Measurement of $\pi^+ \longrightarrow e^+ \nu_e$ Branching Ratio
2000 P1

藤原 直哉　　山本 真平

平成 13 年 3 月 7 日

目 次

1 理論的背景、導入 **7**

1.1 序 7
1.2 簡単な説明と理論的側面 7
1.3 計算結果の物理的説明 9

2 実験の概要および設計 **11**

2.1 実験の概要 11
2.2 実験の設計から SetUp まで 12
2.3 Monte Carlo simulation 13
2.4 最終 SetUp および考察 14

3 装置 **17**

3.1 TOF counter 17
3.2 Degrader 17
3.3 Target counter 18
3.3.1 HV の決定 18
3.3.2 Target counter の uniformity 18
3.4 Defining-Trigger counter 19
3.5 CsI spectrometer 20
3.5.1 CsI uniformity 20
3.5.2 HV の調整 21

4 本実験 **23**

4.1 System 23
4.2 微調整 24

5 データ解析 **25**

5.1 TDC calibration 25
5.2 ADC calibration 29
5.3 バックグラウンドの排除 32
5.4 $\pi - e$ event の探索 34
5.4.1 その他のバックグラウンドについて 35
5.4.2 Tail Correction 37
5.5 $\pi - \mu - e$ イベント数の計算 37

6 結論 **39**
6.1 $\pi - e$ および $\pi - \mu - e$ イベント数 39
6.2 Branching Ratio 39

7 考察 **41**
7.1 バックグラウンドの原因についての考察 42
7.2 Michel Spectrum について 44

A Michel Spectrum **45**

B ビームに含まれる p および μ^+ についての考察 **47**

C Upper Limit **49**

D μ^+ の寿命 **50**

図 目 次

1 degrader 通過後の beam profile 14
2 立体角の決定 15
3 Setup 図 15
4 TOF counter の性能 17
5 Target counter の計数曲線とプラトー 18
6 Target counter の uniformity check 19
7 CsI uniformity check 20
8 回路のセットアップ 23
9 CH2 と CH3 の scatter plot 25
10 TDC におけるイベントのオーバーラップ 26
11 delay の問題点 26
12 Timing Diagram 27
13 Time distribution 28
14 宇宙線の CsI 1 ブロックでの energy loss 29
15 M.C. による宇宙線の energy loss の simulation 29
16 $2GeV/c\pi^+$ beam の CsI での energy loss 30
17 $2GeV/c\pi^+$ beam の CsI での energy loss(M.C.) 30
18 排除したバックグラウンド事象 32
19 TOF TDC 値 と 時間の scatter plot 33
20 5ns∼60ns の CsI Energy Spectrum ($p = 300MeV/c$) 35
21 60ns∼480ns の CsI Energy Spectrum ($p = 300MeV/c$) . . . 36
22 CsI tail の見積もり 38
23 300MeV ビーム Degrader 通過時の様子 (M.C.) 41
24 Target と CsI の energy loss の scatter plot 43
25 Target と CsI の energy loss の scatter plot 1 (印刷用) . . 43
26 Target と CsI の energy loss の scatter plot 2 (印刷用) . . 43
27 e^+ Energy Spectrum ($t \geq 200ns$) 44
28 M.C. による μ^+(310MeV/c) が Degrader から出てきたときの運動量分布 47
29 p =130MeV/c の μ^+ の Target 内での energy loss (M.C.) . . 48
30 proton の degrader での energy loss (M.C.) 48
31 μ^+ の寿命 50

表 目 次

1 M.C. Simulation による結論 13
2 各カウンタのサイズ 16
3 CsI uniformity の検証：各部位のピーク値と HV の値 . . . 21
4 CsI 各チャンネルにかける HV 22
5 宇宙線を用いた ADC の calibration 結果 31
6 2GeV/c ビームを用いた calibration の結果 31
7 排除したバックグラウンド事象 32
8 ビーム運動量ごとのイベント数 $(5 \sim 60ns)$ 34
9 ビーム運動量ごとのイベント数 $(60 \sim 480ns)$ 34
10 $\pi - e$ および $\pi - \mu - e$ イベントの個数 39

概 要

$\pi \to e^+\nu_e$ decay は弱い相互作用の理論の発展において重要な役割を果たしてきた。弱い相互作用については現在 $V-A$ current 構造にたどりつき、$\pi \to e^+\nu_e$ Branching Ratio は理論値と consistent な実験値が得られている。われわれはこの歴史的にも興味深い Branching Ratio の測定に取り組み、$R < 7.3 \times 10^{-4}$ (90%) という結論を得た。

1　理論的背景、導入

1.1　序

現代の素粒子物理学において、自然界は 4 つの相互作用から構成されていると考えられている。電磁相互作用、重力相互作用、弱い相互作用、強い相互作用である。このうち、最初の 2 つの相互作用は、我々に非常になじみの深い相互作用であり、古典的な形で大変よく調べられている。一方、最後の 2 つに対しては直接的には我々の生活に関与してこない。しかし、素粒子物理学や原子核物理学などミクロな現象を研究しようとする物理学において、それらは大きな役割を持つ。弱い相互作用は、β 崩壊で最も効いてくる相互作用であり、強い相互作用は原子核に働く力の元となる相互作用である。弱い相互作用については、その発見から、Weinberg-Salam model の形に至るまで、理論的に様々な困難を抱いてきた。代表的な問題として、current の形がどういうものなのか、長い間決定できなかった。最終的に、$V-A$ current 構造 (vector-axialvector) をしていると結論できたのであるが、その証明として π 崩壊の branching ratio の実験が挙げられる。我々は、この実験を自分なりのやり方で実行し考えてみようと思い、KEK(高エネルギー加速器研究機構) の beam を借りて測定を行なった。

実験の構造や結果についてはあとで詳細に述べるとして、以下、簡単な説明と理論的考察を与える。

1.2　簡単な説明と理論的側面

Γ で崩壊率を表すことにする。

我々が実験で測定するものは、次の崩壊の分岐比 (branching ratio) である。

$$R = \frac{\Gamma\left(\pi^+ \to e^+\nu_e\right)}{\Gamma\left(\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu\right)}$$

理論的には、次のような値になることが予想される。

$$R \approx 10^{-4}$$

以下これを詳細は省略して概要を示したい。

弱い相互作用では、Weinberg -Salam model が正しい相互作用の形を与えるが、エネルギーが W boson の質量 (80GeV) に比べて小さい場合

(本実験では 300MeV 程度) は，W boson の propagator は次のように定数として扱える。

$$D_{\mu\nu} = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_n / M_W^2}{k^2 - M_W^2} \sim \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

このことから、4Fermi 相互作用の形が良い近似を与えると考えられる。

π は次の崩壊をする。(ただし、l は lepton を表し、ν は neutrino を表すとする。)

$$\pi^+(k) \to l^+(p_1, s_1) + \nu_l(p_2, s_2)$$

ここで、k,p は momentum を表し、s は spin を表すとする。Lagrangian density は

$$L = L_{free} + L_{interaction}$$

$$L_{free} = \sum_{\substack{l=e,\mu,\tau, \\ \nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau}} \bar{\psi}_l \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m\right) \psi_l$$

$$L_{interaction} = -\frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu^\dagger J^\mu$$

ただし、J は次のように lepton 部分と quark 部分を含む。

$$J^\mu = J^\mu_{quark} + J^\mu_{lepton}$$

$$J^\mu_{lepton} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}\gamma^\mu \left(1 - \gamma^5\right) \nu_l$$

ただし、Dirac field をそれぞれの粒子の名前で表記した。また、branching ratio を考える際について、J^μ_{quark} は、定数としての寄与しかしないので、分子と分母で cancel するのであまり重要な意味を持たない。free field の解は、

$$\psi_{free} = \int d^4p \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm} \left(a^s_{\mathbf{p}} u^s_{\mathbf{p}} e^{ip\cdot x} + b^{s\dagger}_{\mathbf{p}} v^s_{\mathbf{p}} e^{-ip\cdot x}\right)$$

上で得た結論を使って、interacting 描像で摂動的に散乱振幅を計算したい。弱い相互作用では coupling constant は小さいので、leading order

は良い近似を与える。Feynman 則を Lagrangian から導き、(省略する) leading order の散乱振幅を計算すると

$$i\left(2\pi\right)^4\delta\left(p_1+p_2-k\right)M=-iG_\pi\cdot\bar{u}\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)v$$

ただし、u は lepton の、v は neutrino の free field の時の波動関数に相当するものである。

一方、G_π は J^μ_{quark} から来る部分であり、π の boundary state について知る必要がある。しかし、これは強い相互作用からくるもので、摂動計算は良い近似を与えないため計算できない。(lattice gauge theory を使って computer 計算はできる。) しかし、branching ratio を求めるだけならば、これに関する情報は必要ない。

spin は測定しないとして、spin average をとると、$|M|^2$ は次のようになる。

$$\frac{1}{2}\sum_{s_1,s_2}|M|^2=4G_\pi^2m_l^2\left(p_1\cdot p_2\right)$$

π の静止系で考えると、

$$\begin{aligned}k^\mu&=\left(m_\pi,\mathbf{0}\right)\\p_1^\mu&=\left(E_l,\mathbf{p}\right),p_2^\mu=\left(\left|\mathbf{p}\right|,\mathbf{p}\right)\end{aligned}$$

Γ を計算すると、次の結果が得られる。

$$\Gamma=\frac{G_\pi^2}{4\pi m_\pi^2}m_l^2\left(m_\pi^2-m_l^2\right)$$

以上の結果から、branching ratio は leading order で次のようになる。

$$R=\frac{m_e^2\left(m_\pi^2-m_e^2\right)}{m_\mu^2\left(m_\pi^2-m_\mu^2\right)}\approx\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\approx10^{-4}$$

したがって、最初に述べた結論が得られた。

1.3 計算結果の物理的説明

ここで得た結論について、物理的解釈をしてみたい。相互作用の形を考えなければ、電子のほうが崩壊において使える momentum space が大きいため、電子のほうが崩壊しやすいように感じられる。少なくとも、そ

の order は 1 であるはずである。QED ではそういう結果が得られることが分る。この結果は、weak interaction における current 構造からきている。つまり、これは $V-A$ coupling に特有の現象である。

ここで π の静止系で考えよう。π は spin0 なので、崩壊した 2 つの lepton は同じ helicity を持つ必要がある。neutrino の helicity は righthanded なので電子も rigththanded である必要がある。しかし、$V-A$ coupling によって崩壊が起こるのであるから、電子は

$(1-\gamma^5)\,u_e$ と couple することになって、mass が 0 ならば禁止される。mass があれば、少し couple することが可能になり、それが崩壊率における factor

m_e^2 の原因となる。μ も同様に考えることが出来て、結論として branching ratio に $\dfrac{m_e^2}{m_\mu^2}$ が大きく寄与することになる。

この結果を、半古典的描像で考えよう。mass が 0 でないならば、π の静止系でない所へ Lorentz 変換することによって、electron と neutrino が同じ方向に放出されることが可能になる。その結果、互いに left-handed の状態で couple できる。

以上が、π 崩壊の branching ratio に関する理論的説明である。このことから、この実験が弱い相互作用の V-Acurrent の間接的証明になっていることがわかる。

2　実験の概要および設計

2.1　実験の概要

われわれの目的は π^+ の rare な decay mode $\pi^+ \longrightarrow e^+\nu_e$ を探索し、その mode への分岐比 (Branching Ratio) に実験からの値を与えるものである。実験の概要を述べる前に π^+ および μ^+ についての基本的な情報をまとめておく。

- π^+　　$(\tau_\pi = 26ns,\ m_\pi = 140MeV/c^2)$

$$\begin{array}{rcll} \pi^+ & \longrightarrow & \mu^+\ \nu_\mu & \sim 99.99\% \\ & & e^+\ \nu_e & \\ & & \vdots & \end{array}$$

