

## 2019 年度前期 物理科学課題演習 A2 レポート

浅野 有香    内海 武尊    川本 大志    戸田 朔    中西 泰一    吉田 匠志

2019 年 12 月 2 日

## 目次

1	はじめに	2
2	QED とポジトロニウム	2
2.1	QED . . . . .	2
2.2	ポジトロニウム . . . . .	5
3	実験	7
3.1	実験原理 . . . . .	7
3.2	実験器具 . . . . .	7
3.3	セットアップ . . . . .	8
3.4	回路 . . . . .	8
4	解析	10
4.1	データ処理 . . . . .	10
4.2	TQ 補正 . . . . .	17
4.3	pick-off 補正 . . . . .	20
5	考察	25
5.1	データ品質 . . . . .	25
5.2	pick-off 補正に関する考察 . . . . .	27
5.3	結果の誤差を減らす試み . . . . .	31
	謝辞	33
	参考文献	33

# 1 はじめに

量子電磁気学 (QED) は最も簡単な場の量子論の一つであり、実に多様な物理現象の実験的予言を与える理論である。そのうちの一つに電子と陽電子の対消滅がある。我々の実験では電子と陽電子の束縛状態であるポジトロニウム (Ps) の寿命を測定することで QED の実験的検証を行った。

## 2 QED とポジトロニウム

### 2.1 QED

ここではポジトロニウム崩壊に必要な QED の概要を与える。単位系は自然単位系を採用する。

#### 2.1.1 相互作用表示と S 行列

量子状態の時間発展は Schredinger 方程式に従う。いま考えている系の時刻  $t$  に状態を  $|\psi(t)\rangle$  とすると

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle \quad (1)$$

与えられたハミルトニアンを自由な部分と相互作用部分に分けて書くと例えば相互作用が弱い場合において摂動論が有効であるなど便利なことが多々ある。すなわち

$$H = H_0 + H_i \quad (2)$$

この時、系の状態ベクトルおよびオペレーターを

$$|\psi(t)\rangle_I = e^{iH_0 t} |\psi(t)\rangle \quad (3)$$

$$\mathcal{O}_I = e^{iH_0 t} \mathcal{O} e^{-iH_0 t} \quad (4)$$

とかくと

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle_I = H_{iI} |\psi(t)\rangle_I \quad (5)$$

この状態およびオペレーターの表示のことを相互作用表示とよぶ。以下では相互作用表示における index  $I$  を省略する。(5) を形式に解くと

$$|\psi(t)\rangle = |\psi(t_i)\rangle - i \int_{t_i}^t ds H_i(s) |\psi(s)\rangle \quad (6)$$

さらに逐次的に展開すると

$$|\psi(t)\rangle = |\psi(t_i)\rangle - i \int_{t_i}^t ds H_i(s) |\psi(s)\rangle + (-i)^2 \int_{t_i}^t dt_1 \int_{t_i}^{t_1} dt_2 H_i(t_1) H_i(t_2) |\psi(t_2)\rangle \quad (7)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \int_{t_i}^t dt_1 \int_{t_i}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{t_i}^{t_{n-1}} dt_n H_i(t_1) H_i(t_2) \cdots H_i(t_n) |\psi(t_0)\rangle \quad (8)$$

$$= T \exp \left[ -i \int_{t_i}^t dt H_i(t) \right] |\psi(t_0)\rangle \quad (9)$$

ここで  $T$  はオペレーターを時間の早い順に右側から並べる記号である。(9) において  $t \rightarrow \infty, t_i \rightarrow -\infty$  として  $|\psi(\infty)\rangle = |f\rangle, |\psi(-\infty)\rangle = |i\rangle$  とかきなおし  $S$  行列を以下で定義する。

$$|f\rangle = S|i\rangle \quad (10)$$

$$S := T \exp \left[ -i \int_{-\infty}^{\infty} dt H_i(t) \right] \quad (11)$$

$$= T \exp \left[ -i \int d^4x \mathcal{H}_i \right] \quad (12)$$

$$S_{fi} := \langle f|S|i\rangle \quad (13)$$

### 2.1.2 漸近的完全性

相互作用のある量子系においては粒子はそれぞれの波束が互いに干渉するため基本的に粒子を別々にみなすことはできない。しかし無限の過去と未来においてはそれらはかなり空間的に離れたところに局在するので近似的に独立にみなすことができる。これを漸近的完全性と呼ぶ。すなわち、終状態と試状態の Fock 空間は自由粒子の Fock と同一であると仮定する。

### 2.1.3 散乱断面積と崩壊確率

単位時間に散乱された粒子数を入射フラックスで割った面積次元の量を散乱断面積と呼ぶ

$$d\sigma = \frac{dN_{out}}{j_{in}} \quad (14)$$

散乱断面積は  $dN_{out}$  で特徴づけられる終状態への反応率を表す。終状態の全粒子数を  $N_{out}$  とすると、そのうち運動量が  $p_i \sim p_i + dp_i$  のものは、相空間において一つの量子状態が  $2\pi$  で与えられることを考えて

$$dN_{out} = N_{out} \prod_{i=1}^n \frac{V d^3p_i}{(2\pi)^3} \quad (15)$$

単位時間当たりの遷移確率を  $w$  とすると、

$$w = \frac{|S_{fi}|^2}{T} \quad (16)$$

$$N_{out} = w N_{in} \quad (17)$$

が成り立つ。また入射フラックスは入射粒子密度  $\rho$  と相対速度  $v_{rel}$  を使って

$$j_{in} = \rho v_{rel} \quad (18)$$

であり、反応前後の運動量が指定されたとき、反応の前後の運動量保存から

$$S_{fi} = (2\pi)^4 \delta \left( \sum_f P_f - \sum_i P_i \right) \mathcal{M}_{fi} \prod_a \left( \frac{\epsilon_a}{2VE_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

ここで、 $\mathcal{M}_{fi}$  は Feynman 振幅で Feynman ダイアグラムより計算でき、また

$$\epsilon_a = \begin{cases} 2m & \text{for lepton} \\ 1 & \text{for photon} \end{cases} \quad (20)$$

である。これより、

$$|S_{fi}|^2 = TV(2\pi)^4 \delta(\sum_f P_f - \sum_i P_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_a \left( \frac{\epsilon_a}{2VE_a} \right) \quad (21)$$

ここで

$$|\delta(p-q)|^2 = \iint \frac{dx dy}{(2\pi)^2} e^{i(x-y)(p-q)} \quad (22)$$

$$= \iint \frac{dx d(x-y)}{(2\pi)^2} e^{i(x-y)(p-q)} \quad (23)$$

$$= (2\pi)V\delta(p-q) \quad (24)$$

に注意しなくてはならない。これらより最終的に

$$d\sigma = \frac{dN_{out}}{j_{in}} \quad (25)$$

$$= \frac{w N_{in} V}{N_{in} v_{rel}} \prod \frac{V d^3 p_i}{(2\pi)^3} \quad (26)$$

$$= \frac{V w}{v_{rel}} \prod \frac{V d^3 p_i}{(2\pi)^3} \quad (27)$$

$$= \frac{1}{4E_1 E_2 v_{rel}} (2\pi)^4 \delta(\sum_f P_f - \sum_i P_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_f \frac{\epsilon_f d^3 p_f}{(2\pi)^3 2p_f^0} \quad (28)$$

がえられる。始状態が一粒子の時はその崩壊確率も同様にして求めることができる。単位時間にある状態に崩壊する確率  $d\Gamma$  は始状態の静止系で

$$d\Gamma = \frac{dN_{out}}{N_{in}} \quad (29)$$

$$= \frac{1}{2M} (2\pi)^4 \delta(\sum_f P_f - \sum_i P_i) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \prod_f \frac{\epsilon_f d^3 p_f}{(2\pi)^3 2p_f^0} \quad (30)$$

そして全崩壊確率  $\Gamma$  の逆数を寿命といい  $\tau$  で表す。

#### 2.1.4 QED

よく知られているように QED のラグランジアン密度は以下のように書かれる。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (31)$$

ここから相互作用ハミルトニアン密度は

$$\mathcal{H}_i = -e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (32)$$

であるから S 行列を結合定数  $e$  に関して摂動展開すると、

$$S = 1 - ie \int d^4x + \frac{1}{2}(-i)^2 e^2 \iint d^4x d^4y T \bar{\psi}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \psi(x) \bar{\psi}(y) \gamma^\mu A_\mu(y) \psi(y) \\ + \frac{1}{3!}(-i)^3 e^3 \iiint d^4x d^4y d^4z T \bar{\psi}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \psi(x) \bar{\psi}(y) \gamma^\mu A_\mu(y) \psi(y) \bar{\psi}(z) \gamma^\mu A_\mu(z) \psi(z) + \mathcal{O}(e^4)$$

となる。

## 2.2 ポジトロニウム

ポジトロニウムとは電子と陽電子の束縛状態として存在するエキゾチック原子である。電子と陽電子はともにスピン 1/2 のフェルミオンであるから、その composite オペレーターであるポジトロニウムにはシングレット (p-Ps) とトリプレットの (o-Ps) 二種類ある。電子と陽電子は対消滅を起こし光子となるので、ポジトロニウムは時間がたつと崩壊し光子を放出する。

$$e^- + e^+ \rightarrow n\gamma \quad (33)$$

ポジトロニウムは束縛状態であるから、非相対論的な水素原子の波動関数を用いて

$$|Ps\rangle = \sqrt{2M} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{\psi}(k) \frac{1}{2m} |e^+\rangle |e^-\rangle \quad (34)$$

と書けると考える。ここでポジトロニウムのその換算質量が水素原子の二倍であるから Bohr 半径も 1/2 倍であるので、波動関数は

$$\psi(r) = Ce^{-\kappa r} \quad (35)$$

$$\text{where } \kappa = \frac{2}{a_B} = 2m_e\alpha \quad C = \left(\frac{2k^3}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

フーリエ変換を実行すると

$$\tilde{\psi}(k) = \frac{8\pi C\kappa}{(\kappa^2 + k^2)^2} \quad (37)$$

これは  $k = 0$  に局在する波束なので以下簡単のためにポジトロニウム内の電子および陽電子はポジトロニウムの重心系において運動量がゼロだと仮定する。

### 2.2.1 C-パリティ

粒子、反粒子の入れ替えである荷電共役変換 C を

$$Cb_s(p)C^\dagger = d_s(p) \quad Cd_s(p)C^\dagger = b_s(p) \quad (38)$$

を満たすユニタリー演算子であると定義する。いまポジトロニウム中の電子と陽電子はポジトロニウムの重心系から見てほぼ静止していると仮定し、その運動量を 0 とする。ポジトロニウムのシングレット状態は

$$|singlet\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(d_+^\dagger b_-^\dagger - d_-^\dagger b_+^\dagger) |0\rangle \quad (39)$$

であるから

$$C|singlet\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Cd_+^\dagger C^\dagger Cb_-^\dagger C^\dagger - Cd_-^\dagger C^\dagger Cb_+^\dagger C^\dagger)C|0\rangle \quad (40)$$

$$= |singlet\rangle \quad (41)$$

二行目への変形はハミルトニアンが C 演算子と交換することおよびフェルミオンの統計性より従う。トリプレット状態は 3 つあるが C 演算子とヘリシティ演算子は定義より交換するので一つだけ考えればよい。シングレットと同様にして

$$C|triplet\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Cd_+^\dagger C^\dagger Cb_-^\dagger C^\dagger + Cd_-^\dagger C^\dagger Cb_+^\dagger C^\dagger)C|0\rangle \quad (42)$$

$$= -|triplet\rangle \quad (43)$$

QED が C 不変であることを要請すると、

$$C\psi_\alpha(x)C^\dagger = \mathcal{C}_{\alpha\beta}\bar{\psi}_\beta^T \quad (44)$$

$$CA^\mu C^\dagger = -A^\mu \quad (45)$$

この関係式からポジトロニウム崩壊反応における C パリティ保存を考えると

$$p - Ps \rightarrow \text{even } \gamma\gamma \quad (46)$$

$$o - Ps \rightarrow \text{odd } \gamma \quad (47)$$

## 2.2.2 unpolarized Feynman 振幅

実際の実験においてフェルミオンのヘリシティや光子の偏極に興味のない場合も多い。したがって、断面積はそれらについて始状態においては平均を終状態においては和をとらなくてはならない。ここでは公式をのべるだけにし、詳細は場の理論のテキストを参照されたい。 $e^+e^-$  散乱においては

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{M}}|^2 &:= \frac{1}{4} \sum_{spin} \sum_{polar} \mathcal{M} \mathcal{M}^* \\ &= -\frac{1}{4} tr \left[ \frac{\not{p} + m}{2m} \Gamma^{\mu\nu\dots} \frac{\not{q} - m}{2m} \Gamma_{\mu\nu\dots}^\dagger \right] \end{aligned} \quad (48)$$

