

# オルソポジトロニウムの寿命測定

浅野 礼治 川中 竣介 佐藤 優光 田中 由弥 松本 健助 三浦 悠

2023/12/05

# 目次

第 1 章	概要	2
第 2 章	理論	3
2.1	Ps の分類	3
2.2	p-Ps の荷電共役変換性	3
2.3	o-Ps の荷電共役変換性	4
2.4	Ps の崩壊で放出する $\gamma$ 線の本数	4
第 3 章	実験方法	5
3.1	原理	5
3.2	実験器具	5
3.3	セットアップ	5
3.4	回路	7
第 4 章	結果・解析	9
4.1	生データ	9
4.2	データの抽出	11
4.3	TDC 較正	11
4.4	ADC 較正	12
4.5	Time-Energy 分布	14
4.6	TQ 補正	15
4.7	Pick-off 補正	20
第 5 章	考察	26
5.1	$g(t)$ の fitting 範囲	26
5.2	誤差の評価	27
5.3	寿命が理論値より長くなった理由	29
第 6 章	結論	31
	参考文献	33

# 第 1 章

## 概要

電子と陽電子が 1 つずつ集まった電氣的な束縛状態は、ポジトロニウム（以後 Ps）と呼ばれる。Ps は、電子と陽電子のスピンの状態によってオルソポジトロニウム（以後 o-Ps）とパラポジトロニウム（以後 p-Ps）に分類される。本実験では比較的寿命の長い o-Ps の寿命を計算し、量子電磁力学 (QED) が示す理論値と整合しているかを見ていく。

## 第 2 章

# 理論

電子と陽電子の束縛状態である Ps は、対消滅により  $\gamma$  線を放出する。放出する  $\gamma$  線の本数は o-Ps と p-Ps で異なり、その違いは荷電共役変換の変換性によるものである。この章では、Ps の荷電共役変換性と放出する  $\gamma$  線の本数の関係について述べる。

### 2.1 Ps の分類

$b^\dagger$  : 電子の生成演算子、 $d^\dagger$  : 陽電子の生成演算子、を用いると、Ps には以下の独立な 4 通りの状態が考えられる。なお、生成演算子のあとの括弧内の矢印はスピンの方向を表している。

$$b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\uparrow)|0\rangle \quad (2.1)$$

$$b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\downarrow)|0\rangle \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) + b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) - b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \quad (2.4)$$

これらのうち、式 (2.1)、(2.2)、(2.3) で表されるものは合成スピンの 1 である 3 重項 (triplet) で、これらをまとめて o-Ps と呼ぶ。対して、式 (2.4) で表現されるものは合成スピンの 0 である 1 重項 (singlet) で、これを p-Ps と呼ぶ。

### 2.2 p-Ps の荷電共役変換性

荷電共役変換では電子と陽電子が互いに置き換わるので p-Ps は以下のように荷電共役変換する。

$$\begin{aligned} |p - Ps\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) - b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[d^\dagger(\uparrow)b^\dagger(\downarrow) - d^\dagger(\downarrow)b^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \quad (\because \text{荷電共役変換 } d^\dagger \rightarrow b^\dagger, b^\dagger \rightarrow d^\dagger) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[-b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow) + b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow)]|0\rangle \quad (\because \text{反交換関係 } \{b^\dagger, d^\dagger\} = 0) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) - b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle = |p - Ps\rangle \end{aligned}$$

つまり、荷電共役変換の前と後で変化はない。

## 2.3 o-Ps の荷電共役変換性

同様に o-Ps ではそれぞれ以下のように荷電共役変換する。まず式 (2.1) のものは、

$$b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\uparrow)|0\rangle \rightarrow d^\dagger(\uparrow)b^\dagger(\uparrow)|0\rangle = -b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\uparrow)|0\rangle \quad (\because \text{反交換関係 } \{b^\dagger, d^\dagger\} = 0)$$

と変換する。そして式 (2.2) のものは、

$$b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\downarrow)|0\rangle \rightarrow d^\dagger(\downarrow)b^\dagger(\downarrow)|0\rangle = -b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\downarrow)|0\rangle \quad (\because \text{反交換関係 } \{b^\dagger, d^\dagger\} = 0)$$

と変換する。また式 (2.3) のものは、

$$\begin{aligned} |o-Ps\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) + b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[d^\dagger(\uparrow)b^\dagger(\downarrow) + d^\dagger(\downarrow)b^\dagger(\uparrow)]|0\rangle \quad (\because \text{荷電共役変換 } d^\dagger \rightarrow b^\dagger, b^\dagger \rightarrow d^\dagger) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[-b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow) - b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow)]|0\rangle \quad (\because \text{反交換関係 } \{b^\dagger, d^\dagger\} = 0) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}[b^\dagger(\uparrow)d^\dagger(\downarrow) + b^\dagger(\downarrow)d^\dagger(\uparrow)]|0\rangle = -|o-Ps\rangle \end{aligned}$$

となる。以上をまとめると、

$$|o-Ps\rangle \rightarrow -|o-Ps\rangle$$

である。つまり、荷電共役変換の前と後で符号が逆になる。

## 2.4 Ps の崩壊で放出する $\gamma$ 線の本数

電磁相互作用は荷電共役対称性を持っているので荷電共役変換性は崩壊の前後で不変である。ゆえに複数の光子系と Ps の荷電共役変換性を比較することで、Ps が崩壊する際に放出する  $\gamma$  線の個数が分かる。

QED より光子の生成演算子は荷電共役変換すると符号が反転する。すなわち、 $n$  個の  $\gamma$  線がある状態では

$$|n\gamma\rangle \rightarrow (-1)^n |n\gamma\rangle$$

と変換する。これと 2.2 節および 2.3 節の帰結より p-Ps は偶数本の  $\gamma$  線に崩壊し、o-Ps は奇数本の  $\gamma$  線に崩壊することがいえる。また QED における結合定数である微細構造定数は  $\alpha \simeq 0.007$  と 1 と比べて十分に小さい。このことから今回の実験では摂動展開の最低次まで考えて、p-Ps と o-Ps は殆どそれぞれ  $2\gamma$  崩壊、 $3\gamma$  崩壊すると考えてよい。

また QED における p-Ps と o-Ps の寿命の理論値は、それぞれ 0.124 ns, 142 ns である。

## 第3章

# 実験方法

### 3.1 原理

Ps を生成するための陽電子源として  $^{22}\text{Na}$  を用いる。 $^{22}\text{Na}$  の  $\beta^+$  崩壊により陽電子  $e^+$  が放出され陽電子はシリカパウダー内の電子  $e^-$  と結びつき、ポジトロニウム Ps を形成する。この Ps が対消滅を起こすことで  $\gamma$  線が放出される。そこで、 $e^+$  をプラスチックシンチレータ (P.S.) で検出し、また  $\gamma$  線を NaI シンチレータで検出することで、これらの検出時間の差から Ps の寿命を求めることができる。このとき、 $e^+$  が P.S. を通過する時刻と Ps が形成される時刻、Ps が対消滅を起こす時刻と  $\gamma$  線が NaI シンチレータで検出される時刻をそれぞれ同時とみなした。実際、これらの時間差は o-Ps の寿命に比べて十分に小さく、妥当な近似である。

### 3.2 実験器具

- $^{22}\text{Na}$ : 線源。 $\beta^+$  崩壊により陽電子  $e^+$  を放出する。
- プラスチックシンチレータ (P.S.): 陽電子  $e^+$  の検出器。
- NaI シンチレータ:  $\gamma$  線の検出器。二つ用いており、以下ではそれぞれ NaI3, NaI4 と表す。
- 光電子増倍管 (PMT): NaI シンチレータからの光信号を増幅する。
- シリカパウダー: 陽電子  $e^+$  への電子  $e^-$  の供給源。構造上空洞の割合が大きいため、後述の Pick-off 反応が起きにくい。
- 鉛ブロック:  $^{22}\text{Na}$  から直に発生する  $\gamma$  線が NaI シンチレータに入るのを防ぐために用いる。
- 遮光用ビニール: 外部からの光により P.S. が陽電子  $e^+$  を検出できなくなるのを防ぐために用いる。

