

2023 年度後期 課題演習 A2
オルソポジトロニウムの寿命測定

小野 友暉 田中 智也 本間 峻太郎 前川 幹渡 山田 雄風 渡邊 純音

2024 年 4 月 15 日

目次

1	序論・実験目的	3
2	理論	3
2.1	ポジトロニウムの概論	3
2.2	パラポジトロニウムの崩壊	3
2.3	オルソポジトロニウムの崩壊	3
2.4	ポジトロニウムの寿命	4
3	実験方法	4
3.1	実験原理	4
3.2	実験器具	4
3.3	セットアップ	5
3.4	回路	5
4	結果・解析	7
4.1	生データ	7
4.2	データの抽出	8
4.3	TDC 較正	8
4.4	ADC 較正	9
4.5	Time-Energy 分布	12
4.6	TQ 補正	12
4.7	Pick-off 補正	18
5	考察	27
5.1	Pick-off 補正の改善	27
5.2	誤差伝播	28
5.3	寿命 fitting の下限	32
5.4	誤差が大きくなった原因	36
6	結論	36

1 序論・実験目的

ポジトロニウムの寿命は QED(Quantum Electro Dynamics) を用いて理論的に計算される。本実験ではポジトロニウムの寿命について実験値と理論値を比較することで QED の妥当性を検証する。

2 理論

2.1 ポジトロニウムの概論

ポジトロニウムは電子と陽電子の束縛状態である。電子と陽電子は共にスピン 1/2 のフェルミオンであり、ポジトロニウムはスピンの合成によってシングレット状態のパラポジトロニウム (p-Ps) とトリプレット状態 (o-Ps) の 2 つの状態を持つ。

2.2 パラポジトロニウムの崩壊

電子のスピンの基底を $\{|\uparrow_-, \downarrow_-\rangle\}$ とし、陽電子の基底を $\{|\uparrow_+, \downarrow_+\rangle\}$ とする。この時、シングレット状態、つまりパラポジトロニウムは次のようになる。

$$|p - Ps\rangle = |0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_-\rangle \otimes |\downarrow_+\rangle - |\downarrow_-\rangle \otimes |\uparrow_+\rangle) \quad (2.2.1)$$

フェルミオンの反交換関係から荷電共役変換 C においてパラポジトロニウムは符号が変化しない。

$$C |p - Ps\rangle = |p - Ps\rangle \quad (2.2.2)$$

ここでパラポジトロニウムが崩壊し、 n 個の光子のガンマ線となった終状態を考える。光子の荷電共役パリティが -1 であることから

$$C |n\gamma\rangle = (-1)^n |n\gamma\rangle \quad (2.2.3)$$

始状態であるパラポジトロニウムと終状態のガンマ線が荷電共役変換で一致するためには n が偶数であることが必要とされる。つまり、パラポジトロニウムは偶数個の光子へと崩壊する。

2.3 オルソポジトロニウムの崩壊

トリプレット状態、つまりオルソポジトロニウムは次のようになる。

$$|o - Ps\rangle = \begin{cases} |1, 1\rangle = |\uparrow_-\rangle \otimes |\uparrow_+\rangle \\ |1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_-\rangle \otimes |\downarrow_+\rangle + |\downarrow_-\rangle \otimes |\uparrow_+\rangle) \\ |1, -1\rangle = |\downarrow_-\rangle \otimes |\downarrow_+\rangle \end{cases} \quad (2.3.1)$$

フェルミオンの反交換関係から荷電共役変換 C においてオルソポジトロニウムは符号が変化する。

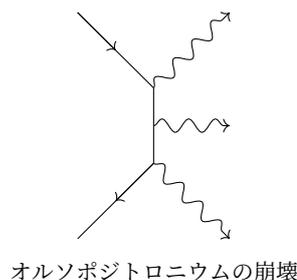
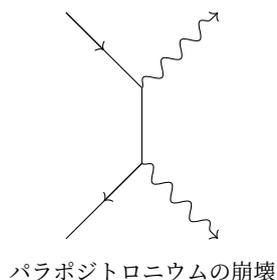
$$C |o - Ps\rangle = -|o - Ps\rangle \quad (2.3.2)$$

先ほどと同様の考察からオルソポジトロニウムは奇数個の光子へと崩壊する。

ここでオルソポジトロニウムは 1 個の光子へと崩壊することはありえない。オルソポジトロニウムが静止している座標系において崩壊が起こった場合に 1 個の光子が生成したとすると、これは運動量保存則を満たさないからである。

2.4 ポジトロニウムの寿命

微細崩壊定数 $\alpha \approx 0.007$ が十分に小さいことを考えると、ポジトロニウムの崩壊の寿命は最低次の崩壊が主に決定する。以下のような Feynman ダイアグラムでパラポジトロニウム及びオルソポジトロニウムの最低次の崩壊は示され、寿命は 0.125ns (p-Ps)、 140ns (o-Ps) と計算される。



また、高次の崩壊まで考えるならばオルソポジトロニウムの寿命は 142ns となる。この値を検証するのが今回の実験の目的である。

3 実験方法

3.1 実験原理

線源 ^{22}Na は β^+ 崩壊 ($^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + e^+ + \nu_e$) により陽電子 e^+ を放出する。その陽電子 e^+ はシリカパウダー SiO_2 中の電子 e^- と結合し、Ps を形成、形成された Ps は対消滅により γ 線を放出し崩壊する。ここで、プラスチックシンチレータ (P.S.) を用いて陽電子 e^+ を、NaI シンチレータを用いて γ 線を検出する。陽電子 e^+ の検出時刻と Ps の生成時刻、Ps の崩壊時刻と γ 線の検出時刻がそれぞれ等しいとみなし、Ps の生成から崩壊までの寿命を計測した。実際、これらの時刻の差は o-Ps の崩壊時間に比べ十分短く妥当な近似である。

3.2 実験器具

実験には以下の器具を用いた。

- ^{22}Na 線源： β^+ 崩壊により陽電子 e^+ を放出する。この他に、励起状態から基底状態への遷移、陽電子 e^+ の対消滅により 1275keV と 511keV の γ 線も放出する。課題演習 A2 実験室において No.21 の線源を用いた。
- プラスチックシンチレータ (P.S.)：陽電子 e^+ を検出する。
- NaI シンチレータ： γ 線を検出する。NaI1~3 の 3 台の NaI シンチレータを用いた。
- シリカパウダー： SiO_2 を主成分とする。最外殻電子が多いため、電子 e^- の供給源として適している。
- 光電子増倍管 (PMT)：光信号を電気信号に変換し、その電気信号を増幅させる。
- 鉛ブロック： ^{22}Na 線源から発生する γ 線を遮蔽し、直接 NaI シンチレータに入るのを防ぐ。
- 遮光用ビニールシート：外部からの光によるプラスチックシンチレータの誤検出を防ぐ。
- 電源装置：シンチレータに電圧をかける。

3.3 セットアップ

図2のように各実験器具 (^{22}Na 線源, プラスチックシンチレータ (P.S.), NaI シンチレータ, シリカパウダー, 鉛ブロック) を配置した. 実際の写真は図3である. セットアップにおいて, β^+ 線放出の方向をコリメートするために, 穴の空いた鉛ブロックを用い, シリカパウダー設置の際には定規を用いて中心に β^+ 線が入るよう高さを調節した. NaI シンチレータはシリカパウダーの左右と下部に設置し, γ 線検出効率を高めた. 実験の際にはセット全体を遮光用ビニールシートで覆い, プラスチックシンチレータ (P.S.) へのノイズを減らした. また, ポンプでシリカパウダー容器内を真空にすることで, 周囲の物質との pick-off 反応を減少させ, 測定をより正確にした.

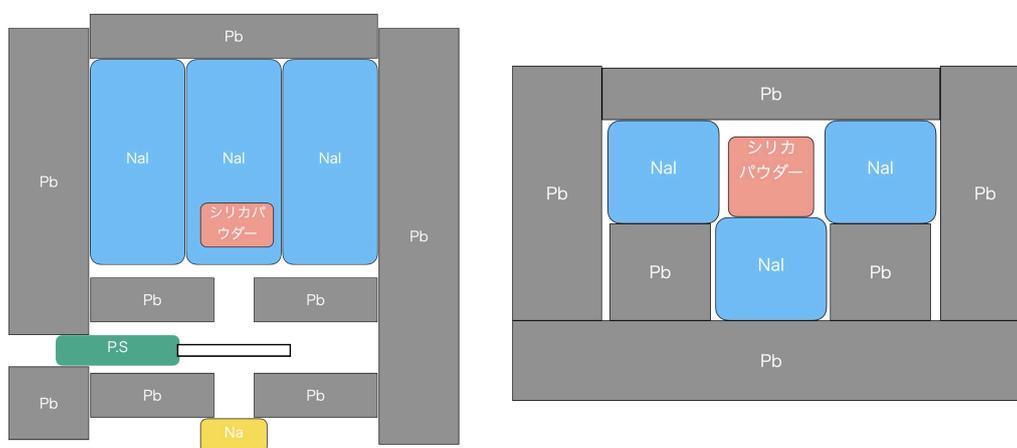


図2: セットアップの模式図



図3: 実際の写真

3.4 回路

実際の実験測定において, 実験原理の記述通り NaI シンチレータと P.S. の信号の時間差を寿命とすると, 検出数が多くなり, NaI シンチレータの信号に対応する P.S. の信号を判別できない. そのため実際の実験では P.S. の信号から gate を生成し, その gate と NaI シンチレータの信号で coincidence を取ったものをトリガー

とし、一定時間遅延させた P.S. の信号までの時間を計測することで寿命を導出した。このとき、時間のチャートは図 4 のようになり、寿命は以下のように求まる。

$$(\text{寿命}) = (\text{delay}) - (\text{TDC 測定値})$$

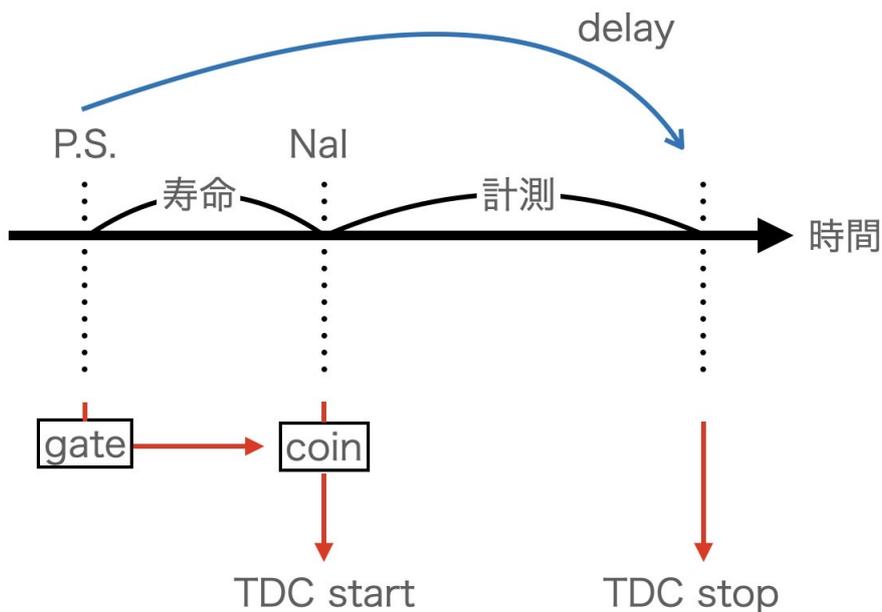


図 4: 時間のチャート

使用した回路は以下の図 5 の通りである。

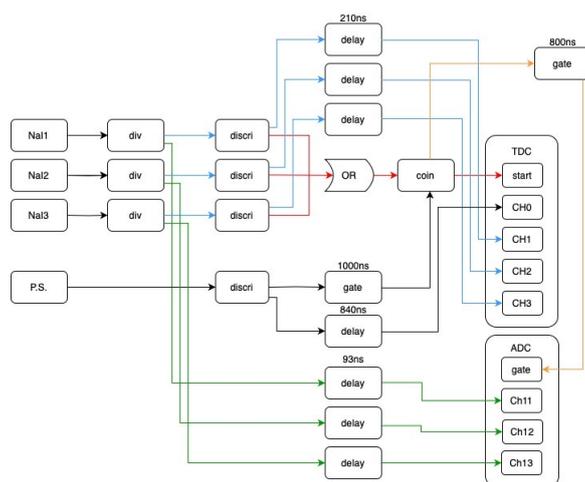


図 5: 回路図

回路に使用した各モジュールの役割は以下の通りである。

- div : divider. 入力信号と同形の信号を 2 つに分けて出力する。

- discrimi : discriminator. しきい値 (threshold) を超える信号が入力されたときに NIM 信号 (矩形波) を出力する.
- delay : 入力信号を指定時間遅らせて出力する.
- OR : 複数の入力端子のうちいずれかに信号が入力されている時に NIM 信号を出力する.
- coin : coincidence. 複数の入力端子全てに信号が入力されている時に NIM 信号を出力する.
- gate : gate generator. 信号が入力されると設定した時間幅の NIM 信号を出力する.
- TDC : start 端子に信号が入力されてから stop 端子に信号が入力されるまでの時間を計測する.
- ADC : gate 端子に信号が入力されている間の入力信号の波形を積分した値を出力する. 今回は γ 線のエネルギーを計測するために使用した.