ここで  $\Gamma^{\mu\nu\dots}$  は外線を引っこ抜いた Feynman ダイアグラムを表す。

## 2.2.3 ポジトロン崩壊過程の Feynman 振幅

QED においてその結合定数  $e$  は小さいので摂動論が有効である。以下、摂動最低次を考える。すなわち

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma \quad \text{for } p\text{-Ps} \quad (A)$$

$$e^+ + e^- \rightarrow 3\gamma \quad \text{for } o\text{-Ps} \quad (B)$$

なる過程を考える。S 行列は非現実的な物理過程に対してはゼロとなる。運動量保存の観点から S 行列の摂動第一次項はゼロとなる。断面積および寿命には p-Ps 崩壊には  $\alpha$  の二乗、o-Ps の崩壊では  $\alpha$  の三乗が主要なので、実効的に o-Ps の崩壊は無視することにする。また計算の簡便のために非偏極 Feynman 振幅を採用する。すると

$$d\Gamma = \frac{|F|^2}{2M} (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2) |\mathcal{M}(e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma)|^2 \frac{d^3k d^3l}{(2\pi)^6 2k^0 2l^0} \quad (49)$$

$$= |F|^2 \frac{2E_1 E_2 v_{rel}}{M} d\sigma \quad (50)$$

$$\text{where } F = \sqrt{2M} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2m} \tilde{\psi}(k) \quad (51)$$

Feynman ルールから Feynman 振幅を計算すると

$$\mathcal{M}(e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma) \quad (52)$$

$$= \bar{v}_r(q) i e \gamma^\mu \frac{i(\not{p} - \not{k} - m)}{(p-k)^2 - m^2} i e \gamma^\nu u_s(p) \epsilon_\mu^{(\alpha)}(l) \epsilon_\nu^{(\beta)}(k) \quad (53)$$

$$+ \bar{v}_r(q) i e \gamma^\nu \frac{i(\not{p} - \not{l} - m)}{(p-l)^2 - m^2} i e \gamma^\mu u_s(p) \epsilon_\mu^{(\alpha)}(l) \epsilon_\nu^{(\beta)}(k) \quad (54)$$

$$(55)$$

となる。しかし、Crossing Symmetry からこの Feynman 振幅はコンプトン散乱の Feynman 振幅において反応後の電子を陽電子にしその運動量を空間反転させ、また反応前の光子の運動量を反転させ反応後にしたものと等しい。コンプトン散乱の非偏極 Feynman 振幅は

$$\frac{1}{4} \sum_{spin, pol} |\mathcal{M}_{compton}|^2 = 2e^2 \left[ \frac{p \cdot k'}{p \cdot k} + \frac{p \cdot k}{p \cdot k'} + 2m^2 \left( \frac{1}{p \cdot k} - \frac{1}{p \cdot k'} \right) + m^4 \left( \frac{1}{p \cdot k} - \frac{1}{p \cdot k'} \right)^2 \right] \quad (56)$$

また

$$\Gamma = \lim_{p \rightarrow 0} \sigma(e^+e^- \rightarrow 2\gamma) v_{rel} 4E_1 E_2 \frac{2}{M^2} |\psi(0)|^2 \quad (57)$$

であり、

$$M \sim 2m \quad (58)$$

これを計算すると最終的に

$$\Gamma = \frac{1}{2} \alpha^5 m \quad (59)$$

$$\tau \sim 0.125 ns \quad (60)$$

を得る。

## 3 実験

### 3.1 実験原理

p-Ps と o-Ps を形成するために  $e^+$  を放出する  $^{22}\text{Na}$  を使い、 $e^-$  を与えることができるシリカパウダーを用いる。まず、 $^{22}\text{Na}$  から  $e^+$  が放出され、 $e^+$  の運動量が 0 になったときにシリカパウダーによって  $e^-$  を与えられ、p-Ps あるいは o-Ps を形成する。p-Ps あるいは o-Ps が崩壊した後、 $\gamma$  線を放出する。Ps の寿命を測定するために、 $^{22}\text{Na}$  とシリカパウダーの間にプラスチックシンチレーター (以下 P.S.) を置き、Ps 崩壊後の  $\gamma$  線検出のために、NaI シンチレーター (以下 NaI) を設置する。P.S. は通過した  $e^+$  を検出し、その検出した時間を Ps が形成した時間とする。NaI が  $\gamma$  線を検出したときの時間を Ps の崩壊した時間とみなすことで、P.S. と NaI の検出した時間の差を Ps の寿命と考えることで、o-Ps の寿命を測定する。

### 3.2 実験器具

$^{22}\text{Na}$   $\beta^+$  崩壊により  $e^+$  を放出する線源。

P.S.  $e^+$  が通過したときに信号を出す。

NaI  $\gamma$  線を検出する。

シリカパウダー (主成分  $\text{SiO}_2$ )  $\text{SiO}_3$  は構造上  $e^-$  を多く含み、 $e^+$  に  $e^-$  を与えることができる。同時に pick-off 反応 (4.3.1 参照) が起きるのを防ぐために、電子レンジの 300W でおよそ 15 分加熱して水分を飛ばし、容器に入れて使用した。

鉛ブロック  $^{22}\text{Na}$  から直接放出される  $\gamma$  線が NaI に入ったり、コンプトン散乱を起したりしないようにするために NaI の周りを囲った。(図 3 参照)

遮光用ビニール P.S. に室内の光などが入り、 $e^+$  の信号を検出できなくなるのを防ぐために、装置全体を覆った。(図 4 参照)

### 3.3 セットアップ

実験装置は図 1、図 2 のように配置した。どちらの図も、装置を真上から見たものである。図 2 中の鉛ブロックの上に NaI などを覆うようにさらに鉛ブロックを置いた様子を違う角度から見たものが図 3 である。図 3 の手前には  $^{22}\text{Na}$  線源や P.S. がある。また、 $^{22}\text{Na}$  とシリカパウダーの間に置いた鉛ブロックは  $e^+$  の通過する経路に穴が空いている。また図 4 には、装置全体を遮光シートで覆った様子である。

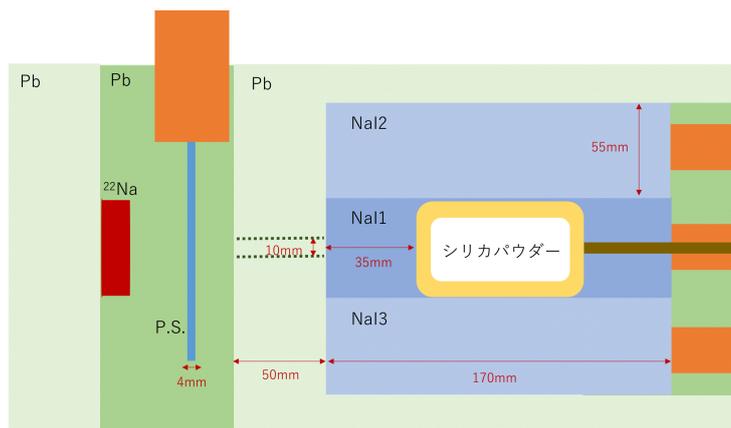


図 1 セットアップの模式図



図 2 セットアップ



図 3 鉛ブロックで囲った様子



図 4 遮光シートを覆った様子

### 3.4 回路

回路は図 5 のように組んだ。また、信号の概念図が図 6 である。本来は  $e^+$  が P.S. を通過した際の信号を TDC の start 信号とすべきだが、ここでは逆に、NaI に信号が入ったときに TDC に start 信号が入るようにしている。これは、P.S. に入ってくる信号のうち、 $e^+$  の通過によるものと  $^{22}\text{Na}$  から放出された  $\gamma$  線によるものがあり、これらが区別できないため、Ps の崩壊時に出てくる  $\gamma$  線の検出があり、P.S. にも信号が入った時のみデータをとるようにした。よって、NaI のいずれかに信号が入ったときに FAN が信号を出力し、その信号と P.S. の信号で coincidence をとることで、NaI と P.S. どちらにも信号が入った時のみデータをと

るようになっている。これらの信号の様子は図 6 に概念図として表している。また、どの NaI が  $\gamma$  線を検出したかを明らかにするために TDC1,2,3 をとっている。連続して次の信号を検出しないために veto に繋いだ gate の時間幅を o-Ps の寿命より十分長い時間に設定した。discriminator の threshold はエネルギーの小さな  $e^+$  および  $\gamma$  線も検出できるように絶対値はできるだけ小さく設定した。また delay1,2 の大きさも、TDC に stop の信号として入力できるような大きさに設定した。

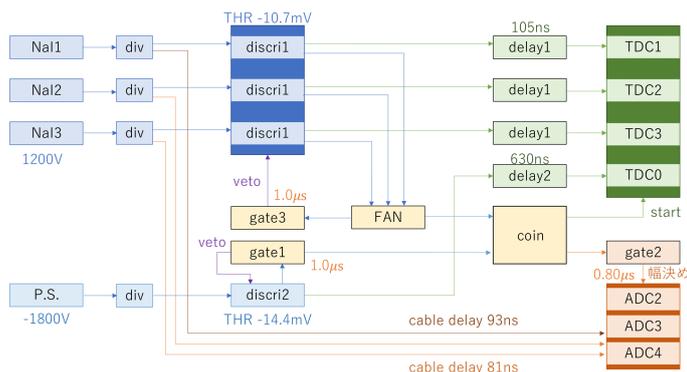


図 5 回路の概略図

図 5 中の記号は以下の補足を参考にして欲しい。

NaI NaI シンチレーター。図 5 中に電圧を示した。

P.S. プラスチックシンチレーター。図 5 中に電圧を示した。

div divider。入力された生信号を 2 つに分ける。

discri discriminator。入ってきたアナログ信号が threshold(図中の THR) より小さいとき、NIM 信号を出す。ただし、veto に信号が入っている場合は、discriminator は入力信号の有無にかかわらず信号を一切出力しない。

gate gate generator。信号が入ってきたとき、設定した時間幅の NIM 信号を出す。設定した時間は図中に示した。

coin coincidence。複数の入力端子のうち、すべての端子に信号が入力されたときに信号を出す。

FAN 複数の入力端子のうち、いずれかの端子に信号が入力されたときに信号を出す。

delay 設定した時間だけ信号を遅らせる。

TDC time to digital converter。start に信号が入ってから stop に信号が入るまでの時間に比例した値を返す。

ADC analog to digital converter。幅決めの gate が開いている間に入ったアナログ信号の積分値に比例した値を返す。

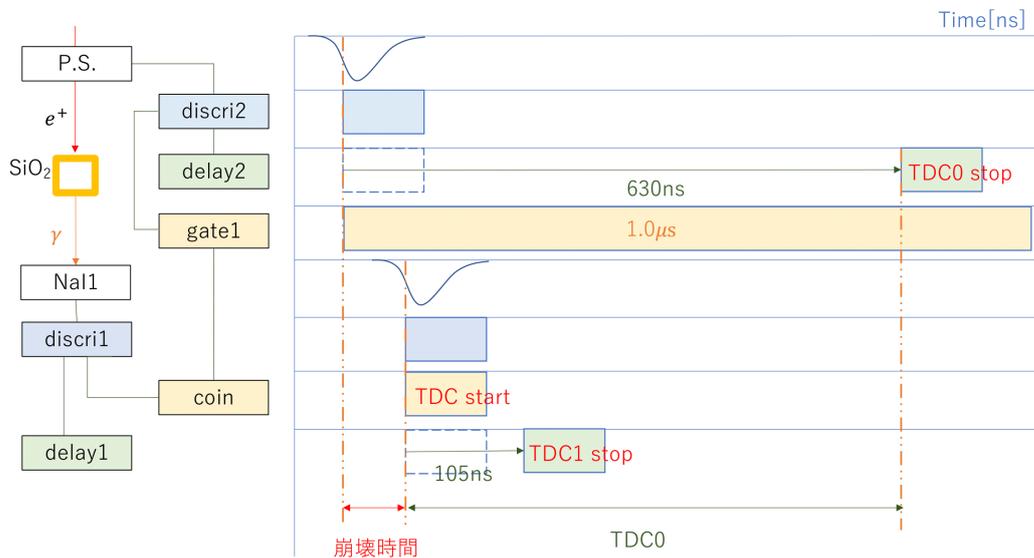


図6 信号の概念図

表1 計測期間と全イベント数

	開始	終了	日数	全イベント数
前半	7/30 17:27	8/19 15:44	約 20 日間	1384620 件
後半	8/19 15:49	9/26 14:15	約 38 日間	2453670 件

## 4 解析

本実験では、計測期間を前半と後半に分けた。前半ではポンプを用いてシリカパウダー容器を減圧した。後半ではポンプの作動を止め、容器内に空気が入った状態で計測を行った。計測期間及び記録した全イベント数は、表1の通りである。

また、前半後半それぞれでの各 TDC の較正を行っていないデータ (生データ) を図7に、示す。

### 4.1 データ処理

#### 4.1.1 TDC 較正

TDC は START の入力から各 CH への入力までの時間に対応する 0~4095 の整数値を返すが、この整数値と時間との関係は TDC の各 CH 毎に求めておく必要がある。

