

オルソポジトロニウムの寿命と量子振動の測定

2019 年度課題研究 P1

久代翔大 古田悠馬 吉村宣倅

2020 年 4 月 27 日

概要

磁場中のオルソポジトロニウムの寿命を測定した。また寿命曲線の振動周期を求め、超微細分裂 Δ_{HFS} を測定しようとした。磁場をかけるにあたって磁石をハルバッハ配列という配列にし、中心付近でほぼ一様となる磁場が得られるように工夫した。その結果測定により昨年度より一様な磁場が得られたと思われるが、寿命曲線の振動は見えなかった。

目次

1	イントロダクション	2
2	理論	2
2.1	真空中のポジトロニウム	2
2.2	磁場中のポジトロニウム	3
3	実験	9
3.1	原理	9
3.2	実験器具	9
3.3	回路	9
3.4	シリカケース	10
3.5	磁場	11
3.6	セットアップ	12
4	解析	14
4.1	生データ	14
4.2	エネルギー較正	14
4.3	Pick-off 反応とは	15
4.4	Pick-off 補正理論	15
4.5	Pick-off 補正理論の適用	16
4.6	Pick-off 関数のフィッティング関数形	16
5	結果	18
6	考察	21
6.1	寿命について	21
6.2	磁場について	21

1 イントロダクション

QED(Quantum electrodynamics)において、寿命は非常に正確に計算されており、ポジトロニウムの寿命も計算されている。また、量子力学の解析により、磁場をかけたポジトロニウムは崩壊する際、量子振動と呼ばれる振動現象が観測されることもわかっている。昨年度の P1([1]) では解析方法の考察などにより寿命はおおよそ一致する値が得られていたが、量子振動を示す結果は得られていなかった。よって我々は、昨年度の考察であった、磁場の強さや一様性を高める方法を考え、それを実現し、量子振動を観測することを目的とした。

2 理論

この章では実験における理論について過去の P1 レポートなどを参考にしながら解説する。また単位系としては $c = \hbar = 1$ の自然単位系を採用する。

2.1 真空中のポジトロニウム

ポジトロニウム (以下 Ps) は電子と陽電子が電磁相互作用を介して束縛状態を作ったものである。そして、そのスピン状態によって、1 重項のものをパラポジトロニウム (以下 p -Ps)、3 重項のものをオルソポジトロニウム (以下 o -Ps) と呼ぶ。それぞれの状態は、(陽) 電子のスピン状態として

$$|\uparrow\rangle_{e^-}, |\downarrow\rangle_{e^-}, |\uparrow\rangle_{e^+}, |\downarrow\rangle_{e^+} \quad (1)$$

を用いて、 p -Ps は

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (2)$$

であり、 o -Ps は

$$|1, 1\rangle = |\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+} \quad (3)$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} + |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (4)$$

$$|1, -1\rangle = |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} \quad (5)$$

と書ける。ここで状態のラベルの左は合成後の全スピンの成分で、右はその量子化軸の成分である。エネルギーはほとんど同じであるが、電子と陽電子の磁気モーメントの相互作用により、 o -Psの方がわずかに大きいエネルギーを持ち、そのエネルギー差を超微細分裂といい Δ_{HFS} と書く。このエネルギー差の他に、その崩壊やその寿命にも違いが生じる。 p -Ps は荷電共役変換において、荷電共役演算子を C として

$$C |p\text{-Ps}\rangle = |p\text{-Ps}\rangle \quad (6)$$

つまり C -parity は正である。一方、 o -Ps は

$$C |o\text{-Ps}\rangle = -|o\text{-Ps}\rangle \quad (7)$$

で C -parity は負である。そして崩壊後の光子 n 個状態の C -parity は $(-1)^n$ である。QED においては荷電共役変換に対して Lagrangian は不変であるため、崩壊の前後も C -parity は不変であり、よって p -Ps は偶数個、 o -Ps は奇数個の光子に崩壊する。1 光子への崩壊はエネルギー運動量保存を破るため、 o -Ps は 3 個以上の光子に崩壊する。それぞれの最低個数の光子への崩壊の Feynmann ダイアグラムを図 1 に表す。

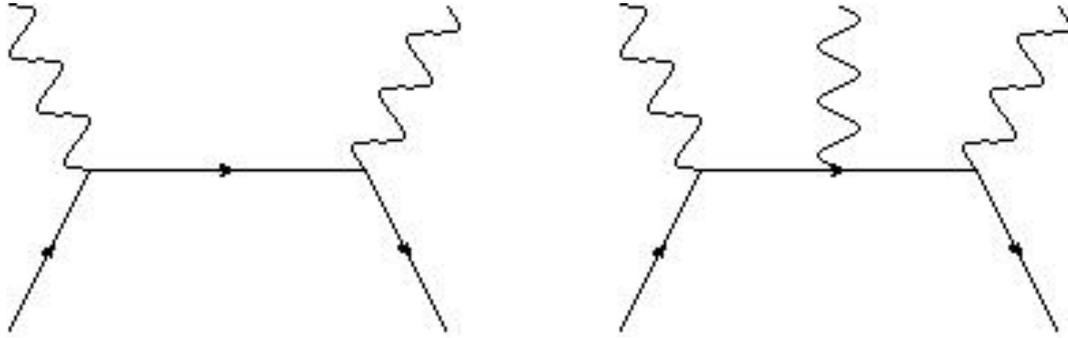


図 1: p -Ps, o -Ps それぞれの最低次のファインマンダイアグラム

表 1: p -Ps と o -Ps の違い

Ps	p -Ps	o -Ps
C -parity	+1	-1
崩壊光子数	偶数個	奇数個
寿命	123 ps	142 ns

厳密な議論ではないが、頂点が増えるたびに確率振幅は微細構造定数 $\alpha (\simeq 1/137)$ 倍される。つまり、 p -Ps と o -Ps の寿命としてはおよそ 137 倍と大きく変わると推測される。また、4 個、5 個以上の光子への崩壊は確率的にほぼ起こらないとできるため、この最低次の場合だけを考える。計算すると ([3])、 p -Ps は 123ps、 o -Ps は 142ns である。最後に表 1 にまとめる。

2.2 磁場中のポジトロニウム

ポジトロニウムの生成時に磁場をかけておくと特異な現象が起こりうる。ここではその仕組みを見ていく*1。

2.2.1 不安定粒子のハミルトニアン

まずは Ps のような勝手に崩壊する不安定な束縛状態の量子論的取り扱いについて説明する。元のハミルトニアン \mathcal{H} を時間依存しないと仮定し、また \mathcal{H} と同時対角化可能な正定値エルミート作用素として Γ をとり、 $\mathcal{H}_{decay} = \mathcal{H} - i\Gamma$ とおく。整数 i でラベルされる、 \mathcal{H} と Γ の同時対角化基底とその固有値をそれぞれ $|\psi_i\rangle$ 、 E_i 、 γ_i とする。すると Schrödinger 方程式は

$$i \frac{d}{dt} |\psi_i\rangle = \mathcal{H}_{decay} |\psi_i\rangle = (E_i - i\gamma_i) |\psi_i\rangle \quad (8)$$

となり、これを解くと時刻 t の状態は次のように書かれる。

$$|\psi_i(t)\rangle = \exp(-i\mathcal{H}_{decay}t) |\psi_i(0)\rangle = \exp(-\gamma_i t) \exp(-iE_i t) |\psi_i(0)\rangle \quad (9)$$

確率密度は

$$|\psi_i(t)|^2 = \exp(-2\gamma_i t) |\psi_i(0)|^2 \quad (10)$$

*1 過去の P1 レポート [1] や [2] を参考

と書かれる。これを見ると $2\gamma_i$ は崩壊幅で、 $\tau_i = 1/2\gamma_i$ をこの状態の寿命と見ることができる。よって以下では Γ_i を崩壊ハミルトニアンと言い、 \mathcal{H}_{decay} を用いて議論する。