### 3.3 セットアップ

実験器具を以下の図 3.1、図 3.2 の模式図のように配置した。図 3.3, 3.4 に実際の配置の写真を示す。Ps の余計な反応を減らすために、シリカパウダーはあらかじめオープンで加熱して水分を飛ばした。さらに、実験中はポンプでシリカパウダーの容器内の空気を抜き、真空に近い状態を保った。 $\gamma$  線の検出効率を高めるため、NaI シンチレータはシリカパウダーの左右に配置した。

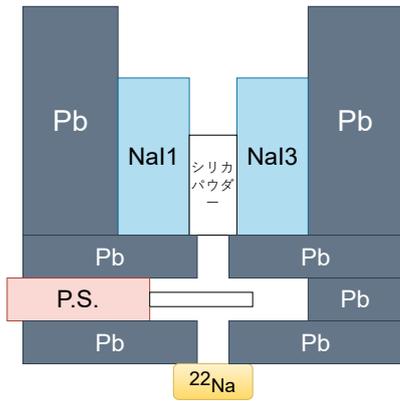


図 3.1 上からみたセットアップの模式図



図 3.2 横からみたセットアップの模式図



図 3.3 実際の配置 (蓋と遮光用ビニールなし)



図 3.4 実際の配置 (蓋と遮光用ビニールあり)

図 3.1 と図 3.2 は、 $^{22}\text{Na}$  線源から出た陽電子が P.S. を通過しシリカパウダー内に入る通路を確保しつつ、外部からの  $\gamma$  線を防ぐために周りを Pb で囲った様子を上からと横から表している。図 3.3 は、実際の配置を上方から撮影したものである。図 3.4 は全体を遮光ビニールで囲んだ様子であり、実際の実験はこの状態で行った。

### 3.4 回路

実験原理で述べた通り、P.S. と NaI シンチレータの二つの信号の時間差を Ps の寿命としたいが、この場合 P.S. で検出した  $e^+$  が必ずしも Ps を形成するとは限らないため、P.S. で  $e^+$  を検出するたびに TDC を start させているのは目的の現象の検出率が悪い。そこで、P.S. の信号から Gate を生成し、その Gate と NaI シンチレータの信号で coincidence をとったものを TDC の Start に入れる。そして、P.S. の信号に十分に長い delay を入れたものを TDC の Stop に入れる。このとき Ps の寿命は、設定した既知の delay から TDC の測定値を引くことで求められる。coincidence をとることにより、目的の現象の検出率を上げている。信号の概念図を図 3.5 に示す。実験に用いる回路は図 3.6 のように組んだ。

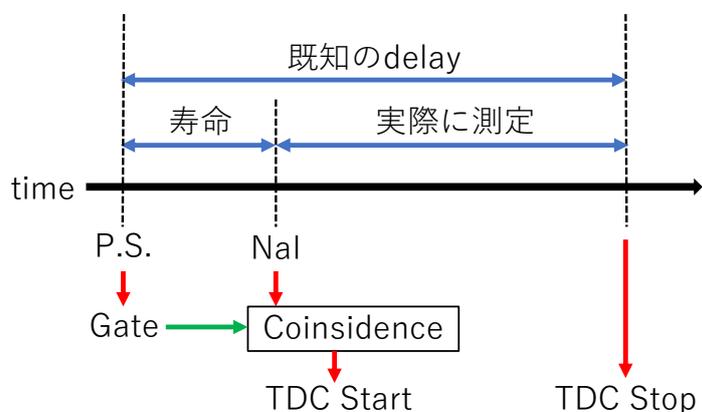


図 3.5 信号の概念図

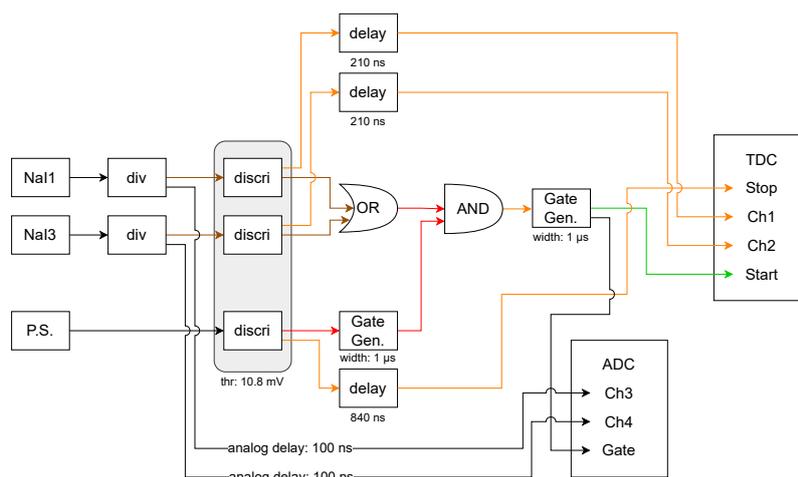


図 3.6 回路図

図 3.5 は、既知の delay と、 $\alpha$ -Ps の寿命、実際に測定する時間の関係性を表したものである。また図 3.6 は、P.S. および NaI シンチレータからの信号を処理し、ADC と TDC の端子に信号を入力する流れを示したものである。

回路に用いた各モジュールの役割は以下の通り。

- div: divider。入力と同じ大きさで形の信号を二つ出力する。
- discr: discriminator。threshold を超える大きさの信号が入力されたとき、NIM 信号 (0 V を 0、 $-0.8$  V を 1 とする論理信号、矩形波) を出力する。
- delay: 入力と同じ形の信号を指定時間遅らせて出力する。
- FAN IN/OUT(図中では OR): 複数の入力端子のうちいずれかに信号が入力されているとき、NIM 信号を出力する。
- Coincidence(図中では AND): 複数の入力端子のうちすべてに信号が入力されているとき、NIM 信号を出力する。
- Gate Gen: Gate Generator。信号が入力されると、指定された時間幅の NIM 信号を出力する。
- TDC: Start 端子に信号が入力されてから Stop 端子に信号が入力されるまでの時間を計測し、0 から 4095 までのデジタル値にして出力する。
- ADC: Gate 端子に信号が入力されている間の入力信号の波形を積分した値を 0 から 4095 までのデジタル値にして出力する。今回は  $\gamma$  線のエネルギーを計測するために用いた。