4 結果・解析

4.1 生データ

以下に TDC, ADC の生データを示す.

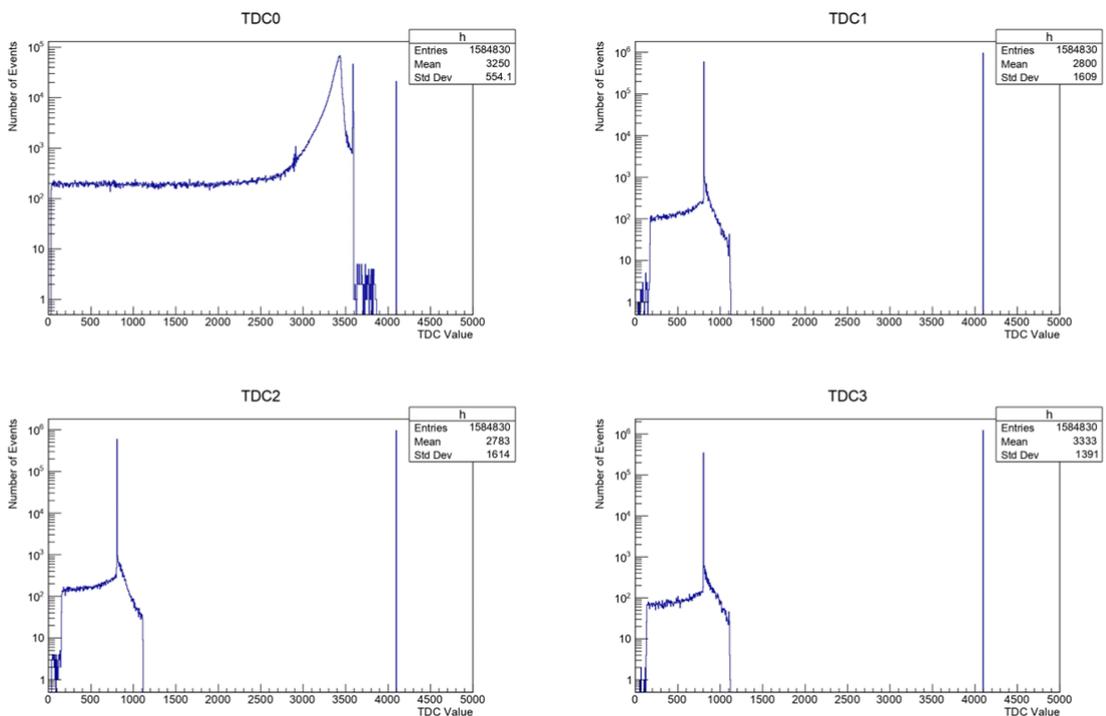


図 6: TDC の生データ

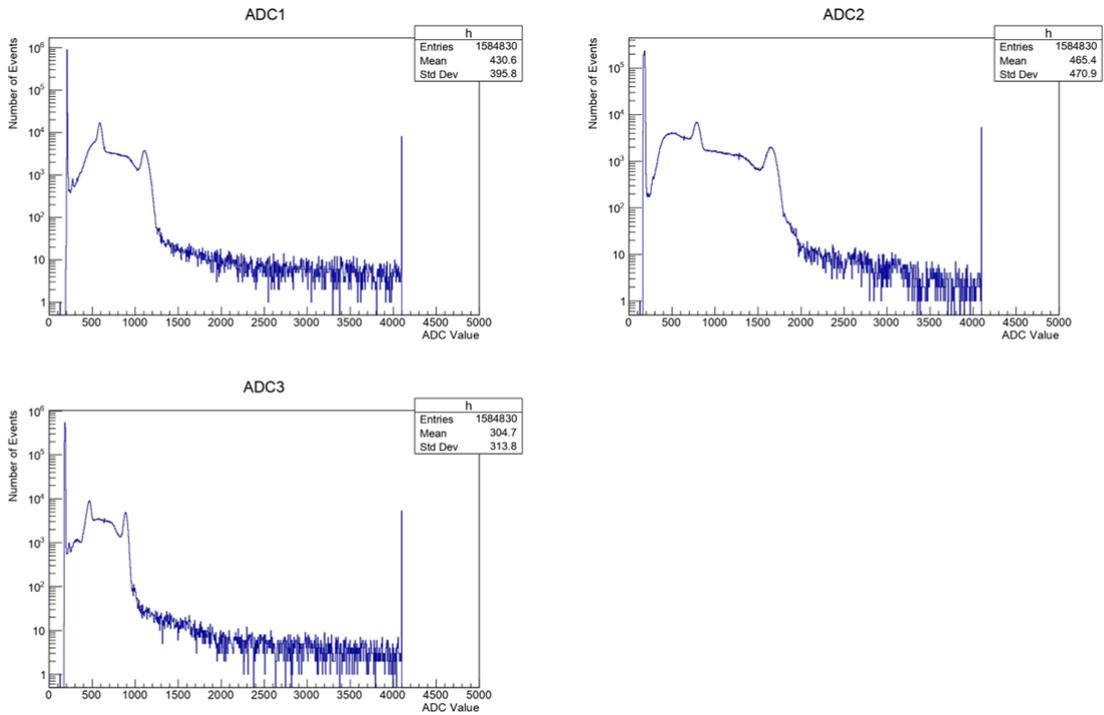


図 7: ADC の生データ

4.2 データの抽出

TDC1~3 は, Ps 崩壊時の信号が start に, Ps 崩壊時の信号に一定の delay をかけたものが stop に入力されている. そのため, Ps に関する信号は一定の値を返すはずである. 実際, 図 6 では 800count 付近で鋭いピークが見える. 今後の解析では, Ps に関する信号を見るため, ピーク付近のデータを用いる. データの cut 条件を以下の通りに定めた.

表 1: 各 NaI シンチレータのデータ cut 条件

NaI	TDC count
NaI1	804 ~ 814
NaI2	803 ~ 813
NaI3	798 ~ 808

4.3 TDC 較正

TDC は start の信号が入力されてから stop の信号が入力されるまでの時間を測定するが, その値は 0 から 4095 までの整数値であるため, それを実際の時間に直す必要がある. そこで, 同時発生する二つの信号を用意し, 一つはそのまま TDC の start に, もう片方はあらかじめ分かっている delay をかけて TDC の stop に入

かし、TDC の値を測定した。delay の大きさを 37, 48, 68, 105, 126 [ns] と変更して測定した。Time を TDC count の一次関数と仮定した。

$$\text{Time} = p_1 \times (\text{TDC0count}) + p_0$$

上式のパラメータ p_0, p_1 を決めるために一次関数で fitting を行った。結果は図 8, 表 2 のようになった。

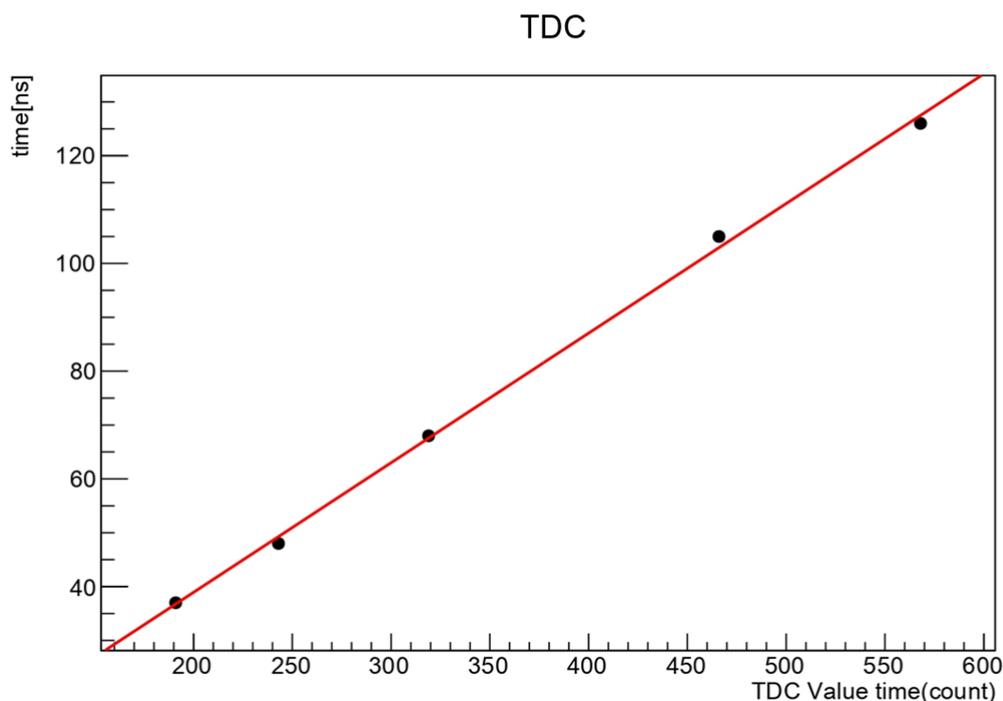


図 8: TDC 較正

表 2: TDC 較正の fitting パラメータ

p_0 [ns]	p_1 [ns]
-9.15 ± 1.97	0.241 ± 0.005

p_0 は後の TQ 補正で補正されるため、使用しない。また、実験では崩壊時が start になっており、時間順が逆になっているため傾きに-1 をかける。つまり、

$$\text{Time} = -p_1 \times (\text{TDC0count}) \quad (4.3.1)$$

を以降において用いる。

4.4 ADC 較正

TDC 較正と同じく、ADC で計測したエネルギーは 0 から 4095 までの整数値であるため、実際のエネルギー値に直す必要がある。図 7 の ADC の生データにペDESTAL の 0 [keV], Ps が崩壊したときの γ 線 511

[keV], ^{22}Na からの γ 線 1275 [keV] のピークが見える. よってこれらを Gauss 関数で fitting し, その mean をそのエネルギーの ADC の値として,

$$\text{Energy} = p_1 \times (\text{ADCcount}) + p_0$$

と fitting して, 上式のパラメータ p_0, p_1 を決定した. 結果は以下の通り

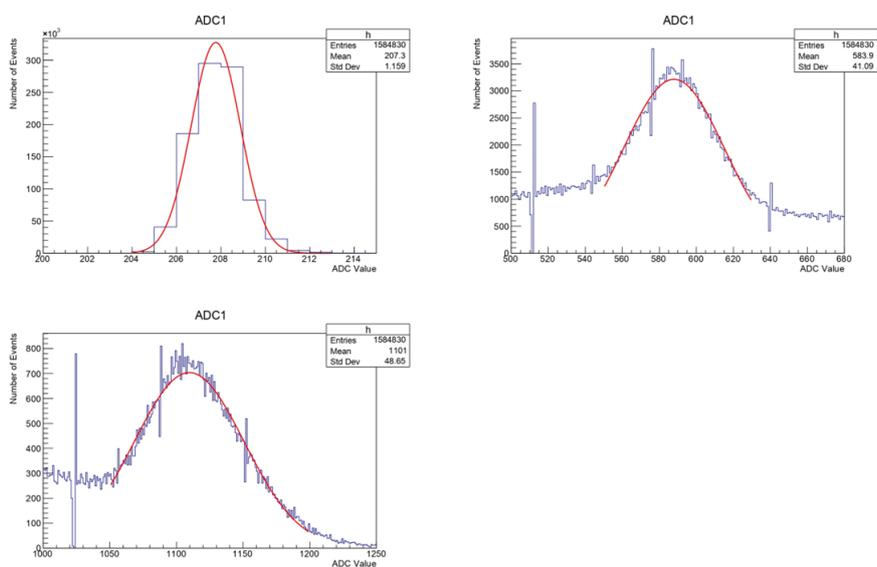


図 9: ADC 較正の各ピークでの fitting(NaI1)

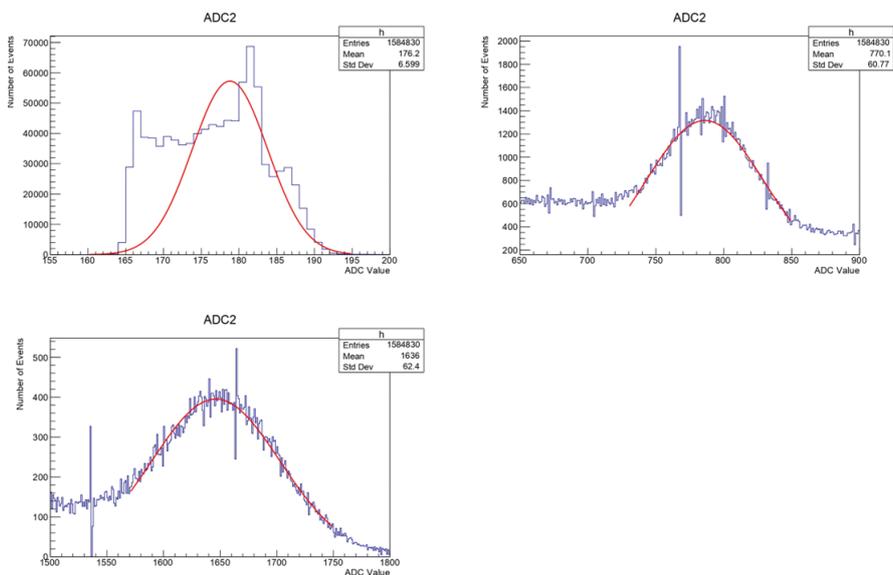


図 10: ADC 較正の各ピークでの fitting(NaI2)

