

2008年度 課題研究P1
球面鏡チェレンコフ光検出器の開発と評価

京都大学理学部 物理科学系
岡村 和弥、高橋 将太

平成 21 年 3 月 23 日

目次

第 1 章 実験動機・目的	2
第 2 章 実験原理	3
2.1 RICH 検出器	3
2.2 宇宙線	3
2.3 チェレンコフ光	4
2.4 光量の見積もり	4
2.5 球面鏡	5
第 3 章 実験装置	6
3.1 球面鏡	6
3.2 Image Intensifier Tube	7
3.3 Micro Channel Plate	8
3.4 CCD Camera	8
3.5 Video Capture board	9
第 4 章 実験手順	10
4.1 トリガー	10
4.2 NIM モジュール	11
4.3 Image Intensifier Tube	11
4.4 画像取得プログラムの動作方法	12
第 5 章 実験解析	13
5.1 バックグラウンド	13
5.2 Ring Image	14
5.3 その他のイメージ	15
第 6 章 結論	17
6.1 結果・考察	17
6.2 今後の課題	17
6.3 感想	18
謝辞	19
付録	20
付録 A $\varepsilon(A)\varepsilon(B) \geq \frac{1}{2} \langle[A, B]\rangle $	20

第1章 実験動機・目的

「プラスチックシンチレータが光ったからといって何なんだ！」

素粒子物理学初心者の私にとっては、いくら講義を受けても素粒子の形のイメージが全然湧かず、いまだにただふわふわしたものしか思えない。そのようなふわふわしたものを実験で観測するとしても、いったい何を根拠にその存在を判断するのが掴めない分からない。どうにかして、粒子のイメージをよりリアルな形で確認したいと思ったのが、この実験を始める契機となった。

まず、はじめにカメラを使って何かしら像を撮影したいと思い、その際、市川先生から球面鏡を使ったチェレンコフ光検出器のことを教えていただいた。参考文献の論文を読んでも最初はなかなか分からなかったが、「球面鏡」という面白そうな響きに惹かれて本実験を行うことにした。

本実験の目的を以下に簡単に説明する。媒質中を通過する粒子は円錐状に光(チェレンコフ光)を放射し、その光を鏡によって適切な(2次元の)像を形成させることができれば粒子の情報が測定により画像として抽出できるはずである。次に像を実際に測定する際に「適切な像が形成」されていることが最大の関心事となり、その実現のための古典的な幾何光学での最適解が球面状に鏡をすること、すなわち球面鏡の登場で、これが球面鏡を使ってチェレンコフ光を測定する発想の原点である。この方法は電磁相互作用をするものに限り粒子の種類を選ばず、未知粒子探索への利用が見込まれる。今回の測定対象は宇宙線で、地上に到達する宇宙線の大部分がミューオンであることが知られているが、今回の実験から派生した未知粒子探索などの実験への試金石として十分価値のあるものである。

第2章 実験原理

本実験で扱う宇宙線、チェレンコフ光、球面鏡の原理などについて説明する。その次に全過程の結果から得られる測定可能量を示す。

2.1 RICH 検出器

RICH 検出器とは Ring Imaging Cherenkov 検出器の略称で、その名前の中の通りチェレンコフ光を環状の像として捉える検出器のことである。粒子が前方に発するチェレンコフ光をただ単に検出するのではなく、球面鏡で反射させた反射光を検出することが特徴である。

2.2 宇宙線

試料として用いる宇宙線について説明する。生成過程と地表での組成の議論をし、それに基づきミューオンの性質を説明する。

宇宙線の生成過程と地表での組成

宇宙線と呼ばれるものには2種類あり、一次宇宙線および二次宇宙線と呼ばれている。宇宙線のうち一次宇宙線とは地球大気に入射してくるもののことである。一次宇宙線は陽子を主成分とする裸の原子核である。これらはエネルギーが高く、大気の原子核と衝突して原子核を破壊すると共に、多くの中間子などを生成する。地球上で発生したこれらの粒子を二次宇宙線と呼ぶ。二次宇宙線には多くの粒子が属し、原子核衝突でできた陽子・中性子や中間子、そして中間子などの不安定粒子が崩壊して生成されたニュートリノやミューオン、電子およびそれらの反粒子、ガンマ線などがある。一次宇宙線は大気中での衝突により指数関数的に減少するので地表にはほとんど到達しない。ゆえに試料となり得るのは二次宇宙線である。

鉛 10 ~ 15 cm の厚さのものを吸収層といい、この鉛の吸収層により吸収されるものを軟成分、貫通するものを硬成分と呼ぶ。軟成分は電子、陽電子、ガンマ線などで、電磁成分とも呼ばれている。電磁成分は、エネルギーの高いものでも制動放射と電子対生成を繰り返して急速に電子、陽電子および光子の数を増加させるカスケード・シャワーを発生し、平均エネルギーの低い多数の電子、陽電子及び光子になった後、電離損失や光電効果によって吸収される。

地上で観測される宇宙線の $3/4$ は硬成分であり、大部分はミューオンである。制動放射は質量の2乗に反比例するので、重い粒子はわずかな電離損失で鉛を貫通する。地上で測定される宇宙線の組成は [7] にあるが、地上ではミューオンとニュートリノが大半を占める。

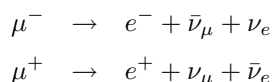
ミューオンの性質

ミューオンはレプトン第2世代で電荷 $-e$ を持ったスピン $\frac{1}{2}$ のフェルミオンである。2008年現在までに実験により得られているミューオンの基本定数を表 2.1 にまとめた [2]。

表 2.1: ミューオンの基本定数

質量 m (MeV)	$105,658367 \pm 0.000004$
平均寿命 τ (s)	$(2,197019 \pm 0.000021) \times 10^{-6}$ ($S = 1.1$)
μ^- と μ^+ の平均寿命比 $\tau_{\mu^+}/\tau_{\mu^-}$	1.00002 ± 0.00008
平均自由行程 $c\tau$ (m)	658.58
磁気モーメント異常 $(g-2)/2$	$(11659208 \pm 6) \times 10^{-10}$
$(g_{\mu^+} - g_{\mu^-})/g_{ave}$	$(-0.11 \pm 0.12) \times 10^{-8}$
電磁双極子モーメント d (e cm)	$(3.7 \pm 3.4) \times 10^{-19}$