2.2.2 Zeeman 項

静磁場の量子力学において、粒子のスピン状態と磁場で相互作用が起こることが知られている。ハミルトニアンに次の Zeeman 項を導入する。この作用素は電子と陽電子のスピン空間に作用する。

$$\mathcal{H}_{Zeeman}^{e^\pm} = \mp g\mu_B B \frac{\sigma_z}{2} \quad (11)$$

ここで B は磁場の大きさでその磁場の方向を z 軸としている。実際は合成系に作用する作用素としてテンソル積で次に書かれるものをハミルトニアンに追加する。

$$\mathcal{H}_{Zeeman} = \mathcal{H}_{Zeeman}^{e^-} \otimes 1 + 1 \otimes \mathcal{H}_{Zeeman}^{e^+} \quad (12)$$

さて、これをもとの対角基底に対して作用させたものを以下に表していく。まず p -Ps は

$$\mathcal{H}_{Zeeman} |0, 0\rangle = \mathcal{H}_{Zeeman} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (13)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} + |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (14)$$

$$= g\mu_B B |1, 0\rangle \quad (15)$$

となる。また同様の計算をすると o -Ps の状態はそれぞれ

$$\mathcal{H}_{Zeeman} |1, 0\rangle = g\mu_B B |0, 0\rangle \quad (16)$$

$$\mathcal{H}_{Zeeman} |1, 1\rangle = 0 \quad (17)$$

$$\mathcal{H}_{Zeeman} |1, -1\rangle = 0 \quad (18)$$

となる。つまり合成スピンの z 成分 0 の状態のものは互いに移りあう。よって、この 2 状態は混ざり合う。

2.2.3 対角化と寿命の変化

全系の Hamiltonian は $\mathcal{H}_{total} = \mathcal{H} + \mathcal{H}_{Zeeman} - i\Gamma$ である。前節で述べたように、 $|0, 0\rangle$ と $|1, 0\rangle$ は混ざり合うので、この Hamiltonian の固有状態ではない。よって、対角化を行い固有状態を求めよう。ここで基底 $|0, 0\rangle$ と $|1, 0\rangle$ の成分をとれば、

$$\mathcal{H}_{total} = \begin{bmatrix} E_{para} & 0 \\ 0 & E_{ortho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & g\mu_B B \\ g\mu_B B & 0 \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} \gamma_{para} & 0 \\ 0 & \gamma_{ortho} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} E_{para} - i\gamma_{para} & g\mu_B B \\ g\mu_B B & E_{ortho} - i\gamma_{ortho} \end{bmatrix} \quad (20)$$

である。 $\Delta_{HFS} = E_{ortho} - E_{para}$ であり、また無次元量 $x = \frac{2g\mu_B B}{\Delta_{HFS}}$ と $\kappa = \frac{\gamma_{para} - \gamma_{ortho}}{\Delta_{HFS}}$ 、そして $\epsilon = -\frac{1}{x} \left[1 + i\kappa - \sqrt{(1 + i\kappa)^2 + x^2} \right]$ と定義しておく。すると対角化後の固有状態 $|-\rangle$ と $|+\rangle$ は次のように書ける。

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (|0, 0\rangle - \epsilon |1, 0\rangle) \quad (21)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (|1, 0\rangle + \epsilon |0, 0\rangle) \quad (22)$$

また、それぞれの状態の固有値は

$$\mathcal{H}_{total} |-\rangle = (E_{para} - i\gamma_{para} - \Delta_{HFS}x\epsilon) |-\rangle \quad (23)$$

$$\mathcal{H}_{total} |+\rangle = (E_{ortho} - i\gamma_{ortho} + \Delta_{HFS}x\epsilon) |+\rangle \quad (24)$$

ここで 2.2.1 節によると、実部が状態のエネルギー、虚部が状態の崩壊幅の半分となるので、 $-$ と $+$ の状態のエネルギー、崩壊幅をそれぞれ $E_-, E_+, \Gamma_-, \Gamma_+$ とすると、

$$E_- = E_{para} - \frac{\Delta_{HFS}}{2}xRe(\epsilon) \quad (25)$$

$$E_+ = E_{ortho} + \frac{\Delta_{HFS}}{2}xRe(\epsilon) \quad (26)$$

$$\Gamma_- = 2 \left[\gamma_{para} + \frac{\Delta_{HFS}}{2}xIm(\epsilon) \right] \quad (27)$$

$$\Gamma_+ = 2 \left[\gamma_{ortho} - \frac{\Delta_{HFS}}{2}xIm(\epsilon) \right] \quad (28)$$

と書ける。図 2 は磁場に対する各状態のエネルギーである。磁場をかけると、縮退が解け分裂していくことが見られる。また、 $\Delta_{SHIFT} = \frac{\Delta_{HFS}}{2}xRe(\epsilon)$ であり、この Δ_{SHIFT} を測定することで、超微細分裂 Δ_{HFS} を求めることができる。最後に磁場による寿命の変化を書く。簡単のために磁場 B が小さい場合、つまり $|x| \ll 1$ として ϵ を展開すると、

$$\epsilon = -\frac{1}{x} \left[1 + i\kappa - \sqrt{(1 + i\kappa)^2 + x^2} \right] \quad (29)$$

$$\simeq \frac{x}{2} - i\frac{x}{2}\kappa \quad (30)$$

となり、このとき $|+\rangle$ の崩壊幅 Γ_+ は

$$\Gamma_+ \simeq \Gamma_{ortho} + \frac{\Delta_{HFS}}{2}\kappa x^2 \quad (31)$$

$$= \Gamma_{ortho} + \frac{1}{2}x^2 (\gamma_{para} - \gamma_{ortho}) \quad (32)$$

$$= \left(1 - \frac{x^2}{4} \right) \Gamma_{ortho} + \frac{x^2}{4}\Gamma_{para} \quad (33)$$

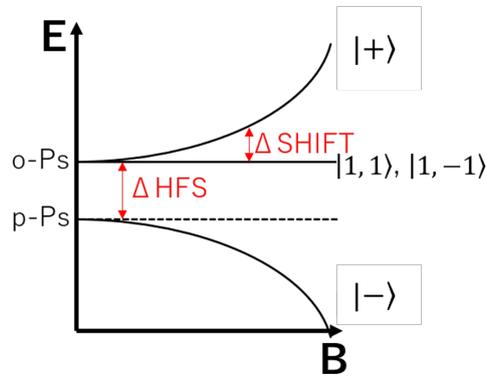


図 2: エネルギー分裂

である。もちろん寿命は

$$\tau_+ = \frac{1}{\Gamma_+} \quad (34)$$

である。

2.2.4 量子振動

最後に本実験で観測したい量子振動の定性的説明を述べる (定量的には [4])。まずは問題設定として x, y, z 軸をとり z 軸方向に偏光した陽電子が飛んできて、 y 軸方向に磁場をかけている場合を考える (図 3)。観測は x - y 面内ですとする。今までの議論では磁場方向をスピンの量子化軸に取っていたので今回もそうする。ポジトロニウムができるとき、陽電子は z 軸方向に偏光している。よってその状態を $|\uparrow; z\rangle_+$ と書けば、量子化軸方向のスピン基底 $|\uparrow\rangle_+, |\downarrow\rangle_+$ を用いて、

$$|\uparrow; z\rangle_+ = \frac{1}{2} (|\uparrow\rangle_+ + |\downarrow\rangle_+) \quad (35)$$

と書ける。電子は古典的にはあらゆる方向にスピンをもっていて、量子論的には $|\uparrow\rangle_-$ と $|\downarrow\rangle_-$ の状態が $\frac{1}{2}$ の確率で混合している。つまり、合成系としては $|\uparrow\rangle_- \otimes |\uparrow; z\rangle_+, |\downarrow\rangle_- \otimes |\uparrow; z\rangle_+$ が混合している。(今の場合は存在しないが $|\uparrow\rangle_- \otimes |\downarrow; z\rangle_+, |\downarrow\rangle_- \otimes |\downarrow; z\rangle_+$ の状態もある。) この混合状態の密度行列 ρ は

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

この時の 3γ 崩壊の確率は (3γ の状態 $|3\gamma\rangle$)

$$P_{3\gamma} = \sum \langle 3\gamma | \phi_i \rangle \rho_{ij} \langle \phi_j | 3\gamma \rangle \quad (37)$$

