

# オルソポジトロニウムの寿命と量子振動の測定

内海武尊 京鴻一 鳥羽修平 吉中讓次郎

2021/4/21

## 目次

1	はじめに	3
2	理論	3
2.1	真空中のポジトロニウム	3
2.2	磁場中のポジトロニウム	6
2.3	量子振動	7
2.4	pick-off 反応	10
2.5	Pick-off 補正理論	11
2.6	実験から計算する Pick-off 関数	11
2.7	Pick-off 関数の関数形	12
3	実験	13
3.1	実験原理	13
3.2	実験器具	13
3.3	セットアップ	17
3.4	回路	17
4	解析・結果	19
4.1	生データ	19
4.2	エネルギー較正	20
4.3	TDC 較正	22
4.4	pick-off 関数の決定	25
4.5	寿命曲線のフィット	29
4.6	量子振動について	30
5	考察	33
5.1	寿命について	33
5.2	pick-off 関数について	33
5.3	振動について	35
6	さいごに	36

## 1 はじめに

ポジトロニウム (Ps) の寿命は、QED(Quantum Electro Dynamics) を用いて計算される。また、磁場内で崩壊するポジトロニウムは量子振動と呼ばれる振動現象を示す。昨年度の P1 レポート [1] を参考に、磁場装置の変更や LaBr<sub>3</sub> の使用など、新たな改良を加えたうえ、今年度も寿命測定及び量子振動の測定を行う。

## 2 理論

### 2.1 真空中のポジトロニウム

ポジトロニウム (以下 Ps) は電子及び陽電子の束縛状態である。スピンに規約分解に応じて三重項をオルソポジトロニウム (以下 o-Ps)、一重項をパラポジトロニウム (以下 p-Ps) と呼ぶ。すなわち電子のスピン基底を  $\{|\uparrow\rangle_{e^-}, |\downarrow\rangle_{e^-}\}$ 、陽電子の基底を  $\{|\uparrow\rangle_{e^+}, |\downarrow\rangle_{e^+}\}$  とすると、o-Ps の基底は

$$|1, 1\rangle = |\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+} \quad (2.1)$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} + |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (2.2)$$

$$|1, -1\rangle = |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} \quad (2.3)$$

であり、p-Ps の基底は

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \quad (2.4)$$

と書ける。ここで、左辺のケットは慣例に従って第一成分が全スピン、第二成分が量子化軸方向のスピン大きさを表すものとする。o-Ps と p-Ps のエネルギーはほとんど同じであるが、電子と陽電子の磁気モーメントの相互作用により、o-Ps の方がわずかに大きいエネルギーをも 1 つ。そのエネルギー差を超微細分裂といい  $\Delta_{\text{HFS}}$  と書くことにする。

この実験では o-Ps の寿命に興味があるが実験方法の都合上 p-Ps が生成してしまう。そこで解析の際に o-Ps と p-Ps の性質の違いを利用して o-Ps の情報のみを取り出すことが重要になる。両者の違いは以下の表の通り

	o-Ps	p-Ps
荷電共役変換のパリティ	-1	+1
崩壊チャンネル	$3\gamma, 5\gamma, \dots$	$2\gamma, 4\gamma, \dots$
寿命	約 142 ns	約 123 ps

表 1 o-Ps と p-Ps の性質の違い

### 2.1.1 荷電共役変換のパリティ

非相対論的な場の理論ではポジトロニウムは次のように表される。

$$|o - Ps\rangle = \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) (a_{i,\mathbf{p}}^\dagger b_{j,\mathbf{p}}^\dagger + a_{j,\mathbf{p}}^\dagger b_{i,\mathbf{p}}^\dagger) |0\rangle \otimes |0\rangle \quad (2.5)$$

$$|p - Ps\rangle = \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) \epsilon^{ij} a_{i,\mathbf{p}}^\dagger b_{j,\mathbf{p}}^\dagger |0\rangle \otimes |0\rangle \quad (2.6)$$

$a_{i,\mathbf{p}}^\dagger, b_{j,\mathbf{p}}^\dagger$  は電子及び陽電子の生成演算子であり、 $i, j$  はスピンの上下を表す。たとえば  $|o - Ps\rangle$  において  $(i, j) = (\downarrow, \downarrow)$  と選べばそれは  $|1, -1\rangle$  に対応する。 $|p - Ps\rangle$  では  $i, j$  について和をとっており、 $\epsilon^{ij}$  は反対称のときのみ値 1 になるテンソルで、実際に書き下せば  $|0, 0\rangle$  に対応していることが分かる。

ここでは静止しているほぼポジトロニウムを扱うため軌道角運動量は  $l = m = 0$  とした。また、規格化は行っていない。荷電共役変換は粒子と反粒子を入れ替える。すなわち、 $a_{i,\mathbf{p}}^\dagger \rightarrow b_{i,\mathbf{p}}^\dagger, b_{j,\mathbf{p}}^\dagger \rightarrow a_{j,\mathbf{p}}^\dagger$  とする変換である。

フェルミオンの反交換関係  $\{a_{i,\mathbf{p}}^\dagger, b_{j,\mathbf{p}}^\dagger\} = 0$  に注意すると、ポジトロニウムに対する荷電共役変換は以下のようになる。

$$\begin{aligned} |o - Ps\rangle &= \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) (a_{i,\mathbf{p}}^\dagger b_{j,\mathbf{p}}^\dagger + a_{j,\mathbf{p}}^\dagger b_{i,\mathbf{p}}^\dagger) |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &\rightarrow \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) (b_{i,\mathbf{p}}^\dagger a_{j,\mathbf{p}}^\dagger + b_{j,\mathbf{p}}^\dagger a_{i,\mathbf{p}}^\dagger) |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &= - \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) (a_{j,\mathbf{p}}^\dagger b_{i,\mathbf{p}}^\dagger + a_{i,\mathbf{p}}^\dagger b_{j,\mathbf{p}}^\dagger) |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &= - |o - Ps\rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} |p - Ps\rangle &= \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) \epsilon^{ij} a_{i,\mathbf{p}}^\dagger b_{j,\mathbf{p}}^\dagger |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &\rightarrow \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) \epsilon^{ij} b_{i,\mathbf{p}}^\dagger a_{j,\mathbf{p}}^\dagger |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &= - \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) \epsilon^{ij} a_{j,\mathbf{p}}^\dagger b_{i,\mathbf{p}}^\dagger |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &= + \int d\mathbf{p} f(p) Y_{m=0}^{l=0}(\theta, \phi) \epsilon^{ji} a_{j,\mathbf{p}}^\dagger b_{i,\mathbf{p}}^\dagger |0\rangle \otimes |0\rangle \\ &= + |p - Ps\rangle \end{aligned} \quad (2.8)$$

したがって  $o$ -Ps の荷電共役パリティが  $-1$ 、 $p$ -Ps は  $+1$  だとわかる。

一方で光子の荷電共役パリティは  $-1$  である。これは、電流密度  $j^\mu$  の荷電共役パリティが  $-1$  であること、電磁場のラグランジアンに  $j^\mu A_\mu$  という項があるためラグランジアンの荷電共役不変性から  $A_\mu$  のパリティが  $-1$  であること、 $A_\mu$  の量子化が光子の生成消滅演算子であることから理解できる。

### 2.1.2 崩壊チャンネル

ポジトロニウムの崩壊過程において荷電共役パリティは保存する。そのため  $o$ -Ps は奇数個、 $p$ -Ps は偶数個の光子に崩壊する。ただし運動量保存から  $o$ -Ps が 1 光子に崩壊することは禁止されるので、摂動の最低次では  $o$ -Ps は 3 光子、 $p$ -Ps は 2 光子に崩壊する。

### 2.1.3 真空中での寿命

o-Ps と p-Ps の崩壊に関する最低次の Feynman diagram は以下の通り。

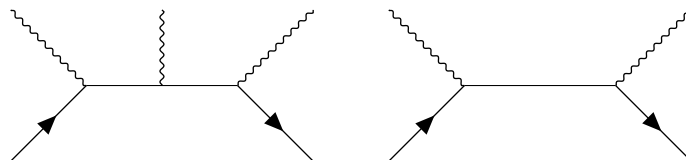


図1 o-Ps (左) と p-Ps (右) の最低次の Feynman diagram

おおまかに、確率振幅は頂点が増えるたびに微細構造定数  $\alpha \simeq 1/137$  倍される。そこで、以下では4光子、5光子以上への崩壊は無視して最低次のみを考えて計算を進めることにする。先に結果を述べると、最低次の範囲で o-P の寿命は s は約 142ns、p-Ps の寿命は約 123ps となる。ここでは比較的簡単な後者の結果を導出する。

まずはポジトロニウムという束縛状態のことは気にせず、単に  $e^-$  と  $e^+$  が飛んできて  $2\gamma$  に対消滅する現象を考える。入射する電子、陽電子の4元運動量を  $p_{\mp} = (E_{\mp}, \mathbf{p}_{\mp})$  とし、両者を合成したスピン状態を  $S$  とする。 $S$  は  $(1, 1), (1, 0), (1, -1), (0, 0)$  のいずれかである。このとき散乱断面積は

$$d\sigma = \frac{1}{2E_- 2E_+ v} \left( \sum_{pol} |\mathcal{M}_{S \rightarrow 2\gamma}|^2 \right) \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_+ + p_- - k_1 - k_2) \quad (2.9)$$

で書かれる。 $v$  は  $e^-, e^+$  の相対速度、 $k_i = (\omega_i, \mathbf{k}_i)$  ( $i = 1, 2$ ) は光子の4元運動量である。また  $\sum_{pol} |\mathcal{M}_{S \rightarrow 2\gamma}|^2$  はスピン状態  $S$  の  $e^-, e^+$  ペアが対消滅する遷移確率であり、光子の偏極状態について和をとっている。

Ps の重心系で考える。Ps の古典的な半径は水素原子のほぼ2倍であり、Ps 内の電子・陽電子の典型的な”速さ”は水素原子内の電子と同様に非相対論的と考えられる。そこで  $p_- = p_+ = (m, \mathbf{0})$  と置いてダイアグラムを計算する。詳細は省略して結果を述べると  $\mathcal{M}_{S \rightarrow 2\gamma}$  は  $S = (0, 0)$  つまりのパラポジトロニウムのときのみ値を持ち、他は0になる。これは荷電共役パリティからくる選択則に合致している。こうして

$$\sum_{pol} |\mathcal{M}_{S \rightarrow 2\gamma}|^2 = \sum_{pol} \left( \left| \sqrt{2} e^2 (\boldsymbol{\epsilon}_1 \times \boldsymbol{\epsilon}_1) \cdot \frac{\mathbf{k}_1}{\omega_1} \right|^2 + 0 + 0 + 0 \right) = 4e^4$$

を得る。ここで  $(0, \boldsymbol{\epsilon}_i)$  は光子  $i$  の偏極ベクトルである。

次に、 $e^-, e^+$  が束縛されていることを考える。 $d\sigma$  から崩壊幅  $\Gamma = 2\gamma$  を得るには、散乱実験でいう”流束”をかけて  $k_1, k_2$  の積分を実行すればよい。ポジトロニウムが形成されたのちに崩壊する、という描像の下で”流束”にあたるのは電子から見た陽電子の流束であり、それはポジトロニウムの波動関数  $\psi(\mathbf{r})$  を用いて  $v|\psi(\mathbf{r} = \mathbf{0})|^2$  で書かれるだろう。 $\psi(r)$  は水素原子の波動関数における換算質量  $\mu = \frac{m_p m_e}{m_p + m_e} \simeq m_e$  を  $\mu = \frac{m_e m_e}{m_e + m_e} = m_e/2$  に置き換えれば得られる。Ps が最も安定している  $1S$  状態をとっていると仮定すれば、

$$|\psi(0)|^2 = \frac{m^3 \alpha^3}{8\pi}, \quad \left( \alpha = \frac{e^2}{4\pi} \right)$$

となる (以下では、単に  $m$  と書いた場合に  $m_e$  を意味するものとする)。 $d\sigma$  の式にも  $p_- = p_+ = (m, \mathbf{0})$  を

適応し、 $|k_i|^2 = \omega_i$  などを用いれば

$$\Gamma_{para} = 2\gamma_{para} = \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \frac{2e^4}{16\pi^2 m^2 v} \cdot v |\psi(0)|^2 = \frac{4\pi\alpha^2}{m^2 v} \frac{m^3 \alpha^3}{8} = \frac{m\alpha^5}{2}$$

が得られる。 $\theta, \phi$  は光子の放射方向  $\frac{\mathbf{k}_1}{\omega_1}$  の角度であり、 $\theta$  の積分範囲が半分なのは 2 光子という同種粒子の状態を数え上げるにあたって重複を避けるためである。ここから、パラポジトロニウムの（最低次から計算した）寿命  $\tau_{para}$  が

$$\tau_{para} = \frac{1}{\Gamma_{para}} \sim 125\text{ps}$$

と求まる。

o-Ps の場合も計算の手順は同様である。荷電共役パリティに関する選択則から、今度は p-Ps に対応する  $S = (0, 0)$  について遷移振幅  $\mathcal{M}_{S \rightarrow 3\gamma}$  が 0 になる。最終結果は

$$\Gamma_{ortho} = \frac{2m\alpha^6(\pi^2 - 9)}{9\pi}, \quad \tau_{ortho} = \frac{1}{\Gamma_{ortho}} \sim 142\text{ns}$$

となる。

## 2.2 磁場中のポジトロニウム

磁場中では Ps のエネルギー縮退が解け、固有状態が変化する。この時注目すべき変化が 2 つある。

- (i) o-Ps と p-Ps の寿命がそれぞれ変化する。従って真空中で寿命を測定するにはこの効果を考慮する。
- (ii) 量子振動の振幅は、陽電子の偏極方向、磁場の方向、光子の放出方向に依存する。そのため検出する方向を上手に選ぶことで振動を見えなくすることや振動が最もよく見えるようにすることができる。前者は寿命の測定に、後者は量子振動の測定に用いられる。

以下では磁場中でのポジトロニウムのエネルギー準位が分裂する様子を見る。磁場は電子と陽電子にそれぞれゼーマン効果を与える。ゼーマン効果に対応するハミルトニアンは

$$\hat{\mathcal{H}}_{Zeeman} = (g\mu_B \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{S}}) \otimes 1 + 1 \otimes (-g\mu_B \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{S}})$$

である。今回の実験では磁場を  $z$  方向に取るので  $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{S}} = B\hat{S}_z$  である。 $\mathcal{H}^{Zeeman}$  は例えばポジトロニウムのスピン状態  $|1, 0\rangle$  には以下のように作用する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}|1, 0\rangle &= \left( (g\mu_B B \hat{S}_z) \otimes 1 + 1 \otimes (-g\mu_B B \hat{S}_z) \right) \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} + |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (g\mu_B B \hat{S}_z |\uparrow\rangle_{e^-}) \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} + \frac{1}{\sqrt{2}} (g\mu_B B \hat{S}_z |\downarrow\rangle_{e^-}) \otimes |\uparrow\rangle_{e^+} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle_{e^-} \otimes (-g\mu_B B \hat{S}_z |\downarrow\rangle_{e^+}) + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes (-g\mu_B B \hat{S}_z |\uparrow\rangle_{e^+}) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} g\mu_B B |\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - \frac{1}{2\sqrt{2}} g\mu_B B |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+} \\ &\quad + \frac{1}{2\sqrt{2}} g\mu_B B |\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - \frac{1}{2\sqrt{2}} g\mu_B B |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+} \\ &= g\mu_B B \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e^-} \otimes |\downarrow\rangle_{e^+} - |\downarrow\rangle_{e^-} \otimes |\uparrow\rangle_{e^+}) = g\mu_B B |0, 0\rangle \end{aligned}$$