## 第4章

# 結果・解析

### 4.1 生データ

7/24 から 9/4 までの期間で実験を行った。以下に TDC, ADC の生データを示す。

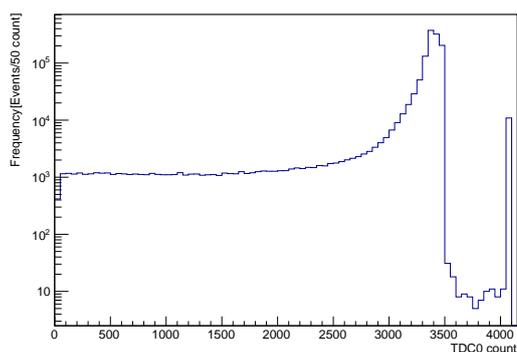


図 4.1 TDC0 の生データ

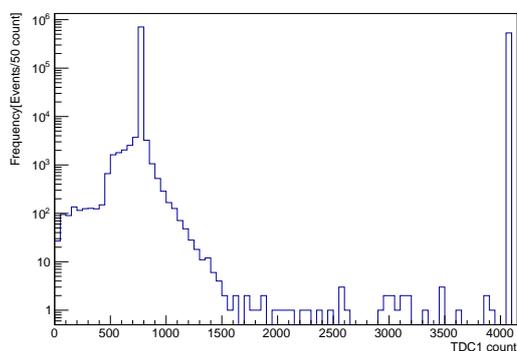


図 4.2 TDC1 の生データ

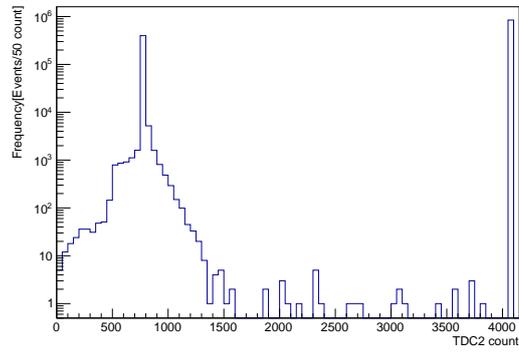


図 4.3 TDC2 の生データ

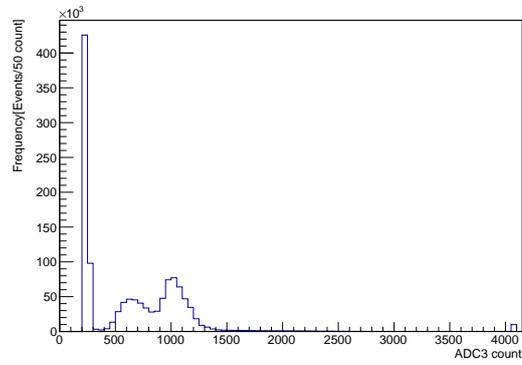


図 4.4 ADC3 の生データ

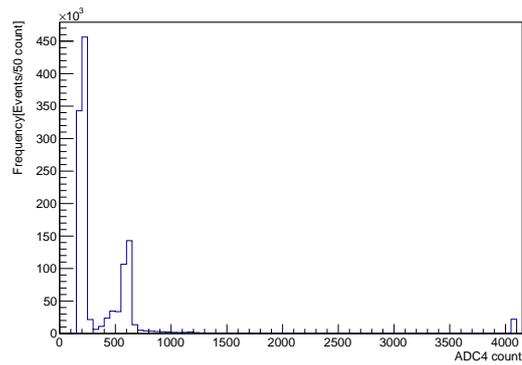


図 4.5 ADC4 の生データ

## 4.2 データの抽出

図 4.2, 4.3 について、Ps に関する信号について TDC1, 2 の start には Ps の崩壊した際の信号が、stop には同じく Ps の崩壊した際の信号が 210 ns 遅延されて入力されるため、TDC1, 2 はほぼ一定の値を返すはずである。そこで、Ps に関する信号のみを抜き出すため、TDC1, 2 で count 750 付近に見られる鋭いピーク周辺の信号のみを今後の解析で用いることにした。図 4.2, 4.3 を目視で確認し、各シンチレータの cut 条件を以下のように定めた。

表 4.1 各 NaI シンチレータの TDC データに対する cut 条件

NaI	TDC count
NaI1	756~763
NaI3	756~764

## 4.3 TDC 較正

TDC は、START 信号が入力されてから STOP 信号が入力されるまでの時間を測定する装置である。しかしながら、その戻り値は 0 から 4095 までのデジタル値なので、実際の時間スケールに変換する必要がある。

### 4.3.1 TDC 較正の方法

同時刻に発生させた 2 つの NIM 信号の片方を TDC の STRAT とし、もう一方に既知の長さの delay をかけて TDC の STOP とした。プロットに使用する delay の大きさを 100 ns, 200 ns, 400 ns, 800 ns とし、TDC の値を計測した。各 delay で 10000 個のデータをとり、ピークの中心の値を求めるために Gaussian fitting を行った。なお、TDC 1, 2 はデータの抽出のみで用いるため、TDC 較正は TDC 0 についてのみ行った。その後、TDC 0 の count と時間の関係を

$$(\text{TDC0 count}) = p_1 \times (\text{Time}) + p_0$$

という関数で線形 fitting した。

### 4.3.2 TDC 較正の結果

TDC 較正を実行すると、線形 fitting したグラフは図 4.6 のようになり、各パラメータの値は表 4.2 のようになった。以降、時刻の大小関係を寿命と合わせるため、この Time の正負を反転したものを改めて Time と呼ぶことにする。

表 4.2 TDC 較正の fitting パラメータ

$p_0$	$p_1$
$4.81 \times 10^1$	3.97

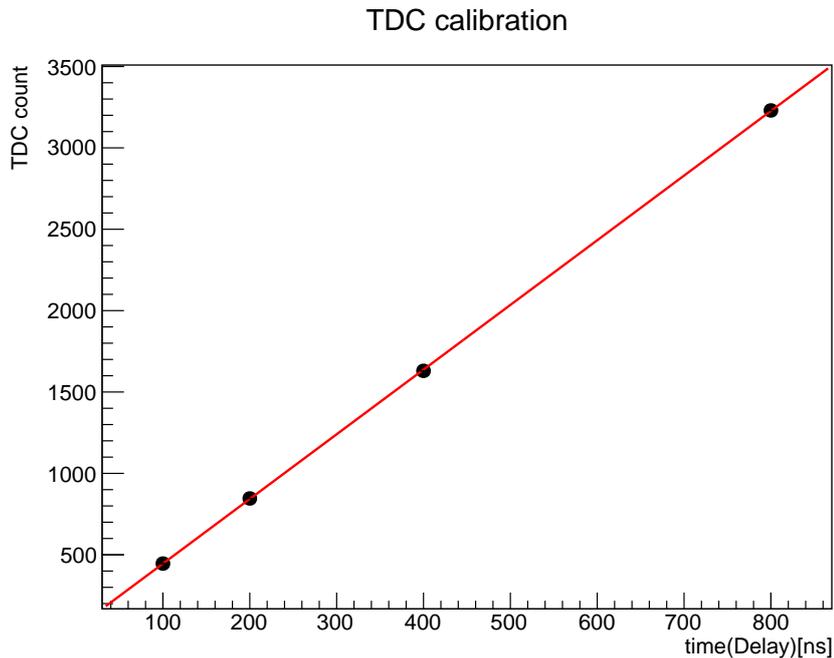


図 4.6 TDC 較正

## 4.4 ADC 較正

ADC は、Gate 端子に信号が入力されている間の  $\gamma$  線のエネルギーを計測するのに用いた。しかし、その戻り値は 0 から 4095 までのデジタル値なので、実際のエネルギースケールに変換する必要がある。

### 4.4.1 ADC 較正の方法

ADC count のピークのエネルギーは、

- 0 keV: ペDESTAL (信号が入力されなくても電流が流れているため返される値)
- 511 keV: Ps が崩壊する際の  $\gamma$  線
- 1275 keV:  $^{22}\text{Na}$  からの  $\gamma$  線

の 3 つであると仮定した。データに対して、各ピークの中心の値を求めるために Gaussian fitting を行った。その後、ADC count とエネルギーの関係を

$$(\text{ADC count}) = p_1 \times (\text{Energy}) + p_0$$

という関数で線形 fitting した。なお、1275keV のピークは他の 2 つのピークよりも小さく、線形 fitting する際にプロット点として用いると誤差が大きくなる恐れがあったため今回は 0keV と 511keV の 2 点をプロット点として用いた。

#### 4.4.2 ADC 較正の結果

ADC の 511keV のピークについて、データ収集期間ごとにズレが生じていたのでデータをいくつか分割し、それぞれの分割データに対して ADC 較正を行った。その結果、ピークの中心は表 4.3、表 4.4 のようになった。なお、各分割データに割り当てたアルファベットの順番は、分割の時系列に対応している。各パラメータの値は表 4.5、表 4.6 のようになった。なお gaussian fitting の誤差は十分小さかったため、省略した。

表 4.3 ADC3 の ADC count のピークの中心

分割	0 keV	511 keV
a	$2.46 \times 10^2$	$1.25 \times 10^3$
b	$2.46 \times 10^2$	$1.23 \times 10^3$
c	$2.47 \times 10^2$	$1.17 \times 10^3$
d	$2.46 \times 10^2$	$1.14 \times 10^3$
e	$2.48 \times 10^2$	$1.12 \times 10^3$
f	$2.48 \times 10^2$	$1.07 \times 10^3$
g	$2.46 \times 10^2$	$1.05 \times 10^3$
h	$2.46 \times 10^2$	$1.03 \times 10^3$
i	$2.45 \times 10^2$	$1.01 \times 10^3$
j	$2.45 \times 10^2$	$9.89 \times 10^2$
k	$2.45 \times 10^2$	$9.74 \times 10^2$
l	$2.45 \times 10^2$	$9.55 \times 10^2$

表 4.4 ADC4 の ADC count のピークの中心

分割	0 keV	511 keV
a	$2.01 \times 10^2$	$6.18 \times 10^2$
b	$2.03 \times 10^2$	$6.11 \times 10^2$
c	$1.99 \times 10^2$	$6.03 \times 10^2$
d	$1.99 \times 10^2$	$5.96 \times 10^2$
e	$1.99 \times 10^2$	$5.92 \times 10^2$

