

2021 年度後期課題演習 A2
オルソポジトロニウムの寿命測定

大谷 尚輝 深海 歩美 松本 真太郎 松本 亜巳

2022 年 3 月 21 日

目次

1	序論	2
2	理論	2
2.1	ポジトロニウムとは	2
2.2	パラポジトロニウム	2
2.3	オルソポジトロニウム	3
2.4	寿命の計算	3
3	実験方法	4
3.1	実験原理	4
3.2	実験器具	4
3.3	セットアップ	5
3.4	回路	6
4	結果・解析	9
4.1	生データ	9
4.2	データ処理	10
4.3	TQ 補正	16
4.4	Pick-off 補正	22
5	考察	32
5.1	寿命の fitting 範囲およびエネルギー範囲	32
5.2	誤差の評価	33
5.3	考察	38
5.4	全データを用いた寿命の加重平均	40
6	結論	41
7	今後の展望	41

1 序論

ポジトロニウム (Ps) とは、電子とその反粒子である陽電子が電氣的に束縛された原子であり、古典的描像では2粒子がその重心を回っている状態である。ポジトロニウムは電子と陽電子が対消滅することによって γ 線を放出するが、この崩壊はスピン状態によって異なる。シングレット状態のポジトロニウムをオルソポジトロニウム (o-Ps) と呼び、トリプレット状態のポジトロニウムをパラポジトロニウム (p-Ps) と呼ぶ。ポジトロニウムの寿命は量子電磁力学 (QED) の摂動計算によって求めることができ、o-Ps の寿命は 142 ns, p-Ps の寿命は 124 ps と求まる。本実験では o-Ps の寿命を測定することによって QED の実験的検証を行う。

2 理論

2.1 ポジトロニウムとは

ポジトロニウムは、電子と陽電子が相互作用し、束縛状態を形成している状態にある。すなわち、電子と陽電子の運動エネルギーが小さく、それらが電磁相互作用で結びついている状態であり、あたかも一つの粒子であるかのようにふるまう。

電子と陽電子は共にスピン 1/2 の粒子であるため、スピンの合成を行うと一重項状態と三重項状態が生成する。このうち一重項状態のポジトロニウムをパラポジトロニウム (p-Ps)、三重項状態のポジトロニウムをオルソポジトロニウム (o-Ps) と呼ぶ。

2.2 パラポジトロニウム

パラポジトロニウムは、電子陽電子対の合成スピンの状態、すなわち一重項状態にある。ここで、上向きスピンを \uparrow 、下向きスピンを \downarrow と表すと、

$$|p-Ps\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow, \downarrow\rangle - |\downarrow, \uparrow\rangle) \quad (2.2.1)$$

となる。

また、p-Ps において荷電共役変換を行うと、QED の結果より、符号は変化しない。つまり、

$$C|p-Ps\rangle = |p-Ps\rangle \quad (2.2.2)$$

と表せる。ここで、 C は荷電共役変換演算子である。

電子陽電子対束縛状態にあるポジトロニウムは不安定であるため、すぐに崩壊して光子が生成されうる。この崩壊の終状態について、 n 個の γ 線の状態を $|n\gamma\rangle$ と表し、光子の生成演算子を考えると、

$$|n\gamma\rangle = a^\dagger(1)a^\dagger(2)\cdots a^\dagger(n)|0\rangle \quad (2.2.3)$$

ここで, 光子の生成演算子が荷電共役変換演算子 C に対して, $Ca^\dagger C^{-1} = -a^\dagger$ と変換されるとすると,

$$C |n\gamma\rangle = (-1)^n |n\gamma\rangle \quad (2.2.4)$$

と表される.

QED においてラグランジアンが C 変換で不変であるので, 以上より, p-Ps は偶数個の光子へと崩壊することがわかる.

2.3 オルソポジトロニウム

オルソポジトロニウムは, 電子陽電子対の合成スピンの状態, すなわち三重項状態にある. すなわち,

$$|o-Ps\rangle = \begin{cases} |\uparrow, \uparrow\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow, \downarrow\rangle + |\downarrow, \uparrow\rangle) \\ |\downarrow, \downarrow\rangle \end{cases} \quad (2.3.1)$$

また, o-Ps において荷電共役変換を行うと, QED の結果より, 符号が反転する. つまり,

$$C |o-Ps\rangle = -|o-Ps\rangle \quad (2.3.2)$$

前節と同様の議論によって, o-Ps は奇数個の光子へと崩壊することがわかる.

2.4 寿命の計算

2.2 節, 2.3 節において, p-Ps は偶数個の光子に, o-Ps は奇数個の光子に崩壊することを述べた.

ここで, ポジトロニウムは 1 個の光子に崩壊することはあり得ないことを示す. まず, 系全体の運動量が 0 となるように適当な座標変換を施す. 仮にポジトロニウムが 1 個の光子に崩壊するとする. 光子は相対論的要請より, どの系においても光速 c で運動する. すなわち運動量を有する. よって, この系においても運動量を有し, 運動量保存則に反して矛盾する. よって, ポジトロニウムが 1 個の光子へと崩壊することはあり得ない.

また, QED における結合定数 $\alpha \simeq 0.007$ は十分小さいため, 摂動の高次の寄与は $\sim \alpha^2$ 程度と小さく, 無視してよい. つまり, 最低次のみを考えればよい.

以上より, p-Ps は 2 個の光子に, o-Ps は 3 個の光子に崩壊するといえる. 図 1 及び図 2 に, 寿命を求めるために計算すべきファインマンダイアグラムを示す.

ここで, 具体的な計算方法は省略する. 最低次の計算の結果, p-Ps の寿命は 0.124 ns, o-Ps の寿命は 139.9 ns となる.

また, 高次の項の計算結果から, o-Ps の寿命は 142 ns と求められる. 本実験では, この理論値と実験値を比較する.

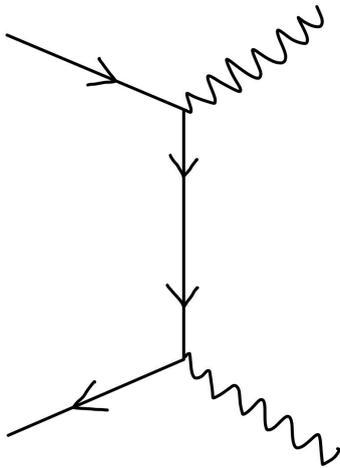


図 1: p-Ps 崩壊の最低次

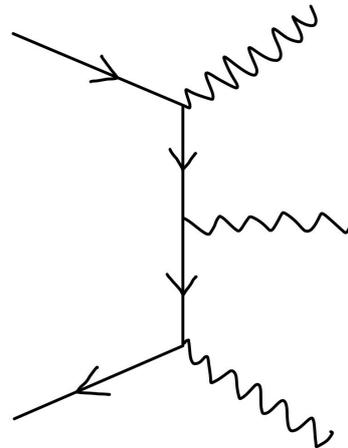


図 2: o-Ps 崩壊の最低次

3 実験方法

3.1 実験原理

線源 ^{22}Na は β^+ 崩壊をして陽電子 e^+ を放出する。陽電子はシリカパウダー SiO_2 中の e^- と結合して Ps を形成する。ここでできた Ps が対消滅を起こすことで γ 線が放出される。具体的な実験内容としては、プラスチックシンチレータ (P.S.) で e^+ を検出し、Ps が放出する γ 線を NaI シンチレータで検出した。これらに現れる検出時間の差を測定することで Ps の寿命を求めた。またこの際に e^+ が P.S. を通過した時刻と Ps が形成された時刻、 γ 線が検出された時刻と Ps が崩壊した時刻をそれぞれ同時とみなして解析を行った。(実際、これらの時刻の差は o-Ps の崩壊時間に比べ十分短く妥当な近似である。)

3.2 実験器具

- ^{22}Na : β^+ 崩壊によって e^+ を放出する線源
- プラスチックシンチレータ (P.S.) : e^+ の検出器
- NaI シンチレータ : γ 線の検出器 (三つのシンチレータを用いた。以下ではそれぞれ NaI1, NaI2, NaI3 と表す。)
- シリカパウダー : 主成分は SiO_2 で、構造上 e^- を多く含むため、 e^+ への e^- の供給源として使う
- 鉛ブロック : NaI シンチレータに ^{22}Na からの γ 線が直接入らないようにする
- 遮光用ビニール : P.S. が外部からの光により e^+ を検出できなくなるのを防ぐ

3.3 セットアップ

実験器具は図 3, 図 4 の模式図のように配置した. 図 5 に実際の配置を示す. 実験を行う際には図 6 のように蓋と遮光ビニールを被せ, NaI シンチレータやプラスチックシンチレータにノイズが入らないようにした. ポジトロニウムが余計な反応を行わないように, シリカパウダーはあらかじめ加熱をして水分を飛ばし, 実験中もポンプでシリカパウダーの容器内の空気を抜き真空を保った. NaI シンチレータの配置はシリカパウダーの左右と下に設置し, γ 線の検出効率を高めた.

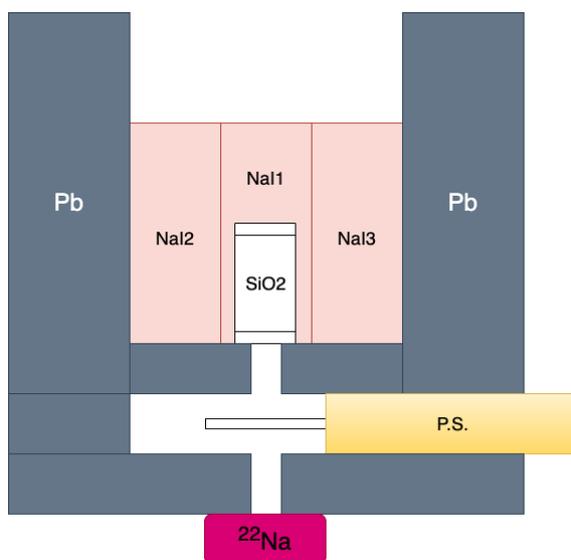


図 3: セットアップの模式図 (上から)

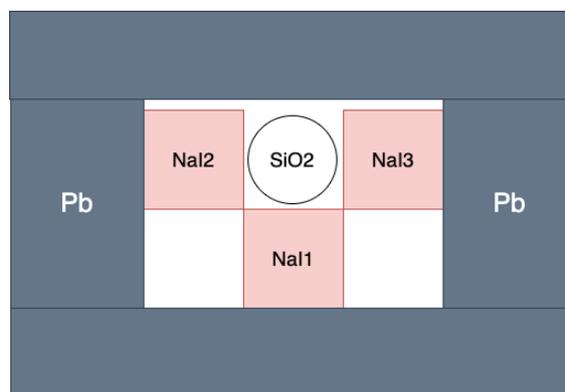


図 4: セットアップの模式図 (横から)

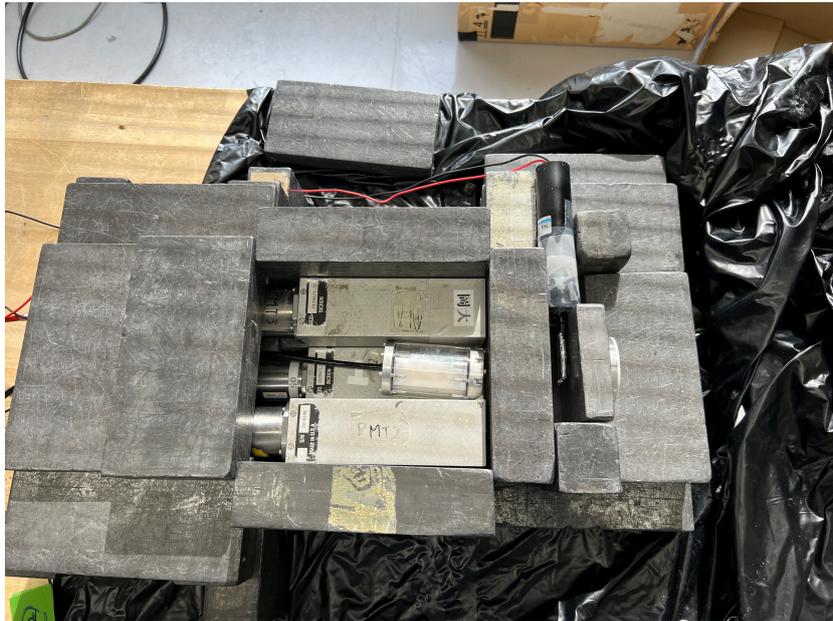


図 5: 実際の配置 (蓋と遮光ビニール無し)



図 6: 実際の配置 (蓋と遮光ビニール有り)

3.4 回路

実験の流れとしては、実験原理で述べた通り NaI シンチレータと P.S. の二つの信号の時間差をポジトロニウムの寿命としたいところだが、この場合 P.S. で検出された e^+ が必ずしもポジトロ