同様に他の状態には

$$\begin{aligned}\hat{H}_{Zeeman} |1, 1\rangle &= \frac{1}{2}g\mu_B B |\uparrow\rangle_{e-} \otimes |\uparrow\rangle_{e+} - \frac{1}{2}g\mu_B B |\uparrow\rangle_{e-} \otimes B |\uparrow\rangle_{e+} = 0 \\ \hat{H}_{Zeeman} |1, -1\rangle &= -\frac{1}{2}g\mu_B B |\downarrow\rangle_{e-} \otimes |\downarrow\rangle_{e+} + \frac{1}{2}g\mu_B B |\downarrow\rangle_{e-} \otimes B |\downarrow\rangle_{e+} = 0 \\ \hat{H}_{Zeeman} |0, 0\rangle &= g\mu_B B \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_{e-} \otimes |\downarrow\rangle_{e+} + |\downarrow\rangle_{e-} \otimes |\uparrow\rangle_{e+}) = g\mu_B B |1, 0\rangle\end{aligned}$$

と作用する。この磁場の効果も含めると、全体のハミルトニアン  $\mathcal{H}_{tot}$  は

$$\hat{\mathcal{H}}_{tot} = \hat{\mathcal{H}} + \hat{H}_{Zeeman}$$

となり、これを基底  $|1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle, |0, 0\rangle$  で表示すると

$$\hat{\mathcal{H}}_{tot} = \begin{pmatrix} E_{ortho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{ortho} & 0 & g\mu_B B \\ 0 & 0 & E_{ortho} & 0 \\ 0 & g\mu_B B & 0 & E_{para} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

となる。ここで  $E_{ortho}, E_{para}$  は o-Ps( $|1, \pm 1\rangle, |1, 0\rangle$ ) および p-Ps( $|0, 0\rangle$ ) に対応する非相対論的なハミルトニアン  $\hat{\mathcal{H}}$  の固有値である。 $E_{ortho}$  と  $E_{para}$  の差は超微細分裂  $\Delta_{HFS}$  と呼ばれ、その値は

$$\Delta_{HFS} = E_{ortho} - E_{para} = \frac{7}{12}\alpha^2 \frac{m_e e^4}{\hbar^2} = 8.2 \times 10^{-4} \text{eV}$$

である\*1。次に、行列 (2.10) の固有値問題を解く。結果は、固有状態、固有エネルギーの順に

$$|1, 1\rangle \quad : \quad E_{ortho} \quad (2.11)$$

$$|1, -1\rangle \quad : \quad E_{ortho} \quad (2.12)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}} (|1, 0\rangle + \epsilon |0, 0\rangle) \quad : \quad E_{ortho} + g\mu_B B \epsilon =: E_+ \quad (2.13)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon}} (-\epsilon |1, 0\rangle + |0, 0\rangle) \quad : \quad E_{para} - g\mu_B B \epsilon =: E_- \quad (2.14)$$

となり、 $E_{ortho}$  で三重縮退していた状態が  $E_{ortho}$  と  $E_+$  に split することが分かる。ここで  $\epsilon$  は整理のために導入した以下の無次元量である。

$$\epsilon = \frac{1}{\zeta} \left( \sqrt{1+\zeta^2} - 1 \right) \quad , \quad \left( \zeta = \frac{2g\mu_B B}{E_{ortho} - E_{para}} = \frac{2g\mu_B B}{\Delta_{HFS}} \right)$$

$\zeta$  は磁場の強さの指標であり、今回の実験のセットアップではおおよそ  $B = 0.090\text{T}$  なので、値としては  $\zeta \simeq 0.025$  程度となる。磁場による固有エネルギーの変化を簡単に図示すると次のようになる。

この三つの異なるエネルギー固有値の差に比例した振動が寿命曲線に現れることを次の節で見る。

## 2.3 量子振動

本実験の主題である量子振動の仕組みについて述べる。ここでもポジトロニウムの崩壊チャンネルのうち o-Ps, p-Ps それぞれについて最低次のもの  $2\gamma$  と  $3\gamma$  のみを考える。以下ではポジトロニウムの取り得るスピン状態を、磁場がかかっているときの固有状態である  $|+\rangle, |-\rangle, |1, 1\rangle, |1, -1\rangle$  で指定する。

\*1 Berestetskii, Lifshitz, Pitaevskii "Quantum Electrodynamics(2nd edition)", P347

### 2.3.1 各状態の崩壊の遷移振幅

時間 0 秒でポジトロニウムが形成されたとする。例えばそのポジトロニウムが  $|1, 1\rangle$  状態に確定していた場合、 $t$  秒後にこれが  $3\gamma$  崩壊を起こす遷移振幅は次の式で与えられる。

$$M(t) = e^{-iE_{ortho}t} e^{-\gamma_{ortho}t} \mathcal{M}_{3\gamma,11} \quad (2.15)$$

これは  $t$  秒経つまでは崩壊せずに固有状態  $|1, 1\rangle$  として時間発展し、 $t$  秒になったときに崩壊するという簡易的な描像に基づいている。純粋なオルソポジトロニウム状態である  $|1, 1\rangle$  が  $t$  秒経つまでに崩壊せずに生き残れる確率は、崩壊幅  $\Gamma_{ortho} = 2\gamma_{ortho}$  を用いて  $e^{-2\gamma_{ortho}t}$  で表せることから、二乗される前の遷移振幅には  $e^{-\gamma_{ortho}t}$  という形で時間依存性を入れてある。

$\mathcal{M}_{3\gamma,11}$  は  $|1, 1\rangle$  状態のポジトロニウムが  $3\gamma$  に崩壊する遷移振幅であり、ポジトロニウムのスピン状態を指定した図 1 の左のダイアグラムから計算される。これらの  $\mathcal{M}$  はポジトロニウムを構成する電子、陽電子それぞれの 4 元運動量、生まれる各光子の四元運動量と偏極状態の関数になっている。

別の例として、 $t = 0$  で  $|+\rangle$  に確定していた場合を考える。これが  $t$  秒後に  $3\gamma$  崩壊する遷移振幅  $M(t)$  は

$$M(t) = e^{-iE_+t} e^{-\gamma_+t} \mathcal{M}_{3\gamma,+} \quad (2.16)$$

となる。ここで注意すべきは、 $|+\rangle$  は o-Ps と p-Ps の重ね合わせであり、 $2\gamma$  崩壊と  $3\gamma$  崩壊のどちらも起こしうろということである。 $|+\rangle$  が  $t$  秒後に  $3\gamma$  崩壊を起こすには、 $t$  秒経つまでの間、両方の崩壊を免れていなければならない。よって  $\Gamma_+ = 2\gamma_+$  は「 $2\gamma$  または  $3\gamma$  崩壊する崩壊幅」と考えるべきである。

$\Gamma_+$  は具体的には次のように計算する。まず遷移振幅  $\mathcal{M}$  は始状態の重ね合わせをそのまま引き継ぐので

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2\gamma,+} &= \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \mathcal{M}_{2\gamma,10} + \frac{\epsilon}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \mathcal{M}_{2\gamma,00} \\ \mathcal{M}_{3\gamma,+} &= \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \mathcal{M}_{3\gamma,10} + \frac{\epsilon}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \mathcal{M}_{3\gamma,00} \end{aligned}$$

が成り立つ。荷電共役パリティに関する選択則から、第一式では第一項が、第二式では第二項が消える。崩壊幅の計算では  $\mathcal{M}$  の二乗を取ることに注意し、それらの和をとったものが  $\Gamma_+$  になる：

$$\Gamma_+ = \frac{1}{1+\epsilon^2} \Gamma_{ortho} + \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \Gamma_{para} \quad \therefore \gamma_+ = \frac{1}{1+\epsilon^2} \gamma_{ortho} + \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \gamma_{para}$$

$t = 0$  で  $|-\rangle$  状態に確定していた場合の計算も同様で、このとき対応する  $\gamma_-$  は

$$\gamma_- = \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \gamma_{ortho} + \frac{1}{1+\epsilon^2} \gamma_{para}$$

である。

### 2.3.2 密度行列

さて、実際の実験ではポジトロニウムができた瞬間  $t = 0$  にポジトロニウムのスピン状態がどうなっているか観測者は知ることができない。そのため、4 種のスピン状態がどの割合で存在するかを実験のセットアップに即してもっともらしく割り当て、次のような重み付きで遷移確率を計算する必要がある。(密度行列の考



え方)

$$\sum_{S,S'=+,-,11,1-1} M_{3\gamma,S}(t) \rho_{S,S'} M_{3\gamma,S'}^*(t) \quad (2.17)$$

$$= \sum_{S,S'=+,-,11,1-1} \mathcal{M}_{3\gamma,S} \rho_{S,S'} \mathcal{M}_{3\gamma,S'}^* e^{-i(E_S - E_{S'})t} e^{-(\gamma_S + \gamma_{S'})t} \quad (2.18)$$

$$(\rho_{S,S'} = \langle S | \hat{\rho} | S' \rangle) \quad (2.19)$$

この  $t=0$  での密度行列  $\hat{\rho}$  を決める。まず、今回の実験でポジトロニウムの材料になる電子はシリカパウダー内の原子の持つ電子であり、そのスピンの向きは完全にランダムと考えられる。言い換えれば、電子のみの密度行列  $\hat{\rho}_{e^-}$  は

$$\hat{\rho}_{e^-} = \frac{1}{2} |\uparrow\rangle \langle \uparrow| + \frac{1}{2} |\downarrow\rangle \langle \downarrow| \quad \text{行列表示で} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

となっている。ここで  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  は磁場の向き ( $z$  方向) を量子化軸とした正、負のスピン固有状態である。

一方陽電子は  $\beta+$  崩壊により生成されるため偏極しており、スピンは統計的に進行方向と同じ向きになっている割合が高い。Na22 線源ではその偏極率  $P$  が 0.3 程度とされている。<sup>\*2</sup>。これが  $x$  軸負の向きから飛んできて原点付近でポジトロニウムを生成するので、陽子は  $\frac{1+P}{2}$  の割合で  $x$  正向きのスピン状態  $|x; \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$  をとっていると考えられる。よって、陽子のみの密度行列  $\hat{\rho}_{e^+}$  は

$$\hat{\rho}_{e^+} = \frac{1+P}{2} \cdot |x; \uparrow\rangle \langle x; \uparrow| + \frac{1-P}{2} \cdot |x; \downarrow\rangle \langle x; \downarrow| \quad (2.20)$$

$$= \frac{1+P}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle \uparrow| + \langle \downarrow|) + \frac{1-P}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle \uparrow| - \langle \downarrow|) \quad (2.21)$$

$$= \frac{1}{2} |\uparrow\rangle \langle \uparrow| + \frac{P}{2} |\uparrow\rangle \langle \downarrow| + \frac{P}{2} |\downarrow\rangle \langle \uparrow| + \frac{1}{2} |\downarrow\rangle \langle \downarrow| \quad (2.22)$$

$$\text{行列表示で} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{P}{2} \\ \frac{P}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

となる。ポジトロニウムの密度行列  $\hat{\rho}$  は上の二つの直積と考えられるので、ひとまず電子、陽電子の順に直積をとった  $|\uparrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle, |\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle$  を基底として行列表示すると

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & P & 0 & 0 \\ P & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & P \\ 0 & 0 & P & 1 \end{pmatrix}$$

となる。これを  $|1, 1\rangle, |1, -1\rangle, |+\rangle, |-\rangle$  の基底で書き直すと

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha P & \beta P \\ 0 & 1 & \beta P & -\alpha P \\ \alpha P & \beta P & 1 & 0 \\ \beta P & -\alpha P & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha = \frac{1+\epsilon}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}} \\ \beta = \frac{1-\epsilon}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

を得る。

<sup>\*2</sup>  $\beta+$  崩壊では次の反応が起こる。

$$p \rightarrow n + W^+, \quad W^+ \rightarrow e^+ + \nu$$

$e^+$  は弱い相互作用で生じた反粒子なので必ず右巻きのカイラリティを持っている。よってヘリシティは進行方向と同じ向きを中心にはらつく。このはらつきの少なさを指標が偏極率  $P$  であり、必ずヘリシティとカイラリティが一致している場合が  $P=1$ 、逆に相関がない場合が  $P=0$  である。Na22 線源で  $P \simeq 0.3$  となることは (A.Kawasuso, M.Maekawa, 2008, "Spin-polarization of an electro-static positron beam") より引用。

### 2.3.3 量子振動の式

上の二節を踏まえて、実際に実験で測られる崩壊レートの式を与える。この崩壊レートが時間に対して振動するのを確認するのが本実験の目的である。具体的には、(2.18)に(2.24)を代入して整理する。

$$\begin{aligned} & \sum_{S,S'} M_{3\gamma,S}(t) \rho_{S,S'} M_{3\gamma,S'}^*(t) \\ \propto & |\mathcal{M}_{3\gamma,11}|^2 e^{-2\gamma_{ortho}t} + |\mathcal{M}_{3\gamma,1-1}|^2 e^{-2\gamma_{ortho}t} + |\mathcal{M}_{3\gamma,+}|^2 e^{-2\gamma_+t} + |\mathcal{M}_{3\gamma,-}|^2 e^{-2\gamma_-t} \\ & + 2Pe^{-(\gamma_{ortho}+\gamma_+)t} \operatorname{Re}(\mathcal{M}_{3\gamma,+}(\alpha\mathcal{M}_{3\gamma,11}^* + \beta\mathcal{M}_{3\gamma,1-1}^*)e^{-i(E_+-E_{ortho})t}) \\ & + 2Pe^{-(\gamma_{ortho}+\gamma_-)t} \operatorname{Re}(\mathcal{M}_{3\gamma,-}(\beta\mathcal{M}_{3\gamma,11}^* - \alpha\mathcal{M}_{3\gamma,1-1}^*)e^{-i(E_--E_{ortho})t}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$(2.26)$$