ただし、今回 TDC CH1, CH2, CH3 の値はどの NaI に粒子が入射したかを判別するために使うもので、時間そのものを計測したいのは CH0 だけである。このため、較正は CH0 についてのみ行う。

TDC 較正は本実験の前に行った。本実験で使用する TDC を用いて図8のように回路を組んだ。ここで、delay は delay 回路を接続する数で調節し、delay を通った経路と通っていない経路の正確な時間差はオシロ

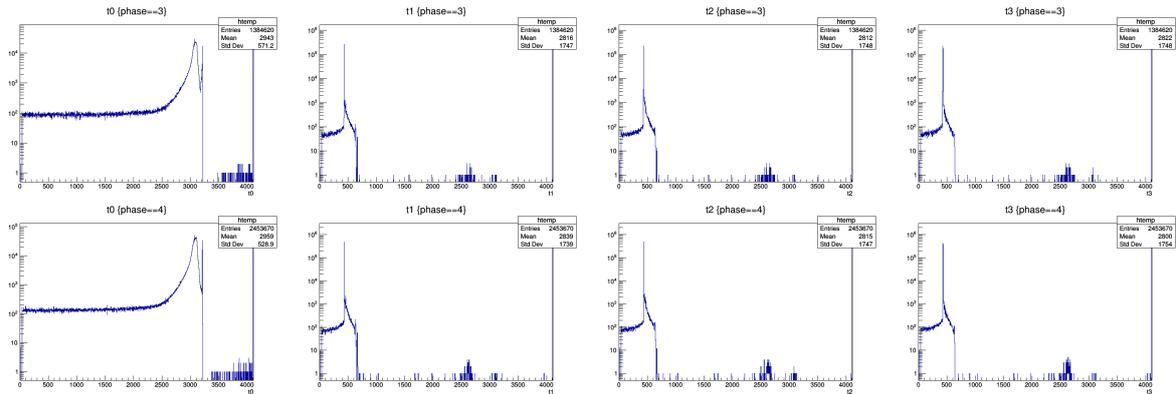


図7 各 TDC の生データ。横軸は TDC CH, 縦軸はイベント数の対数。右から順に CH0, CH1, CH2, CH3, 上段が前半, 下段が後半のデータ

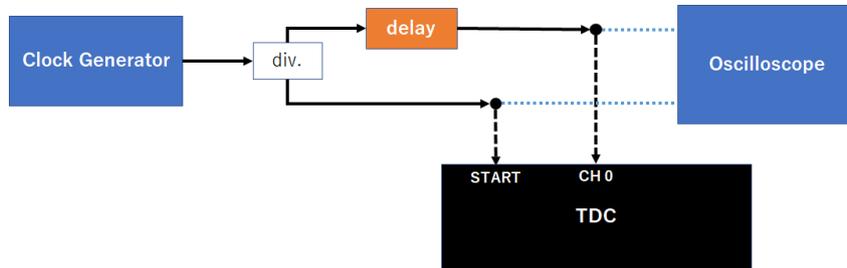


図8 TDC 較正のための回路図

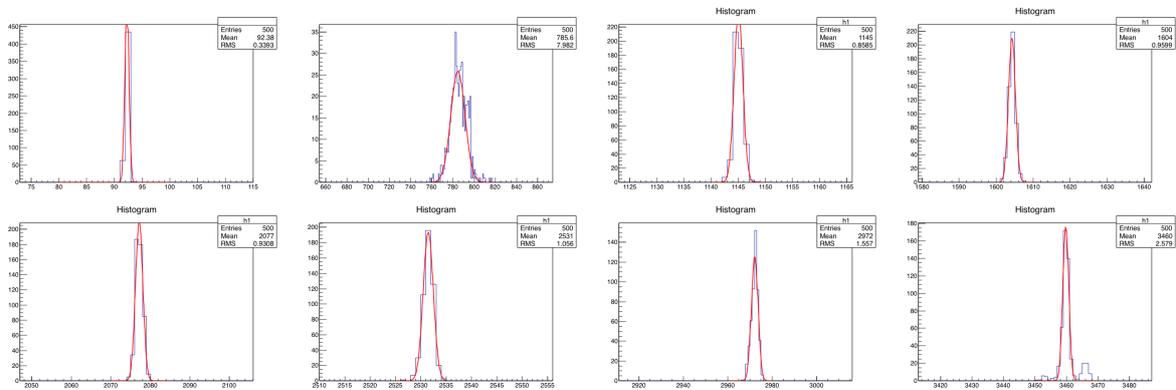


図9 各遅延に対する TDC 値の Fitting の様子

スコープを使って目視で測定した。TDC での計測は 500 イベントを取った。図9に示したように, delay 毎のデータを gaussian で fit し, ピークを取った。得られた start から ch 入力までの時間と TDC が示す値の対応を表2に示す。

この結果を図10のように線型関数

$$\text{delay}[\text{ns}] = p_0 + \text{CH} \times p_1 \quad (61)$$

表 2 与えた遅延に対する TDC の示す値

遅延 [ns]	TDC の値 [CH]
735	$3.46 \times 10^3 \pm 4.78 \times 10^{-2}$
630	$2.97 \times 10^3 \pm 7.79 \times 10^{-2}$
525	$2.53 \times 10^3 \pm 4.70 \times 10^{-2}$
420	$2.08 \times 10^3 \pm 4.25 \times 10^{-2}$
315	$1.60 \times 10^3 \pm 4.27 \times 10^{-2}$
210	$1.14 \times 10^3 \pm 3.74 \times 10^{-2}$
105	$7.84 \times 10^2 \pm 3.34 \times 10^{-1}$
0	$9.22 \times 10^1 \pm 2.87 \times 10^{-2}$

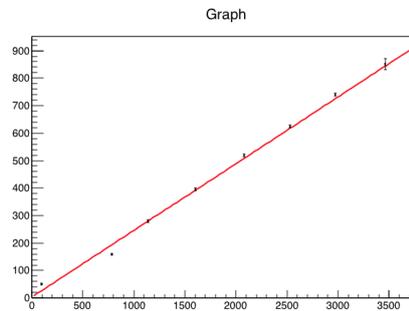


図 10 TDC 較正の Fitting

で近似して

$$p_0 = 3.53 \pm 2.10 \times 10^0$$

$$p_1 = 0.243 \pm 1.47 \times 10^{-3}$$

を得た。ただし、本実験では回路上での信号の遅れが不明なため切片  $p_0$  は直接意味を持たない。また、スタートとストップの役割が実際の反応と逆になっているので、係数の符号を反転させ、データを扱いやすいように  $\text{CH} = 4095$  で  $\text{delay} = 0$  となるように切片を定め直して

$$\text{time}[\text{ns}] = 995 - 0.243 \times \text{CH}_0 \quad (62)$$

とした。

較正を行った後の TDC  $\text{CH}_0$  のデータを図 11 に示す。

#### 4.1.2 ADC 較正

ADC は入力信号の時間積分 (エネルギーに相当する) に対応する  $0 \sim 4095$  の値を返し、この整数値とシンチレータへ入射した粒子のエネルギーの関係は、TDC の場合と同様に各 CH について求めておく必要がある。また、この関係は入力される信号の電圧に依存するので、すなわち、シンチレータ・PMT の種類や状態の他、PMT に掛ける電圧にも依存する。

事前に放射線のエネルギーが知られている線源を測定することでこの較正を行うことができ、今回も本実験の前に  $^{22}\text{Na}$  を含むいくつかの線源のピーク位置を参考に PMT にかかる電圧を決めた。しかし、後述する理

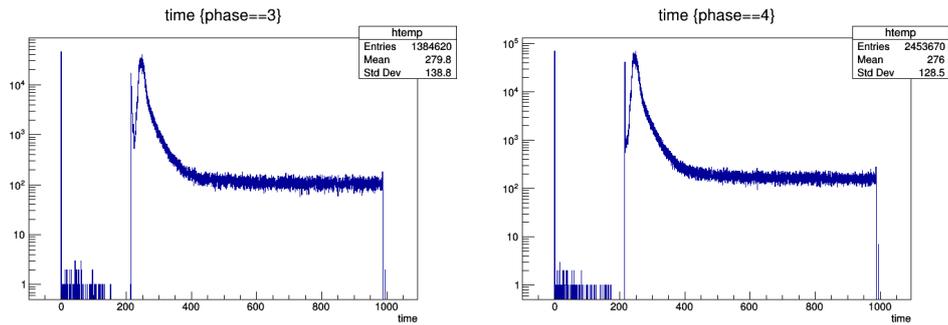


図 11 較正済みの時間毎のデータ数. 横軸は時間 [ns] で, 縦軸はイベント数の対数. 左は前半データ, 右は後半データ

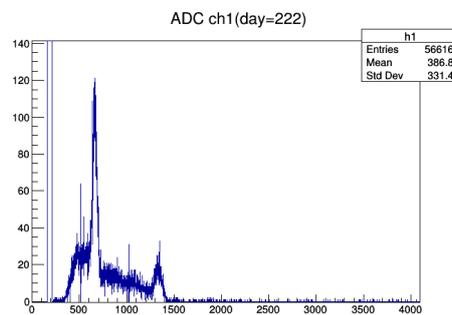


図 12 ADC 生データの例. 横軸は ADC CH, 縦軸はイベント数. ADC CH1 で 2019/8/10 の間に観測されたもの

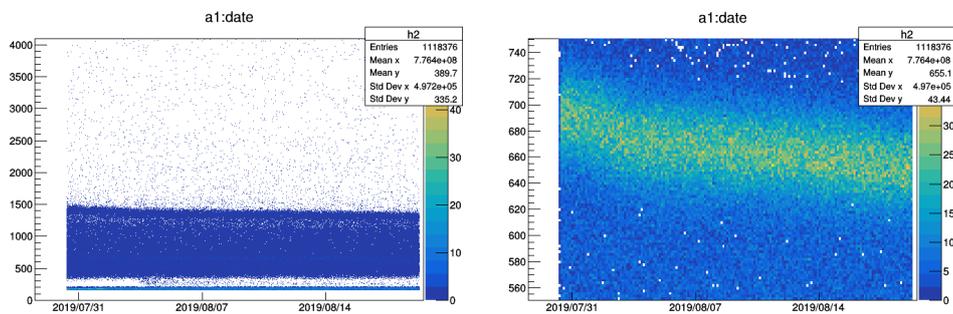


図 13 ADC ピークの時間変化. 横軸はイベントの発生日時で, 縦軸は ADC CH. 左右いずれも前半の CH1 のデータで, 右の図は CH=550~750 を拡大したもの

由から, 実際の解析ではこの較正の結果は用いずに, 本実験で計測したデータ自体を使って ADC 較正を行うことにした.

図 12 は, ADC の生データの例である. 100 付近に対応する PMT で入力なかった場合 (ペDESTアル) に相当すると考えられるピークが, 600 付近に 511keV に相当すると考えられるピークが, 1300 付近に 1275keV に相当すると考えられるピークが見られる. これらのピークは, イベントの発生時刻と ADC CH の 2 次元ヒストグラム (図 13) にも表れている.

ここで, 図 13, 特に右の図では, ADC のピークの値が長期的に見て時間変化していることが分かる. 他の CH でも同様の変化が起きており, 事前の較正データを用いると特に後の方の観測ではずれが生じると考えられる. そこで, この時間変化が緩やかなものとして, 一日ごとにデータを分割してそれぞれで較正を行

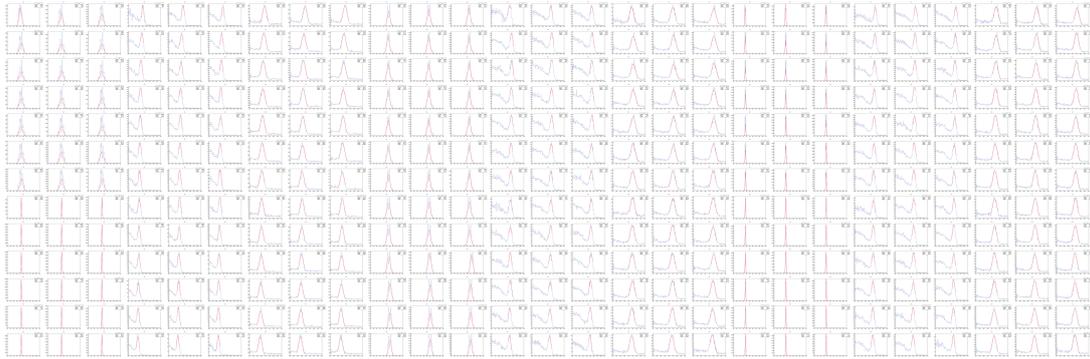


図 14 各 CH, 各日付での ADC ピークの Fitting の様子



図 15 各 CH, 各日付での ADC 特性の Fitting の様子

うことにした。

具体的には, 各 CH, 各日付ごとにデータを分け, それぞれの 0keV, 511keV, 1275keV に相当する 3 つのピークを gaussian フィットで求めた. 各ピークの Fitting の様子を図 14 に示す. さらに, ADC 特性を線型関係

$$E[\text{keV}] = p_0 + p_1 \times \text{CH} \quad (63)$$

で Fitting することで求めた. Fitting の様子は図 15 に示した. また, 得られたすべての ADC 特性は表 3 及び表 4 の通りである.

