

Compton 散乱を用いた Bell の不等式の破れの検証

前田涼太 高原彰吾

March 28, 2023

Contents

1	イントロダクション	3
2	理論	3
2.1	局所实在論と EPR パラドックス	3
2.2	Bell の不等式	3
2.2.1	CHSH 不等式	3
2.2.2	CHSH 不等式の導出	4
3	実験原理	4
3.1	Bell の不等式の破れ	4
3.2	Compton 散乱	5
3.3	κ の算出	6
4	実験方法	8
4.1	実験概要	8
4.2	実験器具	10
4.3	回路	10
5	解析	10
5.1	Calibration	10
5.2	生データ	14
5.3	解析方法とその結果	15
6	考察	18
6.1	ノイズについて	18
6.2	角度の計測について	19
6.3	データ数について	20
6.4	不可解なピーク	21
7	結論	21
8	謝辞	21

1 イントロダクション

本実験は、現在ではその成立が古典論の範囲で認められ、量子論の範囲ではその限りではないと知られている局所实在論を前提にして導かれた Bell の不等式が量子論の範囲で破れることを、Compton 散乱を用いて示すことにより、量子力学の妥当性と局所实在論の破れの検証を試みる実験である。

2 理論

2.1 局所实在論と EPR パラドックス

スピン 0 の粒子が反応し、スピンをもつ粒子が 2 つ生成されるとすると、角運動量保存則から

(a) 一方のスピンが上向きならば、もう一方のスピンは下向きである

そしてこれを（光速でさえも）情報が伝わらないほど距離を離れた状態で、生成したそれぞれの粒子のスピンを測定する状況を考える。このとき、局所实在論を仮定すると

(b) 一方の測定結果は、もう一方の測定結果に（光速を超えて）影響を及ぼさない（局所性）

(c) 任意の測定結果は測定前から決まっている（实在性）

が得られる。一見 (a)~(c) は相互に矛盾しており（EPR パラドックス）、局所实在論の破綻を主張するものと思われる。しかし、Einstein、Podolsky、Rosen の 3 人は、観測値は我々の知らない隠れた変数により、測定前から決まっているとする「隠れた変数理論」によって、局所实在論の正当性を主張した。

2.2 Bell の不等式

2.2.1 CHSH 不等式

CHSH 不等式は、John Clauser、Michael Horne、Abner Shimony、Richard Holt の 4 人によって導かれた、Bell の不等式を構成する式の 1 つである。今、状態 $|\psi\rangle$ に対して物理量 \hat{O} を観測するとする。隠れた変数理論によると観測値は測定する前に隠れた変数 λ によって決定されている。すなわち、状態 $|\psi, \lambda\rangle$ を観測すると観測値 $O(\lambda)$ を得ると考える。物理量 \hat{O} をもつ粒子のアンサンブルにおける隠れた変数 λ の分布を $\rho(\lambda)$ ($\int d\lambda \rho(\lambda) = 1$) とすると、 \hat{O} の期待値は

$$\langle \hat{O} \rangle = \int d\lambda \rho(\lambda) O(\lambda) \quad (1)$$

隠れた変数理論が量子力学と整合するなら、これが量子力学的期待値 $\langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle$ と一致するはずである。今、観測量としてそれぞれ ± 1 をとる 2 粒子系を考えると、全スピン 0 の光子対の状態は

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}(-|xy\rangle + |yx\rangle) \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $|x\rangle, |y\rangle$ はそれぞれ x 偏光状態、 y 偏光状態であり

$$|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \quad (3)$$

$$|\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle - i|y\rangle) \quad (4)$$

はスピン ± 1 の固有状態でそれぞれ右円偏光、左円偏光に対応する。このとき、物理量 $|\hat{O}\rangle$ は偏光、単位ベクトル \mathbf{n} は例えば x 軸方向の単位ベクトル、観測値 ± 1 はそれぞれ x 偏光状態、 y 偏光状態に対応する。