第5,6が振動を示す項になる。ただし、実験で実際に観測できる振動数には限界があり、それに対し第六項の  $(E_- - E_{ortho})/\hbar \sim 10^{12}[Hz]$  は速すぎるため、こちらの振動については均してしまうことにする。また、磁場の指標  $\zeta \sim 0.025$  が小さいとして一次近似し

$$\epsilon = \frac{\sqrt{1+\zeta^2}-1}{\zeta} \simeq \frac{\zeta}{2} \quad (2.27)$$

$$\gamma_+ = \frac{1}{1+\epsilon^2}\gamma_{ortho} + \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2}\gamma_{para} \simeq \gamma_{ortho} + \frac{\zeta^2}{4}\gamma_{para} \quad (2.28)$$

$$\gamma_- = \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2}\gamma_{ortho} + \frac{1}{1+\epsilon^2}\gamma_{para} \simeq \frac{\zeta^2}{4}\gamma_{ortho} + \gamma_{para} \simeq \gamma_{para} \quad (\because \gamma_{ortho}/\gamma_{para} \sim 10^{-3}) \quad (2.29)$$

$$\alpha \simeq \frac{1+\frac{\zeta}{2}}{\sqrt{2}}, \quad \beta \simeq \frac{1-\frac{\zeta}{2}}{\sqrt{2}} \quad (2.30)$$

とする。(??)式の  $M$  たちについてダイアグラムを実際に計算し、光子の偏光とエネルギーについて和をとる(積分をする)と、ポジトロニウムの  $3\gamma$  崩壊に関する微分散乱断面積  $d\sigma$  にあたる量が得られる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 d(\cos\theta_{13})} \quad (2.31)$$

$$\propto \left(1 - \frac{1}{2}\sin^2\theta\right)e^{-(\gamma_{ortho}+\frac{\zeta^2}{4}\gamma_{para})t} + \left(1 + \frac{1}{2}\sin^2\theta\right)e^{-\gamma_{para}t} + \frac{1}{2}P \sin 2\theta \sin\omega t e^{-(\gamma_{ortho}+\frac{\zeta^2}{8}\gamma_{para})t} \quad (2.32)$$

$$\left(\omega := \frac{E_+-E_{ortho}}{\hbar} \quad (\text{量子振動の振動数})\right) \quad (2.33)$$

ここで  $d\Omega_1, d\Omega_2$  は1つ目、2つ目の光子の放射方向を表し、 $\theta_{13}$  は1つ目の光子と3つ目の光子の放射方向がなす角を表す。また  $\theta$  についてだが、上式は陽電子の偏極方向(x+方向)に垂直な面内において磁場の方向(z+方向)から  $\theta$  の方向に検出器を置いた場合の検出レートに対応している。例えば  $\theta = 90^\circ$  とすれば第三項が消え、この方向では振動が見えないことが分かる。一方で  $\theta = 45^\circ, 135^\circ$  と置けば第三項の振幅は最大になり、振動が良く見える。このとき二者の振動は逆位相になる。このような観点から、本実験では  $\theta = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  にシンチレータを置いている。

(実際の実験を行う上での分かりやすさから、以下ではそれぞれのシンチレータをy軸を基準に測った角度で  $+45^\circ, 0^\circ, -45^\circ$  と呼称することにする。)

## 2.4 pick-off 反応

オルソポジトロニウム (O-Ps) は、上述の通り単純な崩壊では  $3\gamma$  を放出するが、以下のような反応を経て  $2\gamma$  を放出することがある。

- Pick-off 反応 o-Ps の持つ陽電子が他の原子の持つ電子と衝突し対消滅を起こす
- スピン交換反応 物質を構成する不対電子を持つ分子の電子と o-Ps の電子がスピンを交換して p-Ps になる
- 化学反応 o-Ps が酸化されて電子が奪われ残った陽電子が対消滅する

以下では、以上のような  $2\gamma$  を放出する反応を全て合わせて（広義の）Pick-off 反応と呼ぶことにする。このような反応があるという事情から、これを考慮しない単純な解析では崩壊寿命が本来の  $3\gamma$  崩壊よりも小さく観測されてしまうことが考えられる。しかしながら Pick-off 反応を実験の工夫で取り除くことは難しいので、以降では、Pick-off 反応の影響を除くための解析を考える。

## 2.5 Pick-off 補正理論

まず、 $N(t), N_{ortho}(t), N_{pick-off}(t)$  をそれぞれ全 Ps の数、o-Ps として崩壊した Ps の数、pick-off 反応により崩壊した Ps の数とする。以下引数は省略する。これらは以下の微分方程式を満たす：

$$\frac{dN_{ortho}}{dt} = \Gamma_{ortho}N, \quad (2.34)$$

$$\frac{dN_{pick-off}}{dt} = \Gamma_{pick-off}N, \quad (2.35)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_{ortho}}{dt} + \frac{dN_{pick-off}}{dt}. \quad (2.36)$$

ここに、 $\Gamma_{ortho}, \Gamma_{pick-off}$  はそれぞれ o-Ps と pick-off の崩壊幅である。第 1,2 式は崩壊の典型的な微分方程式で、第 3 式は全粒子数の保存を表す。次に Pick-off 関数  $f(t)$  を定義する：

$$f(t) = \frac{\Gamma_{pick-off}}{\Gamma_{ortho}} = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN_{ortho}}{dt}} = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}}. \quad (2.37)$$

これにより式 (2.36) は、

$$-\frac{dN}{dt} = \Gamma_{ortho}(1 + f(t))N \quad (2.38)$$

と書ける。これを解くと、

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{ortho}} \int^t (1 + f(t'))dt'\right) \quad (2.39)$$

となる。ここに、 $\tau_{ortho} = 1/\Gamma_{ortho}$  は o-Ps の寿命である。これを再度式 (2.36) に代入すると、

$$\frac{dN}{dt} = -N_0 \frac{1}{\tau_{ortho}} (1 + f(t)) \exp\left(-\frac{1}{\tau_{ortho}} \int^t (1 + f(t'))dt'\right) \quad (2.40)$$

と書ける。この式のグラフは寿命曲線と呼ばれ、実験で得られるデータのイベント数-時間グラフに対応するので、それをこの式でフィッティングすることで崩壊寿命  $\tau_{ortho}$  を求めることができる。しかし、そのためには Pick-off 関数  $f(t)$  を求めなくてはならず、これは定性的な推論と実験結果からのフィッティングによって求めることにする。以下では  $f(t)$  を求めるための方法を考える。

## 2.6 実験から計算する Pick-off 関数

まず実験で得られるデータから Pick-off 関数の値を計算する方法を考える。

$\Delta N(t)$ ,  $\Delta N_{ortho}(t)$ ,  $\Delta N_{pick-off}(t)$  をそれぞれ、時刻  $t$  付近のある有限時間で崩壊した全 Ps の数、そのうち o-Ps として崩壊した数、Pick-off 反応で崩壊した数とする。エネルギー保存より、 $3\gamma$  崩壊では必ず 511keV 未満のエネルギーを持つ  $\gamma$  線が放出されるので、511keV のピークは全て  $2\gamma$  由来のものである。また、p-Ps は o-Ps に比べ約 1000 倍の速さで崩壊する事から、 $t = 0$  付近では p-Ps しか崩壊していないと考えられる。ゆえに、以下の式が成り立つ：

$$\Delta N(t) = \Delta N_{ortho}(t) + \Delta N_{pick-off}(t), \quad (2.41)$$

$$\Delta N(0) = \Delta N_{pick-off}(0). \quad (2.42)$$

ここで、重要な仮定として、時刻  $t$  での Pick-off 反応のエネルギースペクトラムは、時刻  $t = 0$  での p-Ps のエネルギースペクトラム (511keV のピークとそのコンプトン散乱) と相似であるとする。すなわち、時刻  $t$  における 511keV のイベント数を  $peak(t)$  として、以下が成り立つとする：

$$\Delta N_{pick-off}(t) = \frac{peak(t)}{peak(0)} \Delta N_{pick-off}(0) = \frac{peak(t)}{peak(0)} \Delta N(0). \quad (2.43)$$

これにより、Pick-off 関数  $f(t)$  が

$$f(t) = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}} \simeq \frac{\Delta N_{pick-off}(t)}{\Delta N(t) - \Delta N_{pick-off}(t)} = \frac{peak(t)\Delta N(0)}{peak(0)\Delta N(t) - peak(t)\Delta N(0)} \quad (2.44)$$

と、実験から得られる値から計算できるようになる。

## 2.7 Pick-off 関数の関数形

Pick-off 関数  $f(t)$  をフィッティングするために、 $f(t)$  の関数形を定性的な考察から指定しなくてはならない。

2018 年において 3 種類の提案がなされた中で最も良い結果を残せていた、

$$f(t) = \frac{1}{\frac{1}{p_0 \exp(-t/p_1)} - 1} + p_2 \quad (2.45)$$

を 2019 年同様に用いることにする。この関数形を導くための定性的な考察は概ね以下のようなものである。

まず、 $f(t)$  を

$$f(t) = \frac{\frac{dN_{pick-off}}{dt}}{\frac{dN}{dt} - \frac{dN_{pick-off}}{dt}} = \frac{1}{\frac{dN}{dN_{pick-off}} - 1} = \left( \frac{1}{\frac{dN_{pick-off}}{dN}} - 1 \right)^{-1} \quad (2.46)$$

と変形する。次にこの  $\frac{dN_{pick-off}}{dN}$  の形を決定するために、Ps の熱化過程について考える。熱化過程とは、Ps ができた瞬間から周囲の物質との相互作用によりエネルギーを落としていく過程のことで、今は単純に分子との衝突として考える。分子の質量は Ps の質量に比べて十分大きいので、Ps の速度変化  $\Delta v$  は Ps の速度  $v$  にほとんど依存しないと考えられる。よって分子間の平均距離を  $l$  と置くと、微小時間  $dt$  の間に Ps が分子と衝突する回数は  $vdt/l$  であるので、微小時間  $dt$  の中で速度変化  $dv$  は  $dv = -vdt\Delta v/l$  となる。これを解くと  $v = v_0 \exp(-\Delta vt/l)$  となる。pick-off 反応は Ps と周囲の物質との相互作用であるから、反応確率は Ps の速度に比例するので、その意味で  $dN_{pick-off}/dN$  は  $p_0 \exp(-t/p_1)$  の形で書けると考えられる。これによって、式 (2.45) の関数形が導かれる。

## 3 実験

### 3.1 実験原理

本実験では線源  $^{22}\text{Na}$  が  $\beta^+$  崩壊をして放出した陽電子  $e^+$  とシリカパウダー ( $\text{SiO}_2$ ) 内の電子が反応し形成したポジトロニウムが崩壊するまでの寿命を測定する。線源が放出した  $e^+$  を plastic Scintillator が検出した時刻を  $t_i$  ポジトロニウムが崩壊して放出した  $\gamma$  線を NaI Scintillator 及び  $\text{LaBr}_3$  Scintillator が検出した時刻を  $t_f$  としてその時間差  $\Delta t (= t_f - t_i)$  を崩壊時間として測定する。これよりポジトロニウムの寿命及び量子振動の振動数を決定する。

### 3.2 実験器具

- $^{22}\text{Na}$  :  $\beta^+$  線源
- Plastic Scintillator :  $\beta^+$  の検出に用いる。時間分解能が良い (Hi-Vol は  $-1500\text{ V}$ )
- NaI Scintillator :  $\gamma$  線の検出に用いる。(Hi-Vol は  $900\text{ V}$ )
- $\text{LaBr}_3$  :  $\gamma$  線の検出に用いる。NaI Scintillator より時間分解能が良い。(Hi-Vol は  $-1790\text{ V}$ )
- 鉛ブロック :  $^{22}\text{Na}$  より放出される  $1275\text{ keV}$  の  $\gamma$  線及び環境放射線の遮蔽。
- シリカパウダー ( $\text{SiO}_2$ ) : ポジトロニウムの形成に用いる。加熱し水分をとばした。低密度であるため pick-off 反応がおきにくい。
- 真空ポンプ : シリカパウダーのケース内の真空引きに用いる。
- 真空計 : 真空度の確認
- ネオジム磁石 : 磁場の発生に用いる。
- 遮光シート : ノイズの低減及び Plastic Scintillator の破損防止

#### 3.2.1 シリカケース

物質に  $\beta^+$  線が入射すると相互作用によりエネルギーを失い、やがて物質中の電子とポジトロニウムを形成する。本実験ではこの物質としてシリカパウダーを用いた。これは多孔質かつ低密度であるため pick-off 反応を抑制し、 $o\text{-Ps}$  の割合を高めることができる。シリカパウダー以外の物質を極力減らすためにオープンで加熱し水分を飛ばした後に、アクリルパイプとポリエチレンシートで作成した容器内にいれ真空引きした。その際シリカパウダーを吸引してしまわぬようにフィルターを取り付けた。



図2 シリカケース

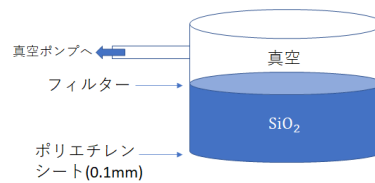


図3 シリカケース概念図

### 3.2.2 磁場

量子振動の振動数はポジトロニウムの存在する点における磁場の大きさに影響する。しかしポジトロニウムが形成される場所はランダムであるため磁場が空間的に一様でないと寿命曲線は様々な振動数の重ね合わせとなり量子振動を観測することが難しい。本実験では昨年に引き続きネオジム磁石 12 個を Halbach 配列に並べた。(図 7 図 8) これによって中心付近の磁場はほぼ一様になり、シリカケースのある範囲での磁場の誤差は 3 % 程度になった。(図 4, 図 5, 図 6) 磁場の測定にはガウスメーターを固定するための器具を 3 D プリンタを用いて作成した。(図 9)

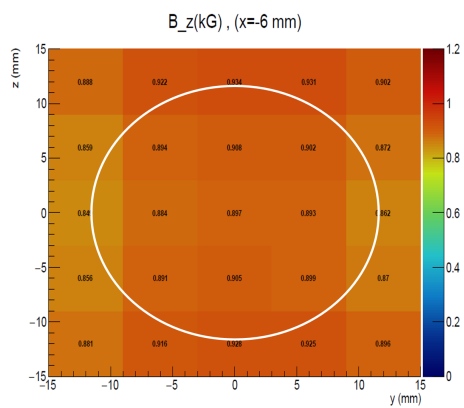


図 4 Halbach 枠内中心から 6 mm 下の高さの磁場 白い円はシリカのある範囲

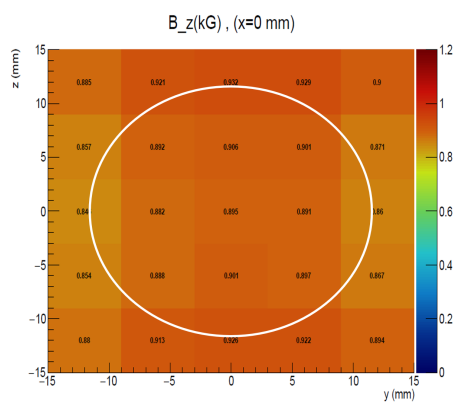


図 5 Halbach 枠内中心の高さの磁場 白い円はシリカのある範囲

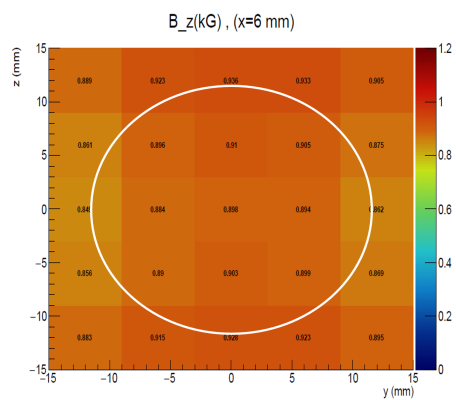


図 6 Halbach 枠内中心から 6 mm 上の高さの磁場 白い円はシリカのある範囲

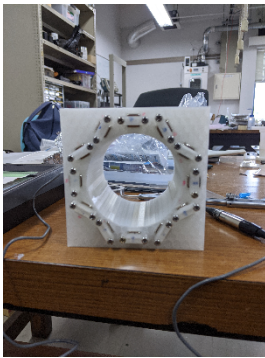


図7 Halbach 枠 (表)

