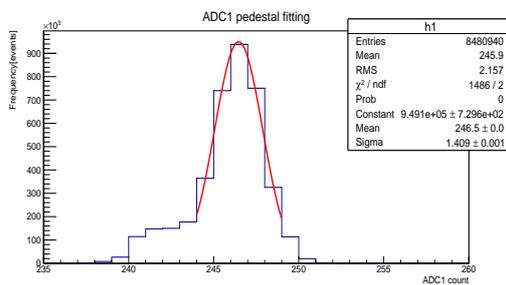
4.2.1 ADC Calibration

ADC は入力されたアナログ信号のエネルギーに応じて 0 から 4095 までの整数を返す機器である。ADC count と実際のエネルギーの相関が直線的であると仮定して、ADC count からエネルギーに変換する式を求める。前述したように信号がなくても暗電流により一定の値を ADC は返すので、0keV は ADC count の 200 付近のピークに対応している。そして、Ps の崩壊の際に多く放出される 511keV が ADC count の 1000 付近のピークに、 ^{22}Na

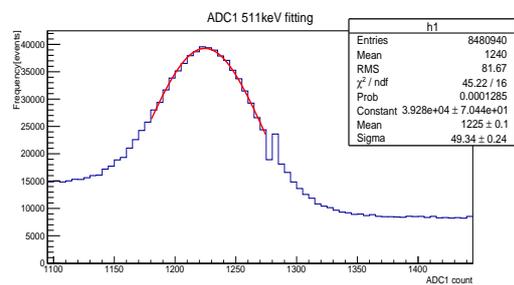
から放出される 1275keV の γ 線が 2500 付近のピークに対応していると仮定する。それぞれのピークについて ADC1 と ADC2 で Gaussian fitting した様子が図 4.3 と図 4.4 である。そして、その結果をまとめたものが表 4.2 である。

表 4.2: 各エネルギーと ADC count の関係

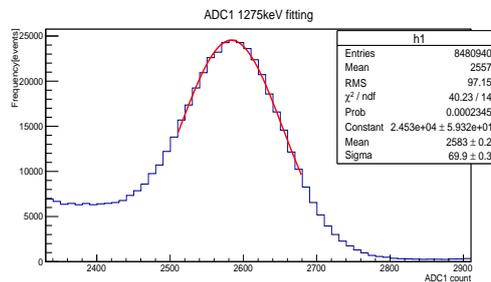
	0keV	511keV	1275keV
ADC1	246.468 ± 0.001	1224.6 ± 0.1	2583.5 ± 0.2
ADC2	182.654 ± 0.008	1109.0 ± 0.1	2411.5 ± 0.2



(a) ADC1 の pedestal fitting

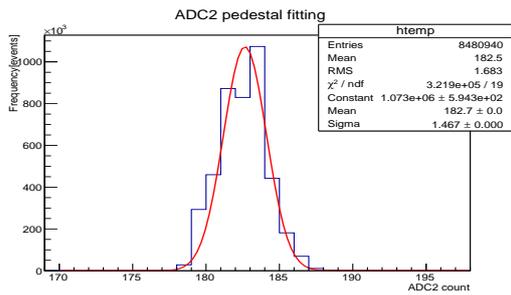


(b) ADC1 の 511keV fitting

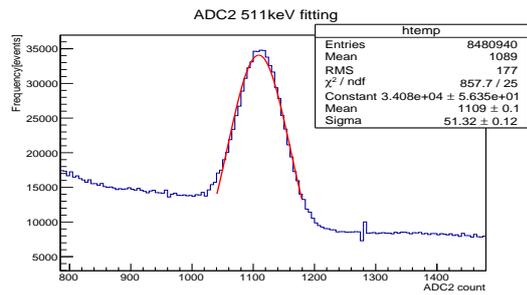


(c) ADC1 の 1275keV fitting

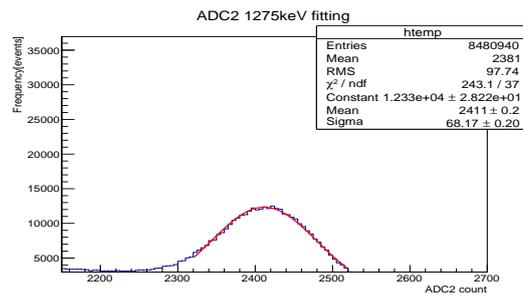
図 4.3: ADC1 の fitting の様子



(a) ADC2 の pedestal fitting

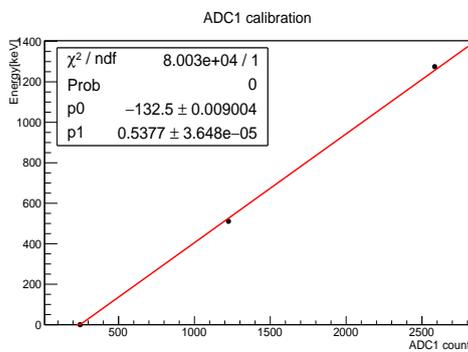


(b) ADC2 の 511keV fitting

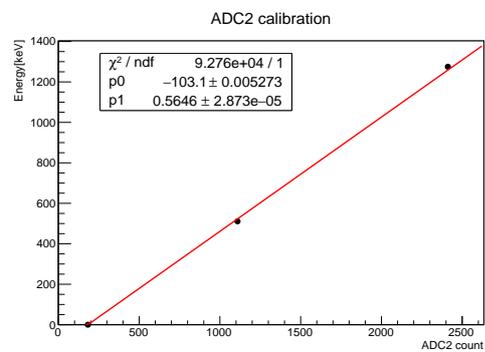


(c) ADC2 の 1275keV fitting

図 4.4: ADC2 の fitting の様子



(a) ADC1 の calibration



(b) ADC2 の calibration

図 4.5: ADC の calibration の様子

表 4.2 をプロットして直線 fitting したものが図 4.5 である。その際に得られた式が、式 (4.1) で ADC count をエネルギーに変換する式である。

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.53773 \times \text{ADC1} - 132.533 \quad (4.1a)$$

$$\text{Energy}[\text{keV}] = 0.56464 \times \text{ADC2} - 103.134 \quad (4.1b)$$

4.2.2 TDC Calibration

TDCはstartに信号が入力されてから各チャンネルに信号が入力されるまでの時間幅に応じて0から4095までの整数値を返す機器である。ADCと同様に、TDC countと時間幅の相関が直線的であると仮定するが、 P_s の寿命は反応の減衰時間が問題となるので時間原点は重要でない。よって、定数項は無視して考える。また、前述したようにTDC1とTDC2はcut条件として用いるのみなのでcalibrationは行わず、TDC3のみcalibrationを行う。TDC3のcalibrationを行うために、TDCのstartに入れる信号に100ns,200ns,400ns,800nsのdelayをかけた信号を測定する予備実験を行った。ここで、delayの大きさはオシロスコープで信号を直接確認して調節した。実際の結果が表4.3である。

表 4.3: 時間と TDC count の関係

	100ns	200ns	400ns	800ns
TDC	451.305 ± 0.008	845.193 ± 0.007	1648.79 ± 0.01	3275.18 ± 0.01