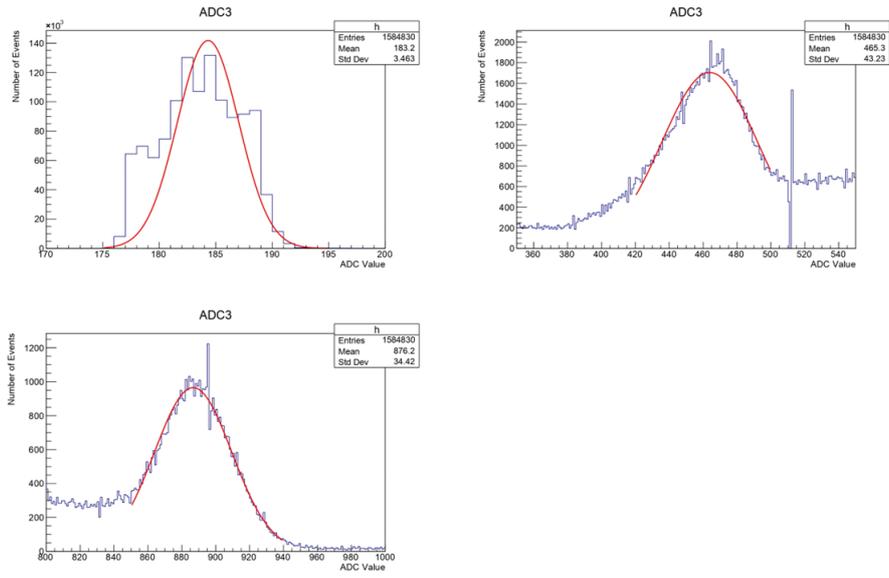


図 11: ADC 較正の各ピークでの fitting(NaI3)

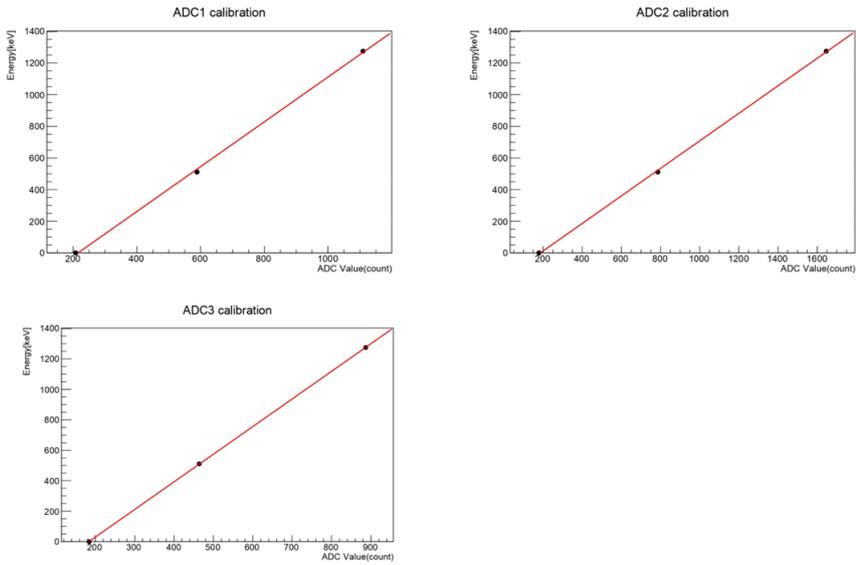


図 12: ADC 較正

表 3: ADC 較正の fitting パラメータ

ADC	p_0 [keV]	p_1 [keV]
ADC1	-298 ± 24	1.30 ± 0.03
ADC2	-162 ± 15	0.864 ± 0.014
ADC3	-333 ± 3	$1.81 \pm .05$

ADC 較正を本実験のデータを用いて行ったのは、シンチレータに対する線源の位置、角度、温度、磁場を同じにするためである。

4.5 Time-Energy 分布

TDC 較正と ADC 較正の結果を用いて、縦軸を時間、横軸をエネルギーにしたヒストグラムを作成した。

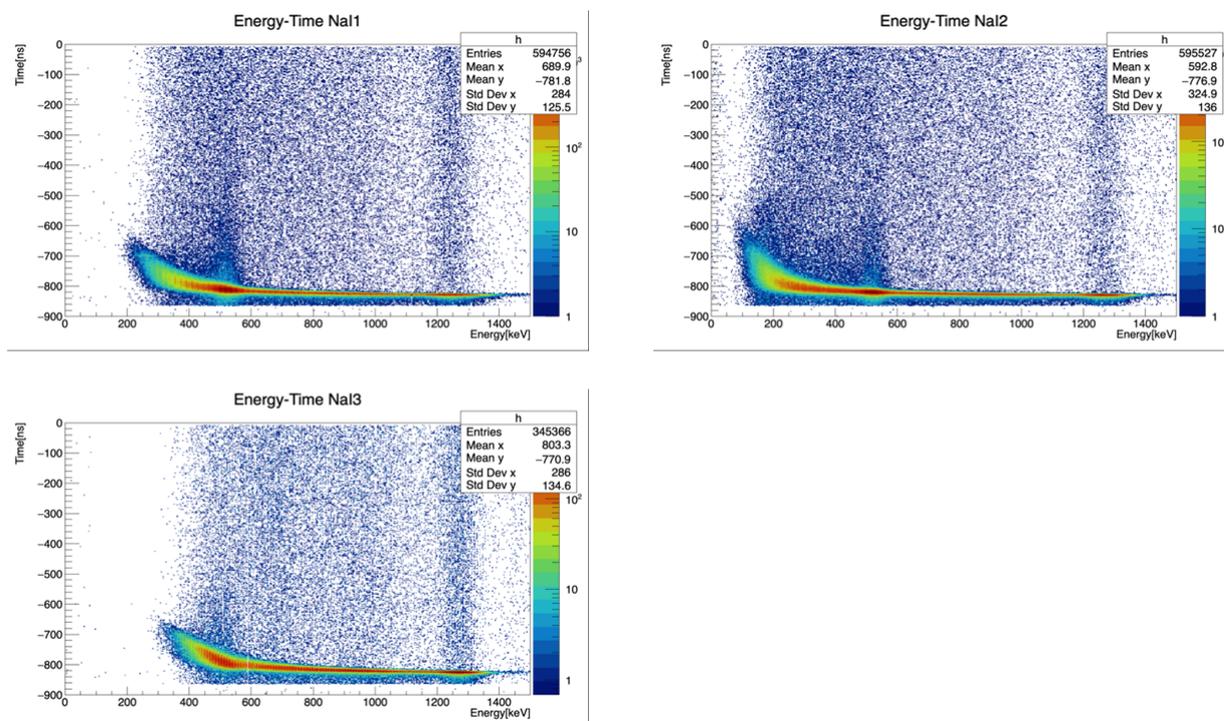


図 13: Time-Energy 分布

図 13 から -900 [ns] から -700 [ns] の範囲で event が多くなっていることがわかる。これらは p-Ps の崩壊の γ 線, その γ 線による Compton 散乱, ^{22}Na の γ 線であると考えられる。これらは同時に発生するが, 低エネルギーであるほど遅れて観測されている。

4.6 TQ 補正

4.6.1 discriminator の特性

図 14 のように, 同時に発生したエネルギーの大きさが異なる信号が discriminator に入力された状況を考える。入力された信号が threshold を超えたとき, discriminator は信号を出力するが, エネルギーが小さい信号の方がエネルギーが大きい信号に比べて遅れて threshold を超えるため, 低エネルギーであるほど遅れて観測される。

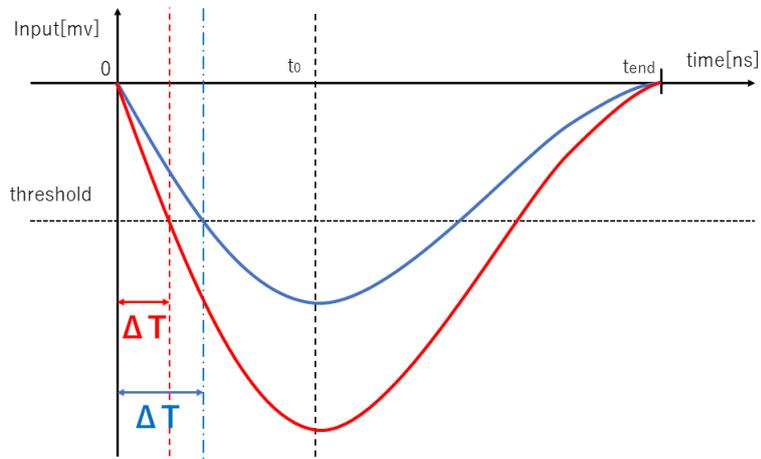


図 14: discriminator に入力された信号

このずれを補正するため, ΔT をエネルギー E の関数として求める.

4.6.2 TQ 補正の理論

図 15 のように入力された信号を三角形に近似する.

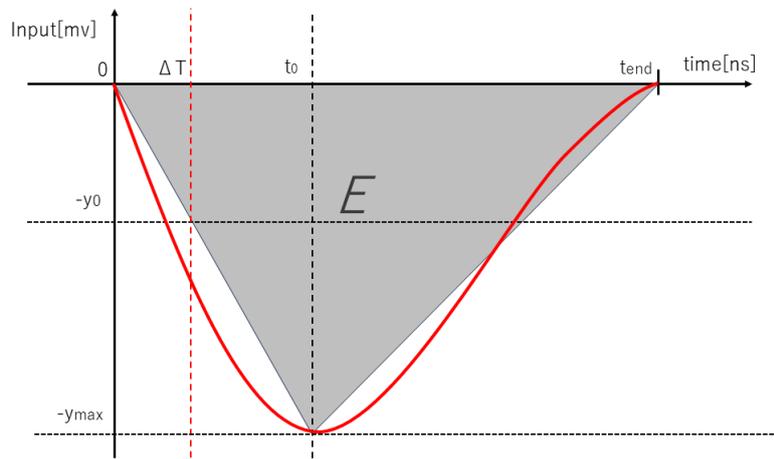


図 15: 三角形の近似

t_0, t_{end} は信号のピークと終わりの時間であり, エネルギーの大きさによらず一定であるとする. この三角形の面積はエネルギー E に相当する. ピーク時の値を y_{max} とし, threshold の値を y_0 , ちょうど threshold と重

なる時刻を ΔT とおくと

$$E \propto y_{\max}$$

$$y_0 : y_{\max} = \Delta T : t_0$$

となる。これらの式から

$$\Delta T \propto \frac{1}{E}$$

が得られる。つまり、 ΔT は E に反比例する。これは粗い三角形の近似から導かれたことであるため、実際の TQ 補正には

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (4.6.1)$$

という TQ 補正関数を用いて fitting を行った。

4.6.3 TQ 補正の実行

以下のように TQ 補正を実行した

1. 290 ± 5 [keV] の範囲のデータの Time に関するヒストグラムを作成, Gauss fitting してその mean を 290 [keV] に対する ΔT の代表値とした。
2. 上記 1 の作業を 20keV ごとに, NaI1 は 590 [keV], NaI2 は 490 [keV], NaI3 は 610 [keV] まで繰り返した。
3. 得られた $\Delta T(E)$ の値をプロットし, TQ 補正関数で fitting した。
4. 新しく時間を $t_{\text{new}} = \text{Time} - \Delta T(E)$ と定義し, 以降ではこれを用いた。これにより, event 数が多い p-Ps の崩壊時を $t_{\text{time}} = 0$ とすることができ, これは Ps の生成時と一致すると見なせる。TQ 補正の Gauss fitting は以下ようになった。