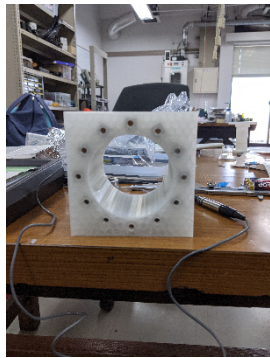


図8 Halbach 枠 (裏)



図9 ガウスメータ固定器具

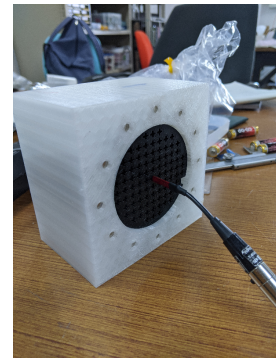


図10 磁場測定器具

### 3.2.3 鉛ブロック

去年までの鉛ブロックに加え、Halbach 装置に合わせた鉛ブロックを使用した。(図 11) これにより  $^{22}\text{Na}$  からの直接  $\beta^+$  線及び  $\gamma$  線をかなり遮蔽できると期待される。

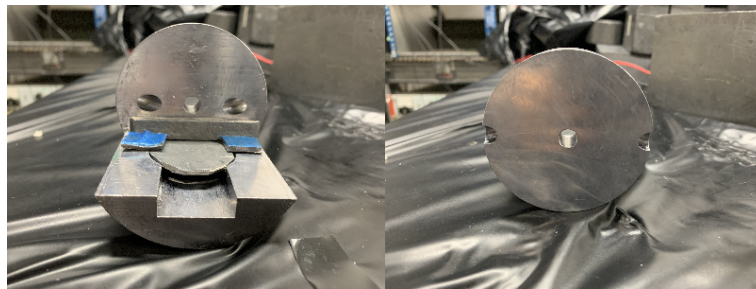


図 11 Halbach 装置用鉛 (装着前)

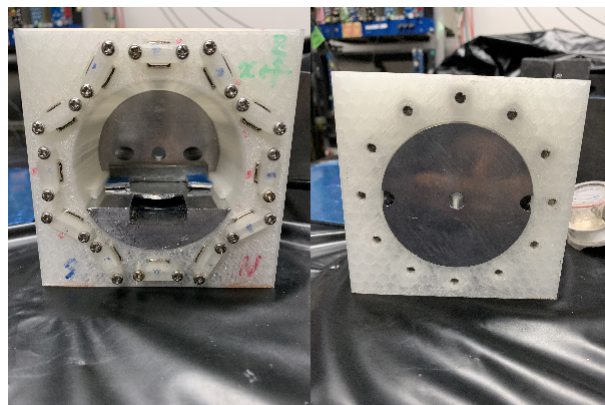


図 12 Halbach 装置用鉛 (装着後)



### 3.3 セットアップ

本実験のセットアップの概観を以下に示す。直接  $\beta^+$  線及び  $\gamma$  線が NaI 及び LaBr<sub>3</sub> Scintillator に入射しないように鉛ブロックで可能な限り遮蔽した。また、Plastic Scintillator における光によるノイズを低減するために装置全体を遮光シートで覆った。

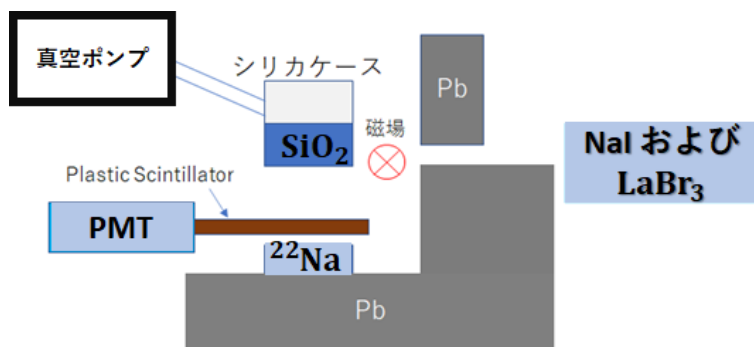


図 13 セットアップ概念図 1

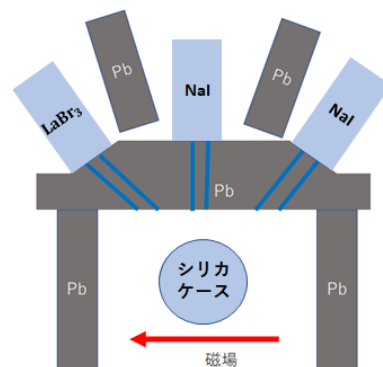
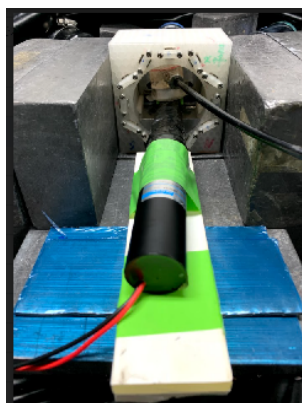


図 14 セットアップ概念図 2



図 15 セットアップ



### 3.4 回路

本実験に用いた回路は図 16 である。回路で用いたモジュールは以下。

- Amplifier : 入力された信号を 10 倍に増幅して出力する。
- Divider : 入力された信号を複数に分けて出力する。
- Discriminator (discr) : 入力された信号が threshold を超えたとき NIM 信号 (矩形波) を出力する。
- Gate Generator (gate) : 信号が入力されたとき一定時間幅の NIM 信号を出力する。
- FANIN/FANOUT (FAN) : 入力された NIM 信号の or をとって出力する。
- COINCIDENCE (COIN) : 入力された信号の and をとって出力する。
- FADC : trigger の信号が入力された時刻の前後に各 CH に入力された波形を記録する。

回路における信号の時間関係は図 17 に示す。

Plastic Scintillator と NaI は Amplifier をかけており、それぞれ 10 倍と 100 倍されており、LaBr<sub>3</sub> は Divider につながれているが回路図では省略している。

Plastic scintillator の discr の threshold は 24 mV、LaBr<sub>3</sub> の discr の threshold は 180 mV、NaI の discr の threshold は 140 mV にした。

gate1 の width は 1000 ns、gate2 の width は 5  $\mu$ s、gate3 の width は 1  $\mu$ s にした。

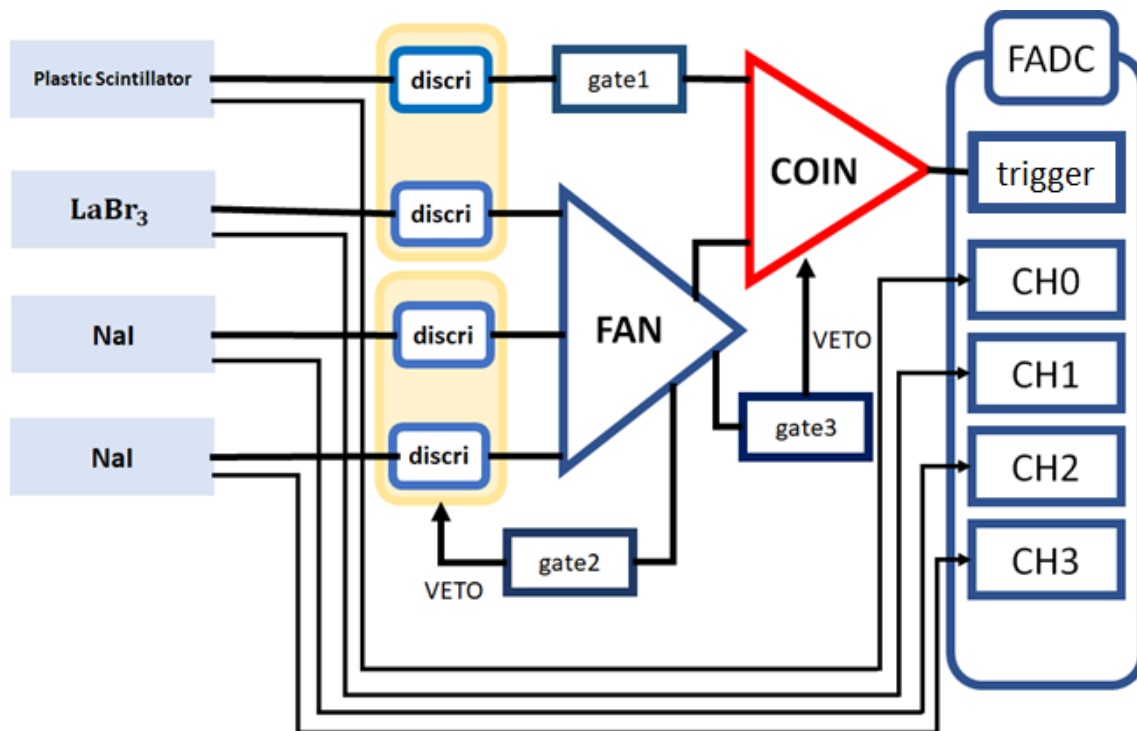


図 16 回路図

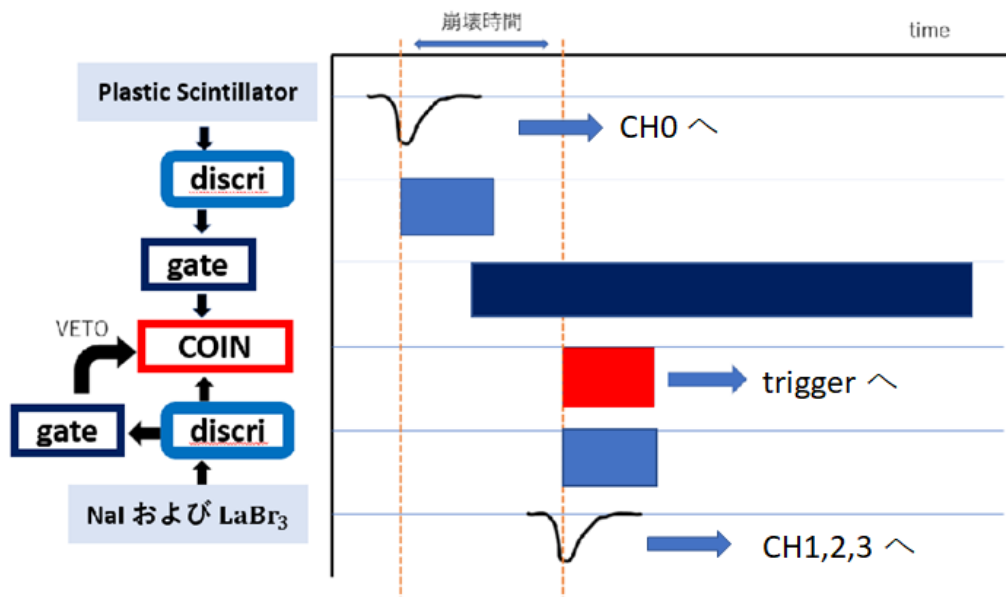


図 17 信号の時間関係

### 3.4.1 測定期間と event 数

測定は 2021 年 3 月 19 日から 3 月 24 日の 5 日間かけて 240 万 event 測定した。これは 10 万 event ごとに 24 回測定した。複数回に分けて測定することで実験装置のアクシデントで途中で実験が中断されたときに測定が一からやり直しになるリスクを無くすことができた。また、測定が正常に行われているか真空ポンプ等を定期的に確認をする必要があったが、web カメラを用いて遠隔での監視を可能にしたことでこれが容易になった。

## 4 解析・結果

### 4.1 生データ

trigger ごとに FADC により root ファイルに入力された生の波形データを時間で積分し ADCcount を求める。3 月 19 日から 3 月 24 日の 5 日間で 240 万 event 測定した。ADCcount ごとの event 数のヒストグラムを図 18 に示す。

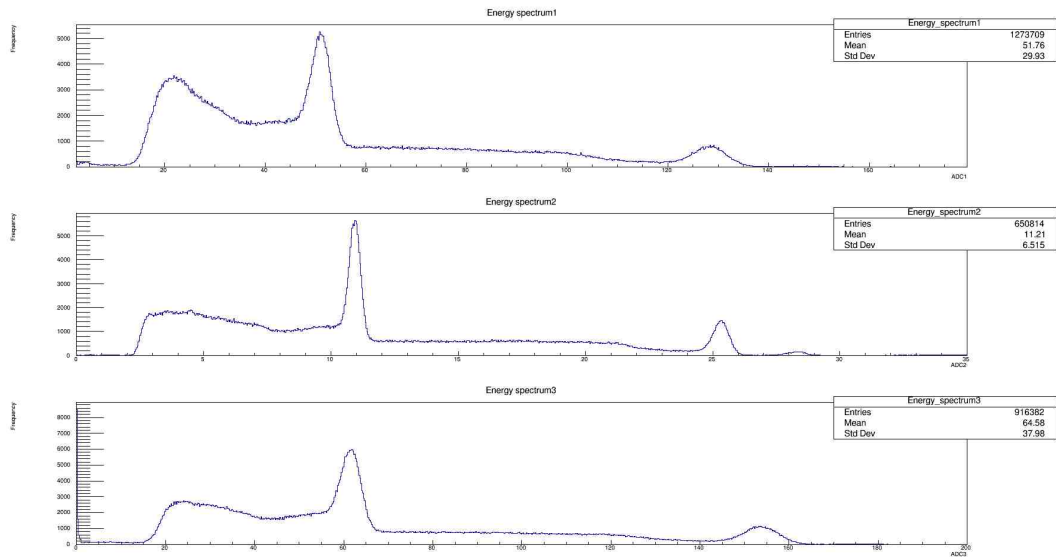


図 18 生データ 上から  $0^\circ$  の  $NaI$  +  $45^\circ$  の  $LaBr_3$  -  $45^\circ$  の  $NaI$  のデータ

## 4.2 エネルギー較正

例年の P1 レポートより、ADCcount と Energy には線形関係があり、 $ADCcount = p_0 + p_1 Energy$  となることが分かっている。生データの二つのピークが  $\gamma$  線のエネルギー 511 keV と 1275 keV に対応するとし、 $p_0$  と  $p_1$  をフリーパラメータとしてフィッティングした。ピークを判定するにはガウシアンフィッティングをおこなった。