2 粒子系の状態 $|\psi\rangle$ の物理量 \hat{O} を 2 地点 A, B で、それぞれ方向 \mathbf{a}, \mathbf{b} について観測し、A, B での測定値を

それぞれ $\alpha(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1, \beta(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1$ とする。ただし、一方の観測によって他方の結果が確定しないように $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$ とする。このとき、A,B の観測値の積の期待値、すなわち相関関数は

$$\langle \alpha\beta \rangle = \int d\lambda \rho(\lambda) \alpha(\mathbf{a}, \lambda) \beta(\mathbf{b}, \lambda) \quad (5)$$

となる。

$\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{a}_4$ を互いに異なる単位方向ベクトルとし、 $\alpha_i = \alpha(\mathbf{a}_i, \lambda) = \pm 1, \beta_i = \beta(\mathbf{b}_i, \lambda) = \pm 1 (i = 1, 2, 3, 4)$ とすると、CHSH 不等式は次のように書ける。

$$|\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| + |\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| \leq 2 \quad (6)$$

2.2.2 CHSH 不等式の導出

$$\begin{aligned} |\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| &= \left| \int d\lambda \rho(\lambda) \alpha_1 \beta_2 - \int d\lambda \rho(\lambda) \alpha_1 \beta_3 \right| \\ &= \left| \int d\lambda \rho(\lambda) \alpha_1 (\beta_2 - \beta_3) \right| \\ &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) |\alpha_1| |\beta_2 - \beta_3| \\ &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) |\beta_2 - \beta_3| \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} |\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| &= \left| \int d\lambda \rho(\lambda) \alpha_4 (\beta_2 + \beta_3) \right| \\ &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) |\beta_2 + \beta_3| \end{aligned} \quad (8)$$

となる。 $\beta(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1$ であることを踏まえると、以下のいずれかが必ず成り立つことが分かる。

$$\beta_2 - \beta_3 = 0 \text{ かつ } \beta_2 + \beta_3 = \pm 2 \quad (9)$$

$$\beta_2 - \beta_3 = \pm 2 \text{ かつ } \beta_2 + \beta_3 = 0 \quad (10)$$

よって、

$$|\beta_2 - \beta_3| + |\beta_2 + \beta_3| = 2 \quad (11)$$

式(9),(10)を辺々加えて、 $\int d\lambda \rho(\lambda) = 1$ を用いると CHSH 不等式(6)を得る。

3 実験原理

3.1 Bell の不等式の破れ

全スピン0のパラ・ポジトロニウムの γ 崩壊により γ 線対が back-to-back で放射され、これを異なる地点A,Bで観測する。地点Aでの偏光面を xy 軸で、地点Bでの偏光面を $x'y'$ 軸でとる。また $x'y'$ 軸が xy 軸に対して角度 ϕ だけ傾いているとすると

$$|x\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi \quad (12)$$

$$|y\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi \quad (13)$$

A,B地点で x 偏光のとき $\alpha = \beta = +1$ 、 y 偏光のとき $\alpha = \beta = -1$ となる観測量として α, β を定義する。このとき、相関関数 $\langle \alpha\beta \rangle$ は、量子力学に基づく

$$\begin{aligned} \langle \alpha\beta \rangle &= \langle \psi | \alpha\beta | \psi \rangle \\ &= \frac{1}{2} \{ -(\sin \phi \langle xx' | + \cos \phi \langle xy' |) + (\cos \phi \langle yx' | - \sin \phi \langle yy' |) \} \\ &\quad \alpha\beta \{ -(|xx'\rangle \sin \phi + |xy'\rangle \cos \phi) + (|yx'\rangle \cos \phi - |yy'\rangle \sin \phi) \} \\ &= \frac{1}{2} (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi) - \frac{1}{2} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \\ &= -\cos 2\phi \end{aligned} \quad (14)$$