ニウムを形成するわけではないので、目的の現象の検出効率が悪くなる。そこで、P.S. の信号から gate を生成し、その gate と NaI シンチレータの信号で coincidence を取ったものを TDC の start に入れる。そして P.S. の信号に適当な delay をかけたものを TDC の stop とする。ポジトロニウムの寿命は、

$$(\text{寿命}) = (\text{delay}) - (\text{TDC 測定値}) \quad (3.4.1)$$

で求められる。信号の概念図を図 7 に示す。実験を行う回路は図 8 のように組んだ。

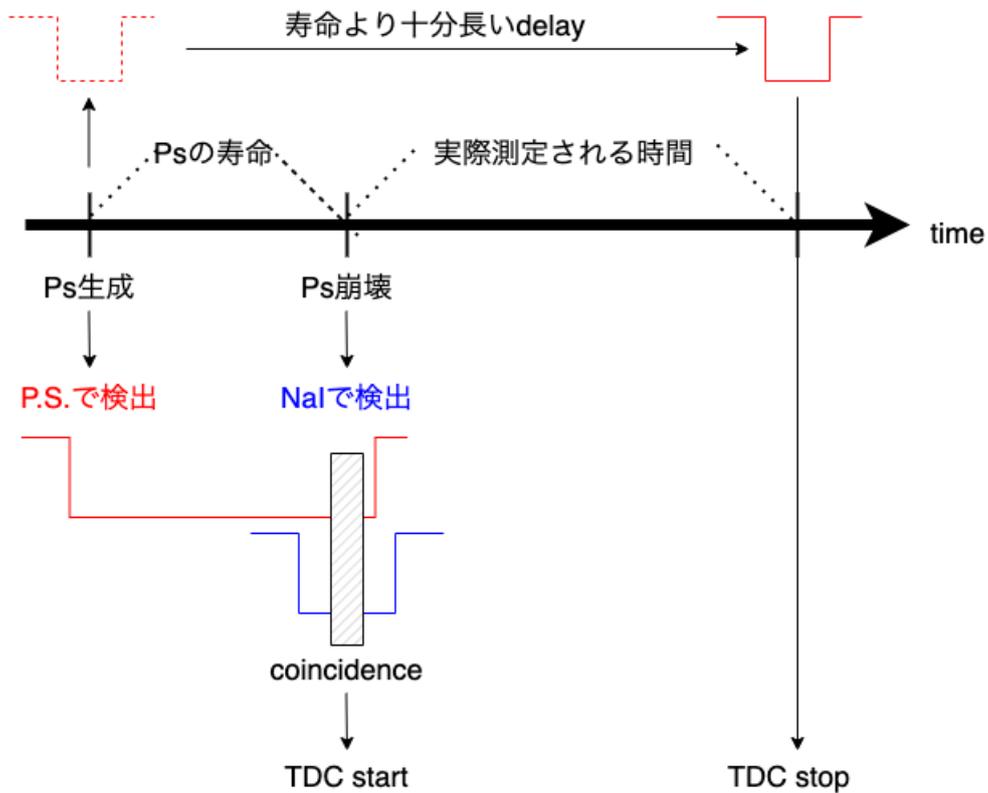


図 7: 回路の概念図

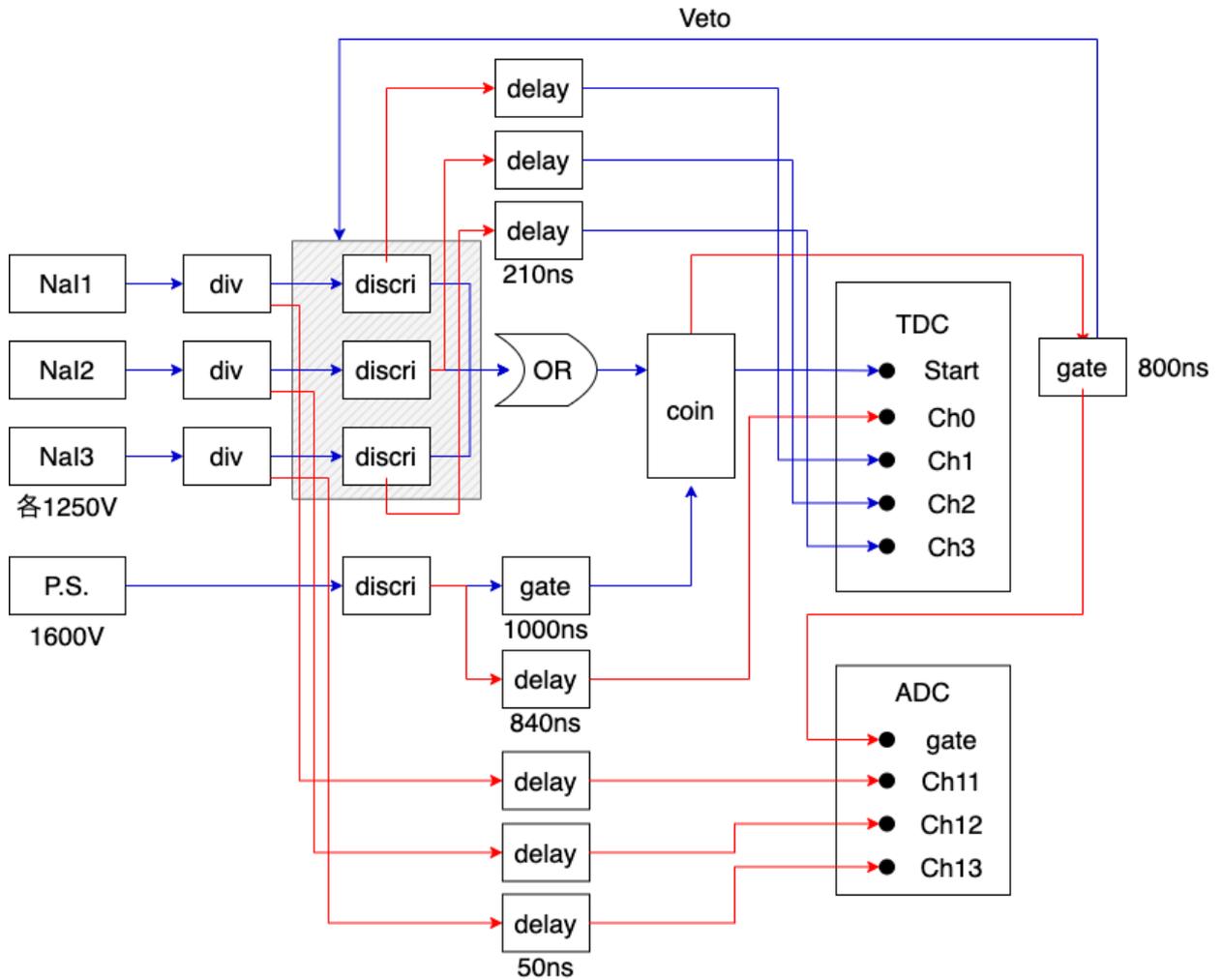


図 8: 回路図

回路に使用した各モジュールの役割は以下の通り.

- div : divider. 入力信号と同じ形の信号を二つ出力する.
- discri : discriminator. threshold を超える信号が入力されたとき NIM 信号を出力する.
- delay : 入力信号を指定時間遅らせて出力する.
- OR : 複数の入力端子のうちいずれかに信号が入力されている時に NIM 信号を出力する.
- coin : coincidence. 複数の入力端子全てに信号が入力されている時に NIM 信号を出力する.
- gate : gate generator. 信号が入力されると設定した時間幅の NIM 信号を出力する.
- TDC : start 端子に信号が入力されてから stop 端子に信号が入力されるまでの時間を計測する.
- ADC : gate 端子に信号が入力されている間の入力信号の波形を積分した値を出力する. 今回は γ 線のエネルギーを計測するために使用した.

- Veto : gate の信号が出力されている間は次の信号が入力されないようにする.

4 結果・解析

4.1 生データ

4.1.1 生データ

1/24~2/8 の期間で実験を行った. 以下に TDC, ADC の生データを示す.

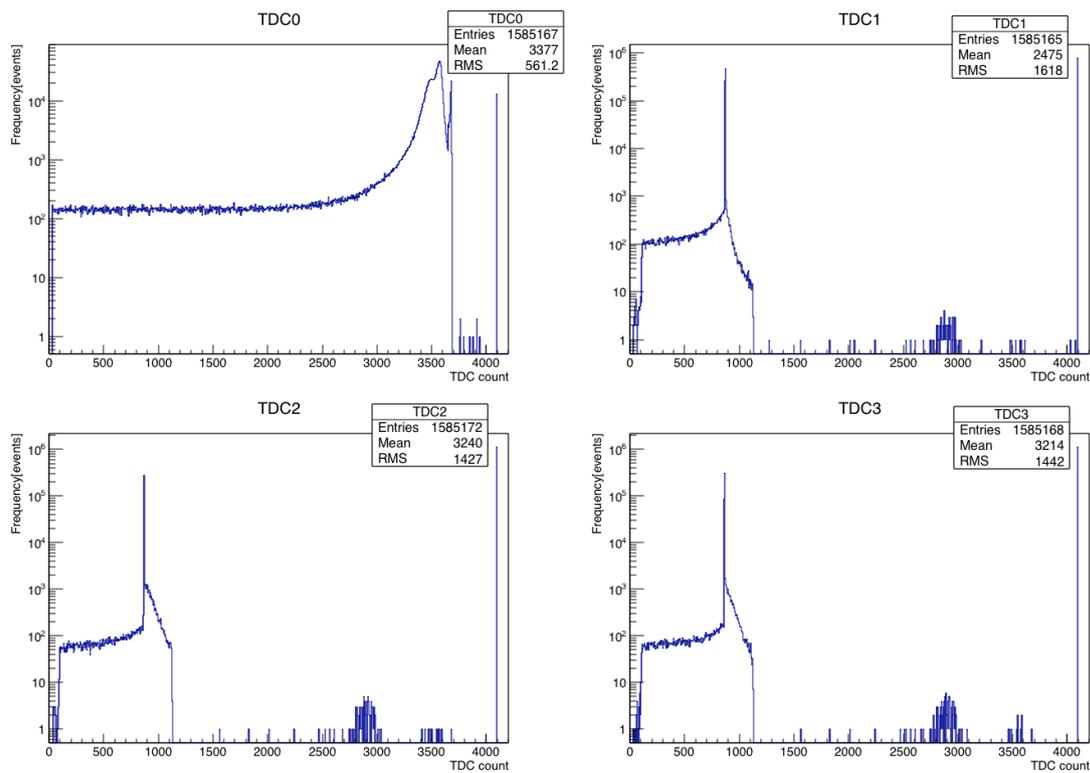


図 9: TDC の生データ

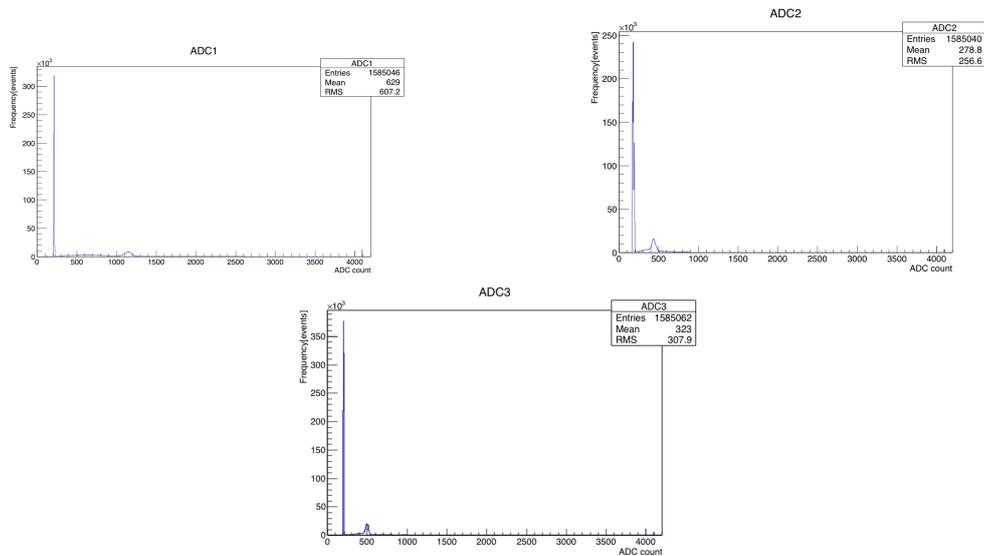


図 10: ADC の生データ

4.1.2 データの抽出

図 9 の TDC1~3 の結果について, start には Ps の崩壊した時の信号が入力され, stop には同じく Ps が崩壊した時の γ 線の信号が一定時間遅延されて入力されるので, Ps に関する信号については TDC1~3 は一定値を返すはずである. よって Ps に関する信号のみを抜き出すため, 図 9 の TDC1~3 で count 800 付近に見てとれる鋭いピークの周辺の信号のみを今後の解析で使用することにする. そこで, TDC1~3 の生データの図 9 を目視で確認し, 各シンチレータのデータの cut 条件を以下の通りに定めた.

表 1: 各 NaI シンチレータに対するデータの cut 条件

NaI	TDC count
NaI1	864~876
NaI2	864~876
NaI3	860~868

4.2 データ処理

TDC, ADC は共にそれぞれの計測値を 0 から 4095 の間の整数値で返す. これらを実際のエネルギースケール及び時間スケールに変換することを考える.

4.2.1 TDC 較正

二つの同じ時間に発生する NIM 信号を用意し、片方を TDC の start に、もう片方を一定時間 delay をかけて TDC の stop に入れた。今回は 10 ns, 20 ns, 30 ns, 40 ns, 50 ns, 62 ns, 93 ns の delay をかけて TDC の値を計測した。正確に各 delay でのピークを中心の値を測るため、各ピークについて Gaussian fitting を行った。また、TDC1~3 はデータの抽出のみで用いるため、TDC 較正は TDC0 のみについて行った。そして、得られたデータを

$$\text{Time} = p_1 \times (\text{TDC0 count}) + p_0 \quad (4.2.1)$$

という一次関数で fitting した。その fitting 結果は図 11, 表 2 のようになった。

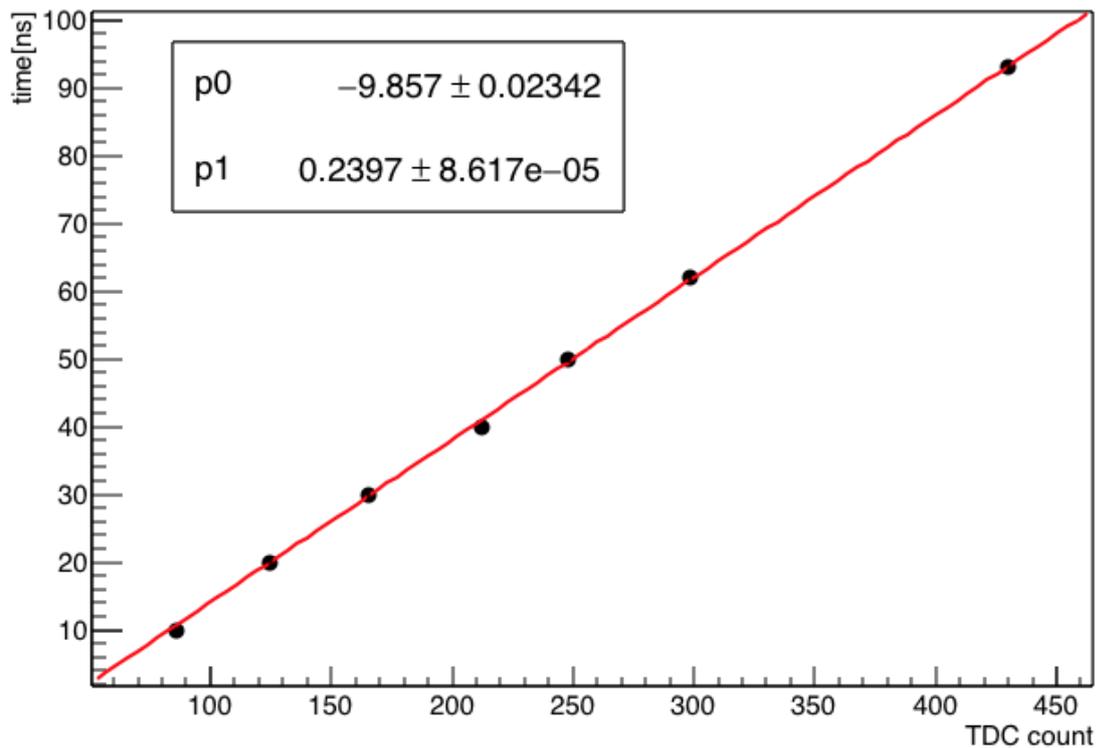


図 11: TDC 較正

表 2: TDC 較正の fitting パラメータ

p_0	p_1
-9.857 ± 0.02342	0.2397 ± 0.000086

なお, 切片 p_0 に関して, 後述する TQ 補正において定数 p_0 も含めて時間のずれが補正されるため, 今は使用しない.