フィット結果は表 2 と図 20 であり、これをもとに図 18ADC 較正をおこなったものが図 21 である。

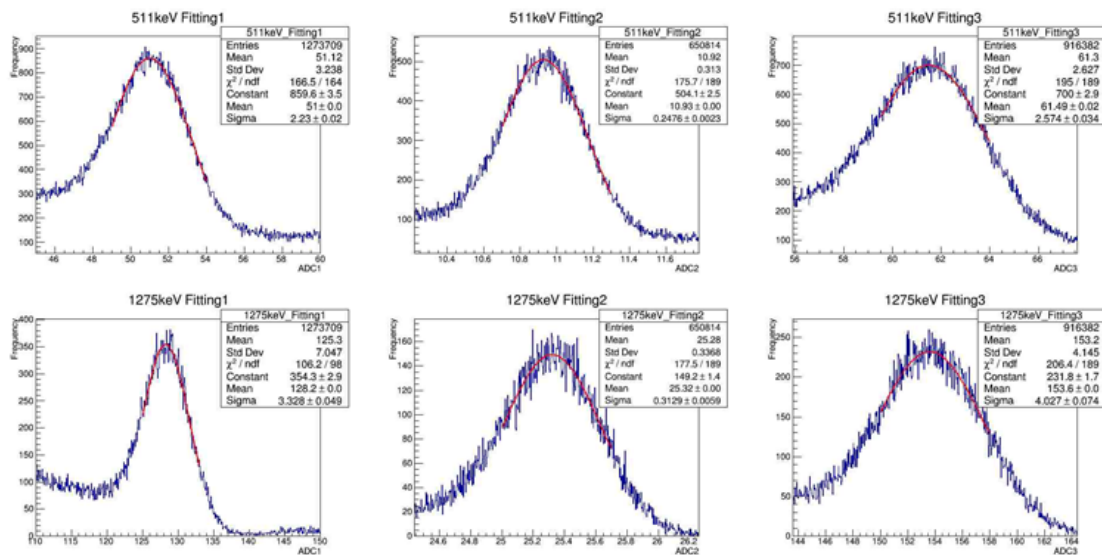


図 19 ガウシアンフィッティングの様子

	P0	P1
0° の NaI	$0.1011 \pm 5.074 \times 10^{-5}$	$-0.6639 \pm 0.03274$
+45° の LaBr <sub>3</sub>	$0.01884 \pm 5.219 \times 10^{-6}$	$1.299 \pm 0.003803$
-45° の NaI	$0.1206 \pm 5.741 \times 10^{-5}$	$-0.1242 \pm 0.03903$

表 2 ADC フィッティング結果

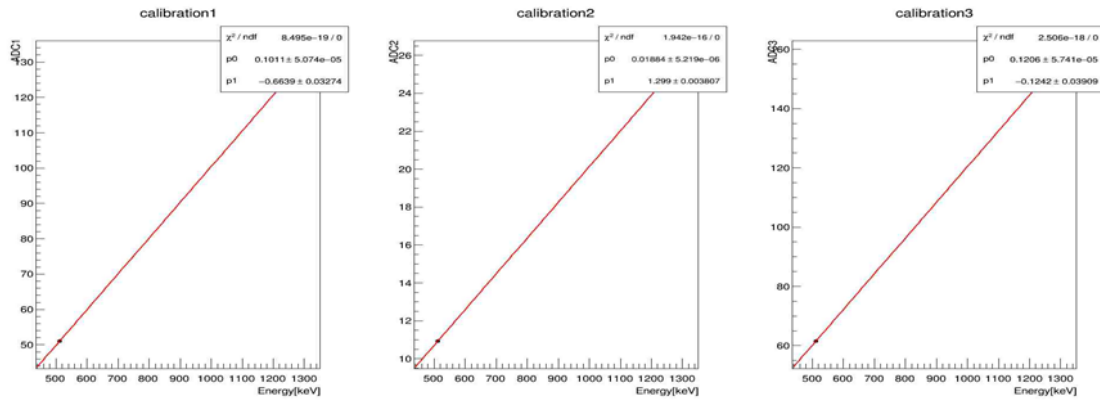


図 20  $ADCcount = p_0 \times + p_1 Energy$  のグラフ

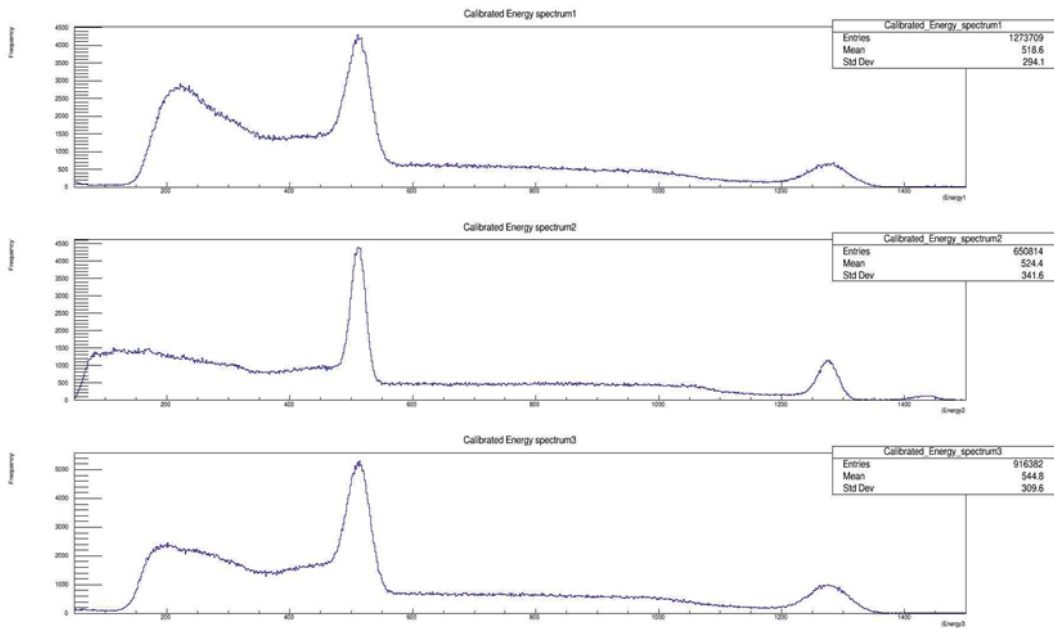


図 21 ADC 較正後の event 数ヒストグラム

### 4.3 TDC 較正

FADC に保存されている各 entry ごとの波形から、「信号が来た時間」を決定する。シンチレータの材質の違いから得られる波形が異なるので、それぞれに合った時間決定法を用いた。

#### 4.3.1 NaI, LaBr<sub>3</sub>

Ps の崩壊を検出するシンチレータ (+45° に LaBr<sub>3</sub>, 0°, -45° に NaI) に対しては、「ピークの高さの 1/4 になるタイミング」を信号が来た時間として採用した。

説明のために、それぞれのシンチレータで得られる波形の例を図 22,23 に示す。

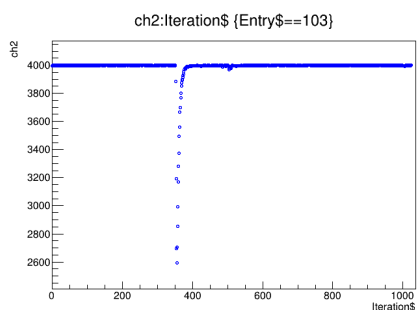


図 22 LaBr<sub>3</sub> の波形

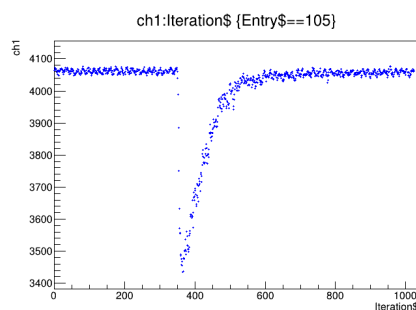


図 23 NaI の波形

横軸が時間に対応し、4ns 間隔で計 1024 回の値が描画されている。時間を決定する手順は図 24 の通り。

1. 初めの平らな 100 点ほどについて値を平均し、信号の大きさの基準線 (pedestal) とする。
2. 波形のピーク (一番低い点) を見つける。
3. 基準線から測ったピークの値の大きさを 1/4 した高さに仮想的に直線を引く。
4. 1/4 の高さを初めて超える前後の二点で 1/4 の高さと同挿した横軸を「信号が来た時間」とする。

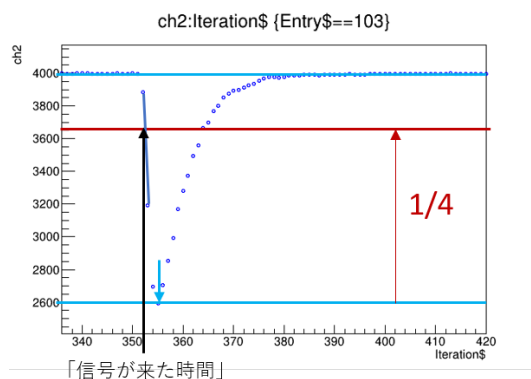


図 24 時間決定の方法

この決定法は、データ点の絶対的な高さではなく波形の形状から決まるような位置で時間を決定している点で、単に閾値を設けてそこを越えたタイミングを見る方法よりも一貫性があると考えられる。ただ、この1/4という値自体に積極的な根拠はなく、「ノイズにかかわらず、かつなるべく信号の立ち上がりの初めを見られる高さ」として人為的に決めたものである。

#### 4.3.2 プラスチックシンチレータ

プラスチックシンチレータは時間応答が極めて良く、FADCのサンプリングタイム(4ns幅)では2,3点程度しかサンプル点が取れない(図4.3.2)。

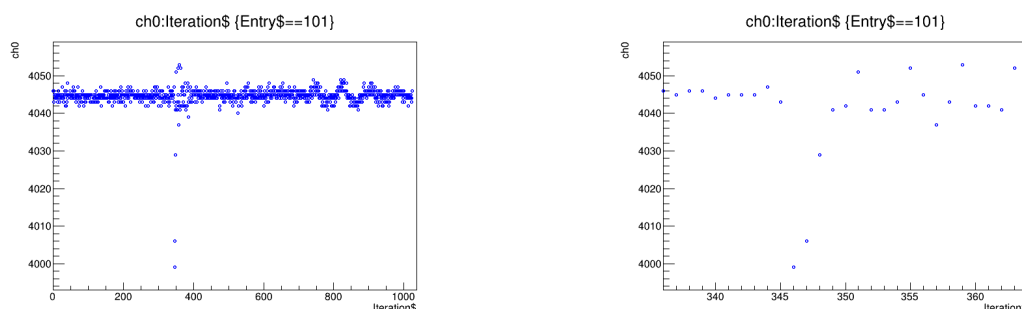


図 25 プラスチックシンチレータの波形(左)とピーク付近の拡大図(右)

この影響もあってか、前述の「1/4の高さを取る」という手法ではFADCのサンプリング幅である4nsという人工的な値が結果に強く出てしまった\*3。そこで、別の時間決定法として次のような方法を取った。まずは予め以下のようにプラスチックシンチレータの波形の関数形を得る。

1. プラスチックシンチレータの波形のモデルを用意する:

$$f(t) = \frac{A}{(1 + e^{-(t-t_0)/\tau_r})(1 + e^{(t-t_0)/\tau_f})}$$

2. 1000回分のentryをサンプルとして取り、プラスチックシンチレータの波形をピークの位置と高さを合わせて平均する。
3. 得られた平均波形を $t_0, A, \tau_r, \tau_f$ をパラメータとして1.の関数形でフィットする。

この作業が終わったら、フィット結果から得た $\tau_r, \tau_f$ をプラスチックシンチレータの特性を表す固有の値として、以降一貫して用いる。これを踏まえて、以下のように全entryに対してプラスチックシンチレータ信号の時間を決定する。

1. 波形のピーク(一番低い点)を見つける。
2.  $\tau_r, \tau_f$ を固定した関数形1.を $t_0, A$ をパラメータとして先に見つけたピーク周りでフィットする。
3. フィット結果の $t_0$ を「信号が来た時間」とする。

\*3 4ns周期でカウント数が増減する構造が現れた。

### 4.3.3 崩壊時間 Dtime

Ps の生成検出、崩壊検出それぞれについて時間を決定したので、その差 Dtime に注目する。

$$Dtime := (\text{生成検出シンチの反応した時間}) - (\text{崩壊検出シンチの反応した時間})$$

この Dtime を横軸に取ったカウント数のグラフを図 (26) に示す。

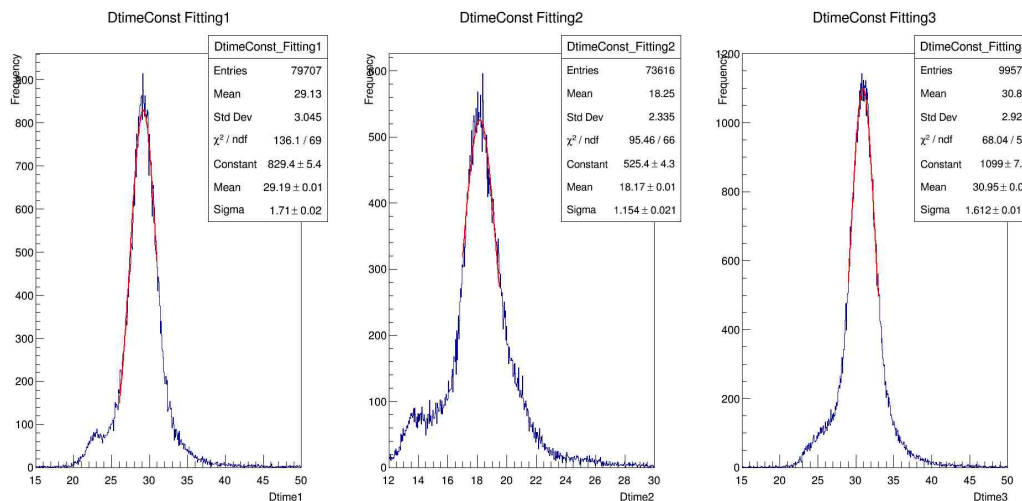


図 26 Dtime:カウント数 赤線はピーク的位置をガウスフィットしたもの

Dtime はナイーブには Ps が生成してから崩壊するまでにかかった時間 (Decay time) と考えられるが、厳密にはそれそのものではない。生成検出のシンチが反応してから実際に Ps が形成されるまでに僅かな時間的猶予があるからである\*4。

そこで、単に引き算により得た Dtime のデータから、さらに「実際に Ps が生成されたのはいつか」を決定する作業を行う。ここでは単純に Dtime のカウント数のグラフをガウスフィットして、頂点になった時間を Ps ができた時間だと考えることにした。以降はこの基準時間を  $t = 0$  として、その右側のカウント数のグラフが寿命曲線に対応するとして解析を行う。以上で ADC 値および検出時間をエネルギーと崩壊時間という物理的に意味のある値に変換できたので、この変換した値で書いたエネルギー:崩壊時間の二次元プロットを図 27 に示しておく。(ch1,ch2,ch3 は  $0^\circ$  の NaI, $45^\circ$  の LaBr<sub>3</sub>, $-45^\circ$  の NaI に対応する。)

