

ポジトロニウムの寿命測定

2025 年度前期 課題演習 A2

森田遙介 山本尚輝 田枝真人 駒井暁 藤田大晃 下東楓

2025 年 9 月 30 日

目次

1	序論	3
2	理論	3
2.1	ポジトロニウムの概要	3
2.2	ポジトロニウムの崩壊	3
2.3	ポジトロニウムの寿命	4
3	実験方法	4
3.1	実験原理	4
3.2	実験装置	5
3.3	回路	7
4	結果・解析	9
4.1	生データ	9
4.1.1	実験 A	10
4.1.2	実験 B	11
4.2	TDC 較正	11
4.3	ADC 較正	12
4.3.1	実験 A	12
4.3.2	実験 B	14
4.4	TQ 補正	15
4.4.1	TQ 補正とは	15
4.4.2	時間間隔のズレを表す式の図形的考察	15
4.4.3	TQ 補正の手順と Time vs energy 分布	16
4.4.4	TQ 補正後の o-Ps の寿命	19
4.5	pick-off 補正	21
4.5.1	pick-off 反応	21
4.5.2	イベントの分類	21
4.5.3	pick-off 補正の方法	22
4.5.4	pick-off 関数 $y(t)$ について	22
4.5.5	$S(0)/y(0)$ について	23
4.5.6	pick-off 補正後の o-Ps の寿命	23
4.5.7	①と②のイベントにおける fitting 分類	25
5	考察	26
5.1	実験 A で Pick-off 補正がうまくいかなかった理由	26
5.2	実験 B について誤差伝播による考察	26
5.2.1	誤差伝播の法則	26
5.2.2	ADC 較正による誤差	27
5.2.3	TQ 補正による誤差	27
5.2.4	pick-off 補正による誤差	31
5.2.5	寿命 fitting による誤差	31
5.2.6	誤差伝播を考慮した場合の寿命	31
5.3	実験 B の NaI4 の解析結果が理論値と大きく外れた理由	32

1 序論

ポジトロニウムとは電子と陽電子の束縛状態のことであるが、量子電磁気学（以下 QED）で記述される現象の一つにこのポジトロニウムの崩壊がある。本実験ではオルソポジトロニウムの寿命測定を行い、理論値と実験値を比較することで QED の検証を行う。

2 理論

2.1 ポジトロニウムの概要

ポジトロニウムは電子と陽電子の束縛状態である。電子と陽電子は共にスピン $1/2$ のフェルミオンであり、ポジトロニウムはスピンの合成によってスピン量子数 s が 0 のパラポジトロニウム (p-Ps) とスピン量子数 s が 1 のオルソポジトロニウム (o-Ps) の 2 つの状態を持つ。また、パラポジトロニウムは $(s, s_z) = (0, 0)$ のシングレット状態、オルソポジトロニウムは $(s, s_z) = (1, -1), (1, 0), (1, 1)$ のトリプレット状態になっている。

2.2 ポジトロニウムの崩壊

ポジトロニウムの崩壊様式は、ポジトロニウムの荷電共役パリティ C によって区別される。これよりまずはポジトロニウムの荷電共役変換に対する変換則をまずは考える。パラポジトロニウムとオルソポジトロニウムの状態ケットは、電子の生成演算子 $a_{\mathbf{p},s}^\dagger$ と陽電子の生成演算子 $b_{\mathbf{p},s}^\dagger$ を用いて

$$|\text{p-Ps}, s=0, s_z=0\rangle = N \int d^3 p f(p) Y_{\ell,m}(\theta, \phi) (a_{\mathbf{p},\uparrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\downarrow}^\dagger - a_{\mathbf{p},\downarrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (1)$$

$$|\text{o-Ps}, s=1, s_z=+1\rangle = N \int d^3 p f(p) Y_{\ell,m}(\theta, \phi) a_{\mathbf{p},\uparrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\uparrow}^\dagger |0\rangle \quad (2)$$

$$|\text{o-Ps}, s=1, s_z=0\rangle = N \int d^3 p f(p) Y_{\ell,m}(\theta, \phi) (a_{\mathbf{p},\uparrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\downarrow}^\dagger + a_{\mathbf{p},\downarrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (3)$$

$$|\text{o-Ps}, s=1, s_z=-1\rangle = N \int d^3 p f(p) Y_{\ell,m}(\theta, \phi) a_{\mathbf{p},\downarrow}^\dagger b_{-\mathbf{p},\downarrow}^\dagger |0\rangle \quad (4)$$

と表すことが出来る。ここで N は規格化因子、 $f(p)$ は動径波動関数、 $Y_{\ell,m}$ は球面調和関数、 $|0\rangle$ は基底状態の状態ケットである。本実験では $\ell = m = 0$ を考える。

このような状態ケットに荷電共役変換演算子 C を作用させた場合の変換則を求める。荷電共役変換は粒子と反粒子を入れ替える変換なので、荷電共役演算子 C に対する $a_{\mathbf{p},s}^\dagger$ と $b_{\mathbf{p},s}^\dagger$ の変換則は

$$C a_{\mathbf{p},s}^\dagger C^{-1} = b_{\mathbf{p},s}^\dagger \quad (5)$$

$$C b_{\mathbf{p},s}^\dagger C^{-1} = a_{\mathbf{p},s}^\dagger \quad (6)$$

となる。これを用いて、例の一つとして (1) の変換則を計算する。

$$\begin{aligned}
& C|p-Ps, s=0, s_z=0\rangle \\
& = N \int d^3 p f(p) Y_{0,0}(\theta, \phi) C(a_{\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger C^{-1} C b_{-\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger - a_{\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger C^{-1} C b_{-\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger) C^{-1} C |0\rangle \quad (7) \\
& = N \int d^3 p f(p) Y_{0,0}(\theta, \phi) (b_{\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger a_{-\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger - b_{\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger a_{-\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (8) \\
& = N \int d^3 p f(p) Y_{0,0}(\theta, \phi) (b_{-\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger a_{\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger - b_{-\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger a_{\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (9) \\
& = N \int d^3 p f(p) Y_{0,0}(\theta, \phi) (a_{\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger b_{-\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger - a_{\mathbf{p}, \downarrow}^\dagger b_{-\mathbf{p}, \uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (10) \\
& = |p-Ps, s=0, s_z=0\rangle \quad (11)
\end{aligned}$$

これより $|p-Ps, s=0, s_z=0\rangle$ の荷電共役パリティは +1 であることが分かった。ここで、二行目は $C^{-1}C = 1$ を用いて、四行目は $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ の変換を行い、五行目では反交換関係 $\{a_{\mathbf{p},s}^\dagger, b_{\mathbf{p},s}^\dagger\} = 0$ を用いている。また、オルソポジトロニウム $|o-Ps\rangle$ についても同様に計算を行えば、

$$C|o-Ps\rangle = -|o-Ps\rangle \quad (12)$$

となり、 $|o-Ps, s=1, s_z=1, 0, -1\rangle$ の荷電共役パリティは -1 であることが分かる。

また、ポジトロニウムが光子へと崩壊する過程を見るので、光子の荷電共役変換に対する変換則を考える。光子の荷電共役パリティは -1 であるため、光子が n 粒子ある状態の荷電共役パリティは $(-1)^n$ で与えられる。

ポジトロニウムの崩壊の前後では荷電共役パリティは保存するので、先ほどの議論からパラポジトロニウムは偶数個の光子、オルソポジトロニウムは奇数個の光子に崩壊することが分かる。また、運動量保存則から一つの光子に崩壊することは無いことより、パラポジトロニウムとオルソポジトロニウムの光子への崩壊は以下のように起こることが分かる。

$$o-Ps \rightarrow n\gamma \quad n = 3, 5, 7, 9, \dots \quad (13)$$

$$p-Ps \rightarrow n\gamma \quad n = 2, 4, 6, 8, \dots \quad (14)$$

2.3 ポジトロニウムの寿命

崩壊先の光子の数が増えるほど Feynmann diagram の vertex の数が増えるので、崩壊モードの振幅は微細構造定数 α の幕に従って小さくなる。したがって本実験では光子の崩壊は o-Ps については三光子崩壊、p-Ps については二光子崩壊の主要な崩壊モードのみの寄与を考慮する。

また、QED による p-Ps と o-Ps の寿命の理論値は、それぞれ 0.124ns と 142ns である。

3 実験方法

3.1 実験原理

線源 ^{22}Na の β^+ 崩壊 ($^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + e^+ + \nu_e$) によって放出された陽電子 e^+ はシリカパウダー (SiO_2) 中の電子 e^- とポジトロニウムを生成し、対消滅で γ 線に崩壊する。 e^+ と γ 線は検出精度に対して十分に速いため、プラスチックシンチレータによって e^+ が検出された時刻をポジトロニウムの生成時刻、NaI シンチレータによって γ 線が検出された時刻をポジトロニウムの崩壊時刻として差し支えない。

3.2 実験装置

以下の装置を用いた

- ・線源 ^{22}Na : β^+ 崩壊をして陽電子 e^+ を放出する。
- ・プラスチックシンチレータ (P.S.) : 放射線エネルギーを光子に変換する。陽電子 e^+ の検出に用いた。厚さ 1mm 未満。
- ・光電子増倍管 (PMT) : 微小な光信号を電気信号に変換し、增幅する。P.S. および NaI シンチレータと接着して用いた。
- ・シリカパウダー : 主成分 SiO_2 電子 e^- を供給する。
- ・NaI シンチレータ : γ 線の検出に用いた。本実験では 3 台使用し、名称をそれぞれ NaI2,NaI3,NaI4 とした。
- ・鉛ブロック : 外部放射線を遮蔽するために用いた。
- ・遮光用ビニールシート : 外部からの光を遮蔽するために用いた。
- ・電源装置 : P.S.,NaI2,NaI3,NaI4 にそれぞれ 1500V,1350V,1250V,1300V の電圧を印加した。