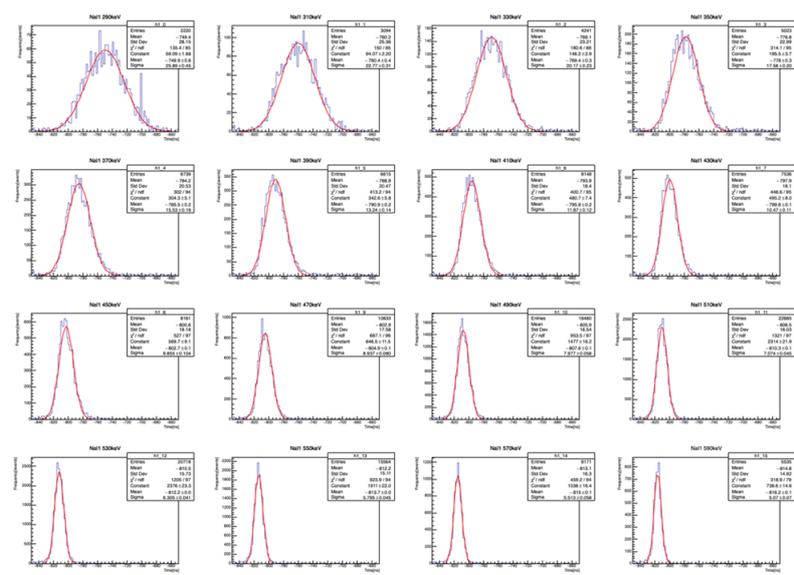


図 16: NaI1 の Gauss fitting

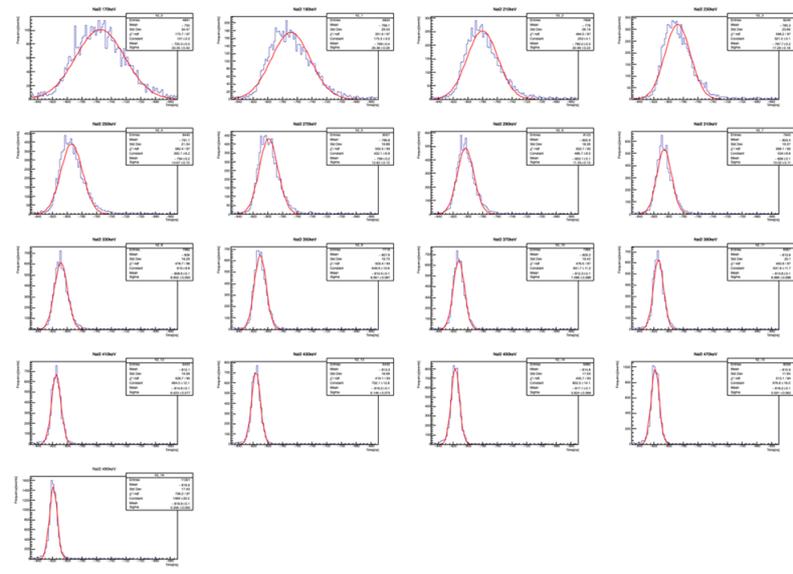


図 17: NaI2 の Gauss fitting

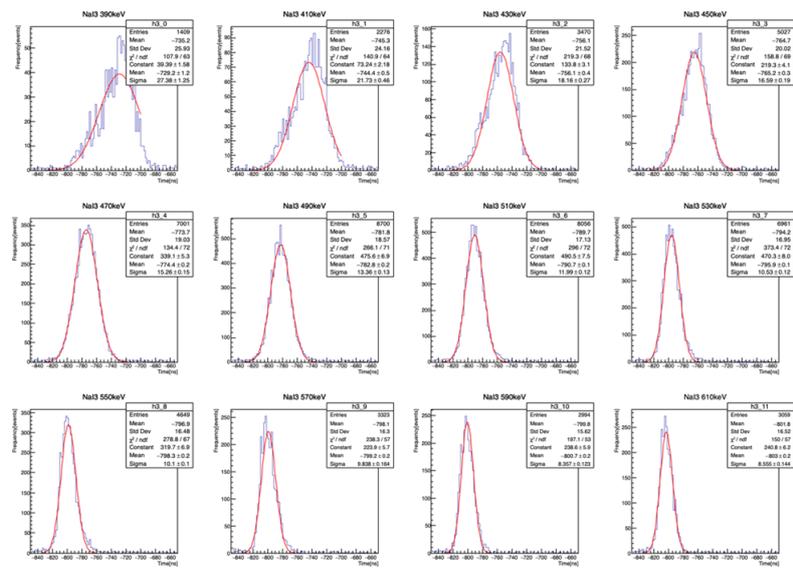


図 18: NaI3 の Gauss fitting

TQ 補正関数の fitting は以下ようになった。

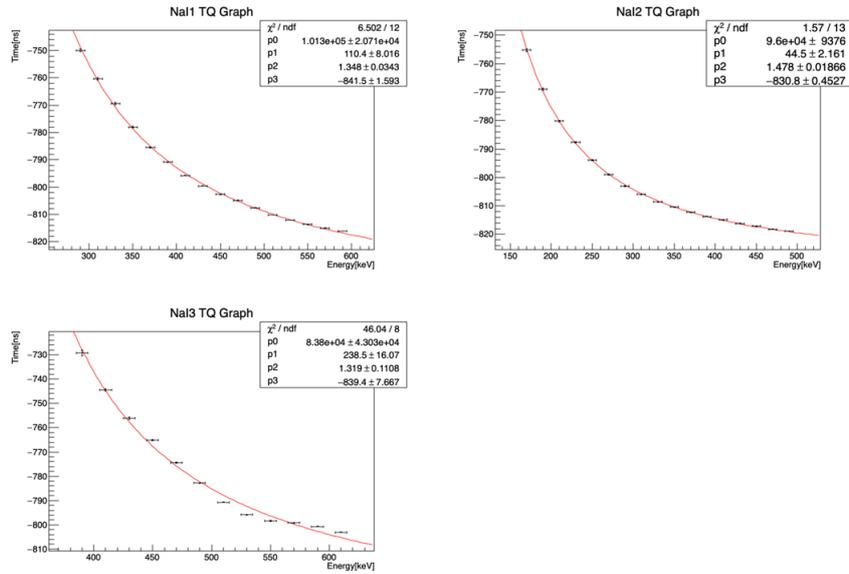


図 19: TQ 補正関数の fitting

表 4: TQ 補正のフィッティングパラメータ

NaI	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	$1.01 \times 10^5 \pm 2.1 \times 10^4$	110 ± 8	1.33 ± 0.03	-842 ± 2
NaI2	$9.60 \times 10^4 \pm 9.4 \times 10^3$	44.5 ± 2.2	1.48 ± 0.02	-831 ± 0.5
NaI3	$8.38 \times 10^4 \pm 4.30 \times 10^4$	239 ± 16	1.32 ± 0.11	-839 ± 8

TQ 補正後の Time-Energy 分布のヒストグラムは以下ようになった。

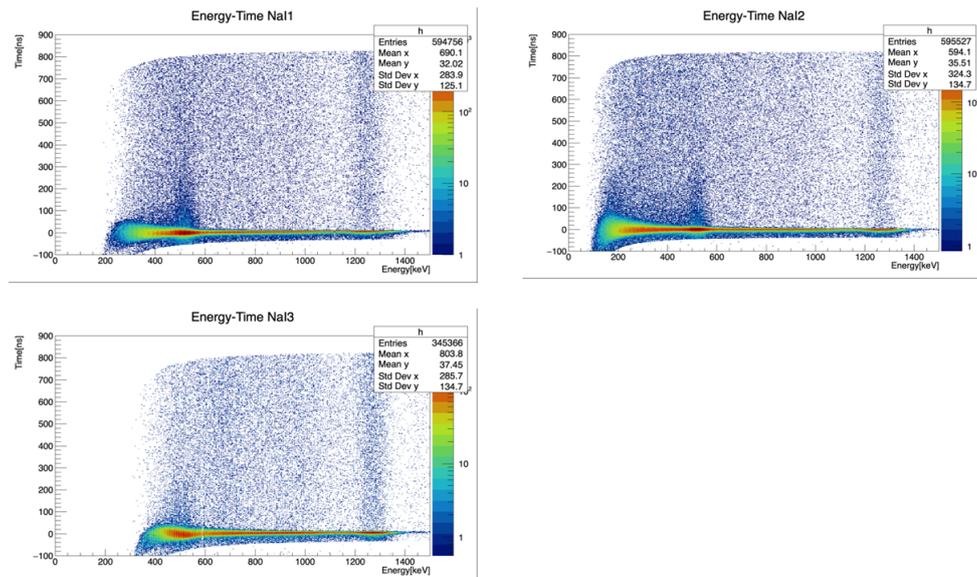


図 20: TQ 補正後の Time-Energy 分布

エネルギーによる時間のずれがなくなり, p-Ps 崩壊の γ 線, その Compton 散乱, ^{22}Na の γ 線が同時に起こるようになったことがわかる.

4.6.4 TQ 補正後の寿命

ここで今までの TDC, ADC 較正, TQ 補正を用いて寿命を求めてみる. o-Ps の崩壊による γ 線は 511 [keV] のエネルギーを持つため, 450 [keV] 以下のデータを用いた. このデータで, Time に対するイベント数分布を

$$\text{count} = p_0 \exp\left(-\frac{t[\text{ns}]}{p_1}\right) + p_2$$

で fitting する. fitting パラメータの p_1 が寿命となる. fitting の範囲は 72.5 [ns] から 654 [ns] で, これは o-Ps が理論上 40% 崩壊している時刻と 99% 崩壊している時刻に対応する. 結果は以下ようになった.

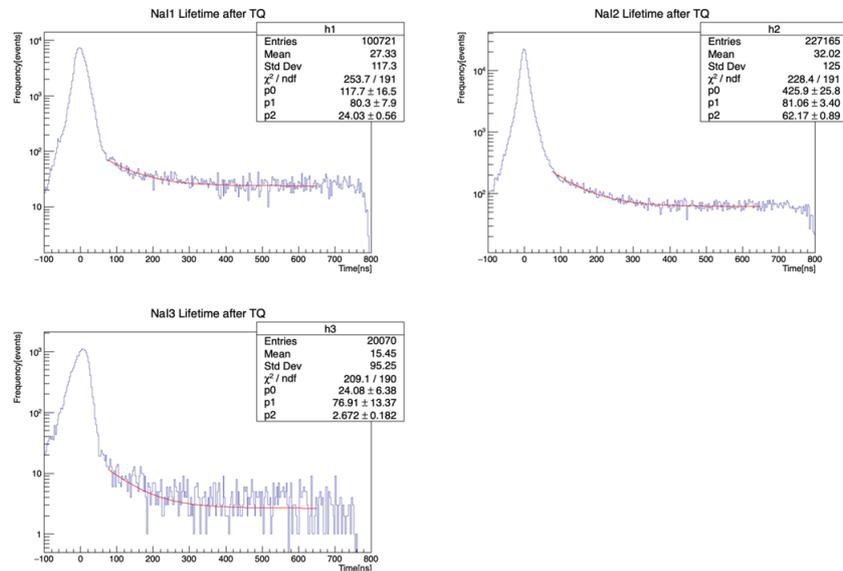


図 21: TQ 補正後の Time-Energy 分布

表 5: TQ 補正後の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	80.3 ± 7.9
NaI2	81.1 ± 3.4
NaI3	76.9 ± 13.4

理論値の 142 [ns] よりも短くなったがこれは, 全ての o-Ps が 3γ に崩壊するのではなく, Pick-off 反応によって 2γ に崩壊することが影響している.

4.7 Pick-off 補正

4.7.1 Pick-off 反応

本実験で観測したいのはオルソポジトロニウムが 3γ に崩壊する現象であるが、以下のような 2γ に崩壊する現象も観測される。

- Pick-off 反応: オルソポジトロニウムの陽電子が周囲の物質の電子と衝突し、対消滅を起こす
- スピン交換反応: 物質を構成する分子が不正電子を持つとき、その不正電子がオルソポジトロニウムと衝突してスピンを交換し、パラポジトロニウムになる。
- 化学反応: オルソポジトロニウムが酸化されることで電子が奪われ、残った陽電子が他の電子と対消滅を起こす。

いずれも o-Ps の本来の寿命より早く崩壊し 2γ になるため、以下ではこれらをまとめて Pick-off 反応と呼ぶことにする。またそれに対する補正を Pick-off 補正と呼ぶ。前節では Pick-off 補正を行っていなかったため、o-Ps の本来の寿命より早く崩壊するものが現われ、寿命が本来より短く求められたものと考えられる。以下本節ではこれを考慮した補正を行うことを目的とする。

4.7.2 イベントの分類

本実験で観測されるイベントは以下のものが考えられる。

1. 1274 [keV] の γ 線の吸収・散乱
2. パラポジトロニウムの崩壊による 511 [keV] の γ 線吸収
3. パラポジトロニウムの崩壊による 511 [keV] の γ 線散乱
4. Pick-off 反応による 511 [keV] の γ 線吸収
5. Pick-off 反応による 511 [keV] の γ 線のコンプトン散乱
6. オルソポジトロニウムの崩壊による γ 線の吸収・散乱