表 4.5 ADC3 較正時の fitting パラメータ

分割	$p_0$	$p_1$
a	$2.46 \times 10^2$	1.97
b	$2.46 \times 10^2$	1.91
c	$2.47 \times 10^2$	1.80
d	$2.46 \times 10^2$	1.76
e	$2.48 \times 10^2$	1.71
f	$2.48 \times 10^2$	1.61
g	$2.46 \times 10^2$	1.57
h	$2.46 \times 10^2$	1.53
i	$2.45 \times 10^2$	1.49
j	$2.45 \times 10^2$	1.45
k	$2.45 \times 10^2$	1.43
l	$2.45 \times 10^2$	1.39

表 4.6 ADC4 較正時の fitting パラメータ

分割	$p_0$	$p_1$
a	$2.01 \times 10^2$	$8.16 \times 10^{-1}$
b	$2.03 \times 10^2$	$7.98 \times 10^{-1}$
c	$1.99 \times 10^2$	$7.90 \times 10^{-1}$
d	$1.99 \times 10^2$	$7.77 \times 10^{-1}$
e	$1.99 \times 10^2$	$7.70 \times 10^{-1}$

## 4.5 Time-Energy 分布

TDC、ADC 較正の結果、測定値を実際の時間、エネルギーのスケールに変換することができた。この結果を用いて縦軸を時間、横軸をエネルギーにとった二次元ヒストグラム (Time-Energy 分布) を描くと以下のようになった。

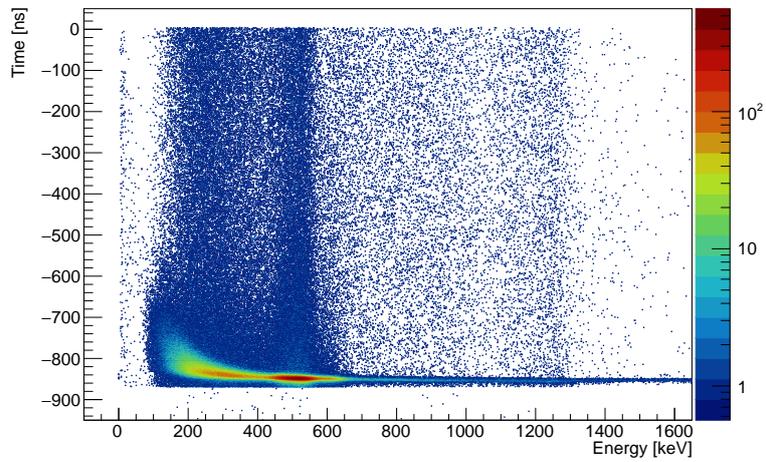


図 4.7 NaI1 の Time-Energy 分布

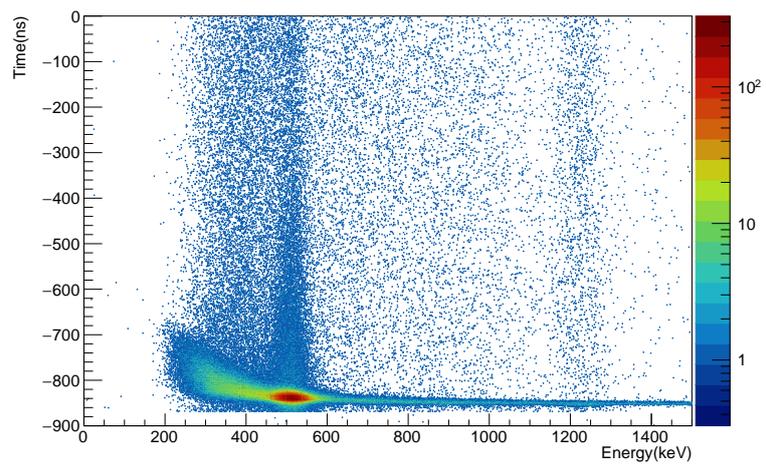


図 4.8 NaI3 の Time-Energy 分布

## 4.6 TQ 補正

図 4.7、図 4.8 を見ると、早い時間帯に多くのイベントが観測されていることが分かる。それらのイベントの内訳としては以下の 3 つのものが考えられる。

- $^{22}\text{Na}$  からの直接  $\gamma$  線
- p-Ps の崩壊による 511keV の  $\gamma$  線
- p-Ps の崩壊  $\gamma$  線の Compton 散乱

これら全ては本来ほぼ同時刻に発生する事象である。しかしながら、図を見るに低エネルギー帯ほど観測

される時刻が遅れていることが分かる。これは discriminator の特性によるものであり、正確な測定のためにはこれを補正する必要がある。このズレの補正を TQ 補正とよぶ。以下では TQ 補正の理論と方法を述べていく。

#### 4.6.1 discriminator の特性

discriminator に入力された信号の大きさが threshold を超えたとき、discriminator は NIM 信号を出力する。その様子を簡単に図 4.9 に示す。赤色の線がエネルギーの高い信号、青色の線がエネルギーの低い信号である。横軸に平行な点線は threshold を表しており、エネルギーの高い信号の方がそれと同時刻に入力されたエネルギーの低い信号よりも早く threshold を超えることが分かる。これが先に述べた低エネルギー帯でのズレの原因である。

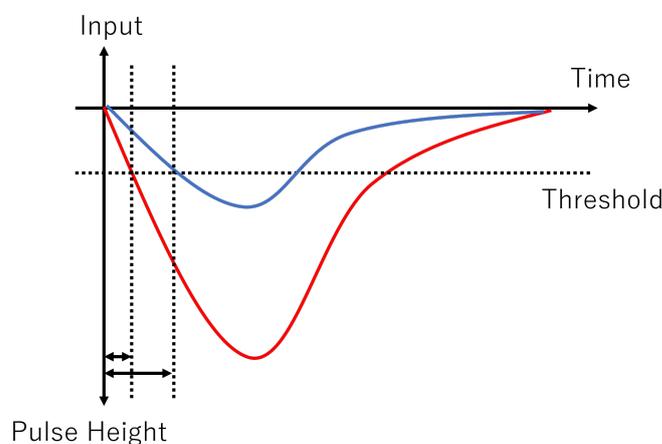


図 4.9 discriminator の動作における時間のずれ

図 4.9 について、エネルギーの違う 2 つのパルスが threshold を超える様子の違いを端的に表したものである。縦軸をパルスの高さ、横軸を時間にとっている。

#### 4.6.2 TQ 補正の理論

discriminator に入力された信号に対応するエネルギー  $E$  と、その信号が入力されてから threshold を超えるまでの時間  $\Delta t$  の関係を知りたい。そのために、入力信号を図 4.10 のように三角形に近似して考える。

図 4.10 において  $t_p$ 、 $t_e$  はそれぞれ入力信号のピークと終わりの時間であり、 $y_t$ 、 $y_p$  はそれぞれ threshold と入力信号のピークの大きさである。ここで、 $y_t$  は定数であることに注意されたい。また、エネルギー  $E$  は三角形の面積に相当すると解釈できる。 $t_e$  と  $t_p$  はエネルギーによらず一定だとすると、以下のように近似できる。

$$E \propto \frac{1}{2} t_e y_p \propto y_p$$

$$\Delta t = \frac{y_t}{y_p} t_p$$

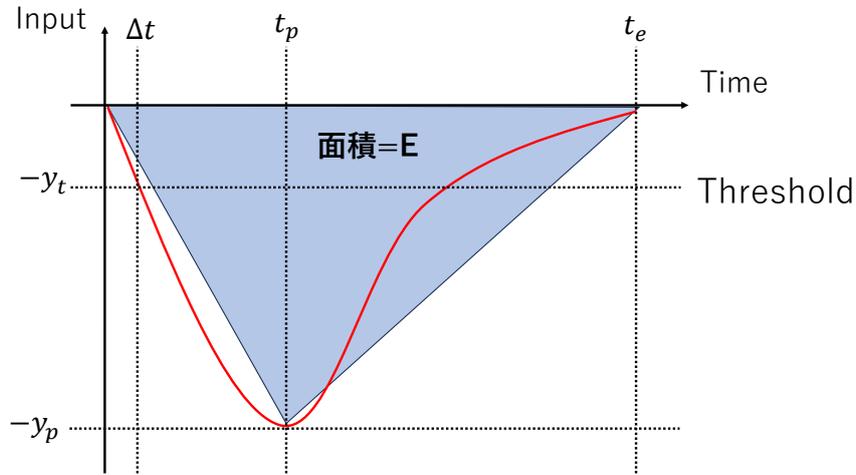


図 4.10 TQ 補正で用いる近似の概略

より結局、

$$\Delta t \propto y_t t_p \frac{1}{E} \propto \frac{1}{E}$$

となる。つまり粗い近似ではエネルギー  $E$  と threshold を超えるまでの時間  $\Delta t$  は反比例する。この帰結を拡張して、実際の TQ 補正では両者を次の関数で結び付けた。

$$\Delta t(E)[\text{ns}] = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

ここで  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  は定数である。この関数は次節で TQ 補正関数として登場する。

