

コンプトン散乱を用いた  
ベルの不等式の破れの検証と光子のコヒーレンスの消失

菅島文悟 時聡志 福島理  
京都大学理学部 課題研究 P1

2019年3月

## 目次

1	イントロダクション	3
2	ベルの不等式	3
2.1	CHSH 不等式	3
2.2	CHSH 不等式の導出	5
3	実験原理	6
3.1	$\gamma$ 線の対生成	6
3.2	ベルの不等式の破れ	6
3.3	コンプトン散乱と coherence の消失	7
3.4	散乱体で coherence が失われる過程	10
3.5	散乱体で coherence が保たれる過程	11
3.6	coherence の消失地点と測定量との関係	11
4	実験装置・方法	13
4.1	装置	13
4.2	本実験	14
5	結果	16
6	解析・考察	25
6.1	calibration	25
6.2	本実験の解析	27
6.3	角度による $\kappa$ の系統誤差	31
6.4	ノイズの評価	34
6.5	総括	36
7	まとめ	36
8	謝辞	37

## 1 イントロダクション

量子力学において、 $|\psi\rangle$  がオブザーバブル  $\hat{O}$  の固有状態で

$$|\psi\rangle = \sum_{\lambda: \text{eigenvalues of } \hat{O}} |\lambda\rangle \langle \lambda | \psi \rangle \quad (1.1)$$

と展開できるとき、 $|\psi\rangle$  に対して  $\hat{O}$  を観測すると、 $\langle \lambda | \psi \rangle$  の確率振幅で状態が  $|\lambda\rangle$  に収縮し、観測値  $\lambda$  を得る。このように量子力学では観測値を確率でしか予言することができず、どの観測値を得るのか観測前に知ることはできない。完全に決定論的な予言ができる古典物理学と対比して、これは量子論の奇妙な特徴の一つである。だがこの現象は本当に非決定論的なのだろうか。すなわち、量子論で確率しか予言できないのはそれが不完全だからであり、背後により基礎的な理論があって、その理論によって観測値は完全に決定されているのではないか。このような問いは量子論の黎明期から存在していたが、物理学の問題というよりは形而上学の問題であった。この問題を物理学として考えた結果導かれるのが、ベルの不等式である。ベルの不等式は観測値があらかじめ確定しているという仮定から導出されるが、驚くべきことにこの不等式は量子力学の予測と矛盾する。このことから、量子力学における観測は非決定論的であるという考えが支持されるようになった。

我々はコンプトン散乱を用いた簡単な実験によって、このベルの不等式の破れを検証することを目指した。さらに後述するように、光子の偏光がどの段階で純粋状態から混合状態に変わるかが実験結果を大きく左右することが分かる。このことを用いて、光子の coherence がどこで失われるのかも同時に調べることを目指した。

## 2 ベルの不等式

ベルの不等式は複数のバージョンがあるが、ここではその一つである CHSH 不等式について述べる。我々が検証したのはこの CHSH 不等式である。このセクション以降では、CHSH 不等式を単にベルの不等式と呼ぶ。

### 2.1 CHSH 不等式

$|\psi\rangle$  に対して  $\hat{O}$  を観測するとき、観測値がより基礎的な理論によってあらかじめ確定しているとする、 $|\psi\rangle$  が持つ物理量  $\hat{O}$  の値」という概念を考えることができる。このとき、状態  $|\psi\rangle$  はそれが持つ物理量  $\hat{O}$  の値を指定する何らかの変数  $\xi$  を持っていると考えられる。すなわち、状態  $|\psi, \xi\rangle$  を観測すると観測値  $O(\xi)$  を得る。このような変数を「隠れた変数」という。物理量  $\hat{O}$  を持つ粒子のアンサンブルを考えたとき、そのアンサンブルにおける隠れた変数  $\xi$  の分布を  $\rho(\xi)$  ( $\int \rho(\xi) d\xi = 1$ ) とすると、 $\hat{O}$  の期待値は

$$\langle \hat{O} \rangle = \int d\xi \rho(\xi) O(\xi) \quad (2.1)$$

となる。「隠れた変数理論」が量子力学と整合するならば、これは量子力学的期待値  $\langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle$  と一致するはずである。

いま、 $\hat{O}$  はある方向の単位ベクトル  $\mathbf{n}$  を取った時、その方向に対して 2 種類の値を取るような物理量とする。この二種類の値を  $\pm 1$  とする。例えばスピン  $\frac{1}{2}$  の系のスピン  $\hat{S}$  などである。物理量  $\hat{O}$  を持つ二粒子の



図 2.1 singlet 状態の観測

entanglement

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle - |-\rangle|+\rangle) \quad (2.2)$$

を考える。スピン  $\frac{1}{2}$  の系の例では spin singlet である。我々の実験においてこの状態に対応するものは、パラポジトロニウムから生じる全スピン 0 の光子対

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (2.3)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}(-|xy\rangle + |yx\rangle) \quad (2.4)$$

である。ここで、 $|x\rangle$ ,  $|y\rangle$  はそれぞれ  $x$  偏光状態、 $y$  偏光状態であり、

$$|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \quad (2.5)$$

$$|\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle - i|y\rangle) \quad (2.6)$$

はそれぞれ磁気量子数  $\pm 1$  の状態で、円偏光状態に対応する。この場合、物理量  $\hat{O}$  は偏光、 $\mathbf{n}$  は例えば  $x$  軸方向の単位ベクトル、観測値  $\pm 1$  はそれぞれ  $x$  偏光状態、 $y$  偏光状態に対応する。

図 2.1 のように二粒子系の状態  $|\psi\rangle$  の物理量  $\hat{O}$  を二人の観測者 A、B がそれぞれ方向  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  について観測する状況を考える。観測者 A、B の測定値をそれぞれ  $\alpha(\mathbf{a}, \xi) = \pm 1$ 、 $\beta(\mathbf{b}, \xi) = \pm 1$  とする。また、片方の観測結果によってもう一方の観測結果が確定しないように  $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$  とする。この時、A, B の観測値の積の期待値（相関関数）は

$$\langle \alpha\beta \rangle = \int d\xi \rho(\xi) \alpha(\mathbf{a}, \xi) \beta(\mathbf{b}, \xi) \quad (2.7)$$

となる。

$\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{a}_4$  を互いに異なる単位ベクトルとする。 $\alpha_i = \alpha(\mathbf{a}_i, \xi)$ ,  $\beta_i = \beta(\mathbf{b}_i, \xi)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) と書くと、CHSH 不等式は次のように書ける。

$$|\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| + |\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| \leq 2 \quad (2.8)$$

## 2.2 CHSH 不等式の導出

不等式の左辺の相関関数を評価すると、

$$|\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| = \left| \int d\xi \rho(\xi) \alpha_1 \beta_2 - \int d\xi \rho(\xi) \alpha_1 \beta_3 \right| \quad (2.9)$$

$$= \left| \int d\xi \rho(\xi) \alpha_1 (\beta_2 - \beta_3) \right| \quad (2.10)$$

$$\leq \int d\xi \rho(\xi) |\alpha_1| |\beta_2 - \beta_3| \quad (2.11)$$

$$\leq \int d\xi \rho(\xi) |\beta_2 - \beta_3| \quad (2.12)$$

$$|\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| = \left| \int d\xi \rho(\xi) \alpha_2 (\beta_2 + \beta_3) \right| \quad (2.13)$$

$$\leq \int d\xi \rho(\xi) |\beta_2 + \beta_3| \quad (2.14)$$

となる。ここで、 $\beta(\mathbf{b}, \xi) = \pm 1$  であることに注意すると、以下のいずれかが必ず成り立つ。

$$\beta_2 - \beta_3 = 0 \text{ かつ } \beta_2 + \beta_3 = \pm 2 \quad (2.15)$$

$$\beta_2 - \beta_3 = \pm 2 \text{ かつ } \beta_2 + \beta_3 = 0 \quad (2.16)$$

したがって、

$$|\beta_2 - \beta_3| + |\beta_2 + \beta_3| = 2 \quad (2.17)$$

不等式 (2.12)、(2.14) を加え、 $\int \rho(\xi) d\xi = 1$  を用いると、CHSH 不等式 (2.8) を得る。

### 3 実験原理

#### 3.1 $\gamma$ 線の対生成

今回の実験ではパラポジトロニウムの崩壊により対生成する光子対を使用する。線源は  $^{22}\text{Na}$  を使い、その  $\beta_+$  崩壊により生じる  $e^+$  はプラスチックシンチレータ内の  $e^-$  と束縛状態を形成する。ポジトロニウムと呼ばれるこの束縛状態はスピン状態によりオルソとパラの二つが生成するが、今回の実験では全スピン 0 のパラポジトロニウムのみであり、その崩壊寿命は 125 ps である。パラポジトロニウムが崩壊すると、全スピン 0 の entangle した光子対が back-to-back で放出される。生成する光子は 511 keV の  $\gamma$  線である。

このときの光子対のスピン/偏光状態は以下の通りになる。

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (3.1)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}}(-|xy\rangle + |yx\rangle) \quad (3.2)$$

#### 3.2 ベルの不等式の破れ

entangle した光子対の偏光は Site A と Site B でそれぞれ観測される。Site A での偏光面を  $xy$  軸と取り、

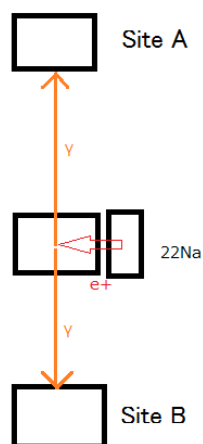


図 3.1 各 Site の模式図

Site B の偏光面を  $x'y'$  軸と取る。 $x'y'$  軸が  $xy$  軸に対して角度  $\phi'$  傾いているときそれぞれの偏光状態には

$$\begin{aligned} |x\rangle &= |x'\rangle \cos \phi' - |y'\rangle \sin \phi' \\ |y\rangle &= |x'\rangle \sin \phi' + |y'\rangle \cos \phi' \end{aligned} \quad (3.3)$$

という関係がある。

$\alpha$ 、 $\beta$  の定義として、Site A/Site B で  $x$  偏光のときそれぞれ  $\alpha/\beta = +1$  を取り、Site A/Site B で  $y$  偏光の

とき  $\alpha/\beta = -1$  をとる観測量であるとする。このとき Site A と Site B における偏光の相関関数  $\langle\alpha\beta\rangle$  は、量子力学に基づくと、(3.2) の spin singlet の状態に対し、

$$\begin{aligned}\langle\alpha\beta\rangle &\equiv \langle\psi|\alpha\beta|\psi\rangle & (3.4) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ -(\sin\phi' \langle xx'| + \cos\phi' \langle xy'|) + (\cos\phi' \langle yx'| - \sin\phi' \langle yy'|) \right\} \\ &\quad \alpha\beta \left\{ -(|xx'\rangle \sin\phi' + |xy'\rangle \cos\phi') + (|yx'\rangle \cos\phi' - |yy'\rangle \sin\phi') \right\} \\ &= \frac{1}{2} (\sin^2\phi' - \cos^2\phi') - \frac{1}{2} (\cos^2\phi' - \sin^2\phi') \\ &= -\cos 2\phi' & (3.5)\end{aligned}$$

と表せる。ベルの不等式 (2.8) 左辺に現れる量

$$|\langle\alpha_4\beta_2\rangle + \langle\alpha_4\beta_3\rangle| + |\langle\alpha_1\beta_2\rangle - \langle\alpha_1\beta_3\rangle| \quad (3.6)$$

について考えると、この値が最大になるの時の一例は Site A/Site B の  $xy/x'y'$  軸の傾きが  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{3}{8}\pi, \phi_3 = \frac{1}{8}\pi, \phi_4 = \frac{1}{4}\pi$  であり、このとき

$$\begin{aligned}&|\langle\alpha_4\beta_2\rangle + \langle\alpha_4\beta_3\rangle| + |\langle\alpha_1\beta_2\rangle - \langle\alpha_1\beta_3\rangle| \\ &= |-\cos 2(\phi_4 - \phi_2) - \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |-\cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| \\ &= 2\sqrt{2} > 2 & (3.7)\end{aligned}$$

となりベルの不等式が破れることがわかる。

隠れた変数があるときの相関関数として

$$\langle\alpha\beta\rangle = -\kappa \cos 2\phi' \quad (3.8)$$

の形を仮定する。一般に隠れた変数があるときの相関関数は隠れた変数の分布  $\rho(\xi)$  に依存するが、 $\phi$  に関する周期性からこの形を仮定し実験結果からこの仮定が妥当であるか判断する。