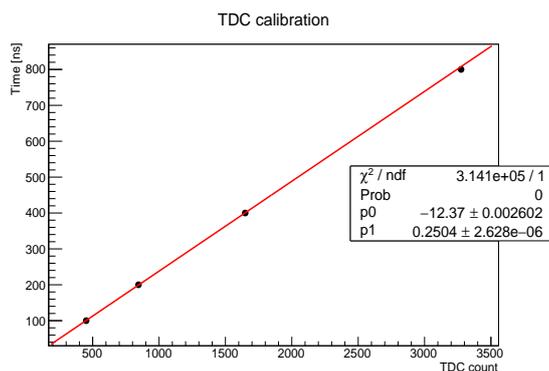


図 4.6: TDC の calibration の様子

表 4.3 をプロットして直線 fitting したものが図 4.6 である。その際に得られた式が、式 (4.2) で TDC3 count を時間に変換する式である。

$$\text{Time[ns]} = -0.2504 \times \text{TDC3} \quad (4.2)$$

この式では、係数に -1 を乗じたが、これはセットアップによる時間順序の逆転を修正するもの。さらに、定数項は寿命には影響しないので無視した。

4.3 TQ補正

4.3.1 TQ補正とは

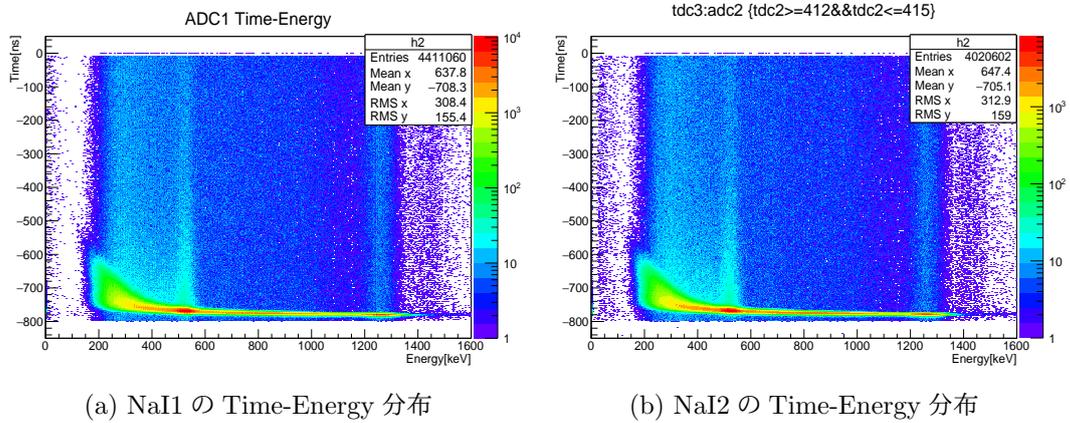
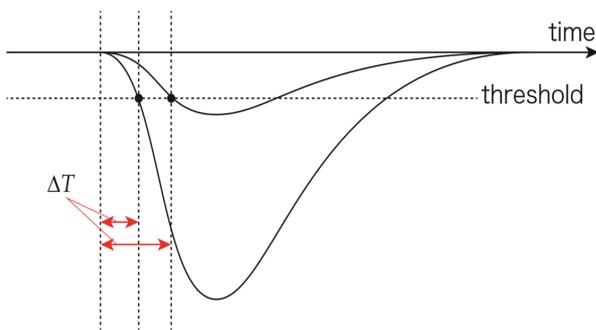
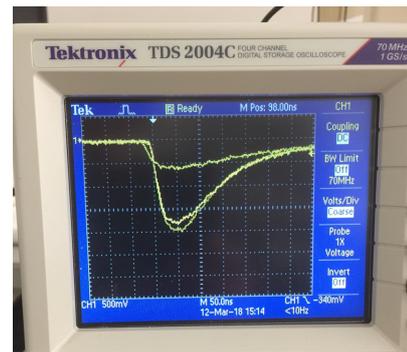


図 4.7: Time-Energy 分布

図 4.12 は NaI1 と NaI2 の Time-Energy 分布である。これを見ると、ほぼ同時刻に来ているはずの p-Ps 崩壊による信号 (511keV の γ 線及びその Compton 散乱) が、エネルギーが低いほどやや遅れて観測されていることが分かる。この原因は discriminator の特性によるもので、図 4.8a を用いて説明する。discriminator は、アナログ信号が shreshold を超えた時にデジタル信号へと変換するものであるが、アナログ信号の大きさ、すなわち γ 線の全エネルギーの大きさによって、threshold を超えるまでの遅延時間が異なる。これが、前述の低エネルギーほど遅れて観測される原因である。図 4.8b が実際のアナログ信号をオシロスコープで見たもので、確かに低エネルギーほど threshold を超えるのに時間がかかっている様子が分かる。この遅れを修正するために TQ 補正というものを導入する。



(a) アナログ信号の概念図



(b) オシロスコープで見た実際のアナログ信号

図 4.8: TQ 補正の概念図

4.3.2 TQ 補正の方法

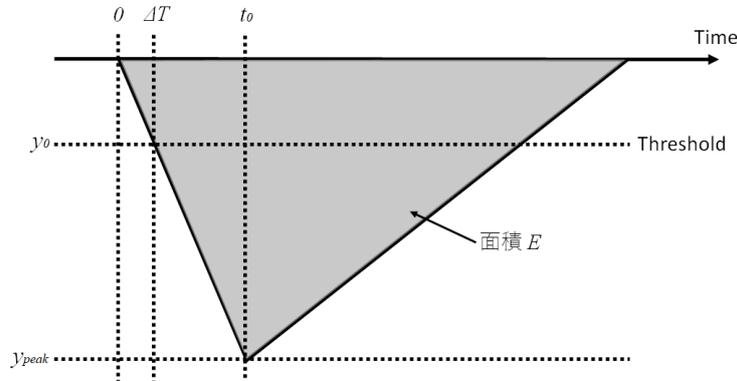


図 4.9: アナログ信号の三角形近似

TQ 補正を行うためには γ 線のエネルギー E に対する遅延時間 $\Delta T(E)$ を求める必要がある。そこで、まずアナログ信号の波形を三角形で近似して関数の概形を考えることにする。ここで、簡単のために信号がピークに達するまでに要する時間 t_0 がエネルギー E に依らない定数であると仮定する。図 4.9 のように、信号の高さを y_{peak} 、threshold の高さを y_0 とおくと、遅延時間 $\Delta T(E)$ は

$$\Delta T(E) = \frac{y_0}{y_{peak}} t_0 \quad (4.3)$$

とかける。ここで、 t_0 と y_0 は定数であり、 γ 線のエネルギーすなわち三角形の面積 E は y_{peak} に比例するので、

$$\Delta T(E) \propto \frac{1}{E} \quad (4.4)$$

となる。

この結果はアナログ信号の形を三角形で近似して得られたものであるが、実際の信号は曲線であるのでパラメータ $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ を用いて

$$\Delta T(E)[ns] = \frac{p_0}{(E[keV] - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (4.5)$$

としたものを TQ 補正関数とする。パラメータの値は実際の測定データを fitting することで決定する。

具体的な手順を NaI1 を例にとって以下に記す:

1. E_1 が $220keV \pm 5keV$ の範囲にある Time のヒストグラムを描く。
2. このヒストグラムのピークについて Gaussian fitting し、mean 値を求める。
3. この mean 値を $220keV$ における ΔT の値とする。
4. (1) から (3) までの手順を $500keV$ まで ADC1 のエネルギーを $20keV$ ずつ動かしながら繰り返す。

5. 求めた ΔT をプロットし、TQ 補正関数 (4.5) で fitting する。そして、パラメータ $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ を決定する。
6. 各 E_1 に対する Time から $\Delta T(E)$ を引いて新たに Time とする。