となる。単位方向ベクトル \mathbf{a}_i と \mathbf{a}_1 のなす角を ϕ_i とすると、 $\phi_1 = 0, \phi_2 = 3\pi/8, \phi_3 = \pi/8, \phi_4 = \pi/4$ のとき、CHSH 不等式 (7) の左辺の量は最大となり

$$\begin{aligned} (7) \text{ の左辺} &= |-\cos 2(\phi_4 - \phi_2) - \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |-\cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| \\ &= 2\sqrt{2} > 2 \end{aligned} \quad (15)$$

となり、CHSH 不等式が破れていることが分かる。

今、隠れた変数理論として相関関数が

$$\langle \alpha\beta \rangle = -\kappa \cos 2\phi \quad (16)$$

のような形で書けると仮定しよう。このとき

$$\begin{aligned} (7) \text{ の左辺} &= |-\kappa \cos 2(\phi_4 - \phi_2) - \kappa \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |-\kappa \cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \kappa \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| \\ &\leq |\kappa| \{ |-\cos 2(\phi_4 - \phi_2) - \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |-\cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| \} \\ &\leq 2\sqrt{2}|\kappa| \end{aligned} \quad (17)$$

以上から、任意の ϕ に対して CHSH 不等式が成り立つには条件

$$2\sqrt{2}|\kappa| \leq 2$$

すなわち

$$|\kappa| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0.707 \quad (18)$$

が満たされなければならないことが分かる。

よって、本実験により κ を測定し、上記の条件が満たされていないならば隠れた変数理論を否定できる。一方、量子力学が正しいとすると、式 (14) から $\kappa = 1$ という対応関係があることになる。

3.2 Compton 散乱

本実験で観測したい 511keV の γ 線は波長が短いいため直接観測することが難しい。そのため、Compton 散乱を利用して γ 線の偏光を間接的に観測する。次の図のように散乱角 θ と、散乱面と偏光面のなす角 η を定義する。

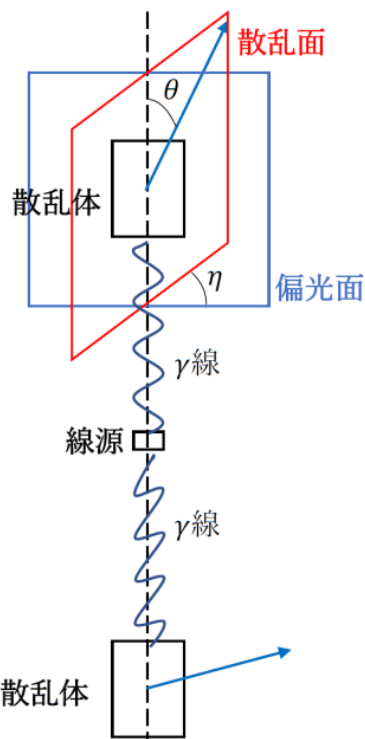


Figure 3.1: Compton 散乱

このとき、微分断面積は Klein-仁科の式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left(\frac{k^2}{k_0^2} \right) (\gamma - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta) \quad (19)$$

で書けることが知られている。ただし

$$r_e = \frac{\hbar \alpha}{m_e c}$$

$$k = \text{散乱 } \gamma \text{ 線の波数} = \frac{k_0}{1 + \frac{\hbar k_0}{m_e c} (1 - \cos \theta)}$$

$$k_0 = \text{入射 } \gamma \text{ 線の波数}$$

$$\gamma = \frac{k}{k_0} + \frac{k_0}{k}$$

$$\alpha = \text{微細構造定数} \approx \frac{1}{137}$$

$$m_e = \text{電子の質量}$$

$$c = \text{光速}$$

3.3 κ の算出

今回、観測値は $\alpha, \beta = \pm 1$ の計 4 状態であり、これらの相関関数と物理的な要請から地点 A, B での観測値がそれぞれ α, β となる確率 $p_{\alpha\beta}(\phi)$ (以下では観測値の 1 は省略し、その符号のみを書くものとする) を求める。物理的な要請として以下の 3 つを課す。