任意の  $\phi$  に対しベルの不等式 (2.8) を満たすためには、(3.6) が最大となる  $\phi$  に対し (2.8) が満たされなければならない。つまり、

$$|\kappa| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

がこの仮定の下でベルの不等式が満たされる必要十分条件である。量子力学が正しいのであれば (3.5) より  $\kappa = 1$  である。

### 3.3 コンプトン散乱と coherence の消失

今回の実験では 511 keV の  $\gamma$  線の偏光状態を測定する必要があるが、511 keV の光子の波長は  $2.43 \times 10^{-12}$  m と短く直接的に観測することができない。そこでここではコンプトン散乱の角度依存性を利用して  $\gamma$  線の偏光を間接的に測定することを考える。図 3.2 のように散乱角  $\theta$ 、散乱面と偏光面のなす角  $\eta$  を定義する。コンプトン散乱の微分断面積は QED の枠組みでの計算により、以下のクライン-仁科の公式が与えられる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left( \frac{k^2}{k_0^2} \right) (\gamma - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta) \quad (3.10)$$

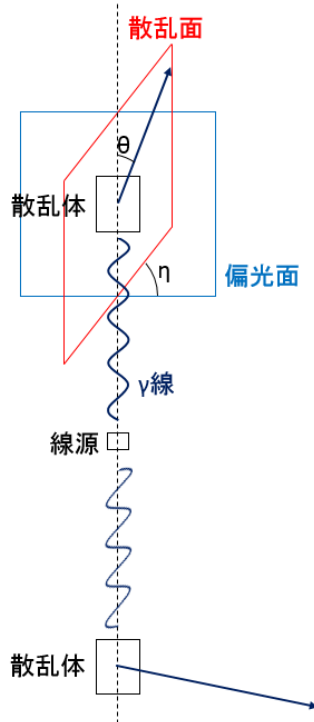


図 3.2 コンプトン散乱における角度の定義

ただし、各変数・定数の定義は次のとおりである。

$$\gamma = \frac{k}{k_0} + \frac{k_0}{k} \quad (3.11)$$

$$r_e = \frac{\hbar\alpha}{m_e c} \quad (3.12)$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \quad \text{:入射 } \gamma \text{ 線の波数} \quad (3.13)$$

$$k = \frac{\omega'}{c} = \frac{k_0}{1 + \frac{\hbar k_0}{m_e c} (1 - \cos \theta)} \quad \text{:散乱 } \gamma \text{ 線の波数} \quad (3.14)$$

$$\alpha \approx \frac{1}{137} \quad \text{:微細構造定数} \quad (3.15)$$

$$m_e = \text{electron mass} \quad (3.16)$$

$$c = \text{light speed} \quad (3.17)$$

クライン-仁科の公式は偏光の定まった光子に対する微分散乱断面積を与える公式であるから、偏光の定まらない (3.2) のような状態に対する散乱断面積を求めるためには散乱時にどちらの偏光が観測されるかの確率を求める必要がある。一般に相関関数から各状態を取る確率を求めることはできないが今考えているの系では Site A, Site B で  $\alpha, \beta = \pm 1$  をとる 4 つの状態のみなので、これらの相関関数と物理的要請からそれぞれの確率を求めることができる。

今、課すべき要請は以下の 3 つである。



- Site A と Site B の入れ替えに対する対称性
- Site A と Site B の偏光面を同じ角度だけ回転させる操作に対する対称性  
( $xy/x'y'$  平面内の 2 次元回転対称性)
- 各状態になる確率を全て足すと 1 になる確率としての妥当性

まず、Site A と Site B の入れ替えに対する対称性より  $(\alpha, \beta)$  が  $(+, -)$  になる確率と  $(-, +)$  になる確率が等しいことが分かる。2 つめの回転対称性からは  $xy$  軸と  $x'y'$  軸を同時に  $\frac{\pi}{2}$  だけ回しても確率が変わらないことが要請され、つまり  $(\alpha, \beta)$  が  $(+, +)$  になる確率と  $(-, -)$  になる確率が等しいことが分かる。以上より  $\alpha, \beta$  が取りうる状態 4 つのうち真に独立なものは 2 つだけなので、全事象の確率の和が 1 になるという条件と相関関数 (3.8) からそれぞれの確率を求めることができる。

$(\alpha, \beta)$  が  $(+, +)$  になる確率を  $p_+$ 、 $(+, -)$  になる確率を  $p_-$  と定義すると、

$$1 = 2p_+ + 2p_- \quad (3.18)$$

$$-\kappa \cos 2\phi' = 2p_+ - 2p_- \quad (3.19)$$

であり、これらを解くと以下の表 1 の通りとなる。

Probability		Site B	
		+	-
Site A	+	$\frac{1-\kappa \cos 2\phi'}{4}$	$\frac{1+\kappa \cos 2\phi'}{4}$
	-	$\frac{1+\kappa \cos 2\phi'}{4}$	$\frac{1-\kappa \cos 2\phi'}{4}$

表 1 各偏光状態を取る確率

この表 1 の結果とクライン-仁科の公式 (3.10) を用いることによって spin singlet 状態の entangle した 2 つの光子が各 Site で散乱され検出器に入射する確率を求めることができる。

しかし、実際にはこれらの結果を組み合わせるにあたって偏光状態の coherence がどこで失われるかによって観測量に影響を与えることが分かる。光子の coherence が失われる点として考えられるのは次の 2 つである。

1. 光子が散乱体 (プラスチックシンチレータ) に入射し散乱した瞬間
2. 散乱を起こした後、検出器 (NaI シンチレータ) に入射した瞬間

前者は散乱体との相互作用により偏光状態が

$$\frac{i}{\sqrt{2}}(-|xy\rangle + |yx\rangle) \longrightarrow \begin{cases} |xy\rangle \\ |yx\rangle \end{cases} \quad (3.20)$$

$$= \begin{cases} |xx'\rangle \sin \phi + |xy'\rangle \cos \phi \\ |yx'\rangle \cos \phi - |yy'\rangle \sin \phi \end{cases} \quad (3.21)$$

のように確定し、その混合状態として散乱することを示している。このとき散乱後の光子は統計力学的なアンサンブルとなり伝播するため、その微分散乱断面積は任意の偏光面で散乱したときの連続的な平均となる。後者は各偏光での散乱後もそれぞれの量子力学的な重ね合わせであり、検出器に入射した瞬間に初めて重ね合わせが壊れ、回転対称性が破れるという過程である。この場合は光子は偏光の確定しない純粋状態として散乱するため、その微分散断面積は各偏光状態に量子力学的な重み付けを行って平均を取らなければならない。

### 3.4 散乱体で coherence が失われる過程

偏光面と散乱面の角度の関係を表す模式図を以下の図 3.3 に示す。先述した通り、散乱体で coherence が失われる時、観測される微分散乱断面積は各偏光面の角度  $\phi_A, \phi_B$  について 0 から  $\frac{\pi}{2}$  まで連続的な平均を取る必要がある。図 3.3 に従い、Site A/B における偏光面を観測する角度  $\phi_A/\phi_B$  及び各 Site での散乱面のなす角

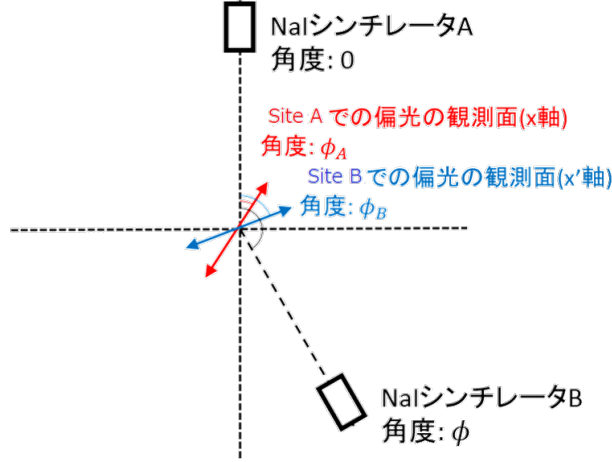


図 3.3 偏光面と散乱面の関係 (xy 平面に投影した図)

$\phi$  を定義する。Site A/B で偏光を観測する面の x/x' 軸の角度が  $\phi_A/\phi_B$  であるときの散乱確率を  $P'(\phi_A, \phi_B)$  とすると、実際に event が観測される確率  $P(\phi)$  は検出器のなす角  $\phi$  の関数として、

$$P(\phi) = \langle P'(\phi_A, \phi_B) \rangle \quad (3.22)$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi_A \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi_B \cdot P'(\phi_A, \phi_B) \quad (3.23)$$

と表せる。

$P'(\phi_A, \phi_B)$  は coherence の失われる場所に寄らず求めることができる。

以下特に断わらなければ散乱角  $\theta$  は  $\frac{\pi}{2}$  として計算をする。クライン-仁科の公式 (3.10) および各状態を取る確率表 1 を用いると、

$$\begin{aligned} P'(\phi_A, \phi_B) \propto & (1 - \kappa \cos 2(\phi_B - \phi_A)) (\gamma - 2 \cos^2 \phi_A) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi - \phi_B)) \\ & + (1 + \kappa \cos 2(\phi_B - \phi_A)) (\gamma - 2 \cos^2 \phi_A) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi - \phi_B - \frac{\pi}{2})) \\ & + (1 + \kappa \cos 2(\phi_B - \phi_A)) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi_A - \frac{\pi}{2})) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi - \phi_B)) \\ & + (1 - \kappa \cos 2(\phi_B - \phi_A)) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi_A - \frac{\pi}{2})) (\gamma - 2 \cos^2 (\phi - \phi_B - \frac{\pi}{2})) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$= (\gamma - 1)^2 - \kappa \cos 2(\phi_A - \phi_B) \cos 2\phi_A \cos 2(\phi - \phi_B) \quad (3.25)$$

となる。(3.24) の 1 行目から 4 行目は  $(\alpha, \beta)$  がそれぞれ  $(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)$  のときに対応している。ここで、 $P'(\phi_A, \phi_B)$  は Site A と Site B の入れ替えに対する対称性を反映して  $\phi_A$  と  $\phi - \phi_B$  の入れ替えに対して対称になっている。

(3.25) の結果を (3.23) に代入すると、

$$P(\phi) \propto (\gamma - 1)^2 - \frac{\kappa}{4} \cos 2\phi \quad (3.26)$$

となる。

### 3.5 散乱体で coherence が保たれる過程

散乱体との相互作用により偏光に対する coherence が保たれる時、すなわち偏光の定まらない純粋状態として光子が検出器まで到達する場合、 $\phi_A, \phi_B$  についての平均は量子的な重ねあわせとして行わなければならない。x 軸に対して角度  $\tilde{\phi}$  傾いた偏光を持つ状態を  $|\tilde{\phi}\rangle$  とすると、

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\tilde{\phi} |\tilde{\phi}\rangle\langle\tilde{\phi}| = \frac{1}{2} (|x\rangle\langle x| + |y\rangle\langle y|) \quad (3.27)$$

の関係があるため\*、偏光面の角  $\tilde{\phi}$  に対する積分は x 偏光 y 偏光の単純な算術平均として計算することができる。すなわちコンプトン散乱で coherence が失われないときの散乱確率  $P(\phi)$  は、

$$P(\phi) = \frac{1}{4} \left\{ P'(0, 0) + P'(0, \frac{\pi}{2}) + P'(\frac{\pi}{2}, 0) + P'(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \right\} \quad (3.29)$$

$$\propto (\gamma - 1)^2 - \frac{\kappa}{4} \cos 2\phi \quad (3.30)$$

として与えられ、(3.26) と比較すると  $\cos 2\phi$  の係数が 4 倍異なっていることが分かる。

### 3.6 coherence の消失地点と測定量との関係

3.4 節と 3.5 節でみたように、光子の coherence がコンプトン散乱の後に失われるかによって観測される event 数の  $\phi$  依存性が異なることが分かった。

今回の実験で測定するのはこの  $\phi$  依存性であり、(3.26) と (3.30) をみると共に

$$P(\phi) \propto A - B \cos 2\phi \quad (A, B : \text{constant}) \quad (3.31)$$

の形をしており、 $\phi$  を変化させながら  $P(\phi)$  に比例する event 数の変化を測定する。(3.26)(3.30) より

$$\textcircled{1} \text{コンプトン散乱で coherence が失われる} \quad \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{\kappa}{4(\gamma - 1)^2} \quad (3.32)$$

$$\textcircled{2} \text{コンプトン散乱後も coherence が保たれる} \quad \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{\kappa}{(\gamma - 1)^2} \quad (3.33)$$

\* コヒーレンスが散乱体で失われずにコンプトン散乱を起こすとき、この event が起こる確率は終状態を  $|\psi'\rangle$ 、散乱演算子を  $\hat{S}$  として、

$$\begin{aligned} |\langle\psi'|\hat{S}|\psi\rangle|^2 &= \frac{\langle\psi'|\hat{S}|xy\rangle\langle xy|\hat{S}|\psi'\rangle}{2} + \frac{\langle\psi'|\hat{S}|yx\rangle\langle yx|\hat{S}|\psi'\rangle}{2} \\ &\quad - \frac{\langle\psi'|\hat{S}|xy\rangle\langle yx|\hat{S}|\psi'\rangle}{2} - \frac{\langle\psi'|\hat{S}|yx\rangle\langle xy|\hat{S}|\psi'\rangle}{2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