### 4.6.3 TQ 補正の方法

1.  $t = 0$  付近のデータを 10 keV ずつ幅をとって抽出し、Time に関するヒストグラムをそれぞれ描いた。
2. 各ヒストグラムに対して Gaussian fitting を行い、その mean を階級値の  $\Delta t(E)$  とした。例えば、 $300 \pm 5$  keV の幅で抽出したデータのヒストグラムに施した Gaussian fitting の mean を 300 keV の  $\Delta t(E)$  とした、という様である。
3. エネルギーごとにそれぞれ得られた  $\Delta t(E)$  について、縦軸を  $\Delta t(E)$ 、横軸をエネルギー  $E$  にしてプロットした。
4. プロットの集合に対して、前節で記した TQ 補正関数を用いて fitting を行った。ここで、fitting パラメータは  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  である。
5. 求めた  $\Delta t(E)$  を用いて、新しく時間を  $t_{\text{new}} \equiv \text{Time} - \Delta t(E)$  として定義しなおした。

方法の大綱は ADC3、ADC4 共に同じだが、手順 1 を行う際に利用したエネルギー範囲が異なる。図 4.7、図 4.8 の低エネルギーでのずれにあたる部分で、十分多くデータ点がとれているエネルギー域に対応したエネルギー範囲を考え、ADC3 は  $150 \pm 5$  keV から  $450 \pm 5$  keV までの範囲で、ADC4 は  $250 \pm 5$  keV から  $550 \pm 5$  keV までの範囲でそれぞれ 20 keV ごとに行った。

#### 4.6.4 TQ 補正の結果

TQ 補正を実行すると、fitting したグラフは図 4.11、図 4.12 のようになり、各パラメータの値は表 4.7 のようになった。

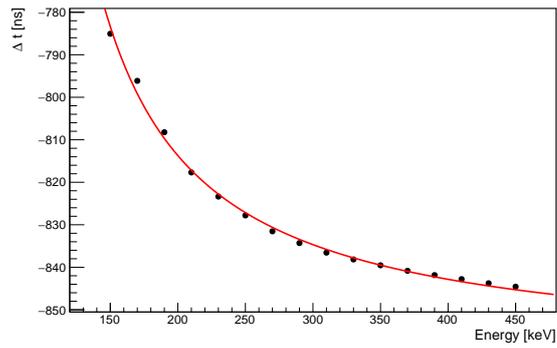


図 4.11 TQ 補正時の fitting の様子 (ADC3)

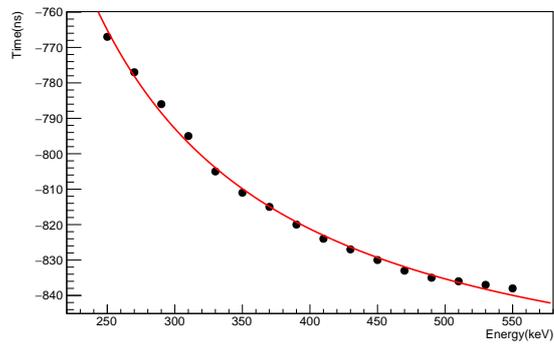


図 4.12 TQ 補正時の fitting の様子 (ADC4)

表 4.7 TQ 補正時の fitting パラメータ

ADC	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
ADC3	$(7.65 \pm 1.94) \times 10^3$	$(6.81 \pm 0.63) \times 10^1$	$1.04 \pm 0.05$	$(-8.61 \pm 0.02) \times 10^3$
ADC4	$(5.14 \pm 0.69) \times 10^4$	$(1.22 \pm 0.13) \times 10^2$	$1.28 \pm 0.03$	$(-8.60 \pm 0.03) \times 10^2$

TQ 補正を行うと Time-Energy 分布の様子が変化し、 $^{22}\text{Na}$  からの直接  $\gamma$  線、p-Ps の崩壊による 511 keV の  $\gamma$  線とその Compton 散乱がほぼ同時に起こるようなグラフになっていることが分かる。(図 4.13、図 4.14 を参照) これは正しく TQ 補正が行えたことを意味している。

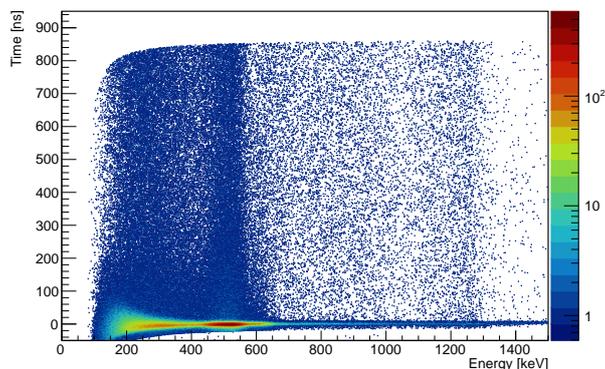


図 4.13 TQ 補正後の Time-Energy 分布 (ADC3)

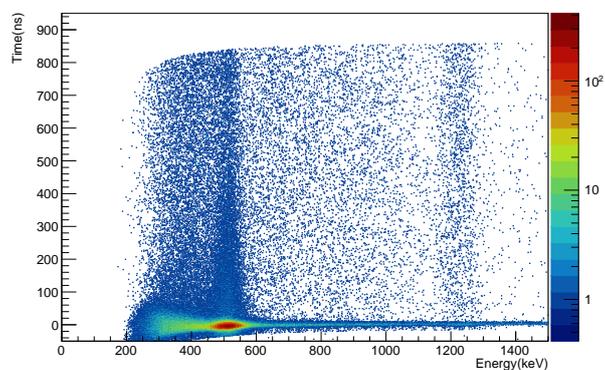


図 4.14 TQ 補正後の Time-Energy 分布 (ADC4)

p-Ps の寿命は約 0.1 ns と非常に短いので、今回の実験装置の分解能を考えると p-Ps の生成と崩壊は  $t_{\text{new}} = 0$  ns に起きたイベントだと考えて良い。よって  $t_{\text{new}} = 0$  ns は o-Ps が生成した時間と同一視することができる。また、以後の解析と考察ではこの  $t_{\text{new}}$  を用いる。

#### 4.6.5 TQ 補正後の寿命

以上の ADC・TDC 較正および TQ 補正後のデータについて、ここで o-Ps の寿命を求めてみる。o-Ps の崩壊による  $\gamma$  線は 511 keV 以下のエネルギーを持っているため 450 keV 以下のデータを用いた。こうして取り出したデータの Time に対するイベント数分布を関数

$$p_0 \exp\left(-\frac{t[\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2$$

により  $p_i (i = 0, 1, 2)$  を fitting パラメータとして fitting した。  $p_1$  が o-Ps の寿命である。なお、fitting 範囲の下限は o-Ps の寿命が理論値通りの場合約 40% 崩壊している 70 ns、上限は o-Ps の寿命が理論値通りの場合 99% 崩壊している 650 ns とした。各 NaI シンチレータに対する寿命 fitting の結果を図 4.15、図 4.16、表 4.8 に示す。

