

2024 年度前期課題演習 A2
オルソポジトロニウムの寿命測定

伊東康作 今村慶伍 佐藤充伎 澤恵太 高井ゆり 山本竣介

2024 年 10 月 21 日

目次

1	序論	2
1.1	実験の背景	2
1.2	実験の概要	2
2	理論	3
2.1	ポジトロニウムの概要	3
2.2	o-Ps の崩壊率	4
3	実験方法	8
3.1	実験原理	8
3.2	実験器具	8
3.3	回路	8
4	結果・解析	11
4.1	生データ	11
4.2	データの抽出	11
4.3	TDC 較正	12
4.4	ADC 較正	12
4.5	TQ 補正	14
4.6	Pick-off 補正	18
5	考察	22
5.1	誤差伝播	22
5.2	エネルギーカットの下限の設定	24
5.3	fitting 範囲の変更	25
5.4	寿命のまとめ	25
5.5	誤差の要因	26
5.6	NaI2 による寿命だけ外れた値になった原因	26
6	結論	27
7	Appendix	28
7.1	o-Ps の崩壊率理論	28
8	参考文献	30

1 序論

1.1 実験の背景

電子と陽電子がそれぞれ1つずつ電氣的に束縛されて、対になった状態をポジトロニウムと呼ぶ。ポジトロニウムには、スピン量子数が1のオルソポジトロニウムと、スピン量子数が0のパラポジトロニウムが存在する。これらのポジトロニウムは対消滅によって γ 線を放射し、ポジトロニウムが生成されてから対消滅が起こるまでの時間、すなわちポジトロニウムの寿命は量子電磁力学(QED)によって理論的に計算することができる。本実験は、オルソポジトロニウムの寿命を測定し、実験値とQEDによる理論値を比較することを目的とする。

1.2 実験の概要

^{22}Na を線源とする陽電子線をシリカパウダーに照射することで、ポジトロニウムを生成する。生成されたポジトロニウムは対消滅を起こし γ 線を放射するので、本実験ではこの γ 線を検出することで、オルソポジトロニウムの寿命を測定する。

2 理論

2.1 ポジトロニウムの概要

2.1.1 ポジトロニウム

ポジトロニウム (Ps) は、電子 (e^-) と陽電子 (e^+) の束縛状態であり、電磁相互作用によって結ばれる最も軽い水素様原子である。Ps は純粋なレプトン系であり、ハドロンおよび弱相互作用の影響が実質的に無いため、崩壊率やエネルギー準位の精密測定は束縛状態における QED についての直接的な情報を提供する。荷電粒子の光子のやり取りによる電磁相互作用を、場の量子論による手法を以て記述する量子電磁気学 (QED) は、様々な実験的検証を受け、その精密さから人類の究極的な理論として位置づけられている。

実際にディラックによれば、電子の磁気モーメントの大きさはボーア磁子という基礎物理定数のちょうど 2 倍になるはずで、この値は電子の g 因子とよばれる。しかし g 因子の実測値と QED による理論計算値は、ともに 2 より 0.1% ほど大きく、異常磁気モーメントと呼ばれている。現代ではペニングトラップを用いて、12 桁もの精度が達成されている。QED による理論計算の精度も同じ桁に達しており、ここでは破綻はみられていない。本実験で扱う Ps の寿命測定も、場の量子論に基づく束縛状態の理論を検証するための最良の基盤の一つであり、これまで多くの物理学者たちが長年にわたり精力的に研究を続けてきた。その成果は、量子電磁力学の発展を支える重要な一歩となっている。

ポジトロニウム (Positronium, Ps) は 1934 年 Stjepan Mohorovicic によって理論的に予言され [1], 実験的には 1951 年 Martin Deutsch によって発見された [2]. Ps の 1S 状態は、それぞれのスピン状態に応じて、スピン平行な 3 重項とスピン反平行な 1 重項が存在する。スピン平行な 3 重項はオルソポジトロニウム (o-Ps), 反平行な 1 重項はパラポジトロニウム (p-Ps) と呼ばれる。Ps は水素原子と同様に 2 つのフェルミオンから成り、その波動関数は主量子数 n , 軌道角運動量 ℓ , スピン角運動量 s および量子化軸に対する投影 m に従って分類される。基底状態では $n = 1, \ell = 0$ であり、Ps は合成スピン s に基づいて簡単に分類できる。表 1 に示すように、合成スピン s は以下のように分類される。

表 1: Ps の量子数に基づく分類

合成スピン s	投影 m	状態	$C - parity$	名称
0	0	一重項 (singlet)	偶数	p-Ps (p-Ps)
1	0, ± 1	三重項 (triplet)	奇数	o-Ps (o-Ps)

両者の顕著な違いはその崩壊過程にある。量子電磁力学の理論と実験の共同作業により、現在では一般に p-Ps (合成スピンが 0 の状態) は対消滅により 2 光子に崩壊し、その寿命は非常に短い (約 125 ps)。一方、o-Ps (合成スピンが 1 の状態) は 3 光子崩壊が主な経路であり、その寿命は比較的長く、約 142 ns であることが知られている。Ps はある一定の寿命を経て、電子・陽電子対消滅により多光子状態へと崩壊する。

備考: Ps の寿命に関して

後の章において、Ps の束縛状態の寿命の理論的計算をレビューする。これらの寿命は量子電磁力学 (QED) の枠組みで詳細に計算され、実験的にも検証されている。

2.1.2 Ps の崩壊

前節によると Ps は電子と陽電子の束縛状態であったから、相対論的な二体系の束縛状態により定式化できる。これを使用することでエネルギー、崩壊率、および外部電場中での振る舞いを解析できるようになる。

Ps は電子 (e^-) と陽電子 (e^+) の束縛状態であり、多様な形態で存在する。スピン量子数 m , 角運動量子数 ℓ を用いて分類することが出来る。まず、パリティは構成粒子の固有パリティと空間波動関数のパリティの積として次のように表される。

$$P = -1 \times (-1)^\ell = (-1)^{\ell+1} \quad (2.1)$$

電荷共役変換 C の下での性質を見る. Ps のスピンは構成粒子のスピンの和であり, $s = 0$ と $s = 1$ の値を取る. 電荷パリティ C は電荷交換演算子の固有値であり, 構成粒子の交換に対する反対称性の要請により決定され C パリティは

$$(-1) = C \times (-1)^{s+1} \times (-1)^\ell \quad (2.2)$$

により

$$C = (-1)^{s+\ell} \quad (2.3)$$

と分かる. 従って CP パリティは

$$CP = (-1)^{s+1} \quad (2.4)$$

$CP = -1$ の Ps 状態はスピン 0 を持ち, p-Ps と呼ばれる. $CP = +1$ の状態はスピン 1 を持ち, o-Ps と呼ばれる. したがって, o-Ps と p-Ps はそれぞれ奇数と偶数の C パリティを持つ. 電磁相互作用が C 不変であるため, この差異は崩壊モードに影響を与える. 実際, o-Ps は奇数個の光子 γ にのみ崩壊し, p-Ps は偶数個の光子にのみ崩壊する. n 個の光子は C パリティ $(-1)^n$ を持ち, エネルギー・運動量保存則により真空中の単光子崩壊は禁止されていることから, o-Ps および p-Ps の崩壊モードは次の通りである.

$$\text{o-Ps} \rightarrow n\gamma, \quad n = 3, 5, 7, 9, \dots \quad (2.5)$$

$$\text{p-Ps} \rightarrow n\gamma, \quad n = 2, 4, 6, 8, \dots \quad (2.6)$$

光子の数が増えるにつれ, 相互作用のダイアグラムで頂点の数も増え, 崩壊モードの振幅は微細構造定数 α の冪に従って縮小する. また最終状態の位相空間も光子数が増加するにつれて縮小する. したがって, Leading Order 以上の多光子への崩壊は強く抑制される. 実際, o-Ps の主な崩壊モードは 3 光子崩壊であり, 5 光子崩壊の寄与は ppm レベルに過ぎない. 5 光子崩壊の理論的分岐比は以下のように示される [3].

$$\begin{aligned} BR_{exp}[\text{o-Ps} \rightarrow 5\gamma] &= \frac{\Gamma(\text{o-Ps} \rightarrow 5\gamma)}{\Gamma(\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma)} \\ &= 0.19(1) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \\ &\simeq 1.0 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (1.1)$$

この予測は実験的精度の範囲内で測定によって確認されている [4].

$$BR_{exp}[\text{o-Ps} \rightarrow 5\gamma] \simeq 2.2_{-1.8}^{+2.6} \times 10^{-6} \quad (1.2)$$

したがって, 5 光子崩壊の寄与が総幅に対して無視できることが示されている.

さらに, この関係は p-Ps の崩壊率が o-Ps の崩壊率の約 10^3 倍高いことを示している. 実際, p-Ps の測定寿命は 125.14 ± 0.03 ps [5] であり, o-Ps の寿命より 1130 倍短い. この事実は, 実験において p-Ps から o-Ps を分離するのに便利である.

以上の議論から, Ps は電子・陽電子対消滅により多光子状態へと崩壊し, その合成スピンの値により取る崩壊過程が異なる. これらは p-Ps, o-Ps と呼ばれ放出する光子の数, さらにはエネルギー準位や崩壊率 (寿命) において顕著な違いが見られる. 図 1, 2 に示すように, p-Ps の崩壊は電子・陽電子対消滅により 2 つの光子, o-Ps では 3 つの光子が放出される.

2.2 o-Ps の崩壊率

Ps は完全に電磁力により支配された束縛状態であり, 弱相互作用による影響は無視できる [6, 7, 8, 9]. そのため Ps は測定と理論の間の整合性を確認するための理想的なシステムとして研究されてきた. 2.1.1 では p-Ps の寿命が約 125 ps, o-Ps の寿命が約 142 ns であることを述べた. 現代ではこれらの寿命は既に広く知られているが, 実は膨大

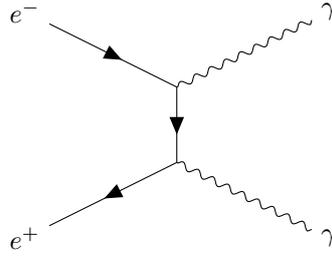


図 1: p-Ps の 2 光子崩壊

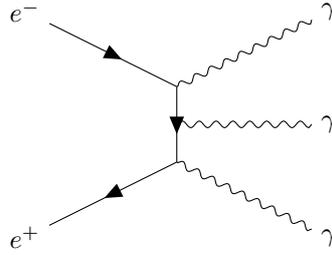


図 2: o-Ps の 3 光子崩壊

な数の計算と測定による結果に基づいている．本実験では，o-Ps の寿命測定を目的としているため，o-Ps にフォーカスを当てた議論を行う．

オルソポジトロニウムの崩壊率は，1951 年に Deutsch によって最初に測定されて以来，継続的に実験的および理論的な研究の対象となっている [10]．すべての実験的および理論的な結果の要約は，Adkins, Fell, and Sapirstein [12] によって行われ，その後 Rubbia [11] や Sillou [13] によってコメントされている．o-Ps の崩壊率の計算では以下のようになる．

$$\Gamma[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma] = \Gamma_0 \left\{ 1 + A \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\alpha^2}{3} \log(\alpha) + B \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 - \frac{3\alpha^3}{2\pi} \log(\alpha)^2 + C \frac{\alpha^3}{\pi} \log(\alpha) + D \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + \dots \right\} \quad (2.7)$$

この表式において Γ_0 は最低次による寄与

$$\Gamma_0 = \frac{2}{9}(\pi^2 - 9) \frac{m\alpha^6}{\pi} = 7.2111670(1) \mu\text{s}^{-1} \quad (2.8)$$

であり，3 光子消滅過程で図 26 の Feynman ダイアグラムの寄与を計算したものである．

1990 年までに，最も精密な実験結果 (ガス中 [14] および真空中 [15] の Michigan グループによる結果) から得られる Ps の崩壊率が QED による計算よりも約 1000ppm 高い値を示していた．これらの結果は互いに一致しておらず，また統計的な偶然ではないことから「o-Ps lifetime Puzzle」と呼ばれ，QED テストの大きな課題の一つであった [16, 17]．この不一致を解決するために，オルソポジトロニウムの異常な崩壊を探すための多くの実験が行われた [18, 19, 20, 21]．1995 年 [22] および 2000 年 [23] の Tokyo グループはこれまでの全ての測定に共通していた系統的な非熱平衡化の問題を解決するための新しい方法を提案し，理論と一致する結果を得た．2000 年には，すべての $\mathcal{O}(\alpha^2)$ 補正を含む崩壊率の計算が完了した [12, 24]．さらに $\mathcal{O}(\alpha \log \alpha)$, $\mathcal{O}(\alpha^3 \log \alpha)$, $\mathcal{O}(\alpha^3 \log^2 \alpha)$ などの対数補正も含め，理論的な予測は次のようになった [12]

$$\Gamma(\text{theory}) = 7.039979(11) \mu\text{s}^{-1}. \quad (1)$$

$\mathcal{O}(\alpha^2)$ の補正はそれほど大きなものではなく，Michigan の結果との不一致は残っていた．最終的に，2003 年に Tokyo グループ [25] および Michigan グループ [26] による新しい高精度の結果によって o-Ps lifetime Puzzle は解決された．

$$\Gamma(\text{Tokyo}) = 7.0396(12 \text{ stat.})(11 \text{ syst.}) \mu\text{s}^{-1}, \quad (2a)$$

$$\Gamma(\text{Michigan}) = 7.0404(10 \text{ stat.})(8 \text{ syst.}) \mu\text{s}^{-1}. \quad (2b)$$

これらは互いに, そして理論とも一致している.