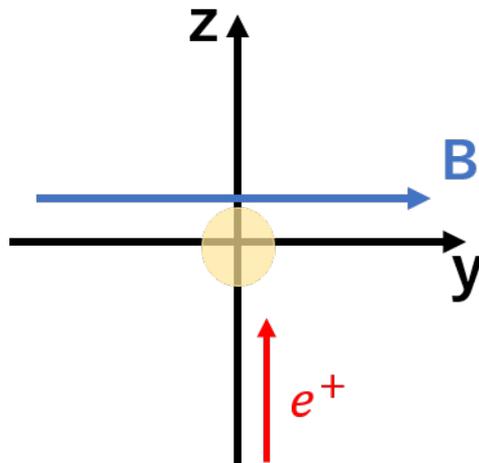


図 3: 座標軸の設定。 z 軸方向に陽電子が入射し、 y 軸方向に一樣磁場がかかっている。黄色はシリカパウダーで Ps ができる場所。

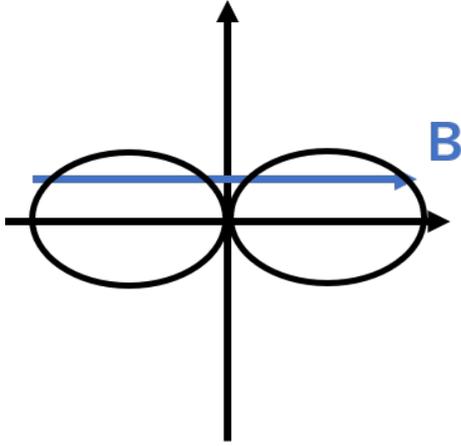


図 4: $|1, 1\rangle, |1, -1\rangle$ の光子放出分布

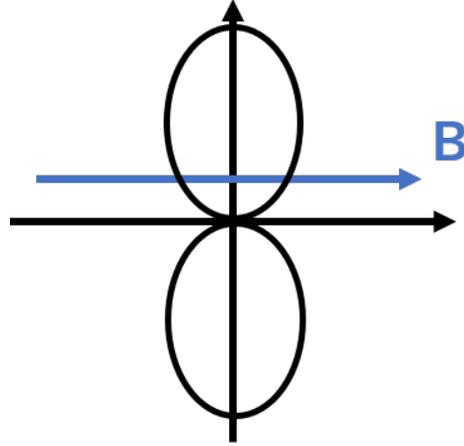


図 5: $|+\rangle$ の光子放出分布

と書ける。ここで今考えられる状態をもとの Hamiltonian \mathcal{H}_{total} の固有状態で書き表すと、

$$|\psi_{\uparrow}(0)\rangle = |\uparrow\rangle_{-} \otimes |\uparrow; z\rangle_{+} = C_{1,1}^{\uparrow} |1, 1\rangle + C_{+}^{\uparrow} |+\rangle + C_{-}^{\uparrow} |-\rangle \quad (38)$$

$$|\psi_{\downarrow}(0)\rangle = |\downarrow\rangle_{-} \otimes |\uparrow; z\rangle_{+} = C_{1,-1}^{\downarrow} |1, -1\rangle + C_{+}^{\downarrow} |+\rangle + C_{-}^{\downarrow} |-\rangle \quad (39)$$

である。もちろん崩壊までの間に時間発展する。上の状態を考えてみると ($M_a = \langle 3\gamma|a\rangle$)

$$\langle 3\gamma|\psi_{\uparrow}(t)\rangle = C_{1,1}^{\uparrow} M_{1,1} \exp^{-iE_{ortho}t} + C_{+}^{\uparrow} M_{+} \exp^{-iE_{+}t} + C_{-}^{\uparrow} M_{-} \exp^{-iE_{-}t} \quad (40)$$

この状態の確率を計算すると

$$\begin{aligned} |\langle 3\gamma|\psi_{\uparrow}(t)\rangle|^2 &= |C_{1,1}^{\uparrow} M_{1,1}|^2 + |C_{+}^{\uparrow} M_{+}|^2 + |C_{-}^{\uparrow} M_{-}|^2 \\ &\quad + a \exp^{-i(E_{ortho}-E_{+})t} + b \exp^{-i(E_{ortho}-E_{-})t} + c \exp^{-i(E_{+}-E_{-})t} \\ &\quad + (\text{hermite conjugate}) \end{aligned} \quad (41)$$

となる (a, b, c は複素数)。各状態で自分同士は時間発展で変わらないが各状態同士の干渉項が存在し、各状態はエネルギーが異なっていたため、時間発展で振動する項が出てくる。つまりこの干渉項こそが量子振動を作っている。また各エネルギー差は振動数に対応している。実験で測りうる量は 2 行目の第一項の振動くらいである。つまり $|1, 1\rangle$ や $|1, -1\rangle$ と $|+\rangle$ が干渉して起こっているものを測定する。

量子振動のもう一つの性質も見ていこう。量子振動は $|1, 1\rangle, |1, -1\rangle$ と $|+\rangle$ が干渉して起こるが、それがどの方向にどのように起こるのかを見たい。 $|1, 1\rangle, |1, -1\rangle$ は磁場方向にスピン 1(or-1) をもっていて、また光子はスピン 1 を持っている。 3γ の崩壊の際には角運動量は保存されるため、光子は磁場方向に放出されるものが多くなり、逆に垂直な方向には少なくなる (図 4)。そして、 $|+\rangle, |-\rangle$ は逆に磁場方向のスピン 0 なので、逆に磁場方向には少なく放出され、垂直方向に多くなる (図 5)。つまり、磁場に垂直方向で観測する場合、 $|+\rangle$ の状態のみであるので量子振動は観測できない。しかし、斜めの方向には両方の状態が存在し、干渉して量子振動が観測できる。またどの状態も P -parity が負であるため、ある方向の光子から考えて、逆方向に出る光子の位相は -1 倍される。つまり干渉の際に強め合う方向と弱めあう方向がある (図 6)。図 7 のように観測するなら図 8 のように寿命曲線に振動が起こり、それは磁場に垂直方向を境に逆位相で振動する。

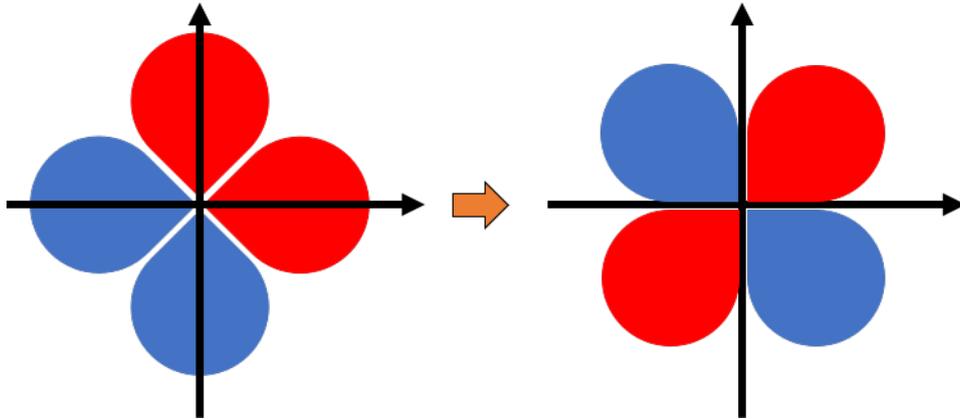


図 6: 左図は $|1, 1\rangle$ や $|1, -1\rangle$ と $|+\rangle$ の放出光子の分布を同時に描いたもの。色が同じものは同位相で、異なる色のものは逆位相である。右図は赤色は同位相で強め合ったもので、青色は逆位相で弱め合ったもの。