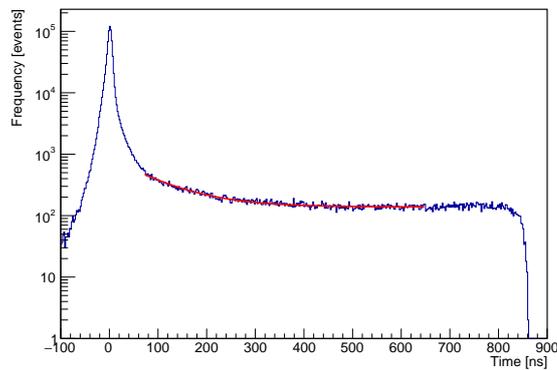


図 4.15 TQ 補正後の寿命を求める fitting(ADC3)

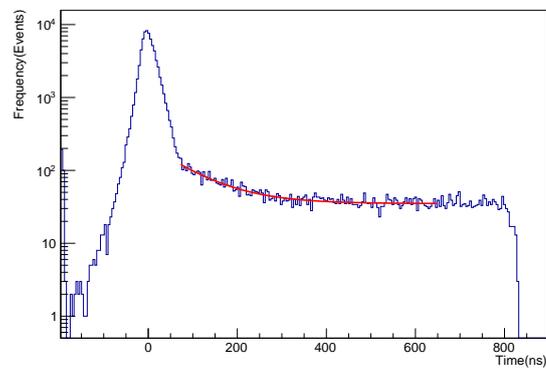


図 4.16 TQ 補正後の寿命を求める fitting(ADC4)

表 4.8 TQ 補正後の寿命の fitting パラメータ

ADC	$p_0$	$p_1$ [ns] (これが寿命)	$p_2$
ADC3	$(7.40 \pm 0.26) \times 10^2$	$(8.96 \pm 0.24) \times 10^1$	$(1.38 \pm 0.01) \times 10^2$
ADC4	$(1.90 \pm 0.18) \times 10^2$	$(9.14 \pm 0.66) \times 10^1$	$(3.50 \pm 0.09) \times 10^1$

ADC3、ADC4 共に算出した寿命は理論値 142 ns よりも小さくなっている。これは全ての o-P が  $3\gamma$  崩壊するわけではなく、実際には一部が Pick-off 反応（後述）によって  $2\gamma$  崩壊するためである。ゆえに正確に o-Ps の寿命を求めるには Pick-off 反応の分を加味する必要がある。

## 4.7 Pick-off 補正

### 4.7.1 Pick-off 反応

本実験で見たいのは o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊だが、以下に示す相互作用により  $2\gamma$  への崩壊が見えることがある。

- Pick-off 反応: o-Ps の持つ陽電子が周囲の物質と衝突し、対消滅を起こす。

- スピン交換反応: 物質を構成する分子が不対電子を持つとき、その不対電子が o-Ps と衝突してスピンを交換し、p-Ps になる。
- 化学反応: o-Ps が酸化されることで電子が奪われ、残った陽電子が他の電子と対消滅を起こす。

以下では簡単のためにこれら 3 つの反応をまとめて Pick-off 反応と呼ぶ。この反応により、本来の寿命よりも早く崩壊する可能性があるため、全体として測定される寿命は本来よりも短くなってしまふ。そこで、この Pick-off 反応に対する補正を行う。

#### 4.7.2 イベントの分類

本実験で観測される主なイベントは以下のものが考えられる。

1. 1275 keV の  $\gamma$  線、およびその Compton 散乱
2. p-Ps の崩壊による 511 keV の  $\gamma$  線
3. p-Ps の崩壊による 511 keV の  $\gamma$  線の Compton 散乱
4. Pick-off 反応による 511 keV の  $\gamma$  線
5. Pick-off 反応による 511 keV の  $\gamma$  線の Compton 散乱
6. o-Ps の崩壊による  $\gamma$  線

p-Ps の寿命は約 124 ps であり、これは TDC の時間分解能よりも小さい。一方で o-Ps の寿命は約 142 ns である。そこで、 $t = 0$  でのイベントはすべて p-Ps の崩壊によるものとし、 $t > 0$  でのイベントはすべて o-Ps の崩壊によるものと仮定した。TQ 補正後の ADC4 の Time-Energy 分布を例に、領域ごとの主なイベントを図 4.17 に示す。

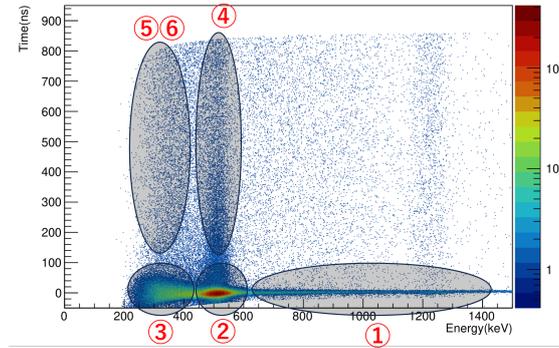


図 4.17 領域ごとのイベントの分類

o-Ps のイベントを取り出すには、図 4.17 の 5, 6 の領域から 6 のイベントのみを取り出せばよいが、これはそのままでは難しい。そこで、Compton 散乱のエネルギー分布が時間によらないと仮定すると、 $i$  のイベント数を  $N_i$  で表したとき仮定より  $N_2 : N_3 = N_4 : N_5$  すなわち  $N_5 = \frac{N_3}{N_2} N_4$  なので、 $N_6$  は

$$N_6 = N_{5,6} - N_5 = N_{5,6} - \frac{N_3}{N_2} N_4$$

で求めることができる。このことを用いて o-Ps の寿命を求める。

### 4.7.3 Pick-off 補正関数

単位時間あたりの粒子の崩壊は粒子数に比例し、崩壊幅 (比例定数) を  $\Gamma$ 、粒子数を  $N(t)$  とすると、

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t) \quad (4.1)$$

という式が成り立つ。 $-\frac{dN(t)}{dt}$  が本実験におけるイベント数に相当し、また粒子の寿命  $\tau$  は  $\tau = \frac{1}{\Gamma}$  で定義される。 $\Gamma$  は o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊幅  $\Gamma_{\text{ortho}}$  と、Pick-off 反応による  $2\gamma$  への崩壊幅  $\Gamma_{\text{Pick-off}}$  に分けて、

$$\Gamma = \Gamma_{\text{Pick-off}} + \Gamma_{\text{ortho}} \quad (4.2)$$

と書くことができる。 $N_{\text{Pick-off}}$ ,  $N_{\text{ortho}}$  を各時刻  $t$  における  $2\gamma$  と  $3\gamma$  へ崩壊する粒子数とすると、

$$\begin{aligned} N_{\text{Pick-off}}(t) &= \Gamma_{\text{Pick-off}} N(t) \\ N_{\text{ortho}}(t) &= \Gamma_{\text{ortho}} N(t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

と表される。ここで、新たに Pick-off 補正関数  $f(t)$  を以下のように定義する。

$$f(t) = \frac{\Gamma_{\text{Pick-off}}}{\Gamma_{\text{ortho}}} = \frac{N_{\text{Pick-off}}}{N_{\text{ortho}}} \quad (4.4)$$

これらを用いて、式 (4.1) を以下のように変形する。

$$\begin{aligned} -\frac{dN(t)}{dt} &= N_{\text{ortho}}(t) + N_{\text{Pick-off}}(t) \\ &= (\Gamma_{\text{ortho}} + \Gamma_{\text{Pick-off}})N(t) \\ &= \Gamma_{\text{ortho}}(1 + f(t))N(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

式 (4.5) を解くと、

$$\begin{aligned} N(t) &= N(0) \exp\left[-\Gamma_{\text{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt'\right)\right] \\ &= N(0) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(t + \int_0^t f(t') dt'\right)\right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

ここで、 $\tau_{\text{ortho}} = \frac{1}{\Gamma_{\text{ortho}}}$  は o-Ps の  $3\gamma$  への崩壊の寿命である。式 4.6 より、511 keV 以下のイベント数  $g(t)$  は

$$g(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} (1 + f(t)) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left(t + \int_0^t f(t') dt'\right)\right] \quad (4.7)$$

となる。

次に、 $f(t)$  の具体的な表式を求める。時刻  $t$  における 511 keV のピークのイベント数を  $y(t)$ 、511 keV 未満のイベント数を  $S(t)$  とすると、Compton 散乱のエネルギー分布は時刻  $t$  によらないという仮定により、

$$N_{\text{Pick-off}}(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} N_{\text{ortho}}(t) &= S(t) - N_{\text{Pick-off}}(t) \\ &= S(t) - \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