表 2: オルソポジトロニウムの崩壊率の実験結果のまとめ

年	崩壊率 (μs^{-1})	種類	著者
1951	-	ガス	Deutsch [10]
1968	7.29(3)	ガス	Beers and Hughes [27]
1973	7.275(15)	ガス	Hughes [28]
1973	7.262(15)	ガス	Coleman and Griffith [29]
1976	7.104(6)	粉末	Gidley, Marko, and Rich [30]
1976	7.09(2)	真空	Gidley, Zitzewitz, Marko, and Rich [31]
1977	7.058(15)	ガス	Griffith and Heyland [32]
1978	7.122(12)	真空	Canter, Clark, and Rosenberg [33]
1978	7.056(7)	ガス	Gidley, Rich, Zitzewitz, and Paul [34]
1978	7.067(21)	粉末	Gidley, Rich, Zitzewitz, and Paul [34]
1978	7.050(13)	真空	Gidley and Zitzewitz [35]
1978	7.045(6)	ガス	Griffith, Heyland, Lines, and Twomey [36]
1982	7.051(5)	ガス	Gidley, Rich, Sweetman, and West [37]
1987	7.031(7)	真空	Hasbach, Hilbert, Klempt, and Werth [38]
1989	7.0514(14)	ガス	Westbrook, Gidley, Conti, and Rich [14, 39]
1990	7.0482(16)	真空	Nico, Gidley, Rich, and Zitzewitz [15]
1995	7.0398(29)	粉末	Asai, Orito, and Shinohara [22]
2000	7.0399(26)	粉末	Jinnouchi, Asai, and Kobayashi [23]

以上の結果から崩壊率が分かり, ここから o-Ps の寿命が 142ns と計算される.

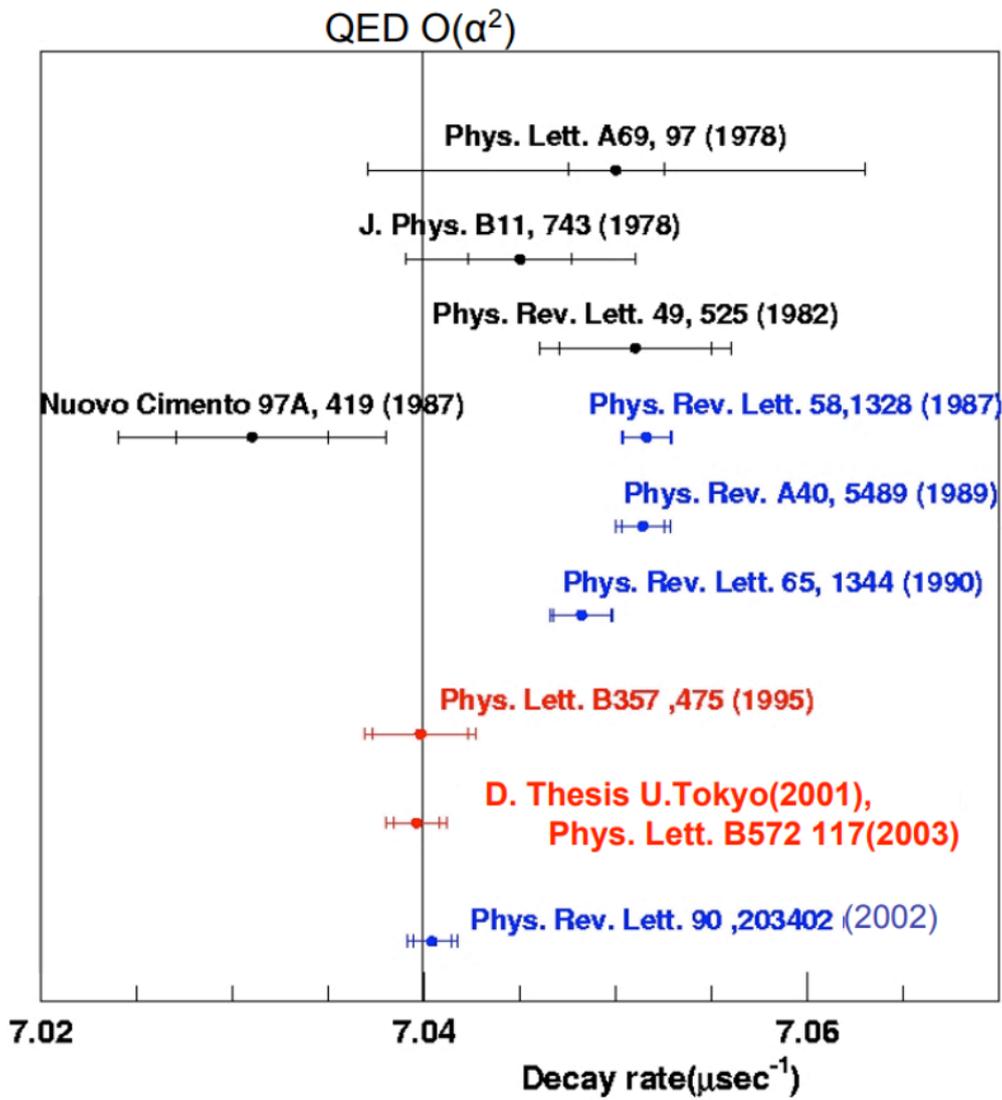


図 3: o-Ps の崩壊率の測定時系列まとめ

3 実験方法

3.1 実験原理

^{22}Na は β^+ 崩壊 ($^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + e^+ + \nu_e$) を起こす。放出された e^+ は設置されたシリカパウダー中で e^- と結合し Ps を生成し、さらに Ps は対消滅により複数本の γ 線へと崩壊する。この Ps の生成時刻と崩壊時刻を測定し、Ps の寿命を推定した。 e^+ や γ 線は検出精度に対して十分に速いので、Ps の生成時刻は e^+ がシリカパウダー中へ入射した時刻、Ps の崩壊時刻は γ 線が検出された時刻とみなすことができる。 e^+ 、 γ 線は、それぞれプラスチックシンチレータ (P.S.) と NaI を用いて検出した。

3.2 実験器具

実験に用いた器具は以下のとおりである。

- ^{22}Na 線源： β^+ 崩壊を起こす。推定放射能 50kBq(2024 年 10 月現在)。
- プラスチックシンチレータ (P.S.)
- シリカパウダー (SiO_2)：多孔質で e^- が豊富である。
- NaI シンチレータ：最初から PMT と一体になっているものを用いた。BICRON 2X2H6/1.5L-X。
- 光電子増倍管 (PMT)：P.S. と NaI シンチレータの光を増幅するために用いる。P.S. の PMT は浜松フォトリクス HM8643。NaI の PMT は NaI と一体型で、BICRON 2X2H6/1.5L-X。
- 鉛ブロック：宇宙線や環境放射線を遮蔽するために用いる。
- 遮光用ビニールシート：P.S. の検出精度を上げるために用いる。
- 電源装置：P.S.、NaI シンチレータにつないだ、PMT のための 4ch 高圧電源装置。HAYASHI-REPIC RPH-034。

これらを図 4 のように配置した。 ^{22}Na 線源と P.S. 間の距離を離して配置すると、シリカパウダーに入る β^+ 線の量が少なく十分な量の Ps が検出されなかったため、 ^{22}Na 線源と P.S. は接するように固定した。 ^{22}Na 線源、P.S.、シリカパウダーは同じ高さになるように高さを調節した。 ^{22}Na 線源が発する β^+ 崩壊以外の崩壊由来の γ 線が NaI シンチレータに検出されるのを防ぐため、 ^{22}Na 線源と NaI シンチレータの間に鉛ブロックを置き、 γ 線を遮蔽した。またシリカパウダーに入る β^+ 線をコリメートするため、P.S. とシリカパウダーの間には穴の開いた鉛ブロックを置いた。シリカパウダーの左右と下に NaI シンチレータを配置し、広い立体角で γ 線が検出されるようにした。最後に装置全体を鉛ブロックで囲み、宇宙線や環境放射線を遮蔽したあと、P.S. のノイズを下げ検出効率を上げるため、最も外側を黒いビニールシートで覆って遮光した。高圧電源装置は、P.S.、NaI、2、3 に対してそれぞれ 1500 V、1350 V、1250 V、1300 V の電圧をかけた。実際のセットアップを図 5 に示す。

3.3 回路

先に述べたとおり、P.S. で e^+ が検出された時刻が Ps の生成時刻、NaI シンチレータで γ 線が検出された時刻が Ps の崩壊時刻とみなせるので、この検出時刻の差をとれば Ps の寿命が求められる。しかし、P.S. は β^+ 崩壊に伴う e^+ のみでなく、通常の β 崩壊に伴う e^- も同様に検出する。従って、Ps が崩壊したときのみ現れる NaI シンチレータの信号に対し、 β^+ 線と β 線の両方を含む P.S. の信号ははるかにレートが高く、NaI シンチレータの信号に対応する P.S. の信号を判別することは難しい。そこで、P.S. の信号から Ps の寿命より十分に長い gate を作成し、その gate と NaI シンチレータの信号で coincidence が取ることで、対応する P.S. と NaI シンチレータの信号を判別した。また gate と NaI シンチレータの coincidence を TDC 測定開始の trigger とし、一定時間 delay させた P.S. の信号までの時間を測定した。これより Ps の寿命は次のように求められる。なお、時間のチャートは図 6 のようになる。