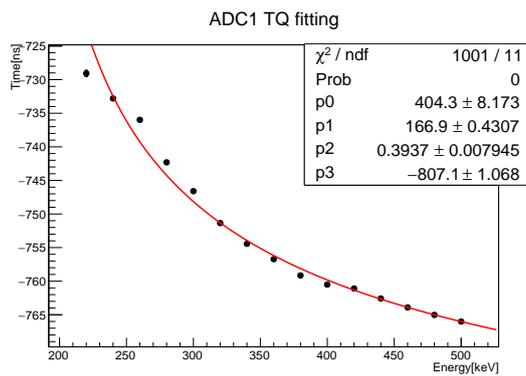
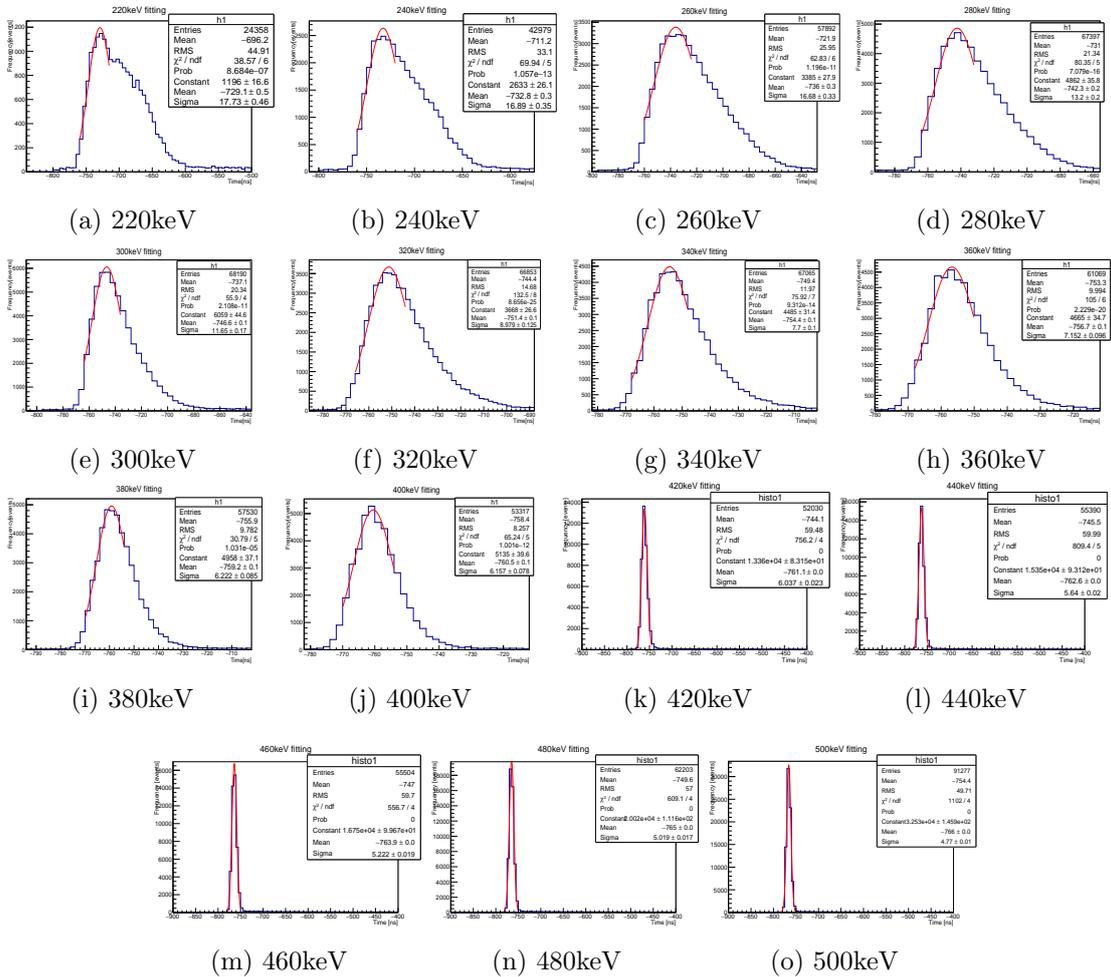
NaI2 についても、240keV から 500keV まで 20keV ずつ動かして以上の手順を行った。

4.3.3 TQ 補正の様子

図 4.10 と図 4.11 は、それぞれ NaI1 と NaI2 に関する実際の TQ 補正の様子である。その結果 TQ 補正関数 (4.5) のパラメータ $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ は表 4.4 のように求まった。

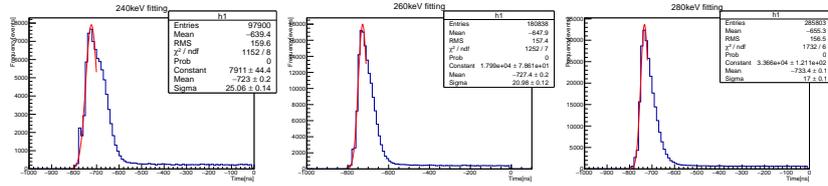
表 4.4: TQ 補正関数のパラメータ

	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	404.3	166.9	0.3937	-807.1
NaI2	885.5	196.1	0.6153	-791.8

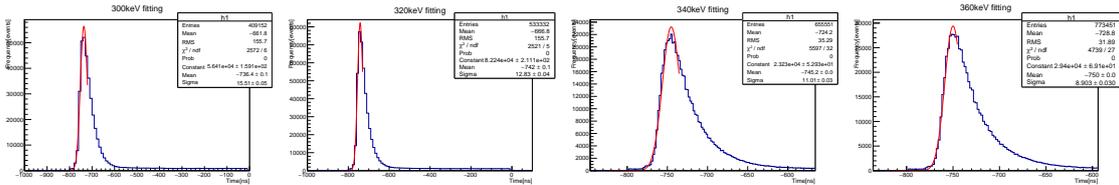


(p) TQ 補正関数の fitting

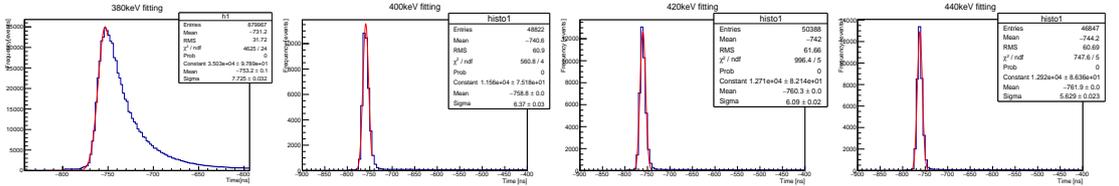
図 4.10: NaI に対する TQ 補正の様子



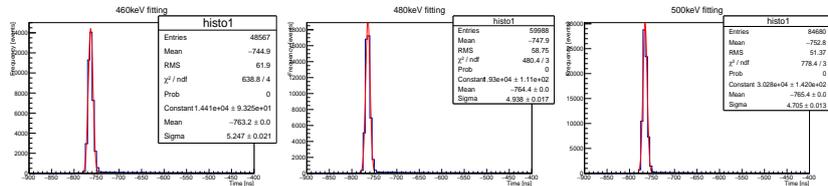
(a) 240keV (b) 260keV (c) 280keV



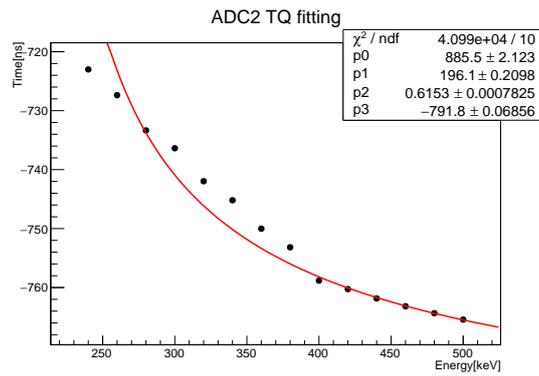
(d) 300keV (e) 320keV (f) 340keV (g) 360keV