と分かる。これらより、 $f(t)$  は

$$f(t) = \frac{N_{\text{Pick-off}}}{N_{\text{ortho}}} = \frac{\frac{S(0)}{y(0)}y(t)}{S(t) - \frac{S(0)}{y(0)}y(t)} = \frac{S(0)y(t)}{S(t)y(0) - S(0)y(t)} \quad (4.10)$$

と求められる。

以上より、式 (4.7), (4.10) から Pick-off 補正後の  $\alpha$ -Ps の寿命を求めることができる。

#### 4.7.4 Pick-off 補正の方法

実際の Pick-off 補正の手順を以下に示す。

1. 100 ns から 700 ns まで 50 ns 毎に各時刻  $\pm 25$  ns の範囲で得られたエネルギー分布に対して、511 keV のピーク付近で Gaussian fitting を行う。fitting の mean を参照し、各  $t$  でのカウント数を  $y(t)$  とした。
2. 0 keV から 450 keV までのイベント数を、手順 1 と同様にして数え、各時刻のピークを参照し、 $S(t)$  を得た。
3. 0 ns についても同様にして、511 keV 付近、511 keV 以下のパートについて解析し、 $y(0)$  と、 $S(0)$  を得た。
4. 以上を元に、式 (4.10) を元にして、 $f(t)$  を得た。

なお、 $f(t)$  の fitting に用いる関数として、例年に倣い、

$$f(t) = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.11)$$

を採用した。

ここで、 $p_0, p_1, p_2$  は定数であり、fitting パラメータとして利用する。

#### 4.7.5 Pick-off 補正の結果

$f(t)$  の fitting を実行した結果が図 4.18、図 4.19 である。ADC3 については、100 ns での  $f(t)$  の値が期待されるものよりもかなり小さく、fitting のグラフが指数関数的とは言えないものになった。このデータ点は、5.1 節の考察で述べる p-Ps のデータの影響を大きく受けてしまっていると考え、以降の ADC3 の解析では 150 ns から 700 ns のデータのみを用いて fitting を行った。その結果、fitting パラメータは表 4.9 のようになった。

表 4.9  $f(t)$  の fitting パラメータ

ADC	$p_0$	$p_1$	$p_2$
ADC3	$1.60 \pm 0.23$	$(4.12 \pm 2.54) \times 10^2$	$(4.45 \pm 3.79) \times 10^{-1}$
ADC4	$1.42 \pm 0.23$	$(2.02 \pm 0.38) \times 10^2$	$(1.28 \pm 0.34) \times 10^{-1}$

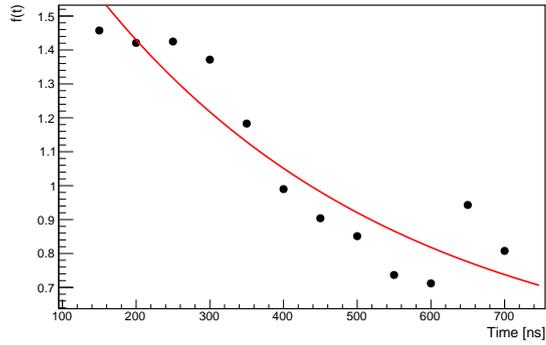


図 4.18  $f(t)$  の fitting の様子 (ADC3)

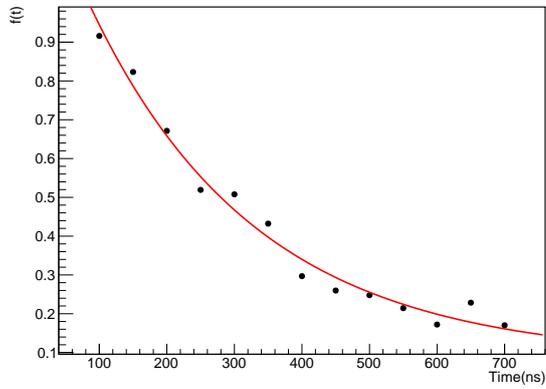


図 4.19  $f(t)$  の fitting の様子 (ADC4)

#### 4.7.6 Pick-off 補正後の寿命計算

Pick-off 補正後の寿命を考える。まず、式 4.7 に式 4.11 を代入して、

$$g(t) = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left( t + \int_0^t f(t') dt' \right)\right] \quad (4.12)$$

となる。ここで、定数  $C$  を用いて

$$\begin{aligned} \int_0^t \left[ p_0 \exp\left(\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 \right] dt' &= \left[ -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 t' \right]_0^t \\ &= -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 t + C \end{aligned} \quad (4.13)$$

となるので、

$$g(t) = \frac{N(0)}{\tau_{\text{ortho}}} \exp(C) \left( 1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} \left( -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] \quad (4.14)$$

となる。これにより、 $g(t)$  の fitting 関数は fitting パラメータ  $q_0, q_1, q_2$  を用いて

$$g(t) = q_0 \left( p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left[-\frac{1}{q_1} \left( -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] + q_2 \quad (4.15)$$

と求まる。先ほど求めた  $f(t)$  の fitting 結果とこの fitting 関数  $g(t)$  を用いて、o-Ps の寿命を求めた。ADC3、ADC4 共に  $g(t)$  の fitting の下限を 70 ns とした。fitting の様子は図 4.20、図 4.21 の通りである。また、その際の fitting パラメータを表 4.10 に示す。

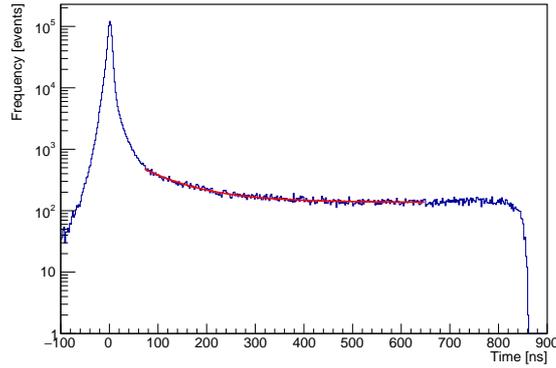


図 4.20 Pick-off 補正後の寿命を求める fitting(ADC3)

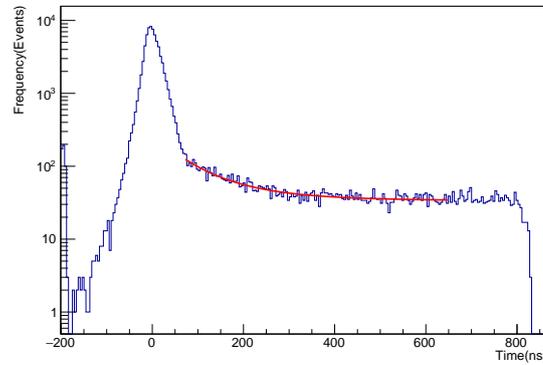


図 4.21 Pick-off 補正後の寿命を求める fitting(ADC4)

表 4.10  $g(t)$  の fitting パラメータ

ADC	$q_0$	$q_1$ [ns]	$q_2$
ADC3	$(2.12 \pm 0.09) \times 10^1$	$(2.56 \pm 0.08) \times 10^2$	$(1.36 \pm 0.01) \times 10^2$
ADC4	$24.1 \pm 1.1$	$(2.05 \pm 0.19) \times 10^2$	$33.6 \pm 1.1$

## 第5章

### 考察

この章では、これまでに解析した結果を踏まえて考察をしていく。今回は Pick-off 補正の際の  $g(t)$  の fitting 範囲と、それぞれの補正において生じた誤差の伝搬の2つについて考えた。

#### 5.1 $g(t)$ の fitting 範囲

式 (4.15) で定義された  $g(t)$  の fitting 範囲の下限を変えて、同様の解析を行なった。その結果を表 5.1 と表 5.1 に示す。本来であれば  $g(t)$  の fitting 範囲を変化させても得られる寿命は変わらないと考えられるが、実際には大きな変化が生じている。fitting 範囲を大きくすると、寿命が大きくなり、やがて一定の値に収束しているようにみられる。一方、fitting 範囲の下限を下げると、寿命が減少していき、その変化の度合いは fitting 範囲を上げていくものよりも顕著であるとみられる。寿命が一定に収束せずに減少する原因として考えられるものとして、図 4.11、図 4.12 にもみられるように、低エネルギー領域では p-Ps の崩壊によるプロットが時間的に広がっており、本来は fitting に不要な p-Ps の崩壊によるイベントも含んでしまっていることが考えられる。