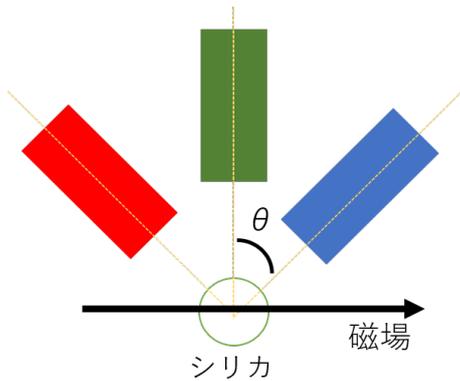


図 7: 観測装置の方向

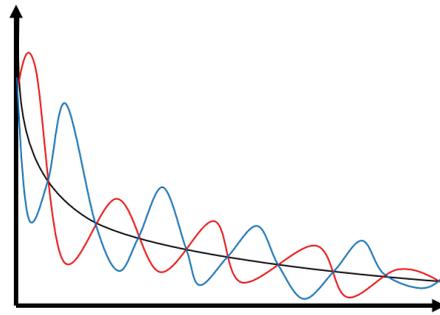


図 8: 寿命曲線の量子振動

定量的な議論は [4] で、理論計算により寿命曲線は $(1 + h \sin(\Omega t)) \exp^{-\frac{t}{\tau}}$ で書かれることが知られている。 h は陽電子の偏極率 P と図 7 における θ を用いて、 $h = 0.231P \sin(\theta)$ と書ける。 Ω は $\Omega = E_+ - E_{ortho} \simeq \frac{1}{2}\Delta_{\text{HFS}} (-1 + \sqrt{1 + x^2})$ であり、つまりこれを測定することで超微細分裂 Δ_{HFS} を測定できる。

3 実験

3.1 原理

線源 ^{22}Na は β^+ 崩壊をして陽電子 e^+ を放出する。陽電子はシリカパウダー (SiO_2) 内の電子と反応しポジトロニウム (Ps) を形成する。そしてポジトロニウムは数 ns ののち崩壊して γ 線を放出する。本実験では、線源が放出する e^+ を PlasticScintillator で検出した時刻を t_i 、Ps が崩壊により放出された γ 線を NaI シンチレータで検出した時刻を t_f として、その時間差 $\Delta t (= t_f - t_i)$ を崩壊時間として測定する。これは Ps が形成されてから、崩壊して γ 線が放出されるまでの時間以外の経過時間、 e^+ や γ 線の飛行時間を十分短いとしている。これにより寿命曲線を描き、Ps の寿命及び量子振動の振動数を決定する。

3.2 実験器具

- ^{22}Na : β^+ 線源
- Plastic Scintillator : β^+ の検出に用いる、時間分解能が良い (Hi-Vol は 1200V)
- NaI Scintillator : γ 線の検出に用いる、エネルギー分解能が良い (Hi-Vol はそれぞれ 870V, 868V, 867V)
- 鉛ブロック : ^{22}Na より出る 1275keV の γ 線の遮蔽
- シリカパウダー (SiO_2) : Ps の形成に用いる物質、加熱をし水分を飛ばした。
- 真空ポンプ : シリカパウダーのケース内の真空引き
- 真空計 : 真空度の確認
- ネオジム磁石 : 磁場の発生に用いる
- 遮光シート : ノイズの低減およびプラシンの破損防止

3.3 回路

回路で用いたそれぞれのモジュールについての説明

- Amplifier : 入力された信号を 10 倍に増幅して出力する。
- Discriminator : 入力された信号が threshold を超えたとき NIM 信号 (矩形波) を出力する。
- Coincidence : 入力された NIM 信号の and をとって出力する。
- FAN : 入力された NIM 信号の or をとって出力する。
- Gate Generator : 信号が入力されたとき一定の時間幅の NIM 信号を出力する。PlasticScintillator 側は Delay \sim 20ns, Width \sim 1000ns、NaI 側は Delay \sim 20ns, Width \sim 500ns と設定した。
- Veto : gate の信号が出力されている間は次の信号が入力されないようにする。
- FADC : trig の信号が入力されたときその前後の時刻の生の波形データを root ファイルに出力する。

観測するイベントは以下の通りである。

1. ^{22}Na から出た β^+ は PlasticScintillator で検出され、Discriminator で NIM 信号に変わり gate を 1000ns 開く。
2. β^+ が SiO_2 中の電子と出会い、Ps を形成した後崩壊し γ 線に変わる。その γ 線が NaI で検出され、

Discriminator で NIM 信号に変わる。

- PlasticScintillator 由来の gate と, NaI 由来の NIM 信号で Coincidence をとり, FADC の trig 信号とする。すると PlasticScintillator と NaI Scintillator の生の波形データが root ファイルに記録される。
- 記録された生の波形に対して立ち上がりの時刻 t_i, t_f を決めて, 崩壊時間 $\Delta t (= t_f - t_i)$ を求める。立ち上がりの時刻を決める threshold は peakvalue(振幅) の半分の高さに設定した。この方法では peakvalue(=エネルギー) に応じて threshold が変わるため, TQ 補正は必要ない。

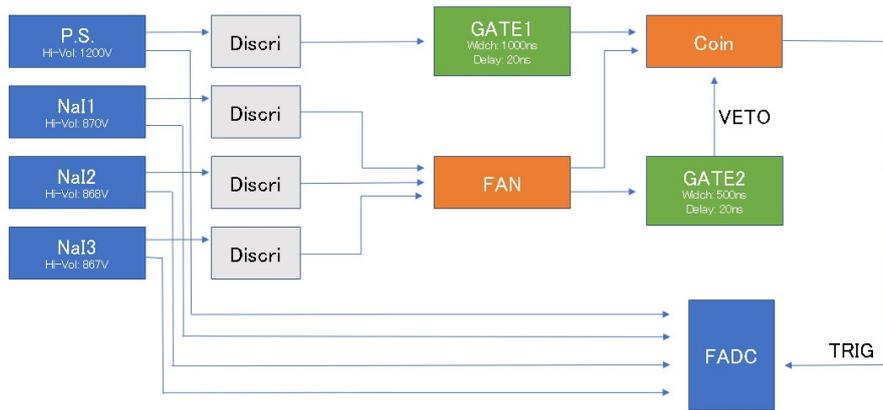


図 9: 回路図 (NaI Scintillator の後に Amplifier を設置している)

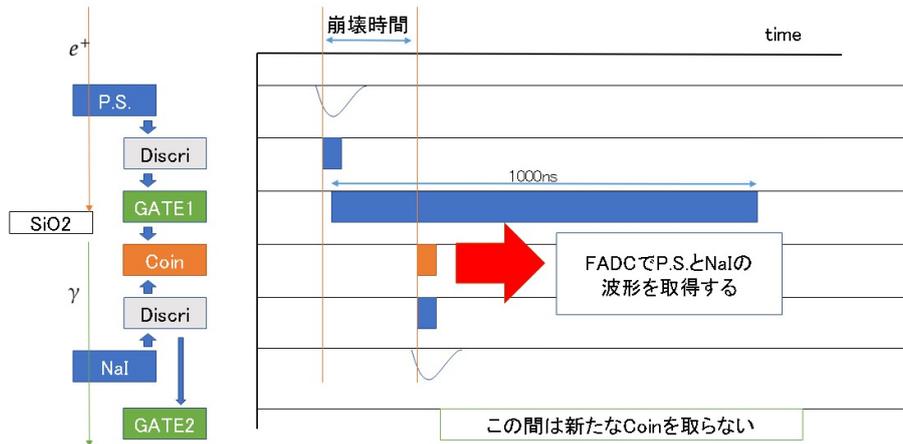


図 10: 信号の概念図

3.4 シリカケース

Ps は β^+ 線を物質に入射して作成する。典型的なエネルギーを持つ β^+ は、物質に入射すると相互作用でエネルギーを失い、やがて物質中の電子と Ps を形成するか、そのまま対消滅する。密度の高い物質中では

Pick-off 反応 (後述) によって本来の寿命より短い時間で γ 線に崩壊してしまう。これを抑えるため Ps 形成に多孔質構造かつ低密度なシリカパウダー (SiO_2) を用いた。これは Ps に対して負の仕事関数をもつため、Ps 形成後速やかにシリカ微粒子中から放出される。これにより Pick-off 反応を抑え、 o -Ps として 3γ 崩壊することができる。

そして、より Pick-off 反応を抑え o -Ps の割合を上げるために、シリカパウダー以外の物質を極力減らす必要がある。このためシリカパウダーをオープンで加熱し水分を飛ばした後に、底面が 0.06mm のポリエチレンシートで作成した容器内に入れ、容器内を真空に引いた。その際シリカパウダーを吸引してしまわないためのフィルターを取り付けた。