また実験方法で述べた通り, 計測される時間は時間順序が逆になったものなので -1 を乗じる. 従って今後の解析では,

$$\text{Time} = -p_1 \times (\text{TDC0 count}) \quad (4.2.2)$$

を使用する.

4.2.2 ADC 較正

図 10 から見てとれるように, ADC count が ADC1 は 200, 1150, 2500, ADC2 は 200, 450, 850, ADC3 は 200, 500, 950 付近のところにピークが存在する. これらをそれぞれペDESTAL (信号が入力されなくても暗電流等の影響によりほぼ一定の正の値を返すこと), Ps が崩壊する時の 511 keV の γ 線, ^{22}Na からの 1275 keV の γ 線と仮定して ADC 較正を行った. なお, 各 ADC の 1275 keV に対応するピークは図 10 を拡大すれば確認できる. 正確に各ピークの中心を測るため, 各ピークについて Gaussian fitting を行った. その結果を図 12,13,14 に示す.

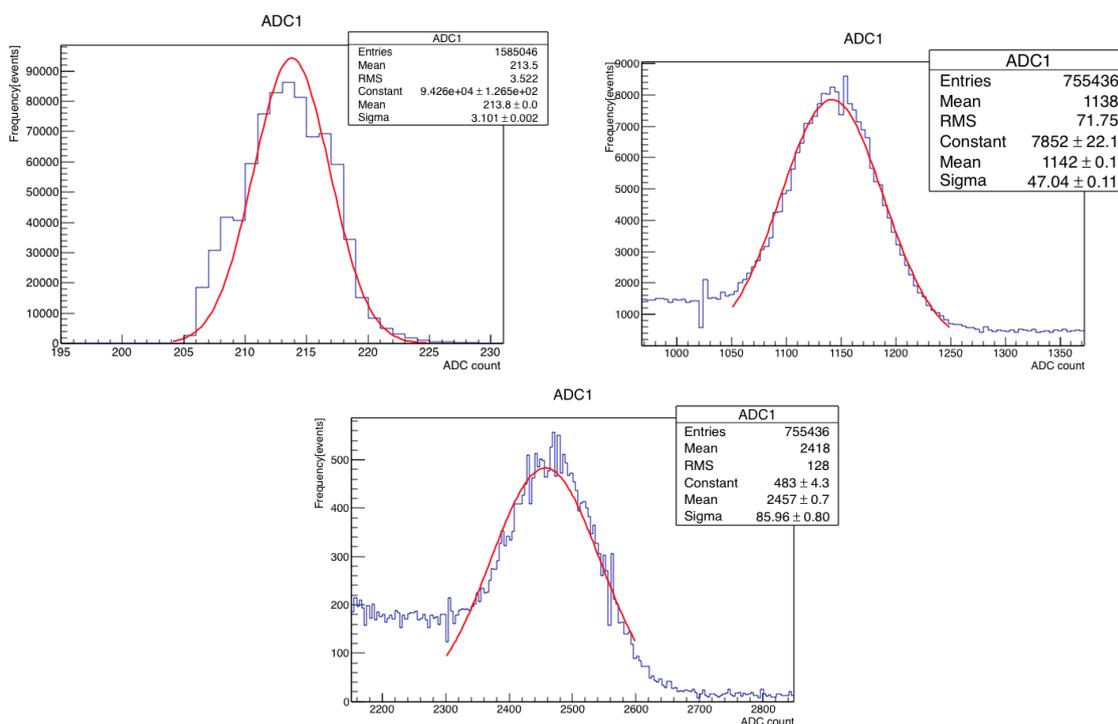


図 12: ADC 較正の各ピークについての fitting(NaI1)

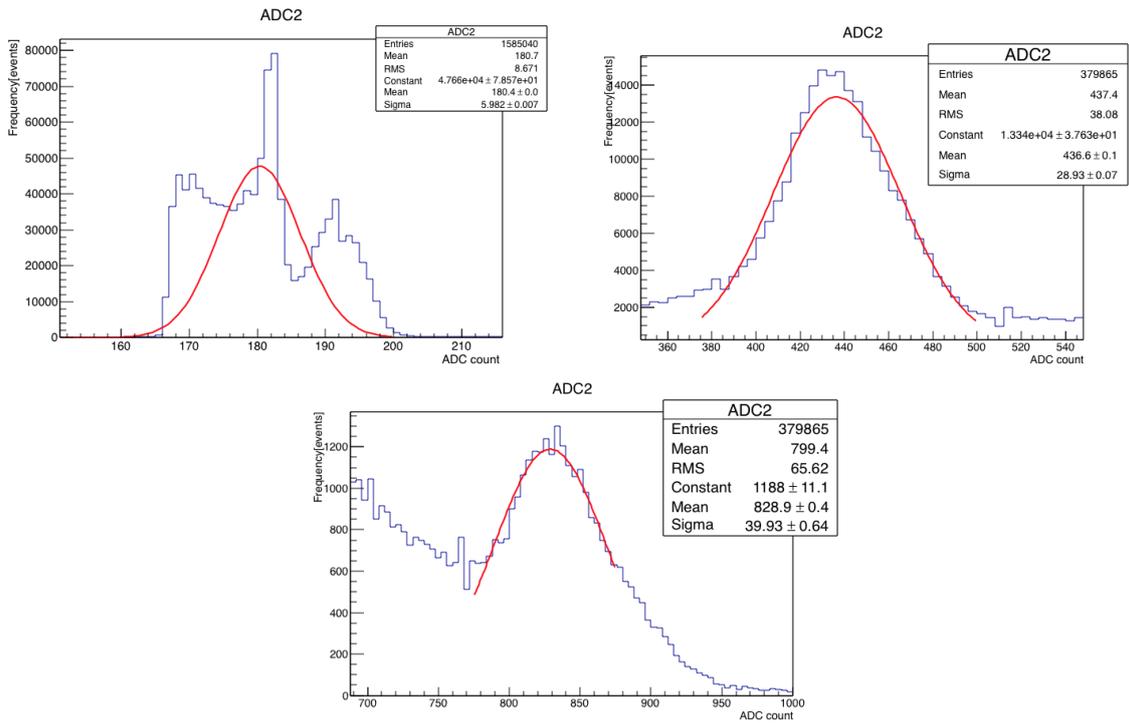


図 13: ADC 較正の各ピークについての fitting(NaI2)

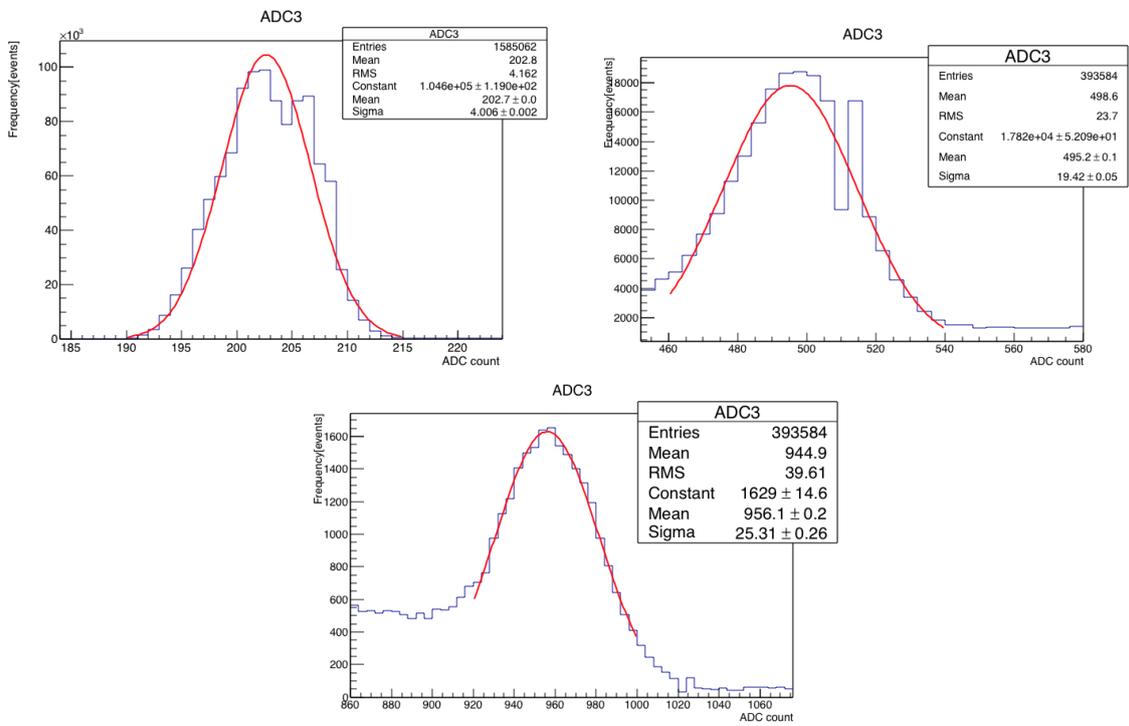


図 14: ADC 較正の各ピークについての fitting(NaI3)

各ピークを fitting した時のピークを中心は以下のようになった.

表 3: エネルギーピークを中心

ADC	0 keV	511 keV	1275 keV
ADC1	213.8 ± 0.01	1142 ± 0.1	2457 ± 0.7
ADC2	180.4 ± 0.03	436.6 ± 0.1	828.9 ± 0.4
ADC3	202.7 ± 0.02	495.2 ± 0.1	956.1 ± 0.2

表 3 を元に ADC count とエネルギーの関係を

$$(\text{Energy}) = p_1 \times (\text{ADC count}) + p_0 \quad (4.2.3)$$

という一次関数で fitting した. その結果, 図 15, 表 4 のようになった.

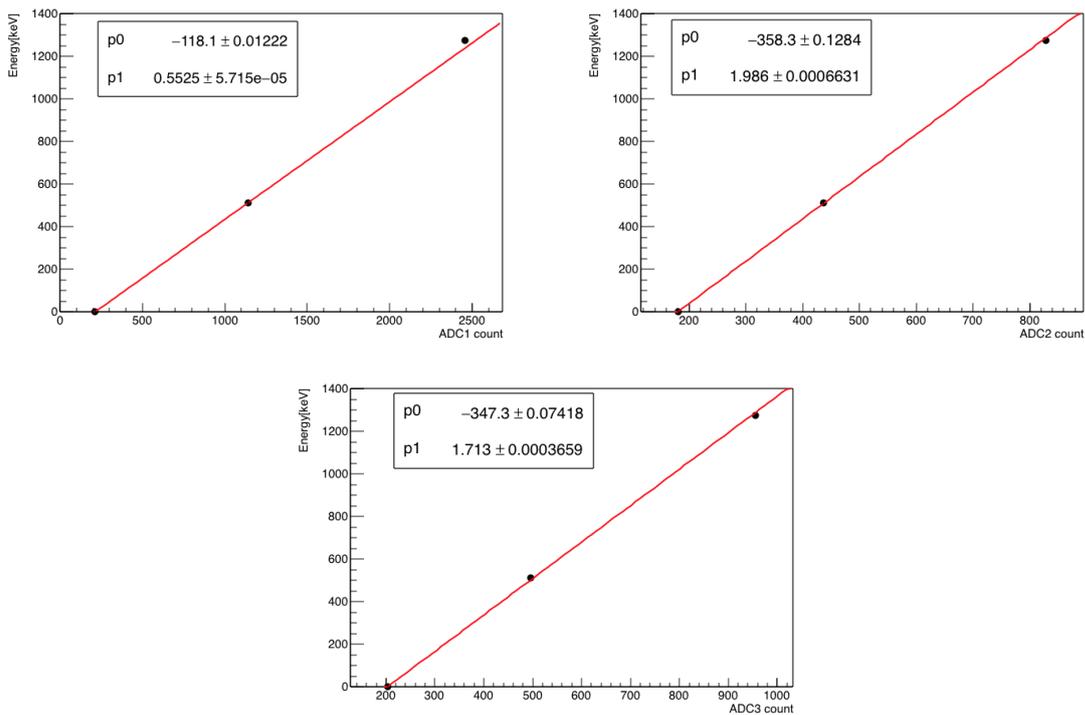


図 15: ADC 較正

表 4: ADC 較正の fitting パラメータ

ADC	p_0	p_1
ADC1	-118.1 ± 0.01222	0.5525 ± 0.000057
ADC2	-358.3 ± 0.1284	1.986 ± 0.00066
ADC3	-347.3 ± 0.07418	1.713 ± 0.00037

4.2.3 Time-Energy 分布

TDC 較正と ADC 較正, データの抽出をした状態での, 横軸を Energy, 縦軸を Time とした二次元ヒストグラム (Time-Energy 分布) を図 16 に示す.