- μ^+　　$(\tau_\mu = 2200ns,\ m_\mu = 105MeV/c^2)$

$$\begin{array}{rcll} \mu^+ & \longrightarrow & e^+\ \nu_e\ \bar{\nu_\mu} & \sim 100\% \\ & & e^+\ \nu_e\ \bar{\nu_\mu}\ \gamma & \\ & & \vdots & \end{array}$$

上記の通り、π^+ は崩壊により最終的にほぼ 100% e^+ になる事がわかる。$\pi - e$ イベントの探索にあったって我々は実際 e^+ を観測するほかない。その際バックグラウンドとなるのは π^+ が μ^+ へ崩壊し、その後 μ^+ が e^+ へとなるもの、すなわち $\pi - \mu - e$ イベントである。ここで両イベントの CM 系での e^+ の kinetic energy を比較してみると、$\pi - e$ decay mode では約 $70MeV$、$\pi - \mu - e$ decay mode からのものは $52.8MeV$ 以下である。すなわち、止まった pion からの e^+ の kinetic energy を測定することによって π^+ の 2 つの decay mode を区別し、Branching Ratio を導き出そうというものである。

e^+ の energy spectrum は high energy 側に $\pi - e$ decay mode の peak が立ち、low energy 側に広がった $\pi - \mu - e$ decay mode の spectrum といったものが予測され、分岐比は high energy 側のイベント数 $N_{\pi e}$、および low energy 側のイベント数 $N_{\pi\mu e}$ を用いて

$$R = \frac{N_{\pi e}}{N_{\pi e} + N_{\pi\mu e}}$$

となる。なお分母は正確には全ての decay mode の和であるが、

$$\frac{\Gamma(e^+\nu_e) + \Gamma(\mu^+\nu_\mu)}{\Gamma_{\rm total}} = 100\%$$

と考えて問題ない。

更に π と μ の寿命の差に注目しよう。観測したい decay mode の e^+ は μ の寿命のスケールではかなり早い時間帯に生成される。すなわち π が止まってから十分早い時間帯では少ないバックグラウンドの下で $\pi - e$ イベントを探索できる。最終的にわれわれは pion stop 後、$5 \sim 60ns$ の時間帯で探索することになる。

2.2 実験の設計から SetUp まで

実験は高エネルギー加速器研究機構１２ GeV 陽子シンクロトロン (KEK-PS) の T1 ビームラインにて行われた。PS 内部の標的に proton beam が衝突することによって生成される pion をビームラインに引き込み、電磁石で収束および運動量を選択することにより運動量のばらつき $\Delta p/p \sim 1\%$ の pion beam が得られる。ここで触れておくべきことは、衝突によって生成された proton、pion の崩壊によって生じる muon および positron が beam に混ざっているということである。特にわれわれは pion を止めようとしているのだが、同様に muon がとまってしまうと Branching Ratio の導出の際のバックグラウンドとなってしまう。

次にわれわれが測定したいデータの 1 イベントの基本的な流れに沿ったかたちで SetUp について触れていこう。

まず、ビームについて。ビームの軌道上に 2 つのプラスチックシンチレーションカウンタをおく。粒子に対してこのカウンタ通過を要求することにより、散乱された粒子等が測定システムにあたえる影響を除去できる。なお、この 2 つのカウンタに対し、セットが TOF システムと同じものなので TOF カウンタという名を与える。

つづいて degrader について。一般に pion を止めようと試みている限り、その運動量は低い程都合がいい。しかし今回用いた pion beam の intensity は運動量に依存しており、低い運動量のビームには小数の pion しか含まれない。さらに $\pi - e$ decay mode の分岐比は理論からも $\sim 10^{-4}$ と分かっ

ており、高いイベントレートでデータ収集することが肝要である。そこでわれわれはある程度の運動量を持ったビームを degrade させることにより効率良いデータ収集を試みる。degrader としては Pb を用いる。

pion stop について。Pb で degrade された π を止めるわけであるが、われわれはその止まった時間を読み取りにいきたいので π を stop させる標的として時間分解能のよいプラスチックシンチレーションカウンタ (名称: Target counter) を用いる。なおこのカウンタはあまり大きくすることはあまり好ましくない。このカウンタ内での energy loss を最低限に抑えるためである。

e^+ の energy 測定について。カロリメーターとして CsI を１６ブロックお借りすることができた。なおこの CsI に入って来る粒子には、Target counter から来た e^+ であるという要求を課し、CsI 内で kinetic energy を全て落とすものでなくてはならない。そのために Target counter と CsI の間にプラスチックカウンタを置くことで CsI 入射面の Target counter に対する立体角を決定し、更にこのカウンタでトリガーをかける。(Defining-Trigger counter)

次節では Monte Carlo simulation による各カウンタのサイズの決定および配置について述べる。

2.3 Monte Carlo simulation

この simulation の目的は高イベントレートで実験を行うための beam momentum、degrader の厚さ、Target counter の厚さを探ることである。まず beam momentum から触れていく。あまり高い運動量のビームを用いることは現実的でない。当然 pion を止めるために厚い degrader を通すことになりビームが大きな広がりを持つ。さらにそのことによる下流の装置の巨大化は避けられない。そこでビームの運動量は $250 \sim 400 MeV/c$ の範囲で色々なパターンを試してみた。これらすべての結果を示すのは無意味なデータの羅列になるのでわれわれが最終的に選択した結果を示す。

表 1: M.C. Simulation による結論

Momentum	Thickness of Degrader	Thickness of Target
$310 MeV/c$	10cm	5cm

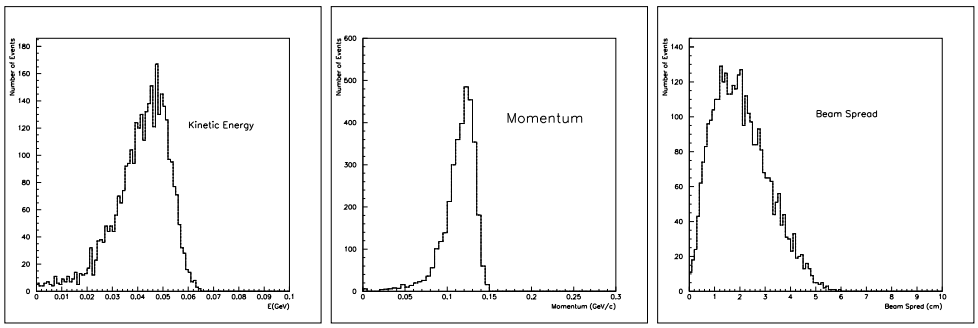

図 1: degrader 通過後の beam profile(入射 beam は広がりなし、垂直入射)

なお、Fig.1 は $310MeV/c$ の pion beam が $10cm$ の degrader から出てくるときの様子である。このとき beam は中心から 3cm を考えればおよそ 80%の粒子が存在し、Degrader 入射時の beam の広がりは軌道中心から 2cm (KEK-PS ユーザーズ ガイドブックより) を考慮して Target の入射面は $10cm \times 10cm$ とする。Target counter は Degrader に密着させる。

次に Defining counter について。この counter は CsI にできる限り密着させる。CsI の寸法は $7cm \times 7cm \times 30cm$ であるので $16(4 \times 4)$ ブロック並べたときの positron の入射面は $28cm \times 28cm$ となる。この CsI 16 ブロックはアルミのケースに入っているものであるが実験前にこのアルミケースを確認することができなかったので Target と CsI の距離を 4cm 程度と想定しておくと、Target$10cm \times 10cm$ の面の任意の点から出てくる $70MeV/c$ の e^+ が CsI 内で全 energy を落とすには CsI の中心 $15cm \times 15cm$ に入らなくてはならない (Fig.2)。そこで Defining counter の大きさはこのサイズとなる。なお Defining counter の厚さは薄くして positron の energy loss を小さくする。

2.4 最終 SetUp および考察

実験前にここで少し考察を述べておく。

第 2.2 節 (p.12) の冒頭においてバックグラウンドとなりうる beam に含まれる p および μ について触れたが、今回のセットアップではこれらの影響が無視できる。結論を述べると p は Degrader で止まり、μ は Target で止まらない。このことは Monte Carlo にてチェックをおこなった[1]。

[1]詳細は Appendix B にて

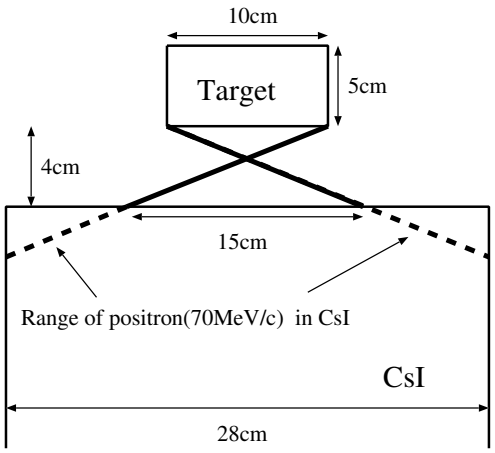

図 2: 立体角の決定: 70MeV の e^+ を捕らえ得る最大入射角の様子。

Target counter について、われわれが実際に用意できたプラスチックカウンタは厚さが 4.5cm のもので当初の予定より少し薄い。そこで実験の際には beam の momentum を少し変化させてイベントレートを計った上で、最終的な momentum の設定値を決定する。

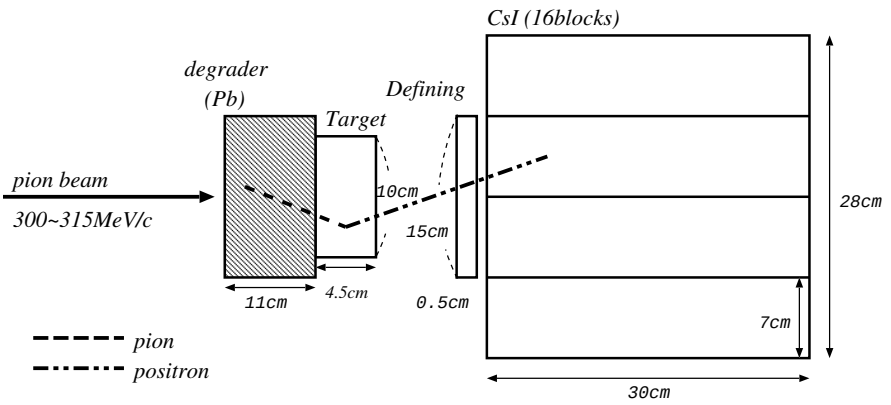

図 3: Setup 図

最期に data taking について。今回のセットアップでは beam 下流に main detector である CsI を配置してある。その結果、Target counter を突き抜けてくる π^+ といった不要なものがある。そこでわれわれは off-line trigger をかけれるような data taking をする必要がある。また宇宙線が CsI を鳴

らしてしまう可能性があり、π 崩壊のイベントと区別しなくてはならない。宇宙線のイベントに対しては CsI の上下にプラスチックカウンタを置き (Cosmic Ray counter 1,2)、同時に観測する。

表 2: 各カウンタのサイズ(horizontal×vertical×thickness in mm)

TOF counter 1	200×50×10
TOF counter 2	110×50×10
Target counter	100×100×45
Defining,Trigger counter	150×150×5
CsI (1 block)	70×70×300
CsI (16 blocks)	280×280×300
Cosmic Ray counter 1	70×300×5
Cosmic Ray counter 2	60×350×5

3 装置

3.1 TOF counter

今回の実験でこのカウンタの性能が結果に与える影響は少ない。が、TOF をとることによりビームに含まれる粒子が識別できるのでそのデータを示しておく。なおこのデータは π の寿命測定実験によるものである。