$$(\text{寿命}) = (\text{delay}) - (\text{TDC 測定時間})$$

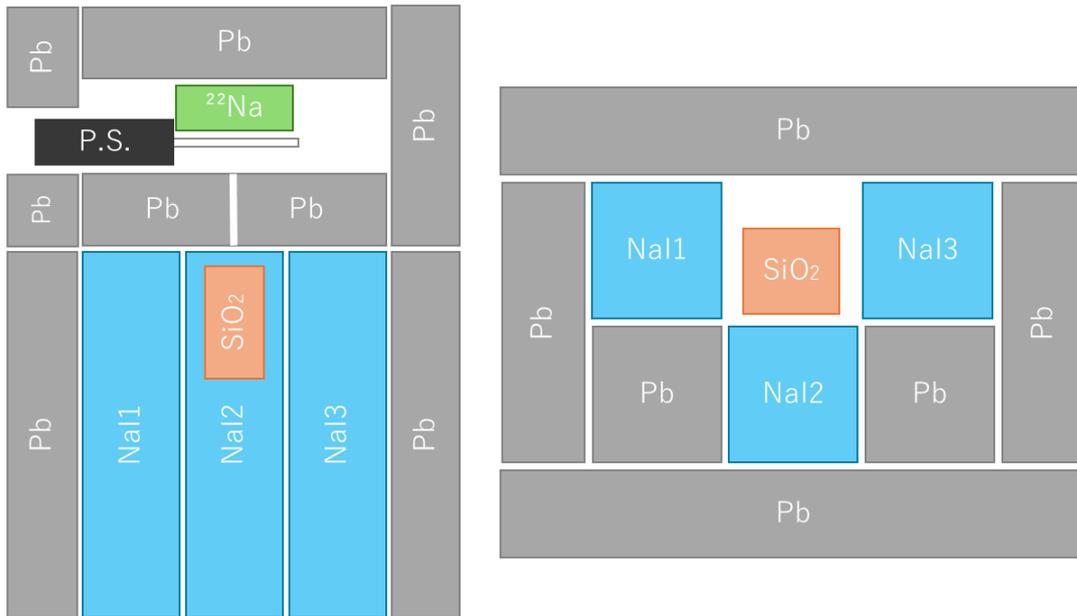


図 4: セットアップの模式図



図 5: 実際のセットアップ

この測定に用いた回路を図 7 に示す。なお、各モジュールの名称と役割は以下のとおりである。

- amp : amplifier. 入力された信号を任意の振幅まで増幅する。N0813-0018 (KEK で自作されたモジュール)。
- div : divider. 入力された信号を同形な 2 つの信号に分けて出力する。Kaizu Works KN510。
- discri : discriminator. 閾値 (threshold) を超える値の信号が入力されたときに、NIM 信号 (-0.8V の矩形波) を出力する。REPIC RPN-110。
- delay : Delay generator. 入力された信号を任意の時間だけ遅らせて出力する。豊伸電子 N0533-001, N009。
- gate : gate generator. 信号が入力されると、任意の時間幅の NIM 信号を出力する。Kaizu Works KN1500。
- coin : coincidence. 複数の入力端子全てに信号が入力されている時のみ、NIM 信号を出力する。and の役割を持つ。Kaizu Works KN470。
- or ("Fan In-Out") : 複数の入力端子のうち少なくとも一つに信号が入力されている時に NIM 信号を出力する。豊伸電子 N007。
- veto : 信号が入力されたとき、指定した一定時間は次の信号を検出しないようにする。信号が連続的に入ってきた場合、delay をかけた測定中に次の測定が始まってしまうのを防ぐために用いた。
- TDC : Time to Digital Converter. start 端子に信号が入力されてから stop 端子に信号が入力されるまでの

時間を計測する. REPIC RPC-060.

- ADC : Analog to Digital Converter. gate 端子に信号が入力されてから stop 端子に信号が入力されるまでの間, 入力信号の波形を積分した値を出力する. 今回は γ 線のエネルギーを測定するために用いた. REPIC RPC-022.

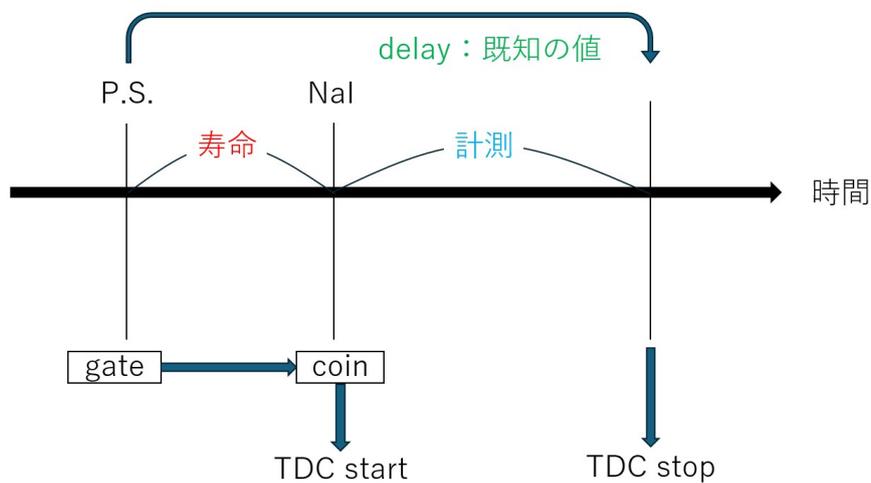


図 6: 時間の関係図

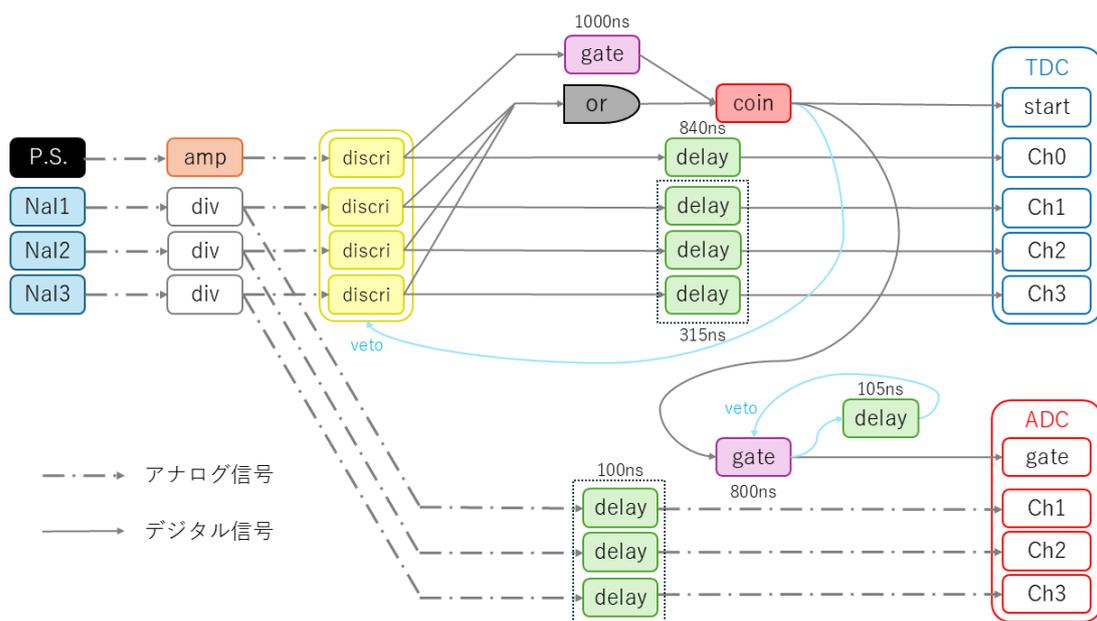


図 7: 回路図

4 結果・解析

4.1 生データ

TDC, ADC の生データのヒストグラムを以下に示す. 総イベント数は 6,796,435 であった.

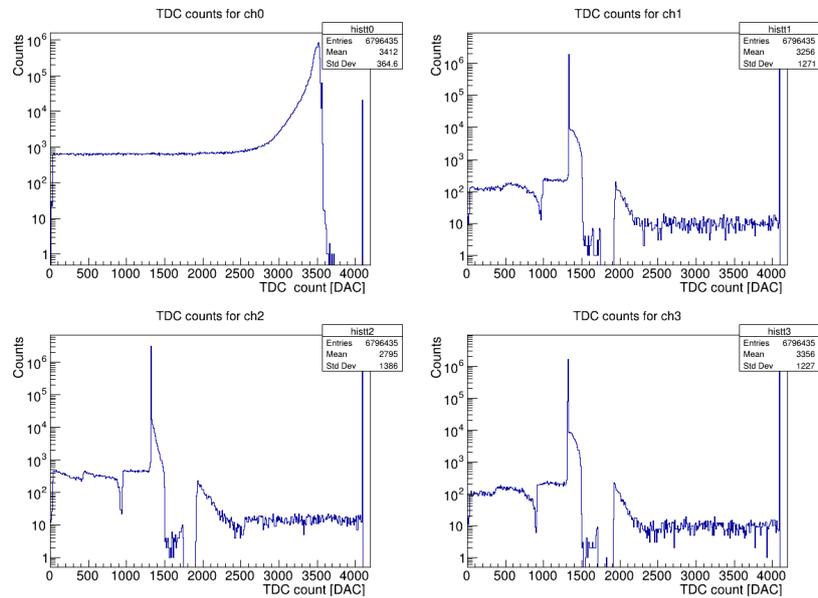


図 8: TDC の生データ

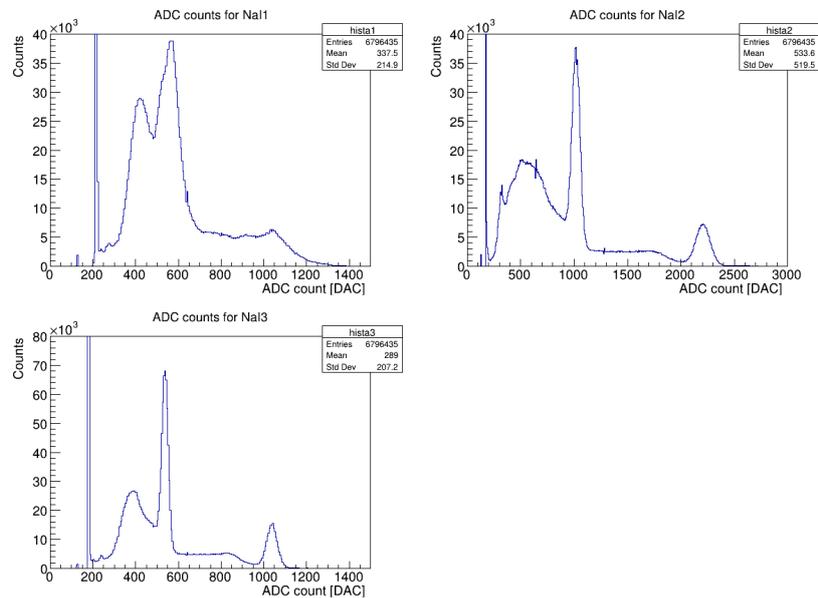


図 9: ADC の生データ

4.2 データの抽出

TDC の生データの ch1, 2, 3 は, NaI1, 2, 3 の信号を 315ns 遅らせた信号の TDC count のヒストグラムであり, ガンマ線を検知した NaI は 315ns に対応する TDC count しか出力しないはずである. 今見たいイベントはガンマ線を検知したイベントだけであるから, 315ns に対応する, TDC count が 1300 あたりのピークのイベントだけをそれぞれの NaI で抽出する. ここからは 3つの NaI それぞれで独立に解析を行う. データの抽出条件と抽出後のイベント

数を次に示す.

表 3: 各 NaI のデータ抽出条件

NaI	抽出条件 [TDC count]	抽出後イベント数 [counts]
NaI1	1330 以上 1340 以下	1958505
NaI2	1324 以上 1334 以下	3072589
NaI3	1315 以上 1325 以下	1704904

4.3 TDC 較正

delay モジュールを用いて, 0ns から 88ns まで 8ns ごとに TDC count を記録し, 一次関数で fitting することで, 以下に示す TDC count を時間に変換する式を求めた. fitting の誤差は考えない.

$$\text{Time} = p_0 + p_1 \times \text{TDC count} \quad (4.1)$$

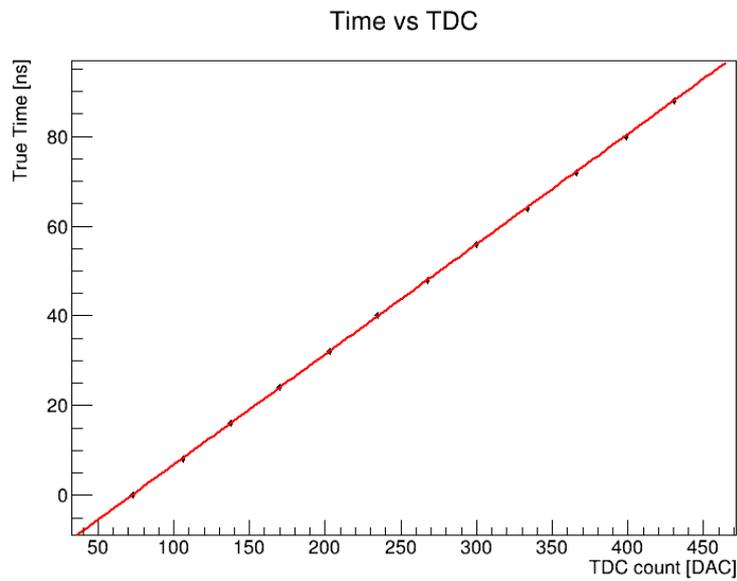


図 10: TDC 較正

表 4: TDC 較正の fitting parameter

p_0	p_1
-17.87	0.2456

4.4 ADC 較正

データ抽出後の ADC ヒストグラムで, 511keV, 1275keV に対応するピークをガウシアンで fitting し, その中心をそれらのエネルギーに対応する ADC count とした. ADC count の誤差は考えない.