(h) 380keV (i) 400keV (j) 420keV (k) 440keV



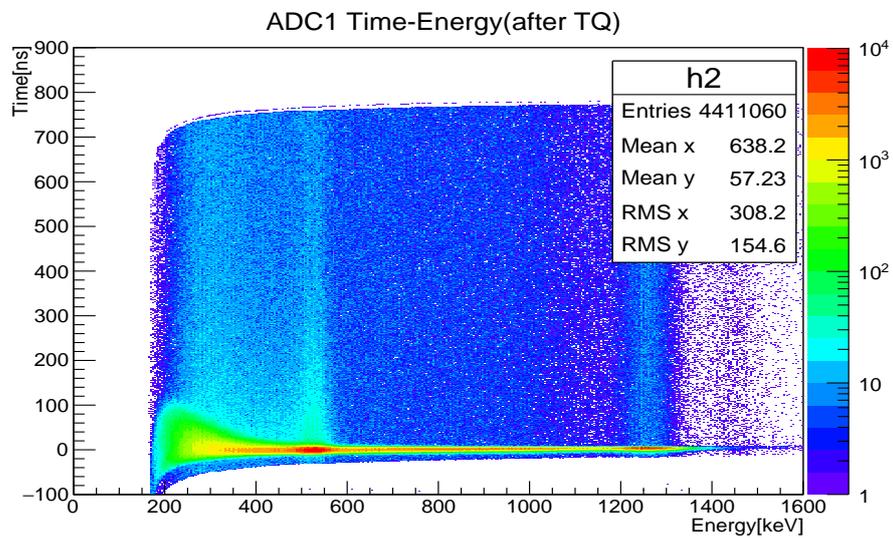
(l) 460keV (m) 480keV (n) 500keV



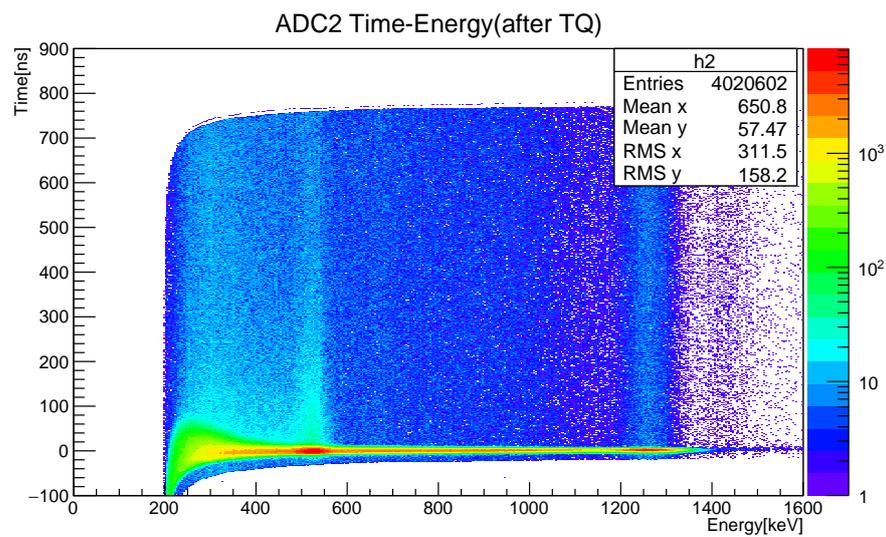
(o) TQ 補正関数の fitting

図 4.11: NaI2 に対する TQ 補正の様子

TQ 補正後の NaI1 と NaI2 に対する Time-Energy 分布が図 4.12 である。この図を見ると確かに低エネルギーの時間の遅れが取り除かれていることが分かる。



(a) TQ 補正後の NaI1 の Time-Energy 分布



(b) TQ 補正後の NaI2 の Time-Energy 分布

図 4.12: Time-Energy 分布

4.3.4 TQ 補正後の o-Ps の寿命

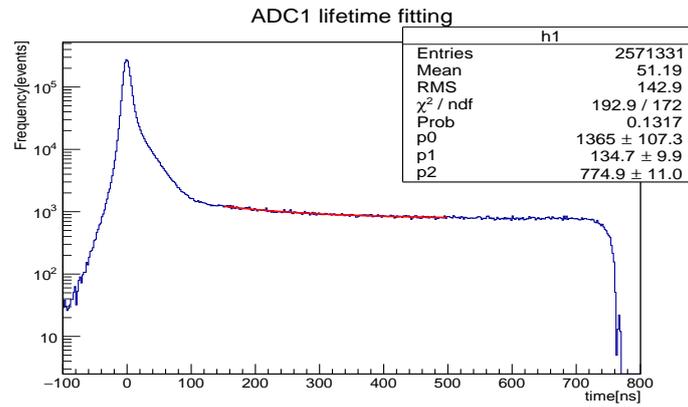
TQ 補正関数後の o-Ps の寿命を関数

$$p_0 \exp\left(-\frac{\text{Time}[\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.6)$$

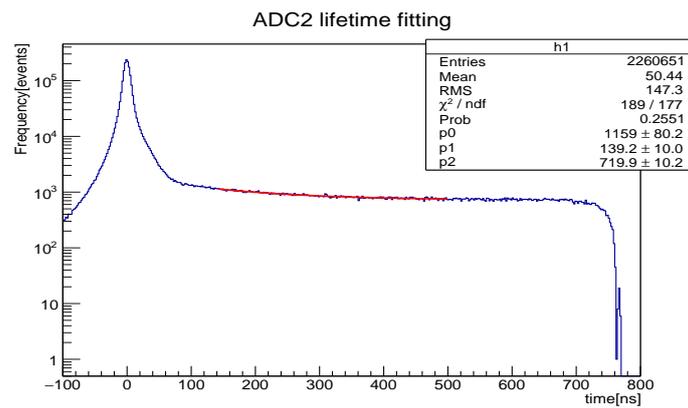
を用いて fitting した。パラメータ p_1 が o-Ps の寿命であると考えられる。式 (4.6) で fitting した様子が図 4.13 で、o-Ps の寿命の結果をまとめたものが表 4.5 である。

表 4.5: TQ 補正後の o-Ps の寿命

寿命	
NaI1	134.7 ± 9.9
NaI2	139.2 ± 10.0



(a) NaI1 の寿命 fitting の様子



(b) NaI2 の寿命 fitting の様子

図 4.13: TQ 補正後の o-Ps の寿命 fitting の様子

第5章 考察・まとめ

5.1 TQ補正後の寿命 fitting について

5.1.1 fitting 関数の妥当性について

寿命 fitting の関数を今回

$$p_0 \exp\left(-\frac{\text{Time}[\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.6)$$

とした。雑音に対応するパラメータが p_2 で、時間によらず一定であるとした。実際 600keV 以上のエネルギーについて Time のカウントをみたものが図 5.1 で 60ns 以降は時間に依らずほとんど一定に雑音が入っていることが分かる。そのため、雑音を一定とした fitting 関数は 60ns 以降で妥当である。

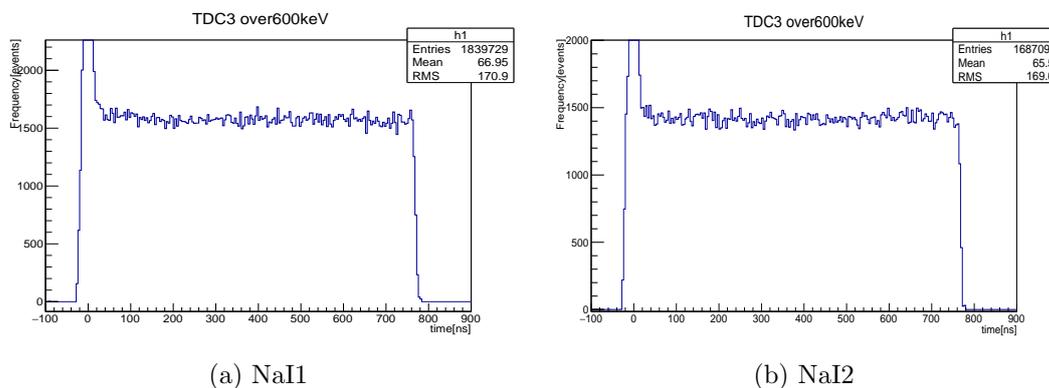


図 5.1: 600keV 以上のエネルギーに対する Time 分布

5.1.2 fitting 範囲の妥当性について

本実験では、o-Ps の崩壊由来の γ 線以外の信号もとっているので fitting 範囲の妥当性について考える必要がある。例えば、0ns 付近では p-Ps の崩壊が支配的であるし、fitting 範囲の終点はアクシデンタルなイベントが支配的となるのでこれらの時間を避けて fitting する必要がある。よって、fitting 範囲を正しく選ばなければ、寿命を正確に見積もることはできない。今回は、fitting 範囲の終端を 500ns に固定して、始端を 90ns から 200ns まで動かしながら寿命 fitting をしていった。始端の時間を横軸、その始端に対する寿命を縦軸にとったものが図 5.2 で、寿命の値がほとんど変わらなくなる始端で fitting した際の寿