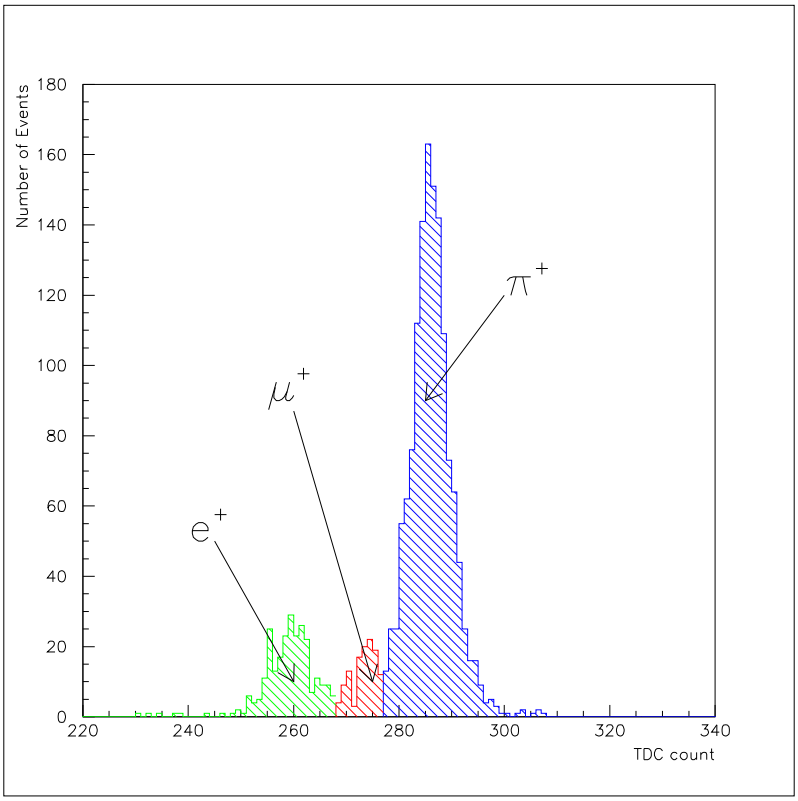

図 4: TOF counter の性能
横軸は 2 つの TOF カウンタの TDC 値の差、カウンタ間距離 5m、ビーム 300MeV

3.2 Degrader

Target counter の前方に degrader として鉛板を設置した。鉛の密度は $11.35[\mathrm{g}/cm^2]$ 、MIP は π^+ の場合 420MeV/c で $\left.\frac{dE}{dx}\right|_{min} = 1.123\left[\frac{MeV}{\mathrm{g/cm^2}}\right]$

である。鉛は、厚さ 10cm のブロックと微調整用の鉛板を用意した。また鉛板はビーム上流から見ると Trigger counter を覆うように配置している。

3.3 Target counter

3.3.1 HV の決定

Target counter の計数のデータをとることによりプラトーを見て、このカウンタの PMT にかける電圧を決定する。測定データは Fig.5 である。イベント数が少ないので判断に苦しむがかける HV は 1600V を採用した。

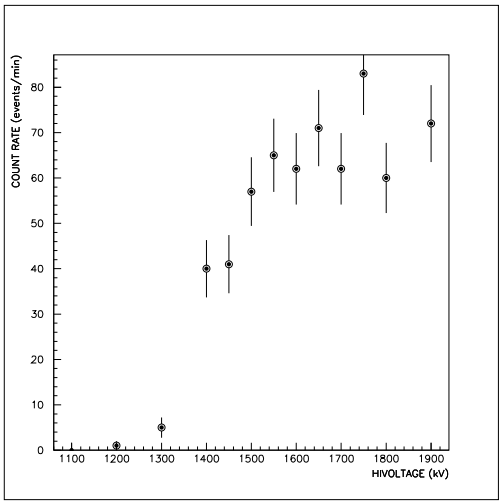

図 5: Target counter の計数曲線とプラトー

3.3.2 Target counter の uniformity

Target counter について gain の uniformity のチェックを行った。本実検の際、われわれは Target counter の ADC 値を読みにいくので gain に位置依存性があっては困る。以下にチェックを行った際のデータを示す。

Fig.6 において Target counter 上、下部における宇宙線の ADC 値の分布に特筆すべき違いは見られない。よって今回は uniformity による補正

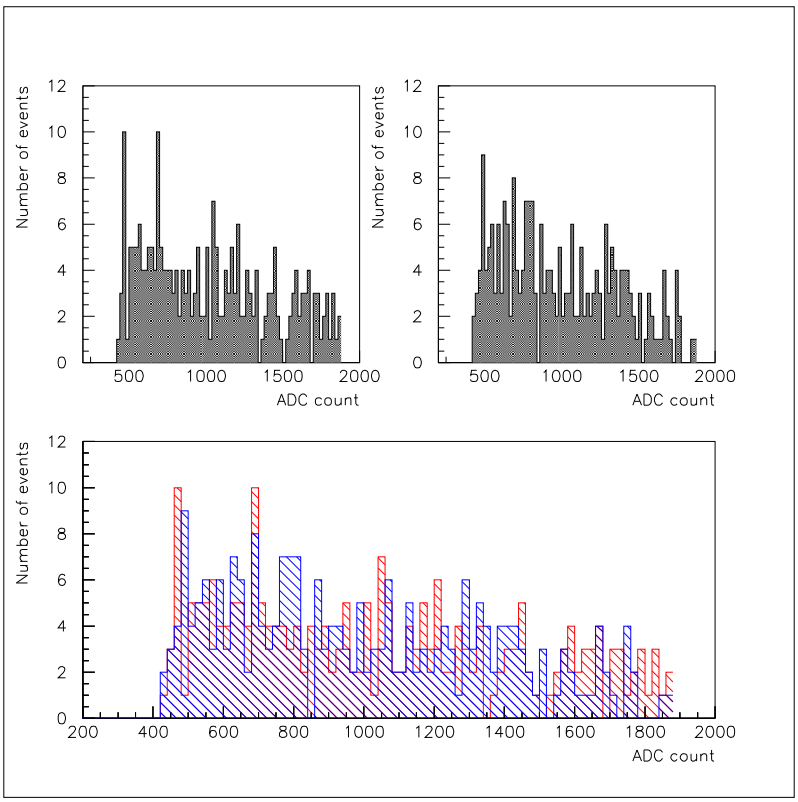

図 6: Target counter の uniformity check
このデータは Target counter の上半分 (先端部) および下半分 (ライトガイド接合部) を通過した宇宙線のものである。この Target counter を 2 つのプラスチックシンチで挟み、その coincidence を gate にして宇宙線のシグナルを ADC で読んでいる。左上が上半分、右上が下半分、下がこの 2 つの plot を重ねたもの。

は行わない。

3.4 Defining-Trigger counter

Defining-Trigger counter にはプラスチックシンチレーターを使用した。寸法は、$15cm \times 15cm \times 0.5cm$ で、HV 1850V をかけて使用した。discriminator の threshold は 22.5mV であった。

3.5 CsI spectrometer

16 本の CsI は、縦 4 ブロック、横 4 ブロックずつならべ、アルミニウムの箱に入れて使用した。各 CsI の性能をチェックするため、本実験の前に宇宙線を用いて予備の実験をおこなった。

3.5.1 CsI uniformity

CsI の uniformity を確認するために、本実験の前に予備実験をおこなった。このセットアップを Fig. 7 に示した。

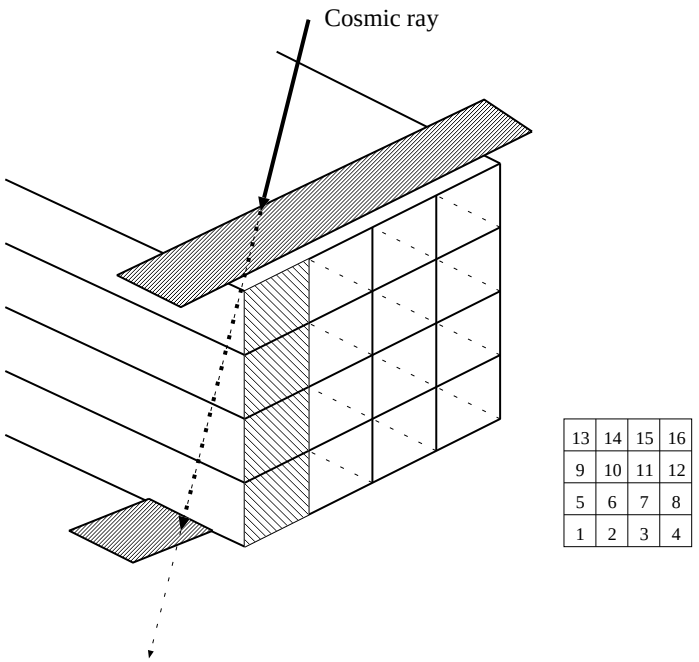

図 7: CsI uniformity check (右下図はビーム上流から見たときの CsI のチャンネル番号付け)

CsI の上下に設置した cosmic ray counter を CsI の先端、中央および根元に置いた状態でそれぞれ宇宙線のエネルギーを測定する。得られたエネルギースペクトルは、 cosmic ray counter を置いた位置から CsI に入射した宇宙線のスペクトルと考えられる。これらのピーク値を比較することによって、 uniformity を確認することができる。

予備実験の結果を Table 3 に示す。この結果より、 CsI には uniformity

があるとは言えないが、本実験で測定したい e^+ は CsI の先端で止まってしまうため、uniformity の影響をうけることはない。

表 3: CsI uniformity の検証：各部位のピーク値と HV の値

Channel	先端	中央	**PMT** 接合部	**HV(V)**
1	65	165	157	1420
2	53	166	157	1420
3	75	181	173	1420
4	34	137	137	1420
5	78	186	173	1400
6	82	187	183	1400
7	70	165	166	1420
8	69	173	161	1420
9	46	70	71	1420
10	46	74	72	1400
11	41	50	45	1420
12	62	101	94	1400
13	50	77	77	1400
14	56	70	66	1400
15	57	94	85	1400
16	53	90	98	1400

3.5.2 HV の調整

この予備実験の結果を用い、各チャンネルの gain がほぼ一定になるように、かける HV の値を調整した。最終的に各チャンネルにかけた HV の値、および宇宙線のエネルギースペクトルのピークの値を Table 4 に示す。

表 4: CsI 各チャンネルにかける HV

CsI channel	**HV[V]**	**peak[count]**
1	1460	82
2	1460	54
3	1440	86
4	1480	110
5	1420	86
6	1420	81
7	1460	78
8	1460	85
9	1480	53
10	1440	53
11	1480	66
12	1420	77
13	1440	67
14	1420	81
15	1420	56
16	1460	70

4　本実験

4.1　System

本節では、データを収集するロジックについて説明する。Fig. 8 は本実験で使用した回路の図である。

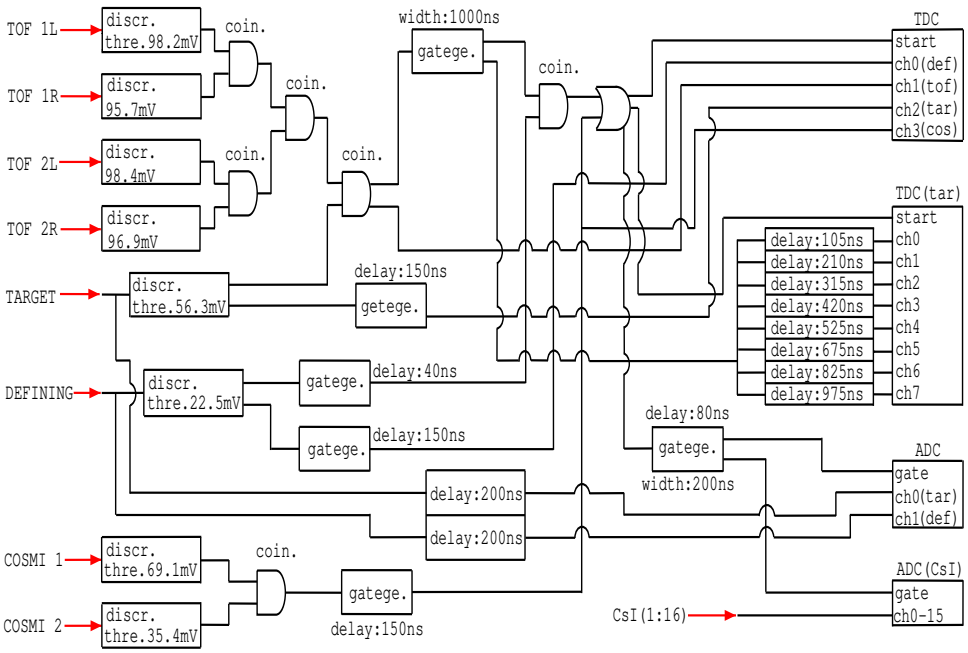

図 8: 回路のセットアップ

トリガーとしては、 TOF 、 Target および Defining-Trigger counter の coincidence を要求する。ADC の gate および TDC start signal は Defining-Trigger counter がタイミングを決めている。DAQ System により CAMAC のオープン、初期化などを制御でき、各カウンタの TDC、ADC 値が 1 イベントごとに得られる。この回路によって、我々が得ることのできる情報は、

