オルソポジトロニウムの寿命測定

正木敬梧、湊修平、對馬拓実、小塙朋樹、恩田直人、成川佳史

2021 年 9 月 28 日

概 要

本稿では 2020 年度の課題演習 A2 で行ったポジトロニウムの寿命測定実験について報告する。本実験では ^{22}Na の逆 β 崩壊で生じる陽電子をシリカパウダーに打ち込むことでポジトロニウムを形成し、その崩壊によって生じる光子を観測することでポジトロニウムの寿命の測定を行う。測定の結果、誤差の標準偏差 1σ の範囲で理論値と整合する結果は得られなかった。この原因として、線源の劣化やそれに伴う Pick-off 補正の失敗などが考えられる。

目 次

第1章　序論

1.1　実験の背景

ポジトロニウム (Positronium, Ps) は 1934 年 Stjepan Mohorovicic によって理論的に予言され、実験的には 1951 年 Martin Deutsch によって発見された。[2] 特に、ポジトロニウムはレプトンのみで構成されており、その崩壊過程には純粋に電磁相互作用のみが寄与するため、しばしば量子電磁気学 (Quantum Electrodynamics, QED) の精密な検証のために用いられてきた。しかし、数多くの研究者の努力にも関わらず、ポジトロニウムの寿命測定は理論値との食い違いを解消できず、ポジトロニウムの寿命問題として知られていた。[3][4][5] 近年、東京大学の研究グループはポジトロニウムの熱化に着目することで、$O(\alpha^2)$ までの補正をした理論値とよく整合する結果を得た。[6] これが寿命の実験値の決定版になっているかについては我々には判断がつかないが、ポジトロニウムの寿命測定という長い歴史を持った問題が、現在に至るまで QED の精密な実験的検証において非常に重要な立ち位置を占めてきたことは明らかである。

1.2　実験概要

本実験ではオルソポジトロニウムの寿命を測定する。^{22}Na を陽電子線源として陽電子をシリカパウダーへと打ち込み、打ち込んだ陽電子をシリカパウダー内の電子と反応させることでポジトロニウムを形成する。この際、シリカパウダーと線源の間にプラスチックシンチレーター (P.S.) を設置し、陽電子が P.S. を通り抜けた時刻を観測しておく。形成したポジトロニウムは比較的短時間で電子・陽電子対消滅によって光子へと崩壊するため、この光子を NaI シンチレーターで観測する。この時間差を計測することでオルソポジトロニウムの寿命を求める。[1]

1.3　本稿について

以下、各章の概観について説明する。

第 2 章: 理論

第 2 章ではポジトロニウムの物理的性質、及び寿命の理論値について簡単に紹介する。

第 3 章: 実験

第 3 章では実験の原理や用いた回路、実験のセットアップなど、実際に実験を行った手法について述べる。

[1]ただし、実際には測定誤差を減らすため、直接これらの時間差を計算して実験値としたわけではない。詳しくは 3 章を参照のこと。

第 4 章:結果・解析

第 4 章では本実験で得られたデータを解析し、オルソポジトロニウムの寿命を求める。

第 5 章: Pick-off 補正

第 5 章では Pick-off 補正について解説する。本実験では線源の劣化が原因で Pick-off 補正はうまく機能しなかった。

第 6 章: 考察

第 6 章では本実験で得られた結果について考察する。

第 7 章: 結論

第 7 章では第 6 章までの結果を踏まえて今回の測定のまとめ及び今後の展望を述べる。本実験は、線源の劣化に伴う Pick-off 補正の失敗などが原因で理論値とよく整合した結果は得られなかった。

第2章　理論

2.1　ポジトロニウムとは

2.1.1　ポジトロニウムの分類

電子・陽電子の運動エネルギーが小さいとき、それらが電磁相互作用で結びついて一種の束縛状態を形成する。通常の原子が原子核と電子の多体系であるにもかかわらず低エネルギーでは一体の粒子のようにふるまうのと同様に、この束縛状態にある電子・陽電子はあたかも一体の粒子かのようにふるまう。この電子・陽電子による束縛状態をポジトロニウムという。電子も陽電子も共にスピン $\frac{1}{2}$ を持つためポジトロニウムは合成スピン 0 または 1 を持つ。このうち、合成スピンが 1 であるようなものをオルソポジトロニウム (o-Ps) といい、合成スピンが 0 であるようなものをパラポジトロニウム (p-Ps) という。電子・陽子の束縛状態である水素原子が自然界では非常に安定であるのに対して、ポジトロニウムは一定の寿命を過ごしたあと、電子・陽電子対消滅によって多光子状態へと崩壊する。今回の実験で観測されるポジトロニウムはほとんど静止しているものと考えられるから、以下では全てのポジトロニウムは基底状態にあるものと考え、軌道角運動量 L=0 とする。

2.1.2　崩壊の選択則

QED は荷電共役変換のもとで不変であるから、電磁相互作用による反応の前後で C-parity は不変でなければならない。ポジトロニウムの崩壊の場合、始状態はポジトロニウム、終状態は多光子状態である。多光子状態の C-parity は例えば QED の Lagrangean のゲージ場とカレントのカップリング項などを思い浮かべれば直ちに、

$$\hat{C}|\mathrm{n}\gamma>=(-1)^n|\mathrm{n}\gamma> \tag{2.1.1}$$

とわかるから、以下ではポジトロニウムの C-parity を求めていく。荷電共役変換は粒子、反粒子を入れ替える変換であるから、合成スピンが 1 であるオルソポジトロニウムの場合にはスピン部分の波動関数が粒子の入れ替えに対して対称なので、オルソポジトロニウムの C-parity は電子・陽電子のフェルミ統計性からくる − 1 のみがかかって、

$$\hat{C}|\text{o-Ps}>=-|\text{o-Ps}> \tag{2.1.2}$$

となる。一方で合成スピンが 0 であるパラポジトロニウムの場合には、フェルミ統計性からくる -1 についてはオルソポジトロニウムの場合と同様であるが、スピン部分の波動関数が反対称であるため電子・陽電子の入れ替えに伴って − 1 がかかる。したがってパラポジトロニウムの C-parity は

$$\hat{C}|\text{p-Ps}>=|\text{p-Ps}> \tag{2.1.3}$$

となる。以上、(2.1.1)、(2.1.2)、(2.1.3) 式からオルソポジトロニウムは奇数個の光子、パラポジトロニウムの場合は偶数個の光子にのみ崩壊可能なことがわかる。これを崩壊の選択則という。

2.1.3 寿命

崩壊の選択則から、オルソポジトロニウム、パラポジトロニウムは最低次では次のダイアグラムで評価される。これらのダイアグラムに基づいてポジトロニウムの寿命を計算すると、それらの寿命は以下の表 2.1 のようになる。

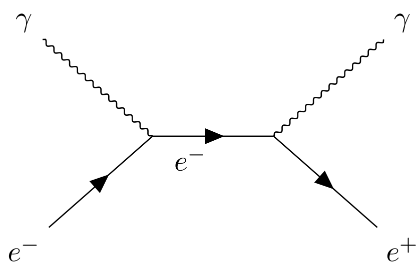


図 2.1: p-Ps の最低次のダイアグラム

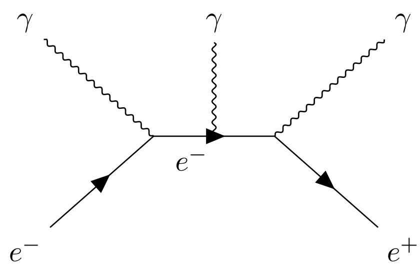


図 2.2: o-Ps の最低次のダイアグラム

表 2.1: p-Ps と o-Ps の寿命と崩壊の選択則

	p-Ps	o-Ps
崩壊の選択則	2γ, 4γ, ...	3γ, 5γ,...
寿命	約 124 ps	約 142 ns

2.2 理論

先に述べた通り、ポジトロニウムは電子・陽電子の束縛状態であるため、崩壊するまでの間は常に電子・陽電子間で光子のキャッチボールを続ける。したがって、in-state に電子陽電子の 2 体状態、out-state に多光子状態を置くような通常のファインマンダイアグラムを素朴に計算するだけではポジトロニウムについて現実にあった適切な理論値を得ることはできない。かといって、束縛状態は非常に多くの相互作用をするため、直接ダイアグラムを評価することは難しい。以下では、このような束縛状態を QFT の枠組みで扱う手法を大雑把に紹介する。

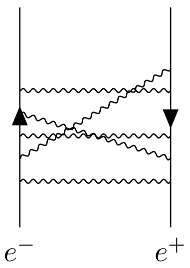


図 2.3: 束縛状態にあって無限回の相互作用をする粒子

2.2.1 形状因子

まず、概念図として次のようなダイアグラムを導入してみることにする。

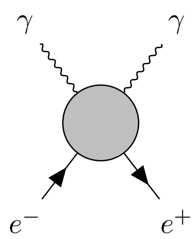


図 2.4: 束縛状態の崩壊図式

図 2.4 のダイアグラム中で丸印で表されている部分は、束縛状態にともなう光子のやりとりをぼかして描いたもので、この時点ではどのような因子を対応させるべきか判然としていない。このような、束縛状態のもつ多粒子性をぼかす因子を形状因子 (form factor) と呼ぶことにする。上のダイアグラムの足に注目すれば容易にわかる通り、同じ束縛状態に対しても、どのゲージボゾンと結合するか（言い換えれば、どのような相互作用に関わる形状因子であるか）、そして摂動のどの次数まで考えたいか、などに応じて形状因子は変化する。例えば、何らかの手段で α の 1 次のオーダーで形状因子を正しく求められたとしても、その形状因子が α の 2 次以上の計算をする際にも正しい結果を与えるとは考えられない。さて、こうした形状因子を求める方法として以下では、一般の二粒子状態を構成してその状態を理論の in-state として取り込むことで形状因子を評価する方法、そしてより一般的な Bethe-Salpeter 方程式を導入し、直接形状因子を計算する方法の 2 種類を紹介する。ただし、後者については詳しく説明すると紙面が長くなりすぎるため、またこの節の筆者も完全に計算をおって透徹に理解しきれているわけではないため、ごく簡単に紹介するにとどめる。詳しくは参考文献に記した文献リストを参照していただきたい。[1]

[1] この節を書くための原稿を 3 月に書いたが実際に書き始めた 5 月にはその原稿をなくしていたため、大半は 1ヶ月前の自分の記憶に頼ってアドリブで書いている。そのため誤植がしばしばあるであろうことを言い訳しておく。

2.2.2　一般の 2 粒子状態

以下、スピン σ、運動量 p を持った電子の生成消滅演算子を $b_{\sigma,\mathbf{p}}$ およびそのエルミート共役とし、同様にスピン σ、運動量 p を持った電子の生成消滅演算子を $d_{\sigma,\mathbf{p}}$ およびそのエルミート共役とする。1 対の電子・陽電子を表す最も一般的な 2 粒子状態は次のような形をしている[2]:

$$|\mathrm{Ps}>=\int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0}\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} f_1(p_1^2) f_2(p_2^2) \sum_{\sigma,\sigma'} s_{\sigma,\sigma'} b^\dagger_{\sigma,\mathbf{p_1}} d^\dagger_{\sigma',\mathbf{p_2}}|0> \tag{2.2.1}$$

ここで、f は重ね合わせに伴う統計的な重みの因子である。この統計因子が図 2.4 の形状因子に相当する項である。ポジトロニウムは電子・陽電子の 2 体の系であるから、上のような一般化した二粒子状態でよく表されると仮定する。これから考えるのはポジトロニウムの崩壊であるから、ポジトロニウムの静止系で考察すれば十分である。このことを踏まえると、上式は次のように簡単化される:

$$|\mathrm{Ps}>=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2p^0} f(p^2) \sum_{\sigma,\sigma'} s_{\sigma,\sigma'} b^\dagger_{\sigma,\mathbf{p}} d^\dagger_{\sigma',-\mathbf{p}}|0> \tag{2.2.2}$$

ポジトロニウムの結合エネルギーはその静止質量と比べて非常に小さいため、naive には Ehrenfest の定理から、運動エネルギーは静止エネルギーと比べて非常に小さいと考えても良い。したがって、ポジトロニウムは本質的に非相対論的な粒子であるから、上の 2 粒子状態に対してクーロンポテンシャル下のシュレディンガー方程式を満たすことを要請する。すると、f は運動量表示でのクーロンポテンシャル下のシュディンガー方程式の解となるから、今考えている基底状態のポジトロニウムに対しては ψ(p) を[3]クーロンポテンシャル中のシュレディンガー方程式の解として

$$|\mathrm{Ps}>=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2p^0} \psi(\mathrm{p}) \sum_{\sigma,\sigma'} s_{\sigma,\sigma'} b^\dagger_{\sigma,\mathbf{p}} d^\dagger_{\sigma',-\mathbf{p}}|0> \tag{2.2.3}$$

とわかる。[4]このような ψ によって重み付けされた二粒子状態をポジトロニウムの状態として採用することにする。QFT の一般論によれば、可能なあらゆる束縛状態も漸近状態として含まれてよい。したがって上記の状態を in-state、out-state を多光子の状態として通常の摂動論を用いることができ、この状態は理論のラグランジアンに含まれる生成消滅演算子の重ね合わせとして描かれているから、寿命の理論値を求める際には通常の QFT の枠組みにしたがって計算すれば良い。

2.2.3　Bethe-Salpeter Equation

2.2.2 節で用いた定式化は便利だが、摂動の高次の計算には用いることができない。[7] 任意の摂動の次数で有効な形状因子を計算するための系統的な方法の 1 つに Bethe-Salpeter