ミューオンの崩壊反応の大部分は次の反応である。



この反応は弱い相互作用によるもので、 W^\pm ボソンが媒介して起きる。ミューオンの平均寿命はこのプロセスでほぼ決まる。平均寿命としては比較的長い。ただし μ^- は物質中では原子核に捕獲されて反応をするので、物質の原子番号と密度に依存するが、真空中より平均寿命が短くなる

2.3 チェレンコフ光

ある粒子が媒質の中を進むとき、その速度が媒質中の光速 c より大きいとチェレンコフ光と呼ばれる光を、粒子の進む方向に対してある一定の角度で前方に円錐状に放射する。このときの角度 θ をチェレンコフ角度と呼び、媒質の屈折率 n と粒子の速度 v によって次のように決まる。

$$\cos \theta = \frac{c}{nv} = \frac{1}{n\beta} \left(\beta := \frac{v}{c} \right) \quad (2.1)$$

2.4 光量の見積もり

単位を電荷 e として電荷 Z の粒子が物質の長さ l cm を通過する際に放出される振動数 $\nu \sim \nu d\nu$ の間の光子の数は

$$\frac{2\pi l Z^2 e^2}{hc} \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2} \right) d\nu \quad (2.2)$$

で与えられる。これより、CCD カメラで測定可能な波長域 (ほぼ可視域の 400 から 800nm) において、アクリル中 ($n=1.49$) で単位長さあたりに放出する光子数は 280 個程度になる。

2.5 球面鏡

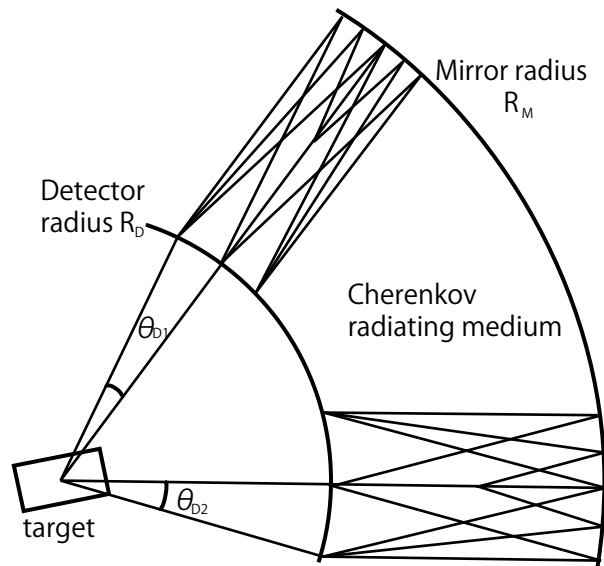


図 2.1: 球面鏡での反射光の様子

上記のように放出されたチェレンコフ光は球面鏡に当たると反射する。球の中心付近を通る粒子から円錐状に放射された光は、定点に集光し、球面状の検出器の上で ring image として結像する。

第3章 実験装置

今回の実験で用いた実験装置の中で、特徴のあるものを説明する。

3.1 球面鏡

図 3.1 に示すように、半径 75mm の球の一部を鏡面にして用いた。材質にはアクリルを使用し、球の内側に光が反射するようアルミを蒸着した。この球面鏡を IIT の感光面にオプティカルグリスで接着して RICH 検出器を組み立てた。

必要な球面鏡の大きさを決めるために、以下の 2 点を仮定して反射光が集光する様子を調べた。

1. アクリル媒質中でチェレンコフ放射
2. 宇宙線が球面鏡の中心に垂直に入射

図 3.2 は表計算ソフトで計算させた結果である。今回の実験では、光の像を検出する面が平面であるので、ある 1 点に集光しない。そのため、反射光の交点が最も密なところ焦点に選ぶことにした。

図 3.2 から分かるように、半径 1 の単位球を考えた場合、反射光が最も集光しそうなところは球の中心軸からの水平距離 0.40、最下端からの垂直距離 0.60 となる。IIT の光電面の有効直径が 10cm であるため、その範囲に必ず収まるよう、球面鏡上部には直径 6cm の ring image ができるようにした。その結果、アルミ蒸着する面の大きさを直径 112mm、厚さ 45mm とした。

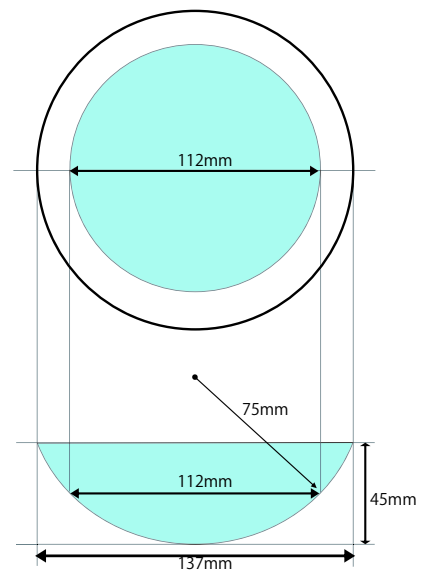


図 3.1: 球面鏡

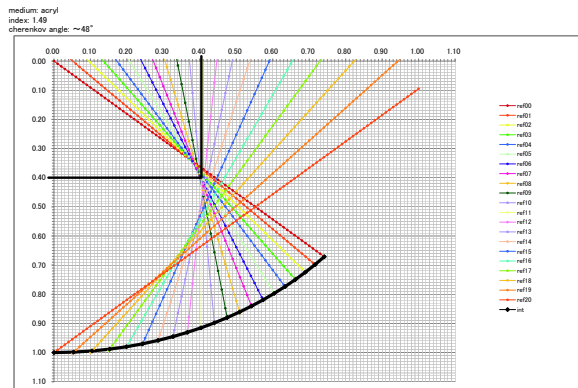


図 3.2: 反射光の軌跡

3.2 Image Intensifier Tube

Image Intensifier Tube(以下 IIT) は、Micro Channel Plate(以下 MCP) を用いることにより、シングルフォトンレベルという非常に小さい光を二次元情報を保ったまま検出することのできる検出器である。