図 11: シリカケース概念図



図 12: シリカケース

3.5 磁場

量子振動の振動数は Ps のある点における磁場の大きさに依存する。そのため磁場が空間的に一律でないと、寿命曲線は様々な振動数の重ね合わせとなり、量子振動を観測することが難しくなる。このため、ネオジム磁石 12 個を Halbach 配列に並べ中心部で磁場の一様性が保たれているかシミュレーションを行った。その結果、誤差はシリカケース内でおよそ 0.2% であり、ただ磁石を並べた昨年度の実験 (5%) より一様である。実際に作成したところ、PlasticScintillator 付近の磁場は 86.9mT でその周囲では $\pm 0.5\text{mT}$ の変動があった。(誤差 1.2%) 量子振動の振動数は $\Omega = \frac{1}{2}\Delta_{\text{HFS}}(-1 + \sqrt{1 + (\frac{2g\mu_B B}{\Delta_{\text{HFS}}})^2})$ で求められる。 Δ_{HFS} の文献値 203GHz[5] を用いて振動周期を予想すると、 $2 \times 10^3\text{ns}$ となり観測しうる値であった。

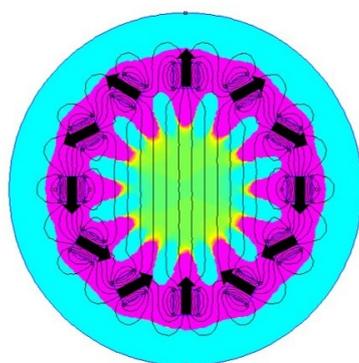


図 13: Halbach 配列

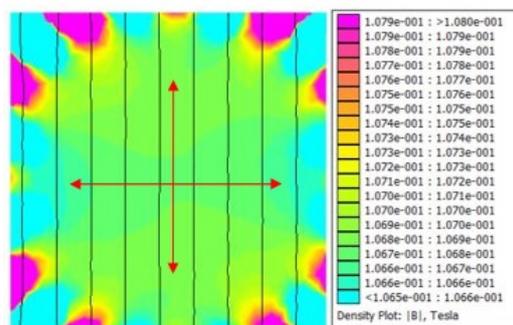


図 14: 中心部の磁場

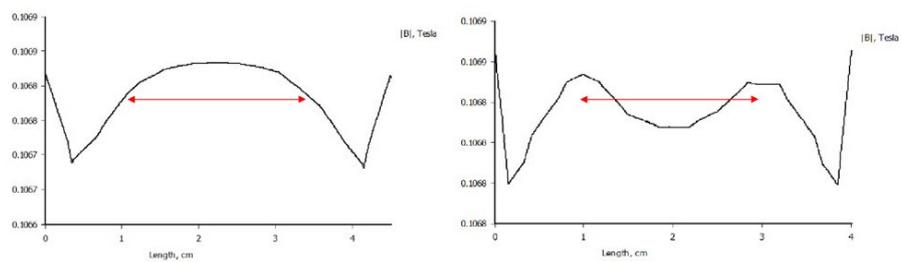


図 15: 中心部の磁場

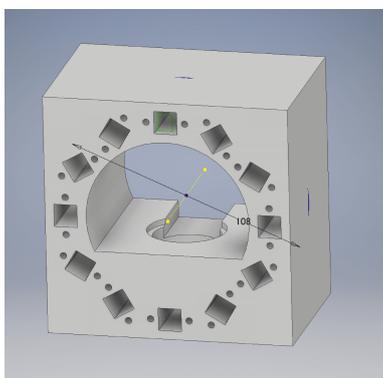


図 16: Halbach 設計図



図 17: Halbach 装置

3.6 セットアップ

本実験で用いたセットアップの概観を以下に示す。直接 β^+ 線が NaI Scintillator に入射しないように鉛ブロックで可能な限り保護するようにした。また、Plastic Scintillator において、光によるノイズを低減するため装置全体をブラックシートで遮光した。

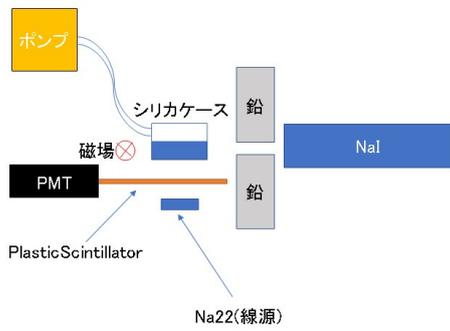


図 18: セットアップ概念図 1

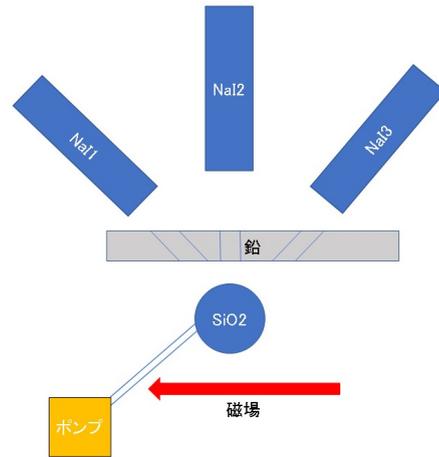


図 19: セットアップ概念図 2

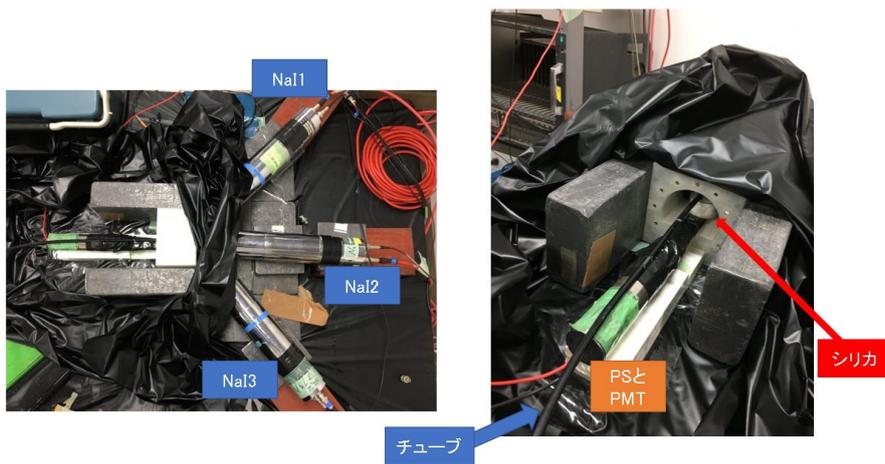


図 20: セットアップ

4 解析

4.1 生データ

trig ごとに FADC により root ファイルに入力された生の波形データを時間で積分し、ADCcount(これは粒子のエネルギーに対応している)を求める。3月9日 16:30 から 3月12日 16:25 のおよそ 3 日間のデータの結果、ADCcount ごとの反応数のヒストグラムを図 21 に示す。

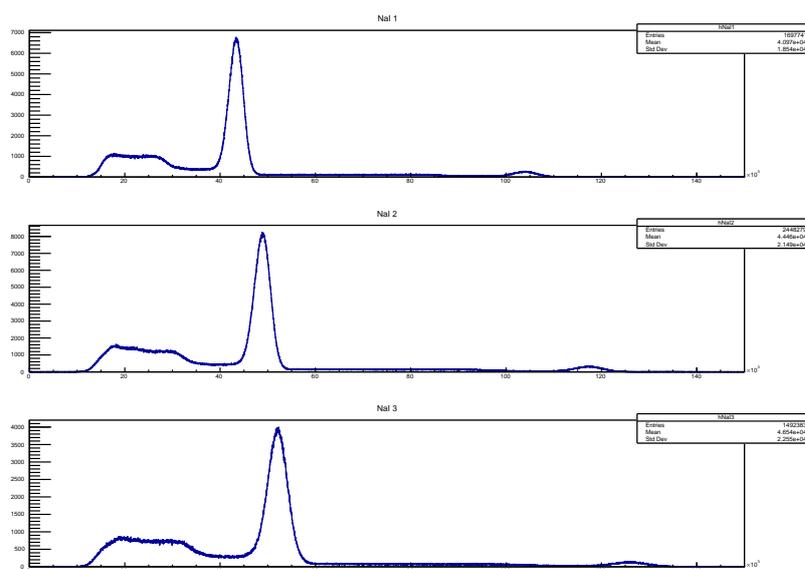


図 21: 生データ

4.2 エネルギー較正

例年の P1 レポートより、ADCcount と energy は

$$energy = a \times ADCcount + b \quad (42)$$

の線形関係があることが分かっている。これを用いて、 γ 線のエネルギー 511keV に対応する ADCcount と線源からの γ 線のエネルギー 1275keV に対応する ADCcount をヒストグラムのピークから見積もり、Calibration を行った。得られた energy ごとの反応数のヒストグラムを図 22 に示す。