[2] $s_{\sigma,\sigma'}$ は電子スピン σ、陽電子スピン σ' に対応するスピン波動関数
[3] 非相対論的な取り扱いをしているため、四元運動量の平方 p^2 の関数である必要はない。
[4] 実際には、規格化や状態の縮退度や合成スピンを考慮して適当に修正する必要がある。

の方法がある。以下では簡単のため 2 種類のスカラー粒子の存在する系についてその概略を説明する。まず 4 点関数から出発する:

$$G^{(4)}(x_a, x_b; y_a, y_b) =< 0|T\phi_a(x_a)\phi_b(x_b)\phi_a^\dagger(y_a)\phi_b^\dagger(y_b)|0 > \tag{2.2.4}$$

この 4 点関数から自明なダイアグラムを除き、残りの部分を 2 粒子既約なダイアグラム全体を表す部分とそれ以外の部分へと分解する：

$$\begin{aligned} &G^{(4)}(x_a, x_b; y_a, y_b) \\ &\quad = G^{(2)}(x_a; y_a)G^{(2)}(x_b, y_b) \\ &\qquad + \int d^4z_a d^4z_b d^4z'_a d^4z'_b G^{(2)}(x_a; z_a)G^{(2)}(x_b; z_b)V(z_a, z_b; z'_a, z'_b)G^4(z'_a, z'_b; y_a, y_b) \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

この方程式を 4 点関数についての Bethe-Salpeter 方程式 (Bethe-Salpter Equation, BS equation, BSE) という。上のダイアグラムでは既約な部分のみを分離したが、右辺の G に左辺の G を逐次的に代入していくことで G に含まれる可約なグラフも全て得ることができる。簡単のために以下では、理論に束縛状態が 1 つだけ存在すること、さらにその束縛状態は二粒子の束縛状態であることを仮定する。漸近的完全性の条件と 4 点関数は束縛状態の持つ四元運動量上に極を持つことから、束縛状態の極周辺で上式は:

$$\begin{aligned} &< 0|T\phi_a(x_a)\phi_b(x_b)|B >< B|\phi_a^\dagger(y_a)\phi_b^\dagger(y_b)|0 > \\ &\quad = \int d^4z_a d^4z_b d^4z'_a d^4z'_b G^{(2)}(x_a; z_a)G^{(2)}(x_b; z_b)V(z_a, z_b; z'_a, z'_b) \\ &\qquad \times < 0|T\phi_a(z'_a)\phi_b(z'_b)|B >< B|\phi_a^\dagger(y_a)\phi_b^\dagger(y_b)|0 > \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

と変形できる。この両辺に現れた $\chi_p(x_a, x_b) \equiv< 0|T\phi_a(x_a)\phi_b(x_b)|B >$ を Bethe-Salpter 振幅（BS 振幅、Bethe-Salpeter Amplitude) という。これは、束縛状態から自由な二粒子状態への遷移振幅を表しており、(2.2.6) 式から BS 振幅が次の方程式を満たすことがわかる:

$$\begin{aligned} &< 0|T\phi_a(x_a)\phi_b(x_b)|B > \\ &\quad = \int d^4z_a d^4z_b d^4z'_a d^4z'_b G^{(2)}(x_a; z_a)G^{(2)}(x_b; z_b)V(z_a, z_b; z'_a, z'_b) < 0|T\phi_a(z'_a)\phi_b(z'_b)|B > \end{aligned} \tag{2.2.7}$$

これを BS 振幅についての Bethe-Salpter 方程式という。[5]以下ではこの式を積分を省略して $\chi = G^{(2)}G^{(2)}V\chi$ のようにかく。同様にして 4 点関数についての Bethe-Salpeter 方程式 (2.2.5) 式を $G^{(4)} = G^{(2)}G^{(2)} + G^{(2)}G^{(2)}VG^{(4)}$ と書くことにする。次に、この BS 振幅を用いて S 行列要素を評価することを考える。一般の LSZ 還元公式を導出する際と同様に、

[5]実はカーネルに適切な近似を施すことで、BS 振幅が適当な伝播関数の下でのシュレディンガー方程式を満たすことが示せる。[8] この意味で BS 振幅は BS 波動関数 (Bethe-Salpeter's Wave Function) と呼ばれることもある。

in-state に束縛状態、out-state に自由な二粒子状態をとって[6]S 行列要素を計算すると:

$$< p_a p_b, \mathrm{out}|\mathrm{B}(P), \mathrm{in} >\sim \int d^4y_a d^4y_b \ \exp(i(p_a \cdot y_a + p_b \cdot y_b))(\Box_{y_a} + m_a^2)(\Box_{y_b} + m_b^2) \\ \times < 0|T\phi_a(y_a)\phi_b(y_b)|B > \tag{2.2.8}$$

を得る[7]。ここで $|p_a p_b, \mathrm{out} >$ は粒子 a が運動量 p_a を、粒子 b が運動量 p_b を持った out-state を表しており、$|\mathrm{B}, \mathrm{in} >$ は運動量 P を持った束縛状態 B を表している。また、右辺では束縛状態 B の持つ運動量 P は省略した。さて、(2.2.8) 式から (2.2.7) 式で与えられる BS 振幅についての Bethe-Salpeter 方程式を解くことで束縛状態に対する S 行列要素を求められることがわかった。ここで少し余談になるが、BS 振幅と形状因子の関係についてダイアグラムを用いてごく簡単に考察しておく。先にも述べた通り、BS 振幅は理論の持つ束縛状態から自由な 2 粒子状態への遷移振幅を表しており、(2.2.7) 式をダイアグラムで表すなら

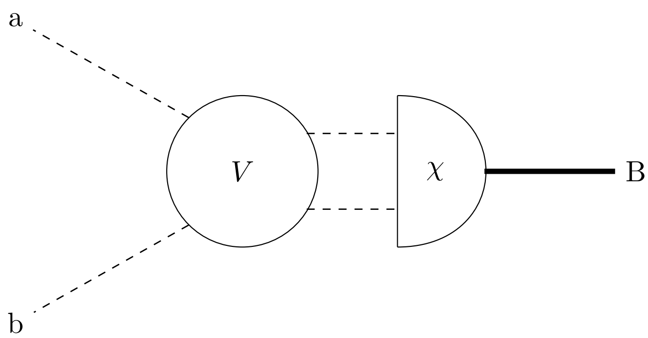


図 2.5: BS 振幅のファインマンダイアグラム. 破線はスカラー粒子の伝播関数.

といったようなグラフになる。ここで χ の部分は BS 振幅を表している。すなわち、このダイアグラムの意味で BS 振幅は形状因子の一種とみなせる。（より詳細に形状因子との対応を見たい場合には、例えば S 行列要素を具体的に計算して散乱断面積などを求めることで、2.2.1 節で述べた形状因子の役割を BS 振幅が果たしていることを確認すればよい。例えば [9] でもそうした計算が具体的になされている。）話を戻すと、(2.2.8) 式から、BS 振幅を求めれば S 行列要素が計算できるため、(2.2.7) 式の解を求めることが重要な問題になってくるが、(2.2.7) 式の積分方程式を厳密に解くことは甚だ困難である。したがって何らかの近似の下でこの積分方程式を解くことになるが、ここでは量子力学の摂動法と類似の方法で (2.2.5) 式の解を逐次的に求めることにする。(2.2.5) 式の解が求まれば、その極構造を調べることで (2.2.7) の解を得ることができる。そこで、まず次のような可解な積分方程式を用意する:

$$G_0^{(4)} = G_0^{(2)}G_0^{(2)} + G_0^{(2)}G_0^{(2)}V_0G_0^{(4)}. \tag{2.2.9}$$

[6]今回は簡単のために p-Ps の場合との類推から終状態も二粒子状態としたが、一般には任意の状態が考えられる。その場合にも、本節で示した計算の概要と全く同様の方針で計算を進めていけば束縛状態を取り扱うことができる。ただし、容易に想像できるように、粒子数が多くなればなるほど計算は重くなる。

[7]くりこみ定数や BS 振幅についての規格化因子を落としたので等号は用いなかった。

この方程式は可解なので、$G_0^{(2)}$ や $G(4)$ は解析的に求められる。これらを用いて元の $G^{(4)}$ を摂動的に求めるのが目標である。そこで、(2.2.9) 式を少し変形して

$$(G_0^{(2)}G_0^{(2)})^{-1} = (G_0^{(4)})^{-1} + V_0 \tag{2.2.10}$$

という形に整理する。同様の変形を (2.2.5) 式にも行い、それらの差をとって整理することで以下を得る:

$$G^{(4)} = (1 - G_0\delta V)^{-1}G_0^{(4)}. \tag{2.2.11}$$

ここで $\delta V \equiv (V - V_0) - ((G^{(2)}G^{(2)})^{-1} - (G_0^{(2)}G_0^{(2)})^{-1})$ である。この式を摂動展開すると

$$G^{(4)} = \sum_{k=0}^{\infty}(G_0^{(4)}\delta V)^k G_0^{(4)} \tag{2.2.12}$$

を得る。2.2.12 式を欲しい次数まで展開することで α の任意の次数に対して BS 振幅のよい近似が得られる。ここでは詳細な計算は省くが、[9] ではポジトロニウムについて上のような方針で 1 loop までの計算を行なっている。この場合には (2.2.12) 式を展開して

$$\chi \sim \chi_0 + G_0^{(4)}\delta V\chi_0 + \mathrm{O}(\alpha^2) \tag{2.2.13}$$

のように変形し[8]、$O(\alpha^2)$ 程度の寄与を落として $O(\alpha)$ の計算で有効な BS 振幅を求めている。

以上のように、BS 振幅を用いてポジトロニウムに限らず一般の束縛状態の散乱振幅などを計算することができる。ただし、(2.2.5) 式のような積分方程式を解くことは 2 体の束縛状態ですら近似的なレベルでも難しい問題であり、まして 2 つ以上のクォークの束縛状態であるメソンやハドロンをこの枠組みで解くことは非常に難しい。実際には、束縛エネルギーが静止質量に比べて十分小さい粒子に対しては非相対論的近似を用いて寿命を計算し、そこに α の高次の補正を適宜加えて理論値とするほうが便利である。他方、非相対論的な近似を破る軽い束縛粒子に対しては、2.2.2 節で用いたような一般化された 2 粒子状態に α の高次補正を組み込むか、あるいは適当な近似の元で BS 方程式を解く必要がある。特に、軽いハドロンの場合には、BS 方程式のはしご近似 (ladder approximation) が有用であり、QCD による理論値計算においてしばしば用いられているようである。

2.2.4 具体的な寿命計算の方法

2.2.2、2.2.3 節で説明したような方法でポジトロニウムの形状因子を求めればポジトロニウムの寿命を計算することができる。ポジトロニウムの寿命の詳細な計算過程については [10] などで最低次についてすでに詳細な議論がなされており、すでに想定より紙面が長くなっているのでここで改めて計算を反芻することはしない。自分が計算する際に参考にした過去のレポートは [11],[12] などであり、特に [11] は比較的 terse に書かれていて見通しが良い。また、摂動の高次について計算した文献としては、2.2.2 節であげた [9] の他に

[8] BS 波動関数には定数分の不定性があるが [9]、アルファの 2 次以下では 1 としてもよいのでここではこの比例係数は落とした。

も、非相対論的量子力学から求めた文献として [13] などが挙げられる。また、ポジトロニウムの寿命計算については相対論的な QFT における束縛状態の取り扱いについては決定版というべきものがないこともあって、さまざまな計算がなされている。これらについて [9] の著者が独自の視点でまとめたものが [14] で、ポジトロニウムの寿命計算の歴史的背景が簡潔に書かれていて興味深い。このほかにもさまざまな文献があるため、参考にした文献については巻末にまとめておいた。

第3章　実験

3.1　実験原理

$^{22}_{11}\mathrm{Na} \rightarrow^{22}_{10} \mathrm{Ne}^* + e^+ + \nu_e$という^{22}Na の$\beta^+$崩壊から陽電子 e^+が放出される。陽電子はシリカパウダー（$\mathrm{SiO_2}$）が含有する電子とポジトロニウム (Ps) を形成する。ポジトロニウムは数 ns のうちに崩壊してγ 線を放出する。本実験では ^{22}Na からの陽電子をプラスチックシンチレータ (P.S.) で検出し、ポジトロニウムが放出するγ 線を NaI シンチレータで検出する。このとき、陽電子や γ 線の速さは十分速く、ポジトロニウムが形成されるまでの時間も早く寿命解析には影響しないとしてプラスチックシンチレータでの信号検出と NaI シンチレータでの信号検出の時間差をポジトロニウムの寿命として測定する。

3.2　実験器具

^{22}Na: 陽電子 e^+ を放出する放射線源
シリカパウダー（$\mathrm{SiO_2}$) : 陽電子と反応してポジトロニウム (Ps) を形成する
プラスチックシンチレータ (P.S.):e^+を検出するシンチレータ
NaI シンチレータ:γ 線検出するシンチレータ
鉛ブロック: 外部からの放射線を遮断する
遮光ビニール:プラスチックシンチレータに外部からの光が入らないように全体を覆う

3.3　セットアップ

実験器具は図 3.1 のように配置した。模式図を図 3.2 に示す。シリカパウダー内で生成されたポジトロニウムが余計な反応をしないために、シリカパウダーを加熱して水分をとばし、また、容器をポンプで真空にした。検出効率が良くなるように、NaI シンチレータは、シリカパウダーを囲うようにシリカパウダーの下と左右に配置した。また、装置全体を遮光ビニールで覆っている。