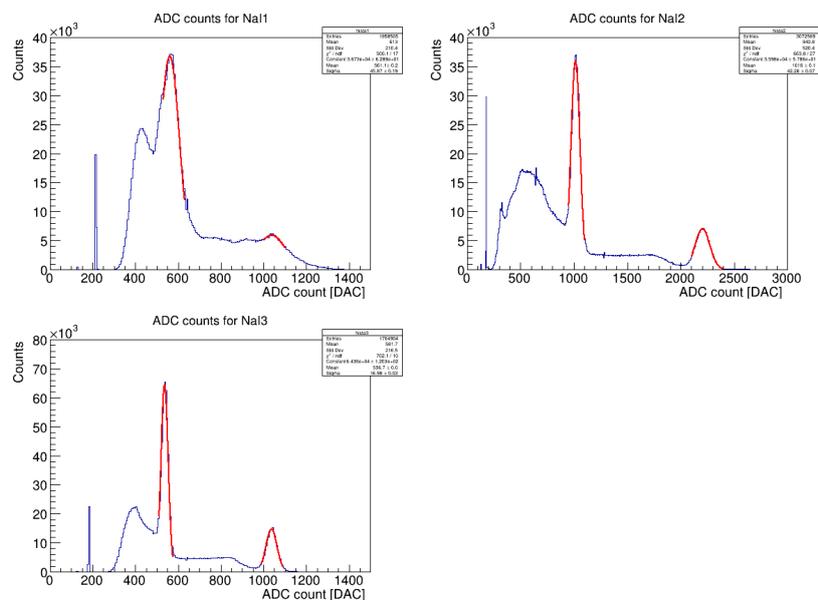


図 11: 511,1275keV の gaussian fitting

生データ (図 9) の鋭く見切れているピークは, 0keV に対応する ADC count(ペDESTAL) である. それぞれのペDESTALは以下の通りである.

表 5: ペDESTAL

NaI	ペDESTAL [ADC count]
NaI1	213
NaI2	175
NaI3	180

0keV, 511keV, 1275keV での ADC count を用いて, 以下の ADC count と Energy の関係式を, 一次関数で fitting して求めた. fitting の誤差は考えない.

$$\text{Energy} = \frac{\text{ADC count}}{p_1} - p_0 \quad (4.2)$$

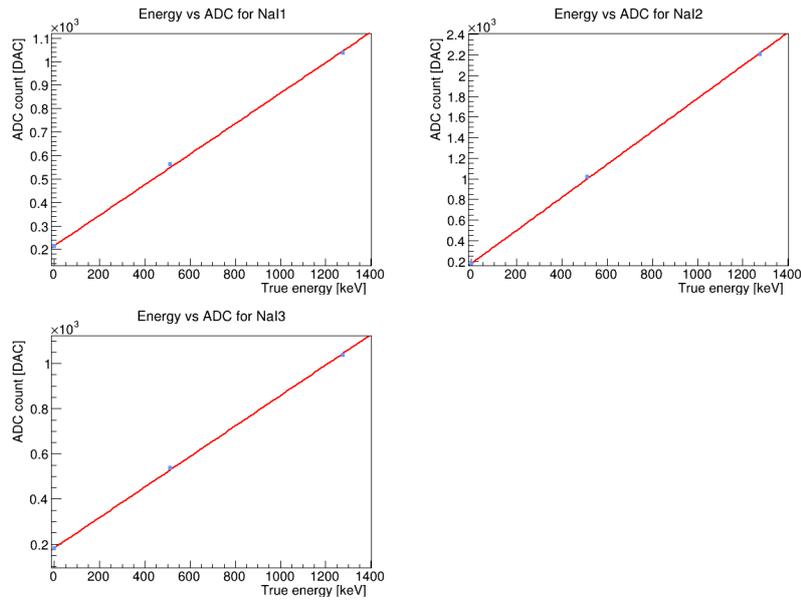


図 12: ADC 較正

表 6: ADC 較正の fitting parameter

NaI	p_0	p_1
NaI1	213.0	0.6508
NaI2	175.0	1.599
NaI3	180.0	0.6759

4.5 TQ 補正

4.5.1 TQ 補正とは

光電子増倍管から同じタイミングで信号が発されても、エネルギー（波高）が異なると discriminator の threshold を超えるタイミングが異なるため、discriminator の出力のタイミングがずれる。その結果、TDC の計測にずれが生じる。このずれを補正するのが TQ 補正である。

以下に、波高が threshold を超えるタイミングがエネルギーによって異なることを表した図を示す。

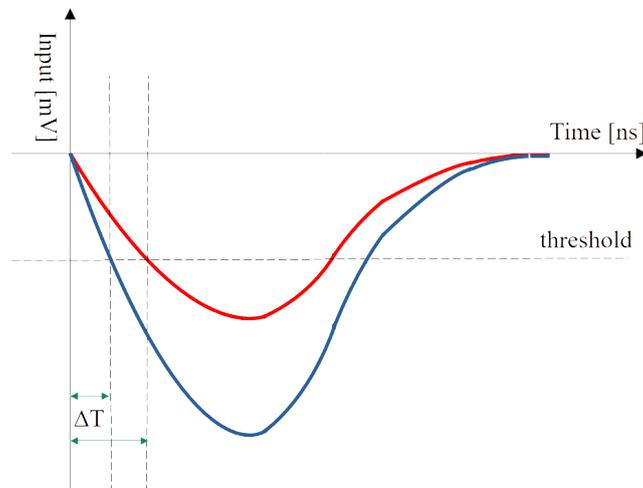


図 13: エネルギーの異なる 2 つの波形

具体的な時間のずれの式は、波形を三角形に近似することで求める。

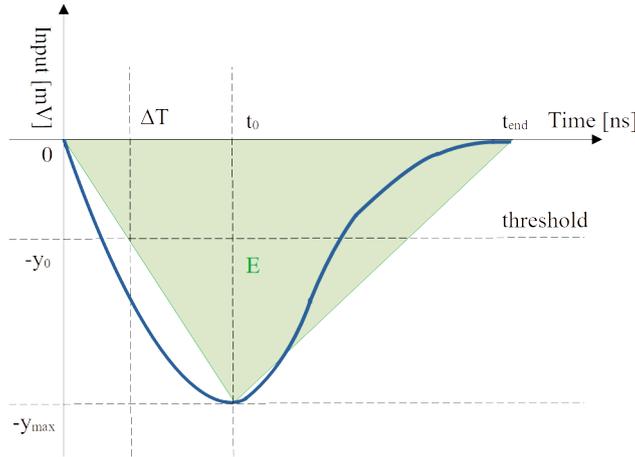


図 14: 波形の三角形近似

図 14 中のピークの時刻 t_0 、波形の終端 t_{end} はエネルギーによらず一定であるとする。threshold を y_0 、ピークの波高の絶対値を y_{max} とし、波形をピークを頂点とする三角形で近似する。これより、計測した時間間隔と実際の時間間隔とのずれを $\Delta T(E)$ とすると、

$$y_{max} \propto E$$

$$\Delta T(E) : t_0 = y_0 : y_{max}$$

より、

$$\Delta T(E) \propto \frac{1}{E}$$

が成り立つ。これは粗い近似なので実際に fitting する関数は、次のようにした。

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3 \tag{4.3}$$

4.5.2 TDC,ADC 較正後の Time-Energy 分布

$\Delta T(E)$ を求めるために、まず Time-Energy 分布、言い換えると、各 NaI で OR をとった信号の TDC 較正結果と、各 NaI 信号の ADC 較正結果との、2 次元ヒストグラムを示す。横軸がエネルギー [keV]、縦軸が時間 [ns] である。

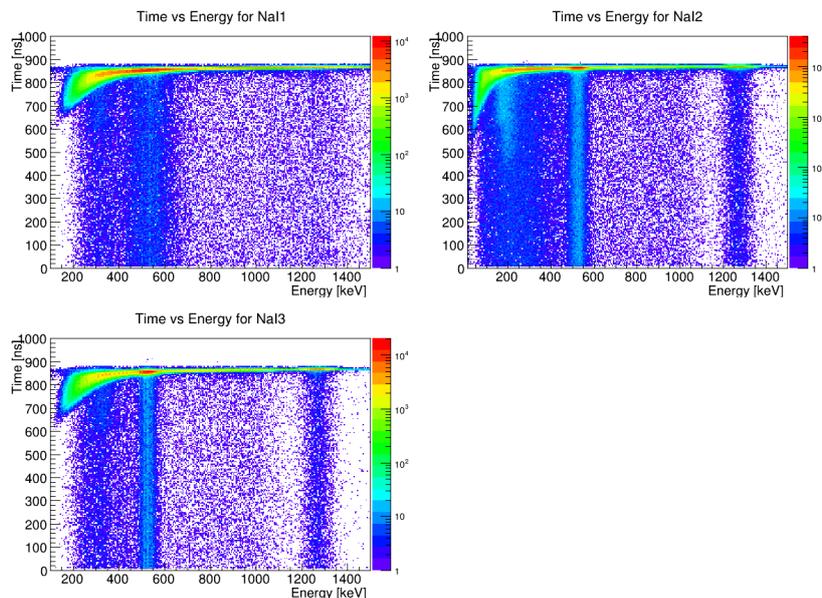


図 15: TDC,ADC 較正後の Time-Energy 分布

4.5.3 0ns に対応する曲線の fitting

図 15 の 800ns~900ns に位置する赤い線は、プラスチックシンチレータと NaI シンチレータが同時に信号を出したイベントだと考えられる（プラスチックシンチレータの信号は 840ns 遅延させているため）。この曲線をなぞるように式 4.3 で fitting した結果を次に示す。

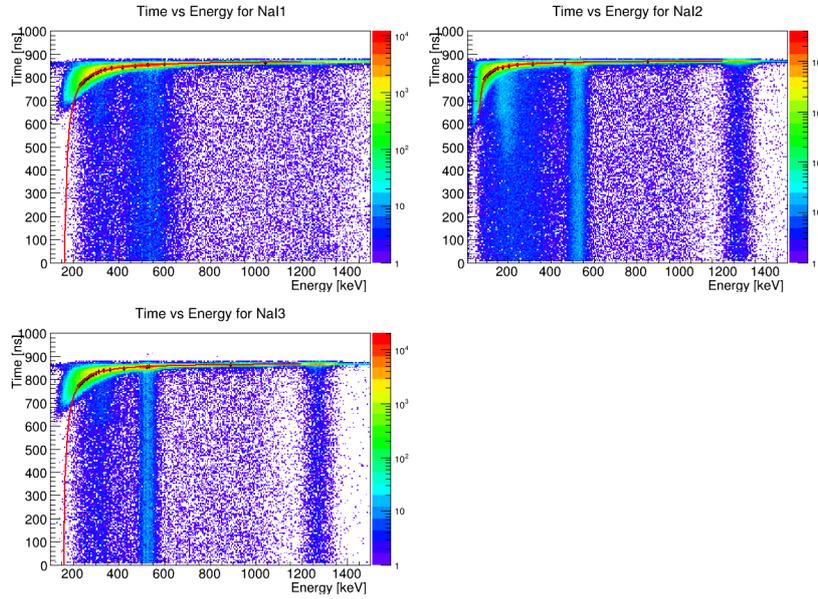


図 16: 0ns に対応する曲線の fitting

表 7: TQ 補正の fitting parameter

NaI	p_0	p_1	p_2	p_3
NaI1	$(-1.424 \pm 0.217) \times 10^4$	152.1 ± 3.6	1.112 ± 0.031	872.0 ± 1.6
NaI2	-1643 ± 232	54.89 ± 1.66	0.8266 ± 0.0314	873.9 ± 0.6
NaI3	$(-2.097 \pm 0.610) \times 10^4$	144.8 ± 4.3	1.221 ± 0.064	869.9 ± 1.9