条件 1 地点 A, B の入れ替えに対する対称性

条件2 地点 A,B の偏光面を同じ角度だけ回転させる操作に対する対称性
 条件3 各状態の確率の総和は 1

条件1 から α, β の対称性より、 $p_{+-}(\phi) = p_{-+}(\phi)$
 条件2 から xy 平面、 $x'y'$ 平面を同時に $\pi/2$ 回転させても確率は保存するので、 $p_{++}(\phi) = p_{--}(\phi)$
 条件3 から $p_{++}(\phi) + p_{+-}(\phi) + p_{-+}(\phi) + p_{--}(\phi) = 1$

以上の要請と相関関数から

$$2p_{++}(\phi) + 2p_{+-}(\phi) = 1 \quad (20)$$

$$\langle \alpha\beta \rangle = 2p_{++}(\phi) - 2p_{+-}(\phi) = -\kappa \cos 2\phi \quad (21)$$

これを連立させて解くと

$$\begin{aligned} p_{++}(\phi) = p_{--}(\phi) &= \frac{1 - \kappa \cos 2\phi}{4} \\ p_{+-}(\phi) = p_{-+}(\phi) &= \frac{1 + \kappa \cos 2\phi}{4} \end{aligned} \quad (22)$$

これを Klein-仁科の式に用いることで、放射された光子対が地点 A,B で散乱されて検出器に入射する確率 $P(\phi)$ を求めることができる。散乱角 $\theta = \pi/2$ とすると、散乱面と偏光面のなす角 $\eta = 0$ のとき散乱断面積は $\gamma - 2$ に比例し、 $\eta = \pi/2$ のとき γ に比例するので、式 (22) も用いると、確率 $P(\phi)$ は

$$\begin{aligned} P(\phi) &\propto p_{++}(\gamma - 2)^2 + p_{+-}(\gamma - 2)\gamma + p_{-+}\gamma(\gamma - 2) + p_{--}\gamma^2 \\ &= (\gamma - 1)^2 - \kappa \cos 2\phi \end{aligned} \quad (23)$$