\*4 崩壊検出シンチについては光子を観測するため崩壊してから検出されるまでの時間差は実験にかからない程短いと思われる。一方生成検出シンチでは陽電子を観測するが、線源から出る陽電子の速度は様々であり、かつプラスチックシンチレータ通過後にシリカのどこで Ps になるかもまちまちなので、これが生成時間のばらつきを生んでいると考えられる。



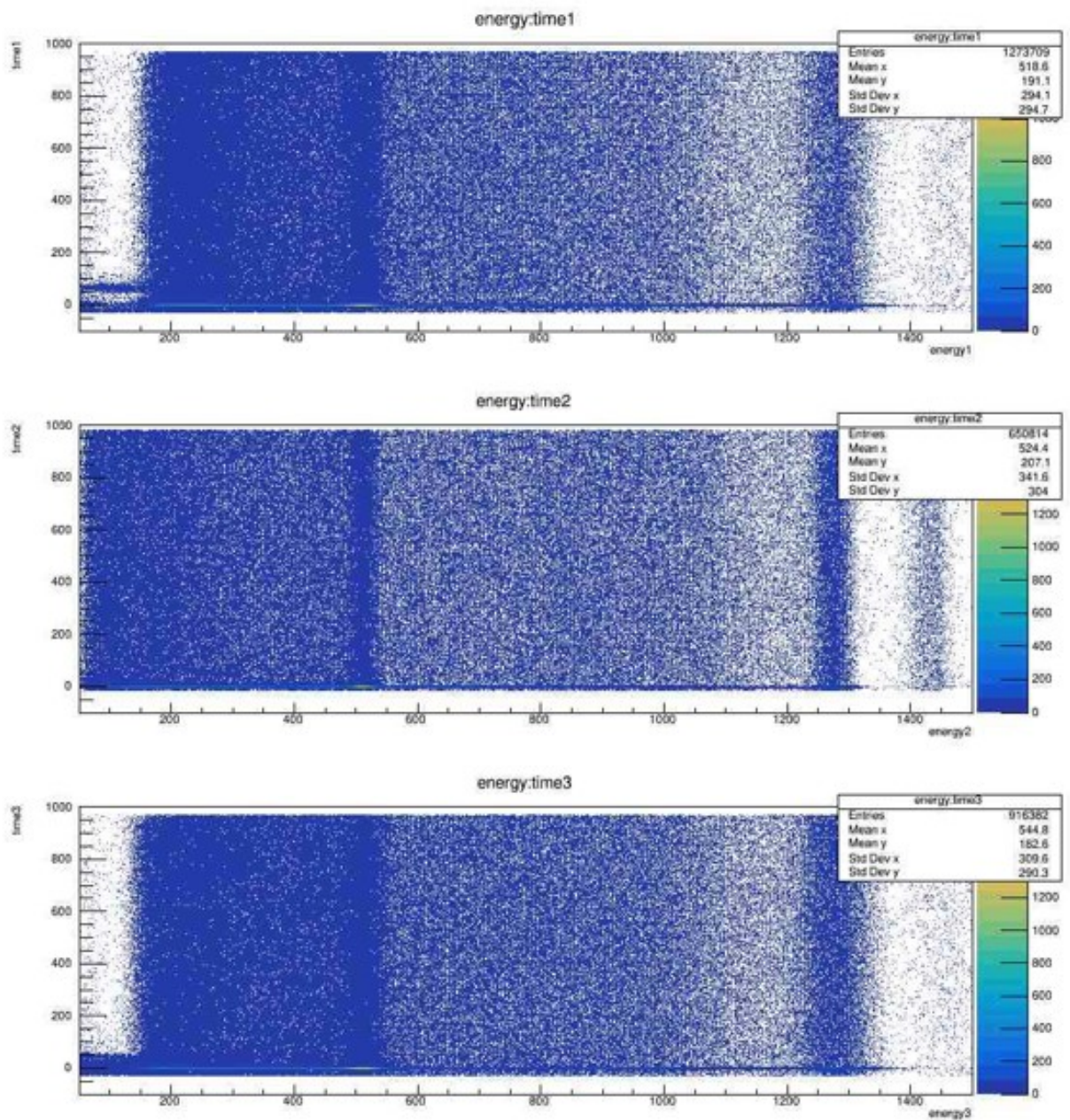


図 27 崩壊時間 [ns](横軸) : エネルギー [keV](縦軸)

#### 4.4 pick-off 関数の決定

pick-off 関数を実験結果から決定する。まず  $t=0$  の前後 0.1ns のデータを取り出し、511keV のピークを見つける (図 28)。

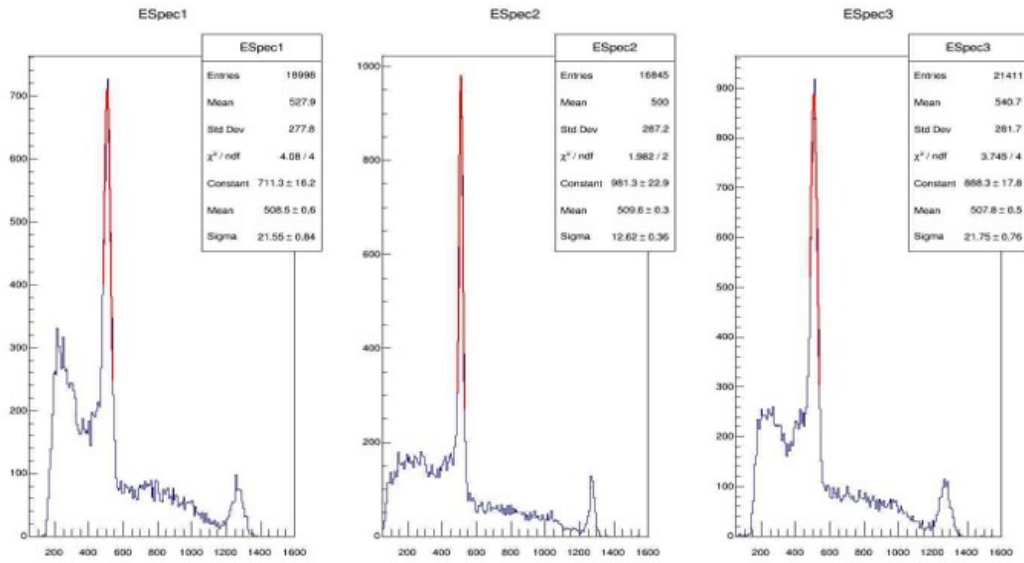


図 28 511keV フィッティング (-0.1ns ~ 0.1ns)

(ch1,ch2,ch3 は  $0^\circ$  の NaI, $45^\circ$  の LaBr<sub>3</sub>, $-45^\circ$  の NaI に対応する。) 次に 90ns から 315ns まで 25ns 区切りに、前後 10ns の幅で同様に 511keV のフィッティングをし、ピークの高さと 600keV までの entry 数を得る。(図 29~ 図 34)。

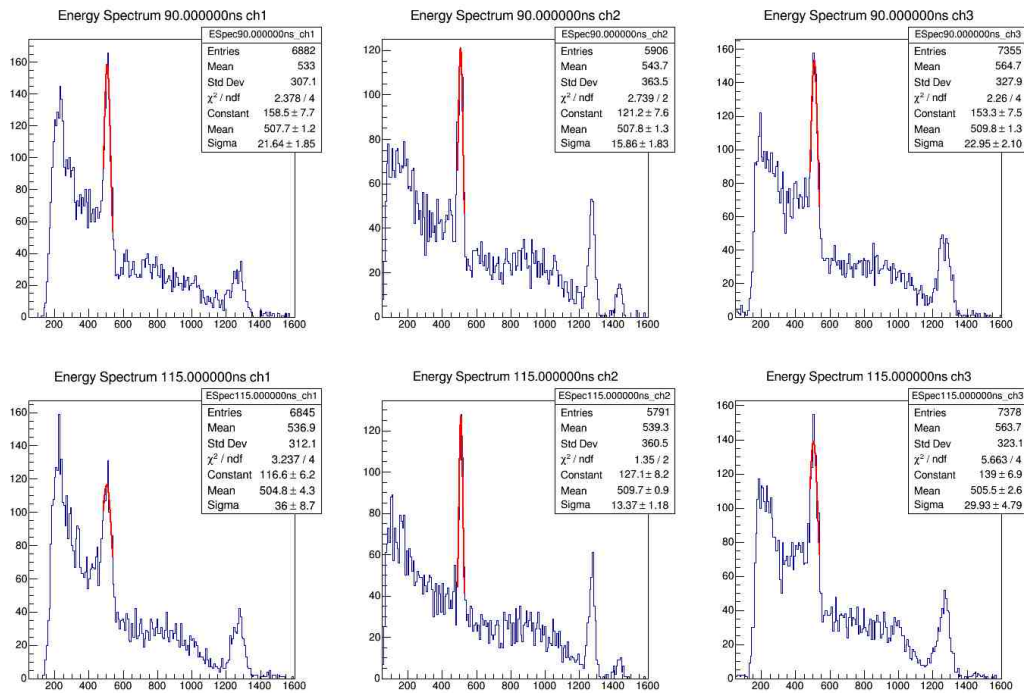


図 29 511keV フィッティング (上段 80ns ~ 100ns 下段 105ns ~ 125ns)

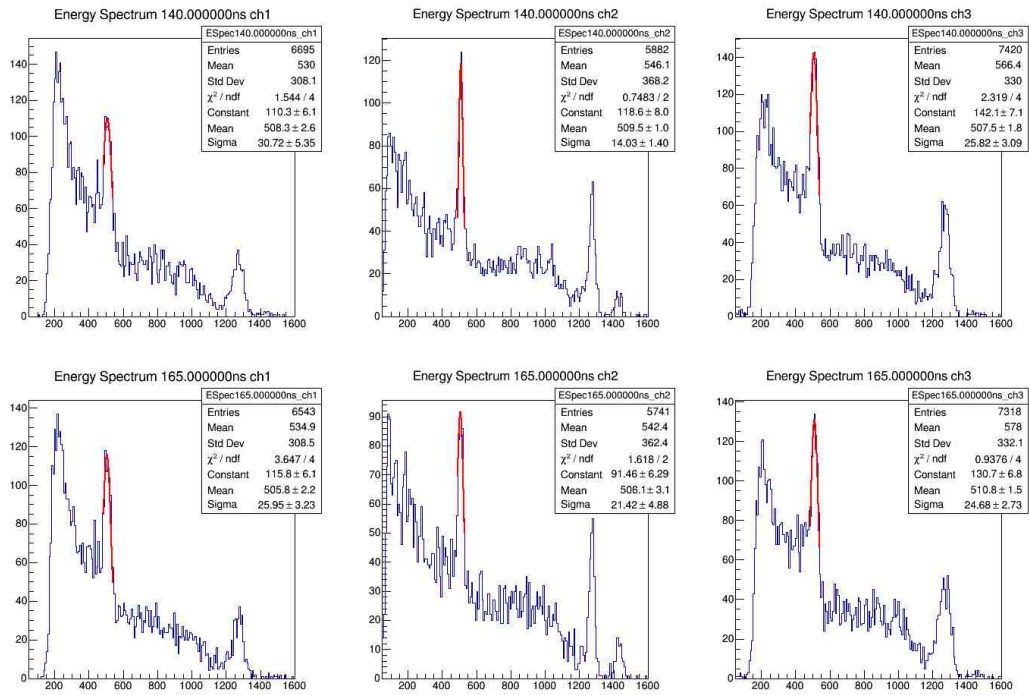


図 30 511keV フィッティング ( 上段 130ns ~ 150ns 下段 155ns ~ 175ns)

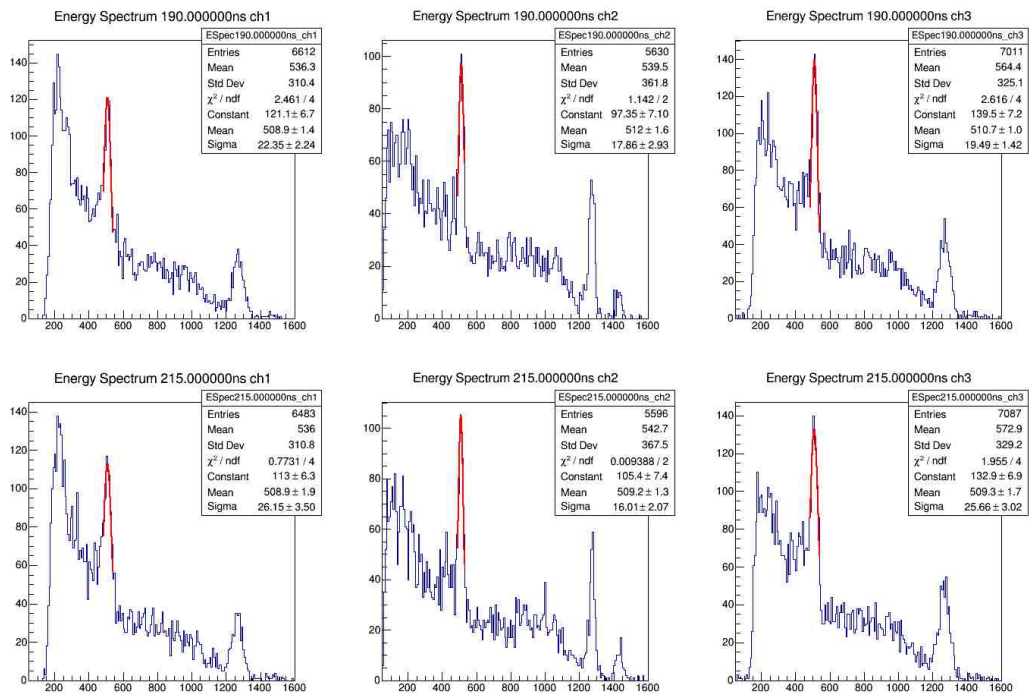


図 31 511keV フィッティング ( 上段 180ns ~ 200ns 下段 205ns ~ 225ns)

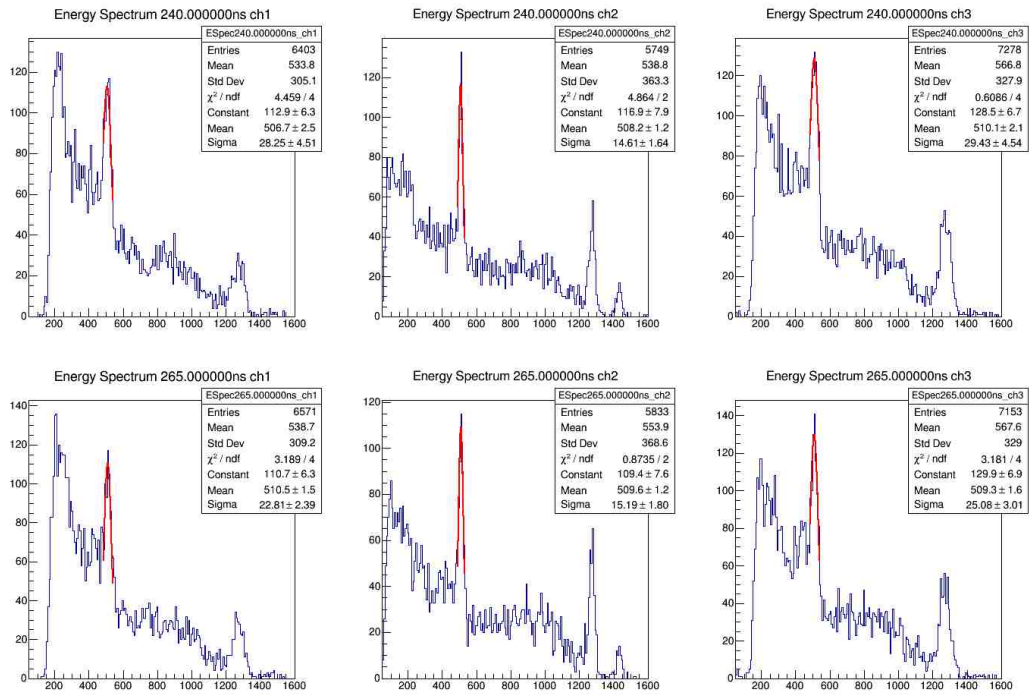


図 32 511keV フィッティング ( 上段 230ns ~ 250ns 下段 255ns ~ 275ns)