IIT はセラミック製の真空容器の中に、光を電子に変換する photocathode、電子を増倍する MCP、電子を光に変換する phosphor screen を近接させることにより、周辺部にゆがみのない画像を得られるように設計されている。

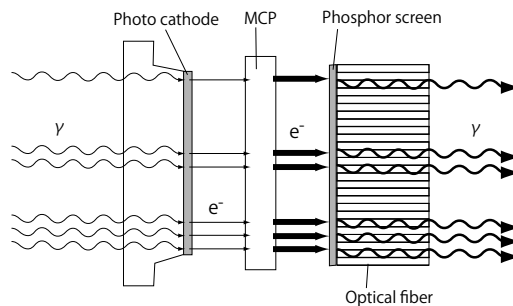


図 3.3: IIT の構造

図 3.3 のように、IIT に入射した光は photocathode に衝突し、光電子へと変換される。このとき放出される光電子数は入射光量に比例する。この光電子は photocathode と MCP 入力面間の印加電圧により加速され MCP の各チャンネルに入射する。

MCP は細い管が集まったようなものであり、各チャンネル内部はそれぞれが独立した電子増倍器となっている。入射した電子は MCP 両端の電圧勾配により管の壁面と数十回の衝突を繰り返して、2 次電子が増加される。このようにして MCP 出力端から多数の電子が放出される。

MCP によって増倍された電子軍は、MCP 出力面と phosphor screen 間の電圧により加速されて phosphor screen に衝突する。Screen では衝突した電子量に応じた光が出力され、MCP1 段の場合、入射した光学像に対して約 3000 倍に増強された出力増が得られる。

3.3 Micro Channel Plate

Micro Channel Plate は図 3.3 のようにハチの巣のような形をした、非常に細いチャンネルを多数束ねた構造を持っており、それぞれのチャンネルは独立した 2 次電子増倍器を形成する。

MCP に入射した電子がチャンネル壁に衝突することによって 2 次電子が放出され、その放出された 2 次電子が、MCP 両端に印加された電圧により加速され、放物線軌道を描き対向する壁に再び衝突しさらに 2 次電子が放出される (図 3.5)。この過程がチャンネルに沿って多数回繰り返される結果、出力側から多数の電子が放出されることになる。

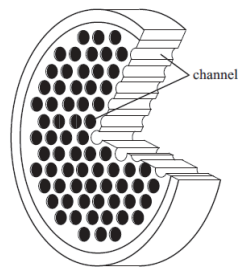


図 3.4: MCP の構造

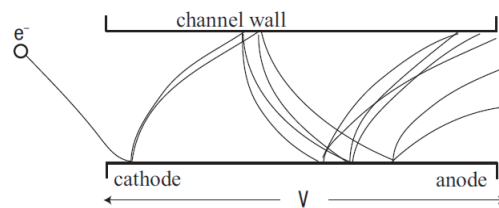


図 3.5: MCP 内で電子が増倍される様子

3.4 CCD Camera

本実験では IIT から出力された光学像をインターラインモノクロ CCD カメラを用いて撮影を行った。CCD とは Charge Coupled Device の略称であり、ビデオカメラ、デジタルカメラなどに広く使用されている半導体素子である。画像を電気信号に変換する際に、受光素子が光から発生した電荷を読み出すために電荷結合素子 (CCD: Charge Coupled Device) と呼ばれる回路素子を用いて転送を行うことからこのように呼ばれる。

CCD は、他の撮像素子に比べて相対的に感度が高く、ノイズが少ないという特徴を持つ。CCD は MOS 構造半導体素子の一種で、シリコン基盤表面の酸化膜上に多数の電極を設け、各電極に隣同士で異なる電圧を与えることにより potential well を作り出し、これを利用して電荷を保持できるようにしたものである。

各電極に加える電圧を適切に制御することにより各素子の電荷が隣の素子にいっせいに転送される。これにより各素子が保持する画素ごとの電荷をバケツリレー式に順次外部に取り出すことができる。この性質を利用して一列の端から入力した電荷を素子数分の転送回数に相当する遅延を持たせて反対側の端から取り出せば、遅延線 (ディレイライン) として動作させることができる。

インターライン CCD カメラは、受光部のフォトダイオードと電荷転送部の垂直転送 CCD を一列ごとに交互に配置し、垂直 CCD 列の端部を水平転送 CCD の各素子に接続して全体として楕円形に配置した構造である。各転送用 CCD は光電変換を行わないように遮光膜で覆ってある。また、各画素のフォトダイオードと画素に対応する垂直 CCD の各素子の間にはアナログスイッチとして働くトランスファゲートが置かれている。読み出しは一例として次のようにして行う。

1. トランスファゲートを閉じておく
2. フォトダイオードを感光し、電荷を蓄積

3. トランスファゲートを開き、フォトダイオードから各垂直転送 CCD に電荷をいっせいに転送
4. トランスファゲートを閉じる
5. 各垂直転送 CCD の電荷を 1 回分転送し、各列の端部にあたる画素の電荷を水平転送 CCD に移送
6. 水平転送 CCD に順次転送パルスを与えて全水平画素を出力
7. 5 に戻って垂直転送 CCD の全画素を読み出すまで繰り返し

これによりすべての全エリアの画素が順次走査されたことになる。

動画をとるために必要なフレーム数がこの走査速度では足りない場合、垂直転送用 CCD を間引いて、交互に電荷を転送する方式が取られる。これをインターレース式と呼ぶ。CCD カメラから送られてくる信号はアナログなので、Video capture board(の上に設置された ADC) を通すことでデジタル信号に変換し、PC に保存するという流れになる。

3.5 Video Capture board

画像取得には CT3300 というビデオキャプチャボードを用いた(図 3.6)。このビデオキャプチャボードの特徴を以下に述べる。

- 画像をパソコン本体のメモリに直接キャプチャ
- 画像の精度を 1024 階調、または 256 階調に切り替え可能
- 2:1 インターレース信号をプログレッシブモードで取り込み可能
- negative TTL