今回、実験により得られる各角度 ϕ におけるイベント数は、確率 $P(\phi)$ に比例するので

$$N(\phi) = A - B \cos 2\phi \quad (24)$$

の形でフィッティングを行い A,B を測定する。式 (23)(24) の係数は比例関係にあるので、今求めたい κ は A,B を用いて

$$\kappa = \frac{B}{A}(\gamma - 1)^2 \quad (25)$$

と書ける。

これに γ および、実験により得られた A,B を代入することで、本実験における κ を算出する。

4 実験方法

4.1 実験概要

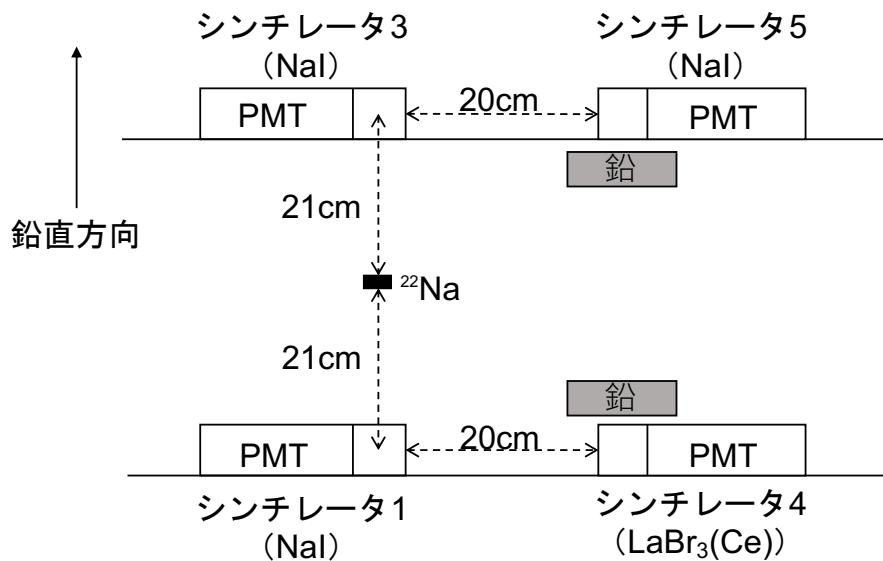


Figure 4.1: 装置模式図 (横)

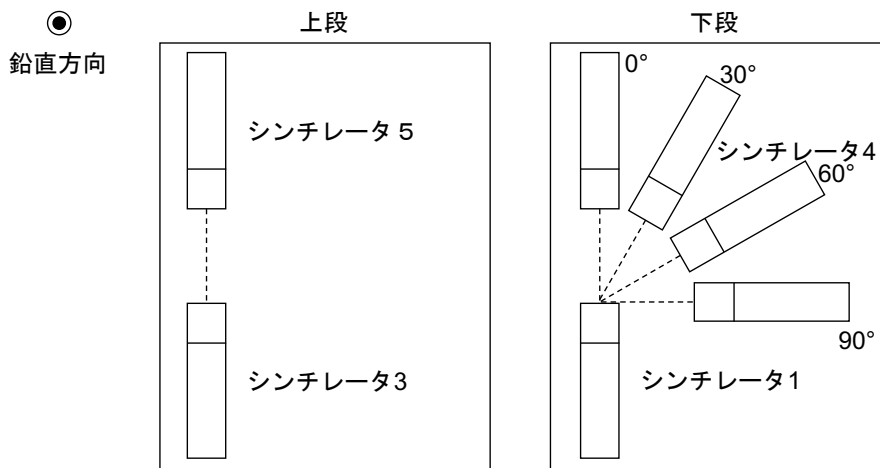


Figure 4.2: 装置模式図 (上)

Fig4.1は、装置を横から見た模式図である。まず、図の中央にある ^{22}Na 内部で β^+ 崩壊と γ 崩壊が起こる。このとき β^+ 崩壊により生じた陽電子 e^+ と、 ^{22}Na を覆うプラスチック内部に含まれる電子 e^- が対消滅を起こし、約511KeVのエネルギーをもつ γ 線をback-to-backに放出する。それら二つの光子を、上下二つのシンチレータ1、3 (NaI)で捉える。さらにシンチレータ内でおおよそ90°でCompton散乱された γ 線を、Fig4.1中のシンチレータ4 (LaBr₃(Ce))、シンチレータ5 (NaI)で捉える。シンチレータ4を、シンチレータ1を中心として回転させることで、 ϕ の値を調整した。ただし、シンチレータ4と5の向きが揃う位置を0°とし、そこから時計回りに30°ずつ移動させた (Fig4.2)。これら4つのシンチレータでcoincidenceをとることで、目的のイベントを取り出すことを期待した。