3.4　回路

回路は図 3.3 の様に組んだ。信号の概念図を図 3.4 に示す。本実験では e^+ が P.S. を通過した後にポジトロニウムが生成・崩壊して放出される γ 線を NaI で検出するため、単純に考えれば P.S. の信号を TDC の start、NaI の信号を TDC の stop にすれば良い。しかし、このやり方では e^+ がポジトロニウムを生成しなかった場合も検出されてしまうため、

図 3.1: 実際の配置

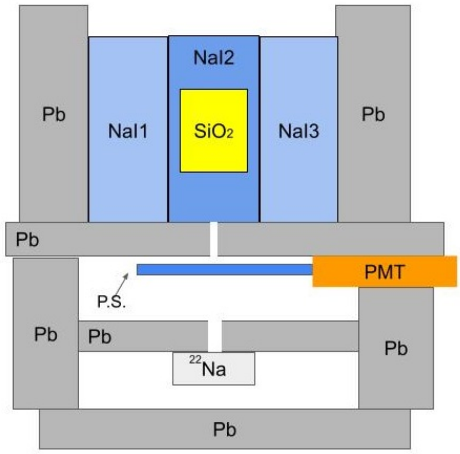


図 3.2: セットアップの模式図

目的の信号の検出効率が悪くなる。そこで、P.S. の信号からつくる gate と NaI の信号の coincidence をとったものを TDC の start とする。そして P.S. の信号に delay をかけたものを TDC の stop とする。これにより、図のように P.S. にかけた delay の値から TDC で検出される時間を引くことで、崩壊時間を求めることができる。

以下は実験で用いたモジュールの説明である。

- Discriminator : 入力された信号が threshold を超えているとき NIM 信号を出力する。
- Coincidence : 入力された NIM の AND をとって出力する。
- FAN : 入力された NIM の OR をとって出力する。
- Gate Generator : 信号が入力されたとき、一定の時間幅の NIM 信号を出力する。
- Veto : Veto に信号が入力されている間は次の信号が出力されない。
- TDC : start に信号が入力されてから stop に信号が入力されるまでの時間に比例した値を出力する。
- ADC : gate に信号が入力されている間に来た信号の時間積分である、信号の強度に比例した値を出力する。

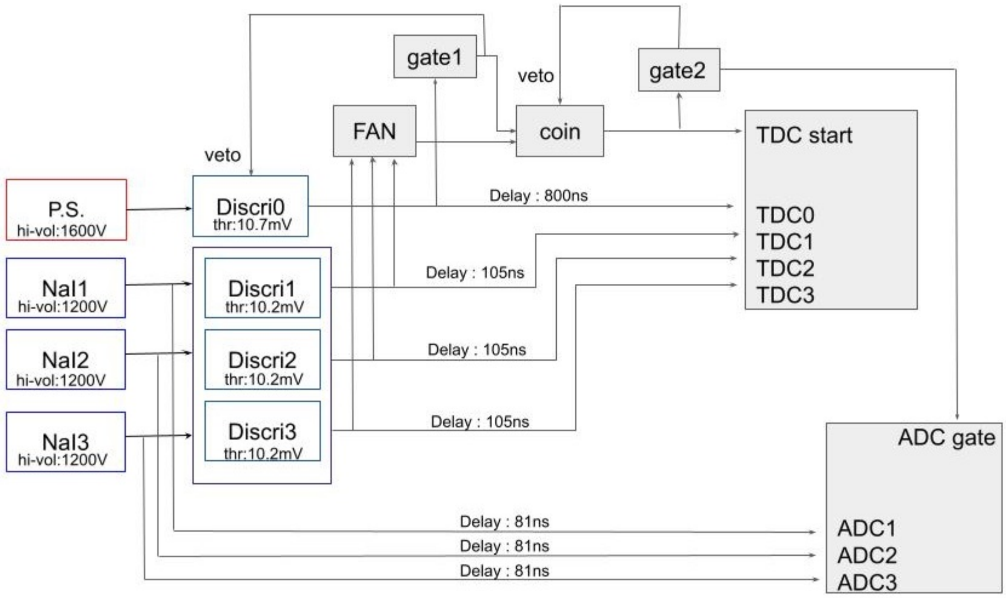


図 3.3: 回路図

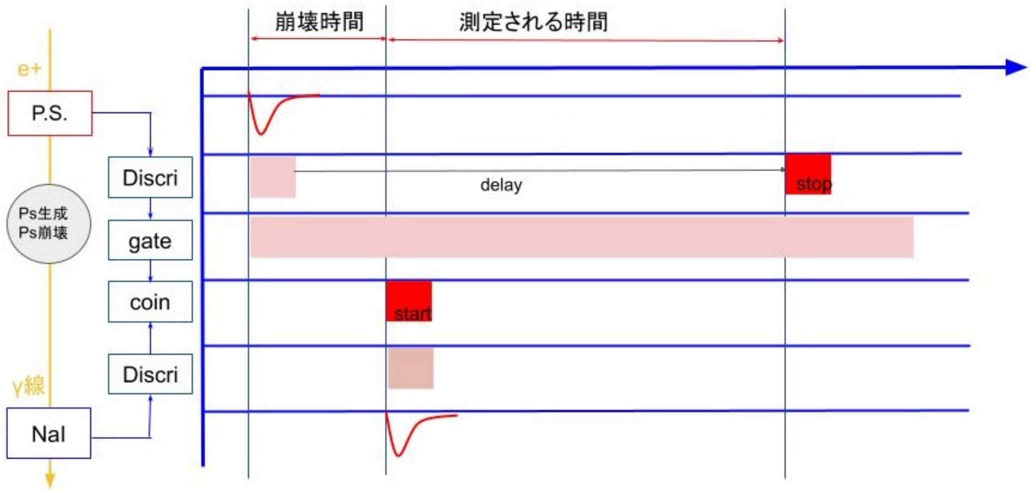
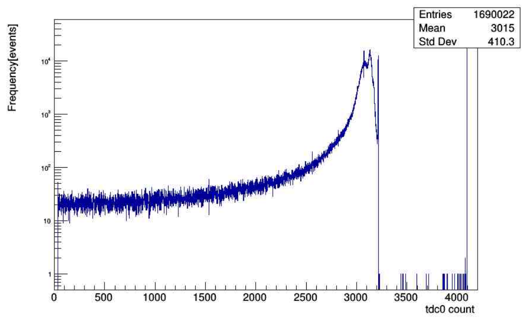


図 3.4: 信号の概念図

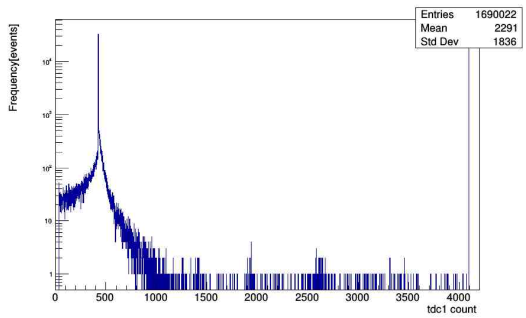
第4章　結果・解析

4.1　生データ

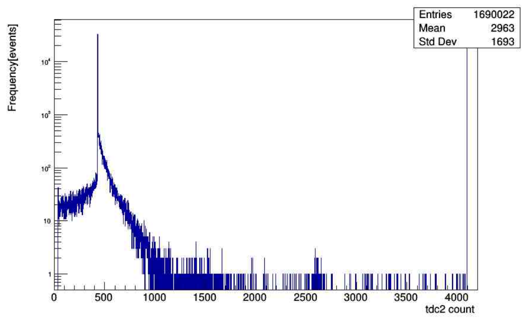
今回の実験では、2 月 9 日から 3 月 10 日の約 1ヶ月にかけてデータを取得した。データは途中 3 回に分けて取得したが、実験のセットアップを全く変えずに行ったため以降一つのデータとして扱っている。図 4.1、図 4.2 にそれぞれ TDC、ADC の calibration(較正) や補正を行っていない生データを示す。



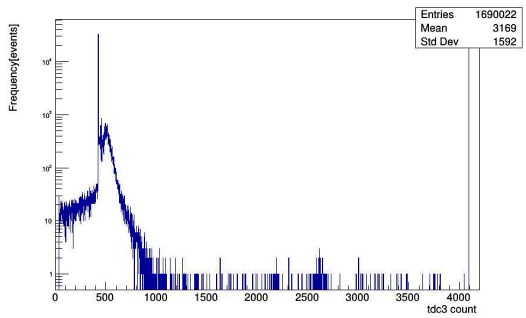
(a) TDC0



(b) TDC1

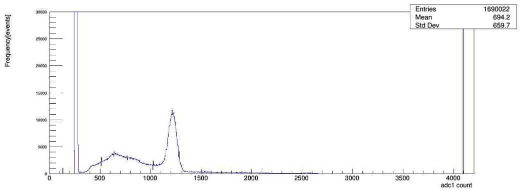


(c) TDC2

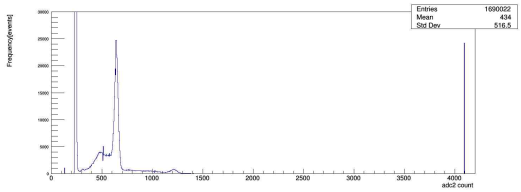


(d) TDC3

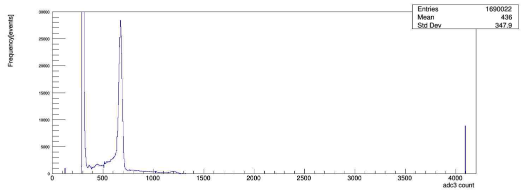
図 4.1: 各 TDC の生データ。横軸が TDC count、縦軸がイベント数になっている。TDC1〜3 がそれぞれ NaI1〜3 に対応している。



(a) ADC1



(b) ADC2



(c) ADC3

図 4.2: 各 ADC の生データ。横軸が ADC count、縦軸がイベント数になっている。ADC1〜3 がそれぞれ NaI1〜3 に対応している。

4.2 データの処理

TDC は start 信号が入力されてから stop 信号が入力されるまでの時間に対応した整数値（0 から 4095）を返す。同様に ADC は、入力信号の時間積分（エネルギーに相当する）に対応した整数値を返す。そのため実験で得られたデータを解析するためには、まず得られた TDC count と ADC count を実際の時間とエネルギーに対応させる calibration を行う必要がある。また、今回の実験では NaI シンチレータ 3 つから同時にデータを取得しているため、それぞれの NaI についてデータを選別する必要がある。

4.2.1 TDC calibration

TDC の calibration は、本実験の前に事前に Delay と呼ばれる装置をもちいて行った。本実験において TDC1、TDC2、TDC3 は、4.2.3 にてデータを選択することにのみ用いるため、TDC0 に対してのみ calibration を行った。TDC calibration に用いた回路を図 4.3 に示す。Clock Generator で信号を作り一方を TDC の start、もう片方の信号を Delay で遅らせて TDC0 の stop に入力しその時の TDC0 count を計測した。

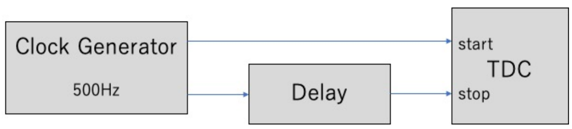


図 4.3: TDC calibration に用いた回路

Delay の値を変えた時の Delay の時間[9]と TDC0 count の値は、図 4.4 のようになった。図 4.4 のように得られたデータを一次関数でフィッティングすることで、TDC0 の count

[9]Delay の時間の確からしさは、測定を行う前にオシロスコープにて目視で確認した。

と時間の関係は次のようになった。ここで、本実験では実際の物理現象の順番と TDC の start、stop が逆になっていることから係数は負とした。また、フィッティングで得られた切片は、導線の長さに依存し、本実験とは導線の長さが異なるため用いなかった。

$$\text{Time [ns]} = -0.2423 \times \text{TDC0count}$$

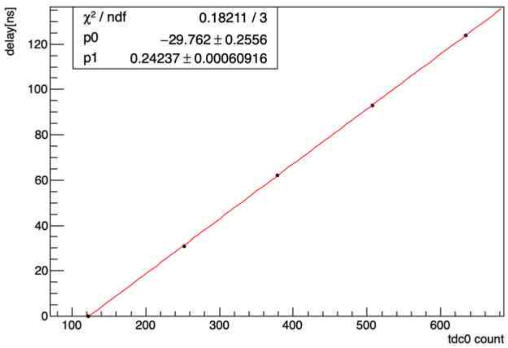
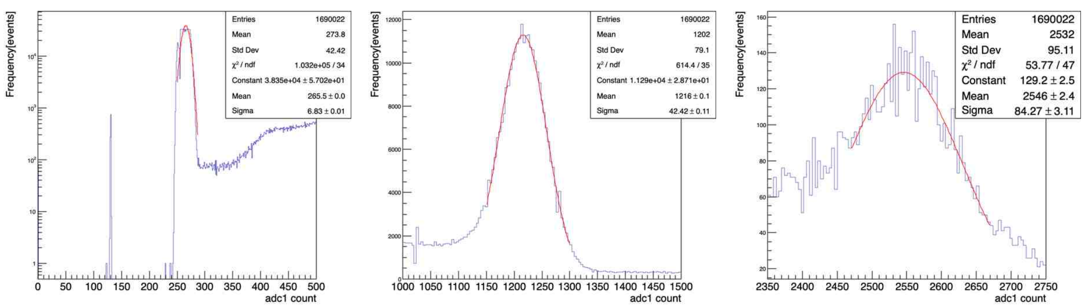