このビデオボードには、CCD カメラなどからのビデオ入力を受ける BNC 端子と外部からのトリガー入出力を行う端子が用意されている。トリガー信号が入力されたときに、CT-3300A が作動し、画像を取得するようにした。入力トリガーとして negative TTL 信号を認識する。CT-3300A ユーザーズマニュアルによると、 $\frac{1}{60}msec$ 以内の外部トリガーを入力する必要がある。

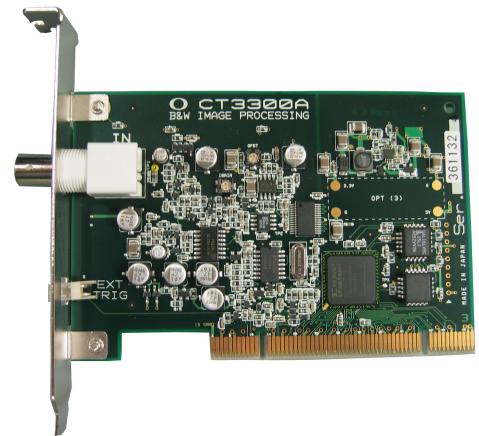


図 3.6: CT-3300A

第4章 実験手順

実験装置の全体図を図 4.1 に示す。

実験の方針としては宇宙線が球面鏡に垂直に入射したときに、検出器が作動するようにしたい。そこで、IIT を挟み込むように上下にプラスチックシンチレータを配置し、それらを同時計測したときの信号をトリガーにして、IIT および CCD カメラが稼動するようにした。

以下では、各装置の詳細な設定を述べる。

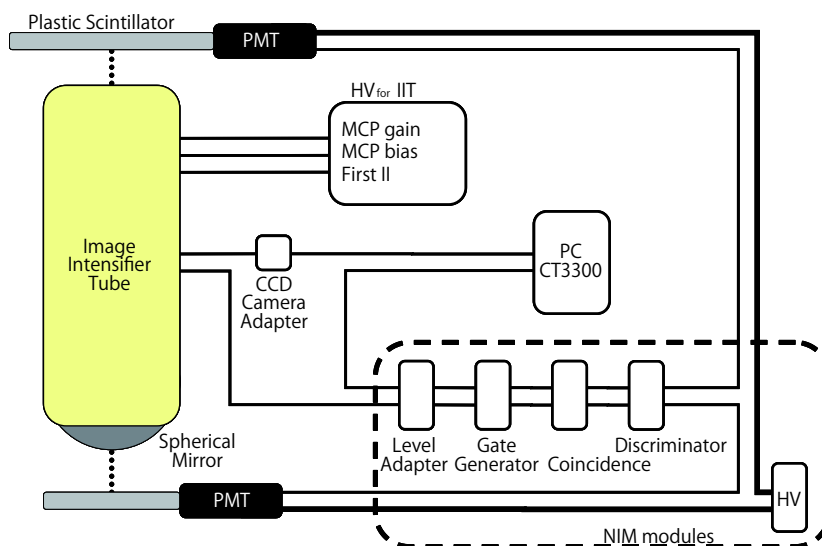


図 4.1: 実験装置全体図

4.1 トリガー

プラスチックシンチレータをオプティカルグリッドで接着した直径 2.5 インチ光電子増倍管を、 $17\text{cm} \times 17\text{cm}$ のものと、 $6\text{cm} \times 6\text{cm}$ のものの 2 つ用意した。

宇宙線が IIT を通過したときに画像を取得させるトリガーとして作動させるため、 $17\text{cm} \times 17\text{cm}$ のものを IIT の上に、 $6\text{cm} \times 6\text{cm}$ のものを球面鏡の下に、約 1m 程度の間隔で設置した。これは、トリガーになり得るミュオンが飛来する確率を考慮して、少しでも多くなるよう上のシンチレータを大きめにした。

各光電子増倍管の gain は各シンチレータから得られる信号のレート、ノイズを考慮し、それぞれ、上: 1550V 、下: 1500V とした。

4.2 NIM モジュール

Discriminator

光電子増倍管の熱雑音電子によるノイズや、シンチレーション光のアフターパルスなど、目的のミュオンのものではないノイズを軽減するために、信号の大きさに閾値-30.7mV を設定した。

Coincidence

プラスチックシンチレータの同時計測を行う。

Gate Generator

IIT および CCD カメラが認識し、正常に動作するように、Coincidence により得られたトリガーシグナルの幅を調整した。IIT の gate 用には width:10 ~ 100us、CCD カメラ用には width:10msec で gate を作成

Level Adapter

IIT が認識する信号が positive TTL、CCD カメラが認識する信号が negative TTL だったため、gate generator により作成される NIM 信号を変換するために用いた。

4.3 Image Intensifier Tube

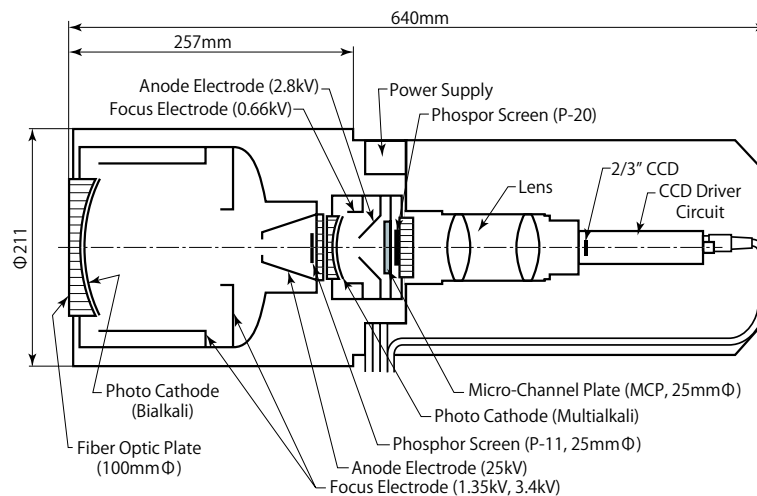


図 4.2: IIT の詳細

本実験には、過去に KEK の実験で使われていた V5502UX/V1366PGX ユニット、大阪市大の田代さん作成の高圧電源を使用した。

高圧電源からは First II(20kV)、MCP bias(3.5kV)、MCP gain の 3 つに電圧を供給することができる。図 4.3 は入射してくる光の波長に対する IIT 感光面の量子効率を示しており、入射光の波長が 400nm ~ 600nm あたりでもっとも敏感で、量子効率は約 22%程度である。