命を TQ 補正後の α -Ps の寿命とした。具体的に、NaI1 については 150ns を、NaI2 については 140ns を始端にとったときの fitting を採用した。

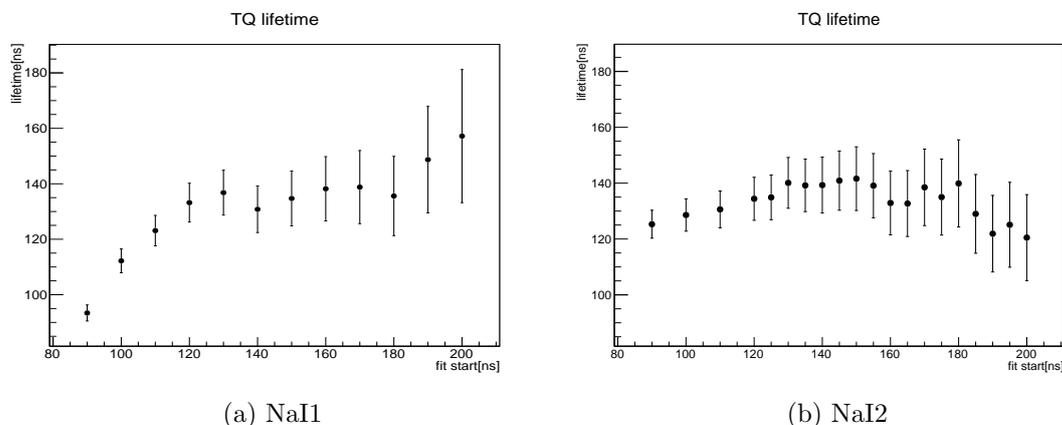


図 5.2: 寿命 fitting の始端による寿命の変化

5.2 TQ 補正関数の誤差の評価

fitting で寿命を求めた際の誤差は統計誤差である。統計誤差とは別に、系統誤差として TQ 補正関数由来の誤差がある。この節では TQ 補正関数の誤差の評価をしていく。

今回我々の解析では TQ 補正関数として

$$\Delta T(E)[ns] = \frac{p_0}{(E[keV] - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (4.5)$$

を用いた。 p_0, p_1, p_2, p_3 の各パラメータは fitting により決定するため、これらのパラメータにも誤差が生じる。この誤差の寿命への影響を評価する。 p_i の誤差を δp_i とおくと、fitting の結果は表 5.1 となった。

表 5.1: TQ 補正関数のパラメータおよびその誤差

	p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
NaI1	404.3	8.2	166.9	0.4	0.3937	0.0008	-807.1	1.1
NaI2	885.5	2.1	196.1	0.2	0.6153	0.0008	-791.8	0.1

TQ 補正関数の一次までのテイラー展開を考えると、

$$\delta(\Delta T(E)) = \frac{\partial \Delta T}{\partial p_0} \delta p_0 + \frac{\partial \Delta T}{\partial p_1} \delta p_1 + \frac{\partial \Delta T}{\partial p_2} \delta p_2 + \frac{\partial \Delta T}{\partial p_3} \delta p_3 \quad (5.1)$$

である。パラメータ間に相関がないとは言えないので、右辺の各項の絶対値をとることで誤差の最大を見積もる。つまり、

$$|\delta(\Delta T(E))| \leq \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial p_0} \right| |\delta p_0| + \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial p_1} \right| |\delta p_1| + \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial p_2} \right| |\delta p_2| + \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial p_3} \right| |\delta p_3| \quad (5.2)$$

であるので、この式の右辺をあらためて $\delta(\Delta T)$ とおき、誤差を評価する。具体的な式は、

$$\delta(\Delta T(E)) = \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \delta p_0 + \frac{p_0 p_2}{(E - p_1)^{p_2+1}} \delta p_1 + \frac{p_0 \ln(E - p_1)}{(E - p_1)^{p_2}} \delta p_2 + \delta p_3 \quad (5.3)$$

と計算される。ここで、TQ 補正関数を $\Delta T(E) \pm \delta(\Delta T(E))$ として計算した寿命をそれぞれ $\tau_{\text{TQ}\pm}$ とおき、

$$\sigma_{\text{TQ}} := \max|\tau_{\text{TQ}+} - \tau|, |\tau_{\text{TQ}-} - \tau| \quad (5.4)$$

と定義する。このとき表 5.2 に示す結果を得る。

表 5.2: TQ 補正関数の誤差を考慮した寿命

	$\tau_{\text{TQ}+}$	τ	$\tau_{\text{TQ}-}$	σ_{TQ}
NaI1	132.3	134.7	131.5	3.2
NaI2	139.2	140.2	138.7	1.0

5.3 pick-off 反応

5.3.1 pick-off 反応とは

オルソポジトロニウムは周囲の分子と反応して、真空中での崩壊とは異なる方法で崩壊することがある。その機構は一般的に次の3つに分けることができる。

1. pick-off 反応

ポジトロニウム中の陽電子が周囲の物質中の電子と対消滅する反応。周囲の物質との衝突頻度が多いほどこの反応が起こりやすくなる。今回の実験ではこの反応を減らすために気圧を下げ、シリカゲルを焼いて含有する水分子を減らした。

2. スピン交換反応

ポジトロニウムの電子が物質中の不対電子と相互作用してスピン状態を変化させる反応。Ps のエネルギーが十分大きい時は、不対電子を持たない分子に対しても、電子を励起させて不対電子を生じさせ、これと反応することがある。これにより o-Ps は p-Ps へと転換し、対消滅する。この反応は、空気中では酸素分子との間で起こるため、シリカゲル容器内を真空にし、この反応を減らした。スピン-軌道相互作用によるスピン交換反応も知られている。

3. 化学反応

o-Ps は水素分子のように、周りの分子と酸化-還元反応を起こす。この反応は主に $\text{NO}_2, \text{Br}_2, \text{I}_2$ などの酸化力のある分子との間で起こる。実際は、安定な酸化化合物を形成するというより、Ps がこれらの分子と共鳴状態を形成していると考えられ、この共鳴状態で対消滅が起きる。今回の実験環境には上記の分子はほとんど無いので、この反応の寄与は無視できると考えられる。

いずれの反応でも 2 つの 511keV の γ 線へと崩壊する。

5.3.2 pick-off 補正の方法

フィティング関数の導出

崩壊幅 Γ は時刻 t における粒子の個数を $N(t)$ とすると、

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t) \quad (5.5)$$

で定義される。TQ 補正までで得られる崩壊幅を Γ_{obs} 、o-Ps の 3γ への崩壊幅を $\Gamma_{3\gamma}$ 、o-Ps の 2γ への崩壊幅を $\Gamma_{2\gamma}$ とすると、

$$\Gamma_{obs} = \Gamma_{3\gamma} + \Gamma_{2\gamma} \quad (5.6)$$

である。今、 $\Gamma_{3\gamma}$ と $\Gamma_{2\gamma}$ を用いて、

$$f(t) \equiv \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} \quad (5.7)$$

と $f(t)$ を定義する。o-Ps の 3γ への崩壊寿命を $\tau_{3\gamma}$ として、 Γ_{obs} は $f(t)$ を用いて

$$\Gamma_{obs} = \Gamma_{3\gamma}(1 + f(t)) = \frac{1 + f(t)}{\tau_{3\gamma}} \quad (5.8)$$

とかける。時刻 t における o-Ps の数を $N_{ortho}(t)$ とすると、

$$\frac{dN_{ortho}(t)}{dt} = -\Gamma_{obs} N_{ortho}(t) = -\frac{1 + f(t)}{\tau_{3\gamma}} N_{ortho}(t) \quad (5.9)$$

とかける。この微分方程式を解くと

$$N_{ortho}(t) = \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}} \int^t 1 + f(t') dt'\right) \quad (5.10)$$

となる。再度微分して、

$$-\frac{dN_{ortho}(t)}{dt} = N_0(1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}} \int^t 1 + f(t') dt'\right) \quad (5.11)$$