これらの反応がそれぞれ Time-Energy 分布のどの領域で観測されるイベントなのかを考える。まず p-Ps の寿命は約 124 ps であり、これは今回のセットアップでは TDC の時間分解能より小さい。従って p-Ps の崩壊は $t = 0$ 付近で観測されることがわかる。 $t = 0$ では o-Ps の崩壊も起きているが、o-Ps の寿命は約 142ns であり、 $t = 0$ 付近のイベント数は十分小さい。よって今回の場合 $t = 0$ 付近での反応は全て p-Ps の崩壊によるものとする。また $t > 0$ の反応は全て o-Ps の崩壊 (Pick-off 反応も含む) によるものとする。また o-Ps が崩壊して 3γ となったとき必ず 511 keV 未満の γ 線が出てくることもわかる。以上を踏まえて、代表として TQ 補正後の NaI1 シンチレータの Time-Energy 分布を図 22 に示す。

o-Ps のイベントのみを取り出す、すなわち 5 と 6 のイベントが混ざった領域から 6 のイベントを取り出すことが Pick-off 補正の目的である。ここで各時刻 t で 511 keV の γ 線が Compton 散乱される割合が等しい (Compton 散乱のエネルギー分布は時刻 t によらない) と仮定する。すなわち $N_2 : N_3 = N_4 : N_5$ が成り立つとする。ただしここで種類 i のイベント数を N_i とした。これを用いると、

$$N_6 = N_{5,6} - N_5 = N_{5,6} - \frac{N_2}{N_3} N_4 \quad (4.7.1)$$

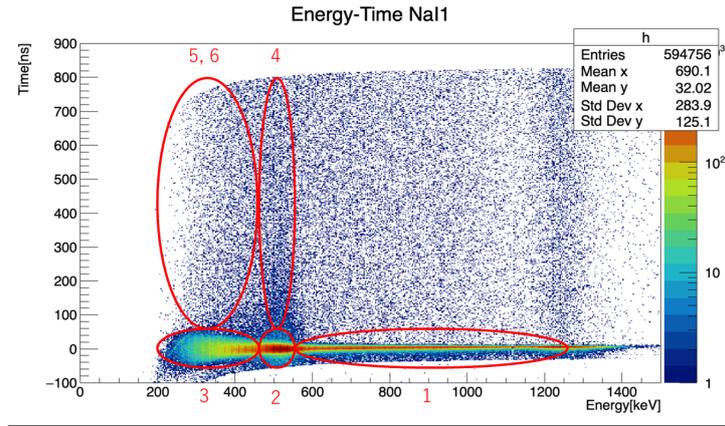


図 22: 領域ごとの主なイベント

として o-Ps の崩壊イベントのみを取り出すことができる。このことを用いて Pick-off 補正をしていく。

4.7.3 Pick-off 補正関数

Pick-off 反応を考慮した上で、あらためてイベント数と o-Ps の寿命との関係式を調べる。単位時間あたりの粒子の崩壊は粒子数に比例し、比例定数である崩壊幅 (寿命の逆数) を Γ 、粒子数を $N(t)$ とおくと、

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma(t)N(t) \quad (4.7.2)$$

が成り立つ。本実験では、 $-\frac{dN}{dt}$ がイベント数に相当する。この Γ には o-Ps の崩壊によるものと Pick-off 反応によるものの 2 つが含まれるため、領域 5,6 における Pick-off 反応による 2γ への崩壊幅 $\Gamma_{Pick-off}$ と、o-Ps の 3γ への崩壊幅 Γ_{ortho} を用いて、

$$\Gamma = \Gamma_{Pick-off} + \Gamma_{ortho} \quad (4.7.3)$$

と書くことができる。ここで $N(t)$ の減少量、すなわちイベント数は、 2γ への崩壊と 3γ への崩壊で分けられる。 $N_{Pick-off}$ と N_{ortho} をそれぞれ各時刻 t における 2γ と 3γ へ崩壊した粒子数 (観測されたイベント数) とする。それぞれのイベント数は N に比例し、また崩壊幅にも比例するので、

$$N_{Pick-off}(t) = \Gamma_{Pick-off}(t)N(t), \quad N_{ortho}(t) = \Gamma_{ortho}N(t) \quad (4.7.4)$$

と表される。

以上を用いると式 (4.7.2) は、

$$\begin{aligned} -\frac{dN}{dt} &= N_{Pick-off}(t) + N_{ortho}(t) \\ &= (\Gamma_{Pick-off} + \Gamma_{ortho})N(t) \\ &= \Gamma_{Pick-off}(1 + f(t))N(t) \end{aligned} \quad (4.7.5)$$

と書き直される。ただしここで Pick-off 補正関数 $f(t)$ は、

$$f(t) \equiv \frac{\Gamma_{Pick-off}}{\Gamma_{ortho}} \left(= \frac{N_{Pick-off}}{N_{ortho}} \right) \quad (4.7.6)$$

として定義されている. この $f(t)$ を用いると, 微分方程式 (4.7.5) は形式的に解けて,

$$N(t) = N(0) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right] \quad (4.7.7)$$

となる. ここで $\tau_{ortho} = \Gamma_{ortho}^{-1}$ は o-Ps の (3γ への崩壊のみを考えたときの) 寿命である. これより

$$g(t) = -\frac{dN}{dt} = \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} (1 + f(t)) \exp \left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right) \right] \quad (4.7.8)$$

もわかる. $g(t)$ は 511keV 未満のイベント数である. これは実験データからわかる量なので, これについて fitting を行えば fitting パラメータとして寿命が求められるはずである. よってあとは $f(t)$ を求めれば良い.

次に $f(t)$ の求め方を見ていく. まず $S(t), y(t)$ を以下のように定義する.

- $S(t)$: 時刻 t における 511 keV 未満のイベント数
- $y(t)$: 時刻 t における 511 keV のピーク付近のイベント数

前述の通り Compton 散乱の割合は時刻 t によらないので, $t = 0$ での割合を利用することで,

$$N_{Pick-off}(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (4.7.9)$$

$$N_{ortho} = S(t) - \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (4.7.10)$$

がわかる. これらを用いると定義より $f(t)$ は,

$$f(t) = \frac{N_{Pick-off}}{N_{ortho}} = \frac{\frac{S(0)}{y(0)} y(t)}{S(t) - \frac{S(0)}{y(0)} y(t)} = \frac{S(0)y(t)}{S(t)y(0) - S(0)y(t)} \quad (4.7.11)$$

と求められる.

以上より, 実験データから Pick-off 補正後の o-Ps の寿命を求めることが可能となった. 以下では具体的な解析の方法や結果を見ていく.

4.7.4 Pick-off 補正の実践

Pick-off 補正の手順をいかに示す.

1. 0 ns から 650 ns まで 50 ns ごとに ± 25 ns の幅をとってヒストグラムを作成する.
2. 0 ns の 511 keV のピーク付近で Gaussian fitting を行い, その $mean_{t=0}$ と $\sigma_{t=0}$ を求める.
3. 各時間について 511 keV のピーク付近で Gaussian fitting を行い, $mean_t \pm \sigma_t = 0$ 以内のイベントの総数を求め, それを $y(t)$ とする.
4. 各時間について 0 keV から 450 keV までのイベントの総数を数え, $S(t)$ を求める.
5. 以上を用いて求めた $f(t)$ をプロットし, 100 ns から 650 ns までを fitting して関数形を求める. ただし fitting 関数は,

$$f(t) = p_0 \exp \left(-\frac{t}{p_1} \right) + p_2 \quad (4.7.12)$$

とした.

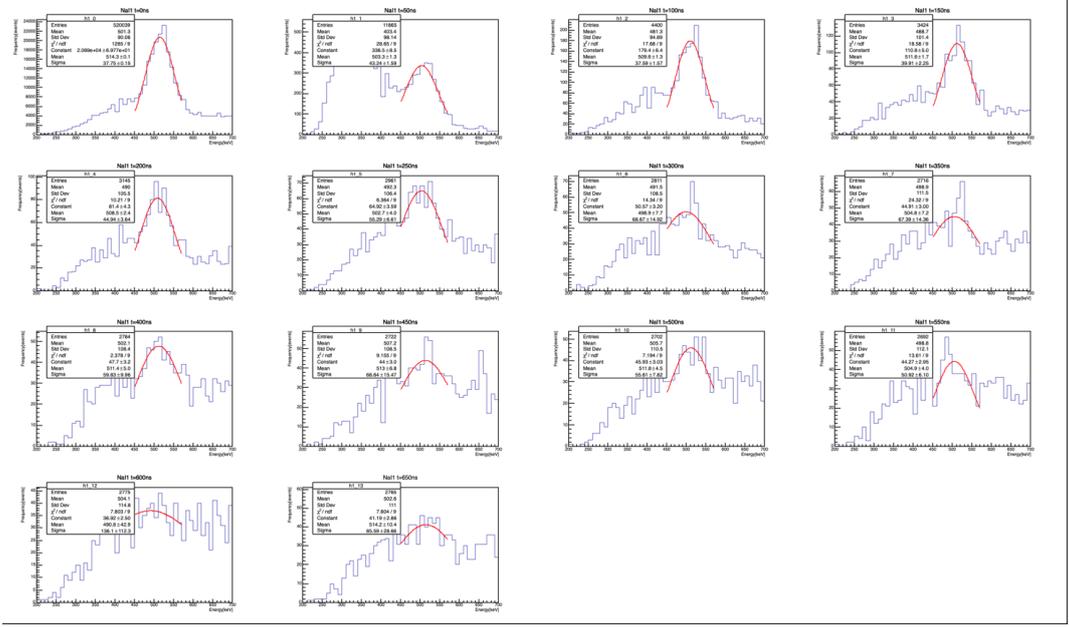


図 23: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting(NaI1)

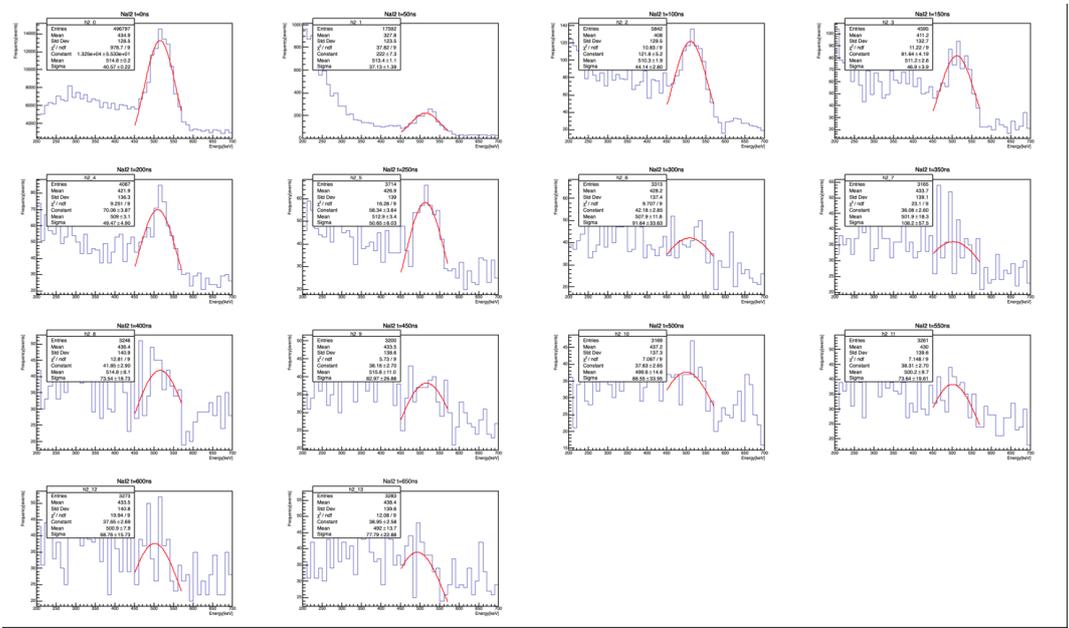


図 24: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting(NaI2)

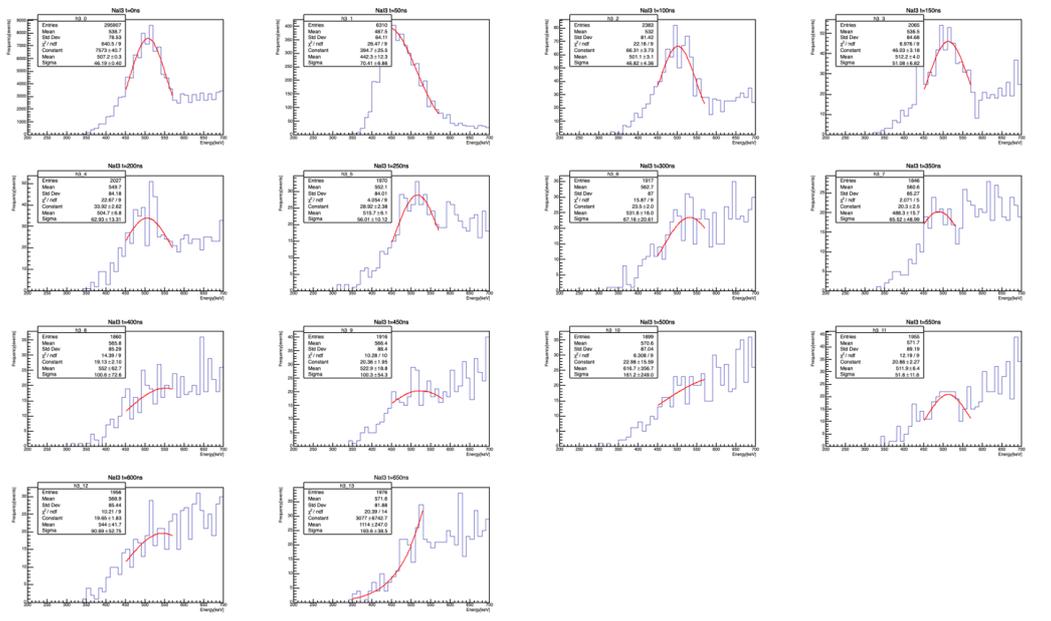


図 25: $y(t)$ を求めるための Gaussian fitting(NaI3)

表 6: 各 NaI に対する $y(t)$

t[ns]	$y(t)(\text{NaI1})$	$y(t)(\text{NaI2})$	$y(t)(\text{NaI3})$
0	1.35×10^5	9.25×10^4	6.03×10^4
50	2.22×10^3	1.53×10^3	2.79×10^3
100	1.16×10^3	870	548
150	750	598	380
200	551	514	316
250	459	433	247
300	365	329	220
350	342	314	171
400	333	321	182
450	325	293	194
500	332	305	210
550	315	305	171
600	286	313	187
650	302	311	162

まず Gaussian Fitting で $y(t)$ を求めた様子を図 23, 24, 25 に示した.