これで、各 NaI に対する $\Delta T(E)$ が求まり、TQ 補正の準備ができた。

4.5.4 TQ 補正後の Time-Energy 分布

これまでの Time-Energy 分布は、時間が実際の時間の向きと逆であったので、TQ 補正で任意のイベントの時間 t を $\Delta T(E) - t$ と変換することで、時間の向きを反転した。ここでエネルギーが $p_1 + 5$ 以下のイベントは捨てた。TQ 補正の結果を次に示す。

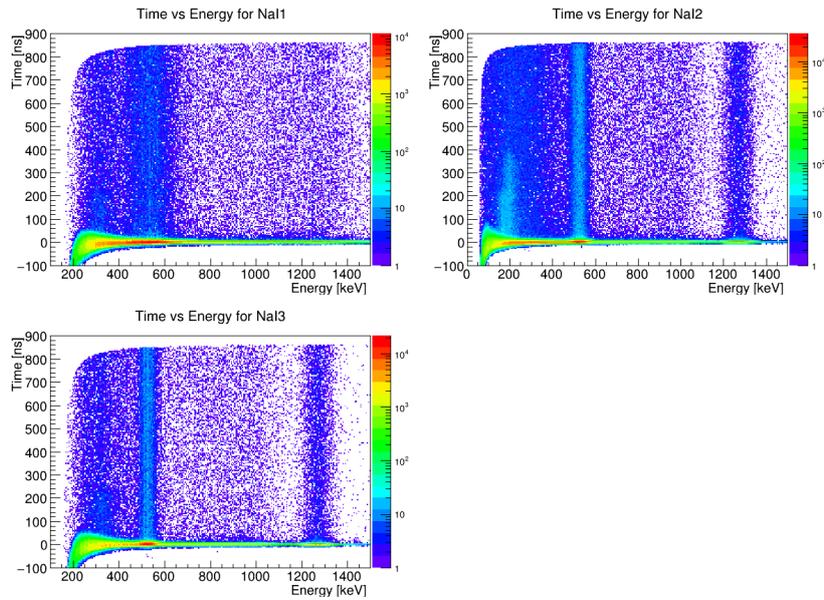


図 17: TQ 補正後の Time-Energy 分布

4.5.5 TQ 補正後の o-Ps の寿命

o-Ps の崩壊によるガンマ線のエネルギーは 511keV 以下であるから, 511keV 辺りのピークを避けて寿命の fitting をする. 具体的には, TQ 補正後のデータを用いて, $E < 411[\text{keV}]$ のイベントだけをとってきた時間ヒストグラム (以降 Bin の幅は 2 ns) の 72.5 ns ~ 654 ns の範囲で, 以下の式で fitting を行った. p_1 が o-Ps の寿命である.

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \quad (4.4)$$

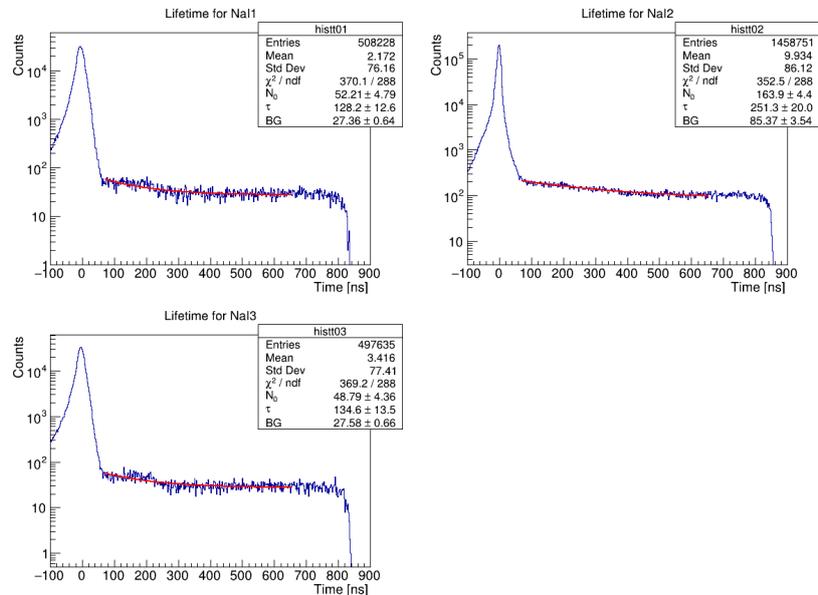


図 18: TQ 補正後の寿命 fitting

表 8: TQ 補正後の o-Ps の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	128 ± 13
NaI2	251 ± 20
NaI3	134 ± 13

4.6 Pick-off 補正

TQ 補正後の寿命は, Pick-off 反応と呼ばれる反応の影響を考慮しておらず, 実際の o-Ps の寿命よりも小さく求められていると考えられる. それを補正するのがこの節の目的である.

4.6.1 Pick-off 反応

以下の反応をまとめて Pick-off 反応と呼ぶことにする.

- Pick-off 反応: o-Ps の陽電子が o-Ps 外の電子と対消滅する反応
- スピン交換反応: 分子の対電子とスピンを交換して p-Ps となり崩壊する反応
- 化学反応: o-Ps が酸化により電子を奪われ, 残った陽電子が周りの電子と対消滅する反応

4.6.2 イベントの分類

由来が異なるイベントを $t \sim 0$ と $t > 0$, エネルギーで分類した.

1. o-Ps の崩壊による γ 線の吸収・散乱
2. Pick-off 反応による 511keV γ 線のコンプトン散乱
3. Pick-off 反応による 511keV γ 線の光電吸収
4. p-Ps の崩壊による 511keV γ 線のコンプトン散乱
5. p-Ps の崩壊による 511keV γ 線の光電吸収
6. ^{22}Na による 1275keV γ 線の吸収・散乱

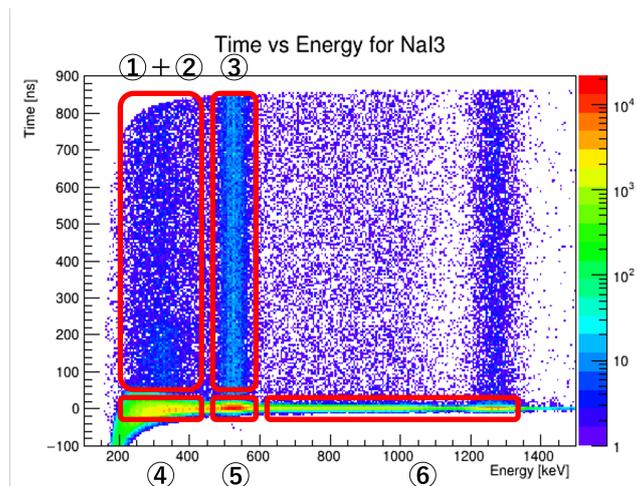


図 19: イベントの分類

o-Ps の崩壊のイベントは①であるが, TQ 補正後の fitting では, ① + ②のデータを用いているため, それによって求めた寿命 (表 8) は正確でない. 正確な寿命を求めるために, ③, ④, ⑤を用いて②の関数を求め, ① + ②から差し引

いて①の関数を求める.

4.6.3 Pick-off 補正の方法

$S(t)$ を, 時間 t において 511keV γ 線がコンプトン散乱して検出されたイベント数とする. つまり $S(t)$ は②の関数である. $S(t)$ を求めるために, 以下の仮定を置く.

- ③の時間 t の関数 $y(t)$ (Pick-off 関数と呼ぶ) は, $y(t) = p_0 \exp(-t/p_1) + p_2$ と表せる
- ④のイベント数は p-Ps の崩壊による γ 線のコンプトン散乱を検出したイベントのみの数 $S(0)$ である
- ⑤のイベント数 $y(0)$ は p-Ps の崩壊に寄る γ 線の光電吸収を検出したイベントのみの数である
- 511keV γ 線が光電吸収されて検出されるイベント数とコンプトン散乱して検出されるイベント数の比は, 時間によらず一定である

これらの仮定を使うと

$$S(t) = \frac{S(0)}{y(t)} y(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (4.5)$$

となり, $S(t)$ を求められる. $S(t)$ を求めた上で, 寿命フィッティングのフィッティング関数を

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + S(t) \quad (4.6)$$

とすることで, ②の関数を差し引いた, Pick-off 補正をした寿命 p_1 が求められる.

4.6.4 Pick-off 関数 $y(t)$ を求める

$y(t) = p_0 \exp(-t/p_1) + p_2$ は 411keV 以上 611keV 未満のイベントのヒストグラムでフィッティングすることで求めた. フィッティング範囲は 60ns~654ns とした.

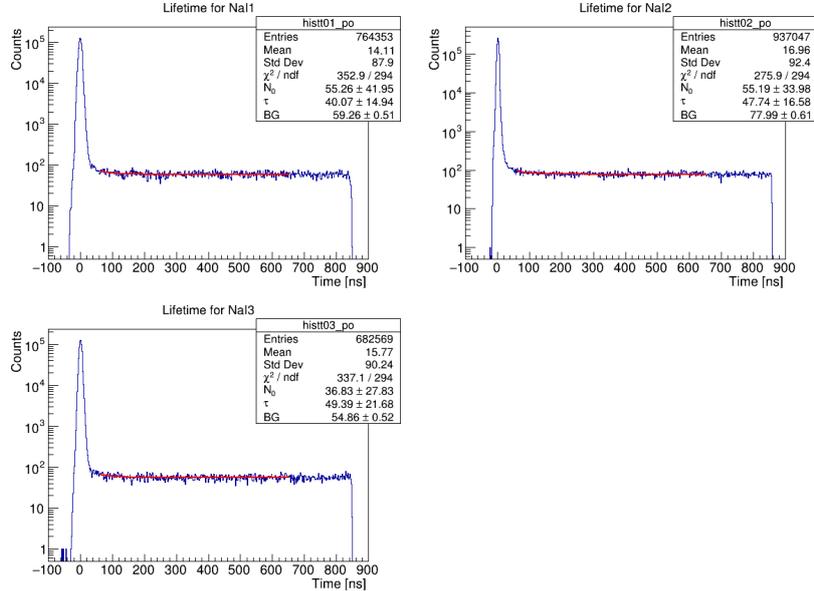


図 20: Pick-off 関数の fitting

表 9: Pick-off 関数の fitting parameter

NaI	p_0	p_1	p_2
NaI1	55.26 ± 41.94	40.07 ± 14.93	59.26 ± 0.51
NaI2	55.19 ± 33.98	47.73 ± 16.58	77.99 ± 0.61
NaI3	36.82 ± 27.83	49.38 ± 21.67	54.85 ± 0.52

4.6.5 511keV ガンマ線の光電吸収に対するコンプトン散乱の比

$t \sim 0$ は $-5 \text{ ns} \leq t < 5 \text{ ns}$ とし, $S(0)$ は 411keV 未満, $y(0)$ は 411keV 以上 611keV 未満のイベント数を計測した.

表 10: $t \sim 0$ のイベント数

NaI	$S(0)$ [count]	$y(0)$ [count]	$S(0)/y(0)$
NaI1	128731	522031	0.2465
NaI2	794382	794742	0.9995
NaI3	139917	497273	0.2813

4.6.6 Pick-off 補正後の o-Ps の寿命

$S(t)$ の準備ができたので, フィッティング関数式 4.6 を用いて Pick-off 補正後の寿命を求めた.