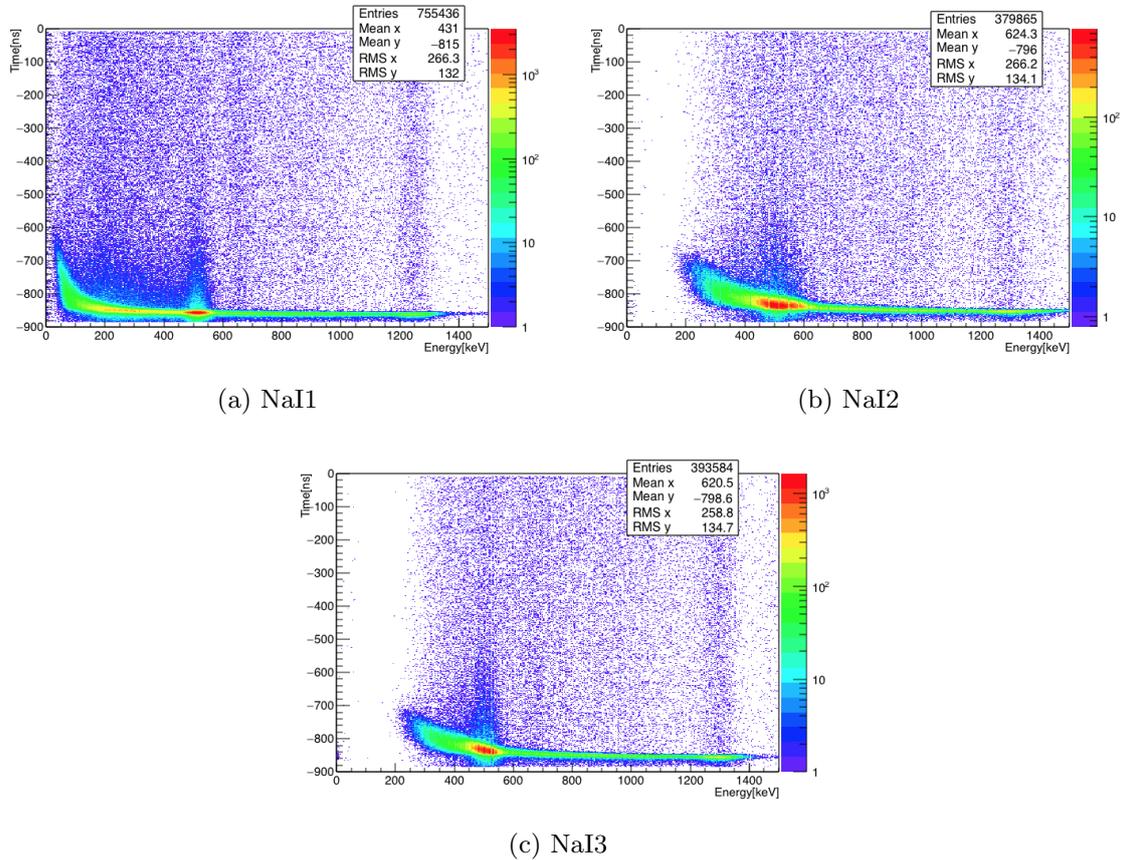


図 16: 各 NaI シンチレータの Time-Energy 分布

4.3 TQ 補正

図 16 を見ると、早い時間 (-900 ns から -700 ns のあたり) で色が濃くなっているところがある。それらのイベントは ^{22}Na からの直接 γ 線, p-Ps の崩壊による 511 keV の γ 線とそれらの Compton 散乱であると考えられる。しかし、本来ならこれらのイベントはほぼ同時刻に起こっているはずであるにも関わらず、低エネルギーになるほど遅れて観測されている。これは 4.3.1 節で説明するように discriminator の特性によるものであり、このずれの補正を TQ 補正と呼ぶ。

4.3.1 TQ 補正の理論

discriminator は入力信号の大きさが threshold を超えたときに NIM 信号を出力するというものである。図 17 は同時に discriminator に到着したエネルギーの異なる 2 つの入力信号を模式的に表したものである。これを見ると、エネルギーが小さい信号の方がエネルギーが大きい信号に比べて threshold に到達するまでの立ち上がりが遅くなり信号が discriminator に到達してから NIM 信号が出力されるまでの時間 ΔT が大きくなるのがわかる。このようにエネルギーの大きさによって ΔT が異なることが今回補正すべきエネルギーに対する時間のずれの原因である。

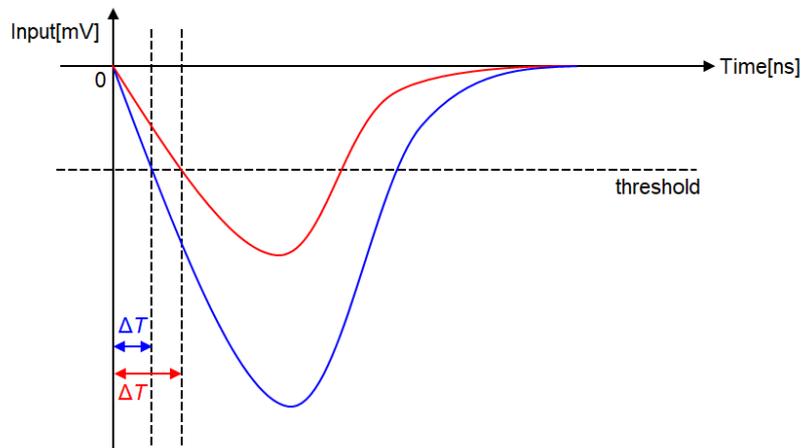


図 17: discriminator の特性による時間のずれ

このずれを補正するためには T をエネルギー E の関数として求める必要がある。そこで、まずその関数形を粗い近似によって求める。

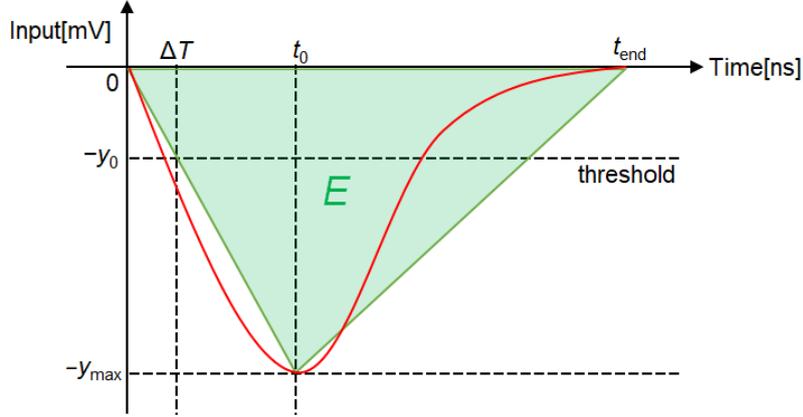


図 18: discriminator に入力される信号の三角形による近似

図 18 のように入力信号を三角形で近似し, $y_0, y_{\max}, t_0, t_{\text{end}}$ を図のように定める. また, 入力信号のピークまでの時間 t_0 および信号がなくなるまでの時間 t_{end} はエネルギーによらず一定だと仮定する. エネルギー E は三角形の面積に比例するので,

$$E \propto \frac{t_{\text{end}} y_{\max}}{2} \propto t_{\text{end}} y_{\max} \quad (4.3.1)$$

となるから, ΔT は,

$$\Delta T = t_0 \frac{y_0}{y_{\max}} \propto \frac{t_0 y_0 t_{\text{end}}}{E} \propto \frac{1}{E} \quad (4.3.2)$$

となり, ΔT は E に反比例する. ただし, これは粗い近似により求めた関数形なので, 実際に使用する TQ 補正関数 $\Delta T(E)$ は関数の骨組みを残しつつ

$$\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (4.3.3)$$

とした. ここで, $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ は fitting パラメータであり, 4.3.2 節で述べるように fitting により決定する.

4.3.2 TQ 補正の実践

NaI シンチレータのデータに対しては以下の通りにして TQ 補正を行った.

1. 150 ± 5 keV の範囲で取り出した Time に関するヒストグラムを Gaussian fitting し, その mean を 150 keV における ΔT の値とした.
2. 以降 20 keV ごとに 450 ± 5 keV まで繰り返した.
3. 得られた $\Delta T(E)$ の値を横軸をエネルギー E としてプロットし, TQ 補正関数 (4.3.3) で fitting し, $\Delta T(E)$ を決定した.
4. 各エネルギー E に対して $t_{\text{new}} \equiv \text{Time} - \Delta T(E)$ を新たな時間として定義し, 以降の解析ではこの時間 t_{new} を用いた.

なお、NaI2,NaI3 シンチレータについては 300 ± 5 keV から 680 ± 5 keV まで 20 keV ごとに上の手順 1,2 を行った。これらのエネルギーの範囲は図 16 を見てイベント数なるべく多くなるように決定した。また、理論によれば p-Ps の寿命は 0.1 ns ほどなので今回の実験装置では 0 ns と区別することはできないことを考えると、TQ 補正のために用いるイベント (^{22}Na からの直接 γ 線, p-Ps の崩壊による 511 keV の γ 線とそれらの Compton 散乱) が起こった時刻を o-Ps が生成された時刻としてもよい。したがって、上の手順 4 により $t_{\text{new}} = 0$ が o-Ps が生成された時刻だということになる。

上の手順 1,2 の Gaussian fitting の様子を図 19, 図 20, 図 21 に示す。

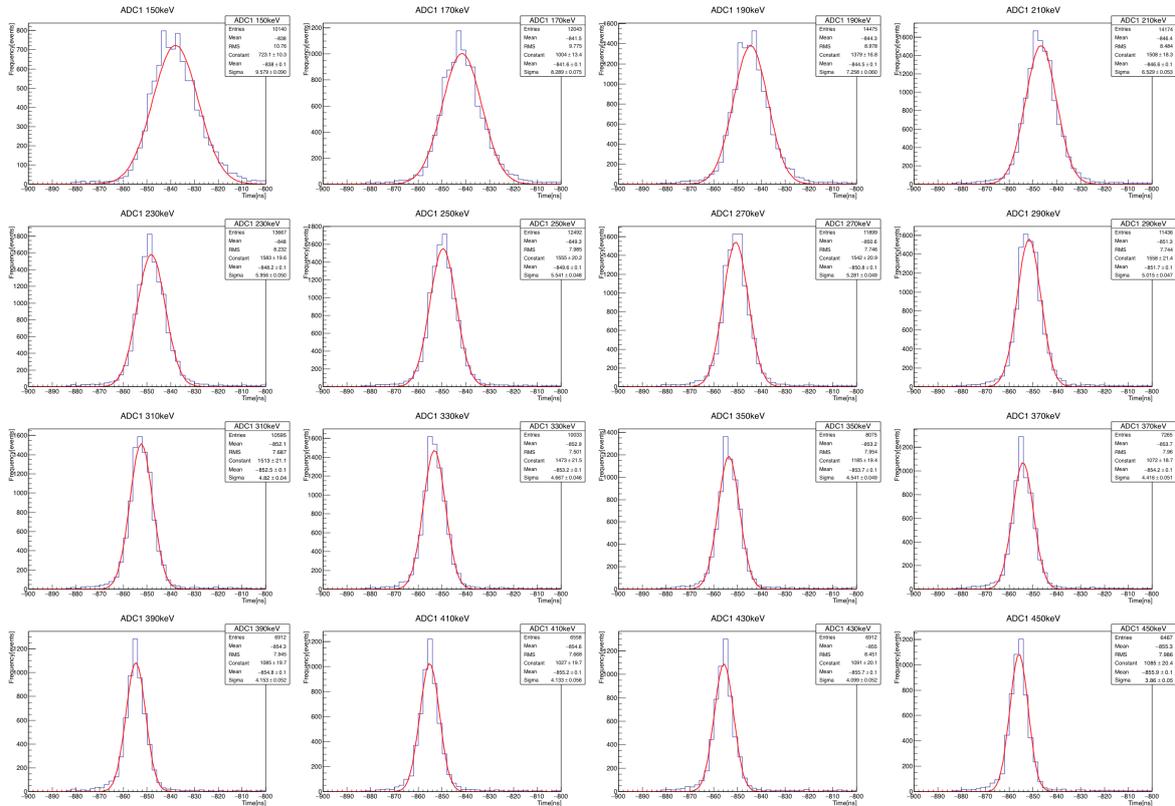


図 19: ΔT を求めるための Gaussian fitting(NaI1)

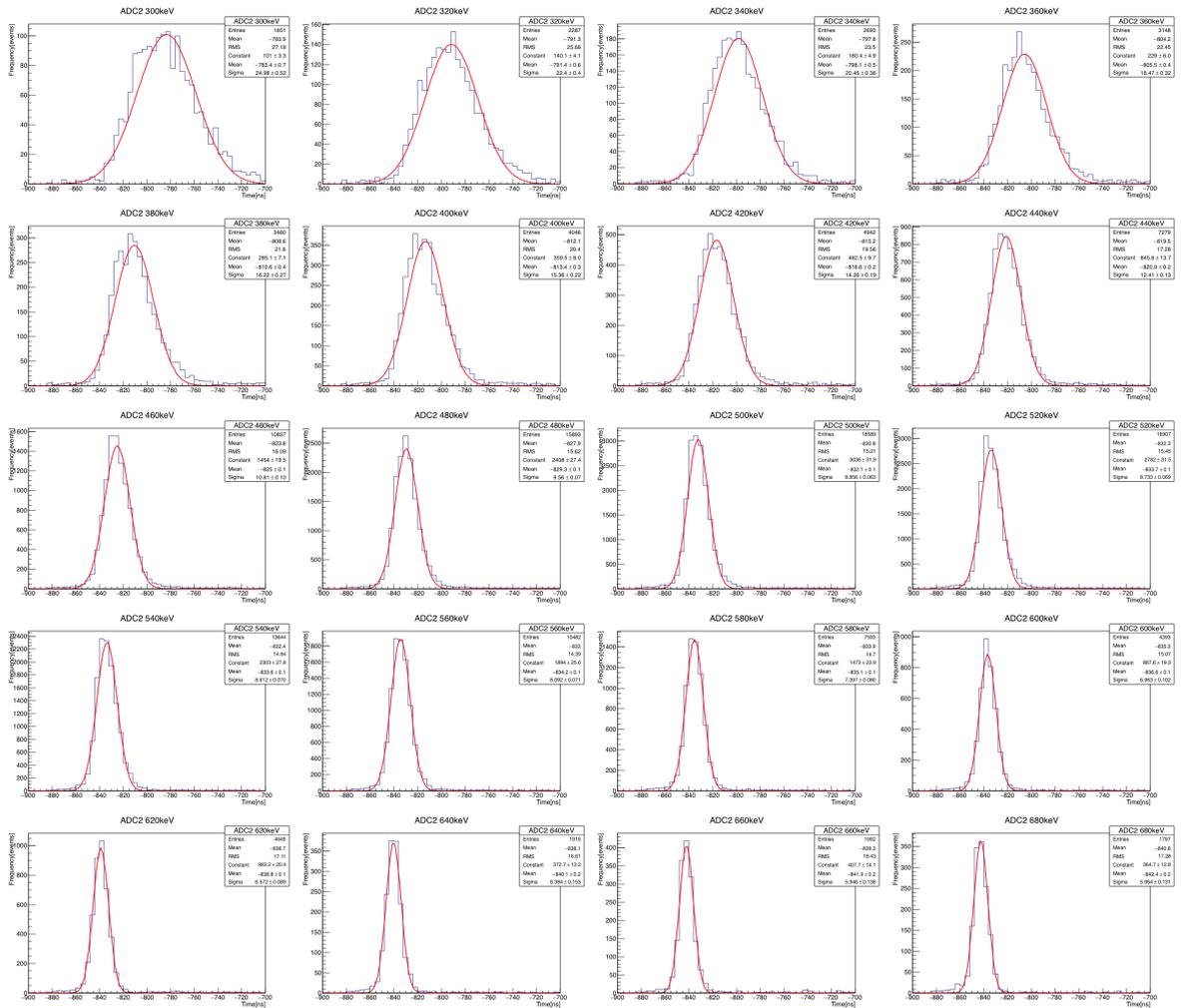


図 20: ΔT を求めるための Gaussian fitting(NaI2)