装置の模式図と実際の写真を以下に示す (図 1,2,3)。図中の赤い点線は β^+ 線の理想的な軌跡を示す。

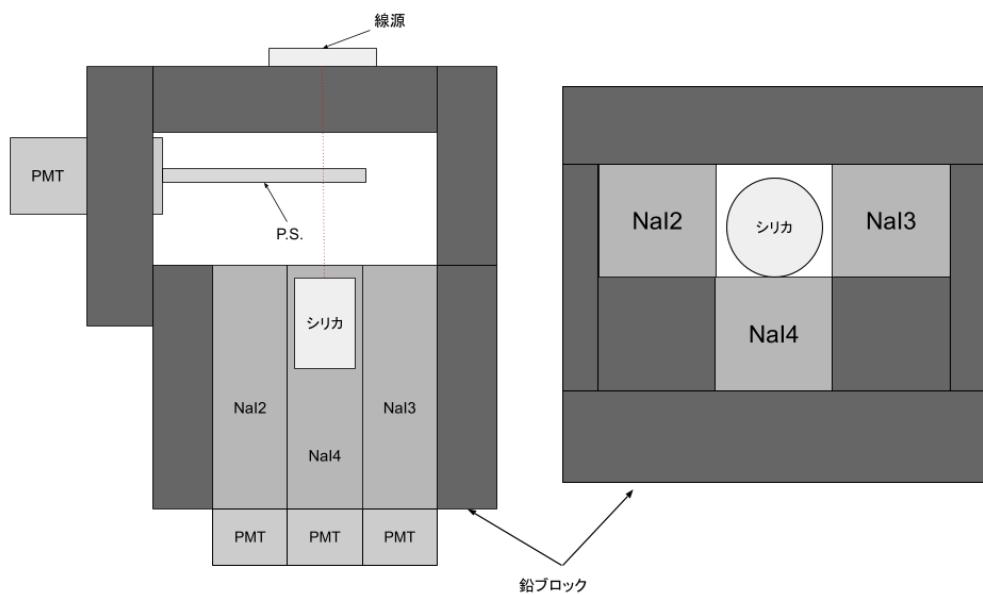


図 1 装置の模式図

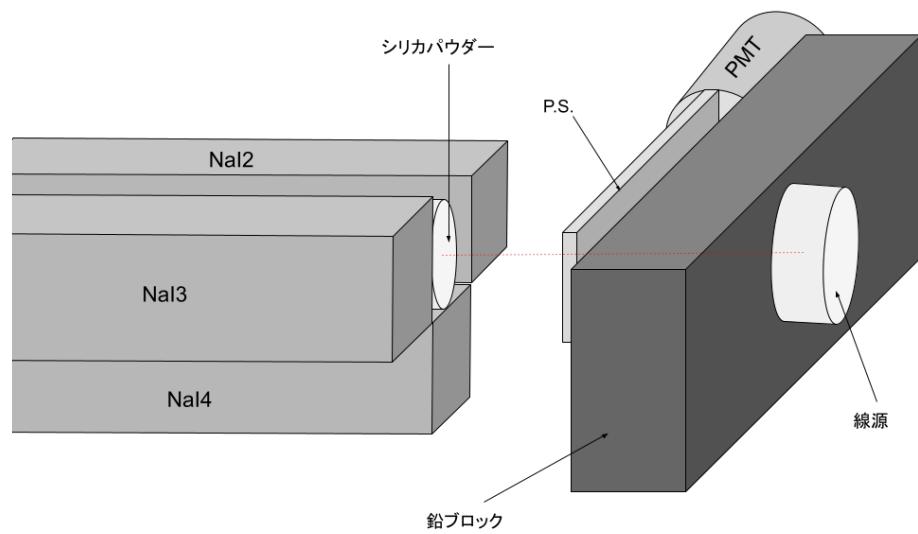


図 2 装置の模式図



図 3 実際の写真



図 4 使用した P.S.

線源と P.S. の間には β^+ 線をコリメートするために穴の開いた鉛ブロックを設置した。外部のノイズを遮断するため、装置全体を鉛ブロックで囲ったのち、遮光用ビニールシートで覆った。線源の β 崩壊に由来する e^- が NaI シンチレータによって検出されるのを防ぐため、鉛ブロックによって遮蔽した。

3.3 回路

シンチレータからの信号は以下の役割を持つモジュールによって処理した。

- amp : amplifier 入力信号を増幅させる。
- div : divider 入力信号と同形の信号を出力する。
- discri : discriminator 閾値 (threshold) を超える信号が入力されたときに NIM 信号 (矩形波) を出力する。
- delay: 入力信号を任意の時間遅らせて出力する。
- gate: gate generator 信号が入力された場合、任意の時間幅の NIM 信号を出力する。
- coin: coincidence 入力端子すべてから信号が入力されている場合のみ NIM 信号を出力する。
- or: 少なくとも一つの端子から入力がある場合に、NIM 信号を出力する。
- veto 信号の入力があった後の一定時間は次の信号が入力されないようにする。
- TDC : start 端子に信号が入力されてから stop 端子に信号が入力されるまでの時間を測定する。
- ADC : gate 端子に信号が入力されている間、アナログ信号の波形を積分する。 γ 線のエネルギー測定に用いた。

装置の制御とデータ解析には Linux を用いた。

実験では多量のポジトロニウムが生成すると予想されるため、各種シンチレータで検出された信号とポジトロニウム崩壊のイベントをそのまま対応させることは極めて困難である。そこで

本実験では以下の方法を採用した。

1. P.S. の信号から gate を生成する。
2. gate と NaI シンチレータの coincidence をとり、TDC 開始の trigger とする。
3. 任意の時間 delay させた 1. の P.S. の信号をもって TDC を停止させる。

これにより P.S. シンチレータと NaI シンチレータの対応を判別でき、ポジトロニウムの寿命（信号の検出時間差）が

$$(\text{寿命}) = (\text{delay}) - (\text{TDC値})$$

から算出できる。（図 4）

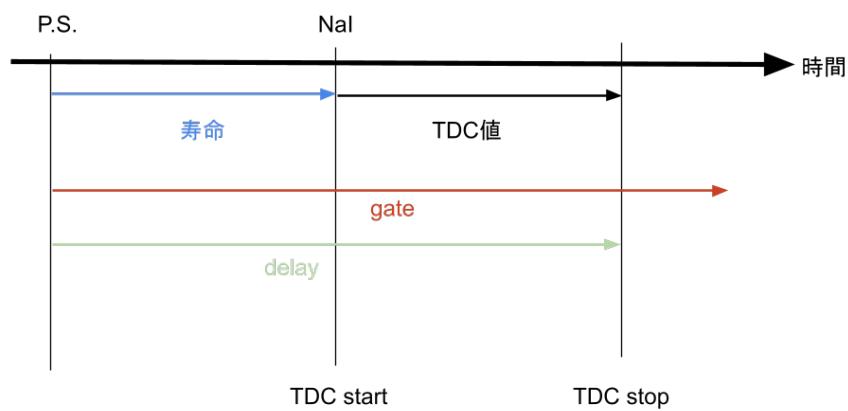


図 5 関係図

回路図は以下のようになる。（図 5）

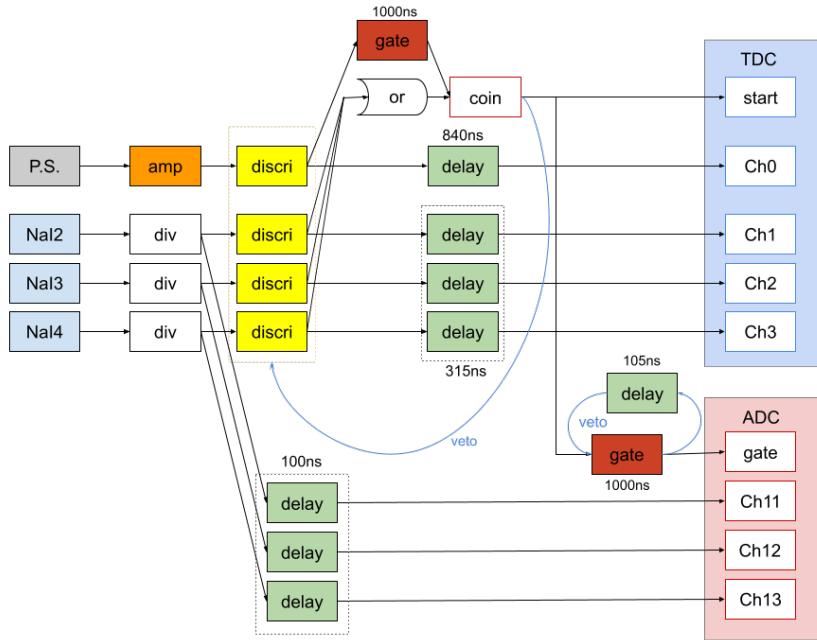


図 6 回路図

以上の環境で実験（実験 A とする）を行ったところ、P.S. によって β^+ 線が遮られている可能性が判明したため、実験 B として、より薄い P.S. を用いた実験も行った。