図 4.4: TDC calibration

4.2.2 ADC calibration

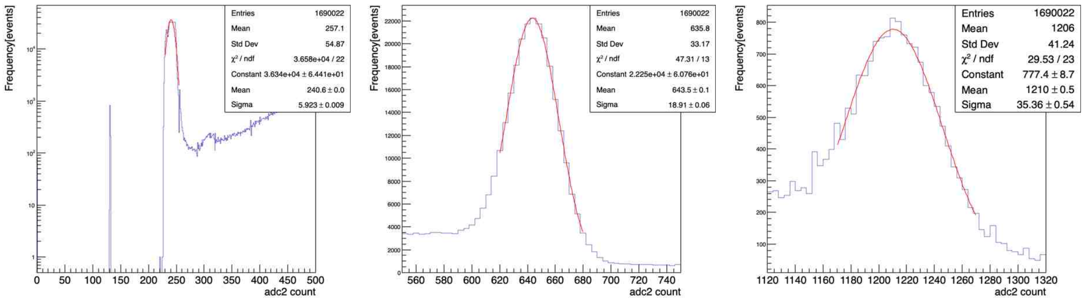
ADC の calibration は、今回の実験で得られたデータを用いて行った。まず、本実験で用いた ^{22}Na 線源から放出される 1275keV と 511keV に対応するピークと 0keV に対応する pedestal[10] ピークを各 ADC の生データから同定し、それぞれガウス関数でフィッティングを行った。図 4.5、図 4.6 と図 4.7 に、それぞれの ADC におけるフィッティングの様子を示す。



(a) pedestal(0keV) ピーク (b) 511keV ピーク (c) 1275keV ピーク

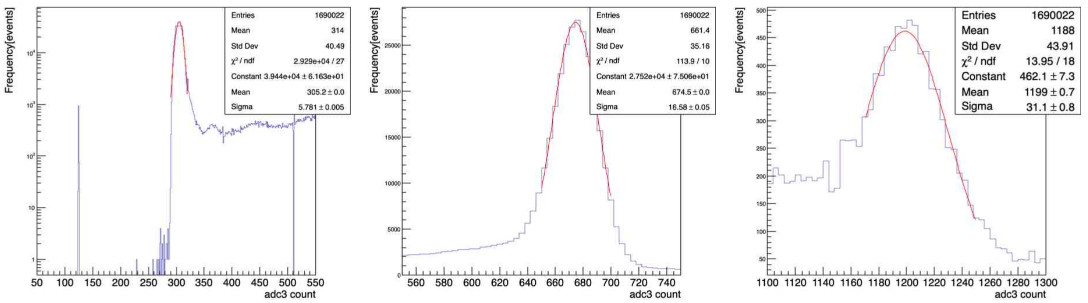
図 4.5: ADC1 各ピークのフィッティング

[10] 検出装置に放射線が入射していない場合でも、暗電流等の影響で ADC は 0 でない値を返す。この値を pedestal と呼び、0keV と対応づけた。



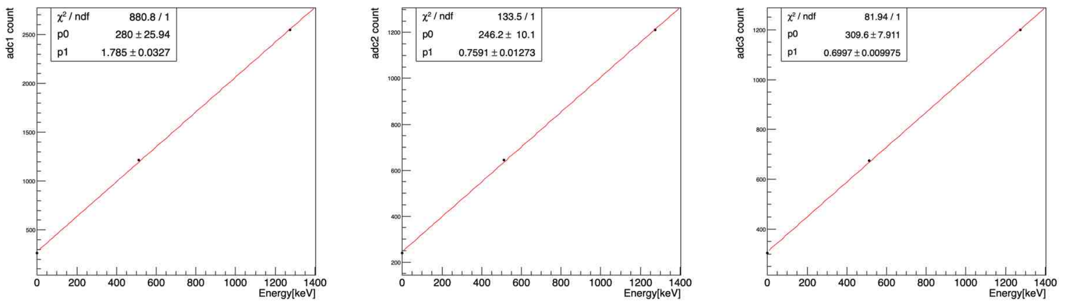
(a) pedestal(0keV) ピーク (b) 511keV ピーク (c) 1275keV ピーク

図 4.6: ADC2 各ピークのフィッティング



(a) pedestal(0keV) ピーク (b) 511keV ピーク (c) 1275keV ピーク

図 4.7: ADC3 各ピークのフィッティング



(a) ADC1 (b) ADC2 (c) ADC3

図 4.8: ADC calibration

次に横軸に図 4.8 のように横軸にエネルギー、縦軸を ADC count として、先程求めたガウス関数の平均値をプロットし、一次関数でフィッティングを行った。その結果、各 NaI シンチレータへ入射した γ 線のエネルギーと ADC count の関係は、次のようになった。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Energy1\ [keV]} &= \frac{\mathrm{ADC1\ count} - 280}{1.785} \\
\mathrm{Energy2\ [keV]} &= \frac{\mathrm{ADC2\ count} - 246.2}{0.7591} \\
\mathrm{Energy3\ [keV]} &= \frac{\mathrm{ADC3\ count} - 309.6}{0.6997}
\end{aligned}
$$

4.2.3 データの抽出

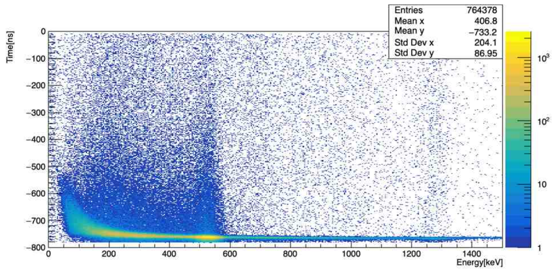
TDC1、TDC2、TDC3 のデータは、データの cut 条件として用いる。解析において用いたいデータは、各 NaI シンチレータがポジトロニウムの崩壊による γ 線を検出した時のものであるが、これまでのデータには、他のシンチレータが検出した時のものなど、それ以外の要因によるものを含んでいる。回路の設計上 NaI シンチレータがポジトロニウムの崩壊による γ 線を検出した時には、それに対応する TDC は一定値を返すはずである。そこで TDC1〜TDC3 の生データ図 4.1(b)〜(d) を目視で確認し、表 4.1 のように cut 条件を定めた。

表 4.1: 各 NaI の TDC による cut 条件

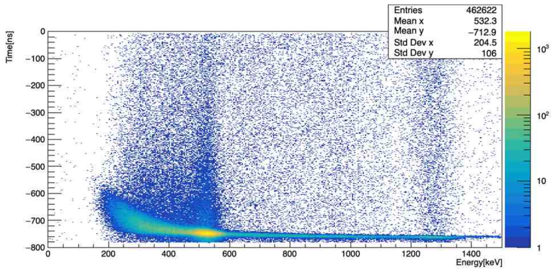
	cut 条件
NaI1	$424 \leq \mathrm{TDC1\ count} < 427$
NaI2	$428 \leq \mathrm{TDC2\ count} < 431$
NaI3	$422 \leq \mathrm{TDC3\ count} < 425$

4.2.4 Time-Energy 分布

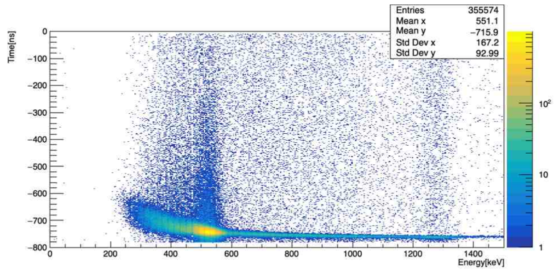
TDC と各 ADC の calibration、データの抽出を行った後の各 NaI シンチレータについての Time-Energy 分布を図 4.9 に示す。



(a) NaI1



(b) NaI2



(c) NaI3

図 4.9: 各 NaI に対する Time-Energy 分布。横軸がエネルギー、縦軸が時間、色の濃さがイベント数を表している。回路全体の遅延を考えずに TDC calibration を行ったため時間がマイナスになっているが, 早い時間帯に多くのイベントがあることが分かる。

4.3 TQ 補正

図 4.9 における早い時間での数多くのイベントは、^{22}Na からの直接 γ 線、パラポジトロニウムの崩壊による 511keV γ 線とそれらの compton 散乱であると考えられる。しかし本来ならほぼ同時刻に起こっているこのイベントが、低エネルギーになるほど遅れて観測されている。これは Discriminator の特性によるものであり、このずれの補正を TQ 補正とよぶ。なおこのイベントがほぼポジトロニウムの生成と同時であるとして[11]、先ほど行わなかった回路の遅延による定数項の補正もここで考えている。

4.3.1 TQ 補正の理論

まず、なぜこのようなずれが生じるのかを説明する。Discriminator は、入力信号の大きさが threshold を超えたときに NIM 信号を出力する。図 4.10 は、同時に Discriminator に到達したエネルギーの異なる 2 つの入力信号を模式的に表したものであるが、エネルギーが小さい信号の方が大きい信号に比べ、threshold に到達するまでの立ち上がりが遅いことがわかる。すなわち入力信号のエネルギーが小さいほど、信号が到達してから Discriminator が出力するまでの時間 ΔT が大きくなる。これが今回補正すべき時間のずれの原因となっている Discriminator の特性である。

[11]理論によればパラポジトロニウムの寿命は 0.1ns ほどなので今回の実験装置では 0ns と区別することができない。

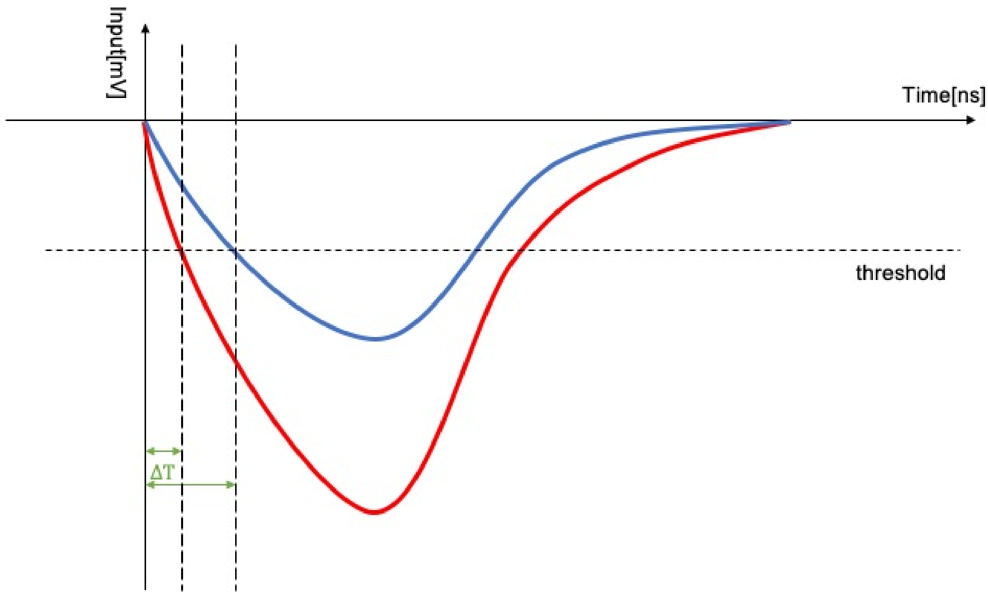


図 4.10: Discriminator の特性による時間のずれ

さて、ΔT が入力信号のエネルギー E に対してどのように変化するかが分かればこのずれを補正できる。そこでまず $\Delta T = \Delta T(E)$ となる関数形を粗い近似によって考える。

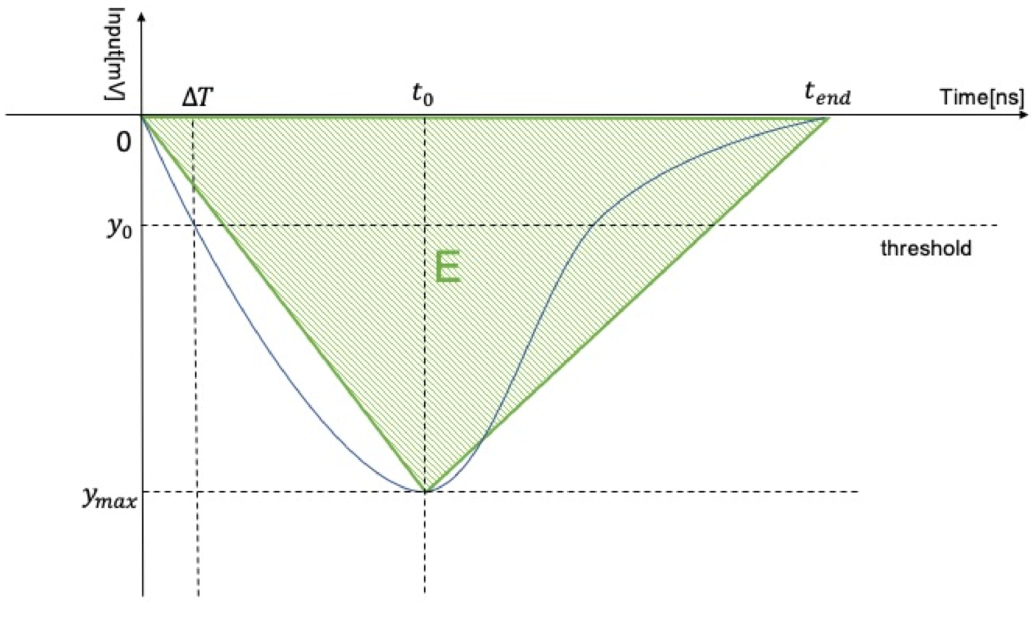


図 4.11: 入力信号の三角形による近似

図 4.11 のように、入力信号を三角形によって近似する。また、図の t_0、t_{end} にあたる、入力信号のピークまでの時間と信号がなくなるまでの時間がエネルギーによらず一定であ