と書ける。(3.29) では (3.28) の 1 行目のみを評価しているが、本来は 2 行目の寄与も存在するはずである。しかしながら 2 行目の cross term による寄与は 2 次の摂動までの範囲で 0 になることがわかる。[1]

である。そこで

$$\tilde{\kappa} \equiv \begin{cases} \frac{\kappa}{4} & \text{coherence がコンプトン散乱で失われるとき} \\ \kappa & \text{coherence がコンプトン散乱で保たれるとき} \end{cases} \quad (3.34)$$

と定義すれば、

$$\frac{B}{A} = \frac{\tilde{\kappa}}{(\gamma - 1)^2} \quad (3.35)$$

となる。 $\tilde{\kappa}$  と  $\kappa$  の値は coherence の消失地点により 4 倍もの差が生じることとなるため、今回の実験では  $\frac{B}{A}$  を測定することによりこの  $\tilde{\kappa}$  の値を求めることとなる。そして  $\tilde{\kappa}$  の値から coherence が失われる地点を検討し、ベルの不等式からの帰結 (3.9) を破るか検証することが今回の実験の目的である。

## 4 実験装置・方法

### 4.1 装置

実際の装置は図 4.1 のように組み立てた。 $^{22}\text{Na}$  線源から出た  $\beta$  線 ( $e^+$ ) が、中段のプラスチックシンチレーター内で  $e^-$  とトラップしあいポジトロニウム (Ps) を作る。このうちパラ・ポジトロニウム (p-Ps) は電子対消滅により back-to-back の  $\gamma$  線対を放出し、各  $\gamma$  線のエネルギーが 511keV になることが知られている。それが上下に置いた散乱用のプラスチックシンチレーターによって二つとも散乱され、およそ  $90^\circ$  散乱された先の NaI によって散乱  $\gamma$  線が検出されるイベントを見るための装置である。下段の NaI を水平平面で回転させることにより理論で定義した角度  $\phi$  を変えることができる。Ps の生成および  $\gamma$  線の散乱に用いた 3 つのプラスチックシンチレーターは全て同一の形、寸法であり、以下の図 4.2 のようなものである。

また角度  $\phi$  だが、今回は上下の NaI が反対位置にある角度を  $0^\circ$  とし、そこから反時計回りに角度を定義している。(図 4.3)

物質中の  $\beta$  線 (最大五百数十 keV) の飛程は数 mm 程度であり、中段で生成される Ps のほとんどは半径数 mm 以内の範囲で生成される。

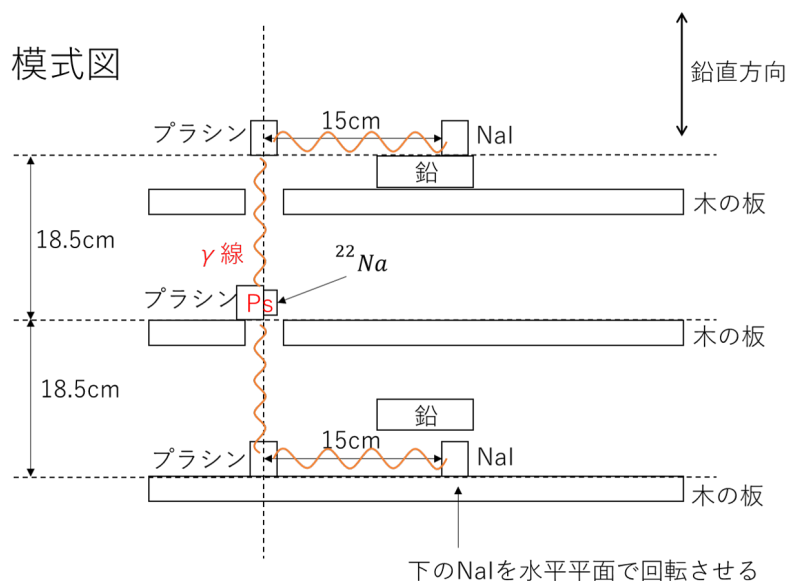


図 4.1 装置模式図

欲しいイベントを抜き出すために、この実験では上下のプラスチックシンチレーター、NaI の 4 つで coincidence をとる。また、 $^{22}\text{Na}$  などから直接の放射線が入り込むのを防ぐように上下の NaI の周りを鉛で遮蔽する。

回路は図 4.4 のようなものを用いた。discriminator のパルス幅は 100ns であり、threshold は熱雑音以外なるべく拾うよう低く設定する。

用いた ADC は flashADC。トリガーの入った時の生の波形をそのまま記録することができ、その積分値がエネルギーに対応する。

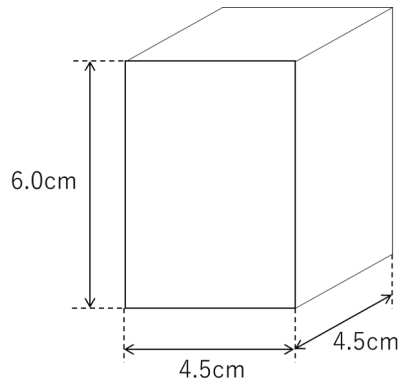


図 4.2 プラスチックシンチレーター

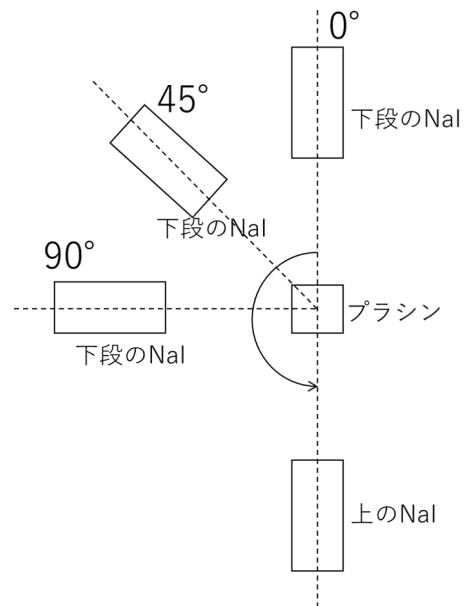


図 4.3 角度  $\phi$  の定義

注意として、 $\gamma$ 線は欲しいイベントでは 511keV で放出され、プラスチックシンチレーターで約  $90^\circ$  散乱されてから NaI に入るため、約 256keV の付近で検出されるはずである。後に解析でそのエネルギー帯の物のみを有効イベントとする。

実際の装置の写真を図 4.5 に載せておく。

## 4.2 本実験

1. 下段の NaI の増倍管に 1100V、上段の NaI と上下のプラスチックシンチレーターの増倍管に  $-1600V$  の電圧をかけ、両 NaI については  $^{22}\text{Na}$  と  $^{137}\text{Cs}$  で calibration。
2. 4 つで coincidence をとって 70 時間計測し、イベント数を見る。
3. 再び  $^{22}\text{Na}$  と  $^{137}\text{Cs}$  で両 NaI を calibration し、電圧を落とす。

本実験では上記 1 ~ 3 のような作業を角度ごとに行い、 $0^\circ$  から  $315^\circ$  まで、 $45^\circ$  ずつ計測した。

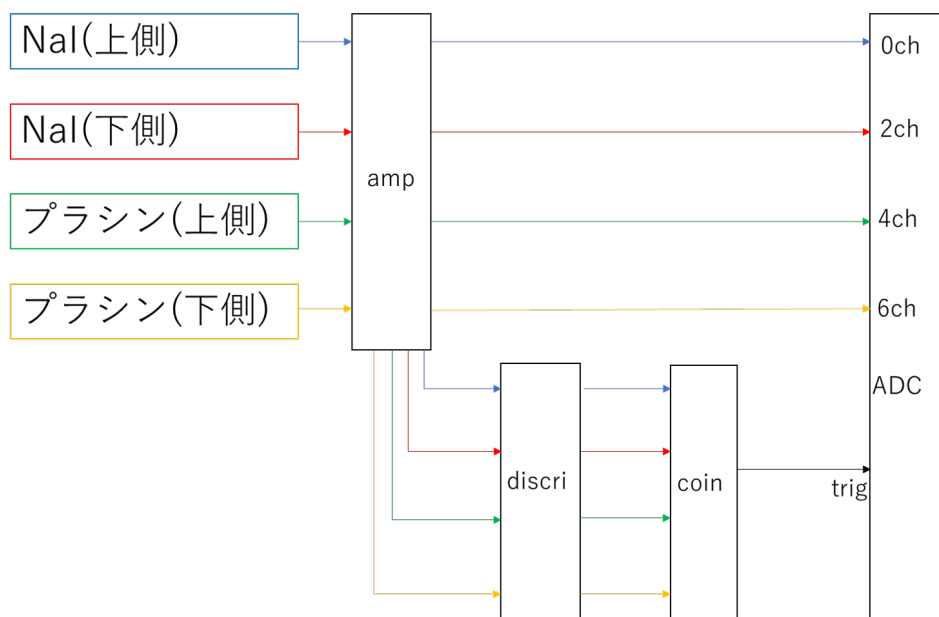


図 4.4 回路図

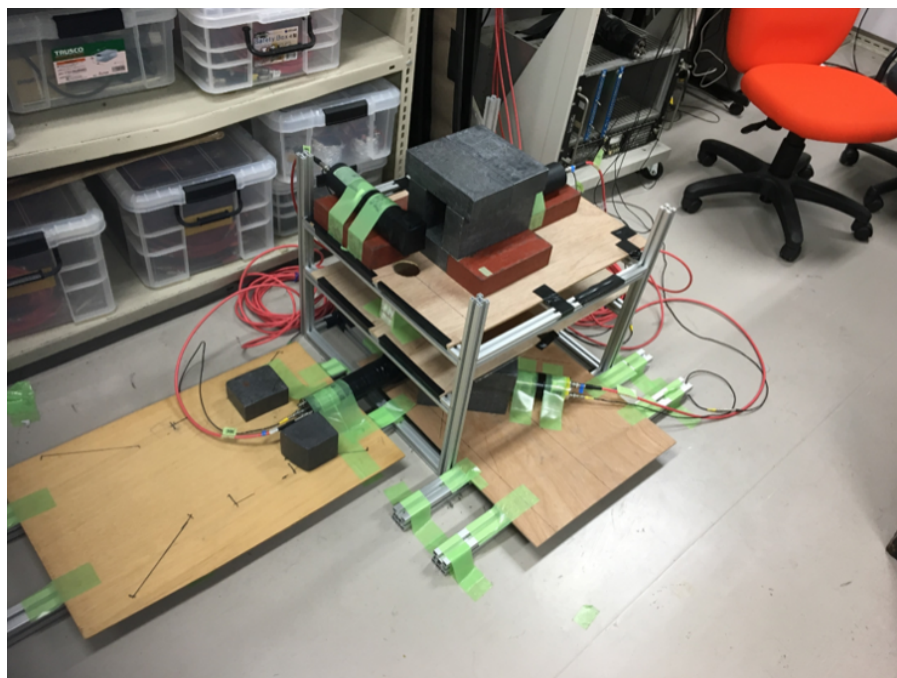


図 4.5 実際の装置の写真

## 5 結果

以下に、 $\phi$  を  $45^\circ$  刻みで  $0^\circ$  から  $315^\circ$  まで回した時に実際に観測された、全イベント数は以下の表 2 のとおりである。また、上下の NaI の各イベントでの波形の積分値に対応する ADC カウントを横軸とする 1 次元ヒストグラム、及び各イベントでの上下の NaI のカウントを 2 成分の座標とする 2 次元ヒストグラムを示す。(ヒストグラムのビン幅は、上段の NaI については 100、下段の NaI については 20 としている。以下のヒストグラムは全てこの設定を用いる。また 2 次元ヒストグラムは横軸に上段の NaI の ADC 値、縦軸に下段の NaI の ADC 値を取っている。)

角度 $\phi$	観測した期間	総イベント数
$0^\circ$	2/15 ~ 2/18	956
$45^\circ$	3/2 ~ 3/5	1071
$90^\circ$	2/21 ~ 2/24	1356
$135^\circ$	2/24 ~ 2/27	1208
$180^\circ$	2/27 ~ 3/2	914
$225^\circ$	3/5 ~ 3/8	982
$270^\circ$	3/8 ~ 3/11	1025
$315^\circ$	3/11 ~ 3/14	899