図 4.4 は MCP で増幅された二次電子が衝突する phosphor screen が減光するまでにかかる時間を示している。この減光時間を考慮して、IIT に入力する gate 幅を 10 μ sec ~ 100 μ sec に設定した。

外部トリガー入力には positive TTL 信号を使用した。本体には CCD カメラも装着されていたので、BNC ケーブルを使って、CCD 電源アダプタおよび出力モニタと接続した。

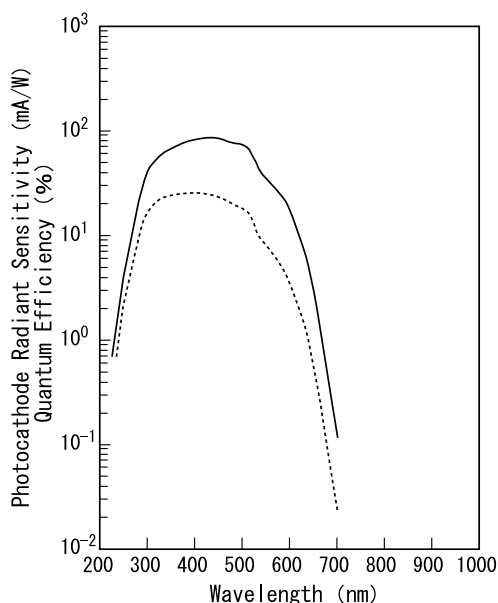


図 4.3: IIT 光電面の量子効率

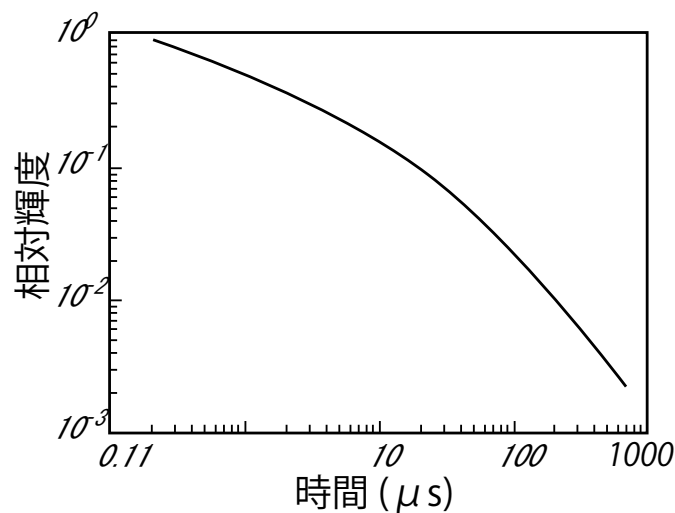


図 4.4: Phosphor Screen の減光時間

4.4 画像取得プログラムの動作方法

第 3.5 節で触れたように、画像を取得するために CYBERTEK 社製 CT3300 Bus master PCI monochrome image processing board "CT-3300A"を使用した。以下に CT3300A を動作させるアルゴリズムを記す。

1. CT3300 のドライバを開く
2. Windows 上で作業する仮想メモリのアドレスを取得
3. レジスタの初期値を設定
4. 外部トリガーモード、取り込みフレーム数、転送バッファの先頭のアドレスを設定
5. 外部トリガーの入力を確認
6. 画像を bitmap graphics 形式で保存
7. ドライバを閉じて終了

外部トリガーの入力 gate 幅は 10msec とした。

第5章 実験解析

5.1 バックグラウンド

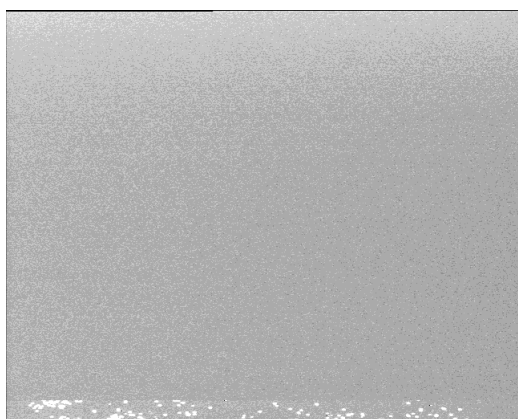


図 5.1: 0 photon



図 5.2: 1 photon



図 5.3: 2 photon



図 5.4: 3 photon



図 5.5: 4 photon



図 5.6: 5 photon

図 5.1 ~ 図 5.6 は、IIT の入力トリガー幅が $100\mu\text{sec}$ に設定し、宇宙線の入射とは関係なしにトリガーを入力させたときに得られた像である。宇宙線の入射と関係なくトリガーを入力させることにより、IIT 光電面などからの熱電子など、自然電子放出による phosphor screen の感光の程度を調べた。図のように、ほとんどが 0 photon で占められており、次いで 1 photon、2 photon と増加していくが、5 photon 以上になることは極めて少なかった。