るとする。エネルギー E は三角形の面積なので、

$$E = \frac{t_{end} \times y_{max}}{2}$$

となる。これより信号の遅れ ΔT は、

$$\begin{aligned}\Delta T &= \frac{y_0 \times t_0}{y_{max}} \\ &= \frac{y_0 \times t_0 \times t_{end}}{2E} \\ &\propto \frac{1}{E}\end{aligned}$$

とエネルギーに反比例することが予測される。ただしこれは大雑把な近似を用いたので、実際に使用する TQ 補正関数は、

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3 \tag{4.3.1}$$

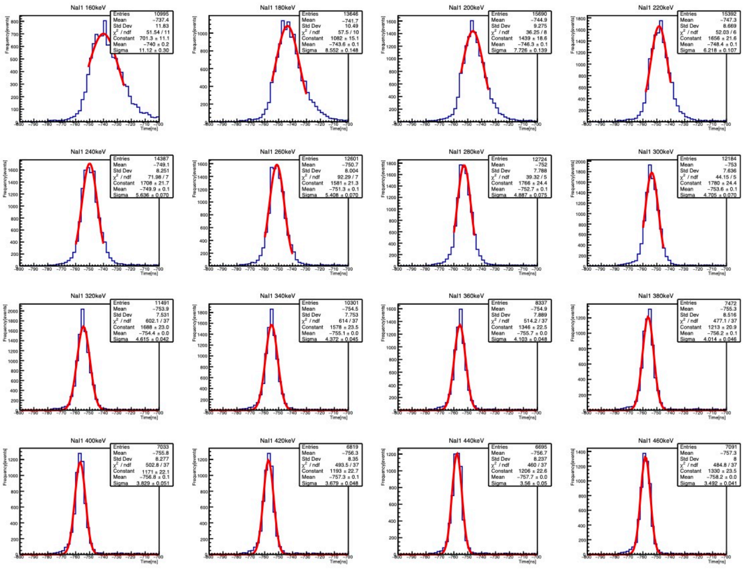
とした。ここで $p_i(i = 0, 1, 2, 3)$ はパラメータであり、実際のデータをフィッティングして決定する。

4.3.2 TQ 補正の実践

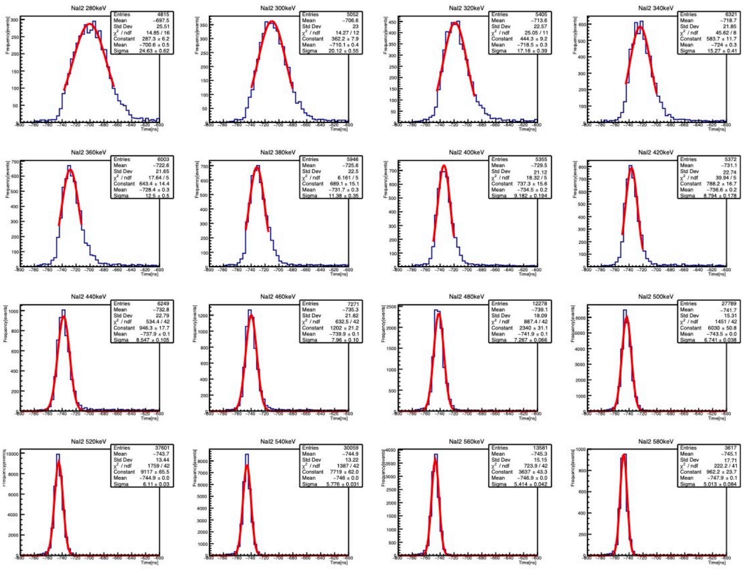
NaI1 のデータに対する具体的な TQ 補正の手順は、以下の通りである：

1. 160keV±5keV の範囲で取り出した Time に関するヒストグラムをガウス関数でフィッティングし、その平均値を 160keV における ΔT の値として採用する。
2. 以降 20keV ごとに 16 点同様の操作をくり返す。
3. 得られた ΔT の値をエネルギーに対してプロットし、TQ 補正関数 (4.3.1) でフィッティングし、$\Delta T(E)$ を決定する。
4. 各エネルギー E に対して Time $-$ $\Delta T(E)$ を新たに Time として用いる。

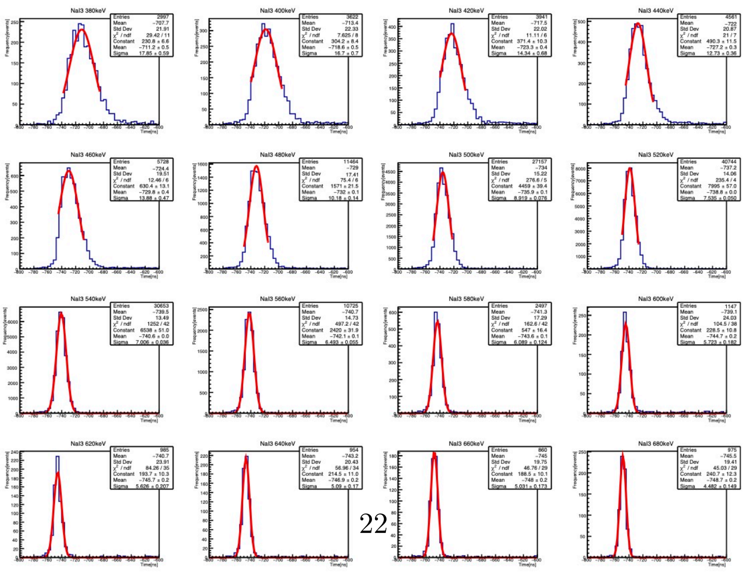
NaI2、NaI3 については、TQ 補正を開始するエネルギーを変えて同様の操作を行った。なおこのエネルギーは、図 4.9 を見て目視で候補を絞ったあと、イベント数がなるべく多くなるように決定した。図 4.12 に step1,2、図 4.13 に step3 の様子を示す。



(a) NaI1

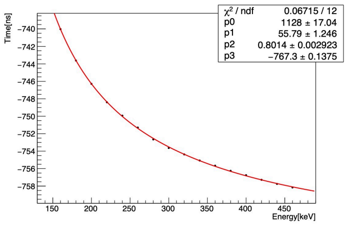


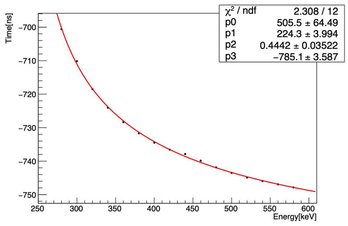
(b) NaI2

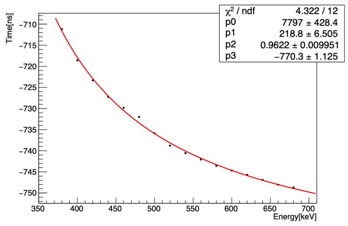


(c) NaI3

図 4.12: 各 NaI に対して ΔT を求めるためのガウスフィッティング



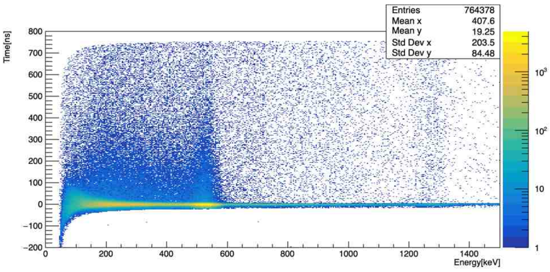




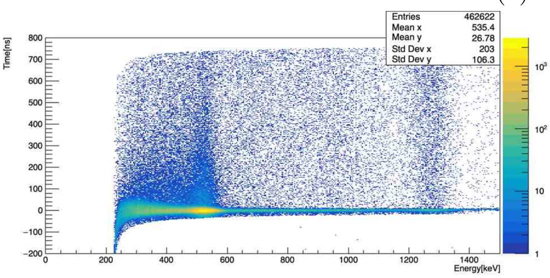
(a) NaI1 (b) NaI2 (c) NaI3

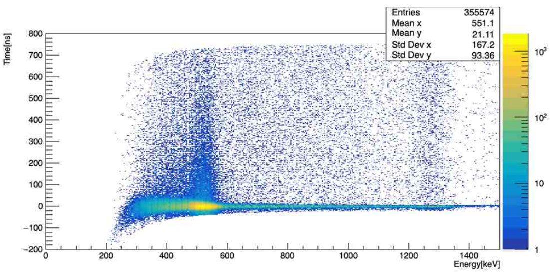
図 4.13: 各 NaI に対する TQ 補正関数によるフィッティング

次に、TQ 補正を行った後の各 NaI シンチレータについての Time-Energy 分布を図 4.14 に示す。図 4.9 と比較すると、確かにエネルギーによる時間のずれがなくなり TQ 補正されていることがわかる。



(a) NaI1





(b) NaI2 (c) NaI3

図 4.14: 各 NaI に対する TQ 補正後の Time-Energy 分布

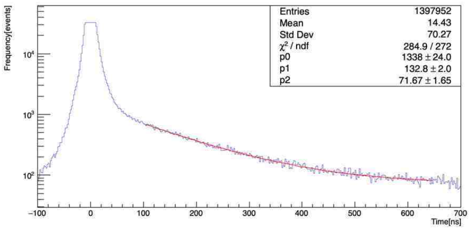
4.3.3 TQ 補正後の寿命

calibration と TQ 補正を行ったデータについて、一度ここからオルソポジトロニウムの寿命を求めることを考える。オルソポジトロニウムの崩壊による γ 線は 511keV 以下のエネルギーを持っているため、エネルギー分解能を考え広めに 600keV 以下のデータを用いた。この条件で取り出したデータの Time に対するイベント数分布を関数、

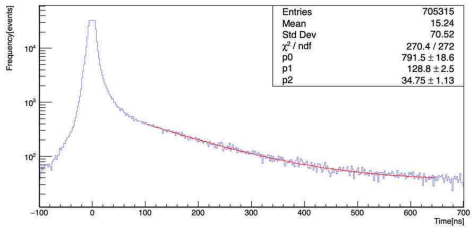
$$p_0 \times \exp(-\frac{\mathrm{Time}}{p_1}) + p_2$$

によってフィッティングした。ただしフィッティング範囲は、下限についてはパラポジトロニウムによる影響を減らすため 100ns、上限はオルソポジトロニウムの寿命が理論値通

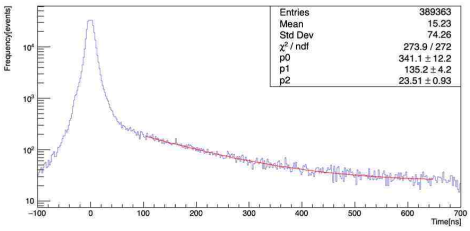
りの場合 99%崩壊している 650ns を選んだ。図 4.15 に各 NaI のデータに対するフィッティングの様子を示す。



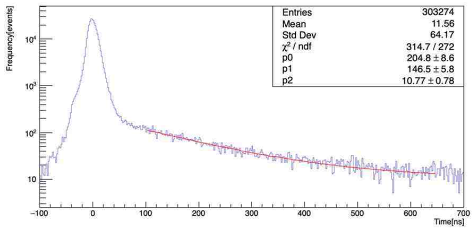
(a) 全データ



(b) NaI1



(c) NaI2



(d) NaI3

図 4.15: 全データと各 NaI に対する寿命フィッティング

このフィッテイングによられたパラメータ p_1 が、本実験で求めたいオルソポジトロニウムの寿命であると考えられる。よって TQ 補正後のオルソポジトロニウムの崩壊寿命は表 4.2 のようになった。

表 4.2: 全データと各 NaI に対する TQ 補正後の寿命

	寿命 [ns]
NaI1	128.8± 2.5
NaI2	135.2± 4.2
NaI3	146.5± 5.8
全データ	132.8± 2.0

第5章　Pick-off補正

5.1　Pick-off 反応

理論のところで触れたように、o-Ps の崩壊反応では通常 3γ が放出される。しかし以下の反応により 2γ が放出される場合もある。

Pick-Off 反応 o-Ps 中の陽電子が周りの原子の持つ電子と対消滅を起こす

スピン交換反応 物質を構成する分子が不対電子を持つときに、その電子と o-Ps の電子がスピンを入れ替えることによって p-Ps となり、その崩壊が起こる

化学反応 o-Ps が酸化されて電子が奪われ残った陽電子が他の電子と対消滅する

以下ではこれらをまとめて Pick-Off 反応と呼ぶことにする。これらの反応のために、前章のように単に p-Ps の崩壊後の反応数から寿命を計算するだけでは正確な o-Ps の寿命にはならないことが考えられる。したがってこの章ではこれら Pick-Off 反応の影響を取り除くこと（以下これを Pick-Off 補正と呼ぶ）を考える。

5.2　o-Ps 崩壊のイベント数

まずエネルギーが 511 keV 付近以下の光子を検出された時間とそれが持つエネルギーによって、どの反応によって放出されたものか分類する。p-Ps の寿命は理論の章にもあったように約 124 ps であり、TDC の時間分解能ではほぼ全てがポジトロニウム発生時すなわち $t = 0$ s 付近で崩壊することになる。またその崩壊はほとんどが 2γ への崩壊であり、そのとき最大の光子のエネルギーは 511 keV となる。またこの光子は Compton 散乱を起こすこともあるため、511 keV 未満ではそれが検出される。このときももちろん o-Ps の崩壊は起きているが、p-Ps の崩壊のほうが優位でありここでは $t = 0$ s では全てを p-Ps によるものとみなすことにする。このように考えれば $t > 0$ s ではもう p-Ps はほぼ残っておらず、ほとんどが o-Ps によるものと考えられる。この中で 511keV 付近のものは Pick-Off 反応で発生した 2γ が Compton 散乱を起こさずに検出されたものであり、511 keV 未満のものは Pick-Off 反応の後に Compton 散乱を起こしたものと、本来考えたい o-Ps の崩壊の両方が検出されたものと考えることができる。以上の考察を TQ 補正後の Time-Energy ヒストグラムに記したのが図 5.1 である。ここでそれぞれの数字は