表 2  $\phi$  ごとの総イベント数



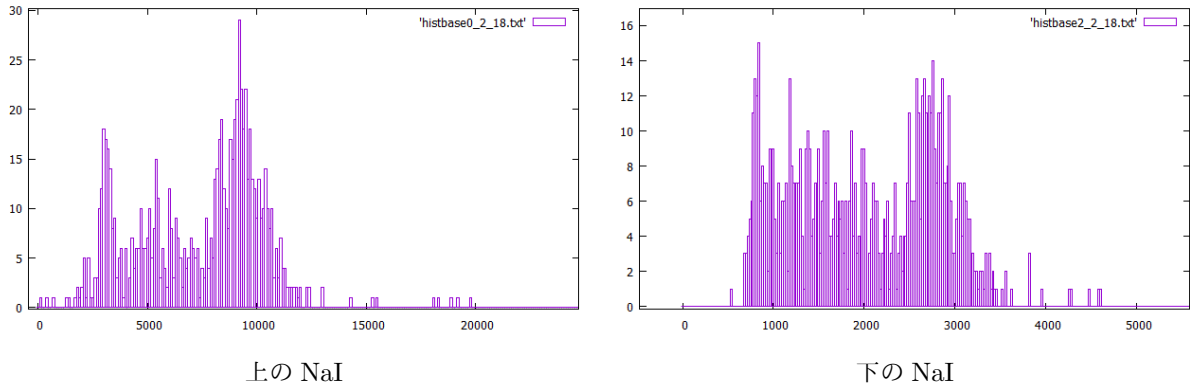


図 5.1  $\phi = 0^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

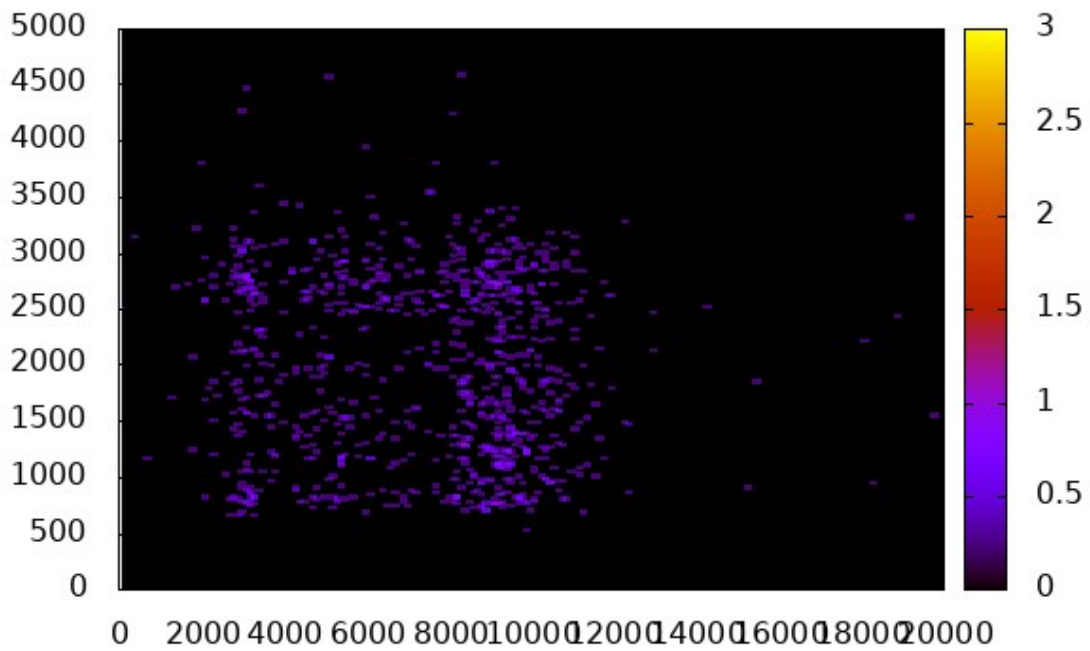
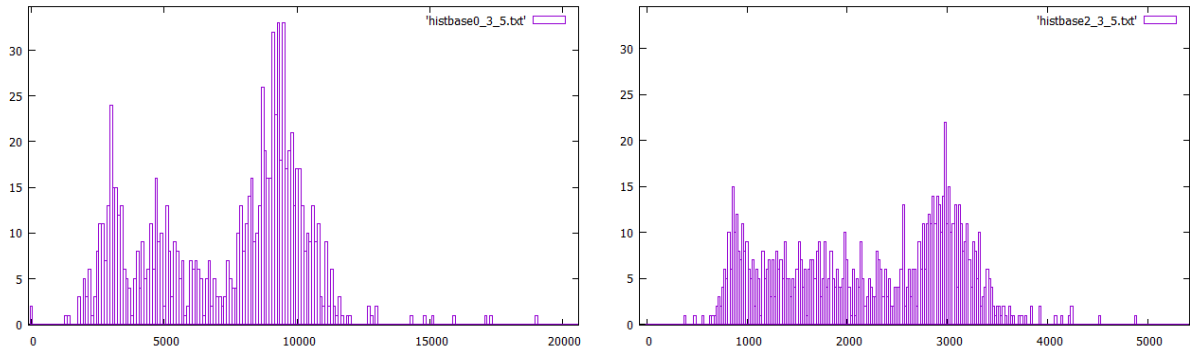


図 5.2  $\phi = 0^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム（縦：下段の NaI、横：上段の NaI）



上の NaI

下の NaI

図 5.3  $\phi = 45^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

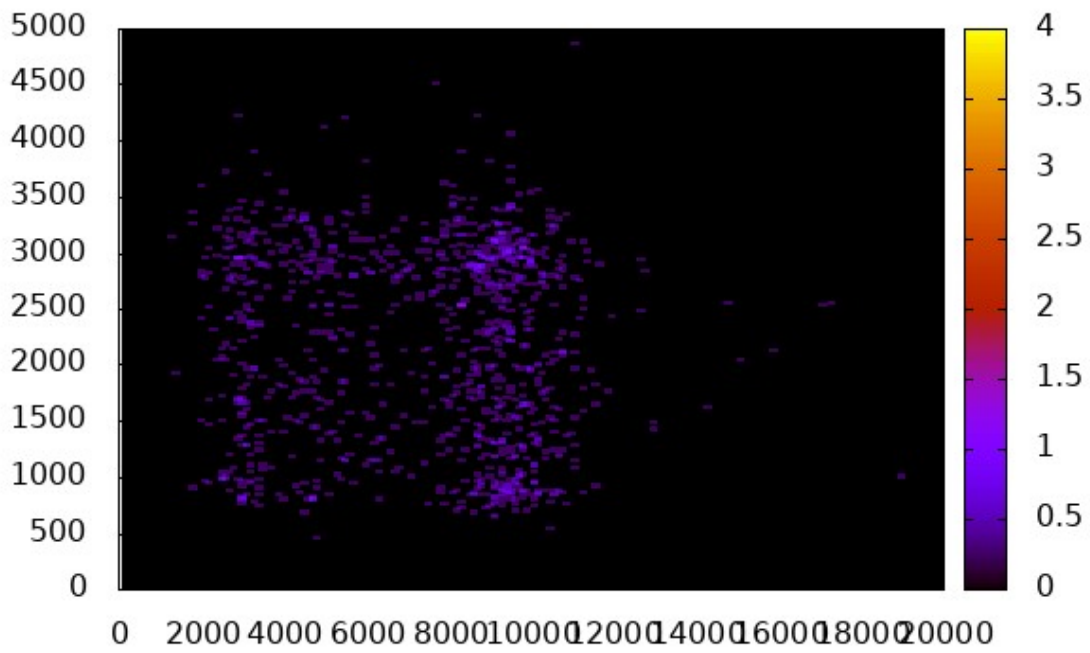
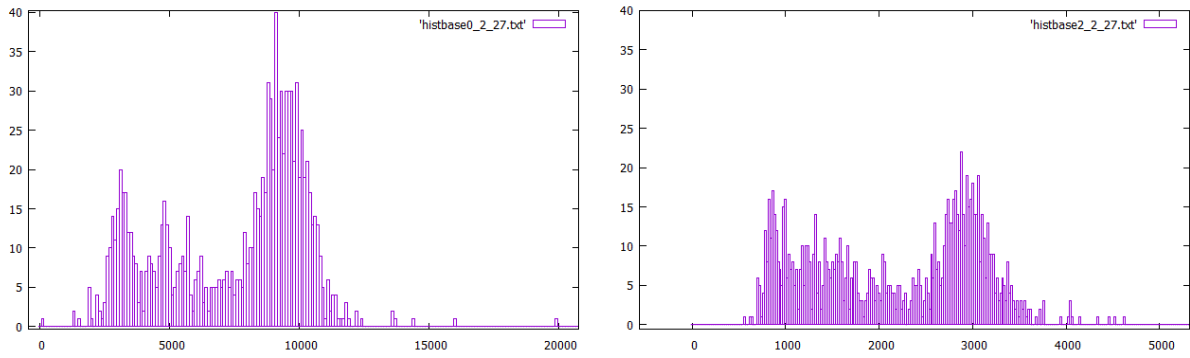


図 5.4  $\phi = 45^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦 : 下段の NaI、横 : 上段の NaI)





上の NaI

下の NaI

図 5.7  $\phi = 135^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

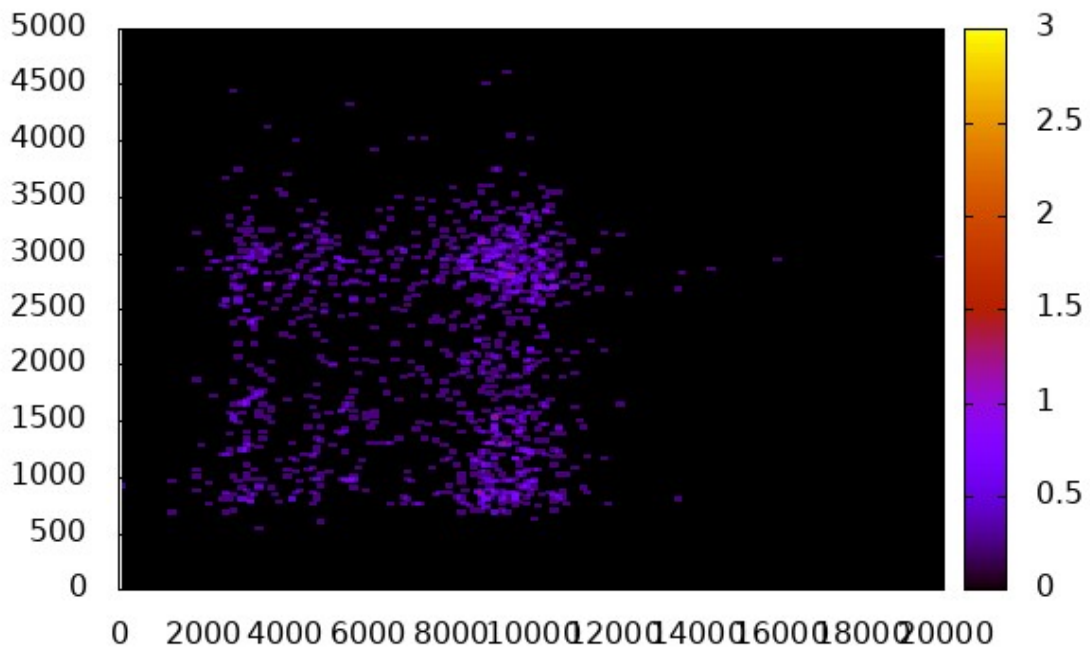
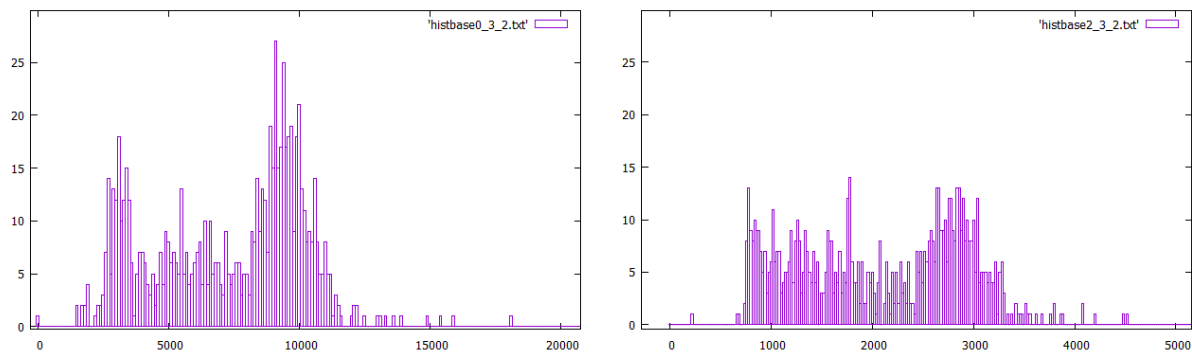


図 5.8  $\phi = 135^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦: 下段の NaI、横: 上段の NaI)