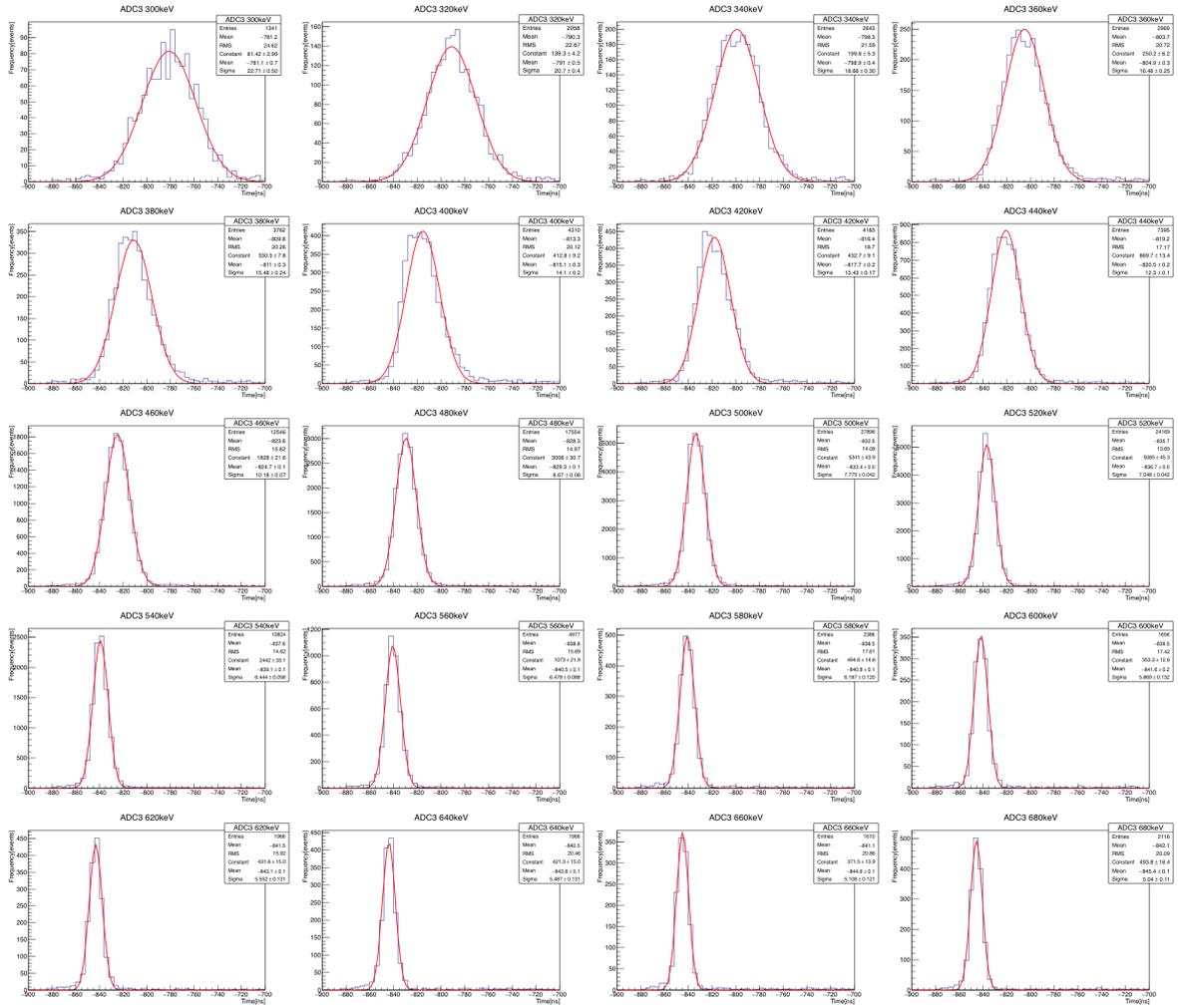


図 21: ΔT を求めるための Gaussian fitting(NaI3)

手順 3 における TQ 補正関数の fitting パラメータの初期値を表 5 に示す. また, その TQ 補正関数による fitting の様子を図 22 に示し, fitting した結果の TQ 補正関数 (4.3.3) の各パラメータの値を表 6 に示す.

表 5: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正関数の fitting パラメータの初期値

NaI	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	1129	55.57	0.8292	-863.9
NaI2	2505	224	0.442	-785
NaI3	2489	197.6	0.6448	-893.3

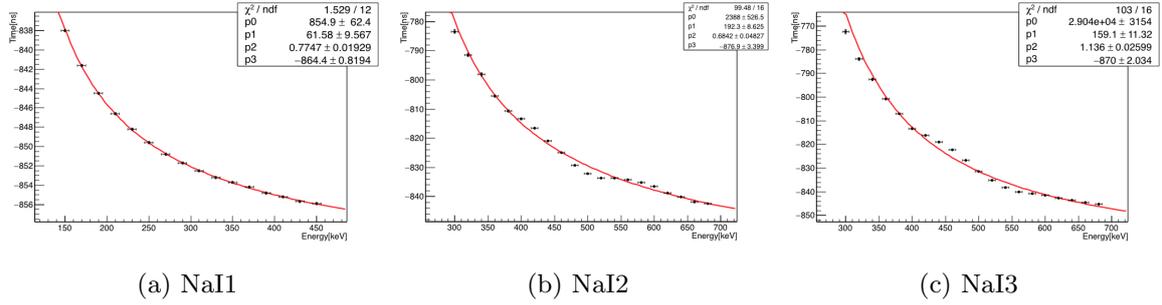


図 22: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正関数による fitting

表 6: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正関数の fitting パラメータの値

NaI	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	854.9 ± 62.4	61.58 ± 9.567	0.7747 ± 0.01929	-864.4 ± 0.8194
NaI2	2388 ± 526.5	192.3 ± 8.625	0.6842 ± 0.04827	-876.9 ± 3.399
NaI3	$2.904 \times 10^4 \pm 3154$	159.1 ± 11.32	1.136 ± 0.02599	-870 ± 2.034

次に、TQ 補正後の各 NaI シンチレータに対する Time-Energy 分布を図 23 に示す。図 23 より、確かにエネルギーによる時間のずれがなくなっていることがわかる。

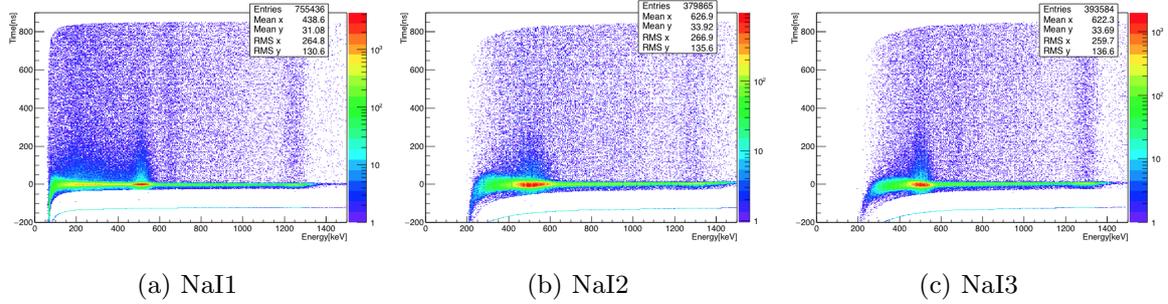


図 23: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正後の Time-Energy 分布

4.3.3 TQ 補正後の寿命

以上の ADC・TDC 較正および TQ 補正後のデータについて一度ここで α -Ps の寿命を求めてみる。 α -Ps の崩壊による γ 線は 511 keV 以下のエネルギーを持っているため 450 keV 以下のデータを用いた。そして、このデータの Time に対するイベント数分布を関数

$$p_0 \exp\left(-\frac{t[\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.3.4)$$

により $p_i (i = 0, 1, 2)$ を fitting パラメータとして fitting した. p_1 が o-Ps の寿命である. なお, fitting 範囲の下限は o-Ps の寿命が理論値通りの場合 40% 崩壊している 72.5 ns, 上限は o-Ps の寿命が理論値通りの場合 99% 崩壊している 654 ns とした*1. また, fitting パラメータの初期値は表 7 の値を用いた. 各 NaI シンチレータに対する寿命 fitting の様子を図 24 に示す.

表 7: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正後の寿命 fitting の fitting パラメータの初期値

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	450	73	65
NaI2,3	126.6	80.36	30.09

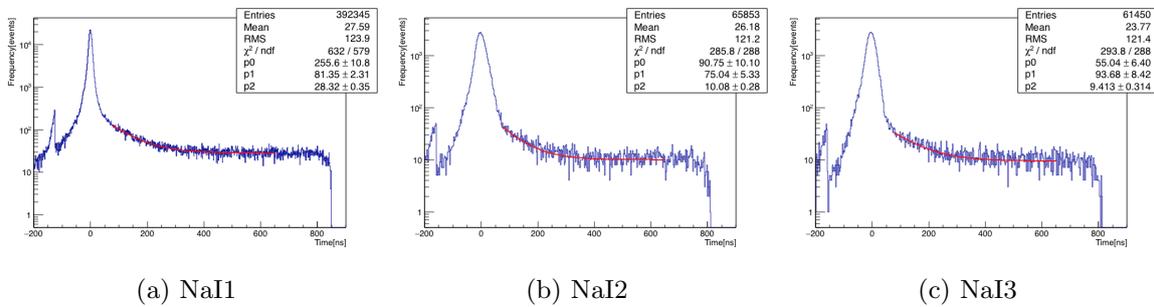


図 24: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正後の寿命 fitting

図 24 の fitting により TQ 補正後の寿命は表 8 のように求まった. それらの寿命は理論値の 142 ns よりも小さく求まっていることがわかる.

表 8: 各 NaI シンチレータに対する TQ 補正後の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	81.35 ± 2.31
NaI2	75.04 ± 5.33
NaI3	93.68 ± 8.42

4.4 Pick-off 補正

4.4.1 Pick-off 反応

本実験で見たい反応は o-Ps の 3 γ への崩壊であるが, 以下に示す相互作用によって 2 γ への崩壊が見えることがある.

*1 寿命の理論値を τ とすると, $x\%$ 崩壊する時間 t は $\exp(-\frac{t}{\tau}) = 1 - \frac{x}{100}$ より, $t = -\tau \log(1 - \frac{x}{100})$ となる.

- Pick-off 反応：o-Ps の持つ陽電子が周囲の物質の電子と衝突し、対消滅を起こす。
- スピン交換反応：物質を構成する分子が不対電子を持つとき、その電子と o-Ps が衝突しスピンを入れ替えることによって p-Ps になる。
- 化学反応：o-Ps が酸化されることで電子を奪われ、残った陽電子が他の電子と対消滅を起こす。

以下では簡単のためこの3つの反応をまとめて Pick-off 反応と呼び、それに対する補正を Pick-off 補正と呼ぶ。Pick-off 反応により本来の寿命よりも早く崩壊するものが現れ、全体として測定される寿命は本来のものよりも短くなる。そのため、この影響を考慮した寿命を考える必要がある。

4.4.2 イベントの分類

本実験で観測されるイベントは以下の6つのものが考えられる。

1. 1275 keV の γ 線とその Compton 散乱
2. p-Ps による 511 keV の γ 線
3. p-Ps による 511 keV の γ 線の Compton 散乱
4. Pick-off 反応による 511 keV の γ 線
5. Pick-off 反応による 511 keV の γ 線の Compton 散乱
6. o-Ps による γ 線

p-Ps の寿命は約 124 ps であり、これは TDC の時間分解能よりも短いため、p-Ps の崩壊についてのイベントは $t = 0$ 付近で観測されることがわかる。このとき、o-Ps の崩壊も起きているが、o-Ps の寿命は約 142 ns であるので、 $t = 0$ での反応は全て p-Ps によるものとし、 $t > 0$ で観測されるイベントは全て o-Ps によるものと考えることができる。TQ 補正後の NaI1 シンチレータの Time-Energy 分布を例に領域ごとの主なイベントを図 25 に示す。

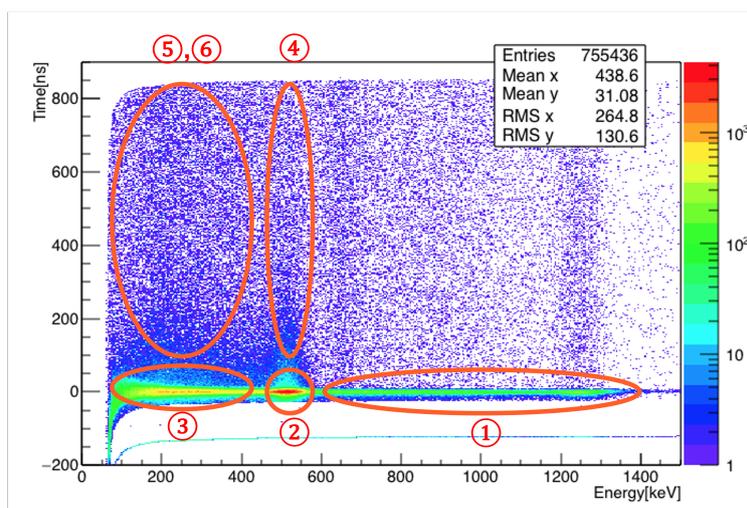


図 25: 領域ごとの主なイベント

o-Ps のイベントのみを取り出すためには、5,6 の領域から 6 のイベントのみを取り出せば良いが、これはそのままでは難しい。そこで、各時刻 t における Compton 散乱の分布が等しいと仮定すると、 i のイベント数を N_i で表せば、

$$N_6 = N_{5,6} - N_5 = N_{5,6} - \frac{N_3}{N_2} N_4 \quad (4.4.1)$$

で求めることができる。このことを用いて o-Ps の寿命を求める。

4.4.3 Pick-off 補正関数

単位時間あたりの粒子の崩壊は粒子数に比例し、比例定数である崩壊幅を Γ 、粒子数を $N(t)$ とすると、

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t) \quad (4.4.2)$$

が成り立ち、本実験においては $-\frac{dN}{dt}$ が観測されるイベント数に相当する。この Γ には o-Ps の崩壊によるものと Pick-off 反応によるものの 2 つが含まれるため、領域 5,6 における Pick-off 反応による 2γ への崩壊幅 $\Gamma_{\text{Pick-off}}$ と o-Ps の 3γ への崩壊幅 Γ_{ortho} を用いて

$$\Gamma = \Gamma_{\text{Pick-off}} + \Gamma_{\text{ortho}} \quad (4.4.3)$$

とする。 Γ_{ortho} は o-Ps の寿命の逆数であるため定数であるが、 $\Gamma_{\text{Pick-off}}$ の時間依存性はわからない。そこで、式 (4.4.2) を

$$\begin{aligned} -\frac{dN(t)}{dt} &= N_{\text{Pick-off}}(t) + N_{\text{ortho}}(t) \\ &= (\Gamma_{\text{Pick-off}} + \Gamma_{\text{ortho}})N(t) \\ &= \Gamma_{\text{ortho}}(1 + f(t))N(t) \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