1. 時間情報
   (a) 粒子が Target counter に入ってから Trigger counter に入るまでの時間
   (b) 粒子が TOF counter を鳴らした時間

2. エネルギー情報
   (a) Target counter での enegy loss
   (b) Trigger counter での enegy loss
   (c) CsI での enegy loss

である。

4.2 微調整

本実験に際し、 degrader の厚さおよびビームの運動量を当初の予定と変更した。degrader の厚さは、ビームが Target で止まることをスケーラーで確認し、約 11cm とした。

以上の set up を用いて、2000 年 12 月 10 日未明から同日昼過ぎにかけて本実験をおこなった。ビームの運動量は、当初 315 MeV/c で実験をおこなったが、 Target で止まる π^+ の個数が少なかったため、運動量を下げ、 310MeV/c 、 305MeV/c および 300MeV/c でも実験をおこない、全 Run で合計 471769 イベントをとった。

5　データ解析

5.1　TDC calibration

まず TDC の calibration について述べる。今回の実験では 8 チャンネル内蔵 12bit の TDC を用いている。この TDC の full scale は 120ns 程度である。ここでわれわれの測定システムを振り返って見ると、Target からのシグナルを 8 パターンの delay をかけており、これが TDC の 8 チャンネルに対応している。注目すべきはこのシグナル 5 つ目までは 105ns ずつ時間差があり、TDC の full scale より短い。すなわちあるイベントにおいては隣り合うチャンネルで同一イベントのデータが得られるものと考える (common start 方式の TDC である)。そこで TDC の隣り合うチャンネルの scatter plot を示そう (Fig.9)。

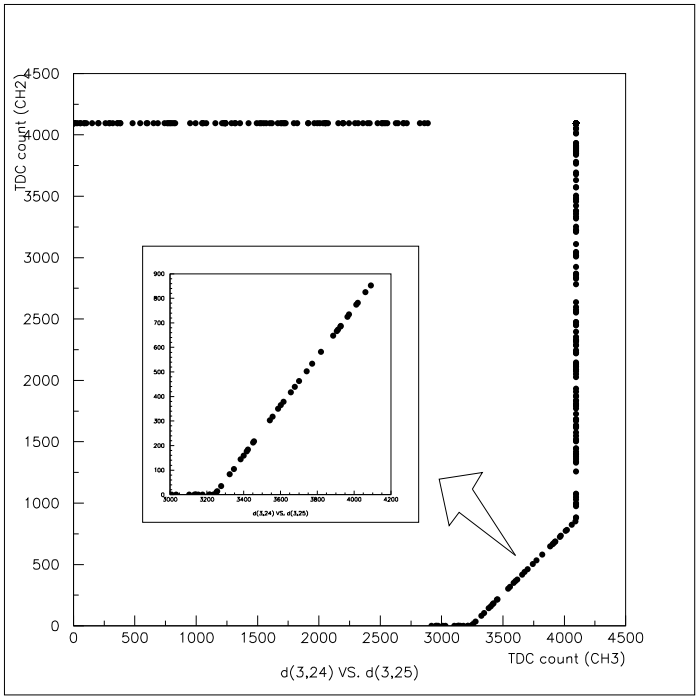

図 9: CH2 と CH3 の scatter plot
オーバーフロー及びアンダーフローでないリニアな部分 (拡大部) がオーバーラップしているイベントである。

これによりわれわれは TDC の 1count がどれだけの時間に対応している

のかを知る。すなわちこのオーバーラップのあるイベントの 2 つの TDC 値の差が 105ns に対応する。

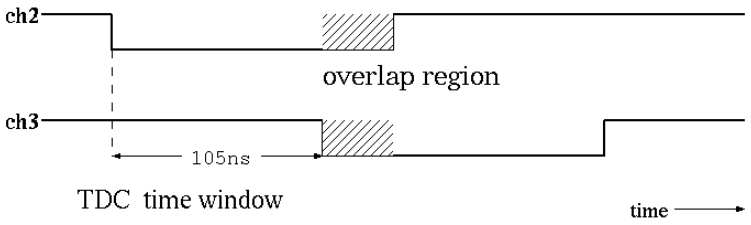

図 10: TDC におけるイベントのオーバーラップ
斜線部の時間帯のイベントのデータが TDC2 チャンネルから得られる。

しかしこの方法では問題点があることが発覚した。Fig.11 を見てもらおう。

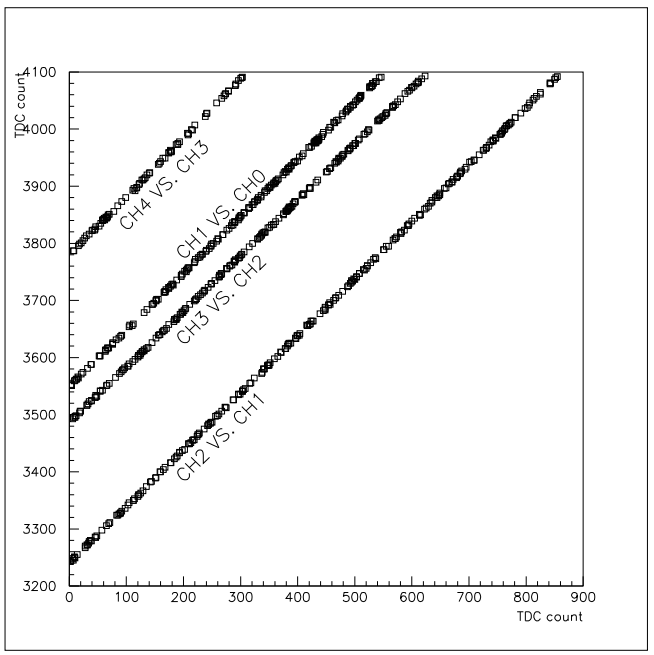

図 11: delay の問題点

Fig.11 は TDC のチャンネル 0∼4 のオーバーラップ領域での scatter plot である。本来 delay が正確に 105ns ずつかかっているのならばこの 4 本の線は一直線上に並ぶべきものである。すなわちこの plot は delay に不備

があることを物語る (delay のチェックを怠ってしまった)。よって TDC の calibration は実験後に行っており、以下 1 カウント = 30ps として話を進める。

次に述べておくべきは TDC 値の小さいものほど後に起こったイベントであるということである。端的には Defining を start にして Target を読みにいっている、すなわち過去を見ているからでなのであるが順を追って説明していこう。

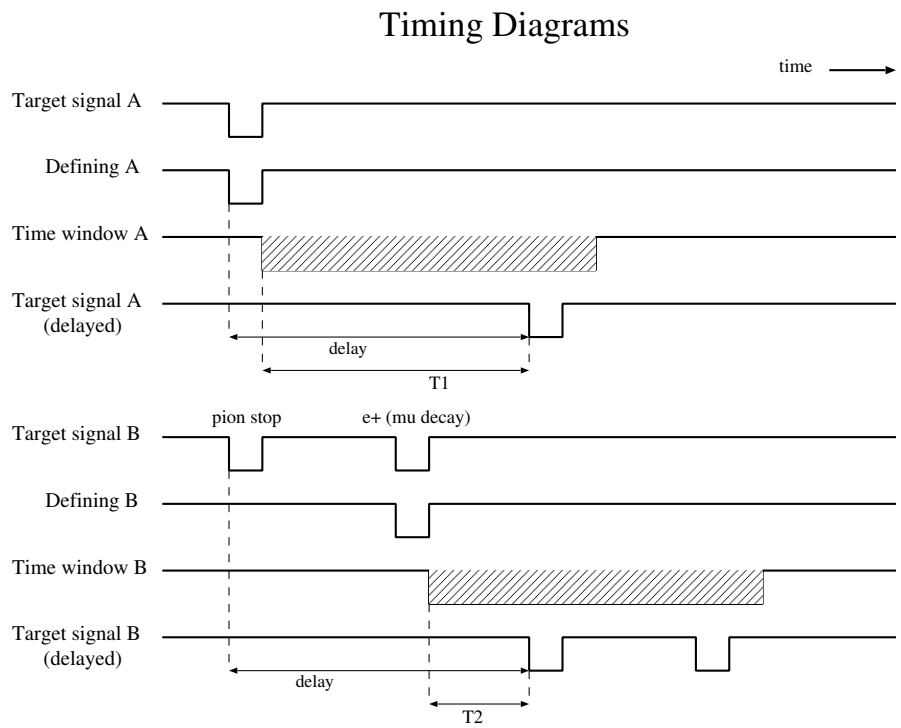

図 12: Timing Diagram

Fig.12 では pion が Target で止まらず突き抜けた場合 (A) と、pion が Target 内で止まった場合 (B) の比較をおこなっている。TDC の start のタイミングは Defining が決定しているので A では pion が Target と Defining が同時に鳴らす。一方 B において Defining を鳴らすのは positron であり、Target と Defining の鳴った時間に差がある。TDC 値は delay をかけた Target の始めのシグナル (pion が Target に入射時) と Defining のシグナルの時間差に対応するものであるので、当然 A の場合の TDC 値が B の場合より大きくなる (T1>T2)。結果としては T1 を時間の基準とし ($t = 0$)、

TDC 各チャンネルにおいてオーバーフロー値 4095 から 0 の方へデータを読んでいくことにより、Target で π^+ が stop したあと崩壊し、$e^+(\pi - e$ or $\pi - \mu - e)$ になるまでの時間を知ることができる。

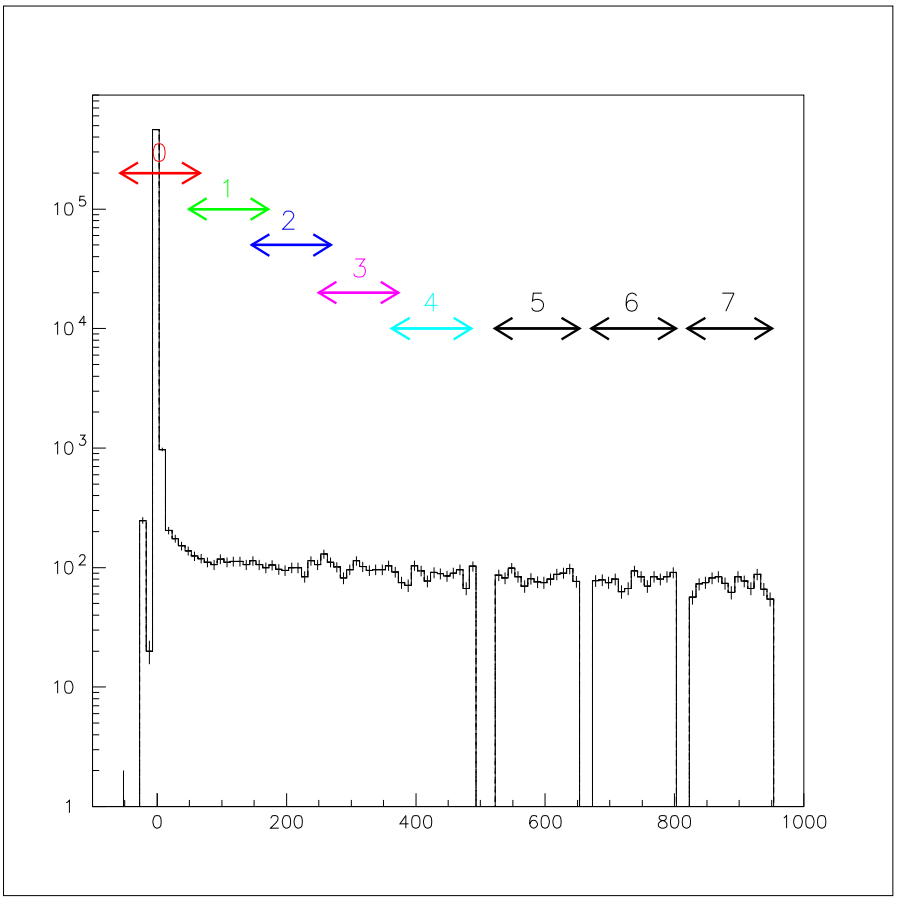

図 13: Time distribution
π^+ stop 後、e^+ になるまでの時間の histogram。縦軸は log scale、番号は TDC 各チャンネルで幅がその time window。