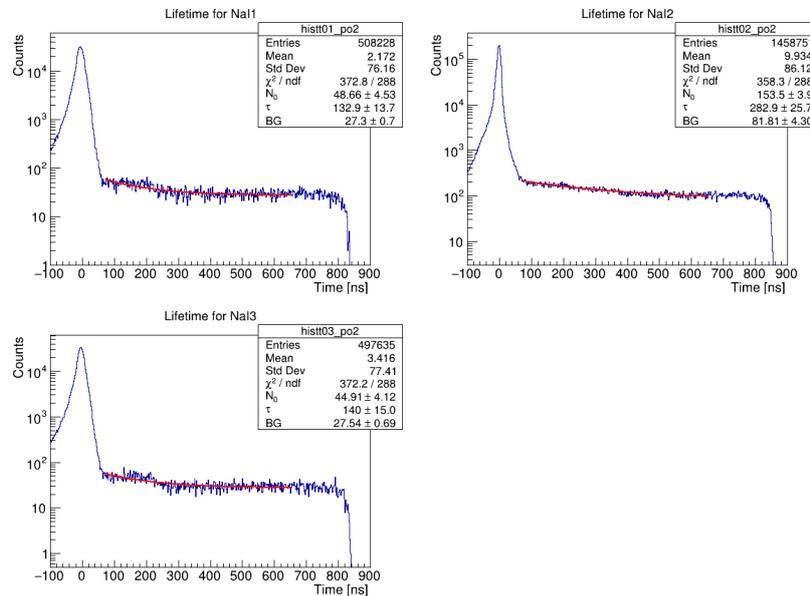


図 21: Pick-off 補正後の寿命 fitting

表 11: Pick-off 補正後の o-Ps の寿命

NaI	寿命 [ns]
NaI1	133 ± 14
NaI2	283 ± 26
NaI3	140 ± 15

4.6.7 Background, Pick-off 反応, o-Ps 崩壊の占有度

fitting で求めた式 4.6 の Background 成分 (p_2), Pick-off 反応成分 ($S(t)$), o-Ps 崩壊成分 ($p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right)$) を色分けて図 21 に重ねて表示すると次のようになる. Background 成分が赤, Pick-off 反応成分が緑, o-Ps 崩壊成分が青である.

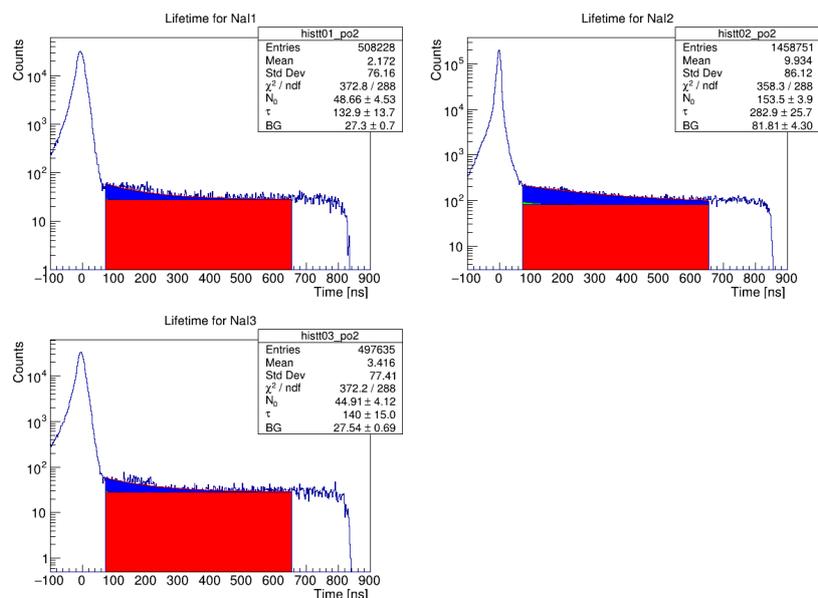


図 22: 成分ごとの色分け

Pick-off 反応成分が微小で見づらいので、線形グラフで表示すると次のようになる。

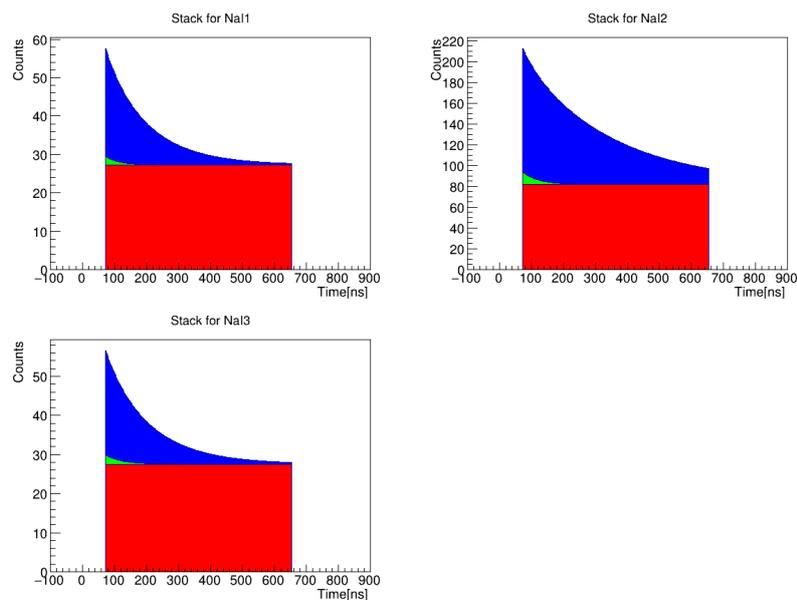


図 23: 色分けの線形グラフ

つぎに、この色分けしたグラフの範囲内 (72.5~654ns) の、o-Ps 崩壊成分の青い領域、Pick-off 反応成分の緑の領域を積分し、小数第一位を四捨五入した値をそれぞれ示す。この値は、色分けした範囲内の、o-Ps の崩壊のイベント数と、Pick-off 反応による γ 線がコンプトン散乱したイベント数に対応する。

表 12: 72.5ns~654ns の各成分のイベント数

NaI	o-Ps[count]	Pick-off[count]
NaI1	1857	45
NaI2	14681	291
NaI3	1849	60

5 考察

5.1 誤差伝播

表 11 に示されている誤差は、最後の寿命 fitting の誤差であり、TQ 補正、Pick-off 補正のそれぞれでの fitting による誤差が伝播した影響は考えられていない。この節ではそれらも考慮した誤差を求める。なお、TDC 較正の fitting の誤差は今回は考えていないので、誤差伝播も考えない。

5.1.1 誤差の求め方

TQ 補正による誤差を σ_{TQ} 、Pick-off 補正による誤差を $\sigma_{\text{Pick-off}}$ 、最後の寿命 fitting による誤差を σ_{fit} として、これらの誤差に相関が無いとしたとき、すべての誤差を加味した誤差 σ_{total} は、次のように表せる。

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sigma_{\text{TQ}}^2 + \sigma_{\text{Pick-off}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2} \quad (5.1)$$

ある fitting 関数 f の誤差 σ_f は、そのパラメータ p_i の誤差 σ_i を用いて、

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2} \quad (5.2)$$

と表される。そして、fitting 関数 f の誤差による寿命の誤差 σ ($\sigma_{\text{TQ}}, \sigma_{\text{Pick-off}}$ に対応) は、通常 f とするところを $f_{\pm} = f \pm \sigma_f$ として (それ以外の fitting 関数は変えず) 求めた寿命 τ_{\pm} を用いて

$$\sigma = \max(|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|) \quad (5.3)$$

と定義する。 τ は結果・解析で求めた Pick-off 補正後の寿命である。この方法で TQ 補正と Pick-off 補正による寿命の誤差を求めることを試みる。

5.1.2 TQ 補正由来の誤差

結論から述べると、TQ 補正由来の誤差 σ_{TQ} は 0 と考えてよい。そう考えた根拠を述べる。

まずエネルギー E に依存する ΔT の誤差 $\sigma_{\Delta T}(E)$ は次の式で表せる。

$$\sigma_{\Delta T}(E) = (\Delta T - p_3) \sqrt{\frac{\sigma_{p_0}^2}{p_0^2} + \left(\frac{p_2}{E - p_1} \right)^2 \sigma_{p_1}^2 + (\log(E - p_1))^2 \sigma_{p_2}^2 + \frac{\sigma_{p_3}^2}{(\Delta T - p_3)^2}} \quad (5.4)$$

解析では、ここから計算した $\Delta T_{\pm}(E) := \Delta T(E) \pm \sigma_{\Delta T}(E)$ を用いて TQ 補正を実施し、TQ 補正後のデータで Pick-off 補正を行う。従って、TQ 補正による誤差は Pick-off 関数に反映されるので、Pick-off 補正後のデータを見ることで、TQ 補正による誤差が有意に表れるかを判断する。具体的には、各 NaI で TQ 補正による誤差が最大/最小である 2 つのデータを用いてそれぞれ Pick-off 関数を計算し、これらを比較する。比較の際、TQ 補正による誤差の影響を見やすくするために、fitting をした 2 つのヒストグラムの比をとることで 2 つの Pick-off 関数の比を考える。

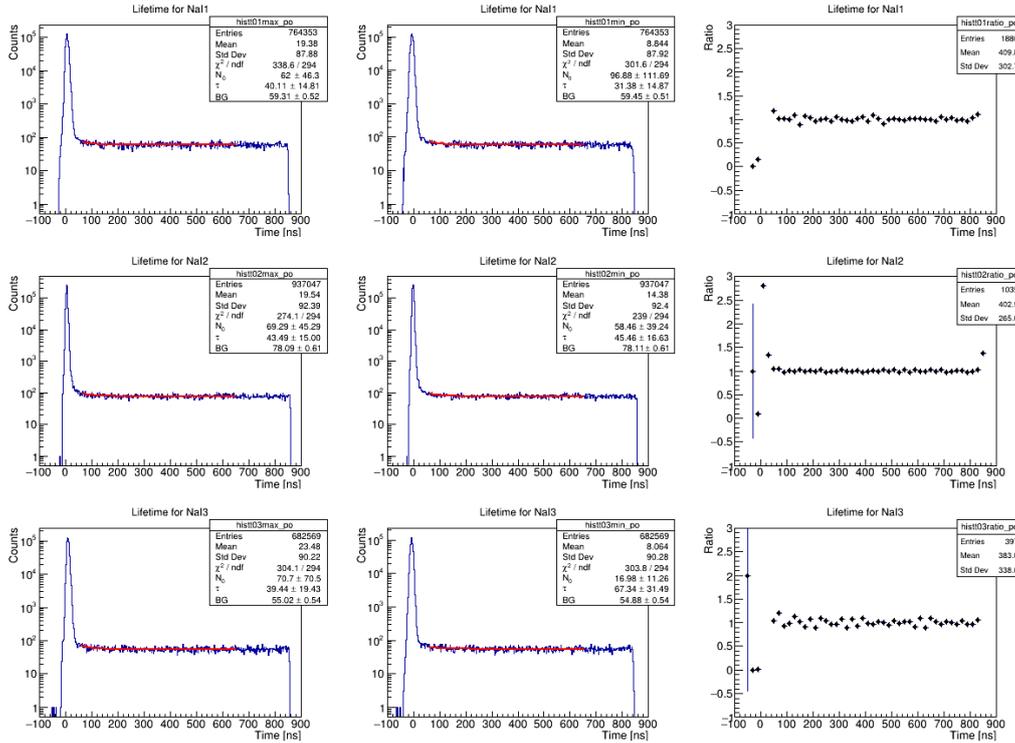


図 24: ΔT_{\pm} による Pick-off 関数とヒストグラムの比

図 24 の左と中央の列はそれぞれ ΔT_{+} と ΔT_{-} を用いた場合の 411keV 以上 611keV 未満のヒストグラムであり、上から NaI1, 2, 3 のヒストグラムである。右の列が、中央のヒストグラムに対する左のヒストグラムの比である (左 ÷ 中央)。これらのヒストグラムの比は、 $t \sim 0$ と t が大きいところを除いて、値がほぼ 1 の水平な直線となっている。これは、 ΔT_{+} と ΔT_{-} で、Pick-off 関数が変わらない、または無視できるほど小さい差しかないことを表す。よって、実際に求めた Pick-off 関数のパラメータの違いは、統計的なふらつきによるものだと考えられる。