とする。ここで、 $N_{\text{Pick-off}}$ と N_{ortho} は各時刻 t における 2γ と 3γ へ崩壊した粒子数であり、本実験では観測されたイベント数に相当する。また、Pick-off 補正関数 $f(t)$ を、

$$f(t) \equiv \frac{\Gamma_{\text{Pick-off}}}{\Gamma_{\text{ortho}}} \quad (4.4.5)$$

として導入した。式 (4.4.4) を $\Gamma_{\text{ortho}} = \frac{1}{\tau_{\text{ortho}}}$ を用いて解くと、

$$N(t) = N(0) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right] \quad (4.4.6)$$

とわかる。また、式 (4.4.4) は Pick-off 反応についてのものと o-Ps についてのものに分けて考えることができるため、

$$N_{\text{Pick-off}}(t) = \Gamma_{\text{Pick-off}} N(t) \quad (4.4.7)$$

$$N_{\text{ortho}}(t) = \Gamma_{\text{ortho}} N(t) \quad (4.4.8)$$

とすることができる。このとき、 $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{N_{\text{Pick-off}}(t)}{N_{\text{ortho}}(t)} \quad (4.4.9)$$

と表せるが、これは以下のようにして求めることができる。

まず、 $S(t)$ 、 $y(t)$ を以下のように定義する。

- $S(t)$: 時刻 t における 511 keV のピーク以下のイベント数
- $y(t)$: 時刻 t における 511 keV のピーク付近のイベント数

このとき、Compton 散乱の分布は時刻 t に依存しないという仮定より、

$$N_{\text{Pick-off}}(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (4.4.10)$$

$$\begin{aligned} N_{\text{ortho}}(t) &= S(t) - N_{\text{Pick-off}}(t) \\ &= S(t) - \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

とわかる。したがって、これを用いて $f(t)$ は

$$f(t) = \frac{\frac{S(0)}{y(0)} y(t)}{S(t) - \frac{S(0)}{y(0)} y(t)} = \frac{S(0)y(t)}{S(t)y(0) - S(0)y(t)} \quad (4.4.12)$$

とかけ、これは実際に測定データから求めることができる。測定データの fitting により、 $f(t)$ を求めることができたとき、式 (4.4.6) を用いた

$$g(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} (1 + f(t)) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right] \quad (4.4.13)$$

に測定されたイベント数を fitting することで、Pick-off 補正後の o-Ps の寿命を求めることができる。

4.4.4 Pick-off 補正の実践

実際に Pick-off 補正を行っていく。Pick-off 補正の手順を以下に示す。

1. 100 ns から 700 ns まで 50 ns ごとに各時刻 ± 25 ns の範囲でエネルギーに関するヒストグラムを書き、511 keV のピーク付近で Gaussian fitting をする。^{*2}このときの mean が $y(t)$ となる。
2. 0 keV から 450 keV までのイベント数を手順 1 と同様の時刻で数える。これが $S(t)$ となる。
3. 0 ns についても同様にして $S(0)$ 、 $y(0)$ を得る

^{*2} 期待される形になるように fitting 範囲を調整した。

4. 得られたデータから $f(t)$ を求め、 t の関数としてプロットしこれを fitting する。

$f(t)$ の fitting 関数については、例年に倣い

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.4.14)$$

とした。

まず、Gaussian fitting の様子を図 26, 27, 28 に示す。

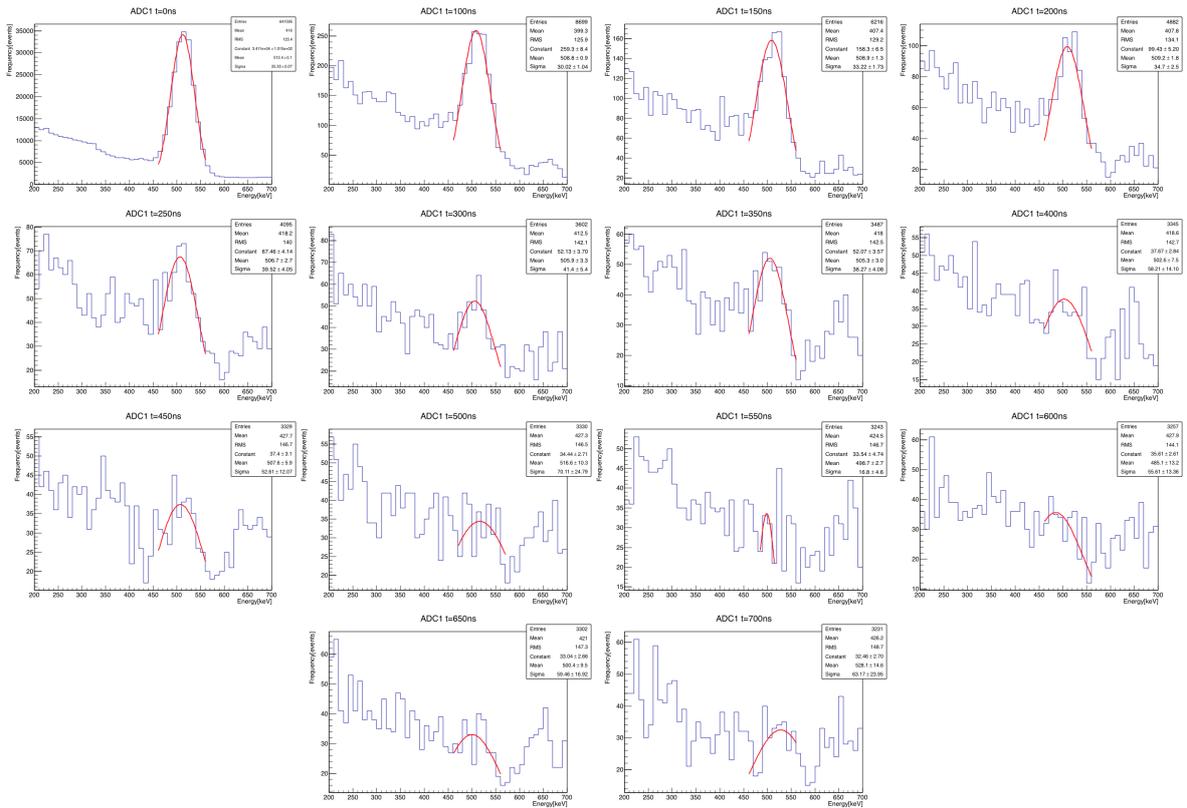


図 26: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting(NaI1)

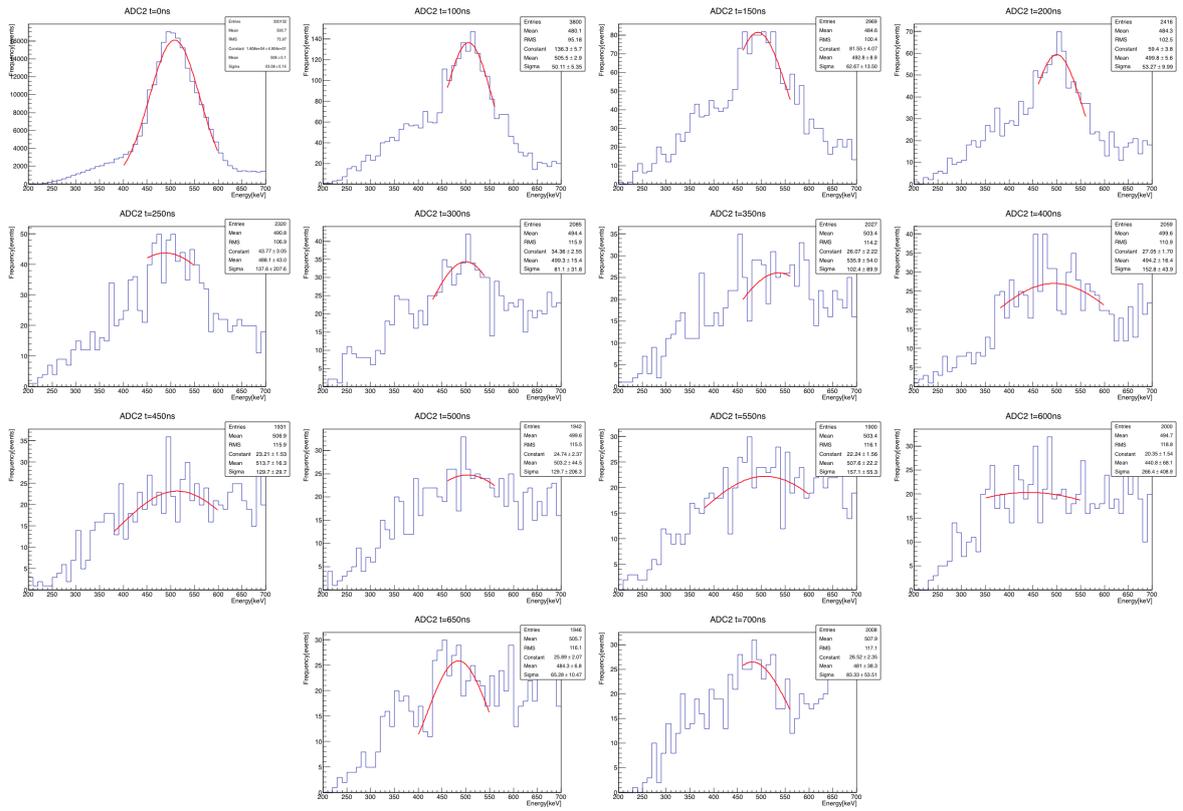


図 27: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting (NaI2)

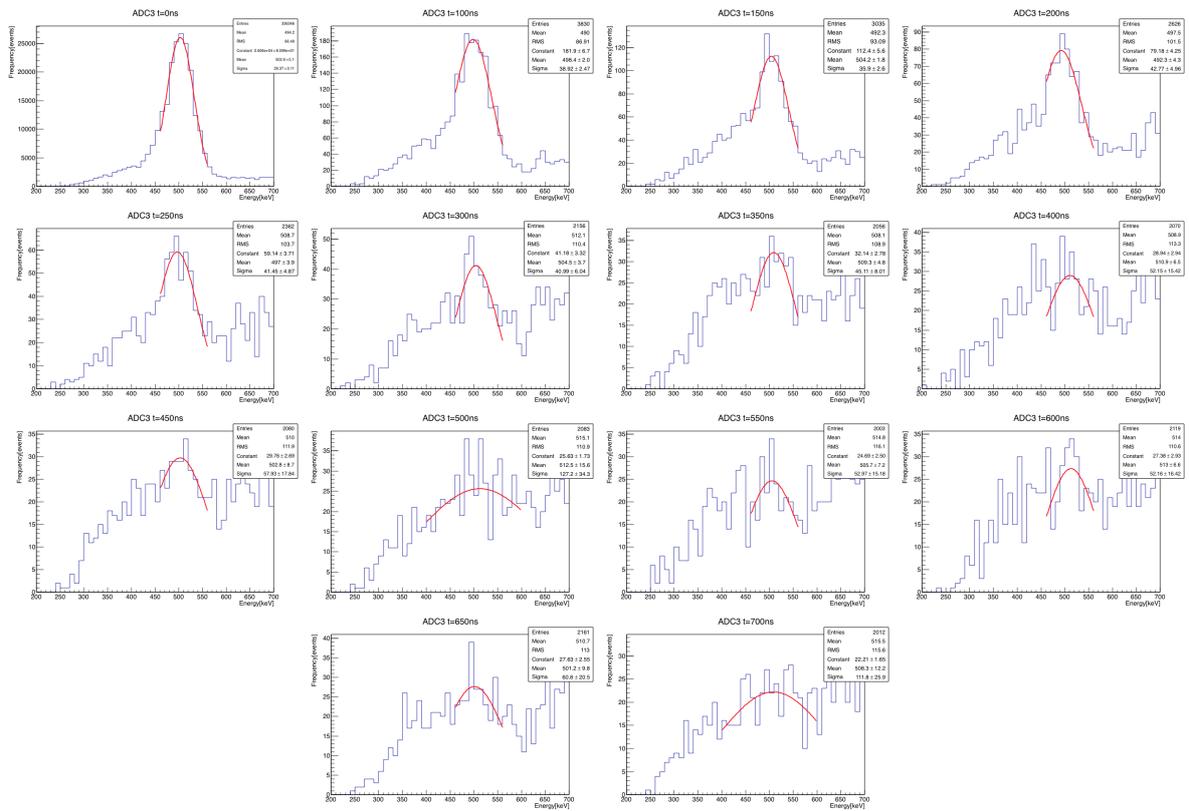


図 28: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting (NaI3)

また, $S(t)$ を表 9 に示す.

表 9: 各 NaI シンチレータに対する $S(t)$

t [ns]	$S(t)$ (NaI1)	$S(t)$ (NaI2)	$S(t)$ (NaI3)
0	318610	47245	46260
100	5228	865	723
150	3505	602	545
200	2639	437	442
250	2010	375	330
300	1795	341	310
350	1663	271	290
400	1574	285	297
450	1490	264	282
500	1554	282	256
550	1468	266	277
600	1430	308	265
650	1500	269	275
700	1396	272	244

これらを用いて $f(t)$ をプロットし、式 (4.4.14) を用いて fitting したものを図 29 に示す。

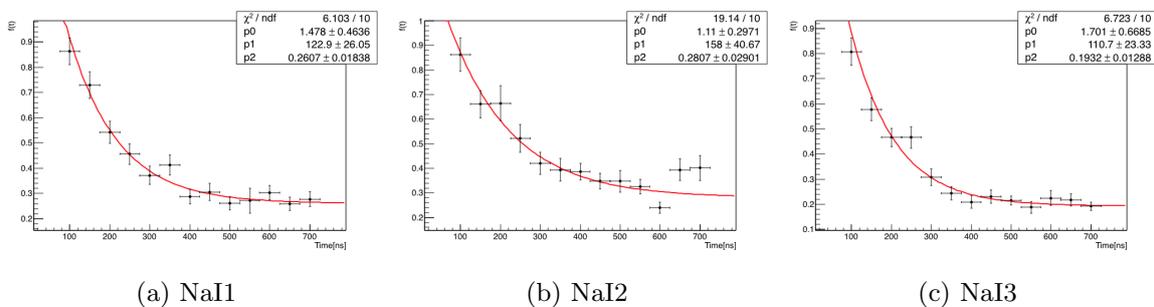


図 29: 各 NaI シンチレータに対する Pick-off 関数 $f(t)$ の fitting

fitting に用いた初期パラメータは全ての NaI シンチレータに対して同じものを用いた。初期パラメータを表 10 に示す。

表 10: $f(t)$ の fitting に用いた初期パラメータ

p_0	p_1	p_2
1.478	122.9	0.2607

この fitting によって得られた fitting パラメータ p_0, p_1, p_2 を表 11 に示す.