5.2 ADC calibration

ADC の calibration は宇宙線を用いる方法と、2GeV/c のビームを用いる方法によりおこなった。

宇宙線による calibration は、CsI の上下に設置した cosmic ray counter の coincidence をとり、これと CsI の縦 4 channel のみを鳴らしたデータを用いる。宇宙線ミューオンの momentum は 1GeV/c であると仮定し、Monte Carlo 法を用いて CsI 1 チャンネルでの energy loss を計算し、実験データと simulation のスペクトルをそれぞれ gaussian fit して 両者の fit のピーク値を比較することによって ADC 1 カウントに対応するエネルギーを決定した。CsI の縦 4 チャンネルのみを鳴らしたデータを用いることにより、入射する宇宙線の天頂角は 8 度以下となるので、 CsI での energy loss は入射宇宙線の天頂角によらずほぼ一定である。

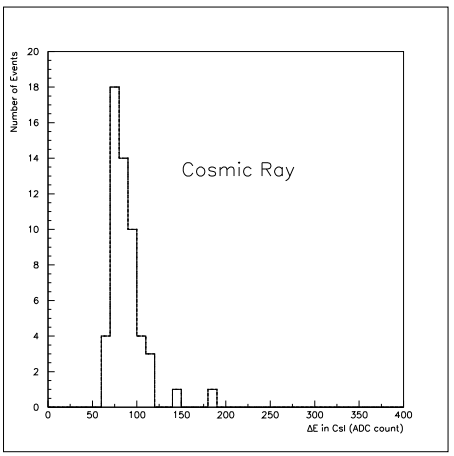

図 14: 宇宙線の CsI 1 ブロックでの energy loss (ch 9)

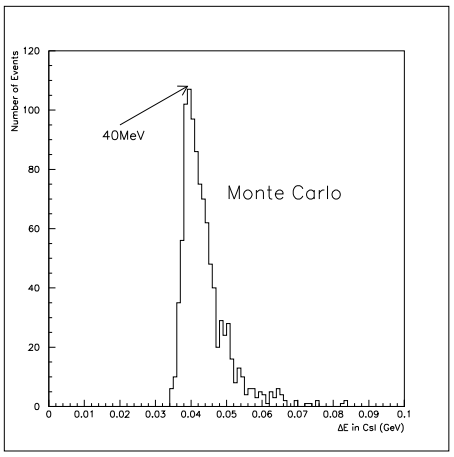

図 15: M.C. による宇宙線の energy loss の simulation

一方、 2GeV/c の π^+ ビームを用いた calibration では、 π^+ が全て Target counter と CsI を通過する。このうち、 CsI 1 チャンネルしか threshold[2]を越えていないイベントを用い、これと Monte Carlo(M.C.) simulation によって計算した CsI での π^+ の energy loss の値とを比較した。その結果、degrader を通過後の beam の運動量分布は 1.8GeV/c 付近にピークがあったので、 1.8GeV/c の π^+ の CsI 中での energy loss を計算し、スペクトルのピーク値を実験データと比較し、calibration をお

[2]ADC 値で 2、およそ 1MeV 強とした。

こなった。ビームは直進するため、この方法では CsI の中央 4 チャンネルの calibration しかおこなえない。

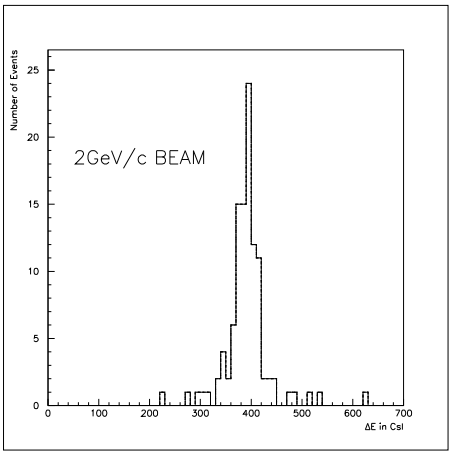

図 16: $2GeV/c\pi^+$ beam の CsI での energy loss

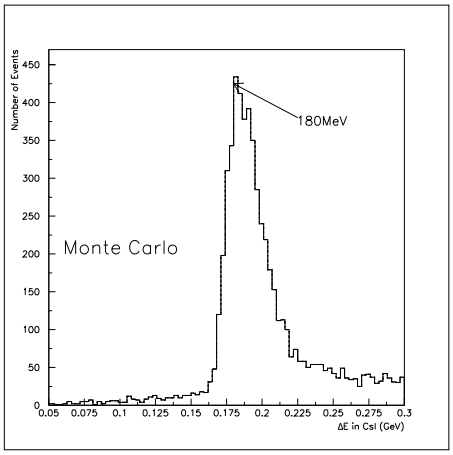

図 17: $2GeV/c\pi^+$ beam の CsI での energy loss(M.C.)

当初は全チャンネルとも宇宙線を用いて calibration する予定であったが、 cosmic ray counter の不調によりデータの数が少なくなったため、中央 4 チャンネルはビームをもちいて calibration をおこなった。結果を Table 5 に示す。

表 5: 宇宙線を用いた ADC の calibration 結果

M.C. simulation の結果では、CsI 1 チャンネルで宇宙線の落とすエネルギーのピークは 40.1MeV である。E/cout の項目は、ADC 1 count が対応しているエネルギーの大きさを表す。N_{data} はデータ数。

CsI ch	N_{data}	**peak**	σ	$\sigma/\sqrt{N_{data}}$	**E/count[MeV]**
1	55	101.9	14.5	1.96	0.39
2	24	81.1	12.0	2.44	0.49
3	37	73.1	14.0	2.30	0.55
4	49	58.3	4.8	0.68	0.69
5	55	76.3	9.6	1.29	0.53
6	24	73.0	16.0	3.26	0.55
7	37	74.3	8.4	1.37	0.54
8	49	62.5	5.9	0.87	0.64
9	55	84.1	13.2	1.78	0.48
10	24	76.4	17.4	3.54	0.52
11	37	82.8	8.4	1.38	0.48
12	49	75.2	10.8	1.54	0.82
13	55	63.9	7.7	1.04	0.73
14	24	73.8	10.6	2.15	0.54
15	37	58.0	11.5	1.88	0.69
16	49	63.7	12.9	1.85	0.63

表 6: 2GeV/c ビームを用いた calibration の結果

ビームを用いた calibration は、ビームが中央 4 チャンネルしか通らないため、中央の CsI しか calibration できなかった。beam/cosmic の項目は、宇宙線を用いた calibration のものとの違いを表している。

CsI channel	**peak**	**beam/cosmic**
6	73	0.931
7	74	1.14
10	76	1.09
11	83	1.03

5.3 バックグラウンドの排除

以上によって TDC および ADC の calibration がおわり、CsI 16 チャンネルの gain の和をとることによって e^+ の kinetic energy のデータが得られる。しかし、この中にはバックグラウンド事象が数多く含まれているため、これを排除する。 Table 5.3 に排除したイベントおよび、排除したイベント数をあげておく。

表 7: 排除したバックグラウンド事象

バックグラウンドの種類	イベント数
π^+ が Target で止まらなかった	463528
崩壊した e^+ が CsI の中央に入らなかった	4408
Target に同時に 2 粒子が入射	156

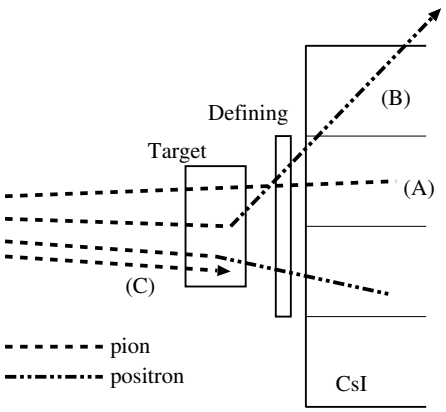

図 18: 排除したバックグラウンド事象 : (A)π^+ が Target で止まらなかった (B)e^+ が CsI の中央に入らなかった (C)Target に同時に 2 粒子が入射

Table 5.3 の各項目について説明する。「 π^+ が Target に止まらなかった」イベントとは、具体的には Target counter が鳴ってから、 Trigger counter が鳴るまでの時間差が 5ns 以下のイベントのことで、実際には Target counter で π^+ が止まったイベントも含まれるが、突き抜けのイベントを完全に排除する目的で 5ns の時間を取った。

「崩壊した e^+ が CsI の中央に入らなかった 」イベントについて。本実験では、崩壊した e^+ のエネルギーを正確に測ることが重要である。そのため e^+ が CsI の中で全てのエネルギーを失い止まらないイベントはデータとして用いることができない。そこで e^+ が CsI で落としたエネルギーを CsI のチャンネルごとに比較し、最もエネルギーを落としたチャ

ンネルが 16 チャンネルのうち中央の 4 チャンネルではないイベントのことである。このようなイベントは e^+ がすべてのエネルギーを CsI 中で落とさず外に出て行く恐れがあるため、排除した。中央 4 チャンネルのいずれかで最も大きなエネルギーを落としたイベントに対しては、そのチャンネル及び周囲 8 チャンネルの、合計 9 チャンネルでの energy loss の合計をもって e^+ の CsI 中での energy loss とみなした。

「Target に 2 粒子が同時に入射した」イベントについて説明するために、 Fig. 19 を用いて説明する。Target TDC と TOF TDC の 2 次元プロットである。この図を見ると、一般的なイベントは Target の TDC 値が 45ns 以降ではオーバーフローすることがわかるが、オーバーフローしていないイベントが見られる。このようなイベントは、ある粒子が Target counter に入射した後、別の粒子が TOF counter を鳴らしたことを示唆しており、この場合 e^+ のエネルギーを正しく測定することができないので、排除した。