まとめた $y(t)$ の表は表 6 に示した.

また, $S(t)$ は表 7 に示した.

表 7: 各 NaI に対する $S(t)$

t[ns]	$S(t)(\text{NaI1})$	$S(t)(\text{NaI2})$	$S(t)(\text{NaI3})$
0	7.86×10^4	1.75×10^5	1.39×10^4
50	6.98×10^3	1.40×10^4	1.53×10^3
100	1.01×10^3	3.06×10^3	164
150	671	2.20×10^3	142
200	595	1.72×10^3	87
250	558	1.42×10^3	73
300	482	1.23×10^3	74
350	455	1.08×10^3	61
400	429	1.09×10^3	60
450	397	1.10×10^3	70
500	405	1.04×10^3	60
550	448	1.09×10^3	72
600	430	1.09×10^3	64
650	426	1.09×10^3	45

以上の結果を用いると, 50 ns 刻みで各時刻の $f(t)$ が求められる. これをプロットし, 式 (4.7.12) を用いて fitting したものが図 26, 27, 28 である.

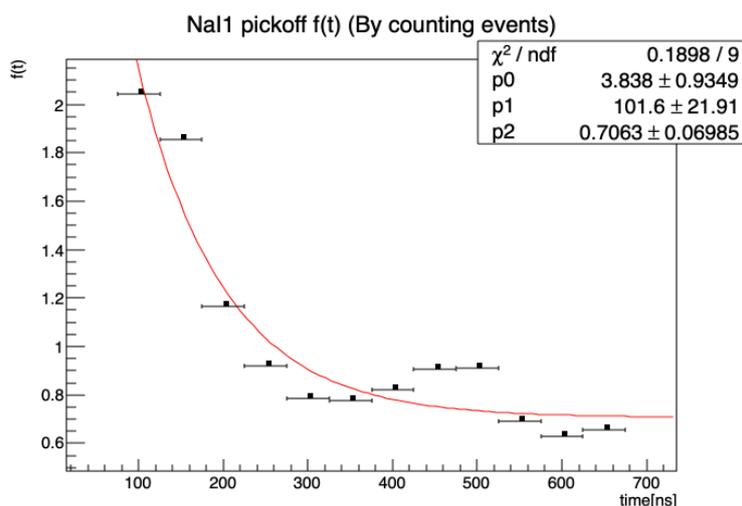


図 26: $f(t)$ の fitting(NaI1)

fitting に用いた初期パラメータを表 8 に示す. これは全ての NaI に対して共通である. この fitting で得ら

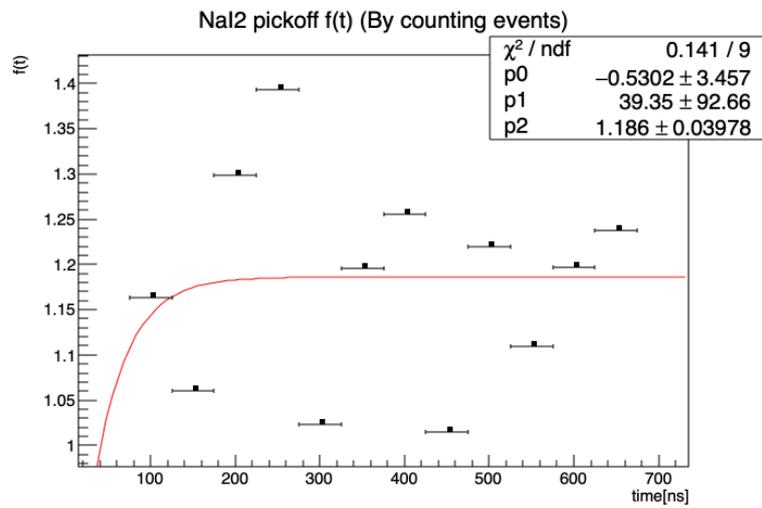


図 27: $f(t)$ の fitting(NaI2)

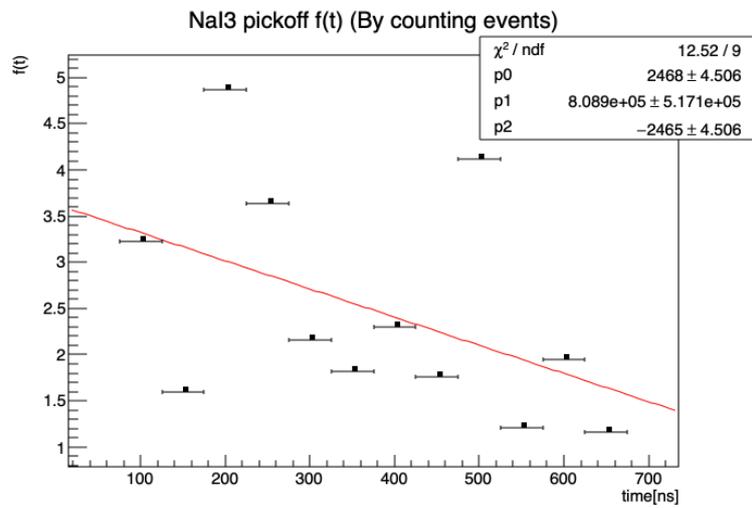


図 28: $f(t)$ の fitting(NaI3)

表 8: $f(t)$ の fitting の初期パラメータ

p_0	p_1	p_2
5.0	100.0	1.0

れた fitting パラメータ p_0, p_1, p_2 を表 9 に示す.

表 9: $f(t)$ の fitting パラメータ

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	3.84	102	0.706
NaI2	-0.530	39.3	1.19
NaI3	2.47×10^3	8.09×10^5	-2.46×10^3

ここで NaI3 はうまく fitting できなかつたことがわかる. これは NaI3 の感度が低く, 低エネルギー側のイベントの取り漏らしが多かつたことに起因すると考えられる. これは解析手法によって改善するのが難しいと判断し, 以下では NaI1, NaI2 のみを解析することとする.

4.7.5 Pick-off 補正後の寿命

$f(t)$ が求まつたので, 次は $g(t)$ を考えることで Pick-off 補正後の寿命を考える. まず $g(t)$ の形式解 (4.7.8) に $f(t)$ の式 (4.7.12) を代入すると,

$$g(t) = -\frac{dN}{dt} = \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(t + \int_0^t f(t') dt' \right)\right] \quad (4.7.13)$$

となる. ここで積分を実行すると, 定数 C を用いて

$$\begin{aligned} \int_0^t p_0 \left[\exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 \right] dt' &= \left[-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t'}{p_1}\right) + p_2 t' \right]_0^t \\ &= -p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 t + C \end{aligned} \quad (4.7.14)$$

なので, これを代入すると,

$$g(t) = \frac{N(0)}{\tau_{ortho}} \exp(C) \left(1 + p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \right) \exp\left[-\frac{1}{\tau_{ortho}} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] \quad (4.7.15)$$

となる. 最後に未定の定数を適当に fitting パラメータとして q_0, q_1, q_2 でおくことで,

$$g(t) = q_0 \left(p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + 1 \right) \exp\left[-\frac{1}{q_1} \left(-p_0 p_1 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + (1 + p_2)t \right)\right] + q_2 \quad (4.7.16)$$

と表される. ここで特に, q_1 は寿命に対応する fitting パラメータである.

これを用いて次のように fitting を行う. まず 450 keV 以下のデータを取り出し, イベント数についてヒストグラムを作成する. p_0, p_1, p_2 は既に求まつているので, q_0, q_1, q_2 を fitting パラメータとしてこのヒストグラムに $g(t)$ を fitting する. ここで fitting の初期パラメータは表 10 に示した. またこのとき fitting 範囲は, o- Ps の寿命が理論値通りである場合 40% が崩壊している 72.5 ns から 99% 崩壊している 654 ns に指定した.

これを実行した結果が図 29, 30 である. なお図中では fitting パラメータが p_0, p_1, p_2 となっているが, これは q_0, q_1, q_2 のことである.

この fitting によって得られた fitting パラメータ q_0, q_1, q_2 を表 11 に示す.

前述の通り q_1 が求める o- Ps の寿命なので, これを取り出し, Pick-off 補正後の o- Ps の寿命を理論値と合わせて表 12 に示す.

表 10: $g(t)$ の fitting の初期パラメータ

q_0	q_1	q_2
2	100	10

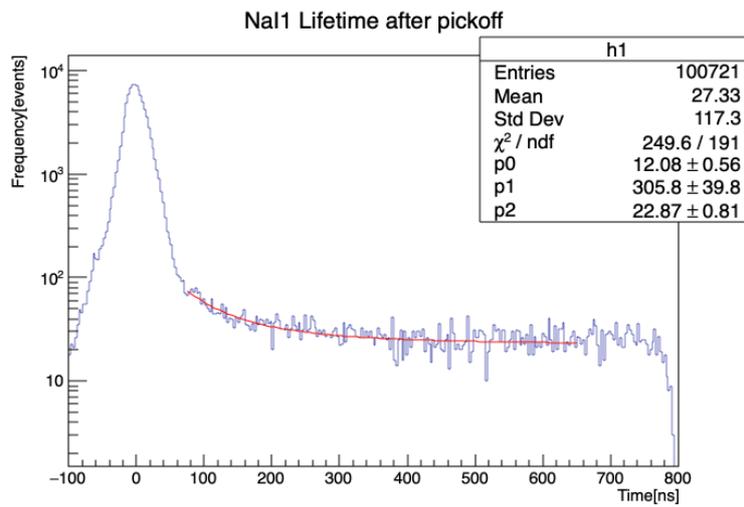


図 29: $g(t)$ の fitting(NaI1)

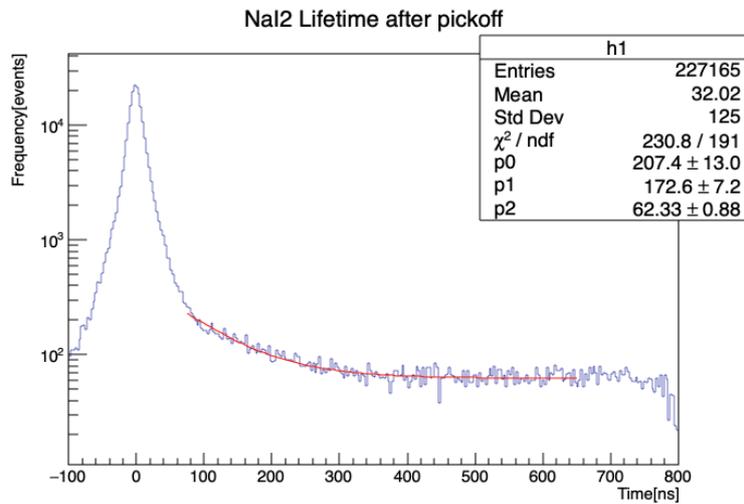


図 30: $g(t)$ の fitting(NaI2)

表 11: $g(t)$ の fitting パラメータ

NaI	q_0	q_1	q_2
NaI1	12.1	306	22.9
NaI2	207	173	62.3

表 12: Pick-off 補正後の o-Ps の寿命

NaI	寿命 [ns]
理論値	142
NaI1	306
NaI2	173

5 考察

5.1 Pick-off 補正の改善

4.7 節で行った Pick-off 補正の結果が理論値と大きく異なることから、Pick-off 補正を改善することを考える。ここでは以下の 2 点の改善を行った。

5.1.1 200 keV 以下のデータの cut

TQ 補正のフィッティング関数は

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E[\text{keV}] - p_1)^{p_2}} + p_3$$