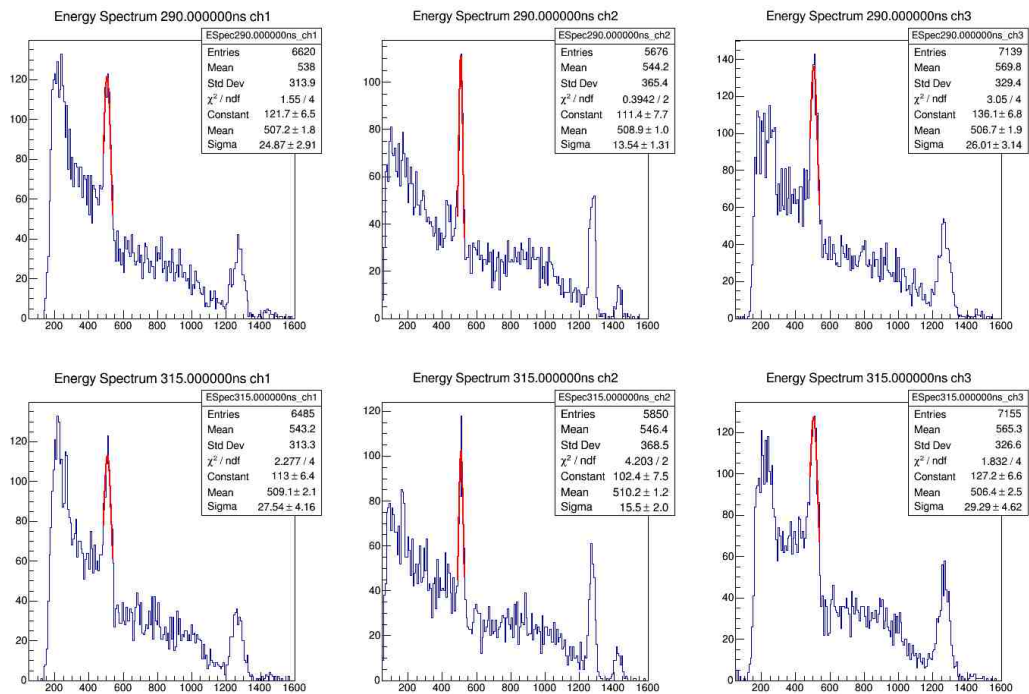


図 33 511keV フィッティング ( 上段 280ns ~ 300ns 下段 305ns ~ 325ns)

以上のデータを元に、チャンネルごとに pickoff 関数をフィッティングし、係数を決定する (図??)。

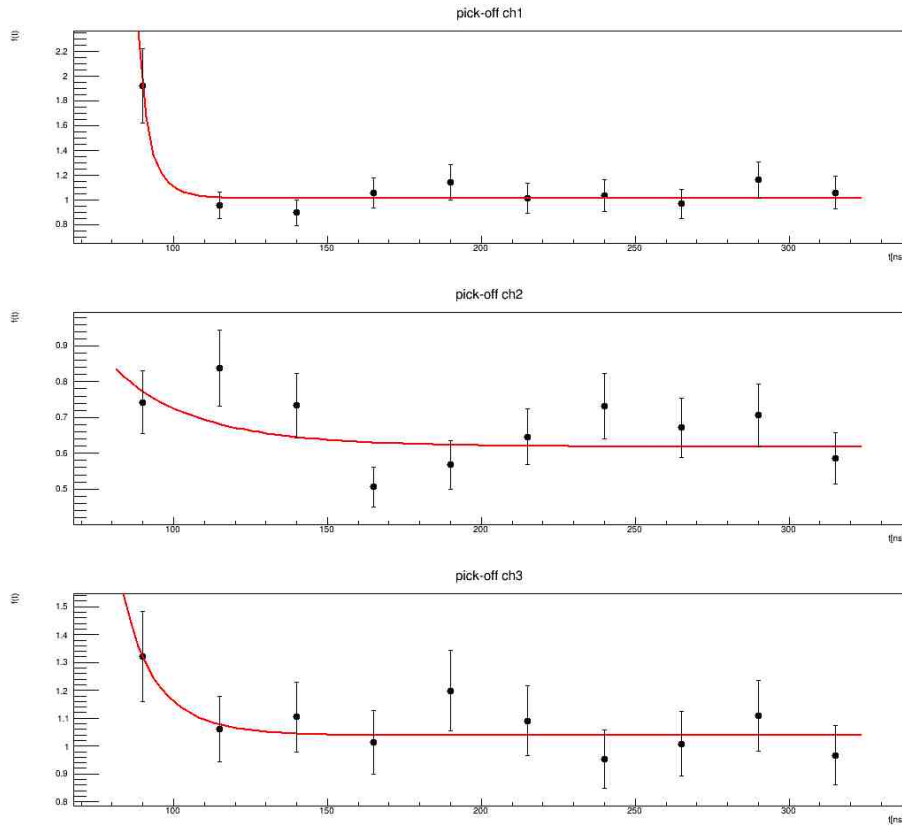


図 34 pick-off 関数を求めるフィッティング (上から ch1,ch2,ch3)

横軸は時間、縦軸はデータから計算した式 (2.44) の値であり、これらのデータ点に対し理論式 (2.45) をフィットしたのが赤線である。

#### 4.5 寿命曲線のフィット

以上より求めた pickoff 関数で寿命曲線を 20ns から 400ns までフィッティングした結果が図 35 である。ch1 以外では、pickoff 関数がうまく fitting 出来なかった影響がうまくフィッティングできていない。これについては後述する。寿命の測定には磁場による量子振動による影響のない ch1 のみを考えればよく、ch1 のフィッティング結果は表 3 のようになった。

	ch1
$p_0$	$8987 \pm 5291.7$
$p_1$ (寿命 [ns])	$111.2 \pm 19.8$
$p_2$	$729.8 \pm 3.2$

表 3 寿命曲線フィッティング結果 (ch1)

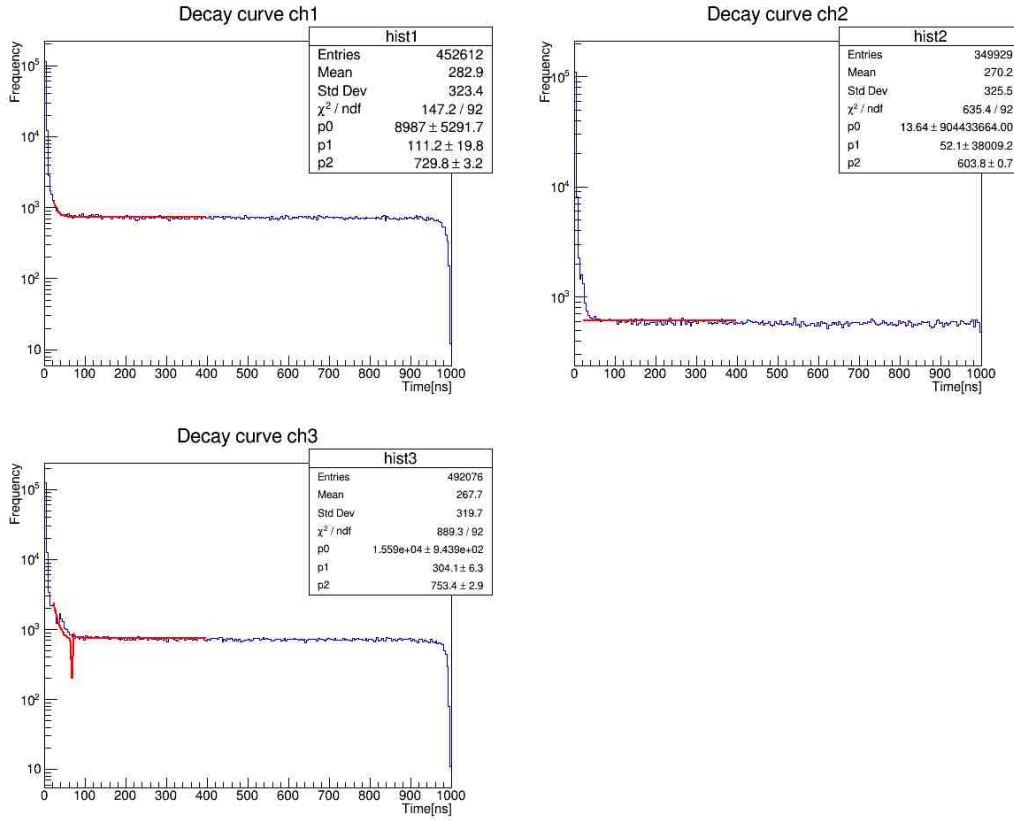


図 35 pick-off 補正後の寿命曲線フィッティング。  
ch1:NaI(真ん中)、ch2:LaBr<sub>3</sub>(左)、ch3:NaI(右)。

#### 4.6 量子振動について

量子振動のようなものが見えたため、ch2:+45° と ch3:-45° の寿命曲線に対し振動を考慮した fit を行った。その fit 式は以下のものである。

$$\begin{aligned}
 (\text{カウント数}) = & p_0 \left( \frac{3}{4} \exp \left[ - \left( \Gamma_{ortho} + \frac{\zeta^2}{4} \Gamma_{para} \right) (t - p_3) \right] + \frac{5}{4} \exp \left[ -\Gamma_{para} (t - p_3) \right] \right. \\
 & \left. \pm \frac{P}{2} \exp \left[ - \left( \Gamma_{ortho} + \frac{\zeta^2}{8} \Gamma_{para} \right) (t - p_3) \right] \sin[p_1 (t - p_3)] \right) + p_2 \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

ここに、 $1/\Gamma_{ortho} = 142\text{ns}$ 、 $1/\Gamma_{para} = 0.125\text{ns}$ 、 $\zeta = 0.0254$ 、 $P = 0.3$  であり、 $\pm$  は  $\pm 45^\circ$  に複合同順である。fit の様子を図 36 に示す。また、ch3 と ch2 の寿命曲線をそれぞれ規格化して差をとったものについても式 (4.1) の差をとった式

$$(\text{カウント数}) = p_0 \left( P \exp \left[ - \left( \Gamma_{ortho} + \frac{\zeta^2}{8} \Gamma_{para} \right) (t - p_3) \right] \sin[p_1 (t - p_3)] \right) + p_2 \quad (4.2)$$

でフィッティングした。規格化の方法としては、まずそれぞれの曲線がほとんど平坦になったところで 0 になるように定数を引いてから、ピークの高さを合わせる形で行った。その fit の様子は図 37 に示す。これに示さ

れた通り、2 こぶのように見えるところが 1 こぶとみなされていたのでそれぞれのこぶについても fitting を行った。それらの様子を図 38、39 に示す。それらをまとめた fitting 結果を表 4 に示す。

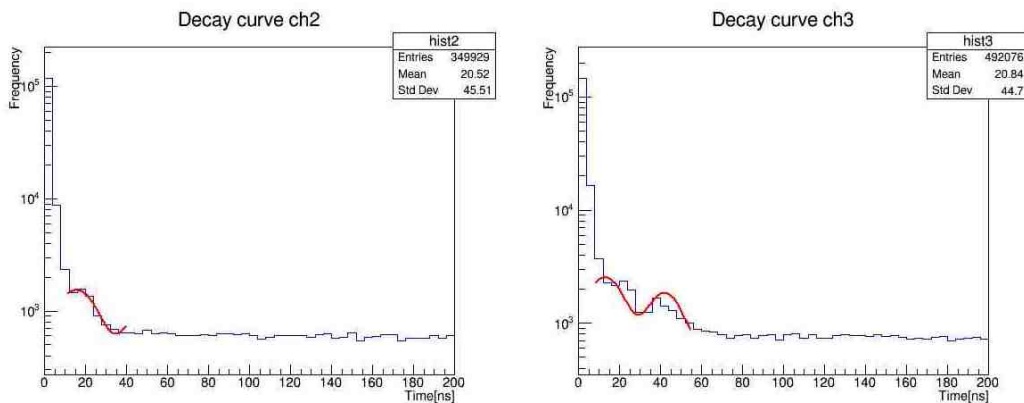


図 36 寿命曲線の量子振動フィッティング。ch2:+45°、ch3:-45°。

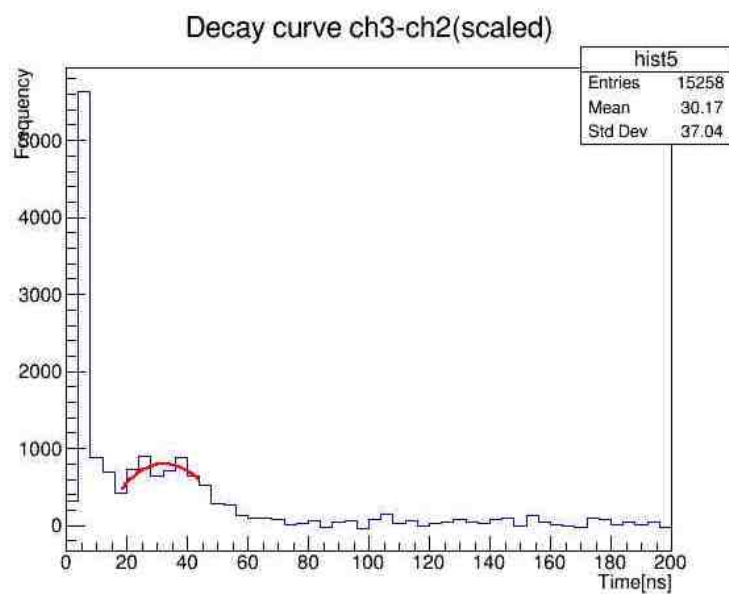


図 37 ch2、ch3 の寿命曲線の差の量子振動フィッティング。(18ns-44ns)