5.2 Ring Image

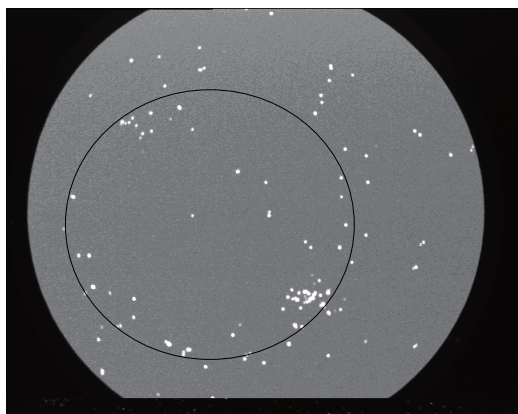


図 5.7: ring image 1

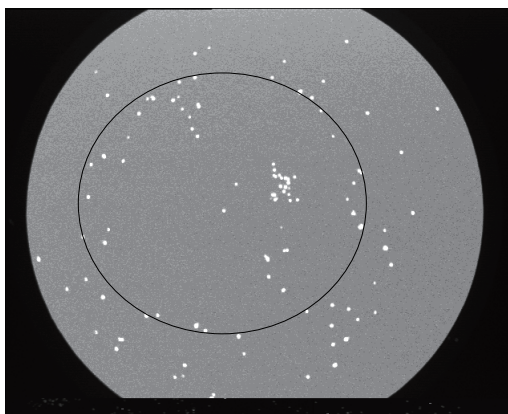


図 5.8: ring image 2

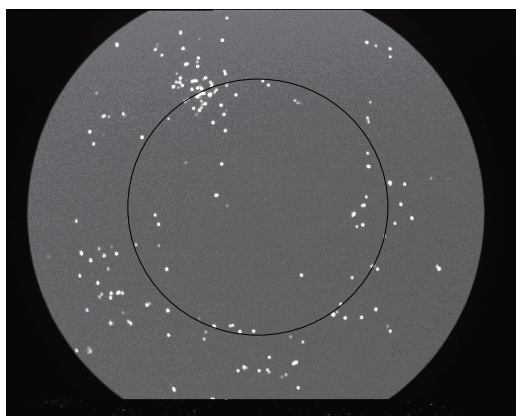


図 5.9: ring image 3

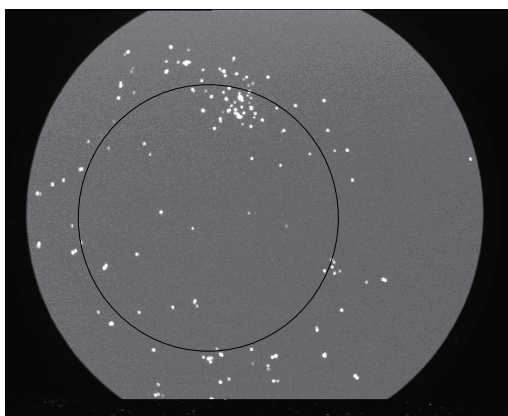


図 5.10: ring image 4

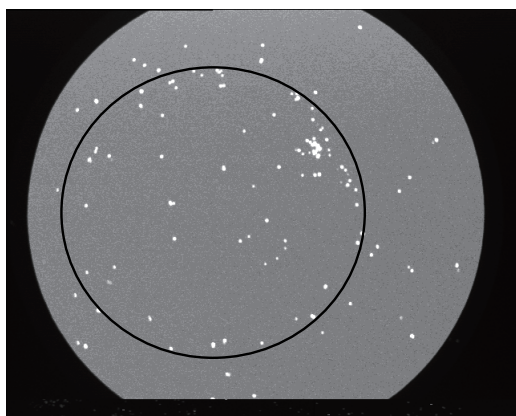


図 5.11: ring image 5

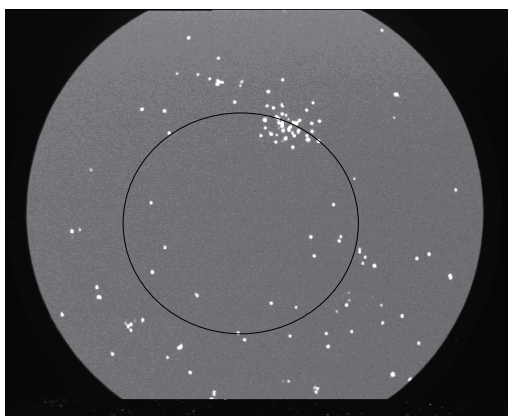


図 5.12: ring image 6

図 5.7~図 5.12 は、ring image らしきものとして得られた像である。光子数が十分でないため、完全な円を描くことはなかった。光子の集まり具合から環状にみえそうな部分に実線を描いてみた。

5.3 その他のイメージ

図 5.13~図 5.16 は、ring image 以外の像が得られたものである。宇宙線が球面鏡の中心に垂直に入射した場合のみ、きれいな ring image を描くように球面鏡を設計しているの、これらは宇宙線が球面鏡の中心から離れた位置に入射したり、球面鏡に対して斜めに入射したりした場合のチェレンコフ放射ではないかと考えられる。

面白いことに、測定して得られた画像の中には図 5.16 のハート型をしたものも多く見受けられた。これは球面鏡の中心から離れたところに入射した宇宙線が発したチェレンコフ光が反射するとき、左右非対称になるので、そのときのずれによって得られたのではないかと推測している。