4 結果・解析

4.1 生データ

以下に TDC と ADC の生データを示す。

4.1.1 実験 A

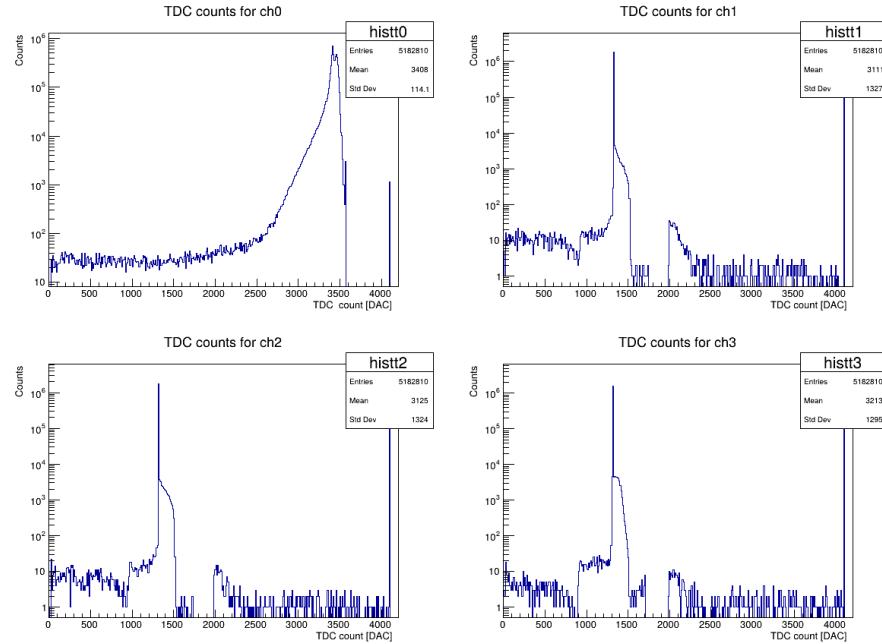


図 7 TDC の生データ

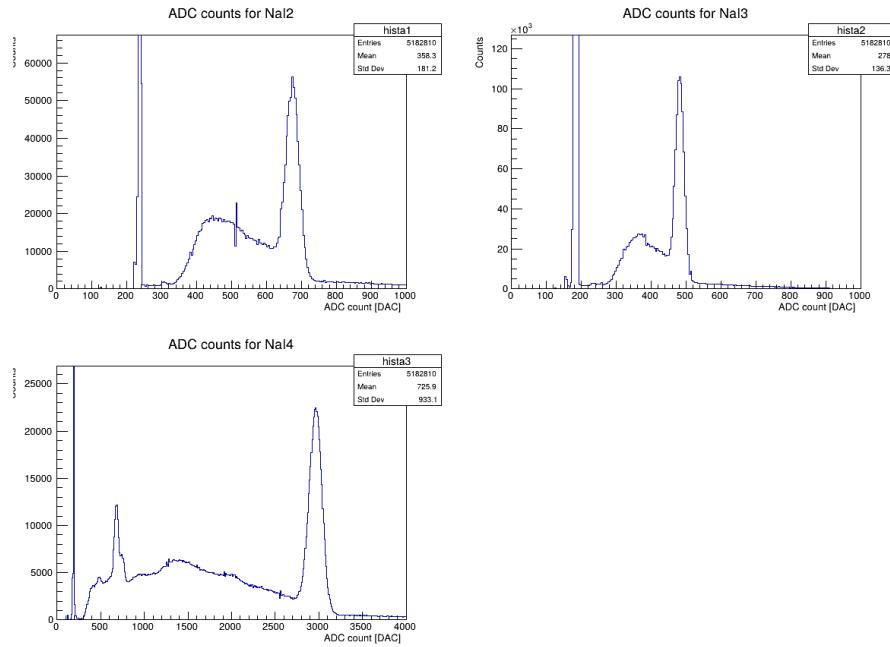


図 8 ADC の生データ

4.1.2 実験 B

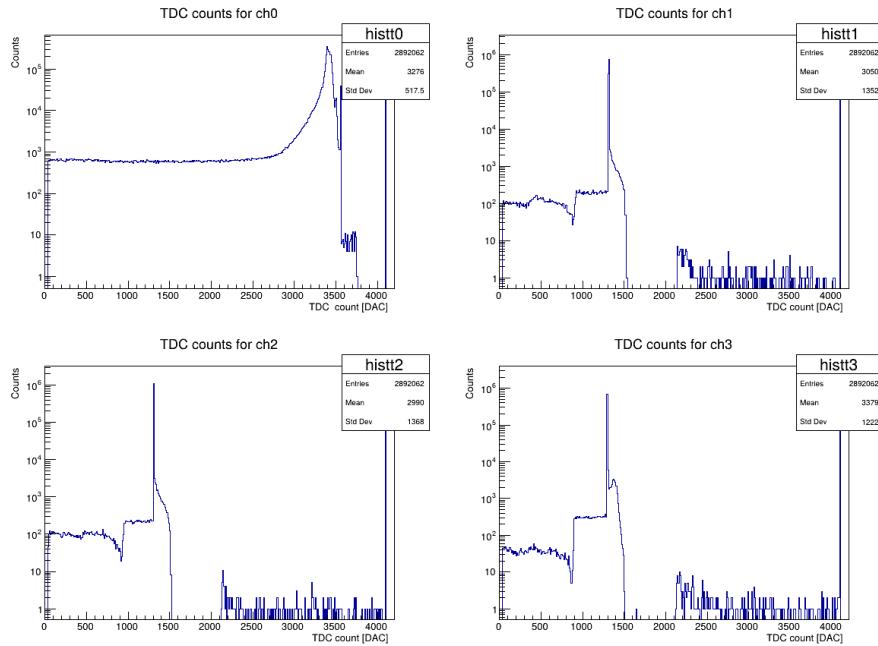


図 9 TDC の生データ

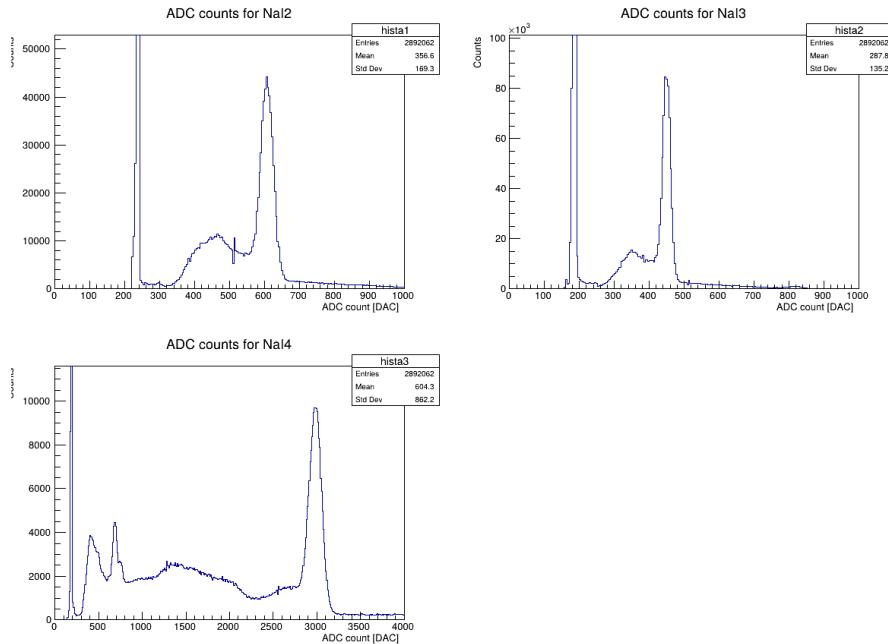


図 10 ADC の生データ

4.2 TDC 較正

delay モジュールを用いて TDC count を記録し、一次関数で fitting することで、以下に示す TDCcount を時間に変換する式を求めた。fitting の誤差は考えない。その際、3.3 で述べたように TDC 値の反転と delay の差し引きを行い、本来測定すべき時間に変換した。

表 1 各 delay での TDCcount

delay[ns]	TDC0	TDC1	TDC2	TDC3
5	71	72	77	74
21	138	138	144	140
37	205	204	210	205
67	324	324	327	323

$$T0 = 840 - \frac{TDC0 - 51.9}{4.08} \quad (15)$$

$$T1 = \frac{TDC1 - 52.4}{4.06} - 315 \quad (16)$$

$$T2 = \frac{TDC2 - 58.6}{4.03} - 315 \quad (17)$$

$$T3 = \frac{TDC3 - 52.4}{4.01} - 315 \quad (18)$$

4.3 ADC 較正

ADC ヒストグラムで, 511keV に対応するピーカーをガウシアンで fitting し、その中心をそれらのエネルギーに対応する ADC count とした。ADC count の誤差は考えない。生データの鋭く見切れているピーカーは 0keV に対応する ADC count(ペデスタル)である。それぞれのペデスタルは表 2、表 4 の通りである。0keV(ペデスタル)、511keV での ADC count を用いて、以下の ADC count と Energy の関係式を一次関数で fitting して求めた。fitting の誤差は考えない。

$$Energy = p_0 + p_1 \times (ADCcount) \quad (19)$$

それぞれのパラメータは表 3、表 5 の通りである。

4.3.1 実験 A

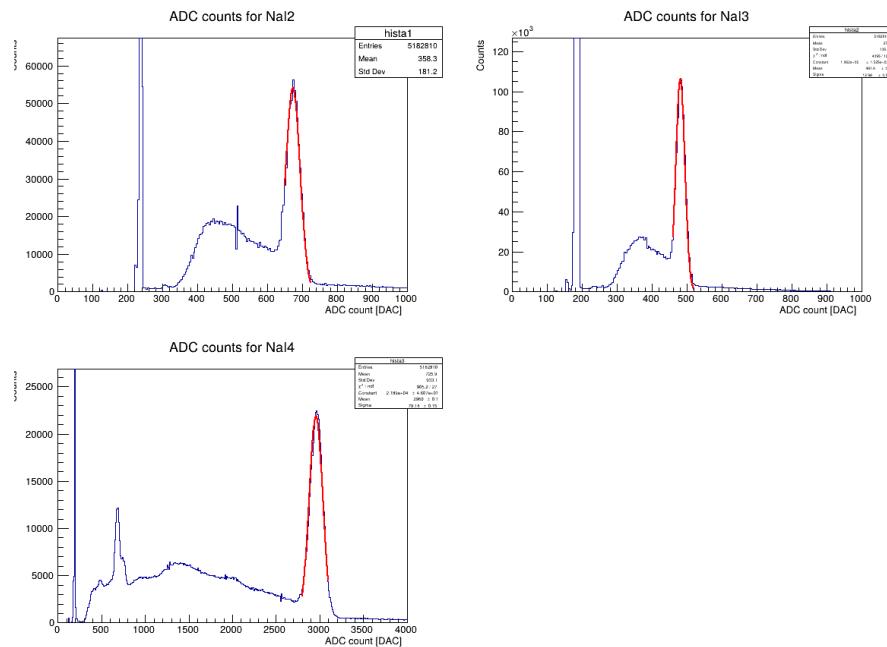


図 11 gausian fitting

表2 ペデスタル

NaI	ペデスタル (ADC count)
NaI2	238.0
NaI3	186.0
NaI4	195.0

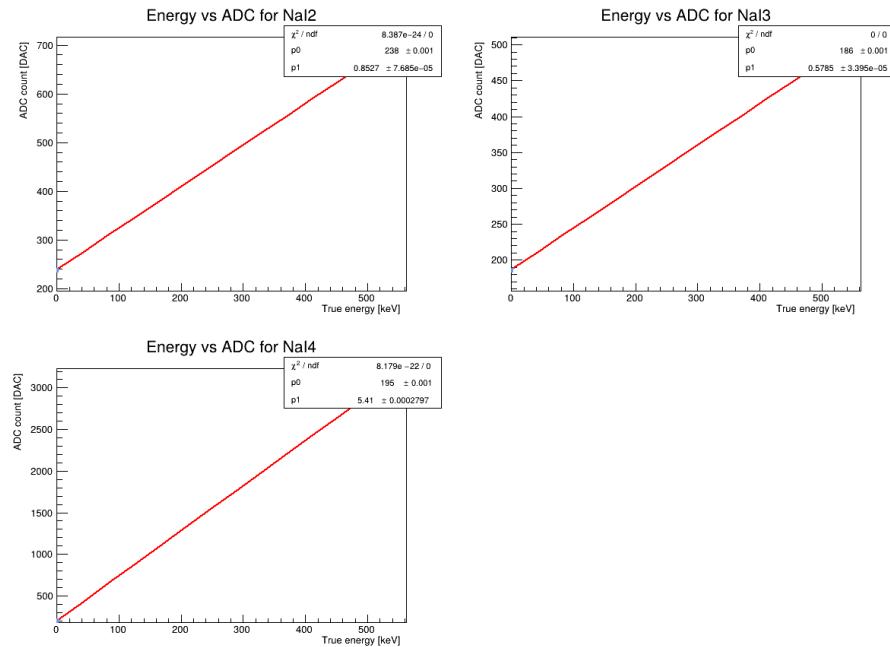


図12 ADC 較正

表3 ADC 較正のパラメータ

NaI	p_0	p_1
NaI2	238 ± 0.001	0.8527 ± 0.0
NaI3	186 ± 0.001	0.5785 ± 0.0
NaI4	195 ± 0.001	5.41 ± 0.0

4.3.2 実験 B

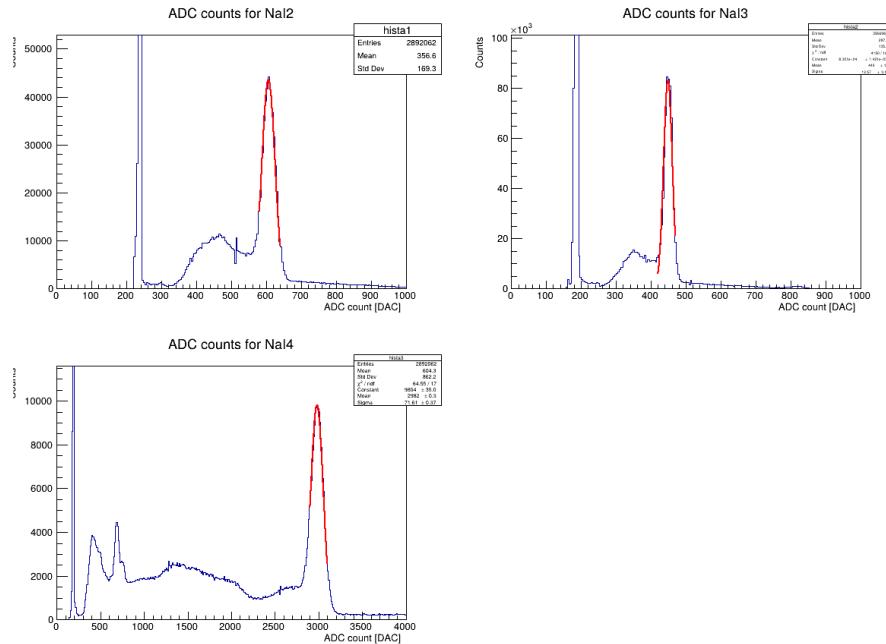


図 13 gaussian fitting

表4 ペデスタル

NaI	ペデスタル (ADC count)
NaI2	238.0
NaI3	190.0
NaI4	195.0

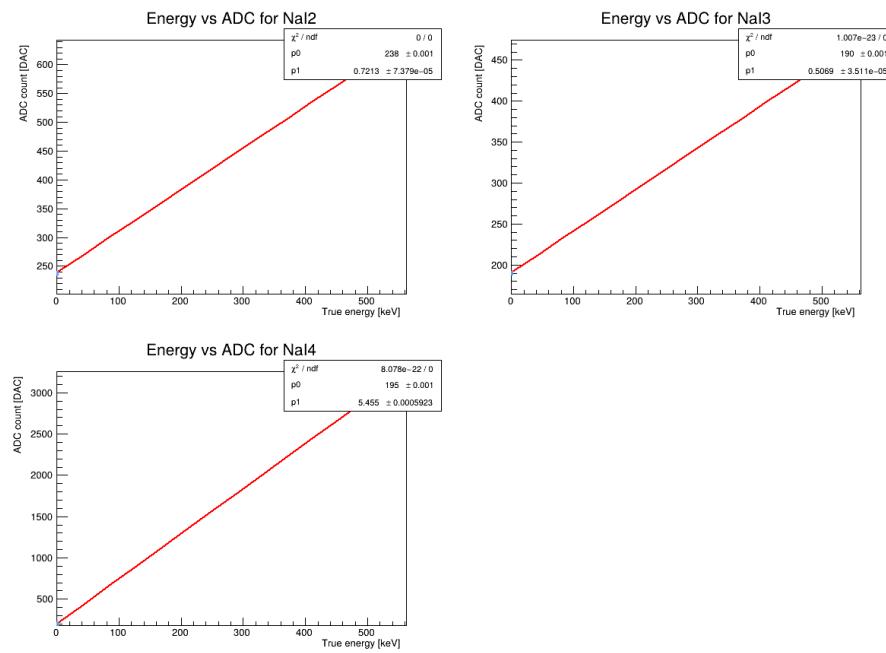


図 14 ADC 較正

表 5 ADC 較正のパラメータ

NaI	p_0	p_1
NaI2	238 ± 0.001	0.7213 ± 0.0
NaI3	190 ± 0.001	0.5069 ± 0.0
NaI4	195 ± 0.001	5.455 ± 0.0