① p-Ps の 2γ への崩壊

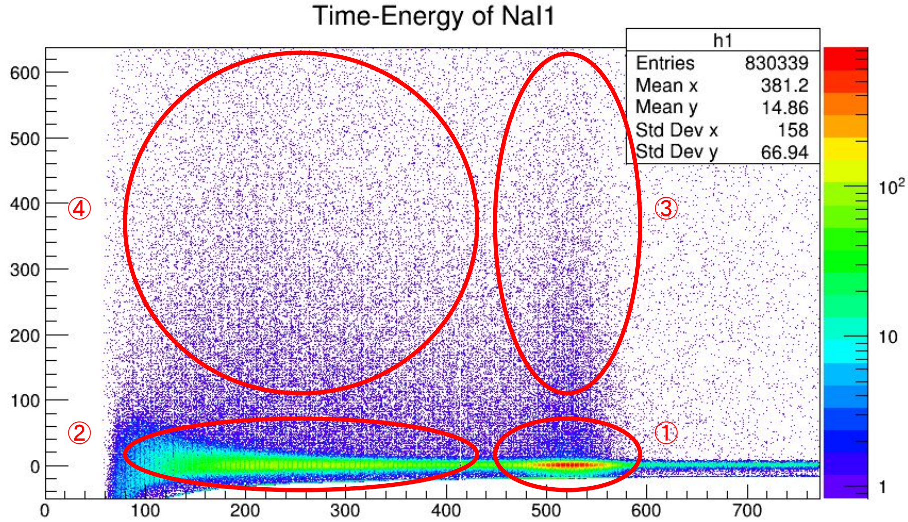


図 5.1: TQ 補正後の Time-Energy ヒストグラムを反応の種類ごとに分類したもの

② ①の Compton 散乱

③ Pick-Off 反応

④ o-Ps の 3γ への崩壊と③の Compton 散乱

を表している。

したがって o-Ps の崩壊のみのイベント数を取り出すには、④から③の Compton 散乱によるイベントを取り除けば良いことになる。これはそのままでは実行できないので、ここで 511 keV のエネルギーをそのまま持って検出されるイベントと、Compton 散乱を起こしてそれよりも低いエネルギーで検出されるイベントの割合が常に一定であると仮定することにする。そうすれば Compton 散乱の影響を取り除くことができて、結局 o-Ps の 3γ への崩壊数は

$$④ - \frac{②}{①} \times ③$$

と計算できることになる。これらのことを踏まえて o-Ps の寿命を求める。

5.3 o-Ps の Pick-Off 反応を踏まえた寿命

まず一般的な粒子の崩壊について考える。粒子の崩壊では単位時間あたりの崩壊数が粒子数に比例するため、その崩壊幅と呼ばれる比例係数を Γ、時刻 t での粒子数を $N(t)$ とすると

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\Gamma N(t) \tag{5.3.1}$$

が成り立つ。またここから粒子の寿命 τ は $\tau = 1/\Gamma$ と定義される。

これを今回の実験に照らして考えると、$-\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ が検出されたイベント数を表しているが、これには先に述べたように Pick-Off 反応による崩壊もカウントされている。つまり Γ には Pick-Off 反応による 2γ への崩壊幅 $\Gamma_{2\gamma}$ と o-Ps の 3γ への崩壊幅 $\Gamma_{3\gamma}$ との両方が含まれていると考えられる。この $\Gamma_{2\gamma}$ については Pick-Off 反応によるものでありその時間依存性は不明だが、$\Gamma_{3\gamma}$ については o-Ps の寿命であり定数であると考えられる。そこで式 (5.3.1) を

$$-\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = N_{2\gamma}(t) + N_{3\gamma}(t) = (\Gamma_{2\gamma} + \Gamma_{3\gamma})N(t) = \Gamma_{3\gamma}(1 + f(t))N(t) \tag{5.3.2}$$

と書き換える。ここで $N_{2\gamma}(t)$、$N_{3\gamma}(t)$ はそれぞれ、時刻 t に 2γ、3γ へと崩壊した粒子数、すなわちこの実験では時刻 t で検出されたそれぞれの崩壊のイベント数を表し、$f(t)$ は $\Gamma_{2\gamma}/\Gamma_{3\gamma}$ を表す（以下これを Pick-Off 補正関数と呼ぶ）。この崩壊の表式は 2γ、3γ それぞれのものへと分解できると考えられるから、最終的にこれは

$$N_{2\gamma}(t) = \Gamma_{2\gamma}N(t)$$
$$N_{3\gamma}(t) = \Gamma_{3\gamma}N(t)$$

とできる。そうすれば

$$f(t) = \frac{\Gamma_{2\gamma}}{\Gamma_{3\gamma}} = \frac{N_{2\gamma}(t)}{N_{3\gamma}(t)}$$

と書けるが、これは前節の考察を踏まえてエネルギーで分けたイベント数から求めることができる。

$N_{\mathrm{all}}(t)$ 時刻 t での 511 keV 以下のイベント数

$N_{511}(t)$ 時刻 t での 511 keV ピークのイベント数

N_{under511} 時刻 t での 511 keV 未満のイベント数

以上のように記号を導入すれば、$N_{2\gamma}$、$N_{3\gamma}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned}
N_{2\gamma}(t) &= N_{511}(t) + \frac{N_{\mathrm{under511}}(0)}{N_{511}(0)}N_{511}(t) \\
&= \frac{N_{\mathrm{all}}(0)}{N_{511}(0)}N_{511}(t) \\
N_{3\gamma}(t) &= N_{\mathrm{under511}}(t) - \frac{N_{\mathrm{under511}}(0)}{N_{511}(0)}N_{511}(t) \\
&= N_{\mathrm{all}}(t) - N_{2\gamma}(t) \\
&= N_{\mathrm{all}}(t) - \frac{N_{\mathrm{all}}(0)}{N_{511}(0)}N_{511}(t)
\end{aligned}$$

と書き直せ、ここから $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{N_{\mathrm{all}}(0)N_{511}(t)}{N_{\mathrm{all}}(t)N_{511}(0) - N_{\mathrm{all}}(0)N_{511}(t)} \tag{5.3.3}$$

と書ける。

したがって実験のデータからフィッティングによって $f(t)$ を求めることができれば、$\tau_{\mathrm{o}} = 1/\Gamma_{3\gamma}$ を用いて式 (5.3.2) を解いた

$$N(t) = N(0)\exp\left[-\frac{1}{\tau_{\mathrm{o}}}\left(t + \int_0^t f(t')\mathrm{d}t'\right)\right]$$

から

$$N_{\mathrm{all}}(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{N(0)}{\tau_{\mathrm{o}}}\left[1 + f(t)\right]\exp\left[-\frac{1}{\tau_{\mathrm{o}}}\left(t + \int_0^t f(t')\mathrm{d}t'\right)\right] \tag{5.3.4}$$

に検出されたイベント数をフィッティングさせることで Pick-Off 補正をかけた o-Ps の寿命を求めることができる。

5.4 Pick-Off 補正の実践

ここまでは全ての時刻に依存した物理量はある時刻 t での値を指していたが、実験データと関連付ける場合にはある程度の幅を持たせる必要がある。そのためそれらの量はある幅 Δt だけ幅を持つ、すなわち $t \pm \Delta t$ の間で検出されたイベント数を指し、また中心点 t に関しても、0 s と 150 ns から 500 ns まで 50 ns 刻みの代表点のみを取り出した。[1]

5.4.1 Pick-Off 補正関数のフィッティング

前節で $f(t)$ をフィッティングによって求めると述べたが、フィッティングを実行するためには関数形を定めなければならない。これは例年に倣って

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2$$

とした。[2]これを実行するためには (5.3.3) を見れば分かるように、511 keV 以下の総イベント数と 511 keV ピークのイベント数が必要になる。そこでフィッティング補正関数が期待される形になるように様々な方法を試したが、成功した方法は 1 つもなかった。[3]つまり本実験では Pick-Off 補正をうまく行えないという結果に終わった。そこで試したもののうちいくつかを紹介して終わることにする。

まず $\Delta t = 5$ ns とし、ピークのイベント数をガウシアンフィッティングにより求めた。このときガウシアンフィッティングの範囲は、ガウシアンが期待された形になるように手で選んだ。それを NaI1 に行ったものが図 5.2 である。同じことを NaI2、NaI3 にも行い、それらをプロットしたものが図 5.3 である。

次に同じことを $\Delta t = 25$ ns として行ったものが図 5.4、図 5.5 である。

このようにガウシアンのピークを用いても全く有効でなかったため、次に 511 keV 周りの総イベント数をピークのイベント数として扱って考えて同じことを行った（例えば図 5.6

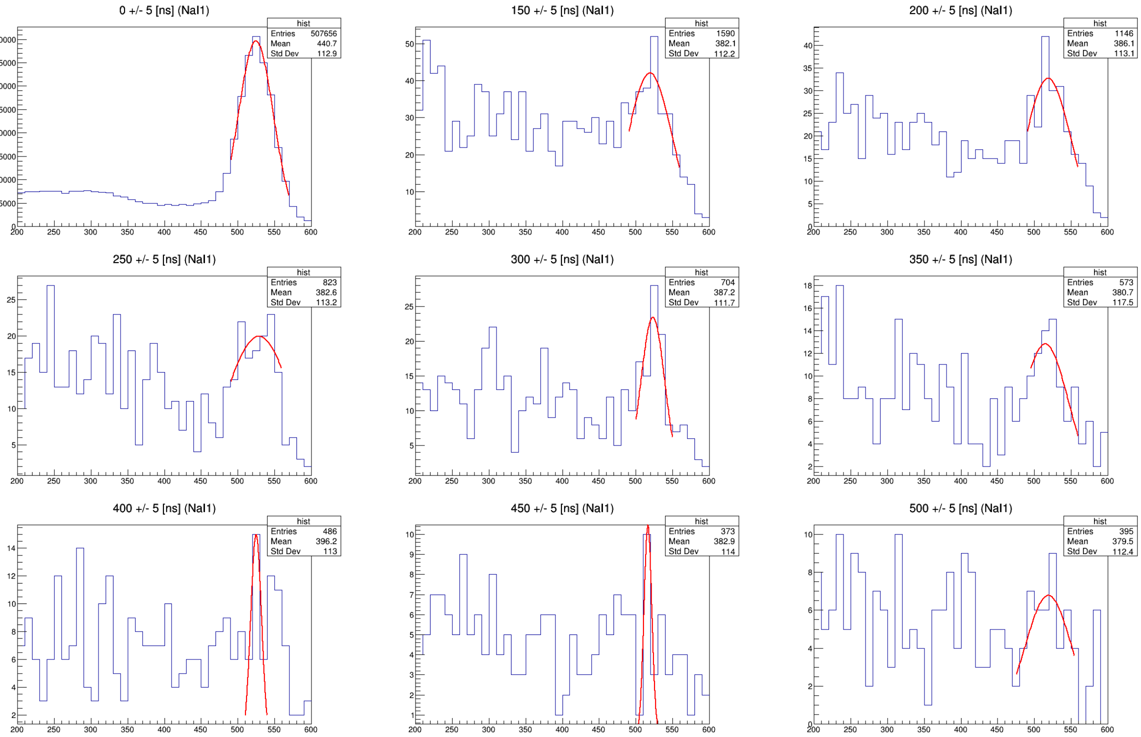


図 5.2: $\Delta t = 5$ ns のときのガウシアンフィッティング（NaI1）

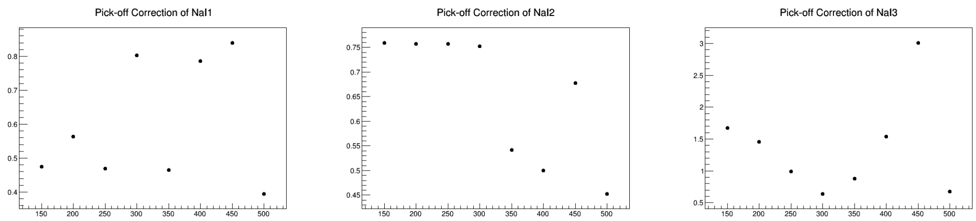


図 5.3: $\Delta t = 5$ ns のときのガウシアンピークによる補正関数プロット

のオレンジ線内部の総イベント数)。その $\Delta t = 5$ ns のときの結果が図 5.7、$\Delta t = 25$ ns のときの結果が図 5.8 である。

5.5　改善点

ここでの話は前節までの議論で伝搬してきた誤差の影響を全て無視して行ってしまった。本来はその誤差を含めて議論をすべきであり、そのようにすればエラーバー内を f が通る

[1] $t = 0$ s だけはその瞬間に求めたい反応がほとんど起こるため、$\Delta t = 1$ ns と一定にした。

[2] ここでの関数形は (5.3.4) において積分されるため、解析的に積分できる関数であることが望ましい。また [18] によれば単調減少で正数に漸近するものである必要がある。