表 2: 511keV,1275keV の ADCcount, 較正係数 a,b

チャンネル	511keV の ADC	1275keV の ADC	a	b
NaI1	4.316e4	1.032e5	0.01272	-38.00
NaI2	4.891e4	1.173e5	0.01117	-35.32
NaI3	5.196e4	1.255e5	0.01039	-28.86

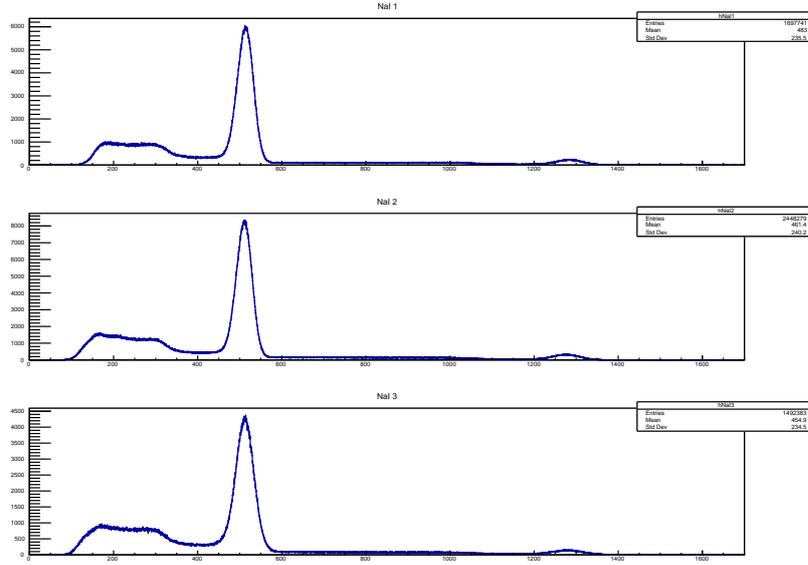


図 22: Calibration 後のエネルギースペクトル

4.3 Pick-off 反応とは

オルソポジトロニウム (o -Ps) は以下の反応により 3γ ではなく 2γ を放出することがある。

- Pick-off 反応 o -Ps の持つ陽電子が他の原子の持つ電子と衝突して対消滅を起こす
- スピン交換反応 物質を構成する不対電子を持つ分子の電子と o -Ps の電子がスピンを入れ替えて p -Ps となる
- 化学反応 o -Ps が酸化されて電子が奪われ残った陽電子が対消滅する

これらの反応がおこなわれてからすぐに 2γ が放出されるため、崩壊寿命は本来の o -Ps が 3γ 線に崩壊する崩壊寿命よりも小さくなっていると考えられる。以降はこれら Pick-off 反応の影響を除くことを考える。

4.4 Pick-off 補正理論

$N, N_{ortho}, N_{pick-off}$ はそれぞれ全 Ps の数、 o -Ps として崩壊した数、Pick-off 反応で崩壊した数であり、 $\Gamma_{ortho}, \Gamma_{pick-off}$ は o -Ps、Pick-off の崩壊幅である。最終的に求めたい崩壊寿命は $\tau_{ortho}(= \frac{1}{\Gamma_{ortho}})$ である。

$$\frac{dN_{ortho}}{dt} = -\Gamma_{ortho}N \quad (43)$$

$$\frac{dN_{pick-off}}{dt} = -\Gamma_{pick-off}N \quad (44)$$

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{dN_{ortho}}{dt} + \frac{dN_{pick-off}}{dt} \quad (45)$$

次に Pick-off 関数 $f(t)$ を導入する。

$$f(t) = \frac{\Gamma_{pick-off}}{\Gamma_{ortho}} = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN_{ortho}}{dt}} = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}} \quad (46)$$

すると

$$-\frac{dN}{dt} = \Gamma_{ortho}(1 + f(t))N \quad (47)$$

これを解いて

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{ortho}} \int^t (1 + f(t')) dt'\right) \quad (48)$$

再度代入して

$$\frac{dN}{dt} = -N_0 \frac{1}{\tau_{ortho}} (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{\tau_{ortho}} \int^t (1 + f(t')) dt'\right) \quad (49)$$

α -Ps の 3γ への崩壊寿命 τ_{ortho} はこれをフィッティングすることで求められる。そのためには $f(t)$ を求めることが必要だが、実験パラメーターから理論的に求めることは困難なため、 $f(t)$ を実験結果から推定することにする。

4.5 Pick-off 補正理論の適用

$\Delta N, \Delta N_{ortho}, \Delta N_{pick-off}$ はそれぞれ全 Ps のある有限時間でのイベント数、 α -Ps としてある有限時間に崩壊したイベント数、Pick-off 反応である有限時間に崩壊したイベント数である。まず、エネルギー保存から α -Ps の 3γ 線は 511keV 未満であり、 3γ 崩壊では 511keV の γ 線は出ないため、511keV のピークはすべて 2γ (Pick-off) 由来である。次に、 α -Ps の寿命と比べて p -Ps は即座に崩壊する。よって、時刻 $t=0$ において p -Ps の光電効果とそのコンプトン散乱だけが現れる。つまり各時刻 t におけるイベント数について

$$\Delta N(t) = \Delta N_{ortho}(t) + \Delta N_{pick-off}(t) \quad (50)$$

$$\Delta N(0) = \Delta N_{pick-off}(0) \quad (51)$$

となる。時刻 t における p -Ps の反応はこの時刻 $t=0$ のものを 511keV のイベント数でスケール調節したしたものであると仮定する (図 23)。時刻 t における 511keV のイベント数を $peak(t)$ とすると

$$\Delta N_{pick-off}(t) = \frac{peak(t)}{peak(0)} \Delta N_{pick-off}(0) = \frac{peak(t)}{peak(0)} \Delta N(0) \quad (52)$$

と表される。これにより $f(t)$ について

$$f(t) = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}} \simeq \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{\Delta N(t) - \Delta N_{pick-off}(t)} = \frac{peak(t)\Delta N(0)}{peak(0)\Delta N(t) - peak(t)\Delta N(0)} \quad (53)$$

を求めればよいことになる。

4.6 Pick-off 関数のフィッティング関数形

Pick-off 関数 $f(t)$ のフィッティングをおこなう関数形は昨年度 P1[1] によって、新関数 $f(t) = \left(\frac{1}{p_0 \exp(-\frac{t}{p_1})} - 1\right)^{-1}$ が提案された。この説は大まかに述べると、 α -Ps のシリカ中の運動速度は Ps がシリカと衝突することによって時間経過で指数的に遅くなるので、Pick-off 反応の発生の確率もそれに比例して指数的に小さくなる。

$$\frac{dN_{pick-off}}{dN} \simeq p_0 \exp\left(-\frac{t}{p_1}\right) \quad (54)$$

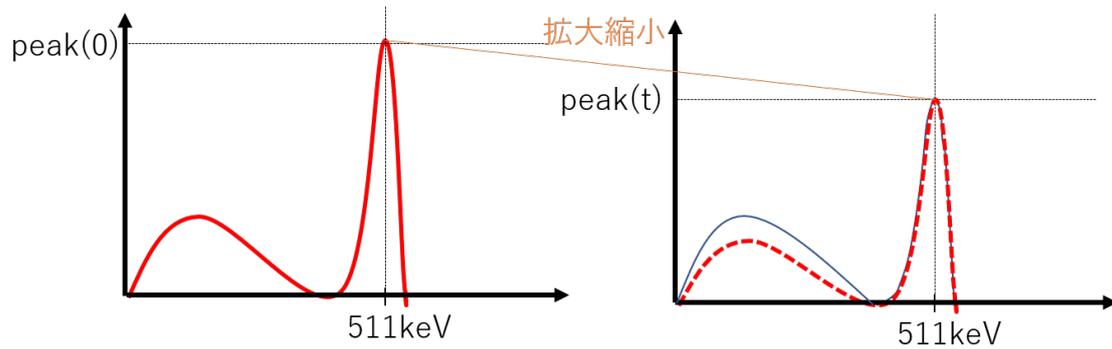


図 23: $\Delta N_{pick-off}(t)$ の概略

これにより

$$f(t) = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}} = \frac{1}{\frac{dN}{dN_{pick-off}} - 1} = \left(\frac{1}{p_0 \exp(-\frac{t}{p_1})} - 1 \right)^{-1} \quad (55)$$