4.4 TQ 補正

4.4.1 TQ 補正とは

しかし、このまま寿命を求めるには誤差が大きく出てしまう。その原因の一つに TDC の discriminator の性質に起因するものがある。図 15 を見てわかるように、異なるエネルギー（波高）の大きさをもつ信号において、検出されるためのしきい値（threshold）を超えるタイミングは異なり、それぞれの時間間隔にズレが生じる。これによる TDC の測定結果のズレを補正するのが TQ 補正である。

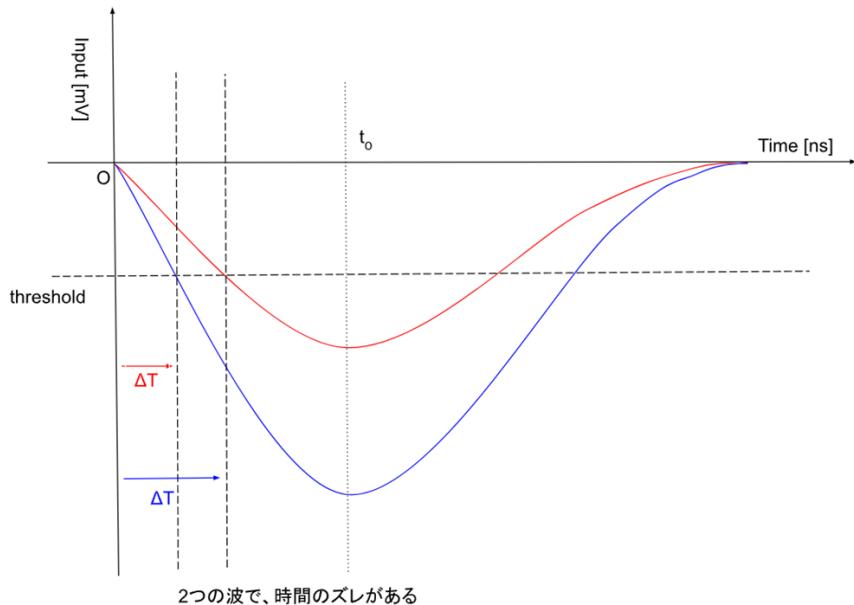


図 15 Discriminator のしきい値を超えるタイミング

4.4.2 時間間隔のズレを表す式の図形的考察

この時間間隔のズレを具体的に数式で求めてみる。大胆に、図 16 のように波形を三角形に近似したものとして考える。ここで、図中のエネルギーがピークに達する時刻 t_0 と、波形の終端はどの信号に関しても一定値となると仮定し、感応する電圧のしきい値を V_0 、ピークの電圧を V_{max} と置く。相似比より計測した時間間隔 ΔT とその他の変数の関係は次のようになる。

$$\Delta T : t_0 = V_0 : V_{max} \quad (20)$$

ここで、エネルギー E は三角形の面積であるために V_{max} に比例するので、

$$\Delta T \propto \frac{1}{E} \quad (21)$$

この近似はかなり粗いと考えられるため、実際には fitting 関数として

$$\Delta T = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3 \quad (22)$$

を採用する。よってパラメーター p_0, p_1, p_2, p_3 を求めれば良いことになる。

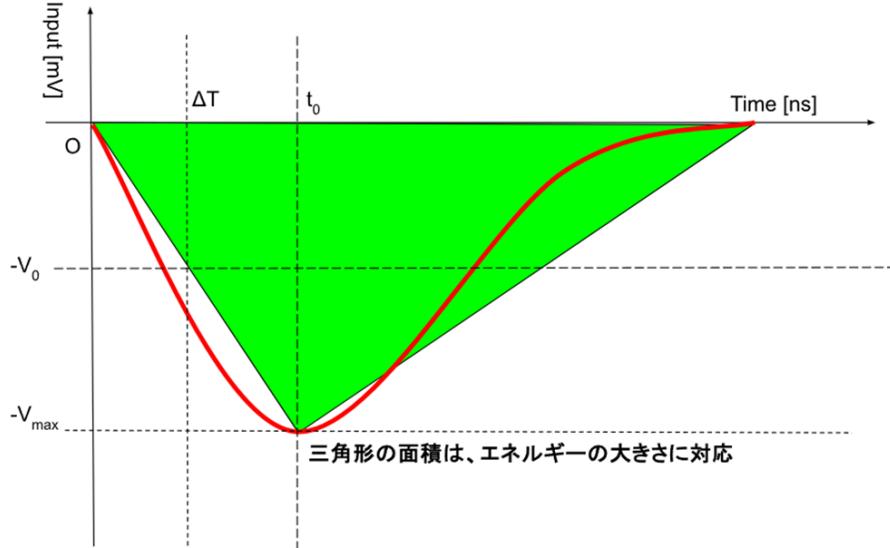


図 16 波形の三角形近似

4.4.3 TQ 補正の手順と Time vs energy 分布

TQ 補正は、

1. y (時間) 方向にスライスし、エネルギー分布の peak をガウス分布で fitting して取り出し、平均エネルギーを求める（取り出した点は図 18 の黒点で表されている）
2. プロットした点を式 22 の関数で fitting する（図 18 の赤の曲線）
3. それぞれのイベントに対し、元々測定した時間 T_0 を $T_0 - \Delta T$ と変換し、時間間隔を修正する

という手順で行う。

図 17 や図 20 を見てわかるように、TQ 補正前の二次元ヒストグラムでは低エネルギー領域では信号を検出する時間が遅れてしまっている。上の手順に従って修正すると、図 19 を見てわかるようにヒストグラムの稜線が $y = 0$ 周辺に一直線上に並び、TQ 補正の成果が出ていることがわかる。