上の NaI

下の NaI

図 5.9  $\phi = 180^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

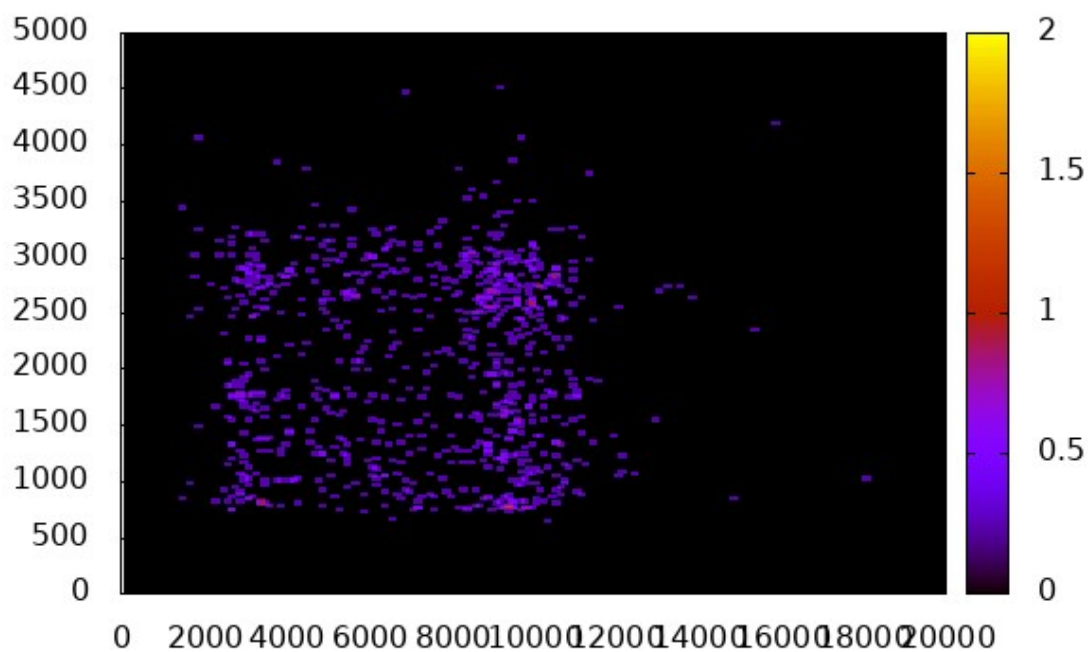
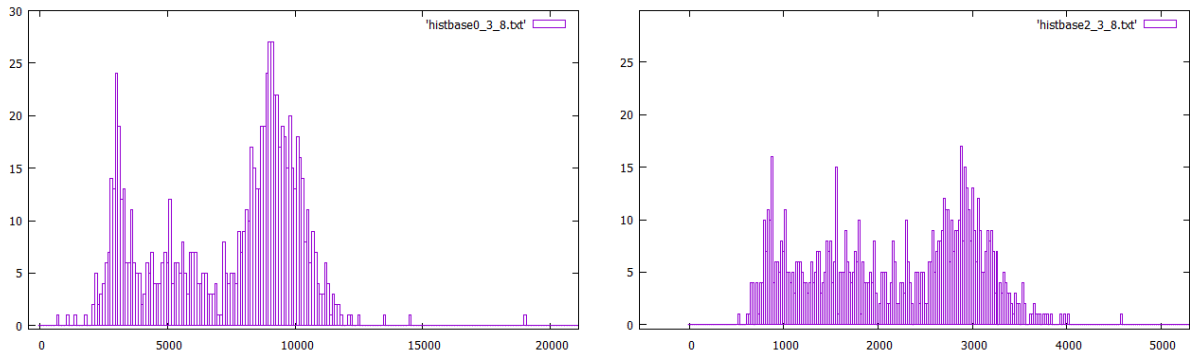


図 5.10  $\phi = 180^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦: 下段の NaI、横: 上段の NaI)



上の NaI

下の NaI

図 5.11  $\phi = 225^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

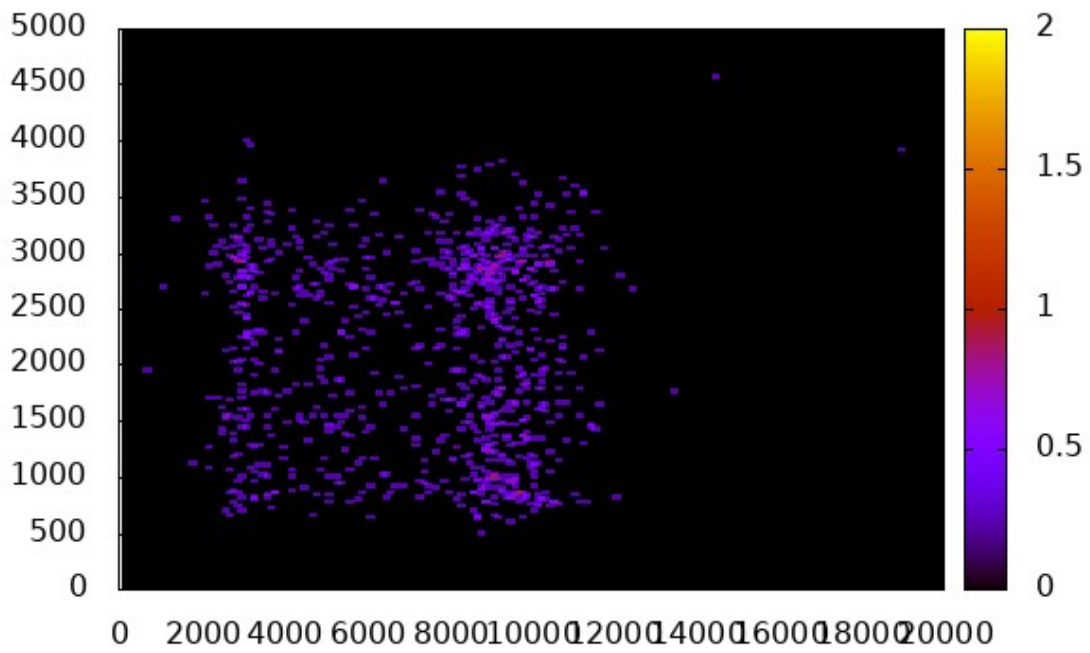
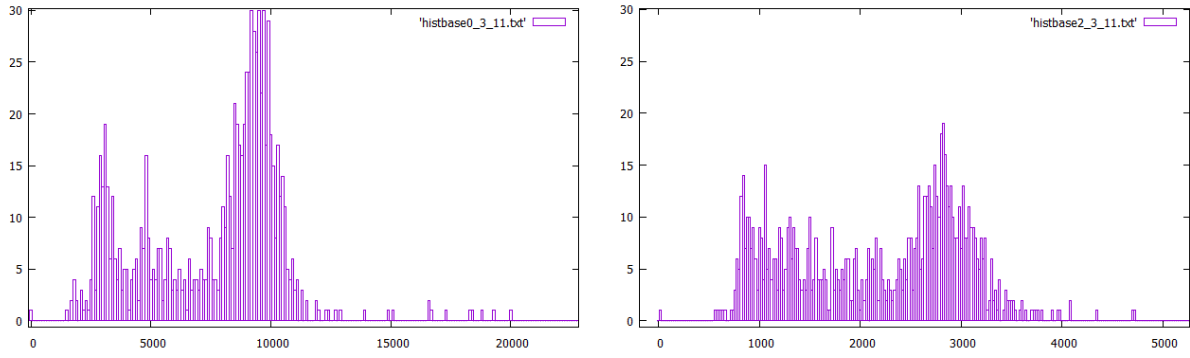


図 5.12  $\phi = 225^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦 : 下段の NaI、横 : 上段の NaI)



上の NaI

下の NaI

図 5.13  $\phi = 270^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

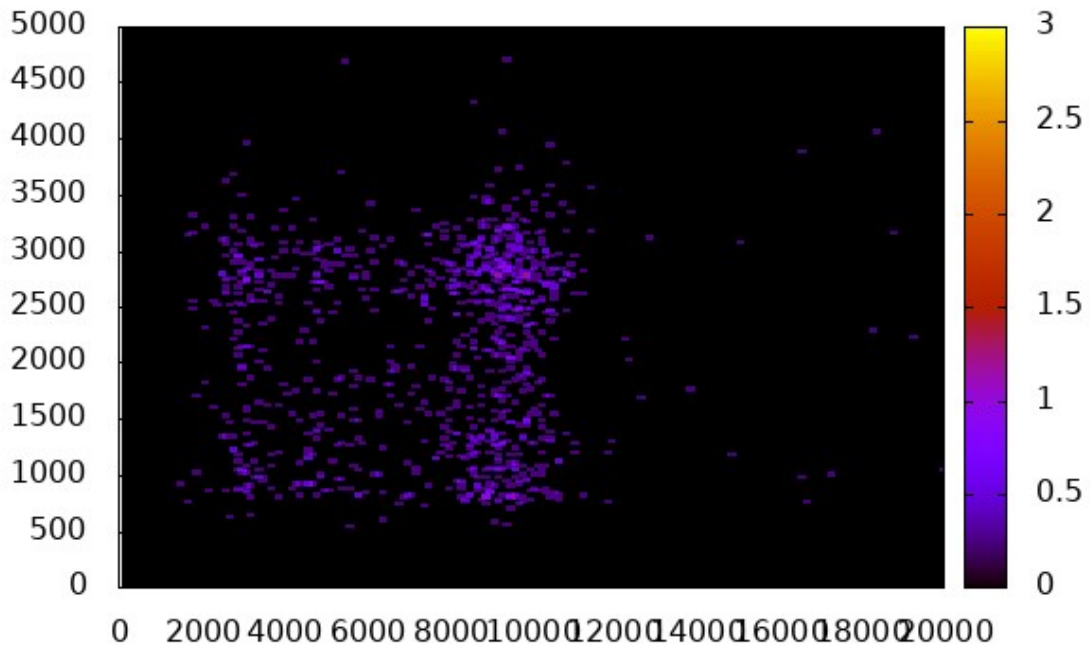
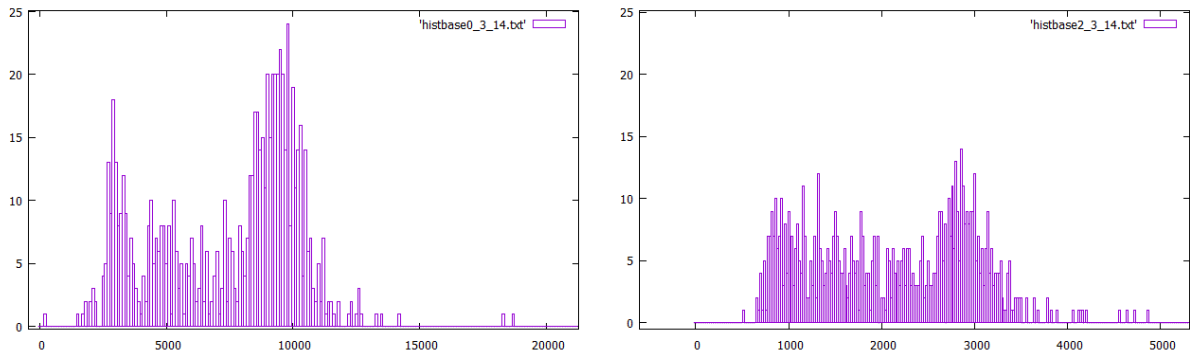


図 5.14  $\phi = 270^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦 : 下段の NaI、横 : 上段の NaI)



上の NaI

下の NaI

図 5.15  $\phi = 315^\circ$  の時の上下の NaI の 1 次元ヒストグラム

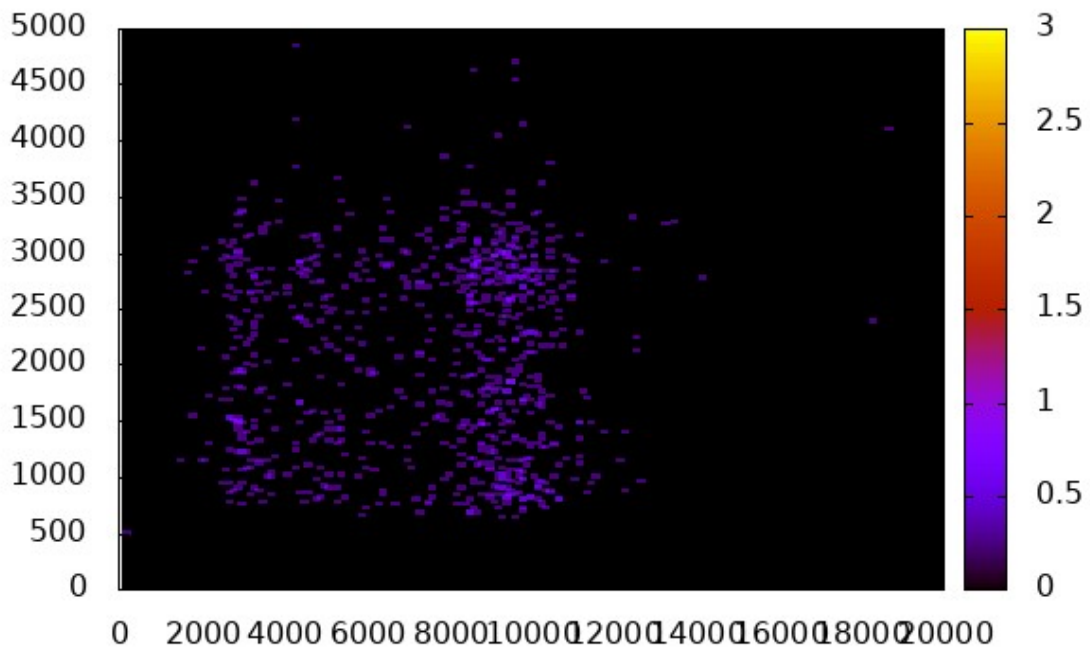


図 5.16  $\phi = 315^\circ$  の時の上下の NaI の 2 次元ヒストグラム (縦 : 下段の NaI、横 : 上段の NaI)