となるというものである。この関数形は昨年度の解析において従来のものとは比べて“良い”成果を出していることから、今年も採用することにした。

5 結果

まずは各チャンネルの各時間におけるエネルギースペクトルを 10ns ごとに表示したヒストグラムを示す。

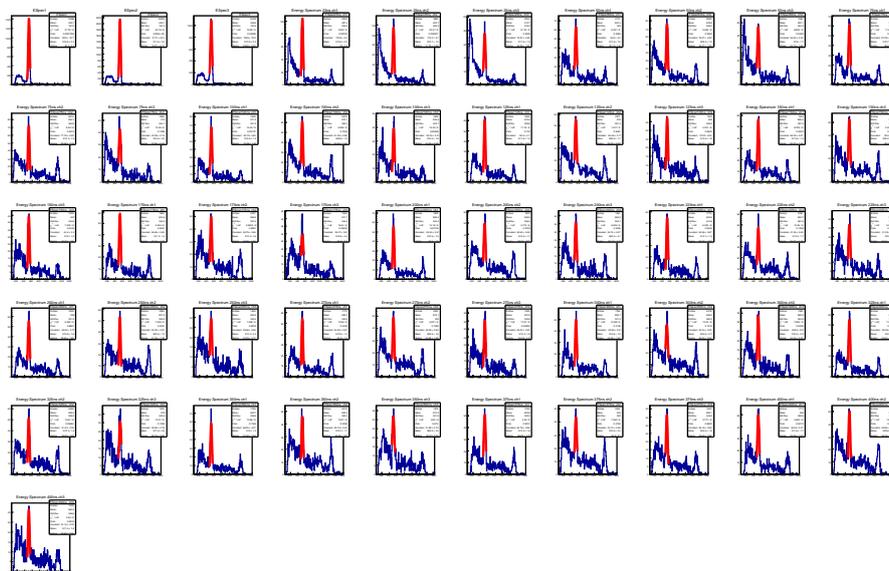


図 24: 各時間のエネルギースペクトル

このヒストグラムからわかるように、最初の 80ns にかけては低エネルギー領域が大きく立ち上がっていることが分かった。このことから寿命曲線をフィッティングする際は 80ns よりも後の領域でフィッティングを行った。それにより得られた寿命曲線のフィッティング結果を次の図に示す。

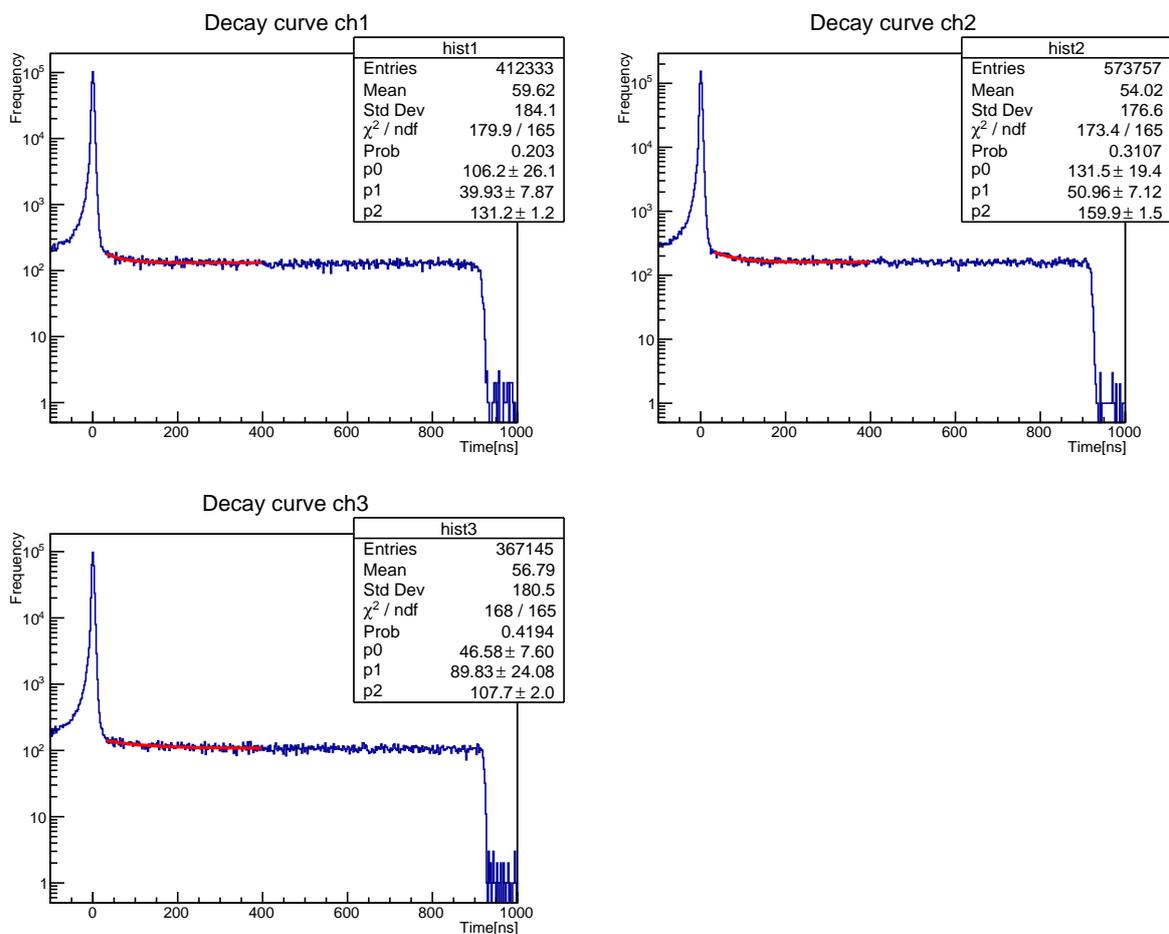


図 25: 寿命曲線

この寿命曲線をフィッティングすることで *o*-Ps の寿命が得られる。3 つのチャンネルについてフィッティング範囲と得られた寿命を以下の表に示す。

表 3: 寿命曲線のフィッティングと得られた寿命

チャンネル	フィット範囲 [ns]	寿命 [ns]
NaI1	80 ~ 500	109.6 ± 44.9
NaI2	110 ~ 500	129.3 ± 112.5
NaI3	110 ~ 500	124.7 ± 56.8

得られた寿命は理論値に近い値を示しているが、誤差の範囲が大きいため必ずしも正しい結果が得られたとは言えない。また量子振動が観測されるためにはこのヒストグラムにおいて振動が見られなければならないが、振動は見られなかった。