表 5.1  $g(t)$  の fitting の下限と誤差の関係 (NaI1)

fitting の下限 [ns]	寿命 [ns]	誤差 [ns]
40	161	3
50	201	4
60	232	6
70	256	8
80	270	9
90	278	10
100	282	12
110	280	13

表 5.2  $g(t)$  の fitting の下限と誤差の関係 (NaI3)

fitting の下限 [ns]	寿命 [ns]	誤差 [ns]
40	56.7	8.0
50	121	8
60	170	12
70	205	19
80	206	20
90	195	20
100	201	24
110	191	24

## 5.2 誤差の評価

前節で考えていた誤差は、最後の fitting 範囲による誤差  $\sigma_{fit}$  のみによるものである。しかし、今回の解析では複数の fitting を行っており、それぞれの誤差の影響を考える必要がある。TQ 補正による誤差  $\sigma_{TQ}$ 、Pick-off 補正による誤差  $\sigma_{po}$  および最後の寿命 fitting による誤差  $\sigma_{fit}$  がそれぞれ独立だとして

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{TQ}^2 + \sigma_{po}^2 + \sigma_{fit}^2}$$

により誤差を求める。パラメータ  $p_i$  の誤差  $\sigma_{p_j}$  による fitting 関数  $f(t)$  の誤差  $\sigma_f$  は、それぞれのパラメータが独立だとすると

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2}$$

となる。 $f_{\pm} = f \pm \sigma_f$  を用いて再び fitting を行い、そのときの寿命を  $\tau_{\pm}$  とし、fitting 関数  $f$  による寿命の誤差を

$$\sigma = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|)$$

と定義する。

### 5.2.1 TQ 補正による誤差

TQ 補正関数  $\Delta t(E) = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$  の各パラメータによる誤差

$$\sigma_{\Delta t} = \sqrt{\left( \frac{\partial \Delta t}{\partial p_0} \sigma_{p_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta t}{\partial p_1} \sigma_{p_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta t}{\partial p_2} \sigma_{p_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta t}{\partial p_3} \sigma_{p_3} \right)^2}$$

を求め、 $t = \text{Time} - \Delta t \pm \sigma_{\Delta t}$  として寿命  $\tau_{\pm}$  を求めた。その後、 $\sigma_{TQ} = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|)$  を求めた。その結果をまとめたのが表 5.3 と表 5.4 である。

表 5.3 TQ 補正による誤差 (Na11)

fitting の下限 [ns]	$\tau$ [ns]	$\tau_+$ [ns]	$\tau_-$ [ns]	$\sigma_{TQ}$ [ns]
40	161	87	234	74
50	201	106	255	95
60	232	133	273	100
70	256	160	271	95
80	270	185	267	86
90	278	200	272	78
100	282	221	274	62
110	280	237	276	43

表 5.4 TQ 補正による誤差 (NaI3)

fitting の下限 [ns]	$\tau$ [ns]	$\tau_+$ [ns]	$\tau_-$ [ns]	$\sigma_{TQ}$ [ns]
40	56.7	40.9	168	111.2
50	121	40	199	81
60	170	57	216	114
70	205	156	208	50
80	206	171	199	35
90	195	171	201	24
100	201	172	193	30
110	191	180	198	11

### 5.2.2 Pick-off 補正による誤差

Pick-off 補正関数  $f(t) = p_0 \exp\left\{-\frac{t[\text{ns}]}{p_1}\right\} + p_2$  のパラメータ  $p_i$  の誤差が、寿命の fitting の際に与える誤差  $\sigma_g(t)$  は以下の式で表すことができる。

$$\sigma_g(t) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial p_0} \sigma_{p_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial p_1} \sigma_{p_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial p_2} \sigma_{p_2}\right)^2}$$

$g_{\pm}(t) = g(t) \pm \sigma_g(t)$  を用いて寿命の fitting を行って寿命  $\tau_{\pm}$  を求めたのちに、 $\sigma_{po} = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|)$  を求めた。その結果をまとめたのが表 5.5 と表 5.6 である。

表 5.5 Pick-off 補正による誤差 (NaI1)

fitting の下限 [ns]	$\tau$ [ns]	$\tau_+$ [ns]	$\tau_-$ [ns]	$\sigma_{po}$ [ns]
40	161	162	164	3
50	201	204	207	7
60	232	236	244	12
70	256	260	275	19
80	270	275	297	27
90	278	284	313	35
100	282	289	327	45
110	280	287	329	50

表 5.6 Pick-off 補正による誤差 (NaI3)

fitting の下限 [ns]	$\tau$ [ns]	$\tau_+$ [ns]	$\tau_-$ [ns]	$\sigma_{po}$ [ns]
40	56.7	58.3	92.8	36.1
50	121	127	107	14
60	170	179	150	21
70	205	216	182	23
80	206	217	182	23
90	195	205	172	23
100	201	213	178	24
110	191	202	168	23

### 5.2.3 誤差のまとめ

fitting の下限によって変わる寿命の計算値の違いを、前節までに求められた  $\sigma_{total}$  とともにまとめた表を以下の表 5.7、5.8 に示す。なお、

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{TQ}^2 + \sigma_{po}^2 + \sigma_{fit}^2}$$

であることに注意されたい。

表 5.7  $g(t)$  の fitting の下限と  $\sigma_{total}$  の関係 (NaI1)

fitting の下限 [ns]	寿命 [ns]	$\sigma_{total}$ [ns]
40	161	74
50	201	95
60	232	101
70	256	97
80	270	90
90	278	85
100	282	76
110	280	66

表 5.8  $g(t)$  の fitting の下限と  $\sigma_{total}$  の関係 (NaI3)

fitting の下限 [ns]	寿命 [ns]	$\sigma_{total}$ [ns]
40	56.7	117.1
50	121	83
60	170	116
70	205	58
80	206	47
90	195	39
100	201	45
110	191	35

伝搬する誤差も加味して求めた寿命が誤差を含めて理論値の中に入っているのは、NaI1 では fitting 下限が 40, 50, 60 [ns] のもの、NaI3 では fitting 下限が 40, 50, 60, 70, 80 [ns] のものである。しかしながら、誤差が大きすぎてこの結果を認めてよいかは疑問である。

## 5.3 寿命が理論値より長くなった理由

これまでの解析結果と考察を踏まえて、改めて寿命が理論値より長くなった理由を考える。まず 1 つ目に、1275 keV に由来するバックグラウンドノイズによって、イベント分布に変化が生じたことである。2 つ目に、

Pick-off 補正において  $f(t)$  を求める際の Gaussian fitting が、とりわけ遅い時間帯で上手くできていなかったことである。そして 3 つ目に、シリカパウダー内を真空にする際にあまり真空に近づけることができなかったために、Pick-off 反応のイベント数が増加し、正確に Pick-off 補正を行うことが難しくなったことである。

以上が今回、寿命が理論値より長くなった大きな要因であると考えられる。

## 第6章

### 結論

今回の実験では、さまざまな補正を行っても誤差内に理論値が入らないものがあった。その理由としては5章で述べたようにバックグラウンドノイズや実験器具の不良などが考えられる。実験器具の改善の他には、より正確に Pick-off 反応のイベントを除去できるような Pick-off 補正のスキームを考えることが必要である。また誤差は大きいものの、実験値のオーダーは理論値と整合していたので QED の立場を支持できると考えた。

# 謝辞

実験・解析にあたり全面的に協力・指導して下さった教員の隅田さん、TA の中川さんには大変お世話になりました。この場を借りてお礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] 過去の物理課題演習 A2 のレポート,  
<https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html>
- [2] W.N. コッティンガム, D.A. グリーンウッド. 素粒子標準模型入門. 丸善出版, 2013. 樺沢宇紀 訳
- [3] Glenn F. Knoll. 放射線計測ハンドブック. オーム社, 第 4 版, 2013. 神野郁夫・木村逸郎・阪井英次 訳