となる。ここで、定数を N_0 とおいた。これが pick-off 反応を考慮した場合の o-Ps の $-\frac{dN}{dt}$ である。これを $g(t)$ とする。

$$g(t) \equiv -\frac{dN_{ortho}(t)}{dt} \quad (5.12)$$

$$= N_0(1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{\tau_{3\gamma}} \int^t 1 + f(t') dt'\right) \quad (5.13)$$

この $g(t)$ を用いて寿命をフィティングすれば、 $\tau_{3\gamma}$ に相当するパラメーターの値から、pick-off 反応を考慮した場合の o-Ps の寿命を求めることができる。 $g(t)$ を得るためには $f(t)$ を求めれば良い。

f(t) の求め方

実験的には $-\frac{dN_{ortho}(t)}{dt}$ は実際に観測しているイベント数であり、3 γ への崩壊と pick-off による 2 γ への崩壊の他に、実験原理の章で述べた、線源からの直接の γ 線のコンプトン散乱が含まれる。それぞれの検出数を $\Delta N_{2\gamma}(t), \Delta N_{\gamma}(t), \Delta N_{back}$ とする。 $f(t)$ はこのうち $\Delta N_{2\gamma}(t)$ と $\Delta N_{3\gamma}(t)$ を用いて

$$f(t) = \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{\Delta N_{2\gamma}(t)}{\Delta N_{3\gamma}(t)} \quad (5.14)$$

から求められる。よって $f(t)$ を求めるには $\Delta N_{2\gamma}(t)$ と $\Delta N_{3\gamma}(t)$ を知ればよい。Time-Energy 分布中のイベントを現象ごとに分類したものが次の図 (5.3) である。

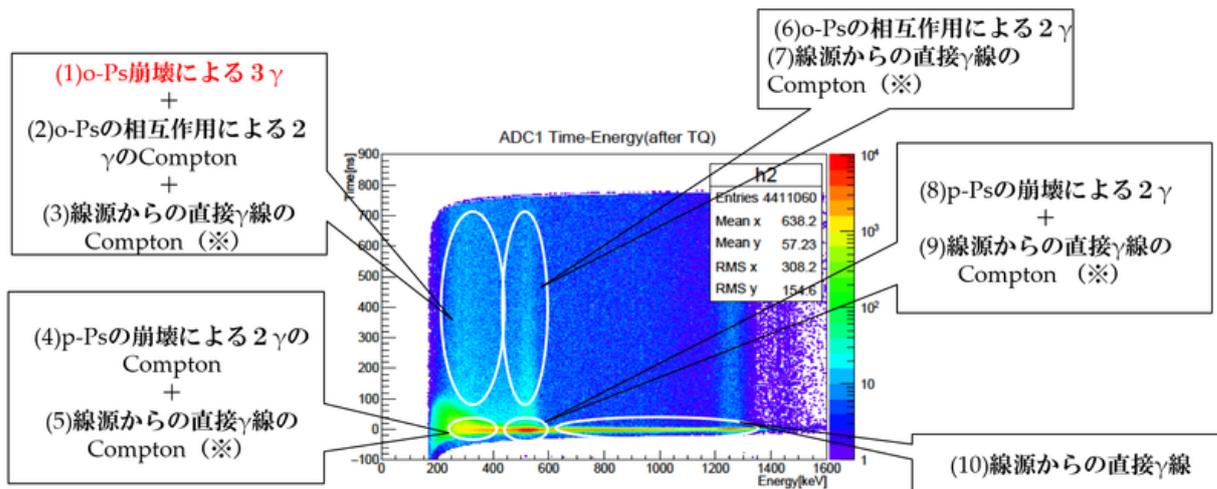


図 5.3: 現象ごとの分類

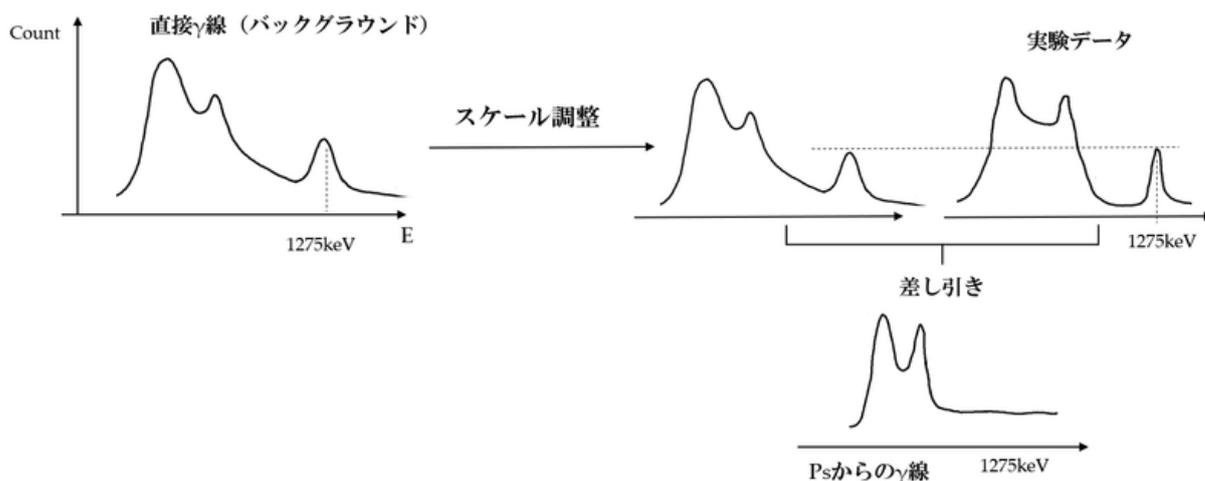


図 5.4: バックグラウンド差し引きの概念図

$\Delta N_{2\gamma}(t)$ と $\Delta N_{3\gamma}(t)$ の求め方

pick-off 補正によって Ps の寿命を正確に求めるためには、Ps の崩壊イベントのデータのみを用いて解析しなければならない。そのために、バックグラウンドの分布に時間依存性がないと仮定して各時刻のデータからバックグラウンドのイベントを取り除く。次の図(5.4)のように、各時刻のデータとバックグラウンドのデータの 1275keV のピークを比較し、バックグラウンドのデータをスケール変換して各時刻のデータから差し引く。得られたデータは、Ps の崩壊イベントのみから得られたデータであると考えられる。

次に 511keV のピークとそのコンプトンの分布の相対的な関係が時間によらないと仮定して、バックグラウンドを取り除いたデータを用いて $\Delta N_{2\gamma}(t)$ と $\Delta N_{3\gamma}(t)$ を次の図(5.5)のようにして求める。図(5.3)でみたように、511keV のピークは 2γ のイベントのみによる