であり、 $E = p_1$ で発散する関数になっている。表 4 から p_1 は各 NaI シンチレータでそれぞれ 110, 44.5 となっている。下の図 31, 32 は TQ 補正を行う前の Time-Energy 分布である。これらを見ると、 $E = p_1$ 周辺にはそれほど多くないものの、データは存在するため、これらの点で TQ 補正がうまくいっていないと考えられる。

また、NaI1 シンチレータが観測できているのは主に 200 keV 以上であるのに対し、NaI2 シンチレータは主に 100 keV から 200 keV のデータも観測できている。しかし、パラポジトロニウムの崩壊により生じた γ 線の Compton 散乱によるイベントの時間的な広がりや低エネルギーになるほど大きくなっていることがわかる。以上の理由から、Pick-off 補正における $f(t)$ の fitting は NaI1 シンチレータでもできていたことを踏まえて、200 keV 以下のデータを取り除いて解析を行った。

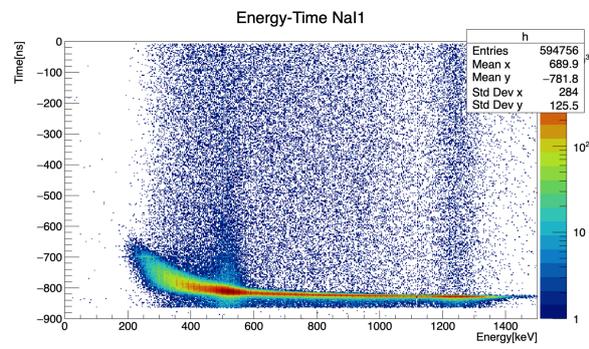


図 31: NaI1 の Time-Energy 分布

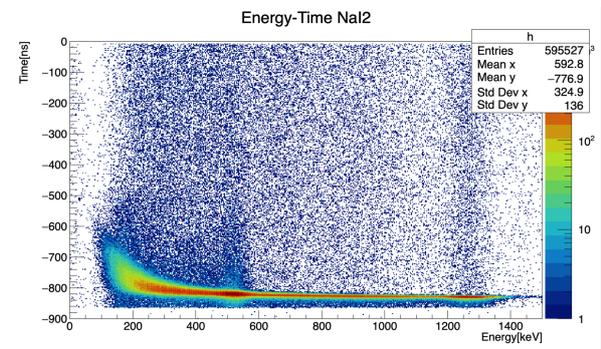


図 32: NaI2 の Time-Energy 分布

5.1.2 $t = 0$ ns での時間幅の変更

図 31, 32 の $t = -800$ ns 付近のイベントは, TQ 補正により $t = 0$ ns となるが, 他の時間と比べてイベント数が非常に多いことがわかる. また, Pick-off 補正における $f(t)$ (式 4.7.11) は $S(0), y(0)$ を含んでいることから, $t = 0$ ns のデータの寄与は大きいと考えられる. これらのことから, Pick-off 補正で 0 ± 25 ns としていたエネルギーに関するヒストグラムの範囲を 0 ± 5 ns へと変更し, 以降は 50 ns ごとに ± 25 ns の範囲のままとした. これに伴って, $t = 0$ ns の場合に対して $t > 0$ ns のヒストグラムの時間の範囲が 5 倍になるため, $t > 0$ ns では得られた $S(t), y(t)$ は $1/5$ するとした.

5.1.3 Pick-off 補正の改善後の結果

5.1.1, 5.1.2 章で示した Pick-off 補正の改善を行った結果は, 以下の表 13 のようになった. 以降, 4.7 章で行った Pick-off 補正を“変更前の Pick-off 補正”, 5.1 章で行った Pick-off 補正を“変更後の Pick-off 補正”と呼ぶことにする.

表 13: Pick-off 補正の変更前・変更後の寿命

Pick-off 補正	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)
変更前	306 ± 40	171 ± 7
変更後	135 ± 14	155 ± 10

確かに変更前よりも変更後の Pick-off 補正の方が理論値である 142 ns に近い寿命が得られていることがわかる. また, 変更後の Pick-off 補正の $f(t)$ の fitting の様子を以下の図 33, 34 に示す.

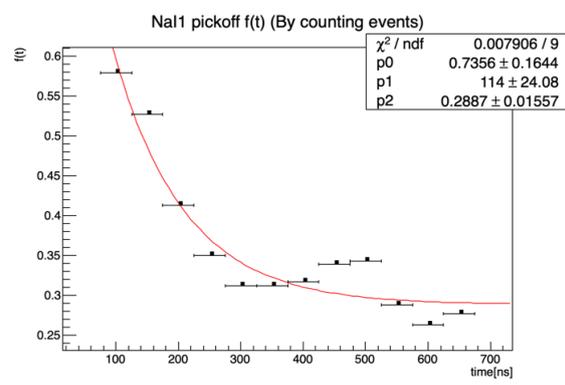


図 33: NaI1 シンチレータの $f(t)$ fitting

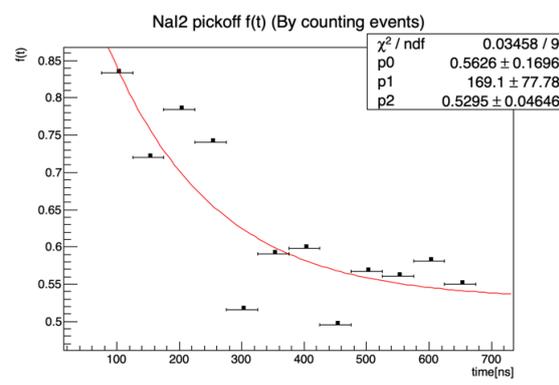


図 34: NaI2 シンチレータの $f(t)$ fitting

NaI1 シンチレータの fitting には大きな変化はなかったが, NaI2 シンチレータの方では変更前の Pick-off 補正と比べてより良く fitting できていることがわかる.

5.2 誤差伝播

これまでの解析では, 最後の寿命 fitting の誤差のみを考慮していたが, 実際にはそれ以外に TDC 較正, TQ 補正, Pick-off 補正のそれぞれで fitting を行ったため, それらの誤差を考慮する必要がある. TDC 較正によ

る誤差 σ_{TDC} , TQ 補正による誤差 σ_{TQ} , Pick-off 補正 ($f(t)$ の fitting) による誤差 $\sigma_{\text{Pick-off}}$, 寿命 fitting ($g(t)$ の fitting) による誤差 σ_{fitting} が独立であるとする, これらの誤差を全て加味した誤差 σ_{total} は,

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TDC}}^2 + \sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{Pick-off}}^2 + \sigma_{\text{fitting}}^2} \quad (5.2.1)$$

と表せる. それぞれの fitting 関数を $f(x)$ としたとき, この関数の誤差 $\sigma_{f(x)}$ は誤差伝播式から,

$$\sigma_{f(x)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2} \quad (5.2.2)$$

となる. なお, p_i は fitting パラメータ, σ_{p_i} は p_i の誤差である.

5.2.1 従来までの誤差の求め方とその問題点

まずは過去のレポートで行われていた寿命の誤差の求め方を示す. 誤差 $\sigma_{f(x)}$ を加味した fitting 関数 $f_{\pm}(x) \equiv f(x) \pm \sigma_{f(x)}$ を用いて求めた寿命を τ_{\pm} とし, 最終的な寿命の誤差 σ ($\sigma_{\text{TDC}}, \sigma_{\text{TQ}}, \sigma_{\text{Pick-off}}$ に相当) を以下のように定義する.

$$\sigma = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|) \quad (5.2.3)$$

ここで, τ は誤差を考えない場合の寿命である.

しかし, この方法で誤差を計算すると次の例のような問題が生じる. 変更前の Pick-off 補正を行った NaI1 シンチレータの寿命 τ と誤差を加味した寿命 τ_{\pm} を以下の表 14 に示す. この表からわかるように, τ が τ_+, τ_-

表 14: TQ 補正による寿命の誤差 (NaI1 シンチレータ, Pick-off 補正は変更前)

NaI1	τ_- [ns]	τ [ns]	τ_+ [ns]
TQ 補正	114	306	294

の間に含まれていないことがわかる. これは, 誤差を加味した fitting 関数 $f(x)$ を $\alpha \in [-1, 1]$ を用いて

$$f_{\alpha}(x) \equiv f(x) \pm \alpha \sigma_{f(x)} \quad (5.2.4)$$

と定義し直し, これを用いて得られた寿命を τ_{α} とするとき, τ_{α} は α に関して単調に増加または減少しないことによるものである. $|\tau_{\alpha} - \tau|$ が最大となるのは $\alpha = \pm 1$ とは限らないため, 寿命の誤差 σ を, 以下のように再定義する.

$$\sigma = \max_{-1 \leq \alpha \leq 1} (|\tau_{\alpha} - \tau|) \quad (5.2.5)$$

この定義を用いて, 以下で TDC 較正, TQ 補正, Pick-off 補正に起因する誤差の求め方を具体的に示す.

5.2.2 TDC 較正による誤差

TDC 較正では, 式 (4.3.1) の通り TDC0 count を Time に変換した. ここで fitting パラメータは p_1 のみを用いたので, 誤差も σ_{p_1} のみを考える. これによる Time の誤差を σ_{Time} とすると,

$$\sigma_{\text{Time}} = -\sigma_{p_1} \times (\text{TDC0count}) \quad (5.2.6)$$

となる. これを用いて, 寿命 fitting の際の時間 t を

$$t_{\alpha} = -(p_1 + \alpha \sigma_{\text{Time}}) \times (\text{TDC0count}) - \Delta T(E) \quad (5.2.7)$$

と変換し, 得られた寿命を τ_{α} とした. これと式 (5.2.5) から σ_{TDC} を求めた.

5.2.3 TQ 補正による誤差

TQ 補正の fitting 関数は式 (4.6.1) の通りである。 $\Delta T(E)$ の誤差を $\sigma_{\Delta T(E)}$ とおけば、これは誤差伝播式 (5.2.2) から、

$$\sigma_{\Delta T(E)} = \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \sqrt{\sigma_{p_0}^2 + \left(\frac{p_0 p_1}{E - p_1} \sigma_{p_1} \right)^2 + (p_0 \log(E - p_1) \sigma_{p_2})^2 + ((E - p_1)^{p_2} \sigma_{p_3})^2} \quad (5.2.8)$$

となる。TDC 較正による誤差の場合と同様に、寿命 fitting の時間 t を

$$t_\alpha = -p_1 \times (\text{TDC0count}) - (\Delta T(E) + \alpha \sigma_{\Delta T(E)}) \quad (5.2.9)$$

と変換し、得られた寿命を τ_α とした。これと式 (5.2.5) から σ_{TQ} を求めた。

5.2.4 Pick-off 補正による誤差

Pick-off 補正の fitting 関数は式 (4.7.12) の通りである。この $f(t)$ を用いて寿命 fitting 関数は式 (4.7.16) のように変更される。 $f(t)$ の fitting パラメータの誤差 σ_{p_i} に起因する $g(t)$ の誤差を $\sigma_{g(t)}$ とおけば、これは誤差伝播式 (5.2.2) から、

$$\begin{aligned} \sigma_{g(t)} = q_0 \exp \left[-\frac{1}{q_1} \left\{ -p_0 p_1 e^{-\frac{t}{p_1}} + (p_2 + 1)t \right\} \right] \times \left[\left\{ 1 + \frac{p_1}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right\}^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_0}^2 \right. \\ \left. + \frac{p_0^2}{p_1^4 q_1^2} \left\{ q_1 t + (p_1^2 + p_1 t) \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right\}^2 e^{-\frac{2t}{p_1}} \sigma_{p_1}^2 + \left\{ 1 - \frac{t}{q_1} \left(p_0 e^{-\frac{t}{p_1}} + p_2 + 1 \right) \right\}^2 \sigma_{p_2}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

となる。これを用いて寿命 fitting 関数を $g(t) + \alpha \sigma_{g(t)}$ とし、得られた寿命を τ_α とした。これと式 (5.2.5) から $\sigma_{\text{Pick-off}}$ を求めた。

5.2.5 誤差伝播の結果

以上の 5.2.2~5.2.4 節に従って誤差伝播を計算した結果、以下の表 15, 16 のようになった。なお、式 5.2.2 では α を $[-1, 1]$ の区間での最大値としたが、プログラムの都合上、この区間を 7 等分し、そのうち $|\tau_\alpha - \tau|$ が最大になるところを寿命の誤差とした。寿命 fitting のパラメータの初期値は表 18 の fitting の下限値が 72.5 ns の行の通りである。

どの誤差についても、変更前よりも変更後の Pick-off 補正のほうがより誤差が小さくなっていることがわかる。また、Pick-off 補正変更前の表 15 において、Pick-off 補正による誤差が非常に大きくなっている。特に NaI2 シンチレータに関しては寿命を大幅に超える誤差となったが、これは寿命 fitting がうまくいかなかったことが原因だと考えられる。例として $\alpha = 1.00$ のときの寿命 fitting の様子を図 35 に示す。

fitting がうまくいかなかった理由としては、変更前の Pick-off 補正では NaI2 シンチレータのデータの $f(t)$ fitting がうまくできていなかった (図 27) ことが挙げられる。