## 6 解析・考察

### 6.1 calibration

今回の実験では、 $^{22}\text{Na}$  線源と  $^{137}\text{Cs}$  線源によって見える 511keV、662keV、1275keV のピークを用いて calibration を行った。例として  $0^\circ$  の計測の直前に行ったもののデータを示す。実際に NaI から得られたヒストグラム (上段の NaI 図 6.1 と下段の NaI 図 6.2) と、この 3 点とシステムトリガーによるエネルギー 0 のピークの 4 点による直線フィッティングのグラフ (上段図 6.3 と下段図 6.4) である。

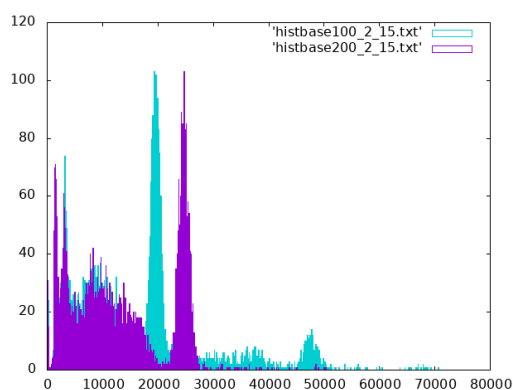


図 6.1 上段 NaI のヒストグラム 青： $^{22}\text{Na}$  紫： $^{137}\text{Cs}$

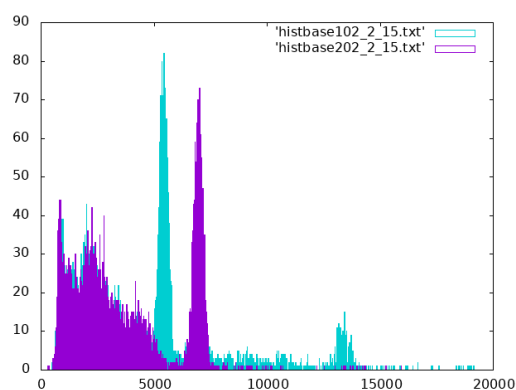


図 6.2 下段 NaI のヒストグラム 青： $^{22}\text{Na}$  紫： $^{137}\text{Cs}$

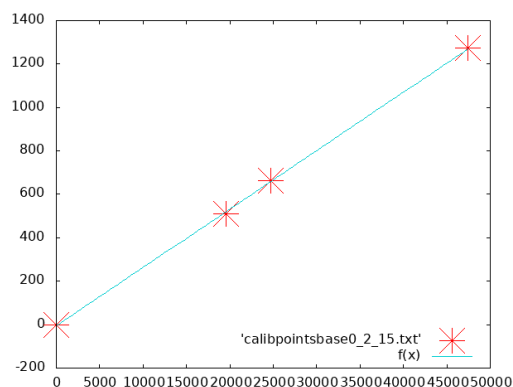


図 6.3 上段 NaI での直線フィッティング 横軸 ADC 値、縦軸エネルギー

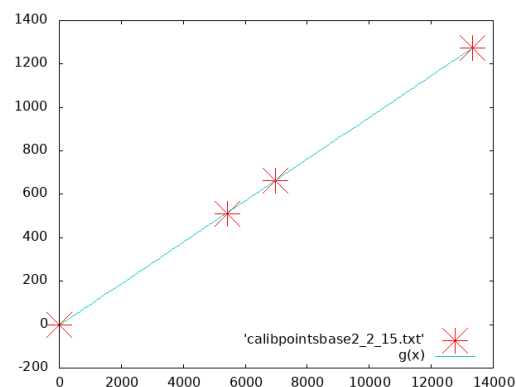


図 6.4 下段 NaI での直線フィッティング 横軸 ADC 値、縦軸エネルギー

同様にして各角度測定の前後で calibration を行い、得られるはずのピーク (約 256keV) の ADC 値を求めた。これを表 3 に示す。この値は本実験のデータの 256keV のピークの位置の目安として用いる。

上段の NaI			下段の NaI		
角度 $\phi$	前/後	256keV の位置	角度 $\phi$	前/後	256keV の位置
0°	前	9800	0°	前	2710
	後	9900		後	2750
45°	前	9700	45°	前	2850
	後	9750		後	2870
90°	前	9950	90°	前	2720
	後	9800		後	2770
135°	前	9850	135°	前	2790
	後	9850		後	2830
180°	前	9950	180°	前	2770
	後	9850		後	2790
225°	前	9550	225°	前	2850
	後	9750		後	2890
270°	前	9650	270°	前	2830
	後	9600		後	2860
315°	前	9500	315°	前	2790
	後	9850		後	2860

表 3 256keV のピークの位置

## 6.2 本実験の解析

本実験で得られたデータから有効イベント数を確定させたい。2次元のヒストグラムから直接ガウシアンでフィッティングできれば理想だが、今回はデータ数の少なさより両チャンネルで1次元ずつフィッティングを行うこととし、256keV付近でフィッティングしたガウシアンの $2\sigma$ の範囲に入ったイベントを有効とする。

NaIで光電吸収ではなくコンプトン散乱によって観測されたイベントは、 $\gamma$ 線が落として行くエネルギーが一部のみであるため本来のエネルギーより低く観測される。すなわちNaIで低いエネルギーとして観測されたイベントも $2\gamma$ 崩壊由来で本来我々が求めていたイベントの可能性はあるが、ノイズとの区別が難しいため今回は無視する。

フィッティングの方法には規則を設けることとした。まず256keVのピークを含む範囲として、上段のNaIのADC値で7000～13500、下段で2100～4000のイベントのみを抜き出し、両チャンネルへの射影にフィッティングを行う。このフィッティングの範囲についても、上限を十分高く設定して下限を100ずつ動かしながら、下限がフィッティング関数の $1\sigma$ の範囲の外に出た中で最大の下限を採用している。これには理由があり、まずノイズ自体低エネルギーになるほど多く、また欲しいイベントのコンプトン領域が影響することを考えると、可能な限り高エネルギー領域でフィッティングを行う方が信用できると考えたためである。またノイズに関しては線形であることを仮定して、ガウシアンと一次関数の和でフィッティングしている。

上記の方法で有効イベントをとると表4のようになった。このグラフを図6.5に示す。例として $0^\circ$ 、 $90^\circ$ のフィッティングのグラフも付す。

角度 $\phi$	上下	フィッティング下限	mean	$\sigma$	有効イベント数
$0^\circ$	上段	8000	9196	1076	202
	下段	2400	2728	317	
$45^\circ$	上段	8500	9311	747	216
	下段	2600	2949	300	
$90^\circ$	上段	8200	9285	952	344
	下段	2500	2821	291	
$135^\circ$	上段	8500	9509	909	293
	下段	2600	2922	272	
$180^\circ$	上段	8200	9299	1041	207
	下段	2400	2748	291	
$225^\circ$	上段	8600	9119	1083	238
	下段	2600	2898	296	
$270^\circ$	上段	8700	9476	760	270
	下段	2500	2822	309	
$315^\circ$	上段	8200	9261	1038	206
	下段	2500	2852	309	

表4 角度ごとの有効イベント数

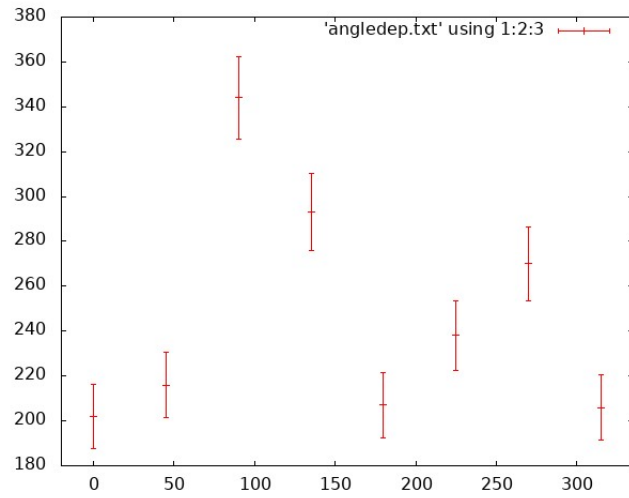


図 6.5 角度と有効イベント数

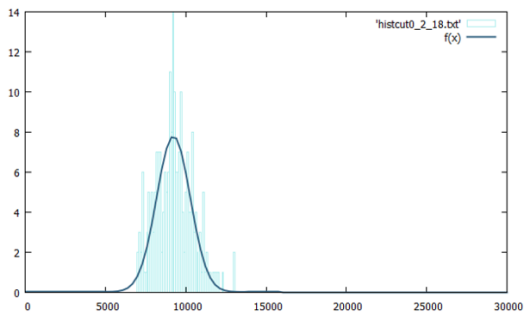


図 6.6 0°での上段 NaI のフィッティング

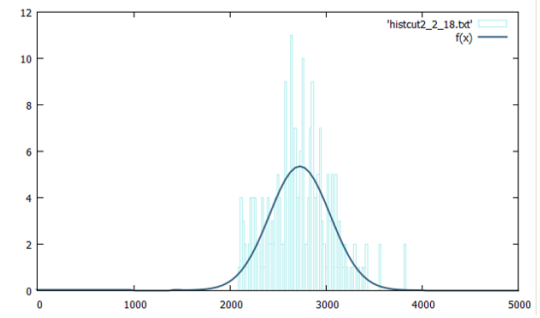


図 6.7 0°での下段 NaI のフィッティング

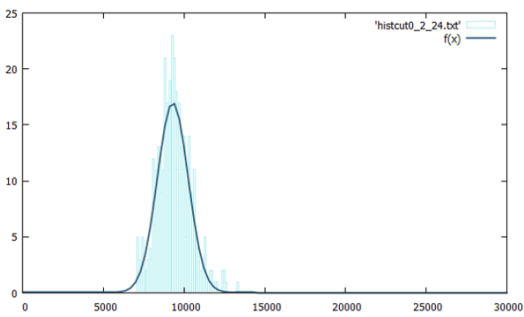


図 6.8 90°での上段 NaI のフィッティング

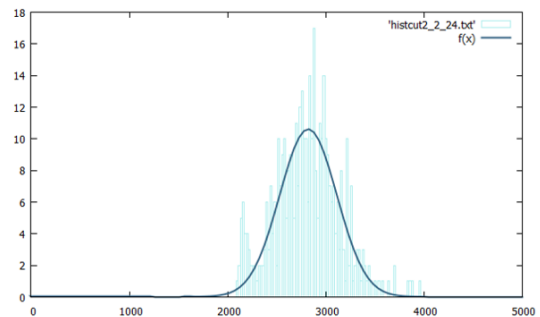


図 6.9 90°での下段 NaI のフィッティング

上記の結果を  $A - B\cos\{2(\phi - C)\}$  でフィッティングしたものが図 6.10 である。この通りフィッティングが成立していない。何らかの理由で後半のイベント数が減っている可能性があり、 $0^\circ$  から  $180^\circ$  まででフィッティングしよう。そのグラフが図 6.11 である。