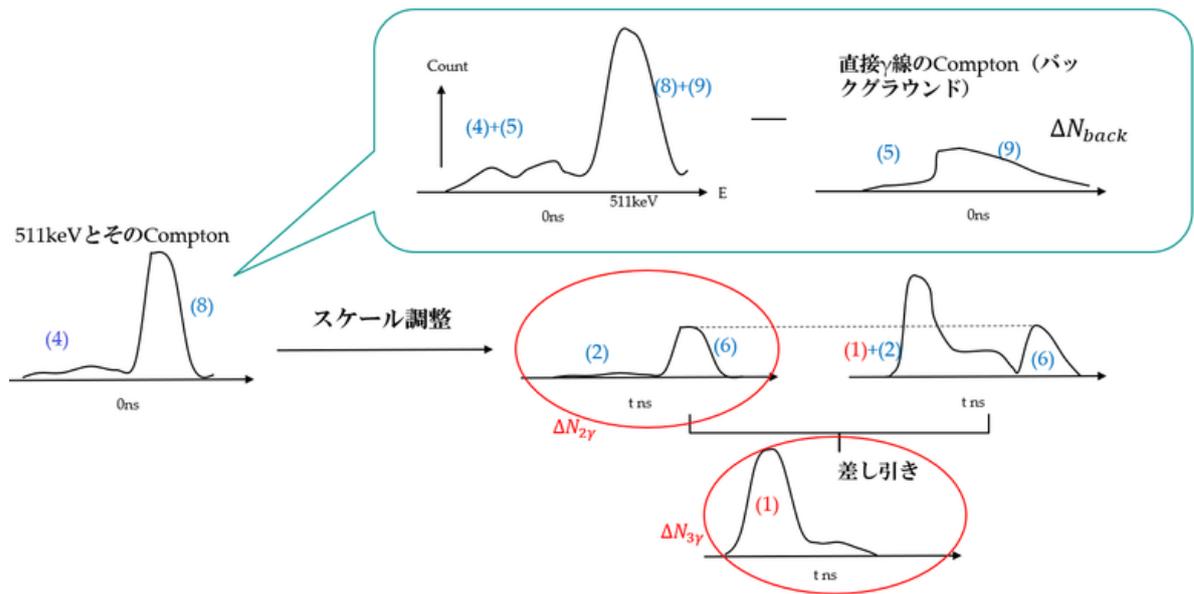


図 5.5: $\Delta N_{2\gamma}(t)$ と $\Delta N_{3\gamma}(t)$ の概念図

すると考えられるから、 $\Delta N_{2\gamma}(t)$ は 0ns のデータを 511keV のピークに合わせてスケール変換するだけで得られる。 $\Delta N_{3\gamma}(t)$ は、全体のイベントから $\Delta N_{2\gamma}(t)$ を除けば得られる。つまり、時刻 t での 511keV のピークのイベント数を $y_{peak}(t)$ 、バックグラウンドを引いたあとのイベントの総数を $S(t)$ とすると

$$\Delta N_{2\gamma}(t) = \frac{y_{peak}(t)}{y_{peak}(0)} \quad (5.15)$$

$$\Delta N_{3\gamma}(t) = S(t) - \Delta N_{2\gamma}(t) \quad (5.16)$$

したがって $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{\Delta N_{2\gamma}(t)}{\Delta N_{3\gamma}(t)} = \frac{\Delta N_{2\gamma}(t)}{S(t) - \Delta N_{2\gamma}(t)} = \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(0)S(t) - y_{peak}(t)S(0)} \quad (5.17)$$

と表される。

5.3.3 バックグラウンドの差し引き

図 5.6 は NaI1 の 0 ns 付近のデータのエネルギー分布である。これを見ると 1275 keV (線源からの直接ガンマ線) の領域にもピークがあることが分かる。また 1275 keV のガンマ線のコンプトン散乱が 511 keV 以下のエネルギー領域まで広がっている可能性がある。これも含めてバックグラウンドとして差し引く必要がある。

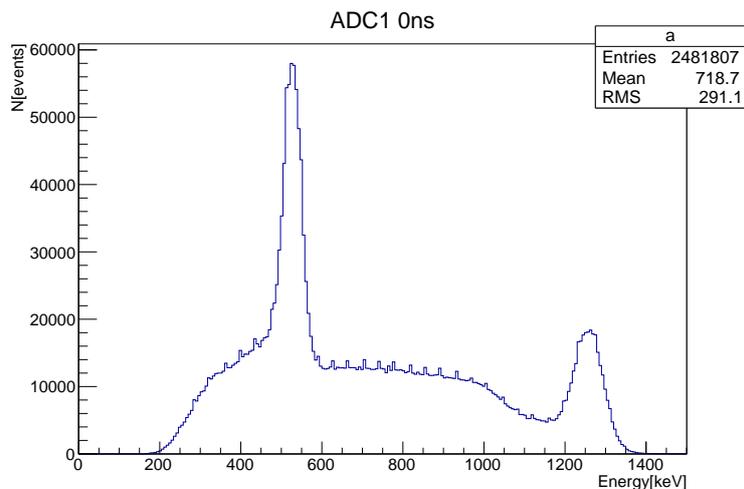
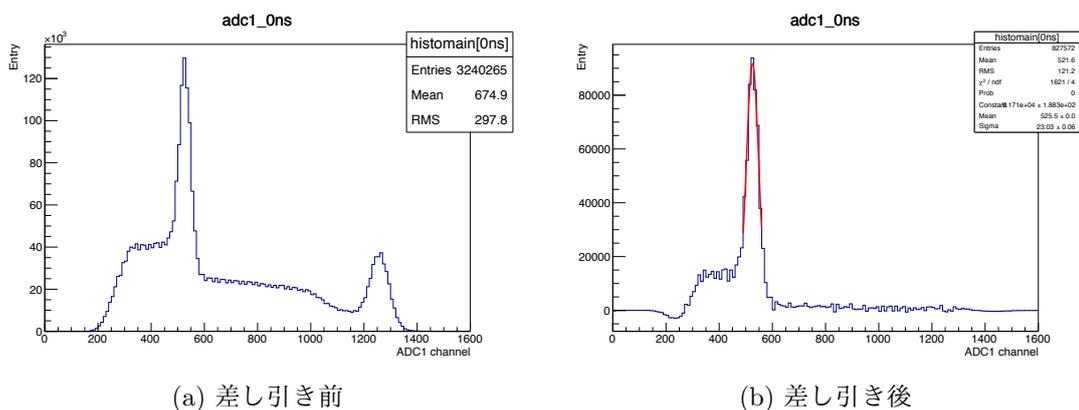


図 5.6: NaI1 0 ns でのエネルギー分布



(a) 差し引き前

(b) 差し引き後

図 5.7: バックグラウンドの差し引き (NaI1 : 0 ns)

図 5.7 は NaI1 のデータの 0 ns 付近でのバックグラウンドの差し引きの様子である。今回はバックグラウンドの 1275 keV のピーク的位置を本実験のデータの 1275 keV のピーク的位置に合わせ、更にバックグラウンドのピークの高さを本実験のデータの 0 ns と、100 ns, 150 ns, 200 ns, ..., 500 ns におけるピークの高さに合わせてヒストグラム同士の引き算をすることでバックグラウンドの差し引きを試みた。1275 keV とそのコンプトン散乱のエネルギー領域の分布が差し引きされていることがわかる。

5.3.4 $f(t)$ のプロット～pick-off 補正後の寿命

以上の操作でバックグラウンドを差し引いたデータに対し pick-off 補正を行う。

式 (5.17) より、 $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{y_{\text{peak}}(t)S(0)}{y_{\text{peak}}(0)S(t) - y_{\text{peak}}(t)S(0)} \quad (5.18)$$

であった。この値を本実験のデータから計算してプロットする。

NaI1 と NaI2 のデータに対し 0 ns と、100 ns から 500 ns までの 50 ns おきの各時刻において ± 10 ns の範囲にあるようなイベントで、0 keV から 600 keV のエネルギー領域にあるものを抽出する。

抽出したイベントの総数が $S(t)$ で抽出したヒストグラムの 511 keV のピークでのイベント数が $y_{\text{peak}}(t)$ である。511 keV のイベント数はピークをガウスフィッティングすることで求めた。