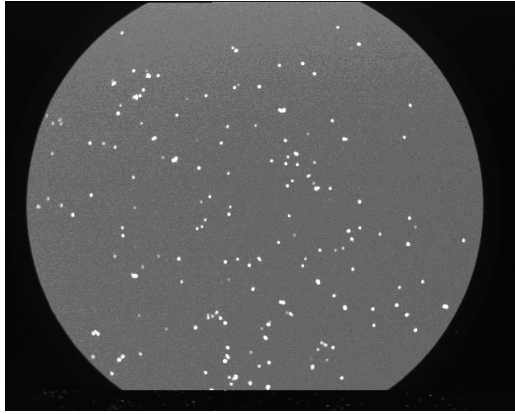


図 5.13: 全体に分散

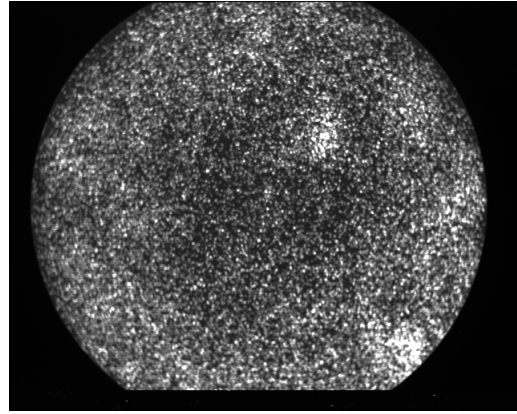


図 5.14: 光子数が異様に多い

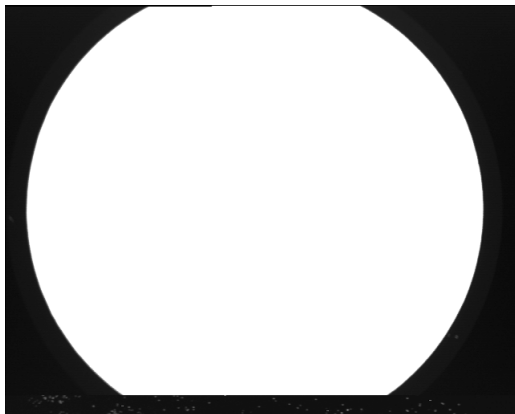


図 5.15: 放電

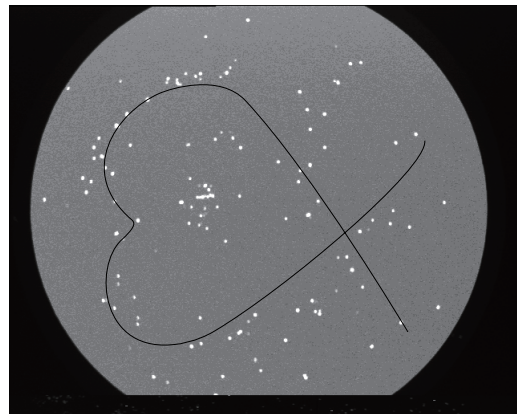


図 5.16: ハート型

第6章 結論

6.1 結果・考察

宇宙線の発するチェレンコフ光を研究室内という小規模な場所で観測することができたものの、くっきりと ring image に見えているとは言えない。以下ではその理由について考えていきたい。

トリガーの精度

今回、球面鏡直下のシンチレータの大きさを $6\text{cm} \times 6\text{cm}$ としたのだが、球面鏡の中心に入射する粒子を仮定して、直径 6cm の ring image を得ようと思うならば、これは大きすぎたのかもしれない。

球面鏡の設計

放射されるチェレンコフ光の光量を見積もった際、粒子の速度 $\beta = 1$ としたり、鏡面の反射率を 100% にしたりして、考えやすいようにしていた部分をもっと細かく場合分けして考えるべきであった。

また、上のトリガーの精度とも関連するが、球面鏡に斜めに入射する粒子の発するチェレンコフ光、球面鏡の中心から離れた端の方に入射する粒子の発するチェレンコフ光などがどのように球面鏡上部に集光するのかをシミュレーションするべきであった。

測定データの解析

本当なら、取得した bitmap 画像データをピクセル単位で足し合わせて平均を取った像がどのようなものになるか調べたかったのであるが、私のプログラミングスキル不足により叶わなかった。

6.2 今後の課題

球面鏡の設計は今から変更することは難しいが、プラスチックシンチレータの大きさを変更するのは簡単である。実験期間とカウントレートを漠然と考えて今回の大きさにしたのだが、もう少しこの実験を続けてもよいということなら、より小さなプラスチックシンチレータにぜひ改善したい。

あと bitmap 画像の解析プログラムもぜひ完成させたい。いま考えているプログラミングの方針を忘れないように書き留めておく。

- bitmap 画像を読み込む
 1. bitmap の header 部分を読み込み、保存
 2. 画像データ本体を別の場所に保存
- 画像をピクセルごとに平均する

3. 画像データを配列として足し合わせる
 4. 足し合わせた枚数で割る
- bitmap 画像を掃き出す
5. 最初に保存した header を加えて、バイナリとして書き出す

6.3 感想

最後に、本実験を終えての感想を述べたいと思います。最初の導入でも書いたように、私は素粒子物理学分野初心者です。論文を読んでも言葉が分からないし、実験の原理もなかなか掴めない。

しかし、実際に手を動かして作業をするうちに、なんとなくこれからもやっていけそうな気がしてきました。そして何よりも自分で実験をセットアップして行うことの楽しさを知ることができました。自分で設計した球面鏡は宝物にしたいです。すごく綺麗だし。

実験の結果はうまく出せていないのですが、いろいろ今の自分に足りていないことを学べた3ヶ月間でした。来年度も高エネルギー研究室でお世話おかけしますが、どうかよろしく願いいたします。

謝辞

2008 年度課題研究 P1 担当の川合光先生、市川温子先生、横山将司先生、この一年間ご指導していただきありがとうございました。また本実験を行うにあたっていろいろ相談に応じてくださった TA の森井秀樹さん、はじめ高エネルギー研究室の皆様にも大変感謝しております。また、本実験の中核である IIT を貸してくださった大阪市立大学高エネルギー物理学研究室の山本和弘先生に篤くお礼申し上げます。IIT がなくては本実験を行うことができませんでした。本当にありがとうございます。

付録

理論の立場から今後の実験の原理的境界と、理論と実験の関係に関して議論する。

付録 A $\varepsilon(A)\varepsilon(B) \geq \frac{1}{2}|\langle[A, B]\rangle|$

現在では不確定性関係と呼ばれる関係式が何種類もある。もっとも有名な不確定性関係の不等式は標準偏差 $\sigma(A) = (\text{Tr}\{\rho A^2\} - \{\text{Tr}\rho A\}^2)^{1/2}$ (A は物理量) を用いて

$$\sigma(A)\sigma(B) \geq \frac{1}{2}|\text{Tr}\{[A, B]\rho\}| \quad (1)$$

と表されるものであるが、現在では Kennard-Robertson の不等式と呼ばれている [12], [13]。この不等式は A と B それぞれの測定で得られた A と B の標準偏差の積の下限が A と B の交換関係によって決まるという意味であり、この不等式には A と B の同時測定という状況設定と同時測定における制約の意味・解釈は適さない。Heisenberg が [11] において証明したのは標準偏差を用いた (4) ではない。Heisenberg は測定による誤差 $\varepsilon(A)$ と擾乱 $\eta(A)$ に関する関係式をモデルに基づいて証明した。一般論として証明したわけではない。

$$\varepsilon(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2}|\text{Tr}\{[A, B]\rho\}| \quad (2)$$

$$\varepsilon(A)\varepsilon(B) \geq \frac{1}{2}|\text{Tr}\{[A, B]\rho\}| \quad (3)$$

Heisenberg はこの 2 つの式と (4) の区別ができていなかったことが問題で、物理的な意味は大きく異なっている。しかし (4) に物理的な意味がないわけではなく、Bohr の相補性原理 [14] と直結している。そして [15] から [?] で (6) は示されている。