これらの結果をまとめて σ_{total} を求め、寿命の誤差としたものが以下の表 17 である。

誤差伝播を考慮した場合でも、変更前より変更後の Pick-off 補正の方が誤差が小さいことがわかる。一方で、全ての場合で寿命の理論値 142 ns を含んではいらぬものの、誤差はいずれもかなり大きく、QED の結果を保証できるとは言い難い。

表 15: Pick-off 補正変更前の寿命の誤差伝播 (左から TDC 較正, TQ 補正, Pick-off 補正)

TDC			TQ			Pick-off		
α	寿命 [ns]		α	寿命 [ns]		α	寿命 [ns]	
	NaI1	NaI2		NaI1	NaI2		NaI1	NaI2
-1.00	325	192	-1.00	114	149	-1.00	144	92.9
-0.71	297	187	-0.71	178	159	-0.71	123	570
-0.43	288	181	-0.43	238	164	-0.43	98.4	524
-0.14	291	173	-0.14	279	166	-0.14	305	309
0.00	306	171	0.00	306	171	0.00	306	171
0.14	284	165	0.14	284	170	0.14	307	271
0.43	274	156	0.43	247	176	0.43	311	450
0.71	246	145	0.71	289	182	0.71	314	585
1.00	223	133	1.00	294	183	1.00	317	655
σ_{TDC}	83	38	σ_{TQ}	192	22	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	208	484

表 16: Pick-off 補正変更後の寿命の誤差伝播 (左から TDC 較正, TQ 補正, Pick-off 補正)

TDC			TQ			Pick-off		
α	寿命 [ns]		α	寿命 [ns]		α	寿命 [ns]	
	NaI1	NaI2		NaI1	NaI2		NaI1	NaI2
-1.00	144	174	-1.00	51.7	133	-1.00	148	209
-0.71	133	169	-0.71	82.3	142	-0.71	143	193
-0.43	130	163	-0.43	108	146	-0.43	139	177
-0.14	129	155	-0.14	124	148	-0.14	136	161
0.00	135	155	0.00	135	155	0.00	135	155
0.14	126	148	0.14	126	152	0.14	134	145
0.43	122	139	0.43	113	159	0.43	132	125
0.71	112	129	0.71	130	165	0.71	130	54.5
1.00	102	119	1.00	131	166	1.00	129	49.7
σ_{TDC}	33	36	σ_{TQ}	83	21	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	13	105

表 17: 誤差伝播を考慮した Pick-off 補正の変更前・変更後の寿命

Pick-off 補正	寿命 [ns](NaI1)	寿命 [ns](NaI2)
変更前	306 \pm 297	171 \pm 486
変更後	135 \pm 93	155 \pm 114

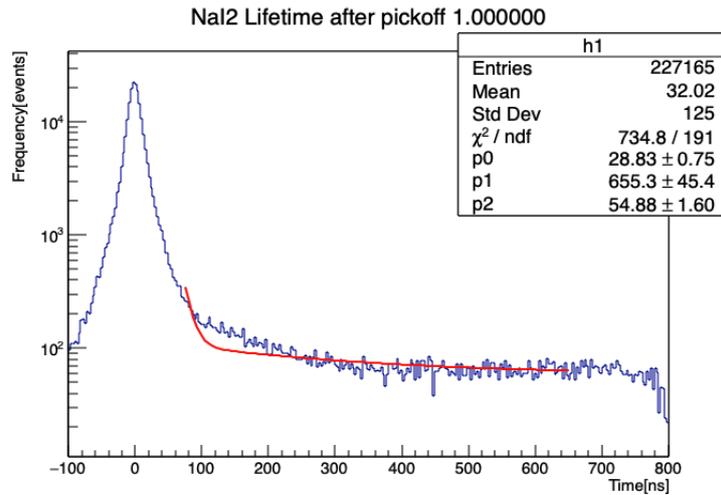


図 35: Pick-off 補正変更前の NaI2 シンチレータの寿命 fitting($\alpha = 1.00$)

5.3 寿命 fitting の下限

これまでの寿命 fitting の範囲は、パラポジトロニウムが 40% 崩壊する 72.5 ns から 99% 崩壊する 654 ns としていた。しかし、この fitting 範囲の下限値を変えると寿命も大きく変わってしまう。下限値の違いによる寿命への影響を考えるため、下限値をパラポジトロニウムが 30% 崩壊する 50.7 ns と、50% 崩壊する 98.4 ns とした場合についても誤差伝播を含めた寿命を考えた。

下限値を 50.7 ns とした場合の誤差伝播の様子を表 19, 20 に、98.4 ns とした場合の誤差伝播の様子を表 21, 22 に示す。なお、寿命 fitting の初期パラメータは以下の表 18 の通りである。

表 18: 誤差伝播を考慮した際の寿命 fitting の初期パラメータ

下限値 [ns]	Pick-off 補正	考慮する誤差	NaI	p_0	p_1	p_2
50.7	変更前	TDC	NaI, 2	2	100	10
		TQ	NaI, 2	2	100	10
		Pick-off	NaI	2	100	10
		Pick-off	NaI2	100	300	50
	変更後	TDC	NaI, 2	2	100	10
		TQ	NaI, 2	5	100	10
		Pick-off	NaI	2	100	10
		Pick-off	NaI2	100	300	50
72.5	変更前	TDC	NaI, 2	2	100	10
		TQ	NaI, 2	2	100	10
		Pick-off	NaI	2	100	10
		Pick-off	NaI2	100	300	10
	変更後	TDC	NaI	2	100	10
		TDC	NaI2	10	100	10
		TQ	NaI, 2	10	100	10
		Pick-off	NaI	2	100	10
98.4	変更前	TDC	NaI, 2	2	100	10
		TQ	NaI, 2	2	100	10
		Pick-off	NaI	2	100	10
		Pick-off	NaI2	100	300	50
	変更後	TDC	NaI, 2	2	100	10
		TQ	NaI, 2	5	100	10
		Pick-off	NaI	20	150	20
		Pick-off	NaI2	100	150	30

表 19: 寿命 fitting の下限値を 50.7 ns としたときの寿命の誤差伝播 (変更前)

TDC	寿命 [ns]		TQ	寿命 [ns]		Pick-off	寿命 [ns]	
α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2
-1.00	321	146	-1.00	63.6	62.6	-1.00	99.9	61.7
-0.71	283	137	-0.71	68.3	77.9	-0.71	90.1	58.4
-0.43	264	126	-0.43	90.7	90.2	-0.43	75.8	53.7
-0.14	215	113	-0.14	156	99.9	-0.14	206	45.1
0.00	200	117	0.00	200	117	0.00	200	117
0.14	171	97.1	0.14	225	109	0.14	195	375
0.43	132	75.7	0.43	268	120	0.43	186	559
0.71	81.9	51.1	0.71	302	128	0.71	179	580
1.00	57.9	34.9	1.00	301	133	1.00	173	587
σ_{TDC}	142	82	σ_{TQ}	136	55	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	124	470

表 20: 寿命 fitting の下限値を 50.7 ns としたときの寿命の誤差伝播 (変更後)

TDC	寿命 [ns]		TQ	寿命 [ns]		Pick-off	寿命 [ns]	
α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2
-1.00	131	149	-1.00	27.8	77.5	-1.00	120	186
-0.71	118	138	-0.71	29.4	86.4	-0.71	112	167
-0.43	112	128	-0.43	38.4	95.0	-0.43	103	148
-0.14	92.9	114	-0.14	67.6	103	-0.14	93.0	125
0.00	86.8	109	0.00	86.8	109	0.00	86.8	109
0.14	74.3	99.6	0.14	96.5	112	0.14	78.4	41.4
0.43	56.6	85.0	0.43	112	120	0.43	33.8	59.0
0.71	34.5	68.0	0.71	124	128	0.71	35.0	56.9
1.00	24.8	54.5	1.00	123	133	1.00	27.1	21.7
σ_{TDC}	62.0	54	σ_{TQ}	59.0	31	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	59.7	87

表 21: 寿命 fitting の下限値を 98.4 ns としたときの寿命の誤差伝播 (変更前)

TDC	寿命 [ns]		TQ	寿命 [ns]		Pick-off	寿命 [ns]	
α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2
-1.00	429	186	-1.00	248	193	-1.00	158	276
-0.71	370	184	-0.71	267	197	-0.71	139	240
-0.43	389	188	-0.43	300	201	-0.43	113	200
-0.14	408	190	-0.14	349	191	-0.14	355	168
0.00	359	194	0.00	359	194	0.00	359	194
0.14	340	192	0.14	380	192	0.14	364	221
0.43	323	191	0.43	310	192	0.43	373	265
0.71	285	189	0.71	371	190	0.71	382	305
1.00	254	188	1.00	342	185	1.00	389	345
σ_{TDC}	105	9	σ_{TQ}	111	9	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	246	151

表 22: 寿命 fitting の下限値を 98.4 ns としたときの寿命の誤差伝播 (変更後)

TDC	寿命 [ns]		TQ	寿命 [ns]		Pick-off	寿命 [ns]	
α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2	α	NaI1	NaI2
-1.00	185	159	-1.00	123	164	-1.00	174	219
-0.71	167	157	-0.71	132	168	-0.71	170	202
-0.43	173	160	-0.43	145	172	-0.43	167	187
-0.14	176	162	-0.14	160	163	-0.14	166	173
0.00	166	166	0.00	166	166	0.00	166	166
0.14	158	164	0.14	170	164	0.14	166	159
0.43	153	163	0.43	147	164	0.43	166	145
0.71	139	161	0.71	167	162	0.71	166	131
1.00	126	160	1.00	158	158	1.00	167	118
σ_{TDC}	40	8	σ_{TQ}	42	8	$\sigma_{\text{Pick-off}}$	8	53

また、これらの結果をまとめて σ_{total} を求め、寿命の誤差としたものが以下の表 23 である。

表 23: 寿命 fitting の下限値及び Pick-off 補正変更前後ごとの寿命と誤差

変更前	NaI	寿命 [ns]	変更後	NaI	寿命 [ns]
50.7 ns	NaI1	200 ± 233	50.7 ns	NaI1	86.8 ± 104.4
	NaI2	117 ± 480		NaI2	109 ± 107
72.5 ns	NaI1	306 ± 295	72.5 ns	NaI1	135 ± 90
	NaI2	171 ± 486		NaI2	155 ± 113
98.4 ns	NaI1	359 ± 289	98.4 ns	NaI1	166 ± 59
	NaI2	194 ± 151		NaI2	166 ± 54

寿命 fitting の下限値が小さい方が誤差が大きくなる傾向が見られる。これはパラポジトロニウムの崩壊による γ 線の Compton 散乱の時間的な広がり影響していると考えられる*¹。また、寿命 fitting の下限値を変更しても、全ての場合で理論値の 142 ns が誤差の範囲内にあるが、かなり誤差が大きく、特に Pick-off 補正の変更前の方が誤差が大きくなっていることがわかる。

5.4 誤差が大きくなった原因

誤差が大きくなってしまったのは、以下の原因が考えられる。

- 1275 keV の γ 線の Compton 散乱は今回考えなかったが、これがバックグラウンドノイズとなっている。
- 例年はシリカパウダーを加熱・乾燥することで、シリカパウダー中の水分を飛ばしていたが、今回はその工程を行っていない。このため、Pick-off 反応が多く起こってしまった可能性がある。
- Pick-off 補正の Gaussian fitting で、特に遅い時刻で 511 keV のピークが見えづらかったため、一部の fitting がうまくいかなかった。
- 低エネルギー (< 200 keV) 部分を cut するとうまくいったことから、そもそも装置のセットアップがうまくいっておらず、外部からのノイズが影響してしまった可能性がある。

今後の改善点としては、データを取る期間を長くしてデータ数を増やす、シリカパウダーを加熱・乾燥させるなどが挙げられる。

6 結論

誤差の伝播を考慮した寿命とその誤差は表 23 のようになった。Pick-off における変更前後、寿命 fitting の下限値の変更における全てのパターンで寿命の理論値 142 ns が誤差の範囲内に収まったが、誤差があまりに大きく、QED の理論を保証するような精度にはならなかった。また、寿命 fitting の下限を変えると寿命とその誤差も変わったが、その理由は考察で挙げたものが考えられる。

*¹ これはシンチレータなどで観測する際に広がってしまうことが原因であり、実際にパラポジトロニウムが 50.7 ns 経過後もまだ崩壊していないとは考えにくい。50.7 ns で崩壊せずに残っているパラポジトロニウムの割合を計算すると、 7.08×10^{-175} % である。

謝辞

今回の実験をするにあたり、ご指導して下さった木河達也先生、また、実験・解析で様々な助言をして下さった TA の大谷 尚輝さんに感謝申し上げます。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] 過去の課題演習 A2 のレポート・発表資料 (特に 2023 前期, 2021 後期) <https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/a1a2.html>
- [2] Glenn F. Knoll. 放射線計測ハンドブック. 第 4 版. オーム社, 2013, 900p.