同様に、寿命 fitting に用いる 411keV 未満のイベントにおいて、 ΔT_{+} と ΔT_{-} を用いた場合のヒストグラムの比は次のようになった。

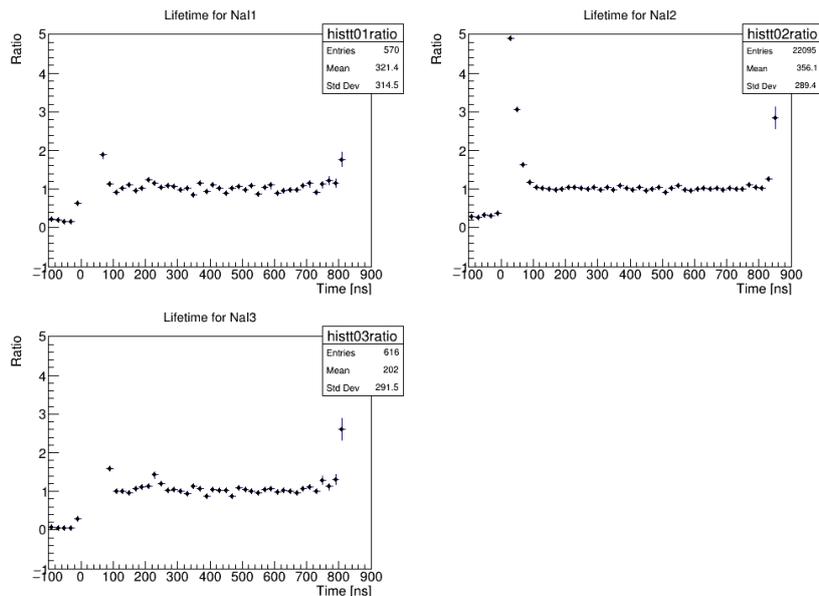


図 25: ΔT_{\pm} による時間ヒストグラムの比

こちらも同様に、 $t \sim 0$ と t が大きいところを除いて、値がほぼ 1 の水平な直線となっているので、Pick-off 補正前

(TQ 補正後)の寿命は ΔT_+ と ΔT_- の間で無視できるほど小さい違いしかない。Pick-off 関数も無視できる違いしかないので、Pick-off 補正後の寿命の違いも無視できる。つまり、 $\tau_+ \sim \tau_-$ である。

同様の議論によって、 ΔT_+ と ΔT でも寿命の違いを無視でき、 $\tau_+ \sim \tau$ となる。よって $\tau_+ \sim \tau_- \sim \tau$ より、

$$\sigma_{TQ} \sim 0 \quad (5.5)$$

5.1.3 Pick-off 補正由来の誤差

時間 t に依存する Pick-off 関数 $y(t)$ の誤差 $\sigma_y(t)$ は次のようになる。

$$\sigma_y(t) = \sqrt{\left(\sigma_{p_0}^2 + \left(\frac{p_0}{p_1}t\right)^2 \sigma_{p_1}^2\right) e^{-\frac{2t}{p_1}} + \sigma_{p_2}^2} \quad (5.6)$$

Pick-off 補正において、Pick-off 関数を $y_{\pm} := y \pm \sigma_y$ として求めた寿命 τ_{\pm} と、式 5.3 で求められる Pick-off 補正由来の誤差 $\sigma_{\text{Pick-off}}$ は、次のようになった。

表 13: Pick-off 補正の誤差による寿命の誤差

NaI	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	τ [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]
NaI1	138.2	128.0	132.9	5.3
NaI2	317.5	255.7	282.9	34.6
NaI3	145.8	134.7	139.9	5.9

5.1.4 寿命 fitting による誤差

σ_{fit} については前章の寿命 fitting によりすでに分かっている。小数第 1 位まで値をとると次のようになる。

表 14: 最後の寿命 fitting の誤差

NaI	σ_{fit} [ns]
NaI1	13.7
NaI2	25.7
NaI3	14.9

5.1.5 トータルの誤差

式 5.1 を用いてトータルの寿命を求めると次のようになる。

表 15: トータルの誤差

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	133	5.3	13.7	15
NaI2	283	34.6	25.7	43
NaI3	140	5.9	14.9	16

5.2 エネルギーカットの下限の設定

寿命 fitting において、 $t \sim 0$ のピークのひろがりの方が比較的大きくなっているが、その誤差の要因となっていると考えられる、低エネルギーのイベントをカットした場合の寿命を求めた。具体的には、NaI1 は 230keV 未満、NaI2 は 130keV 未満、NaI3 は 230keV 未満のイベントをカットした。

表 16: エネルギーカットに下限を設けた場合の寿命と誤差

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	133	5.5	13.8	15
NaI2	311	41.5	29.4	51
NaI3	137	5.4	13.9	15

5.3 fitting 範囲の変更

fitting 範囲を変えることでも求まる寿命が変わる。 $t \sim 0$ のピークに近い下限の影響が大きいので、上限は 654ns で固定し、下限を 50.7ns, 98.4ns と変化させた場合の寿命と誤差を求めた。 下限が 50.7ns とは 30%, 98.4ns とは 50% の o -Ps が崩壊した時間に対応する。 また、エネルギーカットは先述のように下限を設けている。

表 17: fit 範囲 50.7ns~654ns の場合

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	128	4.7	11.9	13
NaI2	345	44.5	32.6	55
NaI3	126	6.05	11.1	13

表 18: fit 範囲 98.4ns~654ns の場合

NaI	寿命 [ns]	$\sigma_{\text{Pick-off}}$ [ns]	σ_{fit} [ns]	σ_{total} [ns]
NaI1	117	2.93	13.0	13
NaI2	265	21.1	24.5	32
NaI3	105	2.13	10.1	10

5.4 寿命のまとめ

これまでに Pick-off 補正で求めた寿命を条件と共にまとめた。 誤差はトータルの誤差 σ_{total} である。

表 19: 寿命のまとめ

寿命 fit 範囲 [ns]	Pick-off 関数 fit 範囲 [ns]	Energy cut 下限	寿命 [ns]		
			NaI1	NaI2	NaI3
72.5~654	60~654	無	133±15	283±43	140±16
		有	133±15	311±51	137±15
50.7~654	50.7~654	有	128±13	345±55	126±13
98.4~654	98.4~654	有	117±13	265±32	105±10

一般に寿命に対する fit 範囲は長いほうが良いが、下限を 50.7ns まで下げた場合は $t \sim 0$ のピークの広がりの影響を大きく受けてしまっていると考えられる。 下限が 98.4ns の場合は $t \sim 0$ のピークの影響が一番小さいと考えられるので、寿命が一番長くなると考えられるが、結果が一番短くなった。 これは fit 範囲が短くなったことにより fitting のふらつきが大きくなったことが原因として考えられる。 したがって、 $t \sim 0$ のピークを避けてなるべく長い fit 範囲を確保する上で、バランスが取れているのは下限が 72.5ns の場合であると考えられる。

5.5 誤差の要因

Pick-off 補正後の o-Ps の寿命でも補正できていない誤差の要因として、次のようなことが考えられる。

- イベント数不足による統計誤差
- コリメーションを大きくしたことで、o-Ps, p-Ps の崩壊以外のイベントを多く検出したことによる系統誤差
- 各 NaI 信号の OR が真のときにデータをとったため、o-Ps の崩壊のイベントを正確に選別できていないことによる系統誤差
- 1275keV ガンマ線をコンプトン散乱で検出したイベントによる系統誤差
- TQ 補正での ΔT の fitting のためにプロットした点自体が 0ns に対応する曲線からずれていたことによる系統誤差

また、NaI2 による寿命は 142 ns からかけ離れており、NaI1, 3 にはない誤差があると考えられる。

5.6 NaI2 による寿命だけ外れた値になった原因

5.6.1 寿命が長くなった原因

NaI2 による寿命が長くなったのは、Time-Energy 分布 (図 17) の 200keV 付近の 0ns から 400ns あたりまでの青白くなっている長寿命成分が fitting に大きく影響したことによると考えられる。そこでまず、この長寿命成分を省いて fitting を行うことを考えた。NaI2 のエネルギーカットの下限を他と同じ 230keV にすれば、長寿命成分のイベントはカットされているが、このカット条件での fitting では誤差が寿命と同じくらいの大きさとなり、全く信用できない結果となったため長寿命成分を無視することはできなかった。

NaI2 の長寿命成分が生まれた (もしくは NaI1, 3 にも長寿命成分はあるが NaI2 にだけ顕著に表れた) 原因は定かではないが、長寿命成分に影響を与えた可能性のある、NaI2 と NaI1, 3 との相違点を 2 つ挙げる。

5.6.2 ADC 較正での違い

NaI2 と NaI1, 3 で異なる点は、ADC 較正のパラメータに現れている。表 6 より、 $ADC\ count = p_0 + p_1 \times Energy$ の傾きである p_1 は NaI2 が NaI1, 3 の 2.5 倍ほどとなっていて、同じエネルギーに対して NaI2 が NaI1, 3 よりも大きい ADC count を出力していたことが分かる。これは、NaI2 の PMT の増幅率が NaI1,3 の PMT のそれよりも大きかったということである。また、TQ 補正での fitting パラメータ (表 7) も NaI2 と NaI1, 3 で大きく異なるが、これは ADC 較正の傾きの違いが反映された結果である。

5.6.3 NaI シンチレータの位置依存性

3 つの NaI シンチレータは o-Ps が生成するシリカパウダーを囲んで配置されていた。NaI1,3 はシリカパウダーの左右に設置し、陽電子ビームに対して線対称なので位置依存性は変わらない。NaI2 はシリカパウダーの下に設置したので、NaI1,3 と NaI2 で位置依存性が異なる。具体的には、シリカパウダーとの距離が異なることでガンマ線を検出するレートが変わることや、コリメーションの穴との位置関係が異なることで、外部からの放射線を検出するレートやエネルギーが異なることなどが考えられる。

5.6.4 今後の検証

NaI2 の長寿命成分の原因を検証するための再実験にて変えるべき条件を挙げる。

- NaI2 の PMT にかける電圧を下げる。
- NaI2 と NaI1 または 3 の位置を入れ替える。

6 結論

NaI1 と NaI3 のシンチレータにおいては, Fit 範囲の下限を 72.5 ns にすることで, 理論値が誤差の範囲内に収まった. 誤差もそれなりに小さいことから, QED の理論的検証は十分に行えたといえる.

一方, NaI2 のシンチレータにおいては, Fit 範囲の下限値の大小にかかわらず, 理論値から大きく外れた値になった. 要因として, 5.6 で述べたように, Time-Energy 分布が NaI1 や NaI3 と異なっていることが考えられる. これは, 各 NaI の位置依存性や PMT にかかる電圧の違いなどに起因している可能性がある.

7 Appendix

ここでは理論の章で述べた崩壊率計算の詳細について簡単に述べる. 高次の o-Ps の崩壊率の計算は長く煩雑なため, 本章は最低次まで計算した結果を示し, さらに高次の計算の指針を示すことを目的とする. 詳細な計算は Adkins, Fell, and Sapirstein [12, 24, 40, 41] によって行われているので, 興味のある読者はそちらを参照されたい. また場の量子論や量子電磁気学についての基礎的な知識を前提とすることに注意されたい.

7.1 o-Ps の崩壊率理論

7.1.1 QED による o-Ps の崩壊率の計算

理論の章でも述べたように o-Ps の崩壊率の高次補正は QED による計算は困難である. それは振幅の計算に IF/UV 発散を含むためである. 現在 precision test として使用される計算式は NRQED による計算結果である. そのため, ここでは比較的簡単に求まる最低次の計算結果を示すことにする. o-Ps の静止系を取ると, 振幅は以下のよう求まる.

$$\Gamma[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma] = \frac{1}{3!} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_3}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2 - k_3) \frac{1}{3} \sum_{\text{all spin}} \sum_{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3} \frac{1}{2E_1 2E_2 2E_3 4W} |\mathcal{M}[\text{o-Ps} \rightarrow \exists\gamma]|^2 \quad (7.1)$$

ここで光子の運動量について以下の制約を課す.