$$A = 266 \quad (6.1)$$

$$B = 77.2 \quad (6.2)$$

$$C = 14.9 \quad (6.3)$$

$$\kappa = 0.65 \quad (6.4)$$

と計算される。

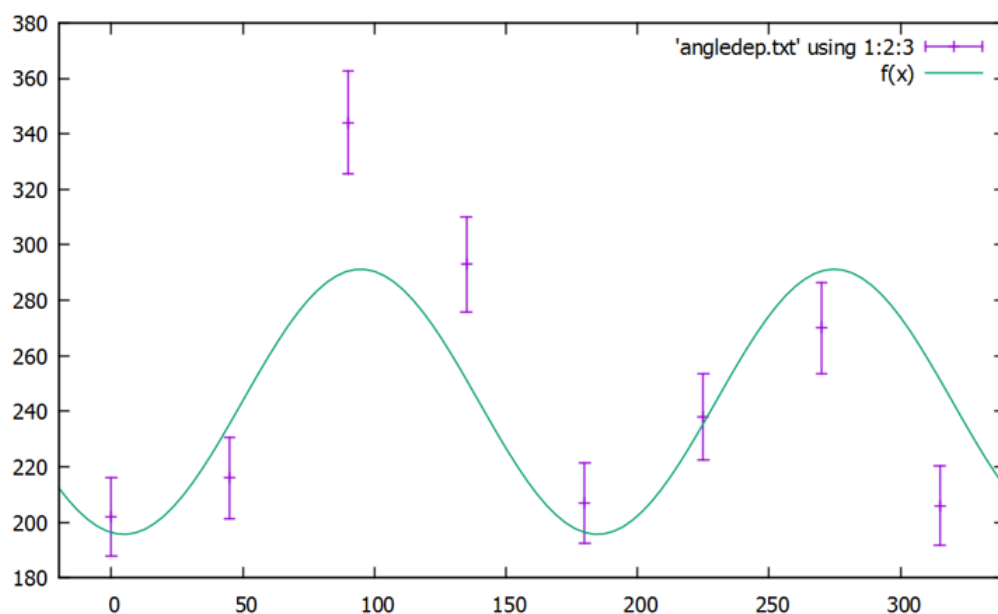


図 6.10 角度と有効イベント数のフィッティング

$180^\circ$  以降にもフィッティングを行ったが、図 6.12 の通りフィッティングが成立していない。

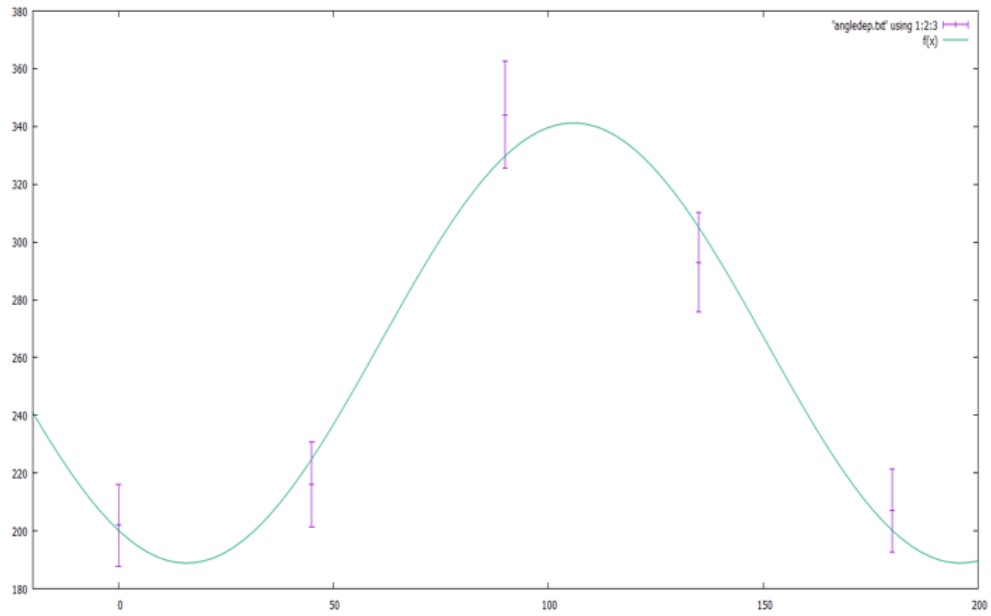


図 6.11  $0^\circ$  から  $180^\circ$  までのフィッティング

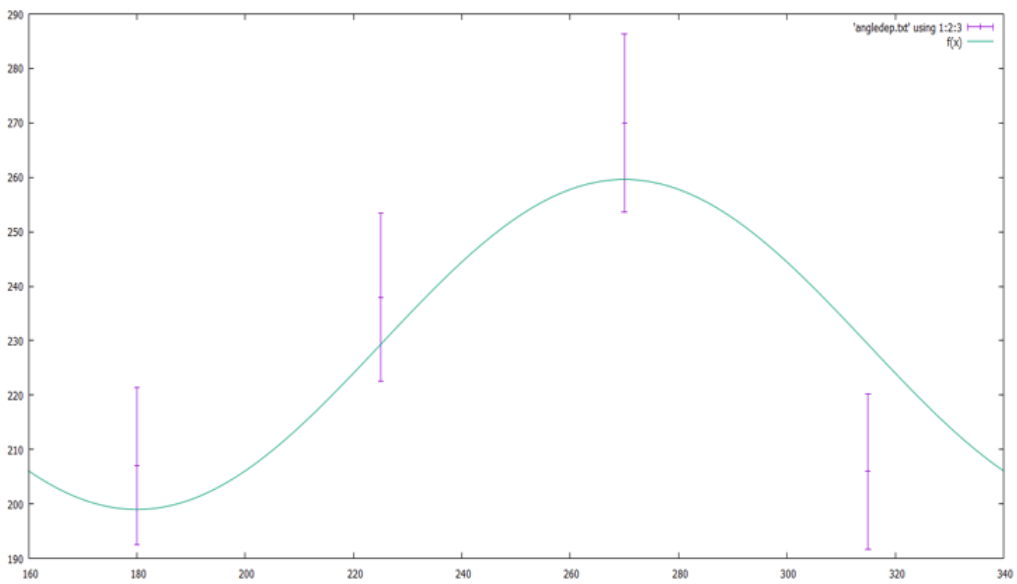


図 6.12  $180^\circ$  から  $315^\circ$  までのフィッティング

### 6.3 角度による $\kappa$ の系統誤差

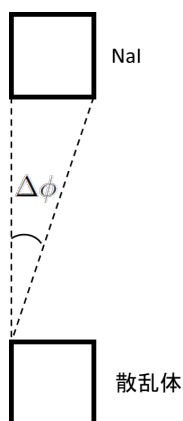


図 6.13  $\phi$  の幅の補正

実験のセットアップでは、角度  $\phi$  に幅がある。図 6.13 のように最も大きい角度のずれを  $\Delta\phi$  とする。角度  $\phi$  からの散乱角のずれを  $\zeta$  とし、角度  $\phi + \zeta$  で散乱される光子の割合を  $w_\phi(\phi + \zeta)$  とすると、 $w_\phi(\phi + \zeta)$  は  $-\Delta\phi \leq \zeta \leq 0$  で単調増加、 $\zeta = 0$  で最大、 $0 \leq \zeta \leq \Delta\phi$  では単調減少し、 $w_\phi(\phi \pm \Delta\phi) = 0$  となるような関数であろうと推測できる。実際に NaI シンチレーターで観測される光子数は  $P(\phi)$  のこの  $w_\phi$  に関する重み付き平均

$$\langle P(\phi) \rangle_{\phi \text{ avg.}} \propto \frac{\int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} w_\phi(\phi + \zeta)(A - B \cos(2\phi + 2\zeta))d\zeta}{\int_{-\Delta\phi}^{\Delta\phi} w_\phi(\phi + \zeta)d\zeta} \quad (6.5)$$

に比例すると考えられる。簡単のため、図 6.14 のように重み  $w_\phi$  を線形近似する。

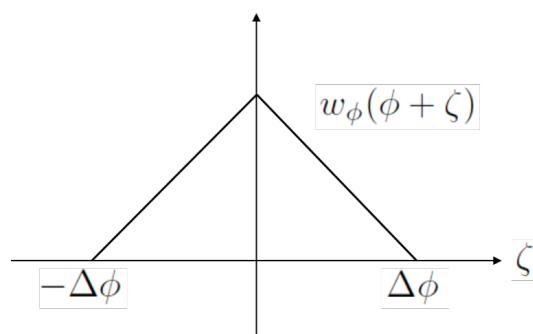


図 6.14 重み  $w_\phi$

すなわち、規格化された重みを再び  $w_\phi$  と書くと、

$$w_\phi(\phi + \zeta) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta\phi^2}\zeta + \frac{1}{\Delta\phi} & \text{if } -\Delta\phi \leq \zeta \leq 0 \\ \frac{1}{\Delta\phi^2}\zeta + \frac{1}{\Delta\phi} & \text{if } 0 \leq \zeta \leq \Delta\phi \end{cases} \quad (6.6)$$

である。この時、

$$\langle P(\phi) \rangle_{\phi \text{ avg.}} \propto \int_{\phi-\Delta\phi}^{\phi+\Delta\phi} w_{\phi}(\zeta)(A - B \cos 2\zeta)d\zeta \quad (6.7)$$

$$= A - \frac{B}{2\Delta\phi^2}(1 - \cos 2\Delta\phi) \cos 2\phi \quad (6.8)$$

我々の実験のセットアップでは、 $\Delta\phi = \arctan\left(\frac{4.5\text{cm}}{12.25\text{cm}}\right) \approx 0.339 \approx 19.4^\circ$  なので、

$$\langle P(\phi) \rangle_{\phi \text{ avg.}} \propto A - \frac{1 - \cos(2 \cdot 0.339)}{2 \cdot 0.339^2} B \cos 2\phi \quad (6.9)$$

$$\approx A - 0.962 \cdot B \cos 2\phi \quad (6.10)$$

よって、観測される  $\tilde{\kappa}$  の値  $\kappa'$  とすると、 $\phi$  の幅だけを考慮した場合には

$$\kappa' = 0.962 \cdot \tilde{\kappa} \quad (6.11)$$

となる。

$\phi$  と同様の考え方で角度  $\theta$  についても補正を行う。Site A, Site B での角度  $\theta$  の値をそれぞれ  $\theta_A, \theta_B$  とすると、クライン-仁科の式 (3.10) を用いて  $\theta_A, \theta_B$  依存性を入れて 3.4, 3.5 と同様の計算を行うと、光子の同時観測確率は

$$P(\phi, \theta_A, \theta_B) = (\gamma_A - \sin^2 \theta_A)(\gamma_B - \sin^2 \theta_B) - \tilde{\kappa} \sin^2 \theta_A \sin^2 \theta_B \cos 2\phi \quad (6.12)$$

となる。ここで  $\gamma_A, \gamma_B$  はそれぞれ (3.11) で  $\theta = \theta_A, \theta = \theta_B$  とした時の  $\gamma$  である。

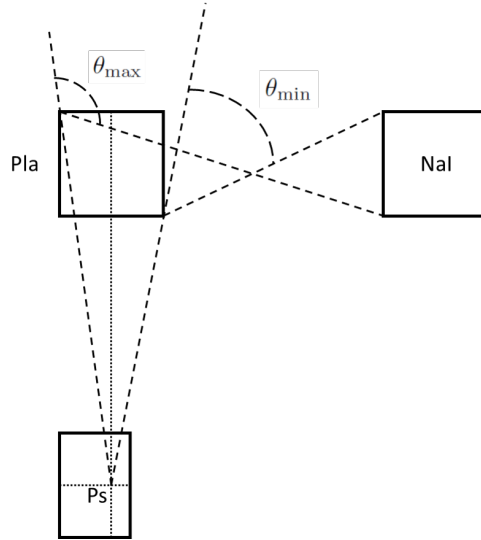


図 6.15  $\theta$  の幅の補正

$\theta$  が  $\frac{\pi}{2}$  から最もずれるのは、 $\theta$  が図 6.15 で示した角度  $\theta_{\max}, \theta_{\min}$  の時である。我々の実験のセットアップでは、

$$\theta_{\min} \approx 1.09 \approx 62.3^\circ \quad (6.13)$$

$$\theta_{\max} \approx 1.94 \approx 111^\circ \quad (6.14)$$



である。 $\phi$  の補正と同様に、 $\theta = \frac{\pi}{2} + \chi$  の角度で散乱される光子の割合を  $w_\theta(\frac{\pi}{2} + \chi)$  とすると、 $w_\theta$  も  $\chi = 0$  を最大点としておおよそ  $w_\phi$  と同様の振る舞いをする予想される。すなわち  $\chi = 0$  付近で散乱される光子が最も多く、 $\theta = \theta_{\min}, \theta_{\max}$  付近はほとんどないであろう。簡単のため、 $w_\theta$  も図 6.16 のように線形近似すると、

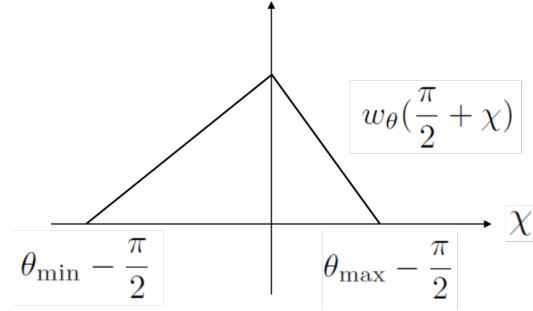


図 6.16 重み  $w_\theta$

$$w_\theta\left(\frac{\pi}{2} + \chi\right) = \begin{cases} 4.87 \cdot \chi + 2.35 & \text{if } \chi \leq 0 \\ -6.40 \cdot \chi + 2.35 & \text{if } \chi \geq 0 \end{cases} \quad (6.15)$$

となる。

一般の角度  $\phi$  と  $\theta_A, \theta_B$  の関係を明示的に計算することは非常に難しいが、 $\phi = 0, \pi$  の時には比較的容易に計算できる。したがってまずこの二つの場合に同時観測確率の  $w_\theta$  による重み付き平均を求める。