これらの cut を行った段階でデータ数は 3677 イベントに減少した。

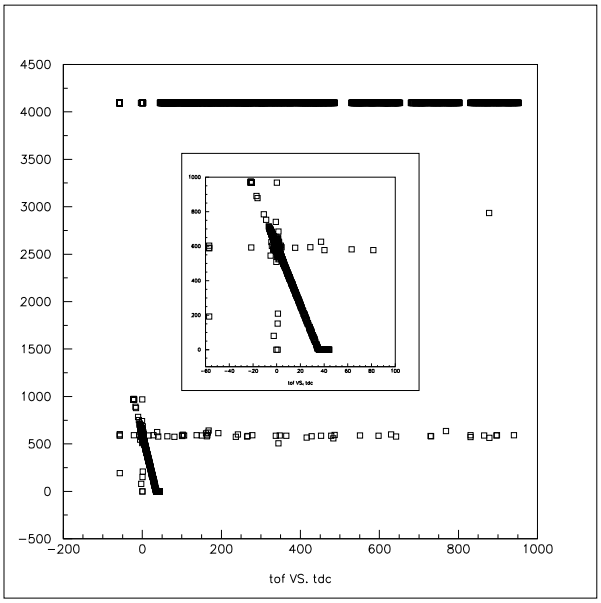

図 19: TOF TDC 値 と 時間の scatter plot

5.4 $\pi - e$ event の探索

本節で出てくる時間についての記述はすべて、' π^+ が Target counter に止まってからの時間' を表している。Fig.20 および Fig.21 に それぞれ 5ns∼60ns 、 60ns∼480ns の時間帯に崩壊した e^+ の CsI 9 チャンネルで落としたエネルギーの和をとったものである。

ビームの運動量ごとに観測されたイベント数を CsI での energy loss で区分して Table8 および table9 に示した。

表 8: ビーム運動量ごとのイベント数 $(5 \sim 60ns)$

	$300MeV/c$	305	310	315	**total**
$0 \sim 55MeV$	110	22	15	112	259
$55 \sim 70MeV$	3	2	2	7	14
$70 \sim 100MeV$	3	0	0	8	11
$100MeV \sim$	2	0	0	3	5

表 9: ビーム運動量ごとのイベント数 $(60 \sim 480ns)$

	$300MeV/c$	305	310	315	**total**
$0 \sim 55MeV$	890	168	109	708	1875
$55 \sim 70MeV$	10	1	0	42	53
$70 \sim 100MeV$	4	4	4	31	43
$100MeV \sim$	5	2	0	11	18

これ以降の数節で実際におこった $\pi - e$ および $\pi - \mu - e$ イベントの数を見積もるための計算式をあげるが、そのときに用いる文字を定義しておく。 実際に観測されたイベント数を、 CsI での energy loss の大きさによって $0 \sim 55MeV$ 、$55 \sim 70MeV$、 $70MeV$ 以上のイベント数をそれぞれ N_1 、N_2、N_3 と定義する。また、 $5 \sim 60ns$ におこったイベントと $60ns \sim 480ns$ におこったイベントを区別するため、括弧のなかに時間を表記する。例えば、$5 \sim 60ns$ におこった、CsI での energy loss が $55MeV \sim 70MeV$ であるようなイベントの個数は $N_2(5 \sim 60ns)$ と表す。

5.4.1　その他のバックグラウンドについて

5ns から 60ns の時間帯に崩壊した e^+ の CsI での energy deposite が 55Mev から 70MeV の事象を $\pi - e$ event とみなすが、5.3 節で述べたバックグラウンドのカットを行った後も、$\pi - e$ event がほとんど起こらないはずの 60ns から 480ns の時間領域で 55MeV 以上の energy を落としている事象が数多く見られる。

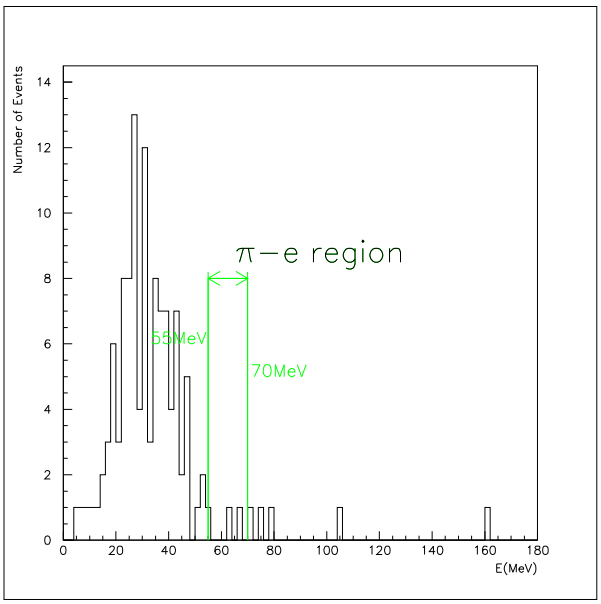

図 20: 5ns∼60ns の CsI Energy Spectrum ($p = 300MeV/c$)
$55MeV \sim 70MeV$ が $\pi - e$ 探索領域である。

このようなイベントの存在は、 CsI のエネルギー分解能に起因する $\pi - \mu - e$ event のスペクトルの tail が、原因のひとつと考えられる (イベント数は、後で 5.4.2 節にて述べる)。しかし非常に高いエネルギーを落としているイベントが多く見られることは、そのほかに原因不明のバックグラウンドが依然として存在していることを示している。$5 \leq t \leq 60ns$ の間の、原因不明のバックグラウンドの数を $N_{accidental}$、CsI tail のイベント数を N_{tail} とおくと、

$$N_2(5 \leq t \leq 60ns) = N_{accidental}(5 \leq t \leq 60ns) + N_{tail}(5 \leq t \leq 60ns) \quad (1)$$

となる。

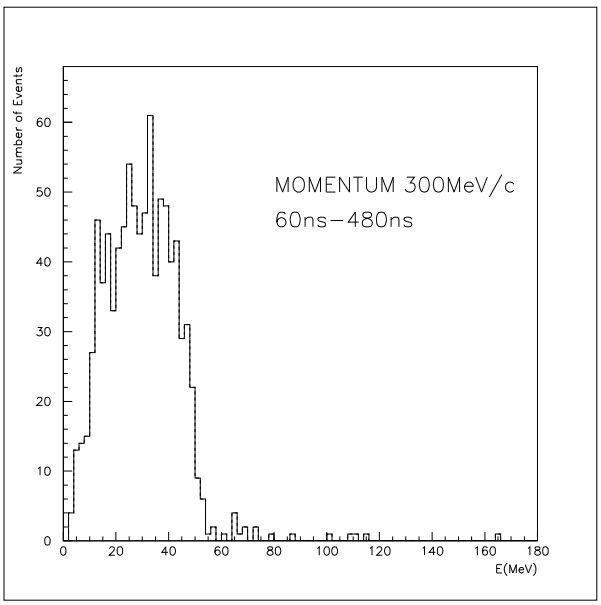

図 21: 60ns∼480ns の CsI Energy Spectrum ($p = 300MeV/c$)
$55MeV$ 以下のイベントを $\pi - \mu - e$ イベントと見なす。$55MeV$ 以上のバックグラウンド事象が多数存在しており、これらは CsI tail によるものと原因不明のバックグラウンドとして処理する。

これらのイベントは 5ns から 60ns の領域にも同様に存在していると考えられる。$\pi - e$ 探索の際にこれらのイベントを考慮して引き算をおこなった。すなわち、$5ns \sim 60ns$ の時間領域に含まれる $\pi - \mu - e$ tail 由来のイベント数は 60ns から 480ns の時間領域に含まれる数を両時間領域に含まれる 55MeV 以下のイベント数で規格化して見積もり、原因不明のバックグラウンドの数は $60ns \sim 480ns$ の時間領域の数を両時間領域に含まれる $70MeV$ 以上の energy loss のイベントの数で規格化して見積もった。$5ns \sim 60ns$ の全バックグラウンドの数を N_{bg} とおくと、

$$N_{bg}(5 \leq t \leq 60ns) = N_{accidental}(60 \leq t \leq 480ns) \times \frac{N_3(5 \leq t \leq 60ns)}{N_3(60 \leq t \leq 480ns)}$$
$$+N_{tail}(60 \leq t \leq 480ns) \times \frac{N_1(5 \leq t \leq 60ns)}{N_1(60 \leq t \leq 480ns)}$$

このようにして見積もったバックグラウンドを $5 \sim 60ns$ の時間領域で CsI での energy loss が $55 \sim 70MeV$ であるイベント数から引き、$\pi - e$

イベント数を見積もった。実際の $\pi - e$ イベント数を $N_{\pi e}$ と書くと、

$$N_{\pi e} = \Big\{ N_2(5 \leq t \leq 60ns) - N_{bg}(5 \leq t \leq 60ns) \Big\} \times \frac{\int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} dt}{\int_5^{60} e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} dt} \qquad (2)$$

この式によって $\pi - e$ イベント数を計算する。

5.4.2 Tail Correction

ここでは、先程出てきた、 CsI の分解能によって $\pi - \mu - e$ イベントが 55MeV 以上の領域で見えるようなイベントの個数について論ずる。

このようなイベントの個数を論ずるためには、まず CsI のエネルギー分解能を知らねばならない。そのために、$\pi - \mu - e$ の e^+ は最大エネルギー $(52.8MeV)$ のイベントがもっとも多い、という事実に注目する。このことより、実際の $\pi - \mu - e$ イベントの e^+ の energy spectrum でピーク $(52.8MeV)$ よりも高いエネルギーのところに出ているイベントは CsI のエネルギー分解能による tail であることが分かる。そこでこの tail を gaussian で fitting することによって $55MeV$ 以上の領域に見えている $\pi - \mu - e$ の e^+ の個数を見積もることにした。実際の解析ではビーム運動量 $315MeV/c$ のイベントはノイズが多いため、この fitting は $300MeV/c$ のデータのみでおこない、 tail 由来のイベントは $\pi - \mu - e$ イベントの数に比例していると考え、後に CsI で $55MeV$ 以下の energy loss のイベントの数で規格化して数を見積もる、という方法をとった。

実際に fit したものが Fig.22 である。本実験では e^+ は Target や Trigger 、アルミの箱でエネルギーを落とすので、energy spectrum のピークは $52.8MeV$ よりも小さな値となる。この時、 55MeV 以下のイベントが 1153 個あり、 Fig. 22 の gaussian より、高エネルギーの tail は 2.53 イベントと見積もった。これを規格化して tail 由来のイベント数とした $(= N_{tail})$。

5.5 $\pi - \mu - e$ イベント数の計算

$\pi - \mu - e$ イベントの個数は、 Fig. 21 のように、$60 \leq t \leq 480ns$ の時間帯における、$55MeV$ 以下のイベントの個数を測定し、全イベント数を見積もった。前節の記号を用いると、$\pi - \mu - e$ イベント数 $N_{\pi\mu e}$ は、

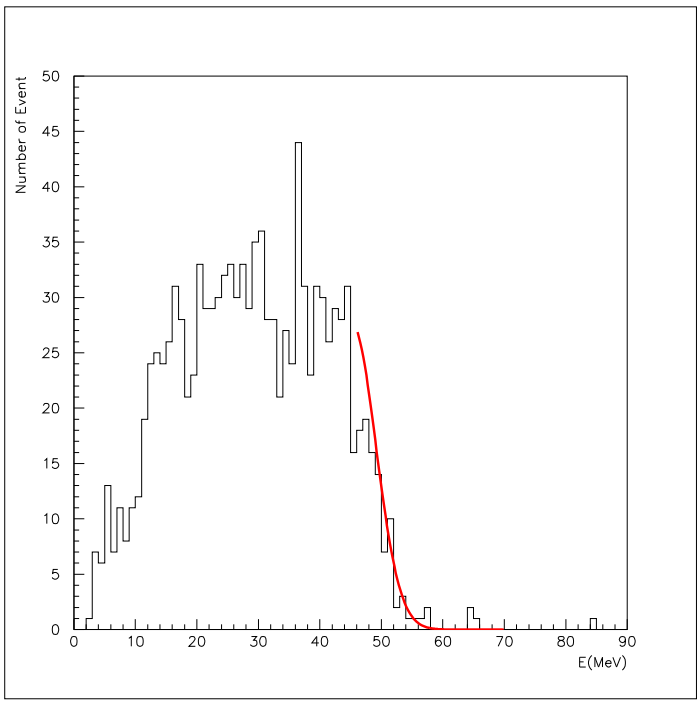

図 22: CsI tail の見積もり

$$N_{\pi\mu e} = n_1(60 \leq t \leq 480ns) \times \frac{\int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} dt}{\int_{60}^{480} e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} dt} \tag{3}$$