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0 \quad (7.2)$$

$$E_1 + E_2 + E_3 = 2W \quad (7.3)$$

式 7.1 でスピンについて平均を取ると

$$\Gamma[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma] = \frac{1}{128\pi^3 W} \int_0^W dE_1 \int_{W-E_1}^m dE_2 \frac{1}{3} \sum_{\text{all spin}} \frac{1}{3!} \sum_{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3} |\mathcal{M}[\text{o-Ps} \rightarrow \exists\gamma]| \quad (7.4)$$

分極ベクトルの自由度が高く, 一般に $\mathcal{M}[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma]$ は複雑になる. 最低次の不変崩壊振幅は o-Ps の束縛状態を Barbieri-Remiddi 波動関数により近似することにより求められる.

$$\mathcal{M}[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma] = \frac{ie^3}{2m^2} \phi_0 \sum [(\hat{\epsilon}_1 \cdot \hat{\epsilon}_2)(\hat{\epsilon}_2 \cdot \hat{\epsilon}_3) - (\hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2)(\hat{\epsilon}_3 \cdot \hat{\epsilon}_m) + 2(\hat{n}_1 \cdot \hat{\epsilon}_2)(\hat{n}_3 \cdot \hat{\epsilon}_3)] \quad (7.5)$$

ここで $\hat{n}_i = \hat{\epsilon}_i \times \hat{k}_i$ かつ, $\hat{\epsilon}_m$ は o-Ps のスピンベクトルであり, 和を取る時に次の性質を示す.

$$\sum_{\text{all spin}} (\epsilon_m^*)_i (\epsilon_m)_j = \delta_{ij} \quad (7.6)$$

$$\sum_{\epsilon} (\epsilon^*)_i (\epsilon)_j = \delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j \quad (7.7)$$

この性質を使い,

$$\frac{1}{3} \sum_{\text{all spin}} \frac{1}{3!} \sum_{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3} |\mathcal{M}[\text{o-Ps} \rightarrow \exists\gamma]|^2 = \frac{256}{9} \pi^2 \alpha^6 \left[\left(\frac{1-x_1}{x_2 x_3} \right)^2 + \left(\frac{1-x_2}{x_3 x_1} \right)^2 + \left(\frac{1-x_3}{x_1 x_2} \right)^2 \right] \quad (7.8)$$

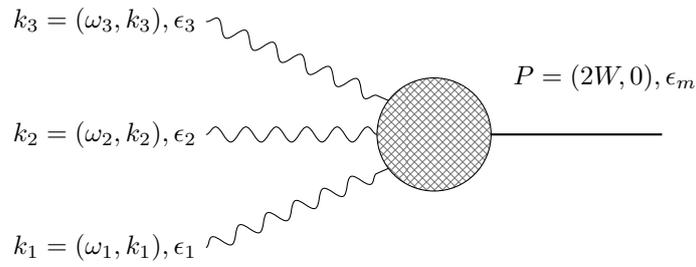
ここで $x_i = (\omega_i/W)$ である.

全てを合わせて,

$$\Gamma[\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma] = \frac{2}{9\pi} m \alpha^6 \int_0^1 dx_1 \int_{1-x_1}^1 dx_2 \left[\left(\frac{1-x_1}{x_2 x_3} \right)^2 + \left(\frac{1-x_2}{x_3 x_1} \right)^2 + \left(\frac{1-x_3}{x_1 x_2} \right)^2 \right]_{x_3=2-x_1-x_2} \quad (7.9)$$

$$== \frac{2}{9\pi} (\pi^2 - 9) m \alpha^6 \quad (7.10)$$

これは Ore と Powell の結果と一致する.



o-Ps

図 26: o-Ps の 3 光子崩壊の Feynman ダイアグラム

$$\begin{aligned}
 M(o\text{-Ps} \rightarrow 3\gamma) \cong & \left\{ \left(\text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} + \text{diagram 4} \right) \right. \\
 & + \left(\text{diagram 5} + \text{diagram 6} \right) + \text{diagram 7} + \left(\text{diagram 8} + \text{diagram 9} \right) \\
 & \left. - \text{diagram 10} + \text{diagram 11} \right\} (\square)^{-1} \Big|_0 (Z_2)
 \end{aligned}$$

図 27: 3 光子崩壊率の一次補正ダイアグラム

$\mathcal{O}(\alpha)$ の補正について冒頭だけ議論する。崩壊の不変振幅は o-Ps の Bethe-Salpeter 波動関数 (Ψ) のトレースとして表される。崩壊振幅への補正には、以下のグラフが寄与する。

自己エネルギー (SE) グラフ外部頂点 (OV) グラフ内部頂点 (IV) グラフ二重点 (DV) グラフ対消滅 (A) グラフ結合 (B) グラフ

これらのグラフによる寄与を計算することで、最終的な o-PS の 3 光子崩壊速度は以下のように計算される。

$$\Gamma = \Gamma_{LO} \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} 10.282(3) \right] = 7.03893(7) \times 10^6 \text{ sec}^{-1} \quad (7.11)$$

この結果の誤差の半分は、基本定数の不確かさに起因する。また、 $\mathcal{O}(\alpha^2 \ln \alpha^{-1})$ の補正も考慮すべきであり、その寄与は $(-\frac{1}{3})\alpha^2 \ln \alpha^{-1} \Gamma_{LO} = -0.00063 \mu\text{sec}^{-1}$ となる。

8 参考文献

- [1] S. Mohorovičić, *Astron. Nachr.* 253, 93 (1934).
- [2] M. Deutsch, *Phys. Rev.* 83, 866 (1951).
- [3] G. S. Adkins and F. R. Brown, *Phys. Rev. A* 28, 1164 (1983).
- [4] T. Matsumoto, M. Chiba, R. Hamatsu, T. Hirose, J. Yang, and J. Yu, *Phys. Rev. A* 54, 1947 (1996).
- [5] A. H. Al-Ramadhan and D. W. Gidley, *Phys. Rev. Lett.* 72, 1632 (1994).
- [6] W. Bernreuther and O. Nachtmann, *Z. Phys. C* 11, 235 (1981).
- [7] R. Alcorta and J. A. Grifols, *Ann. Phys. (N.Y.)* 229, 109 (1994).
- [8] J. Govaerts and M. Van Caillie, *Phys. Lett. B* 381, 451 (1996).
- [9] A. Czarnecki and S. G. Karshenboim, hep-ph/9911410.
- [10] M. Deutsch, *Phys. Rev.* 83, 866 (1951).
- [11] A. Rubbia, *Int. J. Mod. Phys. A* 19, 3961 (2004).
- [12] G. S. Adkins, R. N. Fell, and J. Sapirstein, *Ann. Phys. (N.Y.)* 295, 136 (2002). [13] D. S. Sillou, *Int. J. Mod. Phys. A* 19, 3919 (2004).
- [14] C. I. Westbrook, D. W. Gidley, R. S. Conti, and A. Rich, *Phys. Rev. A* 40, 5489 (1989).
- [15] J. S. Nico, D. W. Gidley, A. Rich, and P. W. Zitzewitz, *Phys. Rev. Lett.* 65, 1344 (1990).
- [16] W. E. Caswell, G. P. Lepage, and J. Sapirstein, *Phys. Rev. Lett.* 38, 488 (1977).
- [17] W. E. Caswell and G. P. Lepage, *Phys. Rev. A* 20, 36 (1979).
- [18] M. I. Dobroliubov, S. N. Gninenko, A. Yu. Ignatiev, and V. A. Matveev, *Int. J. Mod. Phys. A* 8, 2859 (1993).
- [19] V. V. Dvoeglazov, R. N. Faustov, and Y. N. Tyukhtyaev, *Mod. Phys. Lett. A* 8, 3263 (1993).
- [20] M. Skalsey, *Mater. Sci. Forum* 255, 209 (1997).
- [21] P. A. Vetter, *Mod. Phys. Lett. A* 19, 871 (2004).
- [22] S. Asai, S. Orito, and N. Shinohara, *Phys. Lett. B* 357, 475 (1995).
- [23] O. Jinnouchi, S. Asai, and T. Kobayashi, hep-ex/0011011.
- [24] G. S. Adkins, R. N. Fell, and J. Sapirstein, *Phys. Rev. Lett.* 84, 5086 (2000).
- [25] O. Jinnouchi, S. Asai, and T. Kobayashi, *Phys. Lett. B* 572, 117 (2003).
- [26] R. S. Vallery, P. W. Zitzewitz, and D. W. Gidley, *Phys. Rev. Lett.* 90, 203402 (2003).
- [27] R. H. Beers and V. W. Hughes, *Bull. Am. Phys. Soc.* 13, 633 (1968).
- [28] V. W. Hughes, "Physik 1973, Plenarvortrag Physikertagung 37th," p. 123, Physik Verlag, Weinheim, Germany (1973).
- [29] P. G. Coleman and T. C. Griffith, *J. Phys. B* 6, 2155 (1973).
- [30] D. W. Gidley, K. A. Marko, and A. Rich, *Phys. Rev. Lett.* 36, 395 (1976).
- [31] D. W. Gidley, P. W. Zitzewitz, K. A. Marko, and A. Rich, *Phys. Rev. Lett.* 37, 729 (1976).
- [32] T. C. Griffith and G. R. Heyland, *Nature* 269, 109 (1977).
- [33] K. F. Canter, B. O. Clark, and I. J. Rosenberg, *Phys. Lett. A* 65, 301 (1978).
- [34] D. W. Gidley, A. Rich, P. W. Zitzewitz, and D. A. L. Paul, *Phys. Rev. Lett.* 40, 737 (1978).
- [35] D. W. Gidley and P. W. Zitzewitz, *Phys. Lett. A* 69, 97 (1978).
- [36] T. C. Griffith, G. R. Heyland, K. S. Lines, and T. R. Twomey, *J. Phys. B* 11, L743 (1978).
- [37] D. W. Gidley, A. Rich, E. Sweetman, and D. West, *Phys. Rev. Lett.* 49, 525 (1982).
- [38] P. Hasbach, G. Hilker, E. Klempt, and G. Werth, *Nuovo Cimento A* 97, 419 (1987).
- [39] C. I. Westbrook, D. W. Gidley, R. S. Conti, and A. Rich, *Phys. Rev. Lett.* 58, 1328 (1987).
- [40] G. S. Adkins, *Ann. Phys. (N.Y.)* 146, 78 (1983).

- [41] G. S. Adkins, R. N. Fell, and J. Sapirstein, *Ann. Phys. (N.Y.)* 295, 136 (2002).
- [42] A. Ore and J. L. Powell, *Phys. Rev.* 75, 1696 (1949).
- [43] Y. Kataoka, "Precision Measurement of Orthopositronium Decay Rate" (2007).
- [44] M. A. Strosio, *Phys. Rep.* 22, 215 (1975).
- [45] W. E. Caswell, G. P. Lepage, and J. Sapirstein, *Phys. Rev. Lett.* 38, 488 (1977).
- [46] G. S. Adkins, *Phys. Rev. A* 72, 032501 (2005).
- [47] B. A. Kniehl, A. V. Kotikov, and O. L. Veretin, *Phys. Rev. Lett.* 101, 193401 (2008).
- [48] G. S. Adkins, R. N. Fell, and P. M. Mitrikov, *Phys. Rev. A* 65, 042103 (2002).
- [49] P. A. M. Dirac, V. A. Fock, and B. Podolsky, "Quantum electrodynamics," *Dublin Institute for Advanced Studies* (1943).
- [50] A. M. Frolov, *Phys. Lett. A* 372, 6396 (2008).
- [51] M. Muluneh, "Positronium: A Theoretical Lifetime Calculation and a Path Integral Monte Carlo Simulation in an Electric Field" (2003).