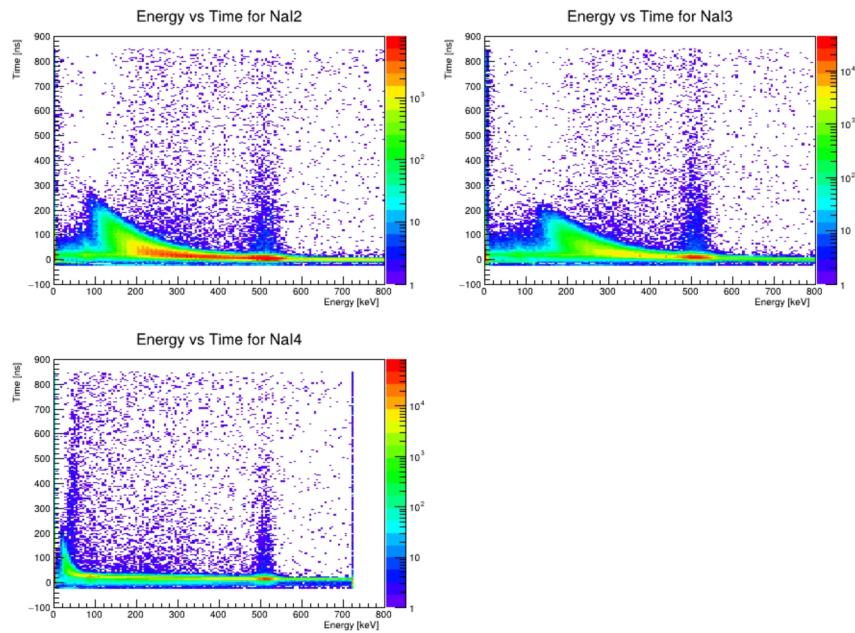


図 17 TQ 補正前の Energy vs Time 分布（実験 A）

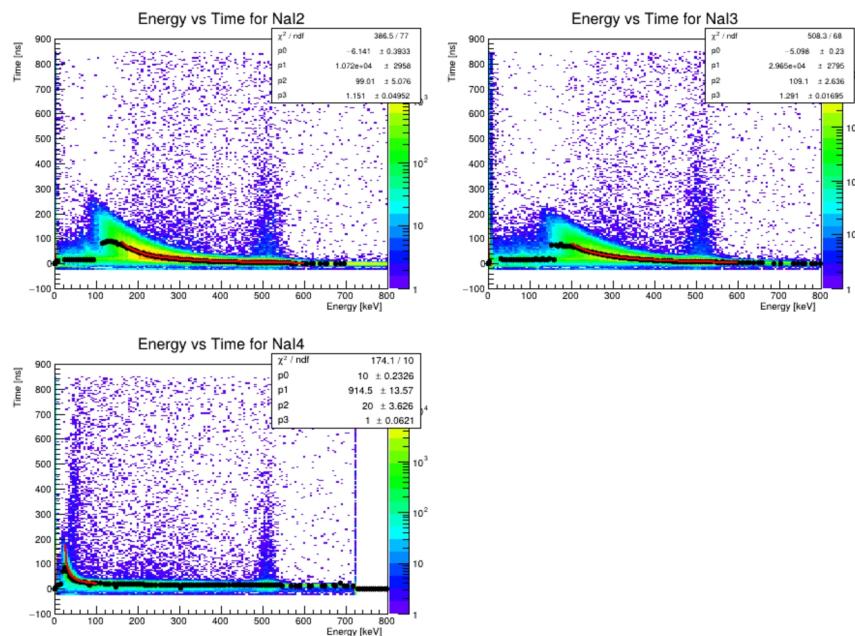


図 18 エネルギー分布の Fitting 曲線（実験 A）

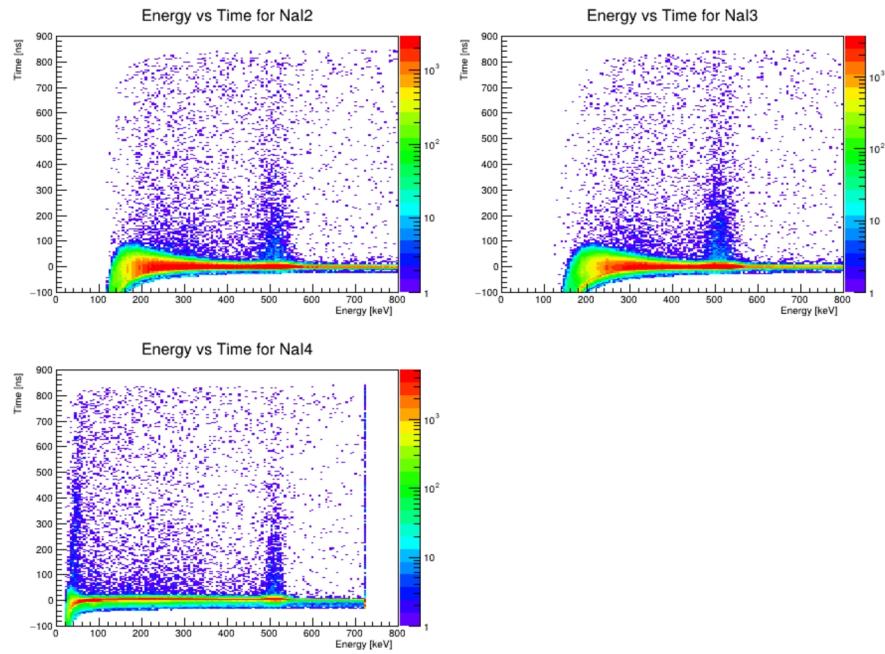


図 19 TQ 補正後の Energy vs Time 分布（実験 A）

実験 B においても同様の手順を辿り、TQ 補正を行った（図 21 を参照）。

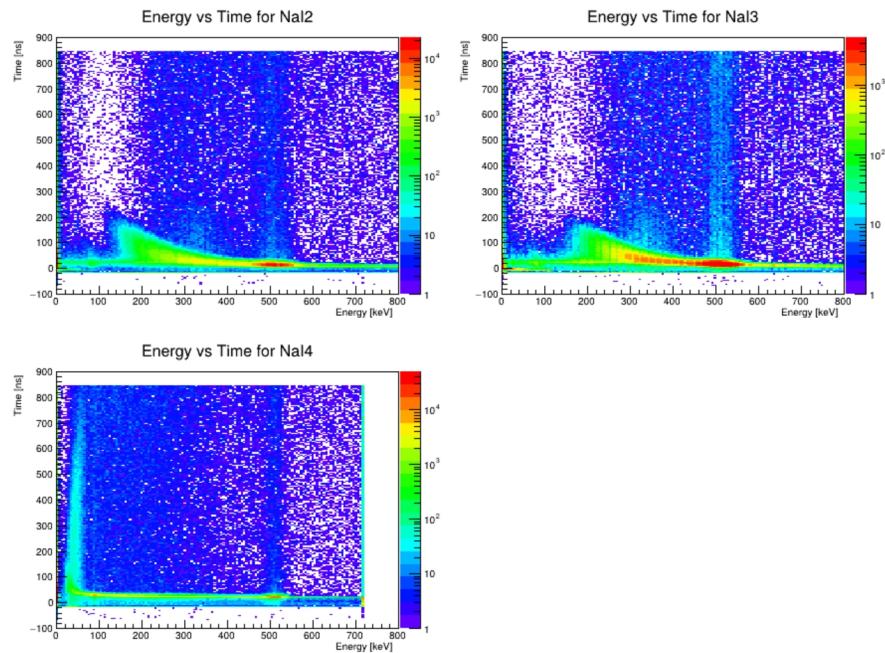


図 20 TQ 補正前の Energy vs Time 曲線（実験 B）

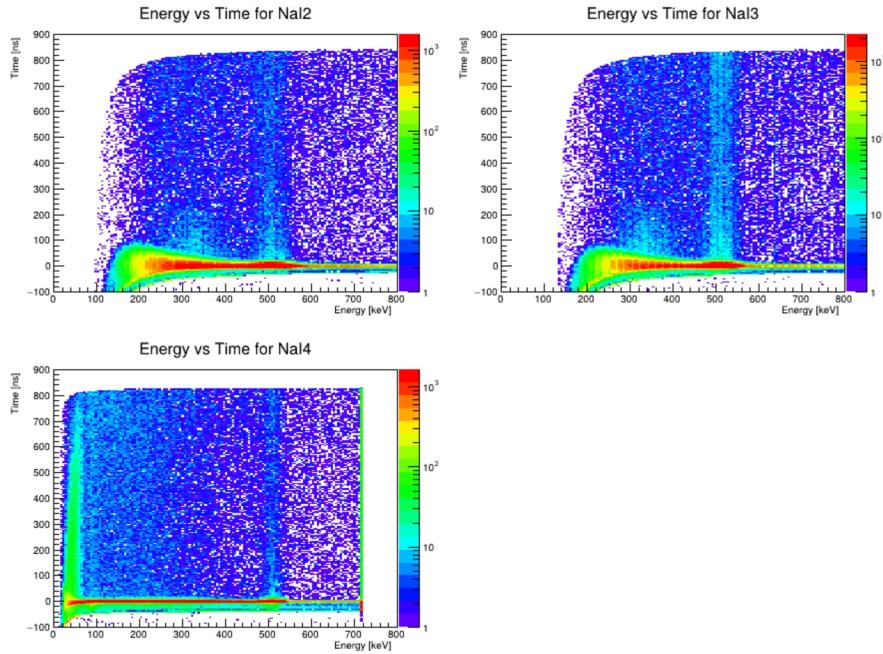


図 21 TQ 補正後の Energy vs Time 分布（実験 B）

表 6 TQ 補正における、Fitting 関数形のパラメータ（実験 A）

NaI	p0	p1	p2	p3
NaI2	-6.141 ± 0.3933	10720 ± 2958	99.01 ± 5.076	1.151 ± 0.04952
NaI3	-5.098 ± 0.23	29650 ± 2795	109.1 ± 2.636	1.291 ± 0.01695
NaI4	10 ± 0.2326	914.5 ± 13.57	20 ± 3.626	1 ± 0.0621

表 7 TQ 補正における、Fitting 関数形のパラメータ（実験 B）

NaI	p0	p1	p2	p3
NaI2	-1.98 ± 0	20800 ± 0	84.18 ± 0	1.196 ± 0
NaI3	-5.098 ± 0.23	29650 ± 2795	109.1 ± 2.636	1.291 ± 0.01695
NaI4	17.9 ± 0.1464	615.7 ± 13.02	15 ± 0.3595	0.9 ± 0.005883

4.4.4 TQ 補正後の o-Ps の寿命

o-Ps が存在すると考えられるエネルギー領域は 150-450keV であるが、更に上のヒストグラムを観察して o-Ps が存在しているようなエネルギーのみをカットし、それに対応するイベントを収集した（実験 A の NaI2 は 250-420keV、NaI3 は 300-450keV、NaI4 は 160-450keV、実験 B では 300-380keV）。こうしてできた時間に対するイベント数の分布について、実験 A の NaI2,NaI3 は 120-700ns、NaI4 は 50-700ns、実験 B の NaI2,NaI3 は 70-500ns、NaI4 は 20-500ns の範囲で次式のような指数関数で fittingを行った。

$$y = p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 \quad (23)$$

ここでの p_1 が o-Ps の寿命となる。この時点できまつた測定値を表 8 と表 9 にまとめた。

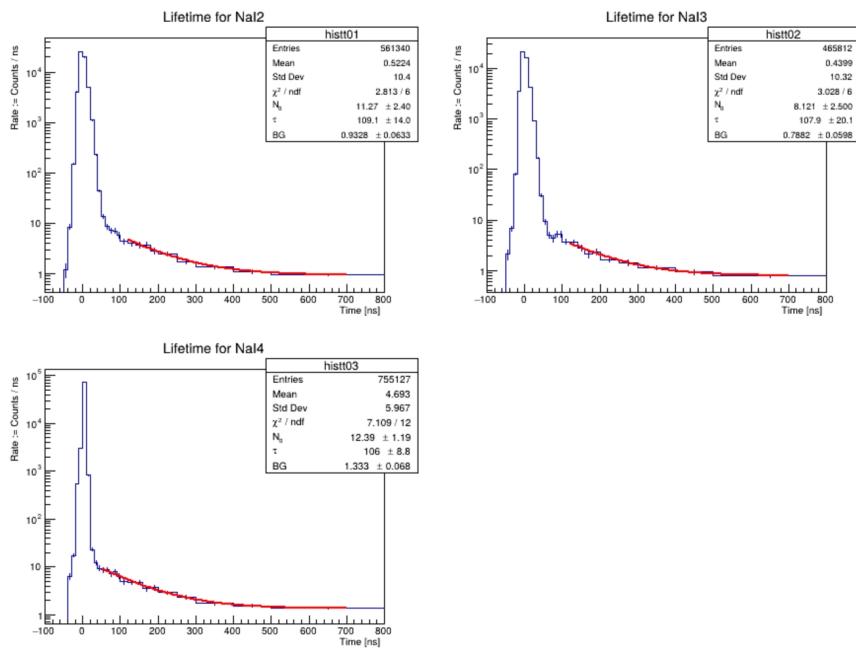


図 22 TQ 補正後の寿命を表す曲線（実験 A）

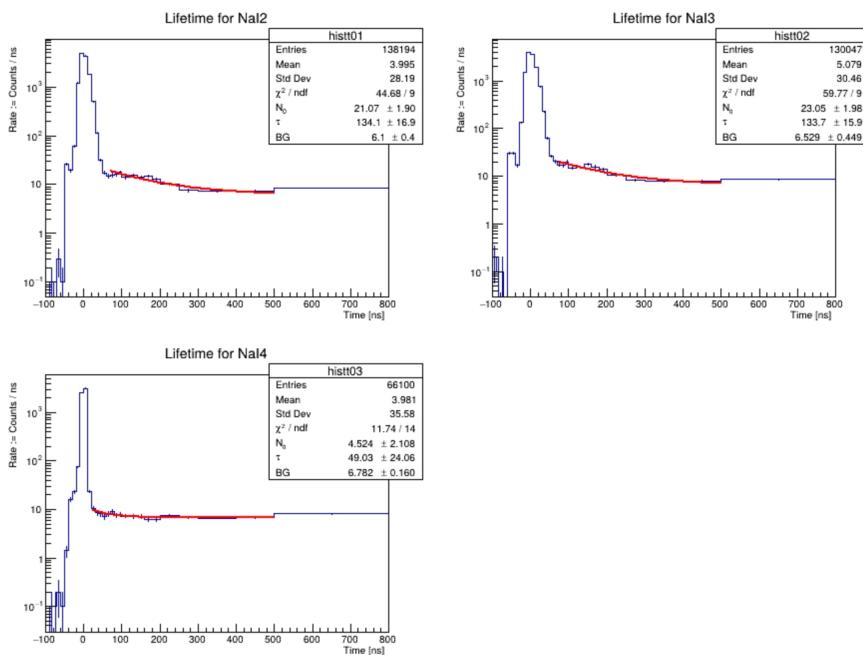


図 23 TQ 補正後の寿命を表す曲線（実験 B）

表 8 TQ 補正後の寿命（実験 A）

NaI	寿命 [ns]
NaI2	109.1 ± 14.0
NaI3	107.9 ± 20.1
NaI4	106 ± 8.8

表 9 TQ 補正後の寿命 (B)

NaI	寿命 [ns]
NaI2	78.37 ±12.07
NaI3	107.2 ±12.7
NaI4	76.19 ±19.00

4.5 pick-off 補正

4.5.1 pick-off 反応

o-Ps は本来 3γ に崩壊するが、以下のような反応によって電子と陽電子の対消滅が起き、 2γ を放出することがある。

- Pick-off 反応 o-Ps の持つ陽電子が他の原子の持つ電子と衝突し対消滅を起こす
- 化学反応 o-Ps が酸化されて電子が奪われ残った陽電子が対消滅する
- スピン交換反応 物質を構成する不対電子を持つ分子の電子と o-Ps の電子がスピンを交換して p-Ps になり、 p-Ps は 2γ に崩壊する

この 3 つをまとめて(広義の)pick-off 反応と呼ぶことにする。

4.5.2 イベントの分類

1. o-Ps による γ 線
2. pick-off 反応による γ 線のコンプトン散乱
3. pick-off 反応による γ 線
4. p-Ps による γ 線のコンプトン散乱
5. p-Ps による γ 線