表 11: $f(t)$ の fitting パラメータ

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	1.478 ± 0.4636	122.9 ± 26.05	0.2607 ± 0.01838
NaI2	1.11 ± 0.2971	158 ± 40.67	0.2807 ± 0.02901
NaI3	1.701 ± 0.6685	110.7 ± 23.33	0.1932 ± 0.01288

4.4.5 Pick-off 補正後の寿命

Pick-off 補正後の寿命を考える. まず, 式 (4.4.13) に式 (4.4.14) を代入して,

$$g(t) = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \times \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(t + \int_0^t \left\{ p_0 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 \right\} dt' \right)\right] \quad (4.4.15)$$

となる. ここで, 定数 C を用いて

$$\begin{aligned} \int_0^t \left[p_0 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 \right] dt' &= \left[-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 t' \right]_0^t \\ &= -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 t + C \end{aligned} \quad (4.4.16)$$

となるので,

$$g(t) = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} \exp(C) \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \times \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] \quad (4.4.17)$$

となる. これより, $g(t)$ の fitting 関数は, fitting パラメータ q_0, q_1, q_2 を用いて

$$g(t) = q_0 \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left[-\frac{1}{q_1} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] + q_2 \quad (4.4.18)$$

と求まる. これと, $f(t)$ の fitting パラメータ p_0, p_1, p_2 (表 11) を用いて fitting を行ったものを図 30 に示す.

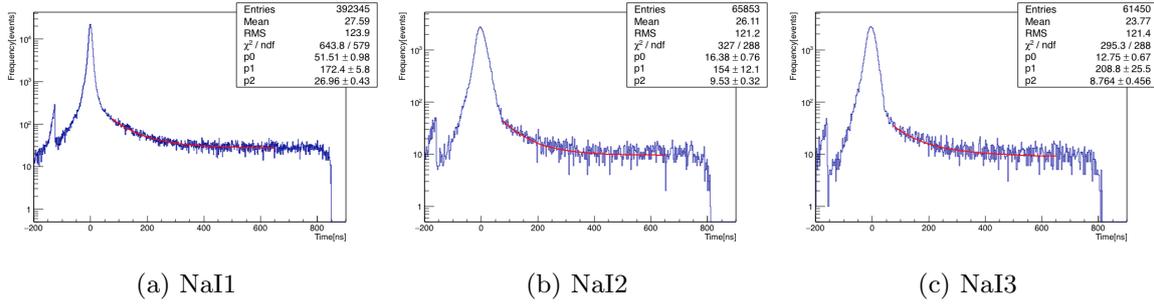


図 30: 各 NaI シンチレータに対する Pick-off 補正後の寿命 fitting (fitting パラメータが図中では p_0, p_1, p_2 となっているが、これは q_0, q_1, q_2 に相当する。)

このとき、fitting 範囲は TQ 補正の時と同様に、o- P_s の寿命が理論値通りである場合 40% 崩壊している 72.5 ns から 99% 崩壊している 654 ns とした。また、 $f(t)$ の fitting と異なり fitting の初期パラメータは NaI シンチレータによって異なるものを用いた。 $g(t)$ の fitting の初期パラメータを表 12 に示す。

表 12: $g(t)$ の fitting に用いた初期パラメータ

NaI	q_0	q_1	q_2
NaI1	74.65	170.8	61.93
NaI2	26.32	138.9	38.12
NaI3	24	188	38.77

この fitting によって得られた fitting パラメータ q_0, q_1, q_2 を表 13 に示す。

表 13: $g(t)$ の fitting パラメータ

NaI	q_0	q_1	q_2
NaI1	74.66 ± 1.27	170.8 ± 5.4	61.93 ± 0.62
NaI2	24.31 ± 0.79	162.6 ± 10.5	37.58 ± 0.45
NaI3	24.42 ± 0.81	181.5 ± 13.3	38.92 ± 0.52

このパラメータのうち q_1 が o- P_s の寿命に相当するので、 q_1 のみを取り出し、Pick-off 補正後の o- P_s の寿命を表 14 に示す。

表 14: Pick-off 補正後の o-Ps の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	170.8 ± 5.4
NaI2	162.6 ± 10.5
NaI3	181.5 ± 13.3

5 考察

5.1 寿命の fitting 範囲およびエネルギー範囲

Pick-off 補正後の寿命 fitting の範囲は 72.5 ns から 654 ns までとした。その fitting 範囲は p-Ps の影響が出ない範囲ならどこを指定しても得られる寿命はあまり変わらないはずが、実際に fitting 範囲を変えると得られる寿命の値が変化した。また、TQ 補正関数 (4.3.3) は $E = p_1[\text{keV}]$ で発散する。そのため、fitting により決定した TQ 補正関数 (4.3.3) は $E = p_1[\text{keV}]$ 付近では真の値 ΔT との差が大きくなる可能性がある。

以上をふまえて、各 NaI シンチレータに対して寿命 fitting の範囲の下限を 50.7 ns, 72.5 ns, 98.4 ns^{*3}にしたとき (上限は 654 ns のまま)、および $p_1 + 10[\text{keV}]$ 以下のエネルギーを除いた or 除かなかったときの計 6 通りに対して寿命を求めた結果、表 15 のようになった。ここで、 $p_1 + 10[\text{keV}]$ 以下のエネルギーを除いた場合を「エネルギー cut あり」、除かなかった場合を「エネルギー cut なし」と表している (以下、この表記を用いる)。

表 15: 各 NaI シンチレータ、各条件下での寿命

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 4.5	106.9 ± 6.3	189.3 ± 16.9
	なし	170.1 ± 4.5	107.1 ± 6.3	189.3 ± 16.9
72.5	あり	171.0 ± 5.7	153.8 ± 12.1	208.8 ± 25.5
	なし	172.4 ± 5.8	154.0 ± 12.1	208.8 ± 25.5
98.4	あり	152.1 ± 6.5	148.6 ± 15.4	193.2 ± 29.0
	なし	153.7 ± 6.5	149.0 ± 15.5	193.2 ± 29.0

*3 50.7 ns, 72.5 ns, 98.4ns はそれぞれ o-Ps の寿命が理論値通りの場合 30%, 40%, 50% 崩壊している時刻である。

5.2 誤差の評価

これまで求めた寿命は最後の fitting の誤差のみを考慮している。しかし、今回の実験の解析では数回の fitting を行っており、これまではそれらの fitting の誤差を無視してきた。以下ではこれらの無視してきた fitting に起因する誤差について考える。

最後の寿命 fitting に直接影響する誤差は TDC 較正による誤差 σ_{TDC} 、TQ 補正による誤差 σ_{TQ} 、Pick-off 補正による誤差 σ_{po} の3つである。これら3つの誤差を以下の5.2.2節～5.2.4節で求め、5.2.5節ではこれら3つの誤差および寿命 fitting の誤差 σ_{fit} (つまりこれまで考えてきた表15に表されている誤差) が独立だとし、

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TDC}}^2 + \sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{po}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2} \quad (5.2.1)$$

により誤差を求める。

5.2.1 σ_{TDC} 、 σ_{TQ} 、 σ_{po} の決定方法 (誤差の伝播)

一般に、パラメータ p_i 、その誤差 σ_{p_i} の fitting 関数 $f(x)$ (TDC 較正の fitting 関数、TQ 補正関数、寿命 fitting 関数に対応) の誤差 $\sigma_{f(x)}$ は各パラメータが独立だと仮定すると、

$$\sigma_{f(x)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2} \quad (5.2.2)$$

で与えられる。

式 (5.2.2) より $f(x)_{\pm} \equiv f(x) \pm \sigma_{f(x)}$ を用いて寿命 fitting をしなおしたときの求めた寿命を τ_{\pm} とし、fitting 関数 $f(x)$ の誤差 $\sigma_{f(x)}$ に起因する寿命の誤差 σ (σ_{TDC} 、 σ_{TQ} 、 σ_{po} に対応) を

$$\sigma = \max(|\tau - \tau_+|, |\tau - \tau_-|) \quad (5.2.3)$$

で定義する。ここで、 τ は表15に表されているような今まで求めてきた寿命である。以上のようにして、以下の5.2.2節～5.2.4節で σ_{TDC} 、 σ_{TQ} 、 σ_{po} を求める。

5.2.2 TDC 較正による誤差

TDC 較正の fitting 関数は

$$\text{Time} = -p_1 \times (\text{TDC0 count}) \quad (5.2.4)$$

である (TDC 較正時の fitting 関数は式 (4.2.1) だが、実際には Time として式 (4.2.2) を使用したのでここでは式 (4.2.2) を考える。) から、その誤差 σ_{Time} は、

$$\sigma_{\text{Time}} = \sigma_{p_1} \times (\text{TDC0 count}) \quad (5.2.5)$$

となる. なお, σ_{p1} は表 4 で与えられる. 寿命 fitting の横軸を $t = (\text{Time} \pm \sigma_{\text{Time}}) - \Delta T(E)$ と
して求めた寿命 τ_{\pm} および式 (5.2.3) から求めた誤差 σ_{TDC} は表 16~表 18 のようになった*4.

表 16: TDC 較正による誤差 (NaI1)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	168.4	167.6	168.8	1.2
	なし	169.5	168.8	170.1	1.3
72.5	あり	170.7	169.6	171.0	1.4
	なし	171.9	170.9	172.4	1.5
98.4	あり	152.1	151.0	152.1	1.1
	なし	153.3	152.4	153.7	1.3

表 17: TDC 較正による誤差 (NaI2)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	106.9	102.1	106.9	4.8
	なし	107.1	102.2	107.1	4.9
72.5	あり	152.7	147.1	153.8	6.7
	なし	153.0	147.3	154.0	6.7
98.4	あり	143.0	141.1	148.6	7.5
	なし	143.4	141.4	149.0	7.6

表 18: TDC 較正による誤差 (NaI3)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TDC} [ns]
50.7	あり	190.0	187.0	189.3	2.3
	なし	190.0	187.0	189.3	2.3
72.5	あり	205.1	208.3	208.8	3.7
	なし	205.1	208.3	208.8	3.7
98.4	あり	192.0	192.4	193.2	1.2
	なし	192.0	192.4	193.2	1.2

*4 τ_- と τ_+ の間に τ が入っていないデータが複数みられる (これ以降に述べるデータについても同様). それは, 例え
ばこの場合だと $t = (\text{Time} + p\sigma_{\text{Time}}) - \Delta T(E)$ ($-1 \leq p \leq 1$) としたときの寿命の値を $\tau(p)$ としたとき, $\tau(p)$
は p に関して単調に増加 or 減少しないためだと考えられる. したがって, p を -1 から 1 までの範囲で動かして寿
命を求め, 誤差を $\sigma_{\text{TDC}} = \max_{-1 \leq p \leq 1} |\tau(p) - \tau|$ と定めればより正確に誤差を求められたと考えられる (このことは
発表会でご指摘があった).

5.2.3 TQ 補正による誤差

TQ 補正関数は

$$\Delta T(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (5.2.6)$$

であるから, その誤差 $\sigma_{\Delta T(E)}$ は,

$$\sigma_{\Delta T(E)} = \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \sqrt{\sigma_{p_0}^2 + \left(\frac{p_0 p_2}{E - p_1} \sigma_{p_1}\right)^2 + (p_0 \log(E - p_1) \sigma_{p_2})^2 + ((E - p_1)^{p_2} \sigma_{p_3})^2} \quad (5.2.7)$$

となる. なお, σ_{p_i} ($i = 0, 1, 2, 3$) は表 6 で与えられる. 寿命 fitting の横軸を $t = \text{Time} - (\Delta T(E) \pm \sigma_{\Delta T(E)})$ として求めた寿命 τ_{\pm} および式 (5.2.3) から求めた誤差 σ_{TQ} は表 19~表 21 のようになった.

表 19: TQ 補正による誤差 (NaI1)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	174.2	144.4	168.8	24.4
	なし	175.8	154.1	170.1	16.0
72.5	あり	170.5	157.6	171.0	13.4
	なし	172.6	164.6	172.4	7.8
98.4	あり	152.1	150.0	152.1	2.1
	なし	154.6	158.3	153.7	4.6

表 20: TQ 補正による誤差 (NaI2)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	175.4	39.8	106.9	68.5
	なし	175.4	39.9	107.1	68.3
72.5	あり	164.2	73.8	153.8	80.0
	なし	164.2	75.5	154.0	78.5
98.4	あり	152.8	132.4	148.6	16.2
	なし	152.8	138.7	149.0	10.3

表 21: TQ 補正による誤差 (NaI3)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{TQ} [ns]
50.7	あり	207.9	134.2	189.3	55.1
	なし	207.9	134.2	189.3	55.1
72.5	あり	215.3	180.8	208.8	28.0
	なし	215.3	180.8	208.8	28.0
98.4	あり	168.0	192.0	193.2	25.2
	なし	168.0	192.0	193.2	25.2

5.2.4 Pick-off 補正による誤差

Pick-off 補正の fitting 関数は

$$f(t) = p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 \quad (5.2.8)$$

であり, そのパラメータ $p_i (i = 0, 1, 2)$ の誤差 $\sigma_{p_i} (i = 0, 1, 2)$ は寿命 fitting 関数

$$g(t) = q_0 \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \exp \left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + (p_2 + 1)t \right\} \right] + q_2 \quad (5.2.9)$$

に影響し, その誤差 $\sigma_{g(t)}$ は,

$$\begin{aligned} \sigma_{g(t)} = & q_0 \exp \left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + (p_2 + 1)t \right\} \right] \sqrt{\left[1 + \frac{p_1}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_0}^2} \\ & + \frac{p_0^2}{p_1^4 q_1^2} \left[q_1 t + (p_1^2 + p_1 t) \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_1}^2 + \left[1 - \frac{t}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right]^2 \sigma_{p_2}^2 \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

となる. なお, $\sigma_{p_i} (i = 0, 1, 2)$ は表 11 で与えられる. 寿命 fitting 関数を $g(t) \pm \sigma_{g(t)}$ として求めた寿命 τ_{\pm} および式 (5.2.3) から求めた誤差 σ_{p_0} は表 22~表 24 のようになった.