[3] 単調減少をしているように全く見えない、もしくは漸近先が正数に見えないというようなグラフになっており、補正関数の形を変えても解決しないほどであった。

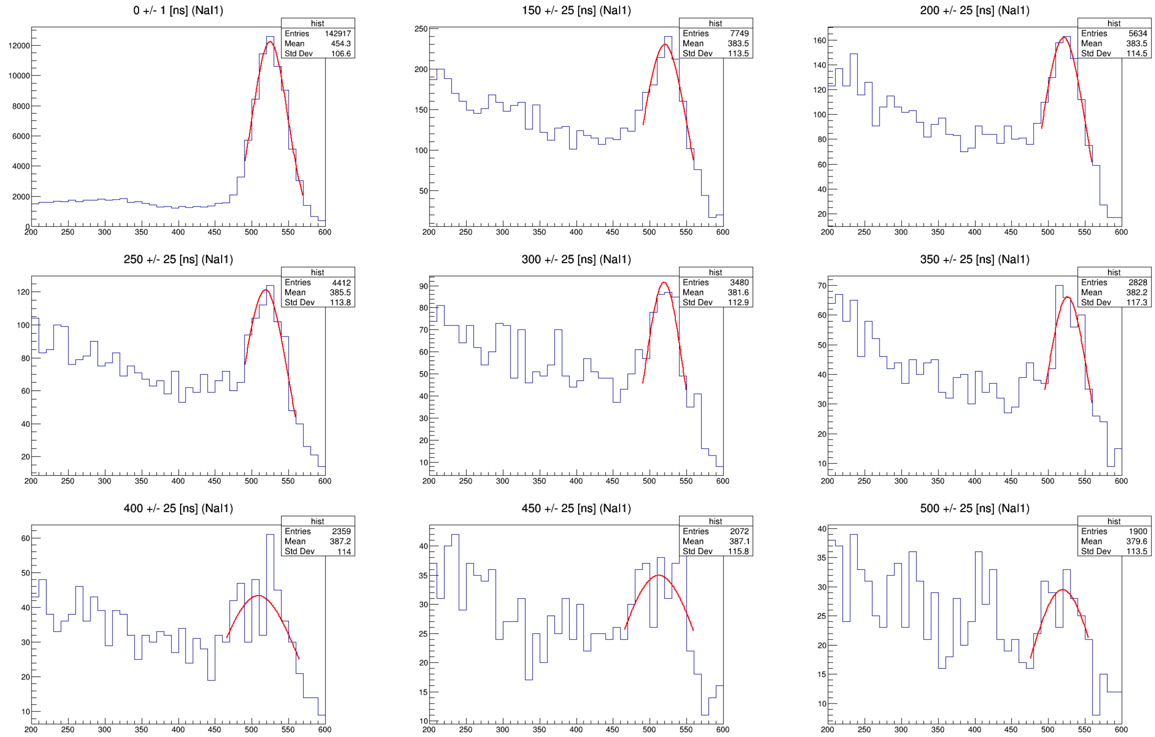


図 5.4: $\Delta t = 25$ ns のときのガウシアンフィッティング（NaI1）

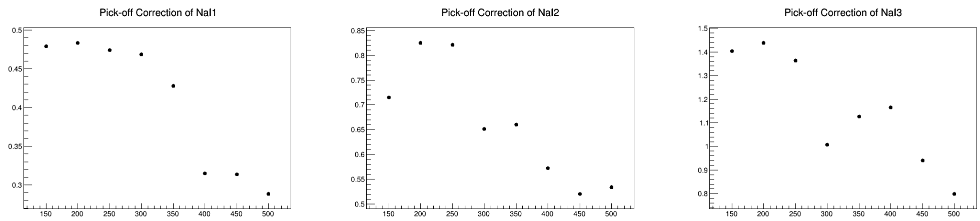


図 5.5: $\Delta t = 25$ ns のときのガウシアンピークによる補正関数プロット

ように上手くフィッティングできたかもしれない。そこを改善すればもう少し良い結果を得られたのではないかと考えられる。

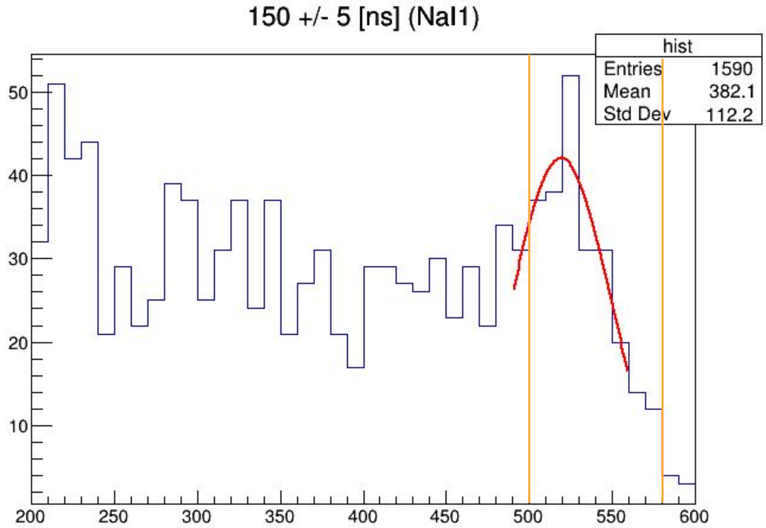


図 5.6: 511 keV ピークのイベント数の取り出し範囲

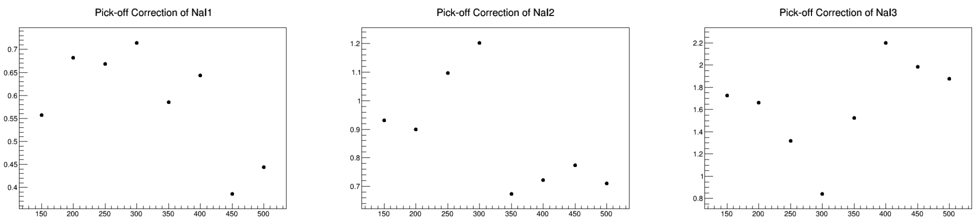


図 5.7: $\Delta t = 5$ ns のときのイベント総数による補正関数プロット

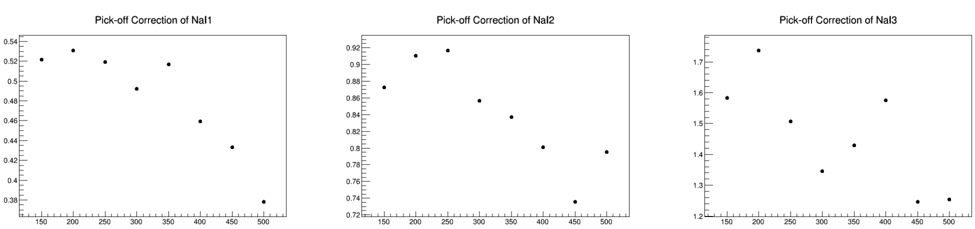


図 5.8: $\Delta t = 25$ ns のときのイベント総数による補正関数プロット

第6章　考察

6.1　誤差の評価

ここまでで得られている誤差は寿命 fitting での誤差 σ_{fit} のみであるが、これに加えて各 fitting での系統誤差を考慮する必要がある。

6.1.1　誤差伝搬の法則

パラメータ p_i、誤差 δp_i の fitting 関数 $U(x)$ の誤差 $\delta U(x)$ は、各パラメータが独立であると仮定すると、

$$\delta U(x) = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial U}{\partial p_i} \delta p_i \right)^2} \tag{6.1.1}$$

で与えられる。これより $U_\pm \equiv U \pm \delta U$ を用いて寿命 fitting しなおし、その時の寿命を $\tau_\pm$ とすると、fitting 関数 σ_{U} での誤差を、

$$\sigma_{\mathrm{U}} = \max\{|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|\} \tag{6.1.2}$$

で定義する。

6.1.2　TDC キャリブレーションでの誤差

TDC のカウント数を x とすれば、TDC キャリブレーションの fitting 関数は $T(x)$ は、

$$T(x) = ax \tag{6.1.3}$$

であるので、その誤差 $\delta T(x)$ は、

$$\delta T(x) = \delta a x \tag{6.1.4}$$

となる。$T \pm \delta T$ を用いて TQ 補正、寿命 fitting を行った。パラメータとその誤差が表 6.1、表 6.2 である。

表 6.1: TDC キャリブレーションのパラメータとその誤差

a	δa
-0.2423	0.000609

表 6.2: TDC キャリブレーションでの誤差 [ns]

	τ_+	τ	τ_-	σ_{TDC}
NaI1	123.6	128.8	128.4	5.2
NaI2	135.6	135.2	134.7	0.5
NaI3	142.4	146.5	144.6	4.1
全データ	129.3	132.8	132.2	3.5

6.1.3 TQ 補正

TQ 補正の fitting 関数 $\Delta T(E)$ は、

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E-p_1)^{p_2}} + p_3 \tag{6.1.5}$$

であるので、その誤差 $\delta\Delta T(E)$ は、

$$\delta\Delta T(E) = \sqrt{\left\{\frac{1}{(E-p_1)^{p_2}}\delta p_0\right\}^2 + \left\{\frac{p_0 p_2}{(E-p_1)^{p_2+1}}\delta p_1\right\}^2 + \left\{-\frac{p_0\ln(E-p_1)}{(E-p_1)^{p_2}}\delta p_2\right\}^2 + (\delta p_3)^2} \tag{6.1.6}$$

である。$\Delta T \pm \delta\Delta T$ を用いて寿命 fitting を行った。各パラメータとその誤差は表 6.3、結果は表 6.4 である。

表 6.3: TQ 補正のパラメータとその誤差

	p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
NaI1	1128	17.0	55.79	1.25	0.8014	0.00292	-767.3	0.138
NaI2	505.5	64.5	22.4	3.99	0.4442	0.0352	-785.1	3.587
NaI3	7797	428	218.8	6.51	0.9622	0.00995	-770.3	1.13

表 6.4: TQ 補正での誤差 [ns]

	τ_+	τ	τ_-	σ_{TQ}
NaI1	128.6	128.8	129.1	0.3
NaI2	131.9	135.2	136.1	3.3
NaI3	143.7	146.5	144.8	2.8
全データ	131.8	132.8	132.9	1.0

6.1.4 系統誤差のまとめ

以上から各 fitting での誤差をまとめた系統誤差 σ_{total} を、

$$\sigma_{\mathrm{total}} = \sqrt{(\sigma_{\mathrm{TDC}})^2 + (\sigma_{\mathrm{TQ}})^2 + (\sigma_{\mathrm{fit}})^2} \tag{6.1.7}$$

と定義する。結果は表 6.5 である。

表 6.5: 各 fitting での誤差とそれらをまとめた系統誤差 [ns]

	σ_{TDC}	σ_{TQ}	σ_{fit}	σ_{total}
NaI1	5.2	0.3	2.5	5.8
NaI2	0.5	3.3	2.5	5.8
NaI3	4.1	2.8	5.8	7.6
全データ	3.5	1.0	2.0	4.2

以上より今回得られたオルソポジトロニウムの誤差まで含めた寿命は表 6.6 である。

表 6.6: 今回得られたオルソポジトロニウムの寿命

	寿命 [ns]
NaI1	128.8 ± 5.8
NaI2	135.2 ± 5.4
NaI3	146.5 ± 7.6
全データ	132 ± 4.2

NaI3 を除いた結果はいずれも理論値である 142ns よりも小さいものになっている。これは Pick-off 補正が行えず、Pick-off 反応による見かけの寿命を小さくする効果によるものと考えられる。NaI3 の結果は理論値と誤差 1σ の範囲で一致してはいるが、後述する理由によりその信頼性は非常に低いものであると言える。

6.2 考察

今回は例年とは異なり、Pick-off 補正が正しく行えなかった。その理由を考察する中で今回のデータ品質やデータ処理に問題がなかったのを検証していく。Pick-off 補正が行えなかった理由として以下の 4 つが考えられる。

1. データの総量が少なすぎる
2. NaI シンチレータの性能が低下している
3. バックグラウンドノイズが存在している

4. そもそも Pick-off 反応が少なかった

なお今回の実験では比較実験を行う時間がなかったため、主に過去の A2 のデータとの比較によって議論する。

6.2.1 データの総量について

表 6.7: 過去の A2 のイベント数 [万] と P.S. を挟む穴あき鉛ブロックの有無

年度	日数	総イベント数	T-E 分布の entry 数	寿命 fit の entry 数	鉛ブロックの有無
今回	30	170	40〜70	30〜70	有
2019 後期	15	153	43	8.5	無
2019 前期	20	138	129	30	無
2018 後期	21	5000	500	500	無
2018 前期		2000	650	200	無
2017 後期	11	848	440	250	無
2017 前期		1500	700	400	無
2016 後期	4	1000	320	230	無
2016 前期			200	110	無
2015 後期	54	260	70	70	有
2015 前期		2400	660	500	有
2014 後期	20	1500	500	470	有
2014 前期	14	180	40	40	有

表 6.7 は過去の実験の総イベント数をまとめたものである。なお例年 NaI シンチレータは複数台使用しているため、表の entry 数は最も多いものを取っている。今回は昨年度とは総イベント数自体はあまり変わっていないが、昨年度も今回同様 pick-off 補正に苦戦していた。逆に 2018 年度以前では総イベント数がほぼ 1000 万以上あり、Pick-off 補正も比較的上手く行えていた。これよりデータ量の不足は今実験において一番の問題であると言える。このイベント数の不足は、後述するように P.S. を挟んで穴あき鉛ブロックを配置したことも一因ではあるが、年々イベントレートが減少していることから、線源の劣化によるものである可能性が非常に高い。