較正後のエネルギーと観測日時の対応は図 16 のようになった.

#### 4.1.3 データ抽出

ここで, 較正を行ったデータから, 宇宙線や熱電子によると思われるものなど, 今回の寿命測定で使用すべきでないデータを除外することを考える.

まず, 装置のセットアップで想定した過程は, NaI の 1 つが反応し, ADC の 1 つにそのエネルギーが, TDC の CH0 に崩壊にかかった時間が, TDC の CH1~3 の内 1 つに一定時間が入力されるというものであ

表 3 前半データの全ての ADC 較正パラメーター

date	PMT1		PMT2		PMT3	
	$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$
7/30	-182.6	1.008	-208.6	0.976	-150.9	0.877
7/31	-186.5	1.012	-202.9	0.956	-150.7	0.874
8/1	-189.3	1.022	-198.4	0.941	-151.1	0.876
8/2	-192.6	1.036	-196.7	0.934	-151.5	0.878
8/3	-192.2	1.044	-198.2	0.937	-152.6	0.881
8/4	-196.5	1.054	-198.2	0.937	-153.9	0.888
8/5	-194.3	1.053	-197.9	0.936	-153.3	0.886
8/6	-199.0	1.063	-198.0	0.935	-154.1	0.889
8/7	-195.0	1.057	-198.4	0.935	-154.7	0.892
8/8	-197.2	1.064	-198.8	0.937	-155.1	0.892
8/9	-198.1	1.066	-199.3	0.939	-155.4	0.894
8/10	-198.6	1.070	-199.7	0.940	-156.0	0.896
8/11	-198.3	1.070	-199.3	0.941	-155.8	0.896
8/12	-199.8	1.075	-199.5	0.939	-157.2	0.899
8/13	-201.2	1.079	-200.1	0.942	-155.8	0.900
8/14	-200.8	1.081	-199.5	0.941	-156.5	0.900
8/15	-199.8	1.081	-201.0	0.945	-157.0	0.902
8/16	-201.3	1.087	-201.9	0.949	-157.8	0.906
8/17	-206.8	1.099	-202.1	0.949	-157.8	0.907
8/18	-202.8	1.095	-202.9	0.953	-157.9	0.908
8/19	-207.8	1.104	-203.3	0.956	-157.6	0.905

表 4 後半データの全ての ADC 較正パラメーター

date	PMT1		PMT2		PMT3		date	PMT1		PMT2		PMT3	
	$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$		$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$	$p_0$	$p_1$
8/19	-205.6	1.100	-202.9	0.953	-157.5	0.909	9/8	-217.1	1.159	-225.0	1.009	-160.7	0.924
8/20	-205.4	1.099	-203.9	0.956	-157.3	0.907	9/9	-218.0	1.163	-223.9	1.010	-160.9	0.926
8/21	-206.1	1.102	-204.7	0.960	-157.5	0.909	9/10	-218.5	1.166	-225.0	1.015	-160.9	0.926
8/22	-207.2	1.108	-204.3	0.959	-158.0	0.911	9/11	-219.0	1.169	-225.1	1.016	-160.7	0.925
8/23	-207.4	1.110	-205.5	0.962	-157.6	0.909	9/12	-218.4	1.167	-225.6	1.016	-160.4	0.924
8/24	-207.1	1.109	-206.3	0.962	-157.8	0.910	9/13	-219.4	1.171	-225.4	1.016	-159.7	0.921
8/25	-208.1	1.113	-207.1	0.966	-158.3	0.914	9/14	-220.1	1.174	-227.0	1.022	-160.0	0.922
8/26	-209.4	1.117	-210.8	0.972	-158.9	0.915	9/15	-220.7	1.178	-230.9	1.020	-159.8	0.923
8/27	-209.3	1.122	-219.9	0.969	-158.3	0.917	9/16	-221.5	1.180	-237.4	1.030	-159.8	0.922
8/28	-210.0	1.125	-215.7	0.973	-159.3	0.918	9/17	-222.1	1.183	-235.7	1.029	-159.6	0.921
8/29	-210.6	1.128	-216.2	0.977	-159.3	0.918	9/18	-222.6	1.186	-237.0	1.033	-159.6	0.921
8/30	-211.0	1.130	-216.0	0.978	-159.3	0.917	9/19	-223.4	1.191	-233.1	1.029	-159.4	0.920
8/31	-211.6	1.133	-217.9	0.985	-159.7	0.919	9/20	-223.4	1.190	-229.6	1.032	-159.8	0.921
9/1	-212.0	1.136	-217.7	0.984	-159.5	0.918	9/21	-224.3	1.194	-230.2	1.033	-159.7	0.920
9/2	-212.5	1.138	-218.4	0.988	-159.6	0.919	9/22	-224.6	1.195	-231.5	1.037	-160.0	0.921
9/3	-213.1	1.141	-219.2	0.991	-160.0	0.921	9/23	-225.3	1.198	-231.5	1.039	-160.2	0.922
9/4	-213.8	1.146	-219.9	0.995	-160.0	0.922	9/24	-225.8	1.202	-232.3	1.040	-160.1	0.921
9/5	-214.0	1.145	-220.5	0.997	-159.8	0.920	9/25	-226.0	1.203	-233.4	1.045	-159.9	0.921
9/6	-215.8	1.153	-222.0	1.000	-160.2	0.922	9/26	-227.0	1.207	-233.5	1.046	-160.3	0.922

る。そこで、TDC CH1~3 の内、1つの TDC がほぼ決まった値 (図 7 でのピーク付近) を示し、他の 2 つは時間内に CH 入力がない、すなわち 4095 を示すようなイベントに限定する。この 2 つの PMT に対応する ADC の CH でも入力がない、すなわち 0keV に近い事も条件とする。

また、明らかに解析で使用しないデータとして、宇宙線などの非常にエネルギーが高いもの、つまり ADC の値が 4095 であるもの、崩壊が遅すぎるなど時間が計測できていないもの、つまり TDC CH0 の値が 4095 であるものを除外した。

具体的な抽出条件は表 5 に示した。この抽出を行った結果、前半のイベント数は 1384620 件から 1288221 件に、後半のイベント数は 2453670 件から 2293070 件になった。

較正と抽出を行った後のエネルギーと時間の分布は図 17 の通りである。

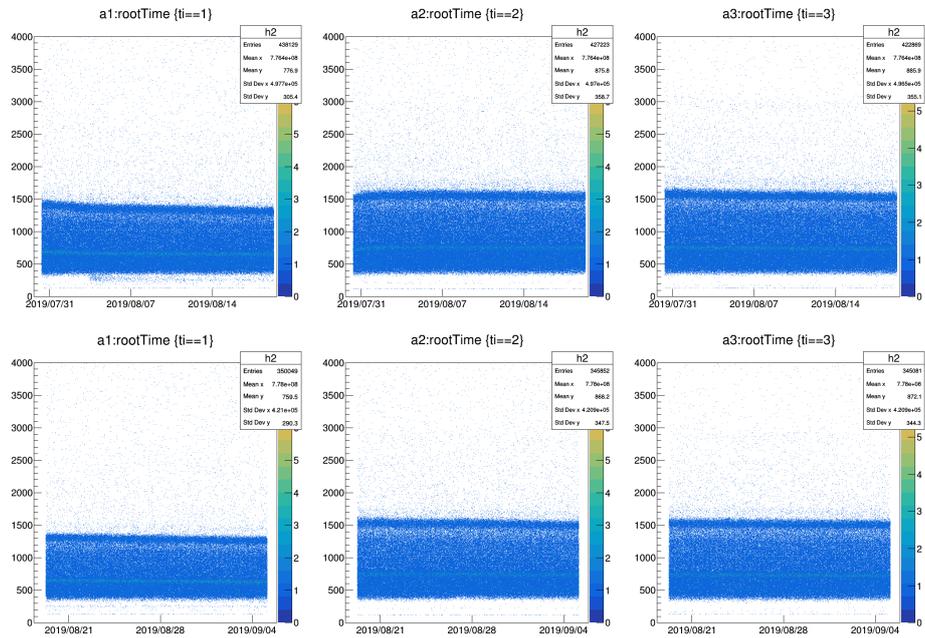


図 16 較正済みのエネルギーの時間変化，横軸は観測日時，縦軸はエネルギー [keV]．左から順に NaI1, NaI2, NaI3 で，上段が前半，下段が後半のデータ

表 5 前半データの全ての ADC 較正パラメーター

条件	前半 NaI1	前半 NaI2	前半 NaI3	後半 NaI1	後半 NaI2	後半 NaI3
TDC1	420~440	4095	4095	425~440	4095	4095
TDC2	4095	420~440	4095	4095	425~440	4095
TDC3	4095	4095	415~435	4095	4095	420~430
Energy1	ADC1 < 4095	-30~30	-30~30	ADC1 < 4095	-30~30	-30~30
Energy2	-30~30	ADC2 < 4095	-30~30	-30~30	ADC2 < 4095	-30~30
Energy3	-30~30	-30~30	ADC3 < 4095	-30~30	-30~30	ADC3 < 4095

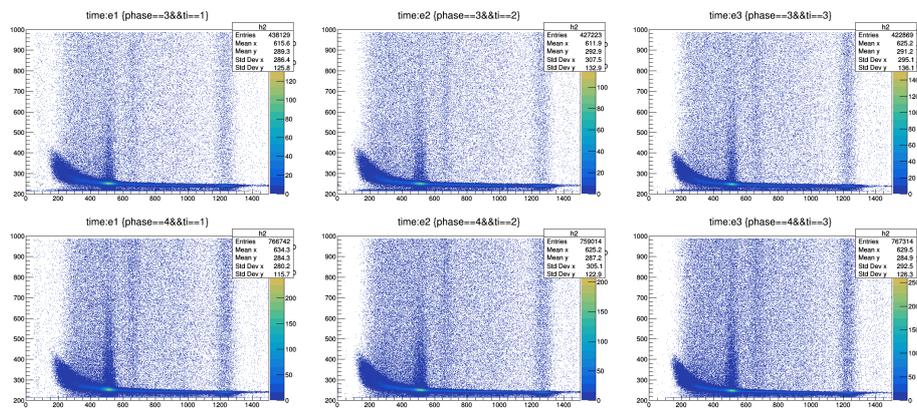


図 17 較正・抽出済みのエネルギーと時間の分布ヒストグラム，横軸はエネルギー [keV]，縦軸は時間 [ns]．左から順に NaI1, NaI2, NaI3 で，上段が前半，下段が後半のデータ

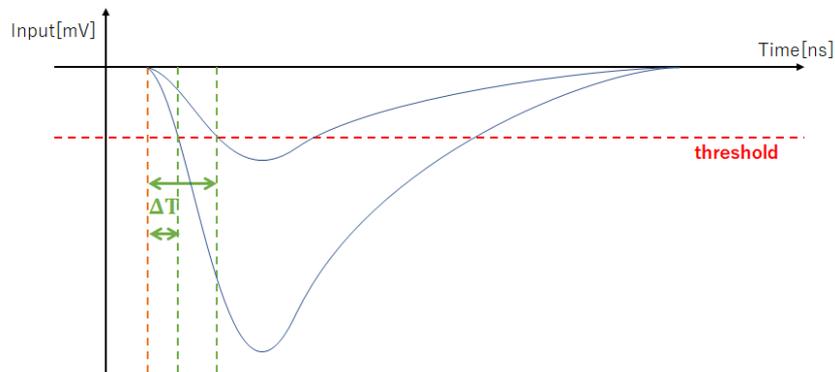


図 18 PMT 信号の概略図

## 4.2 TQ 補正

図 18 は PMT で生じて discriminator に入力される信号の概略図である。discriminator は入力信号が閾値 (threshold, THR) を超えたときに NIM 信号を出力するが、図のように、信号が立ち上がって THR を超えるまでに時間がかかるため、その時間だけ TDC が検出する時間が変化し、その時間差は入射粒子のエネルギーに依存する。

この時間差を補正するために、ADC で測定したエネルギーを用いて入射時刻と検出時刻の差  $\Delta T$  を求めることを考える。また、この補正に回路の遅延による定数項も入れ込むことにする。

### 4.2.1 TQ 補正に使用するデータの作成

今補正して求めたいのは、Ps の発生時刻 (P.S. の反応と同時刻とみなしている) と、Ps の崩壊時刻 (NaI の反応と同時刻とみなしている) の時間差である。そこで、各エネルギーで Ps がすぐに崩壊したイベントを取り出すことで、そのエネルギーに対する時間の原点を定めることが出来る。