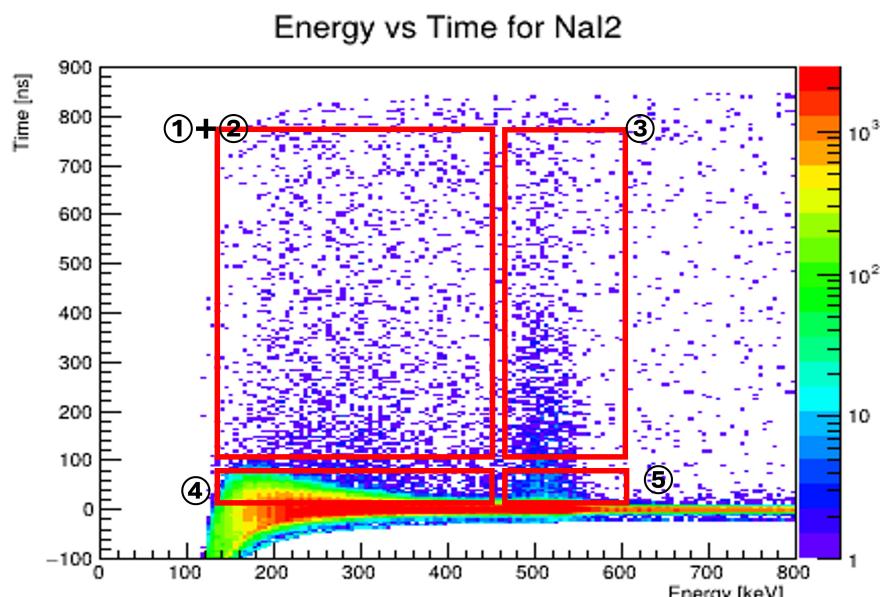


図 24 イベントの分類

α -Ps の崩壊のイベントは①であるが、TQ 補正後の fitting では①+②のデータを用いているため、それによって求めた寿命（表 8）は正確でない。正確な寿命を求めるために③、④、⑤を用いて②の関数を求め、①+②から差し引いて①の関数を求めなければならない。

4.5.3 pick-off 補正の方法

②の時間の関数を $S(t)$ とし、これを求めるために以下の仮定を置く。

1. ③の時間 t の関数 $y(t)$ (Pick-off 関数と呼ぶ) は, $y(t) = p_0 \exp(-t/p_1) + p_2$ と表せる。
2. ④のイベント数は p -Ps の崩壊による γ 線のコンプトン散乱を検出したイベントのみの数 $S(0)$ である
3. ⑤のイベント数 $y(0)$ は p -Ps の崩壊に寄る γ 線の光電吸收を検出したイベントのみの数である
4. 511keV の γ 線が光電吸收されて検出されるイベント数とコンプトン散乱して検出されるイベント数の比は時間によらず一定である

これらより、

$$S(t) = \frac{S(0)}{y(0)} y(t) \quad (24)$$

として $S(t)$ が求まり、寿命 fitting 関数を

$$p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) + p_2 + S(t) \quad (25)$$

とすることで第 1 項は①のみの fitting 関数になる。 $(S(t))$ は②を、 p_2 は background を表す)

4.5.4 pick-off 関数 $y(t)$ について

4.4.4 と同様に③の反応が起こっているであろうエネルギー領域のイベント（実験 A の NaI4 は 480-540keV、それ以外では 470-550keV）をヒストグラムから取り出し、 $y(t) = p_0 \exp(-t/p_1) + p_2$ で fitting することでそのパラメーターを求めた。なお、fitting の範囲は実験 A では 50-600ns、実験 B では NaI2 が 40-400ns、NaI3 が 40-500ns、NaI4 は 30-600ns とした。

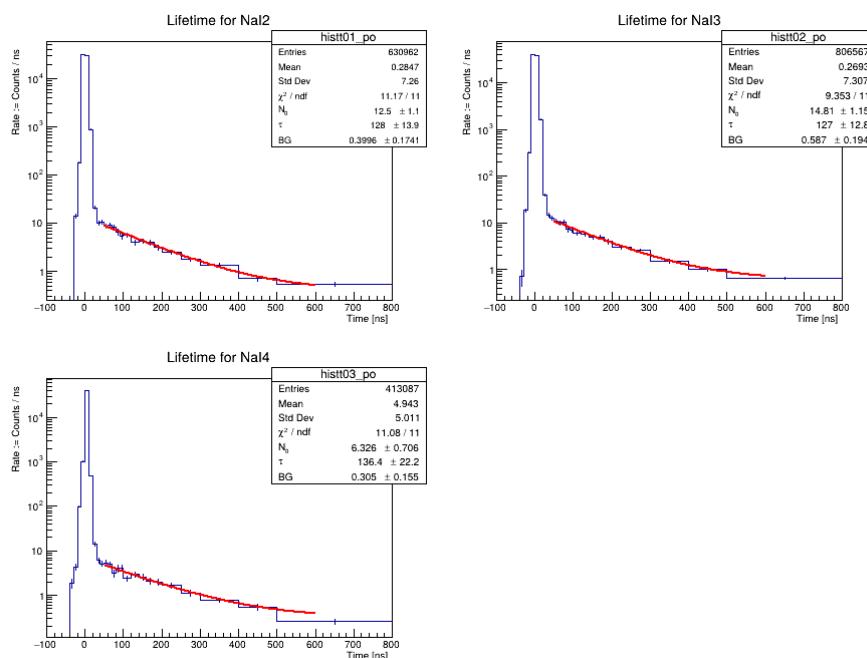


図 25 pick-off 関数の fitting (実験 A)

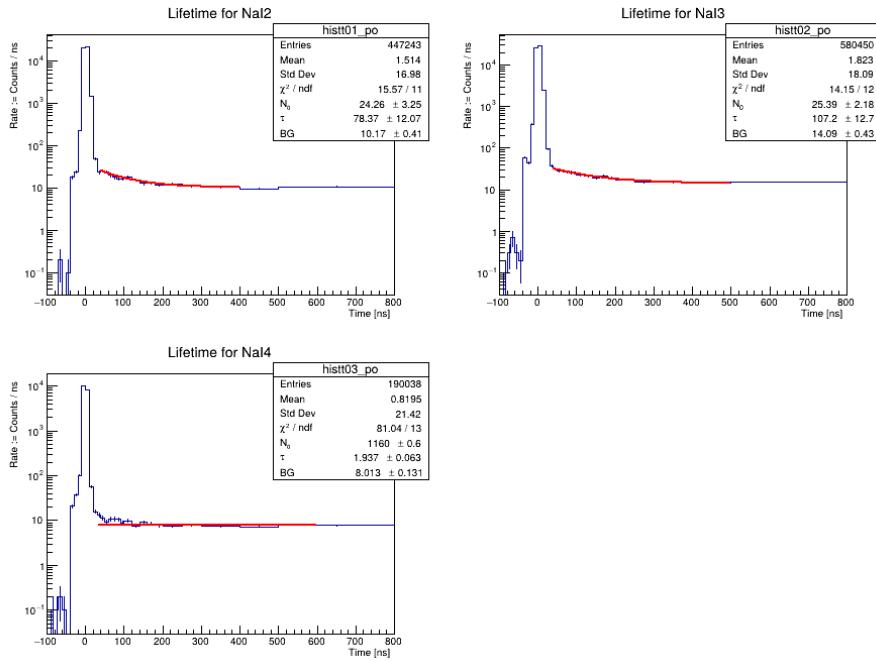


図 26 pick-off 関数の fitting (実験 B)

4.5.5 $S(0)/y(0)$ について

④、⑤の $t \sim 0$ で起こるイベントは実験 A,B 双方とも $-40\text{ns} \leq t \leq 40\text{ns}$ で集める。
実験 A では、 $S(0)$ は 150-470keV、 $y(0)$ は 470-570keV のイベントを計測した。(表 10)
実験 B では、 $S(0)$ は 300-380keV、 $y(0)$ は 470-550keV のイベントを計測した。(表 11)
計測値とそれらの比率をまとめた表は以下のようになる。

表 10 ④と⑤の比率 (実験 A)

NaI	$S(0)$	$S(y)$	$S(0)/y(0)$
NaI2	940896	661167	1.42308
NaI3	772637	832888	0.927660
NaI4	778568	441501	1.76345

表 11 ④と⑤の比率 (実験 B)

NaI	$S(0)$	$S(y)$	$S(0)/y(0)$
NaI2	129435	436932	0.296236
NaI3	120128	565235	0.212527
NaI4	59319	182983	0.324177

4.5.6 pick-off 補正後の o-Ps の寿命

4.5.4 と 4.5.5 の結果から $S(t)$ がわかるので、式 25 を用いて pick-off 反応を抜いた o-Ps の寿命を計算する。最終的に我々が得た測定値は表 12 と表 13 のようになった。

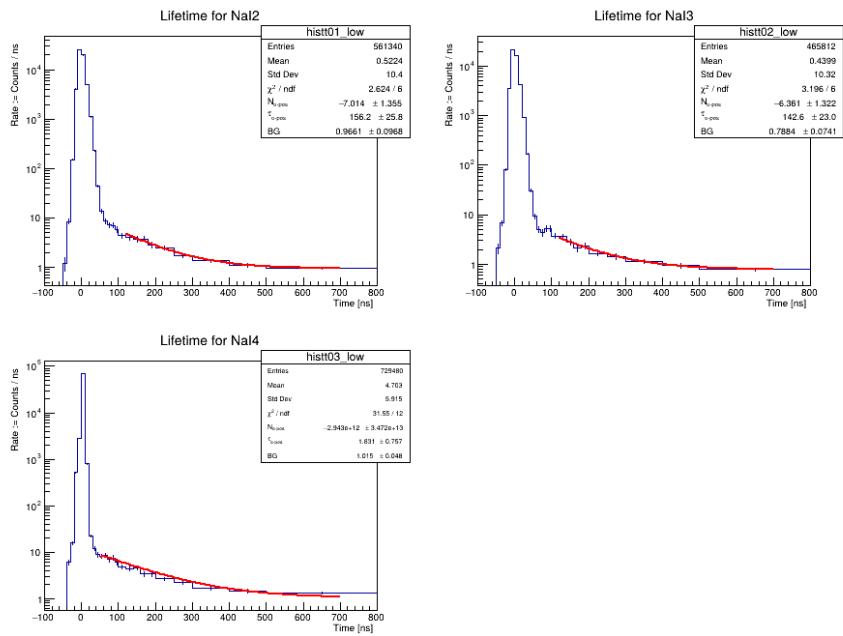


図 27 pick-off 補正後の寿命 fitting (実験 A)

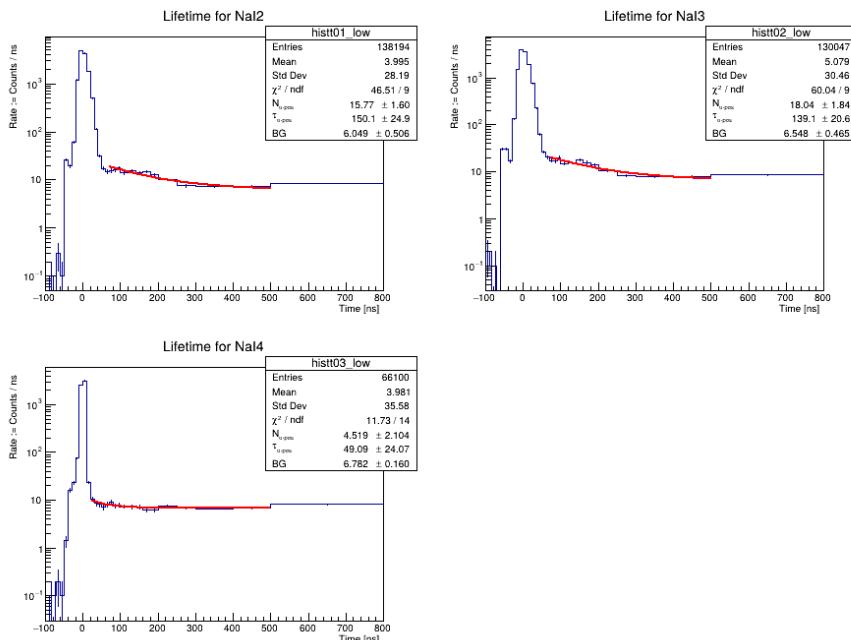


図 28 pick-off 補正後の寿命 fitting (実験 B)