次に Pick-off 反応について、Pick-off 補正関数 $f(t)$ をプロットしたものを図 26 に示す。

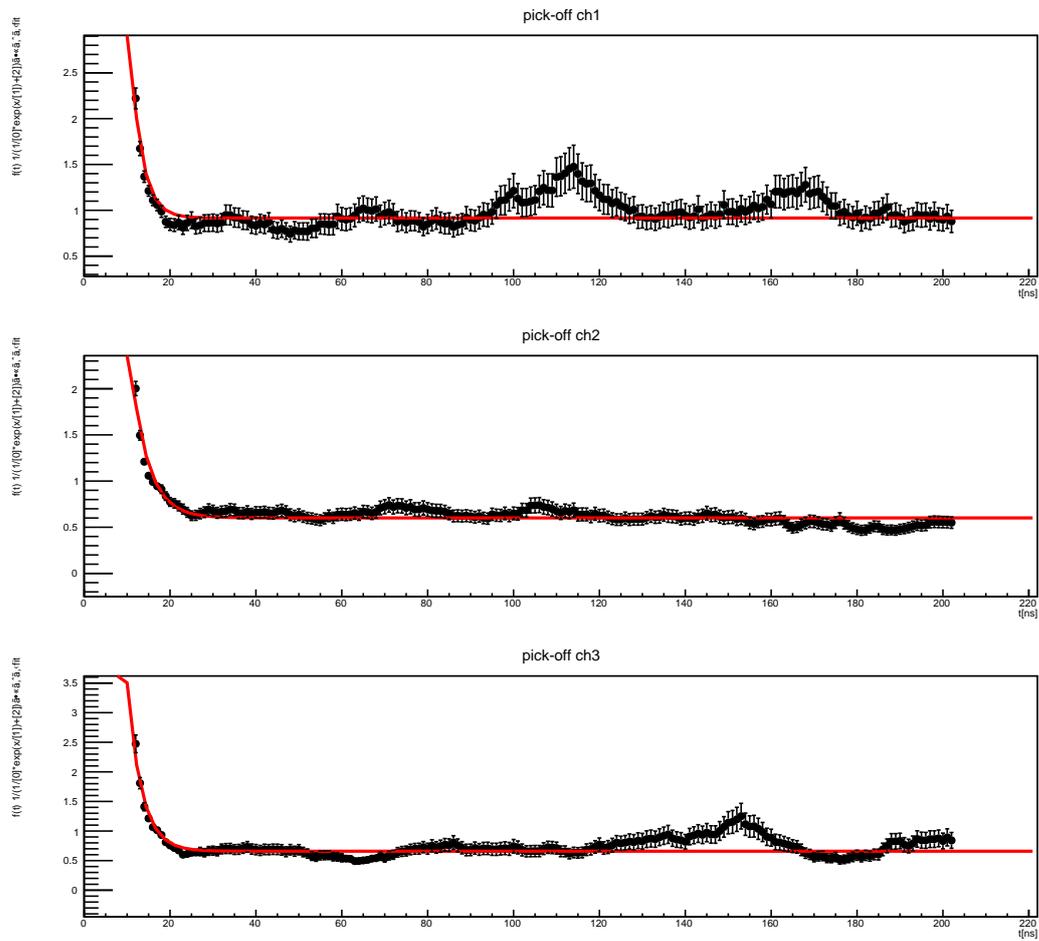


図 26: Pick-off 補正関数 $f(t)$ のプロット

上から 2 つのヒストグラムは量子振動が起こるはずの 2 チャンネルで上から NaI1 および NaI3、一番下のヒストグラムは NaI1 のヒストグラムから NaI3 のヒストグラムを差し引いたものである。このヒストグラムを見ると振動しているようにも見えるが、必ずしも Pick-off 反応においても量子振動が起こっていることを示唆しているわけではない。これについては考察の章で再考する。

6 考察

この章では得られた結果に対して寿命・磁場の二つの観点から考察を行う。

6.1 寿命について

まずは磁場中の寿命について考察する。磁場の下での崩壊幅 Γ_+ は o -Ps・ p -Ps それぞれの崩壊幅 Γ_{ortho} 、 Γ_{para} を用いて次のように書ける。

$$\Gamma_+ = \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)\Gamma_{ortho} + \frac{x^2}{4}\Gamma_{para} \quad (56)$$

この崩壊幅に $\Gamma_{ortho} = \frac{1}{142 \times 10^{-9}} [s^{-1}]$ 、 $\Gamma_{para} = \frac{1}{123 \times 10^{-12}} [s^{-1}]$ および $x = 2.5 \times 10^{-2}$ を代入すると、実験によって得られる寿命は

$$\tau_+ = \frac{1}{\Gamma_+} = 121 [ns] \quad (57)$$

となる。しかしながら今回の実験結果を見ると、欲しい値に近い値が得られているものの誤差が大きい。さらにフィット範囲はかなり恣意的に決定し一番良い値を返す範囲を採用したため、必ずしも正しい寿命が得られたとは言えない。そこで今回このような結果になった原因として次の二つについて考察した。

- Pick-off 補正について
- データの質が悪い

まず Pick-off 補正についての考察を述べる。図 26 で見た通り、Pick-off 補正関数のヒストグラムにおいて単調減少ではないヒストグラムが得られた。本来ならば単調減少となるところが、むしろ振動しているように見える。このことから、Pick-off 反応においても磁場の影響で量子振動が起こっているのではないかと考えたが、そのメカニズムを考察する時間的余裕がなかったため可能性の示唆にとどめておく。また別の可能性では、 o -Ps が崩壊して飛んできた γ 線を Pick-off 反応として Pick-off 補正関数のヒストグラムに入れてしまっていたということも考えられ、その場合 Pick-off 補正関数のヒストグラムも振動していたように見えることも説明できる。^{*2} その場合、来年度は Pick-off 反応のみを取り出すようなセットアップまたはプログラムを考える必要がある。

次に、データの質について考察する。図 24 で見た通り、およそ 80ms までは低エネルギー領域の立ち上がりが大きくなっている。これは壁や線源などからくる放射線を拾っていることが原因の一つと考えられる。つまり PlasticScintillator を陽電子が通過してから、 o -Ps が崩壊して γ 線を出すまでに壁や線源からの放射線を PMT が拾ってしまったのではないかと考える。

また、新しい線源を購入すればデータの取得効率が上がると思われる。

6.2 磁場について

次に量子振動について考察する。まず量子振動の寿命を決める大事なパラメータである磁場は今回 $86.9\text{mT} \pm 0.5\text{mT}$ と求まった。昨年度よりも大きな値で、かつ一様に近い。しかしこの値は Halbach 装置の

^{*2} これは市川さんの考えである。これは考えてみたら確かにそうかもしれない。

中にプローブを手で挿入して値を見ながら動かすという方法で測定したものであるため、あまり再現性のある方法とは言えない。したがって磁場の非一様性については正確性に欠けるが、少なくとも磁場の強さは昨年度のものよりも大幅に上がったとしてよい。^{*3}より再現性のある方法で磁場を測定するのであれば、例えば Halbach 装置の下に方眼紙を敷き磁場を測定する位置、つまり方眼紙における座標を決めて、さらにプローブは手ではなく何らかの固定具で固定して測定を行うなどの方法が考えられる。

さて、その磁場の強さから求められる量子振動の振動周期の理論値はおよそ 200ns と求まった。しかし去年度の理論値を鑑みると、磁場がおよそ 2 倍近く大きくなれば周期はおよそ 4 倍になるはずであり、すると周期は約 40ns であるはずである。この計算は来年度に詳しく計算してもらうことにする。^{*4}最後に驚くべき精度でこの実験をおこなったグループを紹介しておく。^{*5}今後の実験の参考にしていただきたい。

謝辞

最後に、年間を通して実験を温かく見守り、ご指導頂きました市川先生、TA の末野さん、その他にも沢山の方が助言やご助力下さいました。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] 2018 年度課題研究 P1 レポート オルソポジトロニウムの寿命とその量子振動の測定
- [2] 2014 年度課題研究 P1 レポート オルソポジトロニウムの寿命と量子振動
- [3] B.A.Kniehl, A.V.Kotikov and O.L.Veretin ” Orthopositronium lifetime at $O(\alpha)$ and $O(\alpha^3 \ln \alpha)$ in closed form” ,[arXiv:0909.1431v2[hep-ph]] (2009)
- [4] V G Baryshevsky, O N Metelitsa, and V V Tikhomirov “Oscillations of the positronium decay γ -quantum angular distribution in a magnetic field” (1989)
- [5] Bernd A. Kniehl and Alexander A. Penin ” Order $\alpha^7 \ln(1/\alpha)$ Contribution to Positronium Hyperfine Splitting” Phys. Rev. Lett. 85, 5094 (2000)
- [6] Y. Sasaki, A. Miyazaki, A. Ishida, T. Namba, S. Asai, T. Kobayashi, H. Saito, K. Tanaka, A. Yamamoto ” Measurement of Positronium hyperfine splitting with quantum oscillation” Phys. Lett. B 697(2011)121-126, arXiv: 1002.4567

^{*3} 昨年度の磁場の強さはおよそ 34mT であった。

^{*4} 参考文献 [1][2] を参照するとよい。

^{*5} 参考文献 [6]