によって計算した。

6 結論

6.1 $\pi - e$ および $\pi - \mu - e$ イベント数

前節の式 (2) および式 (3) によって求めた $\pi - e$ イベントおよび $\pi - \mu - e$ イベントの個数をビーム運動量別 300MeV/c、315MeV/c および全体について Table 10 にまとめた。

表 10: $\pi - e$ および $\pi - \mu - e$ イベントの個数

	300MeV/c	**315MeV/c**	**total**
$N_{\pi\mu e}$	5266	4189	11094
$N_2(5 \leq t \leq 60ns)$	3	7	14
$N_{bg}(5 \leq t \leq 60ns)$	4.7	10.8	13.4
$N_{\pi e}(5 \leq t \leq 60ns)$	<3.8 (90%)	<4.4 (90%)	<5.8 (90%)
$N_{\pi e}$	<5.2	<6.1	<8.1

なお $55 \sim 70MeV$ に観測されたイベント数はこの領域のバックグラウンドの見積もった数より小さい。そこで $N_{\pi e}$ については 90% confidence coefficient の upper limit[3]で求めている。

6.2 Branching Ratio

以上の結果より、 Branching Ratio は

- 300MeV/c beam

$$R < 9.9 \times 10^{-4}(90\%)$$

- 315MeV/c beam

$$R < 1.5 \times 10^{-3}(90\%)$$

- All Run

$$R < 7.3 \times 10^{-4}(90\%)$$

[3]Appendix C

と得られた。

この結果は standard model の正当性を裏付けるとまではいかないが、理論値に矛盾を与えるものではない。

7　考察

今回の実験でわれわれは計 20000 強の π^+ をとめることができたと見積もる。理論的にはこれらのうち数個 $\pi - e$ decay になりうるが、この数字で Branching Ratio の精度を上げるのは厳しい。ビームラインの使用時間からこのことは当初からわかっていたが、最終結果になにより大きい影響を与えたのはバックグラウンドの多さである。解析にあたっても述べたが、いまだ原因をつきとめられずにいるバックグラウンドが残っている。

この起因不明バックグラウンドはビーム軌道上に CsI を設置したことに由来するものであると現在のところ推測している。しかしこのセットはわれわれが選択したものであり、その時点で何らかの対策が必要であった。CsI と Target counter のあいだの粒子の軌跡を MWPC などでトラッキングしておけば多角的な解析がおこなえたであろう。

Target counter については事前に綿密な study が必要であった。今回の解析で $\pi - e$ イベント探索においてこのカウンタの情報を 100%使うことができていない。$\pi - e$ 探索の時間帯では入射した π^+ とその崩壊のシグナルが区別できないからである。さらに Pb の厚さを予定より 1cm 厚く 11cm とした。このことでビームは広がり momentum のばらつきもひどくなるので Target 全域にわたってほぼ一様に π^+ が stop するであろうと容易に予測でき、このカウンタでの e^+ の energy loss に大きくばらつきがある (Fig.23)。これらの問題の解決法としては Target counter を層構造にすることである。各層のシグナルを読みにいけば π^+ の止まった時間とその場所の深度がわかり、Target 内での e^+ の energy loss を含めた解析がおこなえる。

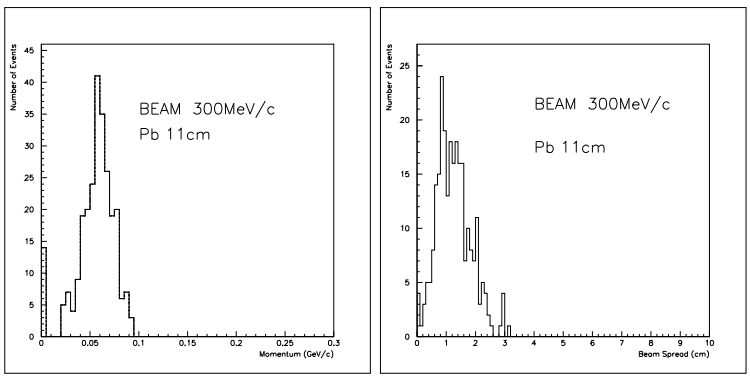

図 23: 300MeV ビーム Degrader 通過時の様子 (M.C.)

7.1 バックグラウンドの原因についての考察

5.4 で触れたように、我々の得た CsI スペクトルには、カットを施した後にもバックグラウンドと思われるイベントが多数存在した。それらの原因について、観測したデータをもとに考察をおこなう。Fig.24 は、縦軸が Target counter での energy loss 、横軸が CsI での energy loss を表す scatter plot で、$200ns$ 以降のイベントについて plot している (それより早い時間のイベントの場合、π^+ が Target で止まった時の energy loss もカウントしてしまうため、意味がない。)。図中の黒い点はカットを施した後に残ったイベントであり、赤い点は TOF counter が鳴ったイベントである (5.3 節参照)。この図より、 TOF counter が鳴ったイベント、すなわち 2 粒子が同時に入射したイベントは energy loss が大きくなることがわかる。また、 TOF counter が鳴っていないイベントでも、鳴ったイベントとよく似た energy loss のパターンのものが多数見受けられ、CsI での energy loss が $55MeV$ 以上のイベントではそのようなイベントが多数を占めていることも分かる。

このデータより、我々は TOF counter を鳴らさないが 2 粒子が同時に入射したようなイベントが存在しているのではないかと推測する。TOF counter が鳴らなかった理由としては、'2 つ目の粒子が TOF counter の外側を通った'、 'TOF counter の effeciency の問題'、などが考えられるが、持っているデータの種類が少なく、結論は出ていない。

Target の ADC 情報は $200ns$ 以前では意味がないため、$\pi - \mu - e$ 探索については使用できないが、 CsI tail 補正 (5.4.2 節参照) や Michel Spectrum の観測の時にはこの情報が使える時間帯のイベントを使用し、Fig.24 中の直線より下側のイベントのみを用いた。

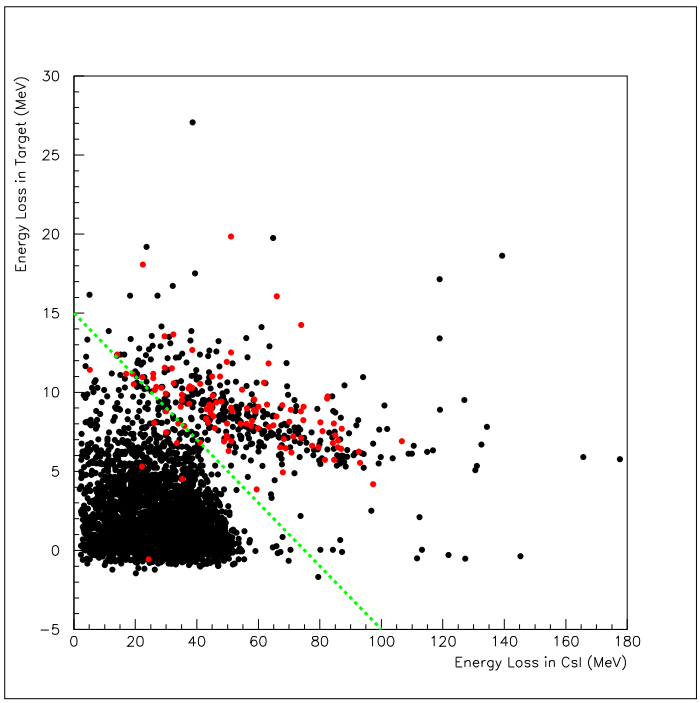

図 24: Target と CsI の energy loss の scatter plot (Fig.25,26 は印刷用)

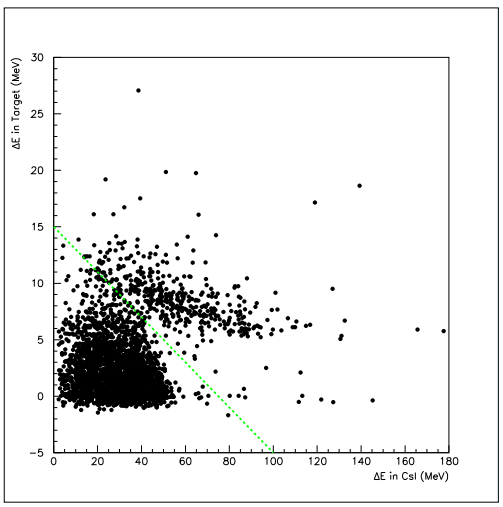

図 25: Target と CsI の energy loss の scatter plot

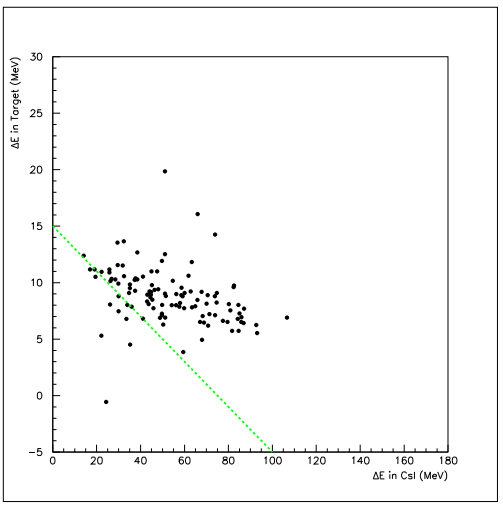

図 26: Target と CsI の energy loss の scatter plot(TOF counter 鳴る)

7.2 Michel Spectrum について

バックグラウンドを落とした後の $t \geq 200ns$ の energy spectrum を Fig.27 に示す。

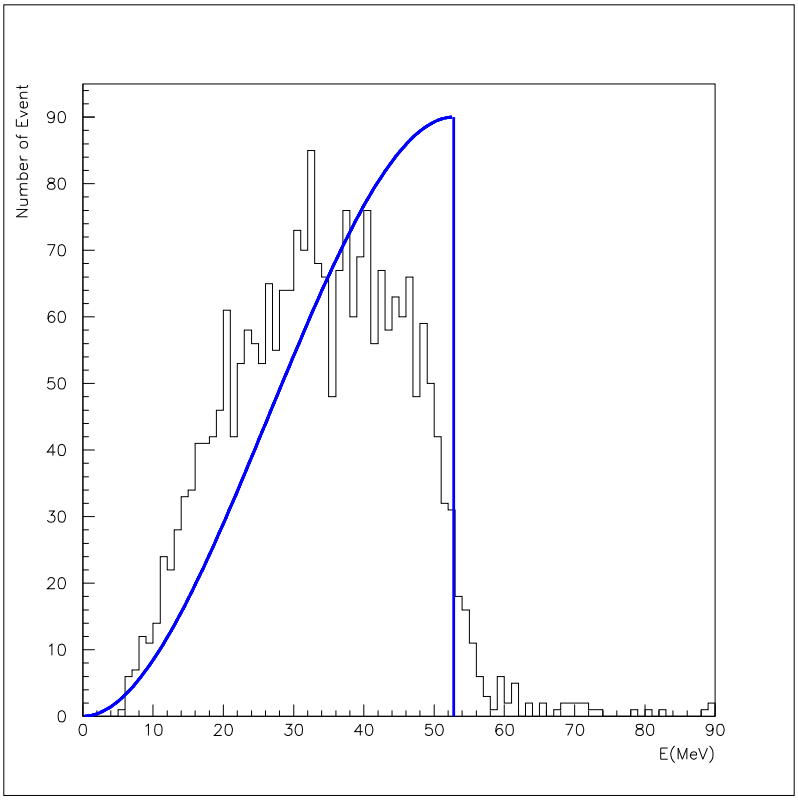

図 27: e^+ Energy Spectrum ($t \geq 200ns$)