今、p-Ps の崩壊時間は TDC の時間分解能に比べて短いので、Ps がすぐに崩壊したとみなせるイベントは崩壊に時間がかかるイベントよりも多いと考えられる。このため、各エネルギーで最もイベントの多い時間を調べてエネルギーの関数  $\Delta T(E)$  (TQ 補正関数) で表せば、TQ 補正を行うことが出来る。

具体的には、まずエネルギー 100, 120, 140, … 1380[keV] に対してそれぞれ  $\pm 10$ [keV] の範囲のイベントを抽出して時間のヒストグラムを描き、ピークを gaussian フィットして mean をピーク時刻とした。

### 4.2.2 TQ 補正関数の作成

TQ 補正関数を作成するために、まず単純な場合での近似を考える。図 19 のように入力信号を三角形で近似する。さらに、

1. ピーク時刻  $t_0$  はエネルギーに依らず一定である
2. 信号を受け取る総時間  $t_{end}$  もエネルギーに依らない

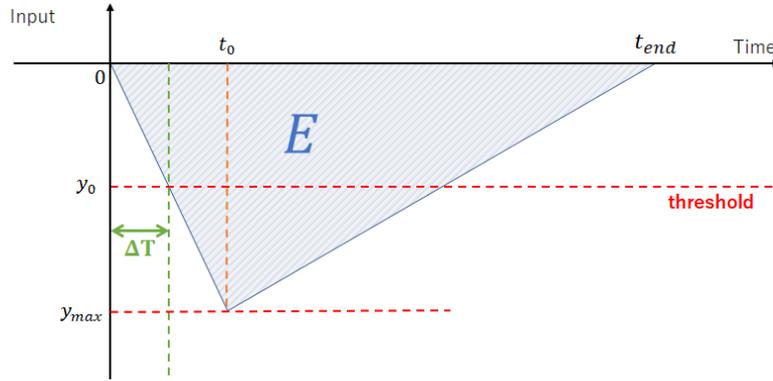


図 19 単純化した TQ 補正関数の概念図

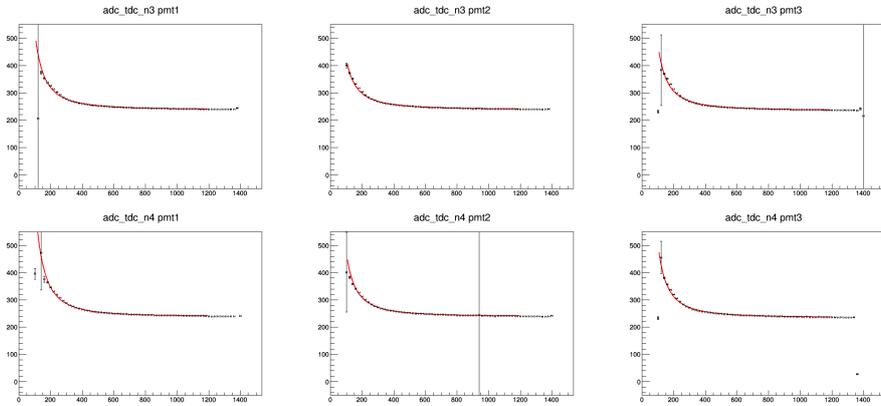


図 20 TQ 補正関数の Fitting の様子. 横軸はエネルギー [keV], 縦軸は時間 [ns]. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 で, 上段が前半, 下段が後半のデータ

と仮定すると三角形の面積  $S = \frac{1}{2}t_{end}y_{max}$  を用いて

$$\Delta T(E) = t_0 \frac{y_0}{y_{max}} = \frac{y_0 t_0 t_{end}}{2S} \propto \frac{1}{E} \quad (64)$$

と書ける.

実際にはこの表式を参考に上手く Fitting できる関数を選ぶ. 今回は

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{E^{p_1}} + p_2 \quad (65)$$

という関数を採用した.

TQ 補正の Fitting の様子を図 20 に示す. また, 得られた TQ 補正関数のパラメータを表 6 に示す.

#### 4.2.3 TQ 補正後の寿命

抽出と TQ 補正を行ったデータについて, エネルギーと崩壊時間の分布は図 21 のようになった.

ここで, 一度このデータから o-Ps の寿命を求めることを考える. 寿命の算出に使うデータは, p-Ps を除くためにある程度遅い領域に限定し, o-Ps のエネルギーは 511keV 以下なので 511keV のピークを避けて

表 6 TQ 補正関数のパラメータ

Data	$p_0$	$p_1$	$p_2$
前半 NaI1	9.45e+05	1.77e+00	2.37e+02
前半 NaI2	2.76e+05	1.59e+00	2.37e+02
前半 NaI3	6.36e+05	1.72e+00	2.34e+02
後半 NaI1	3.80e+06	1.98e+00	2.38e+02
後半 NaI2	5.81e+05	1.70e+00	2.37e+02
後半 NaI3	8.61e+05	1.76e+00	2.33e+02

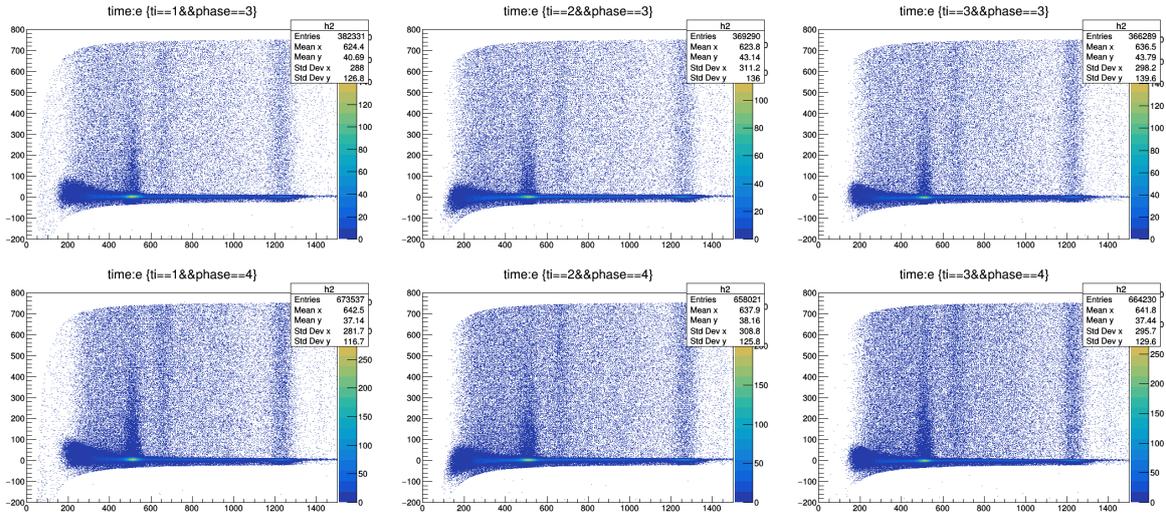


図 21 TQ 補正後のエネルギーと崩壊時間の二次元分布図．横軸はエネルギー [keV]，縦軸は時間 [ns]．左から順に NaI1, NaI2, NaI3 で，上段が前半，下段が後半のデータ

表 7 TQ 補正後の算出寿命

Data	寿命 [ns]
前半 NaI1	134.8 ± 23.2
前半 NaI2	102.1 ± 21.2
前半 NaI3	113.3 ± 24.9
後半 NaI1	147.9 ± 18.1
後半 NaI2	130.1 ± 16.5
後半 NaI3	119.7 ± 16.6

400keV 以下とする．この条件で取り出したデータの崩壊時間に対するイベント数分布を

$$\text{Count} = p_0 \times \exp\left(-\frac{\text{Time}}{p_1} + p_2\right) \quad (66)$$

で Fitting した．このとき， $p_1$  が寿命 [ns] である．Fitting の様子を図 22 に，結果を表 7 に示す．

また，誤差が大きいため，データを合わせることでデータ数を増やして誤差を小さくすることを試みた．NaI1 から 3 のそれぞれで前半後半を合わせた場合は図 23，前半と後半のそれぞれで NaI1 から 3 のすべての

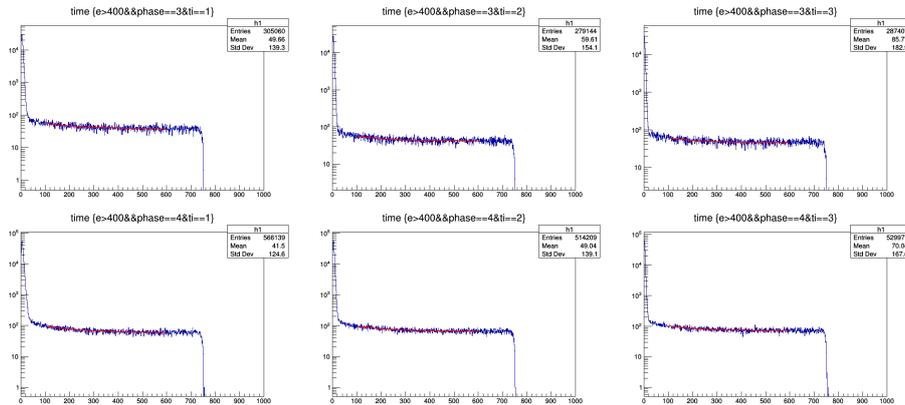


図 22 TQ 補正後の寿命の Fitting の様子. 横軸は時間 [ns], 縦軸はイベント数の対数. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 で, 上段が前半, 下段が後半のデータ

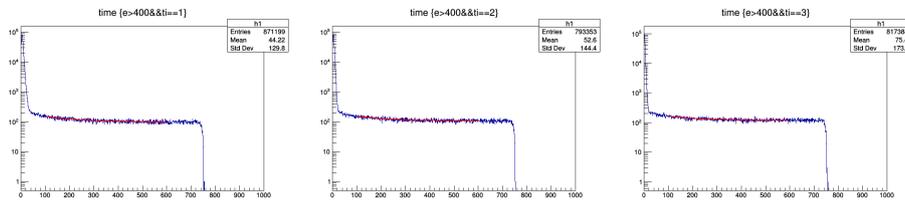


図 23 TQ 補正後, 前半後半を合わせた寿命の Fitting の様子. 横軸は時間 [ns], 縦軸はイベント数の対数. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 のデータ

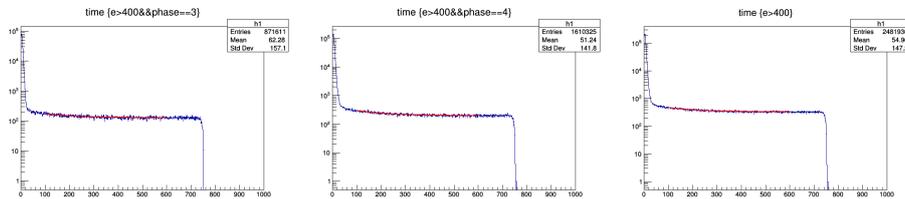


図 24 TQ 補正後, 3 つの NaI を合わせた寿命の Fitting の様子. 横軸は時間 [ns], 縦軸はイベント数の対数. 左から順に前半, 後半, 全てのデータ

イベントを合わせた場合と全てのイベントを合わせた場合は図 24 のように Fitting され, 結果は表 8 のようになった。

これらの寿命は理論値 (139ns) よりも短い傾向がある。特に全データの場合に着目すると理論値は誤差範囲よりも長くなる。

## 4.3 pick-off 補正

### 4.3.1 Ps の起こす相互作用

ポジトロニウムは物質中で以下のような反応を起こすことがある

- Pick-off 反応・・・ポジトロニウム内の陽電子が周囲の物質中の電子と相互作用して対消滅し,  $2\gamma$  に崩壊する反応

表 8 TQ 補正後のデータを合算した算出寿命

Data	寿命 [ns]
NaI1	143.1 ± 14.4
NaI2	120.9 ± 12.8
NaI3	117.7 ± 13.7
前半	120.4 ± 13.7
後半	132.0 ± 9.7
全て	128.0 ± 7.9

- スピン交換反応… ポジトロニウム内の電子が周囲の物質の電子との間でスピンの交換を起こし o-Ps と p-Ps を移り変わる。これは特に分子中の電子軌道の関係上 2 つの不对電子（排他律によるスピンの制限がない）をもつ酸素分子との間で起こる
- 化学反応… ポジトロニウムは水素原子と構造が似ているので化学反応を起こす。電子を奪われる酸化反応を起こすと陽電子が自由な状態となるので周囲の電子と  $2\gamma$  に対消滅を起こす

これらの反応は o-Ps, p-Ps のどちらにも起こると考えられるが p-Ps は生成したらすぐに崩壊するので、p-Ps による効果（例えば p-Ps が一定の時間が経ったあとにスピン交換を起こして o-Ps になる）は結果に影響を与えない。また、本来 pick-off 反応と呼ばれる反応が一番上のもののみだが、他の反応も同じように o-Ps が  $2\gamma$  に崩壊するものでデータとしては見分けがつかず、“pick-off 補正” という名前ではあるが o-Ps が  $2\gamma$  に崩壊するような反応をまとめて補正する。