表 12 pick-off 補正後の寿命 (実験 A)

NaI	寿命 [ns]
NaI2	156.2 ± 25.8
NaI3	142.6 ± 23.0
NaI4	1.831 ± 0.757

表 13 pick-off 補正後の寿命 (実験 B)

NaI	寿命 [ns]
NaI2	150.1 ± 24.9
NaI3	139.1 ± 20.6
NaI4	49.09 ± 24.07

4.5.7 ①と②のイベントにおける fitting 分類

式 25 の fitting 関数において、o-Ps の崩壊に対応する成分 ($p_0 \exp(-t/p_1)$)、Pick-off 反応に対応する成分 ($S(t)$)、Background の成分 (p_2) を色分けし、図 27 と図 28 に反映させて①+②のイベントを分類した。なお、 x が小さい領域では o-Ps の崩壊や pick-off 反応は無いと考えられるので、そこは対消滅や p-Ps についてのイベントと考え、Prompt としてまとめる。

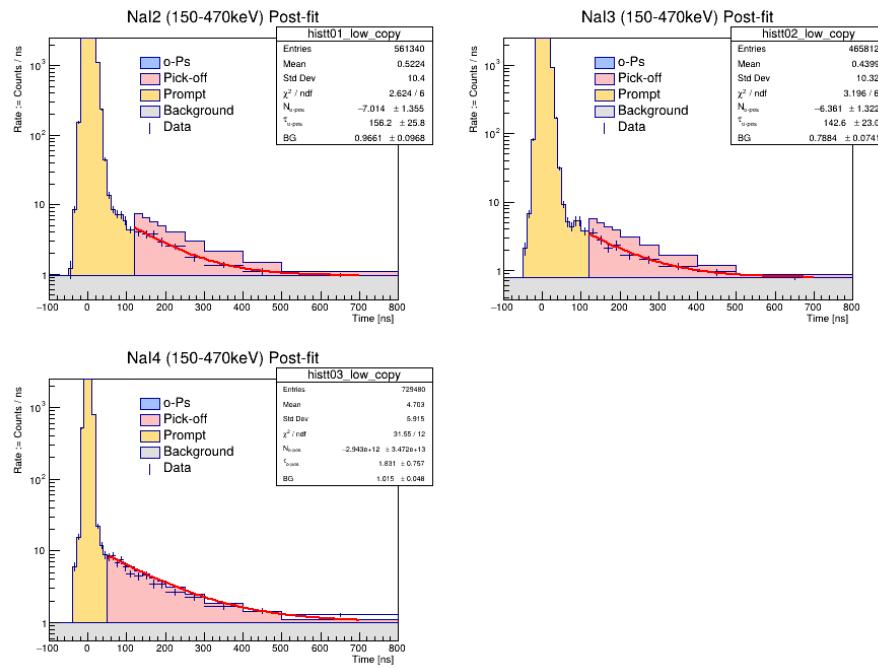


図 29 fitting 分類 (実験 A)

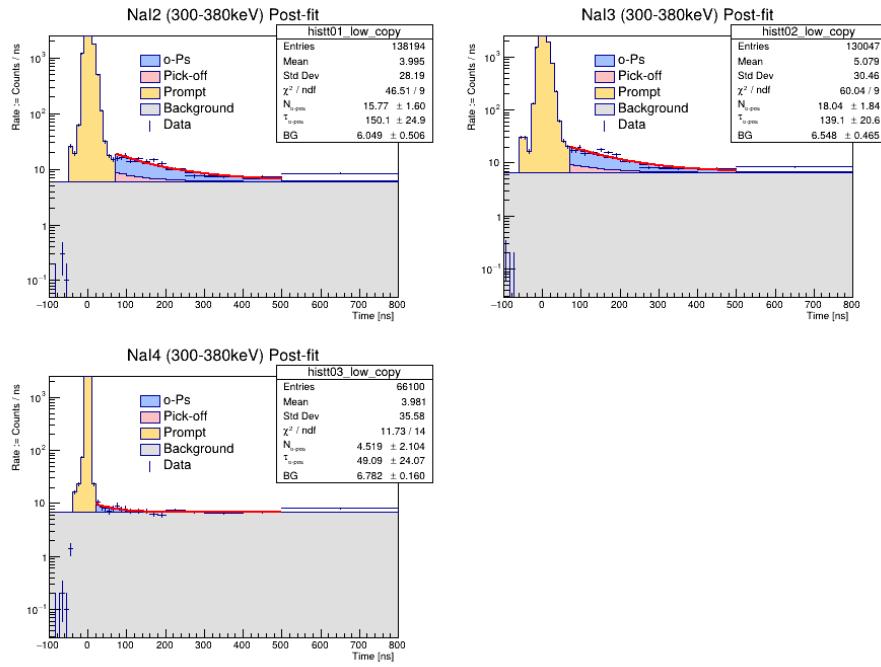


図 30 fitting 分類（実験 B）

5 考察

5.1 実験 A で Pick-off 補正がうまくいかなかった理由

図 29 を見ると Pick-off 補正をすることで推測される観測数が実際の観測数を上回っている、本来オルソポジトロニウムの崩壊がほとんど観測されていないことになってしまっているという問題が伺える。

これはそもそも実験 A においてオルソポジトロニウムが観測できていなかったためだと考えられる。図 19 と図 21 を比べると、実験 B では 300-380keV の領域にオルソポジトロニウムを観測したと思われるデータの塊が見られるが実験 A ではそれがない。

オルソポジトロニウムが観測できなかった要因としては、プラスチックシンチレータが厚さ 5mm のものを使っていたため線源からの β 線がほとんど透過できなかったことが考えられる。

5.2 実験 B について誤差伝播による考察

解析では、寿命の fitting 誤差のみを考慮していたが、より厳密には、ADC 較正・TQ 補正・pick-off 補正による誤差も考えなければいけない。誤差伝播の法則を用いて、実験 B の NaI2、NaI3 のデータで厳密に誤差を求めてみる。なお、今回は TDC 較正による誤差は考えないものとする。

5.2.1 誤差伝播の法則

ADC 較正による誤差・TQ 補正による誤差・pick-off 補正による誤差・寿命 fitting による誤差を、それぞれ σ_{ADC} , σ_{TQ} , $\sigma_{pick-off}$, $\sigma_{fitting}$ とする。全体の誤差はこれらを用いて次のようにかける。

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{ADC}^2 + \sigma_{TQ}^2 + \sigma_{pick-off}^2 + \sigma_{fitting}^2} \quad (26)$$

また、フィッティング関数を α としてその誤差 σ_α は、パラメータ p_i と、その誤差 σ_{p_i} を用いて、

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p_i} \sigma_{p_i} \right)^2} \quad (27)$$

とかける。これを用いてフィッティング関数の誤差によるパラメータ p_i の誤差 $\sigma_{\alpha p_i}$ を定める。 α を $\alpha_{\pm} = \alpha \pm \sigma_\alpha$ でフィッティングしたときの p_i の値をそれぞれ $p_{i\pm}$ として $\sigma_{\alpha p_i} = \max(|p_{i\pm} - p_i|)$ とする。

5.2.2 ADC 較正による誤差

先述の通り、ADC 較正による誤差は考えない。そのように判断した理由を以下に示す。図 12・14 に表示されている p_0 と p_1 の値とその誤差を改めて下の表にまとめる。

表 14 ADC 較正による誤差

	p_0	p_1
NaI2	238 ± 10^{-3}	$0.7213 \pm 7.379 \times 10^{-5}$
NaI3	190 ± 10^{-3}	$0.5069 \pm 3.511 \times 10^{-5}$
NaI4	195 ± 10^{-3}	$5.415.455 \pm 5.923 \times 10^{-4}$

表??から分かる通り、 p_0 と p_1 の誤差は、 10^{-4} 程度となっている。これは、のちに述べる pick-off による誤差や寿命 fitting による誤差と比べて極めて小さい値となっている。よって、ADC 較正による誤差を考慮しても、後に考える誤差の範囲内にとどまるため、考える必要がないと判断した。

5.2.3 TQ 補正による誤差

TQ 補正で fitting した関数は、式 22 であった。この補正により、計測した時間間隔と実際の時間間隔のずれ $\Delta T(E)$ にも誤差 $\sigma_{\Delta T}(E)$ が生じる。しかし、これによる誤差は無視できる。以下にその理由を示す。表 15 から表 17 は、図 18 の黒点のエネルギー値と、その点に対応する $\Delta T(E)$ とその誤差 $\sigma_{\Delta T}$ を示したものである。ただし、明らかな除外点は表からあらかじめ抜いてある。

表 15 TQ 補正時の各エネルギー帯におけるピークの値と誤差 NaI2

E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)	E(Kev)	ΔT (ns)	$\sigma_{\Delta T}$ (ns)
2.667	16.01	0.1038	338.7	25.82	0.1067	557.3	11.39	0.0232
8.000	4.824	1.150	344.0	24.88	0.1066	562.7	11.18	0.0173
77.33	21.38	0.4407	349.3	24.07	0.0992	568.0	10.88	0.0204
82.67	20.28	0.4334	354.7	23.59	0.0866	573.3	10.69	0.0202
88.00	20.83	0.3685	360.0	23.03	0.0848	578.7	10.43	0.0263
93.33	20.56	0.3504	365.3	22.08	0.1010	584.0	10.00	0.0308
98.67	21.44	0.3638	370.7	21.78	0.0737	589.3	9.765	0.0312
104.0	22.44	0.2888	376.0	21.26	0.1051	594.7	9.413	0.0311
109.3	22.36	0.2351	381.3	20.71	0.0666	605.3	9.133	0.0235
114.7	23.10	0.3110	386.7	20.13	0.0763	610.7	9.059	0.0350
120.0	22.93	0.3052	392.0	19.59	0.0697	616.0	8.848	0.0282
125.3	23.27	0.3491	397.3	19.20	0.0694	621.3	8.771	0.0291
130.7	23.40	0.4221	402.7	18.69	0.0534	632.0	8.595	0.0249
136.0	22.96	0.4311	408.0	18.08	0.0700	637.3	8.472	0.0266
184.0	68.33	3.562	413.3	17.77	0.0565	642.7	8.505	0.0246
189.3	67.20	3.215	418.7	17.37	0.0633	648.0	8.367	0.0241
194.7	65.11	2.176	424.0	17.05	0.0556	658.7	8.127	0.0251
200.0	63.36	1.830	429.3	16.62	0.0571	664.0	8.026	0.0266
205.3	61.08	1.523	434.7	16.26	0.0495	669.3	7.946	0.0223
210.7	58.62	1.381	440.0	15.92	0.0484	674.7	7.524	0.0236
216.0	58.47	1.046	445.3	15.59	0.0513	680.0	7.568	0.0258
221.3	56.09	0.9543	450.7	15.34	0.0470	685.3	7.665	0.0191
226.7	53.76	0.9191	456.0	15.27	0.0442	690.7	7.411	0.0255
232.0	51.81	0.7880	461.3	15.06	0.0335	696.0	7.554	0.0271
237.3	50.23	0.6512	466.7	14.79	0.0434	701.3	7.359	0.0253
242.7	48.19	0.6473	472.0	14.66	0.0382	706.7	7.121	0.0266
248.0	46.99	0.5644	477.3	14.44	0.0402	712.0	7.171	0.0236
253.3	44.57	0.5210	482.7	14.22	0.0398	717.3	7.030	0.0238
258.7	42.93	0.4235	488.0	14.13	0.0315	728.0	6.933	0.1497
264.0	41.53	0.3986	493.3	13.89	0.0325	738.7	6.640	0.0255
269.3	39.32	0.3764	498.7	13.70	0.0280	744.0	6.505	0.0258
274.7	37.83	0.3537	504.0	13.48	0.0276	749.3	6.453	0.0318
280.0	36.59	0.3125	509.3	13.23	0.0290	754.7	6.302	0.0260
285.3	35.83	0.2993	514.7	12.96	0.0286	760.0	6.096	0.0284
290.7	34.41	0.2360	520.0	12.83	0.0253	770.7	6.072	0.0289
296.0	33.04	0.2589	525.3	12.69	0.0217	776.0	5.875	0.0280
301.3	32.23	0.2002	530.7	12.46	0.0238	781.3	1.816	0.2594
306.7	30.90	0.2008	536.0	12.31	0.0211	786.7	5.950	0.0247
312.0	29.97	0.1658	541.3	12.10	0.0203	797.3	5.575	0.0282
328.0	26.91	0.1472	546.7	11.87	0.0212			
333.3	26.46	0.1238	552.0	11.65	0.0229			