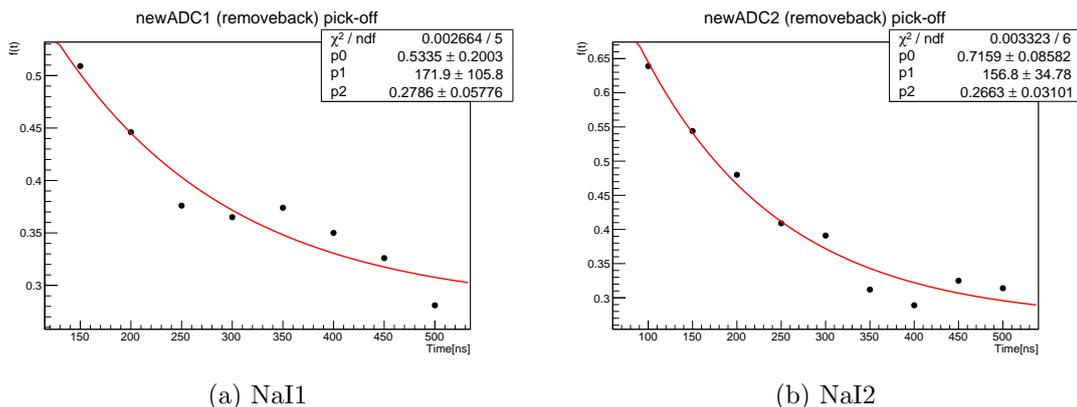


図 5.8: pick-off 補正関数のフィッティング

図 5.8 は計算して得られたデータを実際にプロットしたものである。ここでフィットする関数として

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \quad (5.19)$$

を用いた。指数関数の形を選んだのは以下の理由による。生成直後のポジトロニウムは 1 eV 程度のエネルギーを持って高速で運動している。その後、周囲の物質と衝突を繰り返すことにより常温へと熱化される。したがってポジトロニウムの運動が激しいほど pick-off 反応は起こりやすく、時間が経つほど熱化によってその頻度は減少すると考えられる。

表 5.3: $f(t)$ のフィッティングによる各パラメータの値

	p_0	p_1	p_2
NaI1	0.5335	171.9	0.2786
NaI2	0.7159	156.8	0.2663

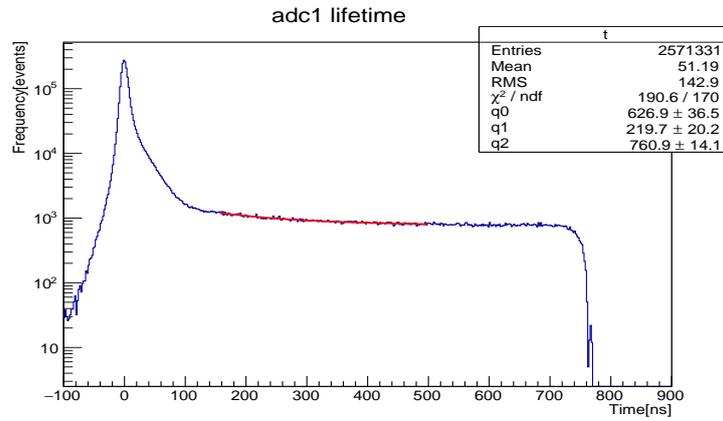
$f(t)$ によるフィッティング結果は表 5.3 のようになった。式 (5.13) より pickoff 補正を考えた場合の fitting 関数を

$$g(t) = q_0 \left\{ 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right\} \exp\left[-\frac{t}{q_1} \left\{ (1 + p_2)t - p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \right\}\right] + q_2 \quad (5.20)$$

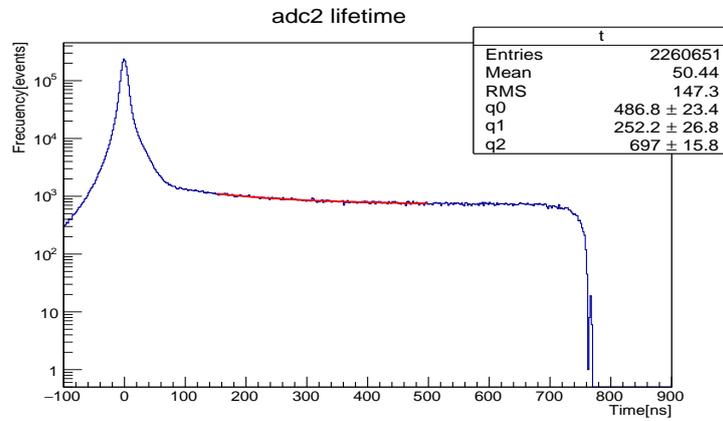
とおく。この式において q_1 が pick-off 補正後の寿命に相当する。この関数 $g(t)$ で寿命フィッティングしたものが図 5.9 であり、結果は表 5.4 のようになった。これはオルソポジトロンウムの寿命の理論値である約 142 ns に比べてかなり長い結果となってしまった。

表 5.4: pick-off 補正後の寿命

寿命	
NaI1	219.7 ± 20.2 ns
NaI2	252.2 ± 26.8 ns



(a) NaI1



(b) NaI2

図 5.9: pick-off 補正後の寿命フィッティング

5.3.5 バックグラウンド補正・pick-off補正についての考察

pick-off補正の結果、理論値よりも寿命が長くなってしまった。これについて以下のよう理由が考えられる。

- 本実験のデータの511 keVのピーク周辺に、今考えている 3γ のイベントが含まれていた可能性がある。これによりpick-offを実際より多く見積もりすぎてしまい、補正後には寿命が延びてしまった。
- pick-offの現象の詳細まで立ち入らず、熱化による減少のみを考慮してフィッティング関数 $f(t)$ が単に指数関数であると考えてしまったために不十分な解析になってしまった可能性がある。
- あるいはバックグラウンドの差し引きが上手くできていなかったかもしれない。バックグラウンドの補正の際に511 keV以下のイベントを引きすぎてしまった可能性がある。これにより 3γ のイベントを実際より少なく見積もってしまい、寿命が延びてしまった。

また、今回はシリカパウダーをトースターで焼いて水分を蒸発させたうえ、シリカの容器内に約0.01気圧の真空を引いたことにより、そもそもpick-off反応が起きにくい状況であった可能性も考えられる。

本実験において1275 keVのガンマ線とそのコンプトン散乱が多く検出されてしまったので、今回はバックグラウンドの測定・差し引きによってその問題を解決しようとした。それでもうまくいかなかった理由としてセットアップに問題があったことが挙げられる。

今回は陽電子を検出するプラスチックシンチレータを線源 ^{22}Na のすぐ近くに配置してしまった。これにより線源から陽電子がシリカパウダーのある方向から多少ずれた方向に出ていってもプラスチックシンチレータに検知されてしまい、回路のなかにゲートが生成されてしまう。この状態でNaIに何らかの信号が入ればそれが測定されるので、その結果1275 keVのガンマ線やそのコンプトン散乱が多く検出されたと考えられる。したがってシリカパウダーのできるだけ近くにプラスチックシンチレータを配置することで1275 keVのガンマ線の信号を減らすことが期待できる。

あるいはバックグラウンド測定の際に、今回は鉛に空いた穴に手近なティッシュ・ペーパーを詰めることで陽電子を止めることを試みたが、ティッシュ・ペーパーの代わりにアルミの板など密度や組成などの情報が容易にわかり、かつ陽電子が確実に止まるような物質を使えばより正確なバックグラウンドが測定できたかもしれない。

5.4 まとめ

結局今回の実験で得られたオルソポジトロニウムの寿命は以下のようになった。

TQ 補正後

NaI1 $134.7 \pm 9.9 \pm 6.4$ ns

NaI2 $139.2 \pm 10.0 \pm 1.3$ ns

pick-off 補正後

NaI1 219.7 ± 20.2 ns

NaI2 252.2 ± 26.8 ns

謝辞

今回実験を進めるにあたり、半年間丁寧に指導・助言して下さった隅田土詞さんに感謝いたします。また実験・解析にお付き合いいただき、手助けしていただいた TA の関繁人さん、小峯順太さんに感謝いたします。

参考文献

- [1] M.Peskin,D.Schroeder, “ An Introduction to Quantum Field Theory ” New York, Addison Wesley(1995).
- [2] J.J.Sakurai “ Advanced Quantum Mechanics ” NewYork, Addison Weysley(1967).
- [3] 東京大学浅井研究室 HP, “ ポジトロニウムとは? ”, https://tabletop.icepp.s.u-tokyo.ac.jp/Tabletop_experiments/Positronium.html
- [4] 浅井祥仁, 折戸周治 “オルソポジトロニウムの寿命問題”, 日本物理学会誌 vol. 49,No.3 (1994)
- [5] Toshio Hyodo *et al* “The quenching of *ortho*-positronium”, *Phys. Status Solidi C* 6, No.11, 2497-2502 (2009)
- [6] 過去の A2 レポート, <https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html>