#### 4.3.2 観測される崩壊幅

これらの相互作用によって発生した 511keV の  $\gamma$  線はコンプトン効果を起こすので、我々が本来見たい o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊と混ざってしまう。ここで 511keV よりも低いエネルギー領域において、上のような相互作用による崩壊の ( $2\gamma$  に崩壊したものがコンプトン散乱を起こしたもの) 崩壊幅を  $\Gamma_{pick-off}$  と書き、o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊の崩壊幅を  $\Gamma_{ortho}$  と書くと、実験的に観測される崩壊幅  $\Gamma_{obs}$  は

$$\Gamma_{obs} = \Gamma_{ortho} + \Gamma_{pick-off}$$

となる。

#### 4.3.3 pick-off 補正の方法

p-Ps の寿命は極端に小さく、0ns における 511keV のピークは陽電子が p-Ps を形成し即座に崩壊したものの、もしくは陽電子の直接対消滅によるものと考えられる。これより実験で得られたデータは以下のように分類できる。

- 0ns における 511keV ピーク … プラスチックシンチレータを通過した陽電子が p-Ps を生成し即座に崩壊したものの、もしくは陽電子が Ps を生成せずに直接対消滅した反応によるもの
- 0ns における低エネルギー領域 … 511keV のコンプトン散乱
- 遅い時間での 511keV ピーク … o-Ps が相互作用によって  $2\gamma$  に崩壊したもの
- 遅い時間での低エネルギー領域 … 511keV のコンプトン散乱 + o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊

このうち 0ns のデータには本来 o-Ps の相互作用も混ざっているはずだが、0ns 付近での崩壊は p-Ps の崩壊と直接の対消滅が非常に大きいので無視している。

ここで pick-off 補正を作成するが、その際にひとつ仮定をおく。すなわち各時刻において 511keV ピークとそれによるコンプトン散乱のみを取り出したデータは相似であるとする。今、上の分類のように 0ns において 511keV のピークとコンプトン散乱の波形がわかっている。また、各時刻において 511keV のピークはわかるので、相似比を計算することができて、遅い時間での低エネルギー領域に混ざりこんだコンプトン散乱の効果を差し引いて純粋に o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊を見ることができ。また、ここで置いた仮定は理論的には正当化されるが、実際のデータでノイズが無視できないような状況では正しいとは言えない。(今回の解析はこの仮定の下で行ったが、後述するように遅い時刻においては 511keV のピークが埋もれて見えづらくなったため誤差を広げる結果になったかもしれない)

遅い時間での低エネルギー領域からコンプトンの効果を差し引くために、方法は様々あるが今回は以下のように定義される pick-off 補正関数を用いる。

$$f(t) \equiv \frac{\Gamma_{pick-off}}{\Gamma_{ortho}} = \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{\Delta N_{ortho}(t)}$$

ここで、 $\Delta N_{pick-off}, \Delta N_{ortho}$  はそれぞれ時刻  $t$  での相互作用由来のコンプトン散乱、o-Ps の崩壊の低エネルギー領域での崩壊の検出数とした。また今回の実験では低エネルギー領域を 400keV 以下と定めた。

#### 4.3.4 pick-off 補正関数の作成

前節で置いた仮定より、時刻  $t$  での 511keV のピークの高さを  $y_{peak}(t)$ 、400keV 以下でのイベント数を  $S(t)$  とすると、

$$\Delta N_{pick-off} = \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(0)}$$

なので、

$$f(t) = \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{S(t) - \Delta N_{pick-off}(t)} = \frac{y_{peak}(t)S(0)}{y_{peak}(0)S(t) - y_{peak}(t)S(0)}$$

となる。ここで、0ns のデータとして -5ns から 5ns までのデータから得たピークの高さとイベント数を  $y_{peak}(0), S(0)$  とし、50ns から 700ns までのデータを 50ns ごとに区切ってはかったピークの高さとイベント数を区間の中心での値として用いた。

ここで得られた離散的な  $f(t)$  のグラフを補間するため、

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

としてフィッティングし、得られたパラメータ  $p_0, p_1, p_2$  をもって  $f(t)$  を決定する。その様子と得られたパラメータを図 25、表 10 にまとめた。

表9 実際のデータから求めた時間の各点での  $y_{peak}(t)$  と  $S(t)$  の値

$t(ns)$	NaI1(前半)		NaI2(前半)		NaI3(前半)	
	$y_{peak}(t)$	$S(t)$	$y_{peak}(t)$	$S(t)$	$y_{peak}(t)$	$S(t)$
0	18554.3	21546	14588.7	31054	16334.7	23904
75	244.386	1258	219.582	1380	269.459	1245
125	166.765	934	165.661	1042	186.724	982
175	122.231	911	121.010	917	130.637	896
225	105.904	728	91.8019	852	123.426	860
275	81.0653	727	77.6190	879	84.9184	763
325	78.9266	663	78.0028	745	73.3675	715
375	57.2943	697	68.6865	689	75.8649	694
425	60.4293	622	55.5575	734	63.5275	714
475	53.8818	643	54.1978	730	56.8908	675
525	57.1358	641	47.0055	697	57.4090	712
575	49.2815	626	53.9468	723	56.7233	713
625	49.2441	622	49.2925	664	52.2982	660
675	43.9100	539	44.4144	608	55.0674	620

	NaI1(後半)		NaI2(後半)		NaI3(後半)	
	$y_{peak}(t)$	$S(t)$	$y_{peak}(t)$	$S(t)$	$y_{peak}(t)$	$S(t)$
0	31882.1	41701	35115.5	78925	35406.6	60161
75	788.956	2802	645.974	3415	746.768	2914
125	510.968	2178	429.628	2461	588.349	2408
175	403.669	1866	347.072	2048	414.241	1955
225	270.540	1657	236.952	1833	299.104	1831
275	240.233	1577	180.573	1663	267.560	1821
325	214.196	1572	174.588	1594	212.771	1605
375	174.396	1437	146.899	1503	166.097	1637
425	158.468	1329	149.872	1589	152.120	1627
475	135.950	1345	121.312	1577	143.048	1655
525	116.869	1306	115.479	1452	148.335	1629
575	111.859	1265	113.046	1531	136.314	1485
625	119.995	1214	115.168	1473	148.844	1547
675	115.402	1045	108.840	1335	120.027	1329

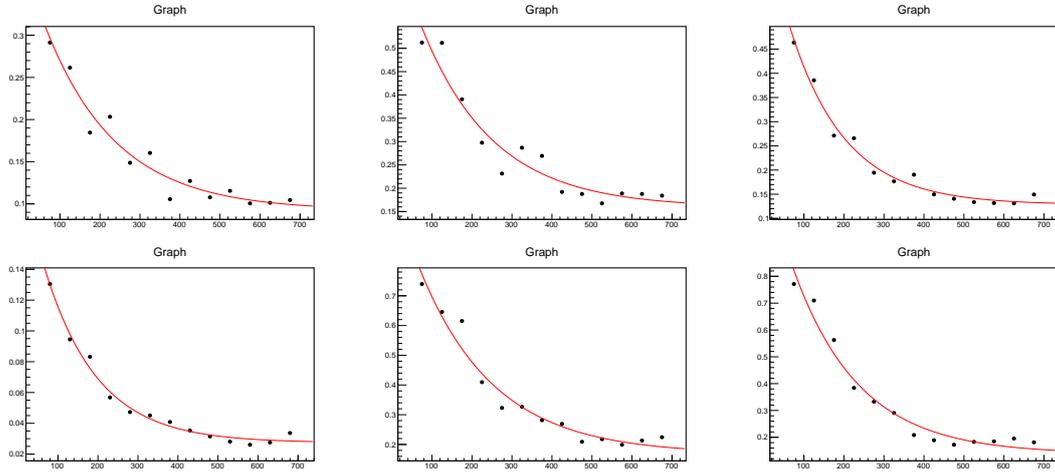


図 25 横軸  $t$ , 縦軸  $f(t)$  の pick-off 補正関数のフィッティングのグラフ. 上段が前半のデータで下段が後半, 左から順番に NaI1,2,3 のデータ

表 10  $f(t)$  のフィッティングを行って求められたパラメータ

	$p_0$	$p_1$	$p_2$
NaI1(前半)	$0.311319 \pm 0.0328026$	$178.084 \pm 37.0958$	$0.0922431 \pm 0.0126019$
NaI2(前半)	$0.586264 \pm 0.0699025$	$179.258 \pm 41.6911$	$0.158811 \pm 0.0271116$
NaI3(前半)	$0.588127 \pm 0.0451764$	$138.11 \pm 15.3647$	$0.128402 \pm 0.00947268$
NaI1(後半)	$0.187763 \pm 0.0125955$	$132.497 \pm 11.8121$	$0.0274073 \pm 0.0021945$
NaI2(後半)	$0.90583 \pm 0.0750912$	$185.972 \pm 31.2802$	$0.167988 \pm 0.0317585$
NaI3(後半)	$1.07811 \pm 0.0845759$	$165.209 \pm 22.2954$	$0.138095 \pm 0.0267573$

#### 4.3.5 補正の結果

全体の崩壊幅は以前の式より,

$$\Gamma_{obs} = \Gamma_{ortho} + \Gamma_{pick-off} = \frac{1 + f(t)}{t_{ortho}}$$

ここに現れた  $t_{ortho} = \frac{1}{\Gamma_{ortho}}$  は o-Ps の寿命である. 時刻  $t$  における o-Ps の数を  $N(t)$  とすると, 崩壊幅の定義より

$$\frac{dN(t)}{dt} = -N(t) (\Gamma_{ortho} + \Gamma_{pick-off}) = \frac{N(t)}{t_{ortho}} (1 + f(t))$$

が成立する. この微分方程式を解くと

$$N(t) = \exp\left(-\frac{1}{t_{ortho}} \int dt (1 + f(t))\right)$$

観測しているデータは一定時間に崩壊する o-Ps の数なので, 再び微分して

$$-\frac{dN(t)}{t} = N_0 (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{t_{ortho}} \int_0^t dt' (1 + f(t'))\right)$$

となる.

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

なので, 代入して積分を実行し,

$$-\frac{dN(t)}{dt} = N_0' (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{t_{ortho}} \times \left((1 + p_2)t - p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)\right)\right)$$

この式で実際のデータをフィッティングするために

$$q_0 (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \times \left((1 + p_2)t - p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)\right)\right) + q_2$$

とする. ここで  $p_0, p_1, p_2$  は先ほどの  $f(t)$  の決定の際に決められた既知のパラメータであり,  $q_0, q_1, q_2$  を未知のパラメータとしてフィッティングする. ここで求められた  $q_1$  が o-Ps の寿命である. 実際にフィッティングを行った結果, 得られた寿命やパラメータを表 11 にまとめた.

この結果は大きな誤差を含んでいるので, イベント数を増やすために TQ 補正まで済ませたデータを統合した全体のデータに対して pick-off 補正を行う. その結果は表 12 である.

## 5 考察

### 5.1 データ品質

#### 5.1.1 想定外のエネルギーピーク

本実験のセットアップでは,  $^{22}\text{Na}$  から発生する 1275keV の  $\gamma$  線は理想的には NaI シンチレータには入射しないはずである. しかし, 実際には図 26 に示したように 511keV だけでなく 1275keV のピークがはっきりと表れているので, 線源から  $\gamma$  線が隙間や反射などにより何らかの経路で直接 NaI に入射したものと考えられる. 同様の経路で 1275keV  $\gamma$  線のコンプトン散乱  $\gamma$  線がデータに混入している可能性があり, これを減らすことで精度を向上できたかもしれない.