表 16 TQ 補正時の各エネルギー帯におけるピークの値と誤差 NaI3

E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$	E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$	E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$
77.33	7.320	3.971	354.7	29.27	0.1611	589.3	11.72	0.0249
82.67	8.398	3.362	360.0	28.88	0.1367	594.7	11.47	0.0249
88.00	5.789	4.849	370.7	27.25	0.1083	600.0	11.24	0.0262
120.0	22.73	0.403	376.0	27.13	0.1017	605.3	11.37	0.0260
130.7	22.82	0.180	381.3	25.90	0.1130	610.7	10.94	0.0445
136.0	22.79	0.1511	386.7	24.92	0.1007	616.0	11.08	0.0230
141.3	23.13	0.1645	392.0	24.20	0.0773	621.3	10.73	0.0265
146.7	22.95	0.1360	397.3	23.99	0.0828	626.7	10.55	0.0320
157.3	22.82	0.1650	402.7	23.34	0.0696	632.0	10.58	0.0298
162.7	22.81	0.1794	408.0	22.66	0.0708	637.3	10.11	0.0253
168.0	22.76	0.1714	413.3	22.08	0.0692	642.7	10.11	0.0220
173.3	22.73	0.1761	418.7	21.74	0.0639	648.0	10.00	0.0239
178.7	22.82	0.2344	424.0	21.00	0.0521	653.3	9.666	0.0302
184.0	22.68	0.1875	429.3	20.29	0.0629	658.7	9.790	0.0197
189.3	22.92	0.2328	434.7	20.14	0.0547	674.7	9.329	0.0234
194.7	22.86	0.2488	440.0	19.41	0.0599	685.3	9.114	0.0300
200.0	22.62	0.2655	445.3	18.89	0.0591	690.7	8.833	0.0241
221.3	54.55	4.492	450.7	18.65	0.0587	696.0	9.030	0.0218
226.7	55.61	4.097	456.0	18.09	0.0607	706.7	8.672	0.0253
232.0	58.16	3.383	461.3	17.79	0.0597	717.3	8.392	0.0338
237.3	59.34	2.492	466.7	17.77	0.0545	722.7	8.440	0.0246
242.7	59.17	1.836	472.0	17.41	0.0485	728.0	8.273	0.0250
248.0	59.80	1.508	477.3	17.15	0.0505	733.3	7.481	0.2406
253.3	57.97	1.360	482.7	16.94	0.0507	744.0	7.998	0.0249
258.7	56.92	1.053	488.0	16.76	0.0490	749.3	7.811	0.0258
264.0	55.26	0.8014	493.3	16.53	0.0455	754.7	7.482	0.0299
269.3	53.60	0.6937	498.7	16.26	0.0470	765.3	7.559	0.0296
274.7	51.71	0.5689	504.0	16.13	0.0433	786.7	7.282	0.0314
280.0	49.80	0.4769	509.3	15.84	0.0455	792.0	6.652	0.0300
285.3	49.05	0.4709	525.3	15.24	0.0412			
290.7	46.09	0.3738	530.7	14.96	0.0417			
296.0	44.24	0.3120	536.0	14.71	0.0402			
301.3	42.61	0.2763	541.3	14.48	0.0379			
306.7	40.96	0.2605	546.7	14.29	0.0384			
312.0	39.23	0.2315	552.0	14.03	0.0361			
317.3	37.51	0.2182	557.3	13.81	0.0341			
322.7	35.25	0.3229	562.7	13.57	0.0333			
328.0	34.79	0.2007	568.0	13.06	0.0251			
333.3	33.63	0.1795	573.3	12.62	0.0301			
338.7	32.35	0.1886	578.7	12.37	0.0237			
349.3	30.74	0.1341	584.0	11.88	0.0289			

表 17 TQ 補正時の各エネルギー帯におけるピークの値と誤差 NaI4

E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$	E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$	E(Kev)	$\Delta T(\text{ns})$	$\sigma_{\Delta T}(\text{ns})$
2.667	15.05	0.1268	322.7	22.28	0.1581	600.0	17.93	0.0995
45.33	39.25	0.4174	328.0	22.27	0.0168	610.7	17.11	0.2085
50.67	36.84	0.1821	333.3	22.58	0.7388	626.7	17.25	0.3367
61.33	33.51	0.0623	338.7	22.03	0.0169	632.0	17.44	0.1389
66.67	32.37	0.0387	344.0	22.07	0.0152	637.3	17.95	0.1335
72.00	31.29	0.0262	349.3	22.00	0.0190	658.7	17.61	0.1001
77.33	30.49	0.0218	354.7	21.90	0.0174	674.7	17.53	0.1261
82.67	29.55	0.0212	360.0	22.50	1.389	680.0	17.44	0.2524
88.00	29.08	0.0225	365.3	21.72	0.0250	685.3	17.38	0.1207
93.33	28.57	0.0222	370.7	21.57	0.0292	701.3	17.54	0.0003
104.0	27.78	0.0199	376.0	22.35	0.0101	706.7	17.51	0.4186
109.3	27.51	0.0242	381.3	21.44	0.0258	712.0	17.50	0.0540
120.0	27.56	0.5685	386.7	21.27	0.0273			
130.7	26.38	0.0229	392.0	21.07	0.0223			
136.0	26.06	0.0216	397.3	20.92	0.0197			
141.3	28.25	0.0054	402.7	20.72	0.0191			
152.0	25.35	0.0131	408.0	20.52	0.0137			
157.3	24.98	0.0119	413.3	20.36	0.0117			
162.7	24.72	0.0127	418.7	20.11	0.0070			
168.0	24.46	0.0173	429.3	19.73	0.0108			
173.3	24.26	0.0215	434.7	19.58	0.0117			
178.7	24.08	0.0205	445.3	19.32	0.0228			
184.0	23.94	0.0212	461.3	18.98	0.0170			
189.3	23.77	0.0235	466.7	19.00	0.0266			
200.0	23.59	0.0216	472.0	18.99	0.0163			
205.3	23.54	0.0221	477.3	21.78	1.616			
216.0	22.53	0.0646	482.7	19.55	0.0100			
221.3	23.19	0.0203	488.0	20.00	0.0049			
226.7	23.22	0.0254	493.3	20.20	0.0044			
232.0	22.49	0.0132	504.0	22.50	0.8751			
237.3	22.54	0.4683	509.3	20.32	0.0041			
242.7	22.92	0.0194	520.0	20.20	0.0050			
248.0	22.86	0.0196	536.0	19.79	0.0077			
253.3	22.85	0.0193	546.7	19.10	0.0431			
258.7	22.93	0.1223	557.3	17.45	0.1679			
264.0	22.73	0.0172	562.7	17.50	1.584			
285.3	22.50	0.0178	573.3	17.51	0.1377			
290.7	22.50	0.0174	578.7	18.04	0.0811			
301.3	22.35	0.0177	584.0	17.50	0.0489			
312.0	22.53	0.8886	589.3	18.23	0.0912			
317.3	22.50	0.0489	594.7	18.02	0.0768			

表 15・表 16・表 17 の、特に Fitting 曲線を適応した範囲(例えば NaI2 であれば、 $160 \leq E \leq 600$)において、誤差 $\sigma_{\Delta T}$ は $\Delta T(E)$ に比べて 1/1000 程度しかないことが読み取れる。この程度の誤差は、この後述べる pick-off 補正による誤差や寿命 fitting による誤差と比べて非常に小さい。考慮したところで、他の誤差による変動の範囲内に収まってしまう。以上が、TQ 補正による誤差を無視した理由である。

5.2.4 pick-off 補正による誤差

pick-off 補正は式 25 によって行った。しかし、この補正関数 $y(t)$ には誤差が生じる。この誤差 $\sigma_y(t)$ は以下の式で表すことができる。

$$\sigma_{y(t)} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial p_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial p_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial p_2}\right)^2} \quad (28)$$

そこで、新たな関数 $y_{\pm}(t)$ を定義する。

$$y_{\pm}(t) = y(t) \pm \sigma_{y(t)} \quad (29)$$

$y_{\pm}(t)$ を用いて寿命 fitting を行った時に得られる寿命を τ_{\pm} とする。また、pick-off 補正による寿命の誤差を $\sigma_{pick-off} = \max\{|\tau_+ - \tau|, |\tau_- - \tau|\}$ で定義する。計算結果は、以下の表 18 の通りである。

表 18 pick-off 補正による誤差

	τ [ns]	τ_+ [ns]	τ_- [ns]	$\sigma_{pickoff}$ [ns]
NaI2	140.79	140.77	139.03	1.7601
NaI3	133.73	131.43	135.34	2.300

5.2.5 寿命 fitting による誤差

寿命 fitting による誤差 $\sigma_{fitting}$ は、(解析節の適当な図) より、次のようになる。

表 19 寿命 fitting の誤差

NaI	$\sigma_{fitting}$ [ns]
NaI2	24.9
NaI3	20.6

5.2.6 誤差伝播を考慮した場合の寿命

以上の値と式 26 を用いて、寿命の誤差を考えると、表の下段のような結果となる。比較対象として、誤差伝播を考えずに求めた結果も記してある。

表 20 誤差伝播を考慮した場合の寿命

	誤差伝播考慮前 [ns]	誤差伝播考慮後 [ns]
NaI2	150.1 ± 24.9	150.1 ± 25.0
NaI3	139.1 ± 20.6	139.1 ± 20.7

これらを統合するとオルソポジトロニウムの寿命は 144.6 ± 15.9 [ns] となる。

5.3 実験 B の NaI4 の解析結果が理論値と大きく外れた理由

実験 Bにおいて、NaI4での寿命の値が大幅に短くなった原因を考察する。実験 Aと同様に、図 21 を参照してみると、NaI2、NaI3 のヒストグラムに比べて、NaI4 のヒストグラムは、o-Ps と思われるデータの部分が確認できない。よって、そもそも o-Ps 崩壊による γ 線をあまり観測できなかった可能性が挙げられる。また、もう一つの可能性として、ADC 較正が間違っていたことも挙げられる。図 14 における NaI4 のデータを見ると、NaI2・NaI3 と比べて、概形が異なっており、ピークの数も異なっていることが分かる。よって、ADC 較正で考えるべきピークを間違えた可能性がある。具体的には、放射線源からの γ 線による 1275keV のピークを、511keV のピークとしてしまった可能性が挙げられる。

6 結論

実験 A では厚いプラスチックシンチレータを使ったためにオルソポジトロニウムを観測できなかったと考えられ、実験 B の NaI4 でもオルソポジトロニウムが観測できなかった、または解析の ADC 較正に間違いがあったために理論値とは大きく外れた寿命が求まってしまった。一方で実験 B の NaI2・3 の結果から、オルソポジトロニウムの寿命とその誤差は 144.6 ± 15.9 [ns] と求まる。理論値 142[ns] が誤差の範囲内に収まり、測定精度の範囲内で QED の正しさが確かめられた。