$t \geq 200ns$ では μ^+ 崩壊の e^+ のエネルギー分布は理論的に分かっており、$\frac{2E/E_{\max}}{3-2E/E_{\max}}$ $(E_{\max} = 52.8MeV)$ の分布に従う (Michel Spectrum[4])。Fig.27 に理論計算による分布と観測したデータを示す。なおこの図は Target、Defining、CsI での energy loss の和の histogram であり、崩壊によって生じる e^+ の実際の energy に対応する。低エネルギー側では分布が多少左にシフトしている模様であるが、これは calibration に依存するものと考える。

[4] AppendixA 参照

A Michel Spectrum

ここでは μ の崩壊におけるエネルギー分布 (Michel Spectrum) について考える。

第 1.2 節 (p.7) で行なった 4 Fermi 相互作用の方法で出来るのであるが、ここでは、Weinberg-Salam model で W boson の propagator も考慮して、摂動計算しよう。次のように、運動量とスピンを定義する。

$$\mu\left(p_1, s_a\right) \rightarrow \bar{\nu}_e\left(p_2\right) + \nu_\mu\left(p_3\right) + e_+\left(p_4, s_b\right)$$

散乱振幅は leading order で次のようになる。

$$M = -\frac{g^2}{8}\left(\bar{u}_3 \gamma_\mu \left(1-\gamma_5\right) u_1\right)\left(\frac{-g_{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2}\right)\left(\bar{u}_4 \gamma_\nu \left(1-\gamma_5\right) u_2\right)$$

ただし、u はそれぞれの、free field における波動関数に相当するものである。また、g は弱い相互作用の coupling constant、M_W は W boson の質量 (80 GeV) である。この式から、

$$|M|^2 = \frac{g^4}{64 M_W^4} L_{\mu\nu} M^{\mu\nu}$$

ただし、

$$L_{\mu\nu} = \mathrm{Tr}\left[\left(\mathrm{u}_3 \bar{u}_3\right) \gamma_\mu \left(1-\gamma_5\right)\left(u_1 \bar{u}_1\right) \gamma_\nu \left(1-\gamma_5\right)\right]$$

また、

$$M^{\mu\nu} = \left(p_4 - m_e s_b\right)_\alpha p_{2\beta} \mathrm{Tr}\left(\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta \gamma_\nu \left(1-\gamma_5\right)\right)$$

以上の結果を、μ について spin average をとると、

$$|M|^2 = \frac{g^4}{M_W^4}\left[p_3 \cdot \left(p_4 - m_b s_b\right) p_2 \cdot \left(p_1 - m_a s_a\right)\right]$$

という結果が得られる。μ の静止系で考える。(他の系には Lorentz boost で持っていける。) 次のような運動量、スピンと定義できる。

$$\begin{aligned}
p_1 &= \left(m_a, \mathbf{0}\right) \\
s_a &= \left(0, \mathbf{s}_a\right) \\
p_4 &= \left(E_4, \mathbf{p}_4\right) \\
s_b &= \left(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{s}_b / m_b, \mathbf{s}_b + \left(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{s}_b\right) \mathbf{p}_4 / m_b \left(E_4 + m_b\right)\right)
\end{aligned}$$

崩壊率の式に代入してエネルギー微分で表現すると、

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{g^4}{32M_W^4}\frac{m_a^5 n\left(x\right)}{192\pi^3}$$

ただし、

$$x = \frac{E_4}{(E_4)_{\max}}$$
$$(E_4)_{\max} = \frac{m_a}{2}$$

また、

$$n\left(x\right) = 2x^2\left(3-2x\right)$$

また、x で積分すると、

$$\Gamma = \frac{g^4}{32M_W^4}\frac{m_a^5}{192\pi^3}$$

B　ビームに含まれる p および μ^+ についての考察

ここでは 310 MeV/c のビームについて考察する。まず μ^+ については 300 MeV/c の μ^+ が 10cm の degrader から出てきたときの運動量分布は Fig.28 のようになる。

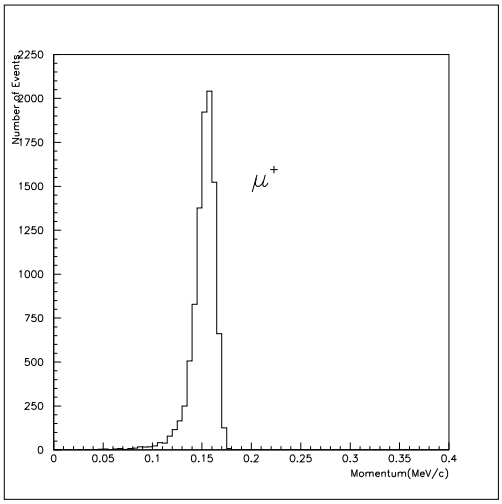

図 28: M.C. による μ^+(310MeV/c) が Degrader から出てきたときの運動量分布

この分布の mean はおよそ 130MeV/c である。そこで 130MeV/c の muon bea の Target counter での energy loss を計算すると Fig.29 のようになる。

入射時の kinetic energy は 39.5 MeV なので μ^+ は Target で止まらないことが分かる。

一方 proton の方は degrader 内で止まる。energy loss は FIgure30 のようになる。

310 MeV/c proton の kinetic energy はおよそ 50 MeV で、FIgure30 の energy loss と等しい。すなわち proton は degrader でとまる。

以上により、われわれはビームに含まれる p および μ^+ の影響を無視できる。

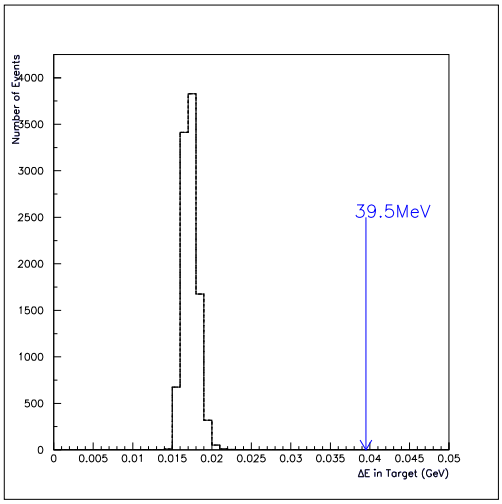

図 29: p =130MeV/c の μ^+ の Target 内での energy loss (M.C.)

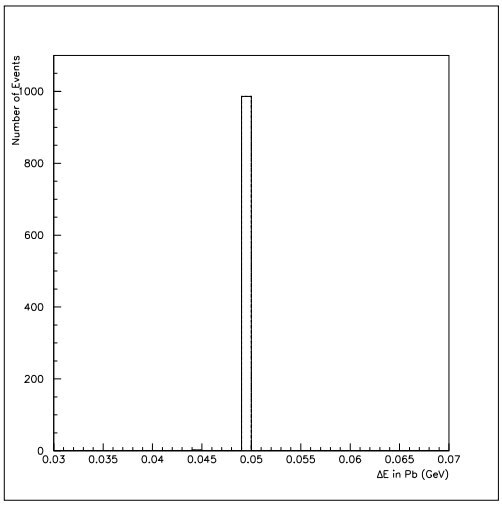

図 30: proton の degrader での energy loss (M.C.)

C Upper Limit

第 6.1 節において用いた upper limit について少し触れておく。今回の実験で観測した $\pi - e$ region のイベントは数イベントであった。これらを Poisson process のイベントとして扱う。

Poisson の probability dencity function は、

$$f(r:\mu) = \frac{\mu^r e^{-r}}{r!} \qquad (r:\text{イベント数},\ \mu:\text{Mean})$$

である。

観測されたイベント数を n_0 とする。このとき少なくとも $1-\epsilon\,(\epsilon < 1)$ の確率で、他のランダムな観測によるイベント数 n が n_0 よりも大きくなるような poisson distribution の mean μ を upper limit N とすると、

$$1 - \epsilon = 1 - \sum_{n=0}^{n_0} f(n;N)$$

である。

今回は観測したイベントには真のシグナルとバックグラウンドシグナルが存在する。バックグラウンドの mean を μ_{B}、真のシグナルの upper limit を N とすれば

$$1 - \epsilon = 1 - \frac{e^{-(\mu_{\mathrm{B}}+N)} \displaystyle\sum_{n=0}^{n_0} \frac{(\mu_{\mathrm{B}}+N)^n}{n!}}{e^{-\mu_{\mathrm{B}}} \displaystyle\sum_{n=0}^{n_0} \frac{\mu_{\mathrm{B}}^n}{n!}}$$

となる。今回は $\epsilon = 0.1$ として上式から upper limit を導出した。

D　μ^+ の寿命

第 5.1 節に Fig.13 を示したが、$\tau_\pi \ll \tau_\mu$ を考慮すればこの図は μ^+ の崩壊の様子を表すものと言える。すなわち exponential で fitting をおこなえば μ^+ の寿命が求まる。

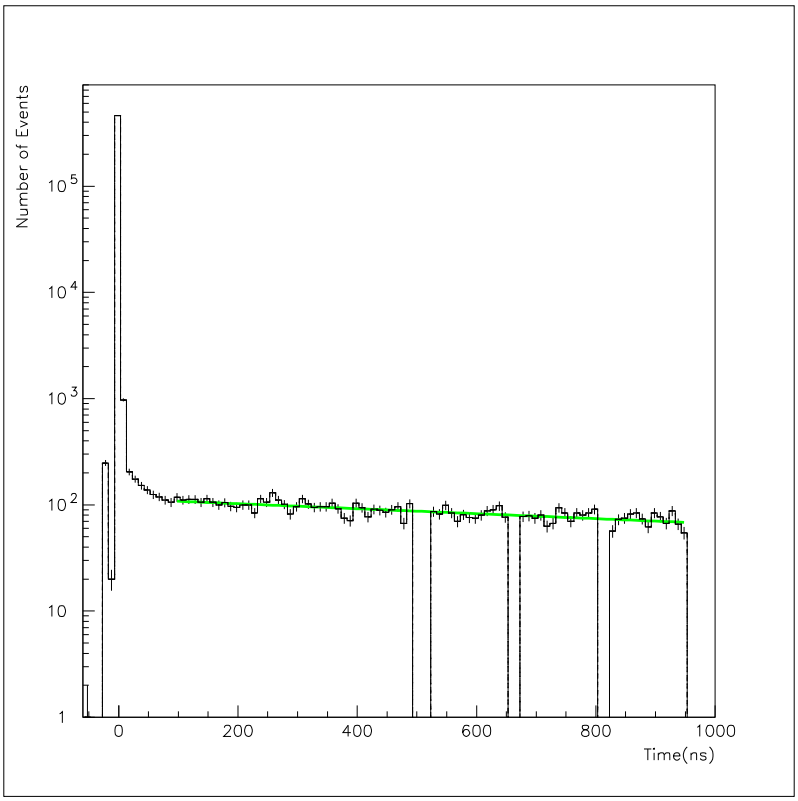

図 31: μ^+ の寿命: 縦軸は log scale。$100 < t < 950ns$ で fitting をおこなっている。

この結果より μ^+ の寿命は

$$\tau_\mu = 1858.3 \pm 177.12\,ns \quad (\mathrm{CL} = 17.35\%)$$

となる。

参考文献

[1] D. A. Bryman *et al.*, Phys. Rev. D33, 1121(1986)

[2] E. Di Capua *et al.*, Phys. Rev 113, B1333(1964)

[3] G. Czapek *et al.*, Phus. Rev. Lett. 70, 17(1993)

[4] D. I. Britton *et al.*, Phys. Rev. Lett. 68, 3000(1992)

[5] O. Helene, Nucl. Instr. and Meth. 212, 319(1983)

[6] Francis Halzen,Alan D. Martin, Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics, Wiley(1984)

[7] William H. Press *et al.*, NUMERICAL RECIPES in C CAMBRIDGE(1999)

[8] 長島 順清, 素粒子物理学の基礎 (1)(2), 朝倉書店 (1998)

[9] グレン F. ノル, 放射線計測ハンドブック, 日刊工業新聞社 (1991)