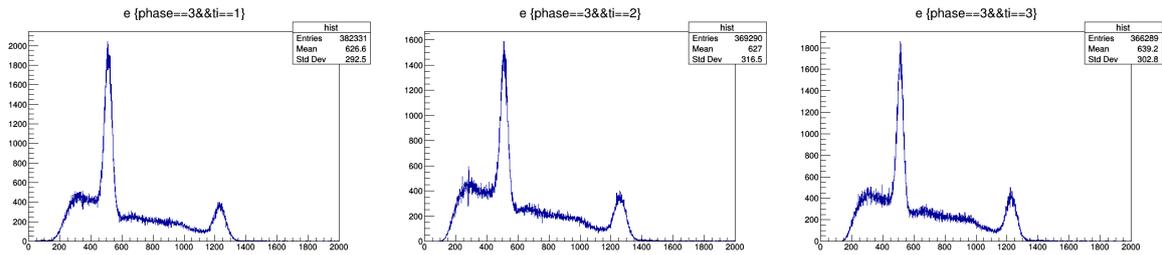


図 26 前半データの較正済みの全有効イベントのエネルギー分布. 横軸はエネルギー [keV], 縦軸はイベント数. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 に対応するデータ

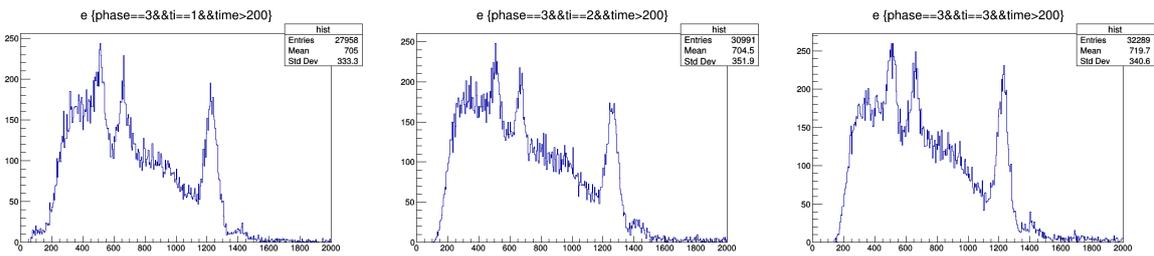


図 27 TQ 補正済み前半データの崩壊時間 200ns 以上のイベントのエネルギー分布. 横軸はエネルギー [keV], 縦軸はイベント数. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 に対応するデータ

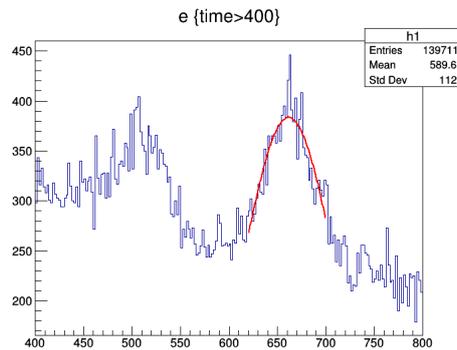


図 28 200ns 以上の全データでの 700keV 付近のピークのフィッティングの様子

また, 時間差のあったイベント, すなわち崩壊時間が 200ns 以上となったデータのみ限定してエネルギーをみると, 図 27 のようにさらに 700keV 付近のピークも現れる. 前半後半, 3 つの NaI を合わせたデータでこのピークを Gaussian で Fitting すると, その中心は

$$661.58 \pm 9.26[\text{keV}]$$

となった (図 28). このピークが表れた理由は定かではないが, このエネルギーは  $^{137}\text{Cs}$  が  $\beta$  崩壊で放出する  $\gamma$  線のエネルギー 661.7keV ととても近い.  $^{137}\text{Cs}$  は本実験の直前に使用していた線源の 1 つであり, 関連が疑われる. ただし, 本実験後にガイガーカウンターで実験装置周辺を調べたが, 特に放射性物質の残留などは検出できなかった.

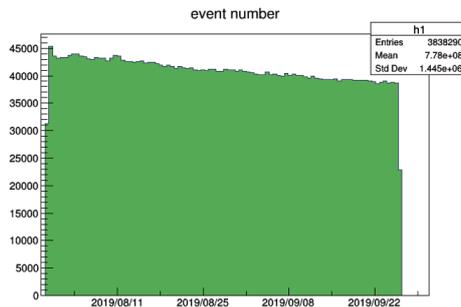


図 29 実験期間中の全取得イベント数の時間変化。縦軸はイベント数

### 5.1.2 イベント数

本実験の結果を例年課題演習 A2 で行われている同様の実験と比較すると、今回の実験では寿命の誤差が大きくなっていった。しかし、計測期間や全イベント数は例年と変わらないので、前述した 511keV 以外の  $\gamma$  線など不要なデータが多く本来見たいイベントが隠されている恐れがある。

また、実験期間中の全取得イベント数の時間変化は図 29 の通りであった。このグラフから 58 日間でデータ数が 10% 以上減少していることが分かる。線源である  $^{22}\text{Na}$  の半減期は約 2.6 年なので、58 日間での放射線強度は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{58}{2.6 \times 365}} \approx 0.95$$

より 5% 程度と考えられ、線源の自然減少以外にもイベント数が減少した要因があると考えられる。

この現象の原因としては、例えば、シリカパウダーの量や入れ方の違いによってポジトロニウムが適切な位置で生成されにくくなった可能性が考えられる。

### 5.1.3 ADC ピーク変動

ADC 較正の節でも述べたが、今回の ADC の計測データは計測期間の間に変動した。各 ADC のデータの変動を図 30 に示す。ペDESTAL は前半後半で波形が変わったり時折飛びが見られるが、いずれも長期的には安定している。また、図 31 は、ペDESTAL 付近を除いたものである。511keV と 1275keV に対応すると考えられるピークは明らかに変動しており、減少傾向にある。この結果から、ADC 自体の特性が変化しているというよりは PMT から ADC への信号が弱くなっている可能性がある。

この原因としてはシンチレータや PMT の劣化または温度変化、PMT 電源電圧の変動などが考えられるが、詳細に調べることはできなかった。このうち、電源については、装置の設定値は変わっていなかった。また、実験室の室温は実験期間中不定期に計測していたが、特に室温に大きな変動はなく安定していた。

## 5.2 pick-off 補正に関する考察

### 5.2.1 pick-off 関数の決定に関する不確かさ

今回の実験では pick-off 補正をかけることによってかえって精度が悪くなってしまった。この精度の悪化の原因について考察する。まず、pick-off 補正をする際に pick-off 補正関数  $f(t)$  というものを作ってそれを寿命のフィッティングの式に組み込むことによって補正を実行したが、この pick-off 補正関数の決定方法から

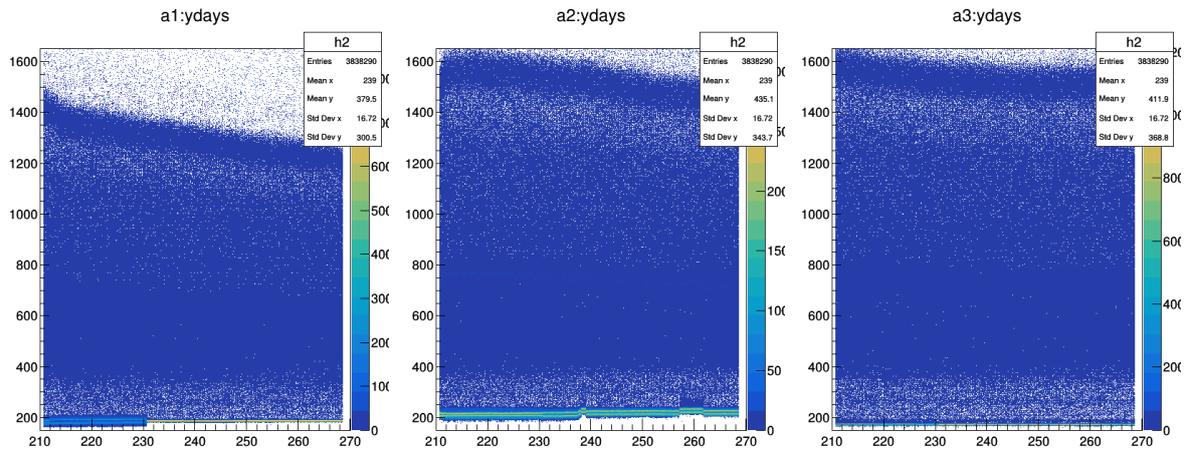


図 30 各 ADC の計測期間中のデータ分布の変化. 縦軸はエネルギー [keV]. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 に対応するデータ

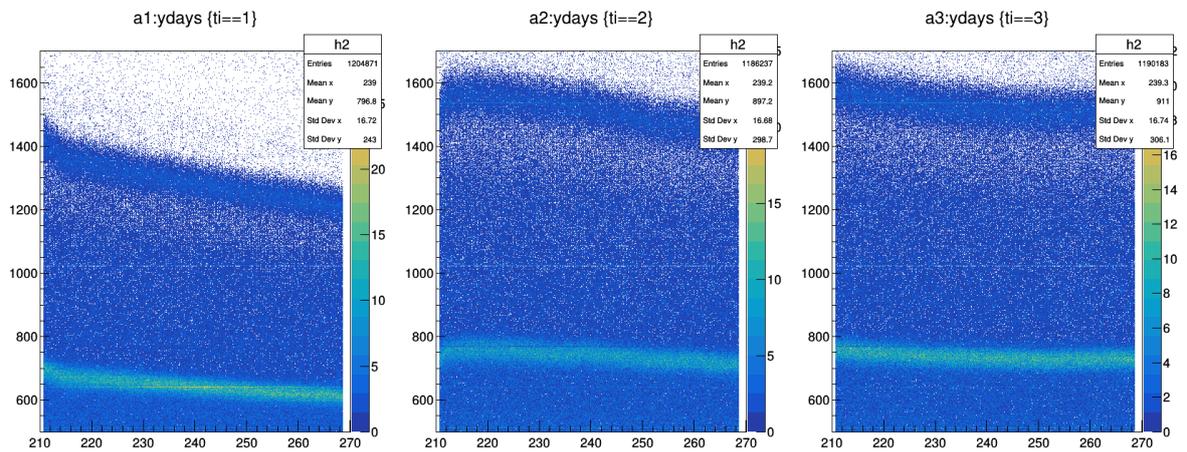


図 31 各 ADC の計測期間中のデータ分布の変化. 縦軸はエネルギー [keV]. 左から順に NaI1, NaI2, NaI3 に対応するデータ

る不確かさを考える.  $f(t)$  の 50ns ごとの時間の各点での値を求める際に, 時間幅 50ns の区間で測定された  $y_{peak}$  と  $S$  の値をその時間区間の中央での値として考えた. これはいささか大雑把すぎるように思えるが, 時間幅をこれ以上縮めるともはや相互作用由来の 511keV のピークはほとんど見えなくなってしまふ. それどころか時間幅 50ns で行った今回の解析手法でも遅い時間領域では 511keV のピークがノイズにかき消されてしまふところがあった (実際のグラフは図 32).

この 511keV ピークの不確かさの原因としては, そもそものイベント数が少なかったこと, 例年に比べて遅い時間領域での 511keV が少なかった (相互作用が起きにくかった) ことが考えられる. 特に後者は, 図 32 に示すように 2 次元ヒストグラムにするとよくわかり, 遅い時間領域かつエネルギーが 511keV の周辺であるデータは, 同じ時間でのほかのエネルギー領域に比べて特別色が濃くなっている様子は見えない. さらに, 横軸に時間, 縦軸に 511keV 周辺 (450keV から 550keV) のイベント数をプロットしたものが図 33 である. これはいわば 511keV ピークの時間による減衰を表す図である.

表 11 寿命のフィッティングによって得られたパラメータ

	$q_0$	$q_1$ (寿命)	$q_2$
NaI1(前半)	$197.902 \pm 64.9217$	$128.219 \pm 35.6236$	$122.718 \pm 6.00821$
NaI2(前半)	$155.766 \pm 56.0834$	$172.000 \pm 64.8614$	$133.093 \pm 9.50830$
NaI3(前半)	$123.891 \pm 35.5117$	$196.269 \pm 85.9145$	$125.532 \pm 11.5415$
NaI1(後半)	$549.769 \pm 125.958$	$107.593 \pm 20.0749$	$267.527 \pm 8.58059$
NaI2(後半)	$1060.46 \pm 957.598$	$97.5146 \pm 30.5887$	$297.811 \pm 6.64594$
NaI3(後半)	$544.675 \pm 617.560$	$108.129 \pm 49.7126$	$317.216 \pm 7.75443$

表 12 統合したデータに対する寿命のフィッティング結果

$q_0$	$q_1$ (寿命)	$q_2$
$296.028 \pm 83.1933$	$147.146 \pm 28.1071$	$277.705 \pm 5.42402$

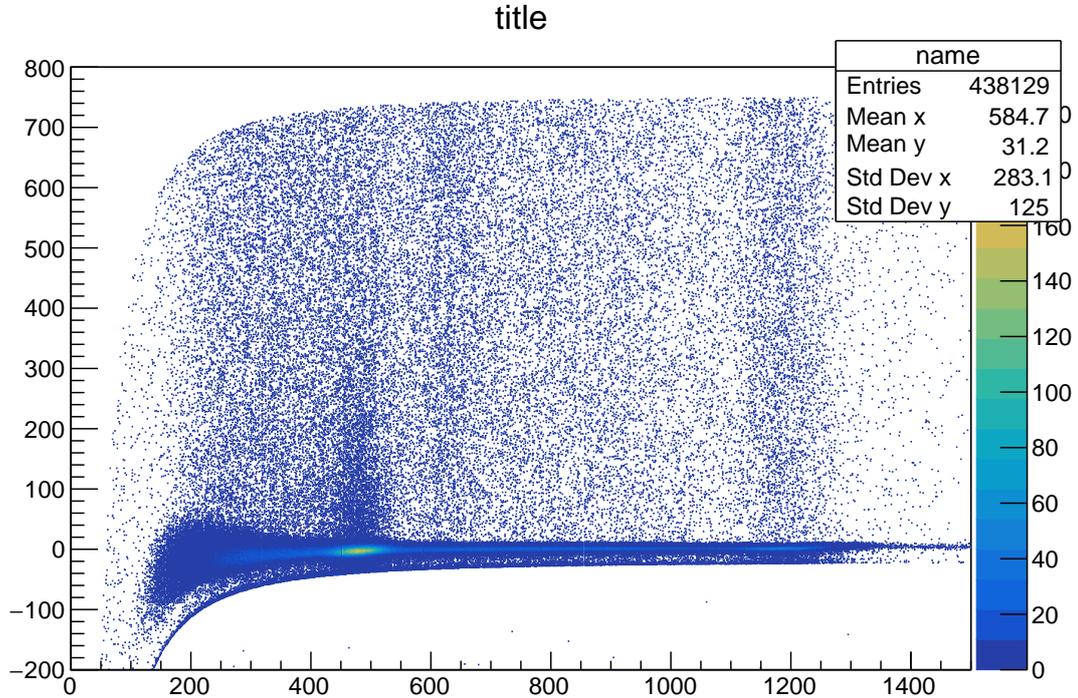


図 32 NaI1(前半) のデータの 2 次元ヒストグラム。横軸がエネルギー (keV), 縦軸が時間 (ns)