表 22: Pick-off 補正による誤差 (NaI1)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{p_0} [ns]
50.7	あり	186.6	131.9	168.8	36.9
	なし	188.1	132.9	170.1	37.2
72.5	あり	189.1	136.0	171.0	35.0
	なし	190.7	137.1	172.4	35.3
98.4	あり	166.3	123.4	152.1	28.7
	なし	168.0	124.5	153.7	29.2

表 23: Pick-off 補正による誤差 (NaI2)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	100.5	129.3	106.9	22.4
	なし	100.7	129.5	107.1	22.4
72.5	あり	144.7	209.2	153.8	55.4
	なし	150.0	209.7	154.0	55.7
98.4	あり	140.0	205.9	148.6	57.3
	なし	140.3	206.6	149.0	57.6

表 24: Pick-off 補正による誤差 (NaI3)

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	σ_{po} [ns]
50.7	あり	221.0	131.5	189.3	57.8
	なし	221.0	131.5	189.3	57.8
72.5	あり	247.1	147.1	208.8	61.7
	なし	247.1	147.1	208.8	61.7
98.4	あり	226.5	142.1	193.2	51.1
	なし	226.5	142.1	193.2	51.1

5.2.5 誤差のまとめ

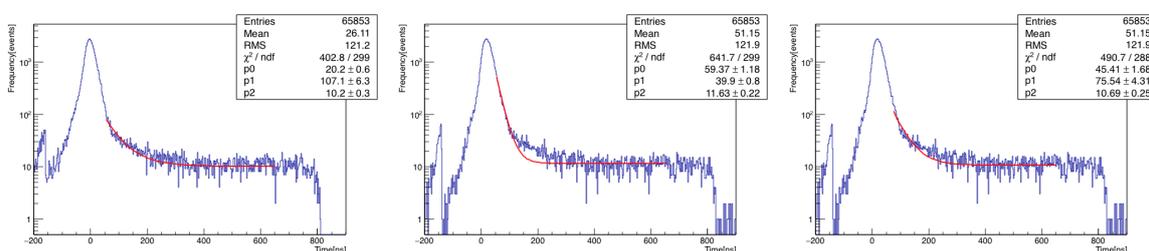
以上の 5.2.2 節～5.2.4 節で求めた誤差 σ_{TDC} , σ_{TQ} , σ_{po} から式 (5.2.1) により最終的な誤差 σ_{total} を求めると, 表 25 のようになった. なお, 表には $\tau \pm \sigma_{total}$ の形で示した.

表 25: 誤差のまとめ

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)	寿命 [ns](NaI3)
50.7	あり	168.8 ± 44.5	106.9 ± 72.5	189.3 ± 81.7
	なし	170.1 ± 40.8	107.1 ± 72.3	189.3 ± 81.7
72.5	あり	171.0 ± 37.9	153.8 ± 98.3	208.8 ± 72.5
	なし	172.4 ± 36.6	154.0 ± 97.2	208.8 ± 72.5
98.4	あり	152.1 ± 29.5	148.6 ± 62.0	193.2 ± 63.9
	なし	153.7 ± 30.3	149.0 ± 61.0	193.2 ± 63.9

5.3 考察

まず、表 25 を見ると、すべての条件について誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まっていることが分かる。次に、表 15 を見ると NaI2 シンチレータの fitting 範囲の下限が 50.7 ns の場合の寿命が極端に小さくなっており、また、表 20 の fitting 範囲の下限が 50.7 ns、72.5 ns の場合の τ_- が極端に小さくなっていることがわかる。これらのデータについては図 31 に示す（エネルギー cut なしの場合のみ示す）ように fitting が上手くいかなかったデータでありそれらのデータは信用性がない。なお、これら以外のデータについては目視で確認する限り fitting が上手くいっていた。



(a) 表 15 の fitting 範囲の下限が 50.7 ns の時の寿命 fitting (b) 表 20 の fitting 範囲の下限が 50.7 ns の時の寿命 (τ_-)fitting (c) 表 20 の fitting 範囲の下限が 72.5 ns の時の寿命 (τ_-)fitting

図 31: fitting が上手くいかなかったデータ（これらはすべて NaI2, エネルギー cut なし）

さらに、表 25 を見ると、全体的に NaI1 シンチレータより NaI2,3 シンチレータでの寿命の方が誤差が大きくなっていることが分かる。また、表 16～表 24 を見ると、 σ_{total} は主に TQ 補正, Pick-off 補正による誤差が寄与していることが分かる。これらのことおよびエネルギー cut, fitting 範囲について以下の 5.3.1 節～5.3.5 節で考察する。

5.3.1 エネルギー cut

表 25 を見ると、NaI1,2 シンチレータについてはエネルギー cut なしの場合よりエネルギー cut ありの方が o-Ps の寿命の理論値 142 ns に近いことがわかる。ただし、誤差の範囲が重なっており、TQ 補正関数 (4.3.3) が $E = p_1[\text{keV}]$ で発散することの寿命への影響があったかどうかは判断することができない。また、NaI3 シンチレータについてはエネルギー cut なしの場合の寿命とエネルギー cut ありの場合の寿命が同じである。それは cut したエネルギーの範囲、つまり $p_1 + 10[\text{keV}]$ 以下のエネルギーの範囲のイベント数が少なく、 $p_1 + 10[\text{keV}]$ 以下のエネルギーを除いたことの影響がほとんどなかったためだと考えられる。

5.3.2 fitting 範囲

表 25 を見ると、fitting 範囲の下限によって寿命の値が大きく異なっており、また、図 31 の fitting が上手くいっていない条件のものを除いて fitting 範囲の下限が小さくなるほど誤差が大き

くなっていることが分かる。Pick-off 補正関数 $f(t)$ を決定するのに用いた $t > 0$ の範囲のデータ点は $t = 100, 150, \dots$ ns であり、寿命 fitting の範囲の下限は $t = 50.7, 72.5, 98.4$ ns < 100 ns である。また、Pick-off 補正関数 $f(t)$ は t が小さくなるほど大きな値になる。以上のことおよび 5.3.5 節で述べることにより、主に $t < 100$ ns の範囲で Pick-off 補正関数の真の値からのずれが大きくなり、fitting 範囲の下限が小さくなるほどその影響が大きくなる表れたために、寿命 fitting の範囲を変えると寿命が大きく異なり、fitting 範囲の下限が小さくなるほど誤差が大きくなったと考えられる。よって、 $t = 50$ ns のデータもとることにより fitting 範囲の違いによる寿命の差が小さくなると考えられる。

5.3.3 NaI1 シンチレータと NaI2,3 シンチレータでの寿命の誤差の大きさの差

NaI1 シンチレータより NaI2,3 シンチレータでの寿命の方が誤差が大きくなっている原因としては、まず NaI1 シンチレータと NaI2,3 シンチレータの性能の差が考えられる。実際、図 23 の Time-Energy 分布を見ると、NaI1 シンチレータについては 200 keV 以下のイベントが多く見られるのに対して、NaI2,3 シンチレータについては 200 keV 以下のイベントがほとんど見られず、また、NaI2,3 シンチレータのイベント数は NaI1 シンチレータのイベント数の約半分であることがわかる。よって、NaI2,3 シンチレータの低エネルギー領域のイベント数が少ないことが Pick-off 補正に用いるデータ数および寿命 fitting に用いるデータ数の減少につながり誤差が大きくなったと考えられる。また、NaI1 シンチレータと NaI2,3 シンチレータとでは設置位置が異なり、このことも NaI1 シンチレータと NaI2,3 シンチレータの誤差の大きさの差の原因である可能性がある。

5.3.4 TQ 補正による誤差の原因

まず、図 19～図 21 の ΔT を求めるための Gaussian fitting については fitting が上手くいっており、この Gaussian fitting が誤差の原因とは考えにくい。次に、図 22 を見ると、NaI1 シンチレータについては TQ 補正関数の曲線上にデータ点が載っており正しく TQ 補正関数を決定できているように見えるが、NaI2,3 シンチレータについては 400 keV 以上のデータ点が TQ 補正関数から外れており正しく TQ 補正関数が決定できていないことが示唆される。このことが NaI2,3 シンチレータについて TQ 補正による誤差が大きくなった原因だと考えられる。また、NaI1 シンチレータについては、表 19 を見ると、fitting 範囲の下限が 98.4 ns のデータについては誤差が比較的小さいが、fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 72.5 ns のデータについては誤差が比較的大きいことが分かる。それは、NaI1 シンチレータについては TQ 補正関数を正しく決定できたであろうことを考えると、5.3.2 節で述べたように、fitting 範囲の下限を小さくするほど Pick-off 補正関数のずれの影響が大きくなることが原因だと考えられる。すなわち、TQ 補正による誤差 σ_{TQ} は時間軸を $t = \text{Time} - (\Delta T(E) \pm \sigma_{\Delta T(E)})$ とした時の寿命 τ_{\pm} から求めたが、fitting 範囲の下限を小さくするほど Pick-off 補正関数のずれの影響が大きくなり、 τ_{\pm} と τ の差が大きくなったと考えられる。

5.3.5 Pick-off 補正による誤差の原因

Pick-off 補正による誤差の原因としては、まず、 $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting が上手く行えていないことが考えられる。実際、図 26, 27, 28 を見ると、特に t が大きいものについて fitting が不正確だと考え得るものが多く見られる。このように Gaussian fitting が上手く行えなかった原因としてはデータ数が少ないために 511 keV のピークが見えにくくなったためだと考えられる。また、5.3.3 節に述べたように NaI2,3 シンチレータについて低エネルギー領域のイベント数が少ないために 0 keV から 450 keV までのイベント数 $S(t)$ が少なくなったことも原因だと考えられる。以上のような要因により Pick-off 補正関数が不正確になり最後に求めた寿命の誤差の大きさに繋がったと考えられる。

5.4 全データを用いた寿命の加重平均

今回の実験では、3 つの NaI シンチレータ (NaI1,2,3) を用いて寿命の測定を行ったのだが、生データ (このレポートには載せていないが、ADC1,2,3 および TDC0,1,2,3 の値が出力されたデータのこと) を見ると、ほぼすべてのイベントで NaI1,2,3 シンチレータのうち 1 つのシンチレータのみが γ 線を捉えていることがわかる。したがって、3 つの NaI シンチレータでの測定値は互いに独立だとみなしてよいので、重みを $w_i = \frac{1}{\sigma_{\text{total},i}^2}$ (i は NaI i ($i = 1, 2, 3$) シンチレータの値) として加重平均をとることができる。加重平均は

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_i w_i \tau_i}{\sum_j w_j} = \frac{\sum_i \frac{\tau_i}{\sigma_{\text{total},i}^2}}{\sum_j \frac{1}{\sigma_{\text{total},j}^2}} \quad (5.4.1)$$

で与えられ、その誤差 (標準偏差) は

$$\sigma_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_j w_j}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_j \frac{1}{\sigma_{\text{total},j}^2}}} \quad (5.4.2)$$

で与えられる。

式 (5.4.1), 式 (5.4.2) から、表 25 の 6 通り (fitting 範囲の 3 通り \times エネルギー cut の有無の 2 通り) のデータそれぞれに対して NaI1,2,3 シンチレータの加重平均及びその誤差を求めると表 26 のようになった。ただし、5.3 節の冒頭で述べたように、NaI2 シンチレータの fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 72.5 ns のデータについては fitting が上手くいかなかったものが含まれているので、fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 72.5 ns のものについては NaI1,3 シンチレータの 2 つのデータの加重平均をとった。

表 26: 全データを用いた寿命の加重平均

fitting 範囲の下限 [ns]	エネルギー cut	寿命 [ns]
50.7	あり	173.5 ± 39.1
	なし	173.9 ± 36.5
72.5	あり	179.1 ± 33.6
	なし	179.8 ± 32.7
98.4	あり	157.6 ± 24.6
	なし	158.9 ± 25.0

表 26 を見ると, fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 98.4 ns のデータについては誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まっているが, fitting 範囲の下限が 72.5 ns のデータについては誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まっていないことが分かる. fitting 範囲の下限が 72.5 ns のデータについて理論値が誤差の範囲内に収まらなかったのは 5.3 節で述べたようなことが原因だと考えられる.

6 結論

寿命 fitting による誤差, TDC 較正による誤差, TQ 補正による誤差, Pick-off 補正による誤差すべてを考慮したときの各条件での寿命の値は表 25 のようになり, すべての条件について誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まった. また, NaI_{1,2,3} シンチレータのデータの加重平均 (fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 72.5 ns のデータについては NaI_{1,3} シンチレータの加重平均) をとると, 表 26 のようになり, fitting 範囲の下限が 50.7 ns, 98.4 ns のデータは誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まったが, fitting 範囲の下限が 72.5 ns のデータについては誤差の範囲内に寿命の理論値 142 ns が収まらなかった. したがって, 部分的に QED を肯定する結果が得られたと言える. しかし, 5.3 節で述べたようなことにより fitting 範囲の下限が 72.5 ns のデータについて寿命の加重平均の誤差の範囲内に理論値が収まっておらず, また, 全体的に寿命の誤差が大きくなってしまったので, より精度の高い実験となるように改善する必要がある.

7 今後の展望

5 章で述べたことを踏まえて, 以下のようなことをすれば実験の精度が上がると考えられる.

- データ数を増やす (データをとる時間を長くする, または使用する線源を強いものに変える).
- 各 NaI シンチレータに加える電圧を 1250 V で統一していたが, NaI_{2,3} シンチレータについてはもう少し大きな電圧を加えて ADC 較正におけるグラフの傾き (1 ADC count あたりのエネルギー) を 3 つの NaI シンチレータでそろえることにより, NaI_{2,3} シンチレータ

についても低エネルギー領域 (200 keV 以下) でのイベントを観測できるようにし, 3 つの NaI シンチレータの精度をそろえる.

- Pick-off 補正関数 $f(t)$ の決定するのに $t = 50$ ns のデータもとる.
- TDC 較正, TQ 補正, Pick-off 補正による寿命の誤差を求めた時, τ_- と τ_+ の間に τ が入っていないデータが複数みられたので, それを改善するために, fitting 関数 $f(x)$ (TDC 較正の fitting 関数, TQ 補正関数, 寿命 fitting 関数に対応) を $f(x) + p\sigma_{f(x)}$ ($-1 \leq p \leq 1$) として寿命 fitting した時に求まる寿命を $\tau(p)$ とし, p を -1 から 1 まで動かして寿命を求め, $\max_{-1 \leq p \leq 1} |\tau(p) - \tau|$ を誤差と定める.

謝辞

今回の実験をするにあたり, 半期を通して丁寧に指導して下さった木河達也先生, また, 実験・解析にお付き合いしていただき, 様々な場面で手助けして下さった TA の有元隼太さんに感謝申し上げます. 本当にありがとうございました.

参考文献

- [1] B.A.Kniehl, A.V.Kotikov and O.L.Veretin:” Orthopositoronium lifetime at $\mathcal{O}(\alpha)$ and $\mathcal{O}(\alpha^3 \ln \alpha)$ in closed form” , [arXiv:0909.1431v2[hep-ph]] (2009)
- [2] Michael E.Peskin and Daniel V.Schroeder:” An Introduction to Quantum Field Theory” Westview Press (1995)
- [3] Glenn F. Knoll 『放射線計測ハンドブック』 (神野郁夫・木村逸郎・阪井英次 訳)
- [4] 過去の課題演習 A2 レポート (2021 年度前期, 2020 年度後期, 2019 年度前期・後期, 2018 年度前期・後期, 2016 年度後期)