6.2.2 NaI シンチレーターの性能について

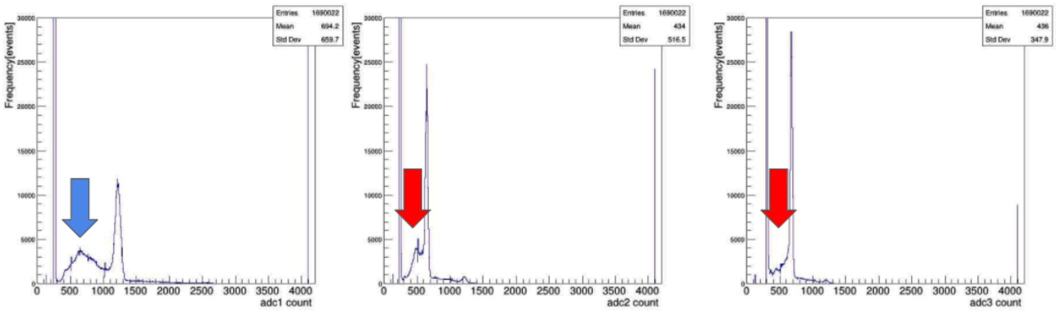


図 6.1: NaI1〜3 の生データ

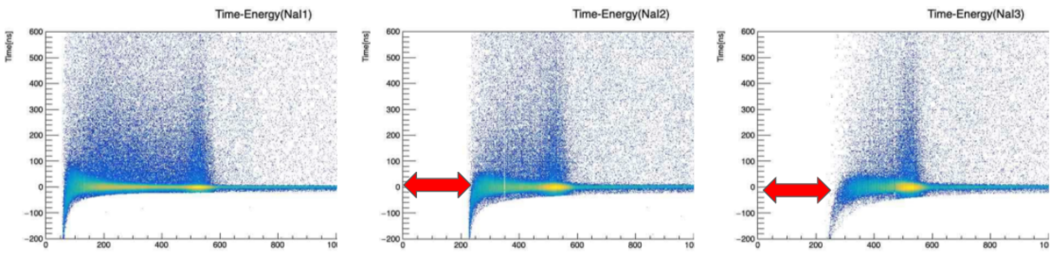


図 6.2: NaI1〜3 の Time-Energy 分布

図 6.1 は今回の NaI1〜3 の生データ、図 6.2 はそれぞれの Time-Energy 分布である。図 6.1 に矢印で示したように NaI1 では見えている 511kev の γ 線によるコンプトン散乱が、NaI2,3 では見にくくなっている。このことから NaI2,3 はエネルギーの変換効率が NaI1 に比べて悪い可能性がある。このために図 6.2 に示すように NaI2,3 は低エネルギー領域のイベント数が非常に少ない。このことによって Pick-off 反応で生じた γ 線のコンプトン散乱を測定できずに、Pick-off 補正が正しく行えなかった可能性がある。今回は各 NaI に加える電圧を 1200V で統一していたが、この結果から NaI2,3 についてはより大きな電圧を加えることで改善すると考えられる。またこれから NaI3 での寿命の値が誤差の範囲で理論値に一致しているが、その信頼性は非常に低いと言える。しかしそもそも NaI1 でも Pick-off 補正はうまく行えていないためこの NaI シンチレータの変換効率が悪いことでは説明できない。

6.2.3 バックグラウンドノイズについて

今回の実験で考えられるバックグラウンドノイズは宇宙線、環境放射線、そして 1275keV の線源からの直接 γ 線である。宇宙線と環境放射線については装置全体を鉛ブロックで囲んだこと、P.S. と NaI で coinsidence を取っていることから影響は小さいと考えられる。そこで直接 γ 線について考える。

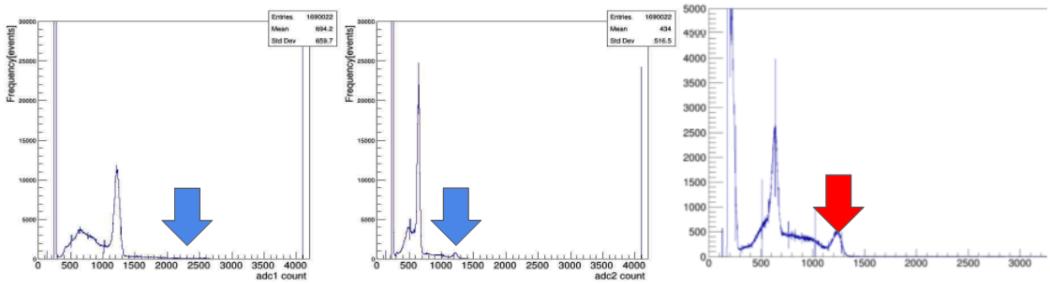


図 6.3: 今回の NaI1,2,2019 年度の NaI の生データ

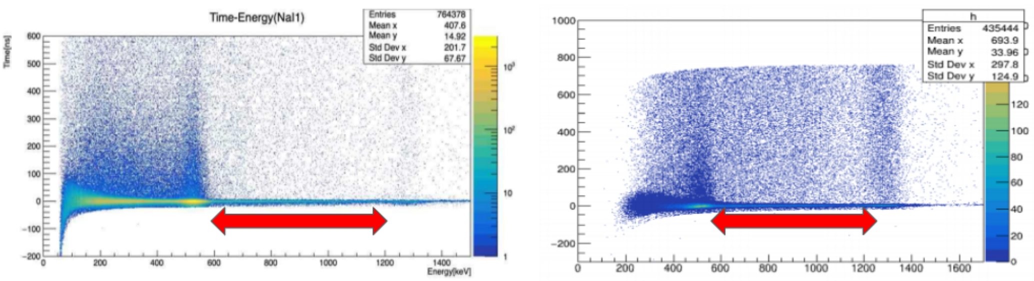


図 6.4: Time-Energy 分布 (左:今回の NaI1, 右:2019 年度)

図 6.3 は左から今回の NaI1,2、そして参考として載せた総イベント数が今回とほぼ等しい 2019 年度の NaI の生データ、図 6.4 は今回の NaI1 と 2019 年度の NaI の Time-Energy 分布である。図 6.3 矢印で指しているように線源からの直接 γ 線のピークが例年に比べて非常に小さいことがわかる。この原因として考えられるのは例年と異なり、セットアップにおいて P.S. を挟むように穴あき鉛ブロックを配置した事である。これによって直接 γ 線の進入経路を大きく制限し、NaI で検出されるものが少なくなったと考えられる。つまり直接 γ 線によるコンプトン散乱というノイズを例年と比べて大きく抑制できたといえる。これは図 6.4 において 511keV 以上の高エネルギーイベントが例年に比べて非常に少ないことや、表 6.7　で例年は T-E 分布から寿命 fitting で大きくイベント数が減っていることからも明らかである。これは寿命 fitting の精度の向上に大きく貢献したと考えられ、例年に比べて寿命 fitting の誤差が小さい事が説明できる。2015 年度以前は今回と同じようなセットアップになっていて、似た Time-Energy 分布になっている。なぜセットアップが変更されたのかは不明だが、今回の結果から P.S. を穴あき鉛ブロックで挟むことは非常に有効であると言える。以上より何らかのバックグラウンドノイズが原因で Pick-off 補正が上手く行えなかった可能性は低いと考えられる。

6.2.4　Pick-off 反応のイベント数について

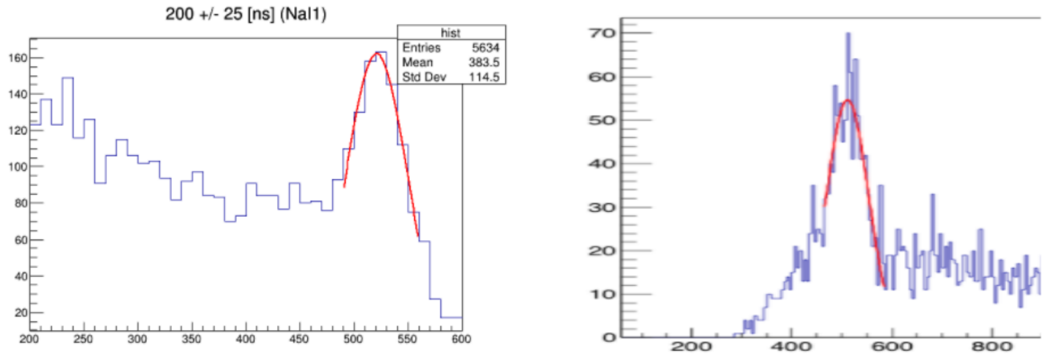


図 6.5: 200 ± 25ns でカットしたエネルギーヒストグラム (左:NaI1、右:2019 年度後期)

図 6.5 は今回の 200 ± 25ns の NaI1 と 2019 年度後期の同じ時間でカットされたエネルギーのヒストグラムである。これから分かるように今回は例年と比べて Pick-off 反応由来の 511keV のピークがそれ未満のイベント数に比べて小さいことが分かる。この現象は時間が遅くなるほど顕著である。前節で述べたようにノイズは大きくカット出来ているはずだから、511keV 未満のイベントはほぼオルト、もしくはパラポジトロニウムによるものである。また例年は T-Q 補正時点では寿命が理論値よりも 80〜100ns 程とかなり小さいのに対し今回は T-Q 補正時点で理論値にかなり近いこと、寿命 fitting の範囲を変えても寿命の値は ±10ns 程しか変化しない事 (範囲によって 50〜200ns 変化する年度もあった) などから、生データや解析自体には問題がなく例年に比べて Pick-off 反応を十分抑制出来ていた可能性がある。特に fitting 範囲を変えても寿命の値の変化が少ないことは単一の現象を取り出せていることを示唆している。このことから総イベント数や寿命 fitting でのエントリー数は例年に比べて極端に少ないわけではないにもかかわらず、Pick-off 補正が上手く行えなかった可能性がある。ただこれはすべて例年との比較でしかないことに注意が必要である。511keV のピーク自体は 400ns ぐらいまではおぼろげながら見えていることから、Pick-off 反応を完全に抑制出来てはおらず、寿命の値が NaI1,2 で理論値よりも小さくなってしまったと考えられる。

6.2.5　Pick-off 補正が行えなかった理由についてのまとめ

以上の議論から Pick-off 補正が行えなかった原因を可能性の高い順に並べると、

- データの総量が少なすぎる
- そもそも Pick-off 反応が少なかった
- NaI シンチレータの性能が低下している
- バックグラウンドノイズが存在している

となる。

第7章　結論

7.1　結論

線源の劣化によりデータ量が少なく Pick-off 補正は行えなかったが、例年と比べてバックグラウンドノイズや Pick-off 補正を抑制でき、128.8 ± 5.8,135.2 ± 5.4,132.8 ± 4.3ns と QED を部分的にだが肯定しうる結果を得た。ただし比較実験が行えず過去のデータとの比較に考察を頼っているため、Pick-off 補正を失敗した理由についての考察の余地はあると考えられる。

7.2　今後の展望

まず発表会で指摘されたように、TQ 補正や Pick-off 補正のプロットなどでエラーバーを用いなかったことなど、誤差について丁寧に取り扱うべきであった点は反省すべき点である。今後の年度では Pick-off 補正を上手く行うためにはイベント数を 2018 年度以前の 1000 万程度取る必要があると考えられる。ここ 1,2 年は毎回データ量の確保のために長期間実験を行ったり、それによって比較実験をする時間がなかったりなどしている。そのためそろそろ新しい線源を用意する必要があるのかもしれないと、一実験参加者として感じた。

謝辞

今回の実験を進めるにあたり、半年間丁寧に指導、助言してくださった木河達也さん、また実験、解析にお付き合いくださり、様々な場面で手助けくださった TA の森正光さん、吉村宣倖さんに感謝申し上げます。

参考文献

[1] 過去の A2 のレポート、発表資料.
`https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html`

[2] M. Deutsch, Phys. Rev. **83**, 866(1951).

[3] D.W. Gidley and P.W. Zitzewitz, Phys. Lett. A**69**, 97(1978).

[4] A. Ore and J.L. Powell, Phys.Rev. **75**, 1696(1949); W.E. Caswell, *et al.*,Phys. Rev. Lett. **38**, 488(1977); G. S. Adkins, *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 3333 & 7774(1992).

[5] 浅井祥仁, 折戸周治:日本物理学会誌 **49**, 217(1994).
`https://www.jstage.jst.go.jp/article/butsuri1946/49/3/49_3_217/_pdf/-char/ja`

[6] O. Jinnouchi, S. Asai, and T. Kobayashi, Phys. Lett. B**572**, 117(2003).

[7] C. Itzykson and J.B. Zuber, *Quantum Field Theory*, 1st ed. (Dover, 2005).

[8] W.E. Caswell and G.P. Lepage, Phys. Rev. A**18**, 810(1978).

[9] G.S. Adkins, Annals Phys. **146**, 78(1983).

[10] 2016 年前期 A2 レポート.
`https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html`

[11] 2014 年 P1 レポート.
`https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/p1p2.html`

[12] 2015 年後期 A2 レポート.
`https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html`

[13] G.S. Adkins, J.Phys.:Conf.Ser. **1138**, 012005(2018).

[14] G.S. Adkins, R.N. Fell, and J. Sapirstein, Annals Phys. **295**, 136(2002).

[15] BS 方程式に関する参考文献として、[7] の他、W. Greiner and J. Reinhardt, *Quantum Electrodynamics*, 3rd ed. (Springer, 2003); S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields volume1*, 2nd ed. (Cambridge University Press, 1995). など。

[16] 相対論的な束縛状態の取り扱いについて、Weinberg の他に、D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, 2nd ed. (Wiley-VCH, 2008).

[17] QFT について、M. Srednicki, *Quantum Field Theory*; M.E. Peskin and D.V. schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. など。

[18] 2018 年 P1 レポート、「オルソポジトロニウムの寿命とその量子振動の測定」。 `https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/P1/P1-18/FY18_positronium_report.pdf`