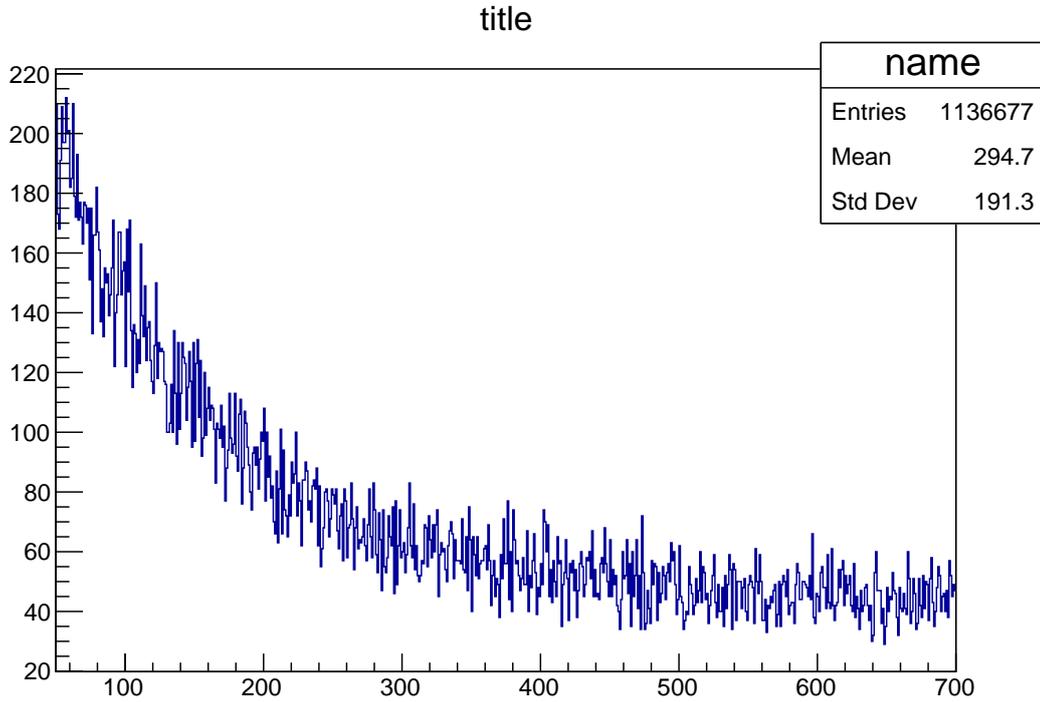


図 33 pick-off 反応の時間による減衰. 横軸が時間 (ns), 縦軸がイベント数 (450keV から 550keV のもの)

### 5.2.2 誤差を含んだ pick-off 補正

最終的に寿命をフィッティングする際に用いた式は

$$q_0 (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \times \left((1 + p_2)t - p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)\right)\right) + q_2$$

という形であった。フィッティングによってこれらのパラメータを求めていくのだが、本来の考え方では、実験データが従う式というものがありそれはパラメータによって決定されるということになるはずだ。したがって、パラメータが誤差を含む量なので実験データが従う式にはパラメータの誤差から伝播する誤差が存在するはずである。この誤差を含んだ形で寿命のフィッティング関数を考える。まず、パラメータ  $p_0, p_1, p_2$  の誤差は既知である。これらは pick-off 補正関数  $f(t)$  を補間した際に求まるパラメータであり、誤差付きで求められる。一方パラメータ  $q_0, q_1, q_2$  は未知である。そのため誤差を求めることはできないが、解析の章でやったように誤差を考えないでフィッティングした際の誤差を予測値として用いる。こうすることで寿命のフィッティング関数に幅を持たせることができる。

寿命のフィッティング関数を  $h(t)$  とすると誤差の伝播式から、 $h(t)$  が持つ誤差  $\delta h(t)$  は

$$\delta h(t; r_1, r_2, \dots, r_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h}{\partial r_i} \delta r_i\right)^2}$$

ここで、 $r_1, r_2, \dots, r_n$  は  $h(t)$  を決定するパラメータで、 $\delta r_i$  はそれらの誤差。これを今回の場合について計算

する。まず、パラメータでの微分は

$$\begin{aligned}\frac{\partial h}{\partial p_0} &= \left( q_0 - \frac{p_1 q_0}{q_1} (1 + p_2) - \frac{p_0 p_1 q_0}{q_1} \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \right) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) \\ \frac{\partial h}{\partial p_1} &= \left( \frac{p_0 q_0 t}{p_1^2} - q_0 \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \left( \frac{p_0 p_1 t}{q_1 p_1^2} + \frac{p_0}{q_1} \right) \right) \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) \\ \frac{\partial h}{\partial p_2} &= q_0 \left( 1 - \frac{t}{q_1} \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) \\ \frac{\partial h}{\partial q_0} &= \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) \\ \frac{\partial h}{\partial q_1} &= q_0 \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \frac{1}{q_1^2} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right) \exp\left(-\frac{1}{q_1} \left( p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (p_2 + 1)t \right)\right) \\ \frac{\partial h}{\partial q_2} &= 1\end{aligned}$$

となる。これを含んだ形で誤差付きのフィッティング関数  $\tilde{h}(t; q_0, q_1, q_2)$  は

$$\begin{aligned}\tilde{h}(t; q_0, q_1, q_2) &= h(t; q_0, q_1, q_2) + \theta \delta h(t; q_0, q_1, q_2) \\ &= h(t; q_0, q_1, q_2) \\ &\quad + \theta \sqrt{\left( \frac{\partial h}{\partial p_0} \delta p_0 \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial p_1} \delta p_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial p_2} \delta p_2 \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial q_0} \delta q_0 \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial q_1} \delta q_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial q_2} \delta q_2 \right)^2}\end{aligned}$$

ここで  $\theta(t)$  は  $[-1, 1]$  に値をとる関数。このフィッティング関数のうち、 $p_0, p_1, p_2$  および  $\delta p_0, \delta p_1, \delta p_2$  は既知であり、 $\delta q_0, \delta q_1, \delta q_2$  は予測値が存在する。また今回は  $\theta$  を定数と置いた。こうしてフィッティング関数  $\tilde{h}(t)$  が未知パラメータ  $q_0, q_1, q_2$  に依存した  $t$  の関数として求まったので、これを実験データにフィッティングすると、結果は表 13 のようになる。

表 13 誤差込みのフィッティング関数を用いて得られたパラメータ

	$q_0$	$q_1$ (寿命)	$q_2$	$\theta$
NaI1 (前半)	144.163 ± 69.1251	118.121 ± 47.0916	118.296 ± 6.45647	0.999979 ± 1.05229
NaI2 (前半)	115.331 ± 43.4965	145.578 ± 65.2727	127.062 ± 8.67050	0.999999 ± 1.42037
NaI3 (前半)	100.719 ± 17.8631	144.859 ± 58.9568	119.506 ± 8.72659	0.999999 ± 1.99311
NaI1 (後半)	589.619 ± 178.181	110.746 ± 24.3677	270.167 ± 12.3929	-0.360728 ± 1.30566
NaI2 (後半)	16.7103 ± 1.28508	102.200 ± 1.16120	293.743 ± 1.18115	0.999998 ± 1.42370
NaI3 (後半)	-120.639 ± 382.146	114.463 ± 29.1351	312.367 ± 5.43904	0.999949 ± 1.38063

### 5.3 結果の誤差を減らす試み

表からわかるように、この結果はかなり大きな誤差を含んでいる。ここでも誤差をできるだけ小さくするために TQ 補正まで済ませたデータを 1 つにまとめ、イベント数を増やすことを試みた。こうして得られたパラメータ  $q_0, q_1, q_2, \theta$  が表 14 である。

しかしこれでも依然として誤差は大きいままである。上で述べた通り pick-off 反応の数は時間がたつごとに減少しており、そのために pick-off 補正が不正確になったことも考えられる。そこでこの pick-off 反応の減少

表 14 統合したデータに対する誤差込みでのフィッティングの結果

$q_0$	$q_1$ (寿命)	$q_2$	$\theta$
$310.827 \pm 244.474$	$150.133 \pm 52.4783$	$278.492 \pm 13.8113$	$-0.211915 \pm 1.33396$

の特徴を取り込んだ補正を考える。まず pick-off 反応と考えられる 450keV から 550keV のイベント数の時間による変化を関数でフィッティングしたものを図 34 に記す（ここで図の時間は 50ns から 700ns として 0ms のものを省いた）。

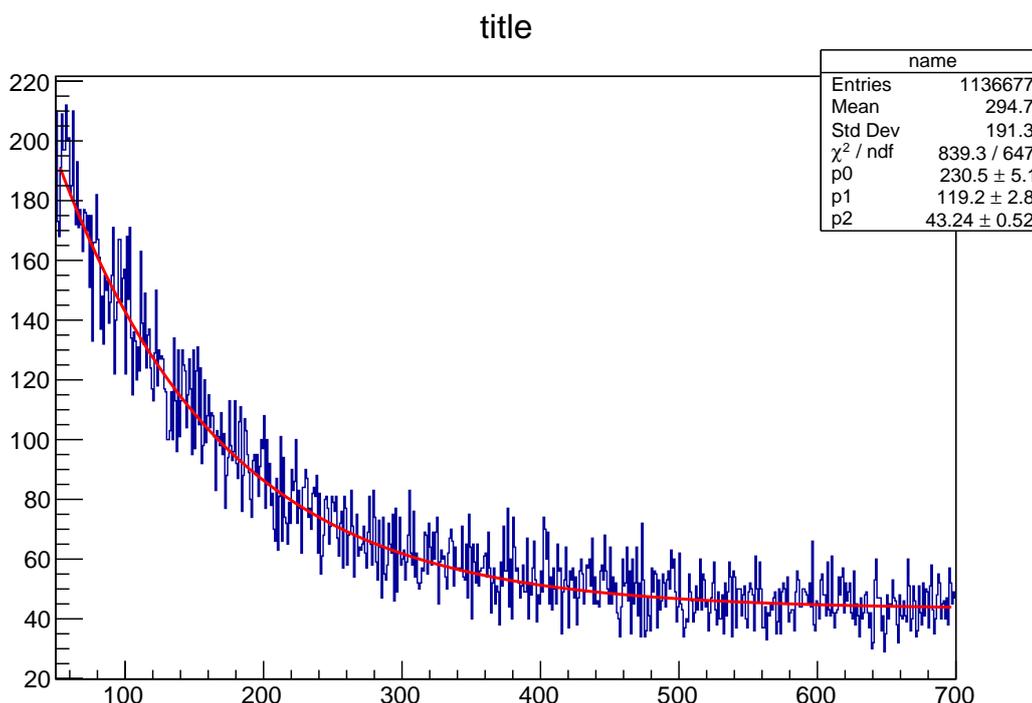


図 34 pick-off 反応の時間による減少

ここで用いたフィッティング関数は  $r_0 \exp(-\frac{t}{r_1}) + r_2$  である。得られたフィッティングパラメータは  $r_0 = 230.499 \pm 5.10857$ ,  $r_1 = 119.231 \pm 2.76916$ ,  $r_2 = 43.2388 \pm 0.517455$  である。これで pick-off 反応の各時間でのピークの高さが求まった。これより、400keV の低いエネルギー領域に混ざった pick-off 反応を差し引くことができ、そのようにして得られたヒストグラムを

$$q_0 \exp(-\frac{t}{q_1}) + q_2$$

でフィッティングする。すると得られたパラメータは表 15 になる。結果としては先ほどまでよりも精度のよい値が求まった。

表 15 pick-off の減少を取り込んだ方法での補正

$q_0$	$q_1$ (寿命)	$q_2$
$610.428 \pm 13.5519$	$115.490 \pm 3.00690$	$528.564 \pm 1.68739$

## 謝辞

今回の実験を進めるにあたり、半年間丁寧に指導，助言して下さった木河達也さんに感謝いたします。また実験・解析にお付き合いいただき、手助けしていただいた TA の大塚稔也さんに感謝いたします。

## 参考文献

- [1] 過去の A2 レポート， <https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html>