$\phi = 0$  の時、 $\theta_A = \theta_B$  なので、 $\theta = \theta_A$  とすると、

$$P(\phi, \theta) \propto \left( \frac{1}{2 - \cos \theta} + 2 - \cos \theta - \sin^2 \theta \right)^2 - \tilde{\kappa} \sin^4 \theta \cos 2\phi \quad (6.16)$$

よって

$$\langle P(\phi) \rangle_{\theta \text{ avg.}} \propto \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\chi w_\theta \left( \chi - \frac{\pi}{2} \right) P(\phi, \chi) \quad (6.17)$$

$$= \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\chi w_\theta \left( \chi - \frac{\pi}{2} \right) \left( \left( \frac{1}{2 - \cos \chi} + 2 - \cos \chi - \sin^2 \chi \right)^2 - \tilde{\kappa} \sin^4 \chi \cos 2\phi \right) \quad (6.18)$$

$$\approx 2.28 - 0.939 \cdot \tilde{\kappa} \cos 2\phi \quad (6.19)$$

$\phi = \pi$  の時、 $\theta_B = \pi - \theta_A$  なので、 $\theta = \theta_A$  とすると、

$$P(\phi, \theta) \propto \left( \frac{1}{2 - \cos \theta} + 2 - \cos \theta - \sin^2 \theta \right) \left( \frac{1}{2 + \cos \theta} + 2 + \cos \theta - \sin^2 \theta \right) - \tilde{\kappa} \sin^4 \theta \cos 2\phi \quad (6.20)$$

よって  $\phi = 0$  の時と同様に計算して

$$\langle P(\phi) \rangle_{\theta \text{ avg.}} \approx 2.34 - 0.939 \cdot \tilde{\kappa} \cos 2\phi \quad (6.21)$$

となる。

まとめると、

$$\kappa' = \begin{cases} \frac{0.939 \cdot 2.28}{4/9} \tilde{\kappa} = 0.971 \cdot \tilde{\kappa} & \text{if } \phi = 0 \\ \frac{0.939 \cdot 2.34}{4/9} \tilde{\kappa} = 0.903 \cdot \tilde{\kappa} & \text{if } \phi = \pi \end{cases} \quad (6.22)$$

であることが分かる。

## 6.4 ノイズの評価

今回の実験では上下の NaI、PL シンチレータの 4 つで coincidence をとり event を測定したため、ADC のトリガーにかかりエネルギー帯が上下共に 256 keV に入る background などのノイズの影響は小さいと考えられるが、仮に有効 event 数に  $2\gamma$  崩壊とは関係の無い event が混ざりこむと  $\phi$  依存性の無い  $P(\phi)$  の項  $A$  が増加し、 $\tilde{\kappa}$  が小さく測定されてしまう。そこで background を適切な方法で測定し、その影響を定量的に見積もることとした。

手順は以下の通りである。

1. 本実験と同じセットアップ ( $\phi = 270^\circ$ ) で線源及びシンチレータを置き、両 PL シンチレータと下の NaI シンチレータの 3 つで coincidence を取り、64 分間 event 数を測定する。
2. 線源を外し、上の NaI に入る background の event 数を 2 分間測定する。
3. 上と下の NaI の役割を入れ替え、1. 2. の手順を繰り返す。

これらの測定結果の有効エネルギー帯に入ってくる event 数を用いて、片方の NaI には望んでいる event ( $2\gamma$  崩壊によるもの) が観測され、もう一方の NaI では自然放射線などの background のうち 256 keV 付近のものが観測される rate を見積もる。或いは、上下共に有効エネルギー帯の background が観測される event は極めて少ないと考えられるが、同時にそれも見積もることができる。

測定結果のヒストグラムを以下の図 6.17-6.20 に示す。

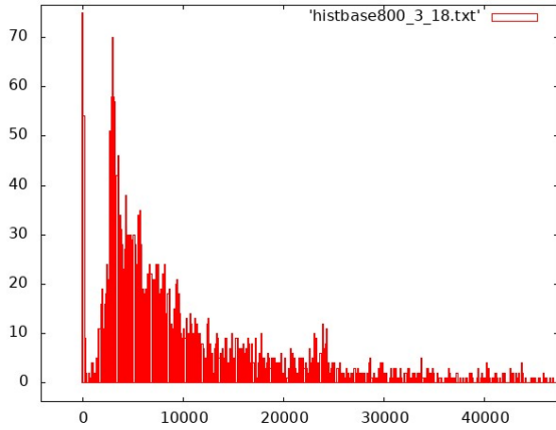


図 6.17 上の NaI での background

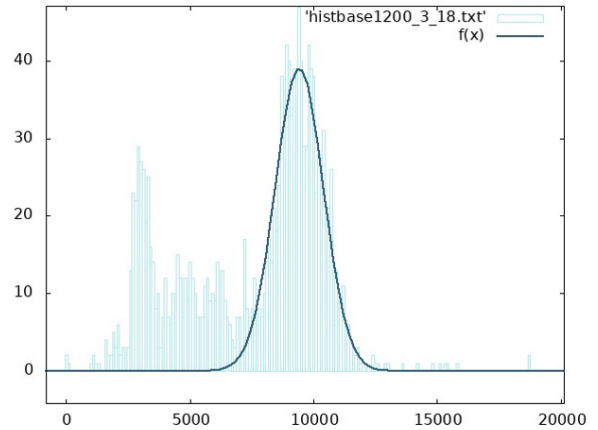


図 6.18 線源を置いたときの上の NaI での有効 event

mean value =  $9427 \pm 37$ ,  $\sigma = 998 \pm 36$

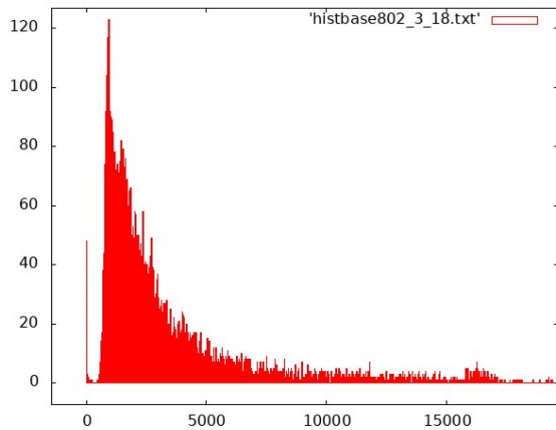


図 6.19 下の NaI での background

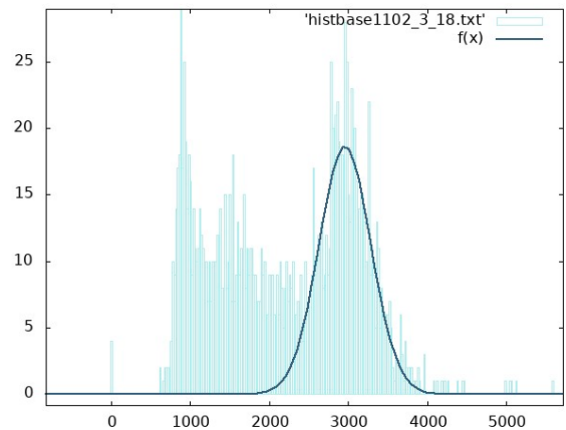


図 6.20 線源を置いたときの下の NaI での有効 event

mean value =  $2960 \pm 17$ ,  $\sigma = 328 \pm 19$

上下の NaI での有効 event の範囲を定めるにあたって図 6.18,6.20 を用いて gaussian fitting を行い、 $2\sigma$  の範囲を有効とした。

	測定時間	有効 event 数	rate
上の NaI の background(図 6.17)	2 min.	552	4.35 Hz
下の NaI の望む event(図 6.20)	64 min.	642	0.167 Hz
下の NaI の background(図 6.19)	2 min.	1895	15.8 Hz
上の NaI の望む event(図 6.18)	64 min.	907	0.236 Hz

表 5 ノイズの評価

表 5 における rate は単に有効 event 数を測定時間で割ったものだが、これは本来は複数の信号が discrim-

inator)によって統合されたものも1つとして数えたときの単位時間あたりの event 数を示す。よって、例えば下の NaI では望む event が観測されている一方上の NaI では background を拾っているような event の rate は以下のように計算できる。

まず上の NaI には background が観測され、両 PL シンチレータと下の NaI では望む event(+noise) が観測される rate の評価には表 5 の 1 行目と 2 行目を用いる。今回用いた discriminator の出す矩形端の時間幅は  $100 \text{ ns} = 10^{-7} \text{ s}$  なので、ある時間座標上の 1 点でこれらの coincidence が取られている確率は  $0.236 \times 10^{-7} \times 15.8 \times 10^{-7}$  である。よって十分長い時間  $T$  のうち coincidence が取られている時間の総和は  $0.236 \times 10^{-7} \times 15.8 \times 10^{-7} \times T$  である。一方、1 回の coincidence で出る矩形波の時間幅は  $0 \text{ ns}$  から  $100 \text{ ns}$  まで等しい確率で現れると考えられるのでその期待値は  $50 \text{ ns}$  であり、よって  $T$  が十分大きければ時間  $T$  の間に出力される coincidence の回数は

$$0.236 \times 10^{-7} \times 15.8 \times 10^{-7} \times T \times \frac{2}{10^{-7}} \quad (6.23)$$

となる。本実験では  $70 \text{ h} = 3600 \times 70 \text{ s}$  測定を行ったため、その間にこの event が起こる回数の期待値は

$$0.236 \times 10^{-7} \times 15.8 \times 10^{-7} \times T \times \frac{2 \times 3600 \times 70}{10^{-7}} = 1.88 \times 10^{-1} \quad (6.24)$$

となる。

同様に「下の NaI には background が観測され、両 PL シンチレータとしたの NaI では望む event が観測される」という event の回数の期待値は表 5 の 3 行目と 4 行目を用いて、

$$0.167 \times 10^{-7} \times 4.35 \times 10^{-7} \times T \times \frac{2 \times 3600 \times 70}{10^{-7}} = 3.66 \times 10^{-2} \quad (6.25)$$

と計算できる。

上の NaI と下の NaI が共にノイズを拾う event 数は表 5 の 1 行目と 3 行目の結果と PL シンチレータ 2 つの coincidence を取ったときの rate を用いれば同様に計算することができるが、線源をあてて PL シンチレータの 2 つの coincidence を取ったときの rate は数 Hz のオーダーなので、上記 2 つの noise の影響より  $10^{-7}$  のオーダーで小さいと評価できる。

以上の議論により自然放射線の本実験での event 数への影響は統計誤差を含めても高々数 event のオーダーでしか含まれないため、解析に用いるデータの統計誤差と比べ十分小さくほぼ無視できると考えられる。

## 6.5 総括

実験から得られた結論では、 $\kappa = 0.65$  であり、角度による  $\cos$  カーブのなまりを考えると  $\kappa$  は  $0.87$  倍程度になり得るため、 $\kappa = 0.74$  以上になる。これであればベルの不等式を破る結果である。

また同時に、プラスチックシンチレーターによる散乱の時点で偏光が確定するなら  $\kappa \sim 0.25$  となるはずだが、様々な要因が  $\kappa$  を小さくする方向に働く中でこの結果が出たことより、これはほぼ否定されたと言えよう。すなわち、偏光のコヒーレンスが失われるのは光子が NaI で観測された時点である可能性が高いと言える。

## 7 まとめ

今回の結果は、プラスチックシンチレーターによる散乱の時点で偏光が確定するという理論の否定には充分であり、角度分解能の限界が  $\kappa$  を小さくする影響まで考えればベルの不等式は否定される可能性が高いが、この

ままでは量子力学 ( $\kappa = 1$ ) を否定する結果でもあり、さらなる考察が必要である。

レートが減った、または左右非対称となった原因が今回発見できなかったことに理由があると思われる他、他の解析方法をとる、例えばフィッティング範囲を恣意的に選ぶなどすれば  $\kappa$  が 0.1 近く増加することもあり、データ数の不足の可能性が高いが時間的制約により今回追及できなかった。より多くの時間をかけるなどしてより多くのデータを取ればフィッティング範囲に対してイベント数が安定に近づく可能性がある。また表 4 の通り、特に上段の NaI のフィッティングにおいて角度ごとに  $\sigma$  の値に大きな違いが現れており、有効イベントが少なく出るべき角度では広く、多く出るべき角度では狭くなる傾向があると同時に、期待より少なく出た  $45^\circ$  で最も狭い。少なく出るべき角度ではピークが小さくノイズやコンプトン領域の影響が出てしまった可能性があるが、統一的な基準をもってこれ以上に説得力のあるフィッティング範囲を決めることはできなかった。

## 8 謝辞

指導教官の市川さん、TA の森さん、小田川さん、そして P1 他班の皆さん、一年間ありがとうございました。

## 参考文献

- [1] Hartland S. Snyder, Simon Pasternack, and J. Hornbostel. “Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation”, Phys. Rev. 73, 440, 1 Mar. 1948.