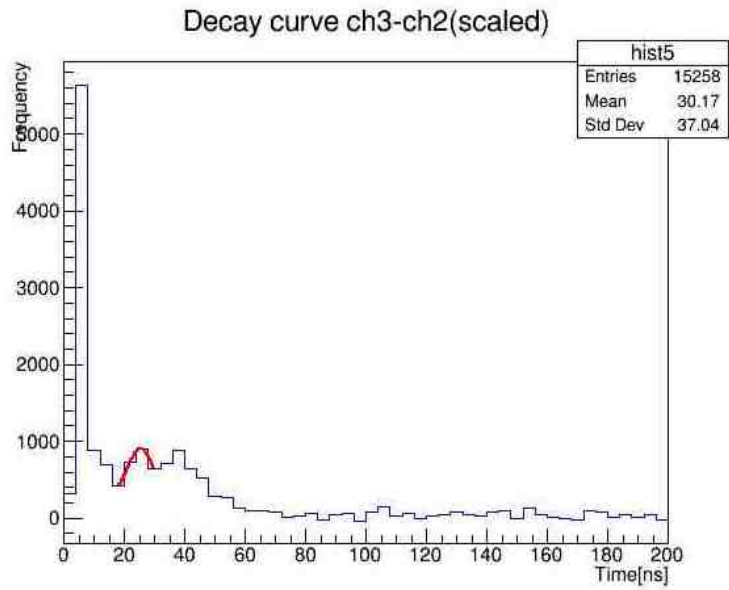


図 38 ch2、ch3 の寿命曲線の差の量子振動フィッティング。(18ns-30ns)

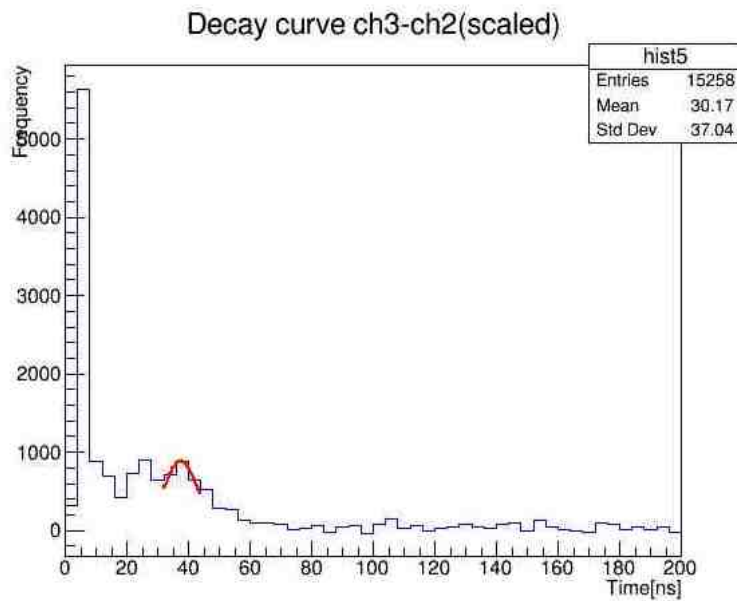


図 39 ch2、ch3 の寿命曲線の差の量子振動フィッティング。(32ns-44ns)



ch	振動周期
ch2	$33.4 \pm 1.62\text{ns}$
ch3	$28.9 \pm 0.44\text{ns}$
ch3-ch2(18ns-44ns)	$250.9 \pm 25.3\text{ns}$
ch3-ch2(18ns-30ns)	$17.2 \pm 2.01\text{ns}$
ch3-ch2(32ns-44ns)	$21.7 \pm 27.5\text{ns}$

表4 量子振動フィッティング結果

## 5 考察

### 5.1 寿命について

磁場を考慮した上での寿命は約 121ns であるので、今回の結果である  $111.2 \pm 19.8\text{ns}$  はいい結果と言えるだろう。しかし誤差が約 18% と少し大きい結果になっている。この誤差は斜め方向の ch2, ch3 において寿命 fitting がうまくいかなかったことにも繋がるが、pick-off 補正関数がいかにうまく fit 出来るかに大きく依存していると思われる。(pick-off 関数に関しては後述)

また、観測される寿命は fit の範囲によっても変わる。今回採用した 20ns-400ns は 2018 年度 P1 ポジトロニウム実験での仮実験「消しゴムの実験」により導かれた範囲をそのまま用いた。概要：シリカパウダーの代わりに消しゴムを置いてそれ以外同じ実験をすることで、ほとんど p-Ps しかできない状況を作り、p-Ps の成分がどの時間で小さくなるかを測る実験。本来はこれを今年も行って fit 範囲を決めるべきであったが、時間の関係上それはできなかった。

### 5.2 pick-off 関数について

重要でありながら毎年私たちの頭を悩ませてくる pick-off 関数だが、やはり今年も厄介であった。まず、pick-off 関数の fit 範囲を決定するために 5ns 毎に  $t = 20\text{ns}$  から計算した。pick-off 関数は減少関数であって欲しいところだが、例年のごとく振動のようなものが見える。そこで減少関数として扱える範囲として(主に 1ch を中心に考えて) $t = 90\text{ns}$  から取ってくることにした。こうすることで、ch1 に関してはある程度うまく fitting することができた。昨年度の考察では、磁場が pick-off 関数も振動させる可能性について言及されていたが、 $0^\circ$  である ch1 でも振動が見えるので、まずもっと根本的なところにこの振動の原因はあるのだと思う。低時間帯では特に何らかの理由で仮定である相似性が破れているということはあると思うが、その詳細はよくわからない。また、ch2,3 の方が ch1 よりも減少性が微妙であるので pick-off 反応に対する磁場の影響は実際にあるのかもしれない。

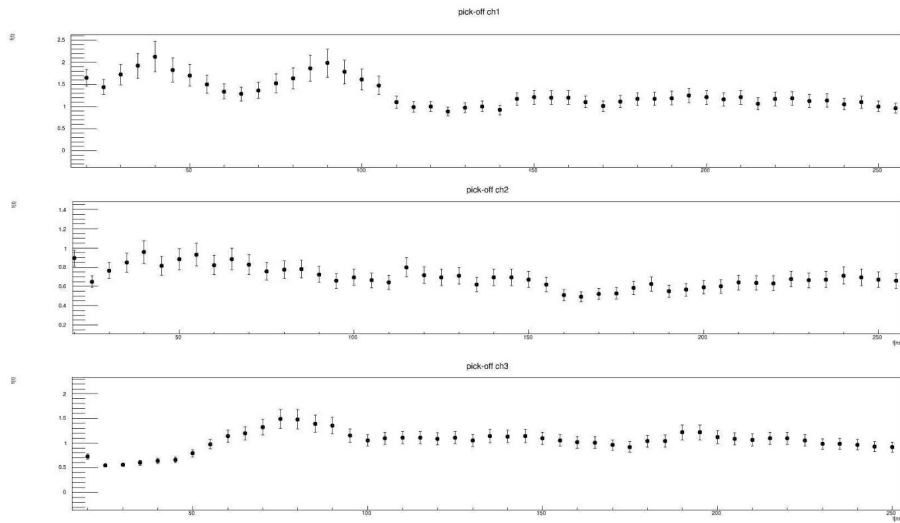


図 40 fitting 前の pick-off 関数 (上から ch1,ch2,ch3)

ただ、今回は例えば 2018 年度の実験に比べ遮蔽が不十分であったと感じる。2018 年度では 1275keV がほとんど取り除けているのに対し今年度は明らかに見えている。

1275keV の反応は Ps の崩壊や pick-off 反応では生じず、 $^{22}\text{Na}$  からの直接の放射線であるので、すなわち今年度は遮蔽が十分でなく直接放射線が除き切れていないことを意味している。 $^{22}\text{Na}$  には 511keV のものも含まれるので、これが影響を及ぼしている可能性は大いにある。実際に 2018 年度では今年度と比べて非常に綺麗な pick-off 関数のプロットが得られている。

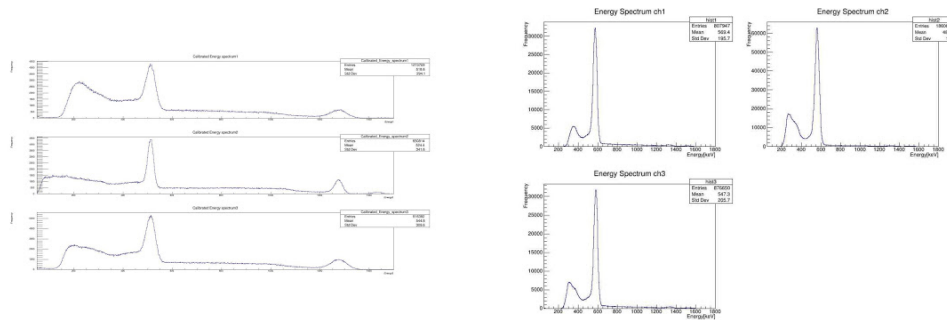


図 41 エネルギースペクトラム (左:今年度 右:2018 年度)

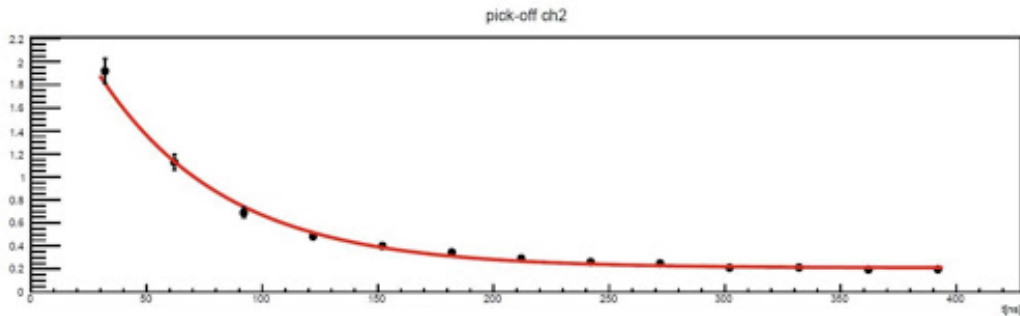


図 42 2018 年度の NaI(ch2) の pick-off 関数 fitting

寿命の誤差についても 2018 年度では 1 桁台ととても小さくなっている。以上のことから考えられる最も分かりやすい改善点としては、遮蔽の鉛を増やすことである。具体的には、2018 年度ではプラスチックシンチレータやシリカパウダーを格納する容器も鉛でできていたので、ハルバッハ配列の容器を鉛で作るのは（予算を考えなければ）最も簡単な改善だと思われる。後はもっと鉛の配置について色々試してみるべきだったと思う。来年度ももしこの研究が引き継がれる場合は、遮蔽のための工夫について頑張ってみて欲しいと思う。

### 5.3 振動について

今回、例年では見えなかった振動のようなものが見えた。しかし、これが振動とすると 1 周期程度しか見えていないことになる。考えられる理由としては、振動周期が磁場に依存しており、かつ磁場が完全には一様でないため様々な周期の波が混ざってしまい、十分に時間が経ったところでは打ち消し合ってしまう為であると思われる。これについては次ページの図 43 を参照するとわかりやすいだろう。

1 周期分と思われる部分での fit 結果としては、理論値の 31.4ns に対して ch2,ch3 それぞれに対しては  $33.4 \pm 1.62\text{ns}$ 、 $28.9 \pm 0.44\text{ns}$  と近い値が出ているので、やはり振動である可能性は高く思える。ただし、それぞれの ch に対しての差の fitting に関してはあまりうまくできなかった。そういったうまく fitting 出来ない問題の原因はやはり時間分解能や、統計誤差によるものに思える。特に時間分解能は FADC の 4ns ごとに bin が生成されるという特性上回避が少し難しそう、今後の課題になるであろう。

なぜ去年見えなかったのに今年は見えたのかという疑問が浮かぶが、これは恐らくハルバッハ配列の容器に鉛をはめ込んだことによる遮蔽などが効いているのだと思われる。遮蔽は正義。

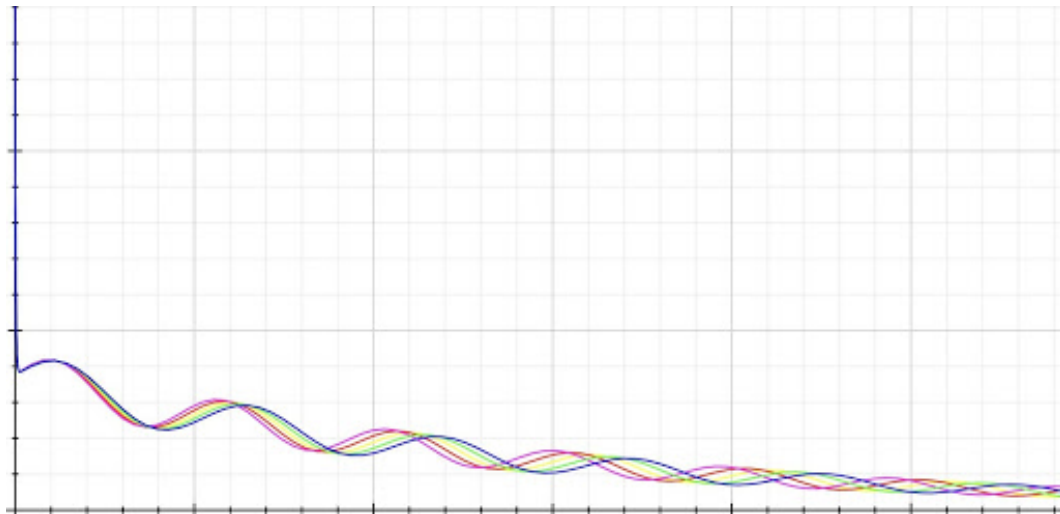


図 43 カウント数の理論式から描いたグラフ (磁場に±3%の誤差がある場合) ピンク:+3% 青:-3%

## 6 さいごに

今年度は前年度までの結果を踏まえ、様々な改良を行った。その結果、寿命に関して  $111.2 \pm 19.8\text{ns}$  と割と良い値が得られたように思われる。そしてついに量子振動らしきものが見られ、その振動周期も  $33.4 \pm 1.62\text{ns}$ 、 $28.9 \pm 0.44\text{ns}$  と、そこまで理論値から外れていない値が得られている。しかし Pick-off 関数のゆらゆらに関しては何もわからないままである。これについては遮蔽が大いに有効になりえるかもしれない。

量子振動がついに見えたのは昨年度までの実験からの大きな進展である。来年度以降にももし引き継がれるのであれば、より実験の精度を高められるよう期待している。

## 謝辞

本実験を行うにあたり、指導教官の市川先生、TA の栗林さん、その他沢山の方々にお世話になりました。この場をお借りして感謝申し上げます。一年間ありがとうございました。

## 参考文献

- [1] A.Kawasuso, M.Maekawa, 2008, “Spin-polarization of an electro-static positron beam”
- [2] V G Baryshevsky et al, 1989, “Oscillations of the positronium decay  $\gamma$ -quantum angular distribution in a magnetic field”
- [3] Peskin, Schroesder, “An introduction To Quantum Field Theory(T)”
- [4] 過去の P1 レポート ・ 2019 久代翔大, 古田悠馬, 吉村宣倅 ・ 2018 大山 修平, 中山 悠平, 服部 爽音  
・ 2014 赤塚駿一, 中川裕也, 松本滉平, 向井大智, 山本貴宏