まず測定と観測を定義する。観測は混乱・誤解・偏見が非常に生じやすい内容である。量子論において測定とは測定装置を介し 1 回物理量の値を得ること (これを 1 イベントという)、更には全イベントを解析・処理し確率分布を得ることである。一方観測とは古典論的に 1 イベントもしくはマクロな効果を確認する行為である。所謂観測問題はここでの観測の定義に合致する場合が大半である。また量子力学の解釈問題は Hilbert 空間をはじめに指定する von Neumann の公理系と観測問題が主要因である。物理学は自然界に接するときの人間の基本的な論理、特に推論規則であるとも言えるのだから本来解釈は問題とはならないのが普通だと思うのだが、しかし現在では比較的解決されていて、この測定と観測の区別と測定過程の導入が測定における制約および状態概念の本質を明らかにする。

前提全てを詳細に議論する余裕はないので、核心だけを述べる。状態概念は Born の統計公式を介してイベントの起きる確率を得るときに登場するが、このとき測定装置に依らずに正確に値を得られるという理想化がされていて、例えば [14] で測定装置の重要性をいかに強調していても実際には測定装置が介入しないのはある種当然のことで、測定装置の存在が本質的な実験を対象にしてはじめて測定過程の意義がわかる。1 つの物理量のみに関心がある場合は通常問題とはならないが、

重要となるのは測定した物理量 A と非可換な物理量 B の測定値・確率分布が A の測定前後でどのように影響を受けるのか、など 1 つの物理量測定の影響を考察する場合、2 つ以上の物理量を測定する場合や連続測定にかかわる時である。

現在考案されている重要な不等式は 2 つある。他にも多くの不確定性関係の不等式が考案されているが、今回扱うのは測定過程と整合した物理的意義も特に明確な 2 つである。

$$\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2}|\mathrm{Tr}\{[A, B]\rho\}| \quad (4)$$

$$\varepsilon(A)\varepsilon(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\varepsilon(B) \geq \frac{1}{2}|\mathrm{Tr}\{[A, B]\rho\}| \quad (5)$$

しかしこの 2 つの実験設定および物理的意味は全く違う。しかも (8) は (6) の成立と競合するので物理的意味の再吟味を (6) とともに行う必要がある。

この 2 つ以外に得られている不確定性関係の不等式はこの 2 つの特別な場合もしくは異なる文脈の不等式であって、異なる文脈では当然物理的意味は違う。特に (5) や (6) が破れるモデルが存在するので、(5) と (6) は現在では一般的な不等式として認めることはできない。このことは従来の見解の誤りを指摘する点で重要な結果である。(5) では物理量 A の測定値の誤差が小さければ小さいほど物理量 B の値の擾乱が大きくなるが、(7) ではたとえ物理量 A の測定値の誤差が 0 になっても、物理量 B の値の擾乱は A と B の交換関係および A の標準偏差で決まる下限より小さい値にはなれないということが無条件に無限大になることはない。また (6) は物理量 A と B の同時測定を行ったとき物理量 A の測定値の誤差が小さければ小さいほど物理量 B の測定値の誤差が大きくなることを表すが、(8) では (7) のように物理量 B の値の擾乱は A と B の交換関係および A の標準偏差で決まる下限より小さい値にはなれないという制約を与えている。今の議論では (5) と (7) は物理量 B の測定をしなくてもよいことに注意すべきである。詳しい証明の仕方はにある。

けれども測定における限界を不等式の形で全て表現しなければならないわけではない。最近の研究により従来の見解の誤りを正すことができた点は重要であるけれども (7) や (8) に従うかどうかは別問題で、(7) または (8) に反するモデルの非存在、もしくは存在する場合には物理的であるか否かの検証が今後問題になる。そして統計学・情報理論の立場から誤差 $\varepsilon(A)$ と擾乱 $\eta(A)$ の定義の妥当性も検証すべきでありまだまだ発展する余地のある内容である。

関連図書

- [1] 2007 年度後期課題演習 A1 レポート 『 μ の性質に関する実験』 .
- [2] Particle Data Group, <http://pdg.lbl.gov/2008/tables/rpp2008-sum-leptons.pdf>.
- [3] 小田 稔 et.al., 『宇宙線物理学』 , 朝倉書店 (1983)
- [4] A. Grossheim, K. Zuber, Momentum determination via multiple scattering in AQUA-RICH , Nucl. and Meth. A **533**, 532 (2004).
- [5] T. Ypsilantis, J. Seguinot, Theory of ring imaging Cherenkov counters , Nucl. and Meth. A **343**, 30 (1994).
- [6] T. Ypsilantis, A. Gougas, D. Hatzifotiadou, J.Seguinot, A long base line RICH with a 27 kton water target and radiator for detection of neutrino oscillations , Nucl. and Meth. A **371**, 330 (1996).
- [7] Particle Data Group, <http://pdg.lbl.gov/2008/reviews/rpp2008-rev-cosmic-rays.pdf>.
- [8] W. Heisenberg, Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik, Z. Phys. **43**, 172 (1927).
- [9] E. H. Kennard, Zur quantenmechanik einfacher Bewegungstypen, Z. Phys. **44**, 326 (1927).
- [10] H. P. Robertson, The uncertainty principle, Phys. Rev. **34**, 163 (1929).
- [11] 山本 義隆 編訳, 『ニールス・ボーア論文集 1 因果性と相補性』 , 岩波書店 (1999)
- [12] H. P. Yuen, Generalized quantum measurements and approximate simultaneous measurements of noncommuting observables. Phys. Lett. A **91**, 101-104 (1982).
- [13] S. Ishikawa, Uncertainty relations in simultaneous measurements for arbitrary observables. Rep. Math. Phys. **29**, 257-273 (1991).
- [14] E. Arthurs, M. S. Goodman, Quantum correlations: A generalized Heisenberg uncertainty relation. Phys. Rev. Lett. **60**, 2447-2449 (1988).
- [15] M. Ozawa, Quantum limits of measurements and uncertainty principle, in Quantum Aspects of Optical Communications (eds C. Bendjaballah, O. Hirota and S. Reynaud) 3-17 (Springer, Berlin, 1991).