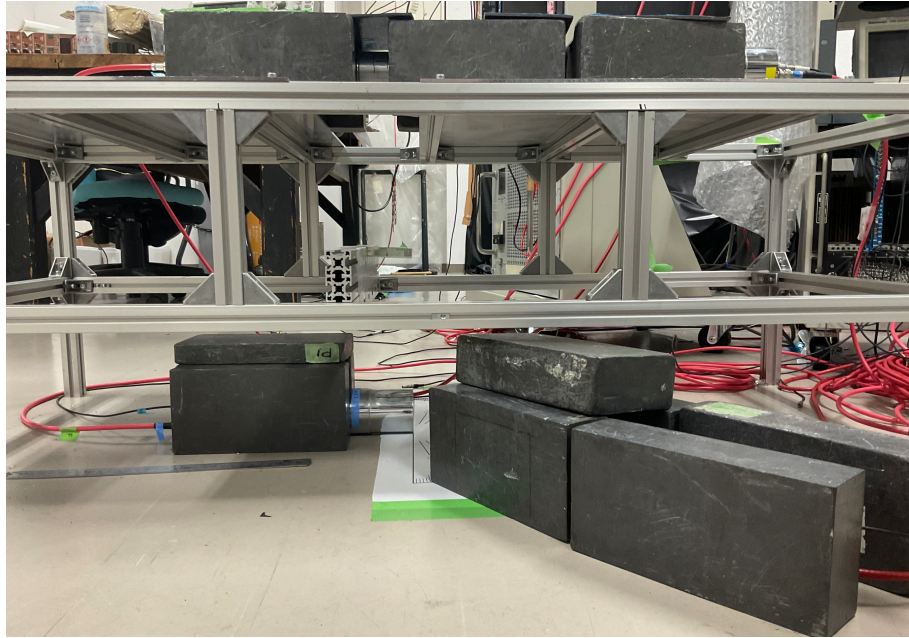


Figure 4.3: 装置概観 (横)

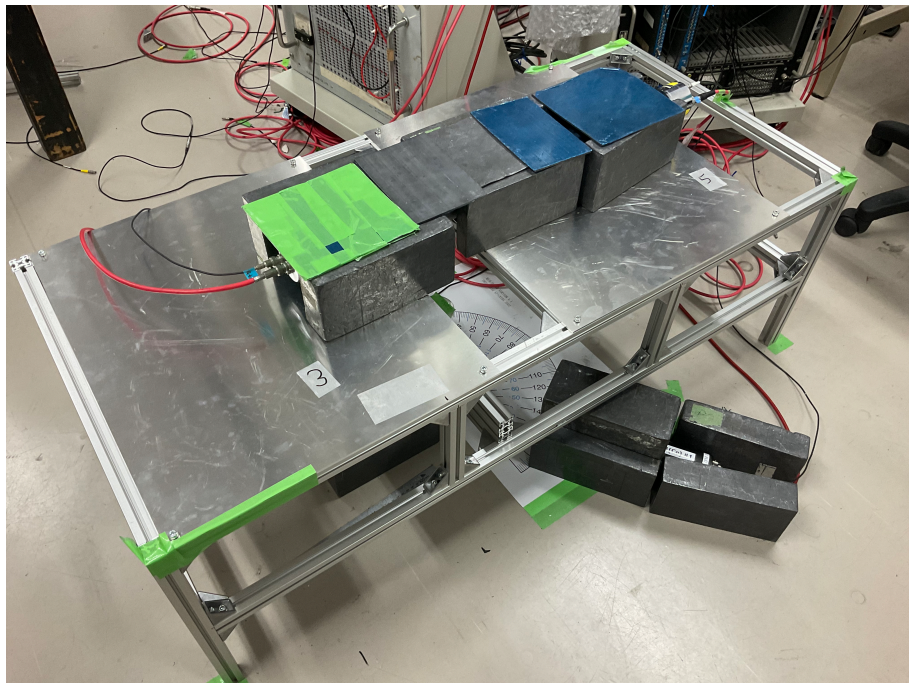


Figure 4.4: 装置概観 (上)

4.2 実験器具

実験に用いたのは以下の器具である。

- ^{22}Na : β^+ 線源。実験時、放射能は 0.3M bq であった。
- NaI シンチレータ (型番) : γ 線の検出に用いた。Hi-Vol はいずれも -1400V に設定した。
- $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータ (型番) : γ 線の検出に用いた。Hi-Vol は +1400V に設定した。
- 鉛ブロック : 目的ではない放射線の遮蔽に用いた。

以上を組み上げた様子を写した写真が、Fig4.3と Fig4.4である。

4.3 回路

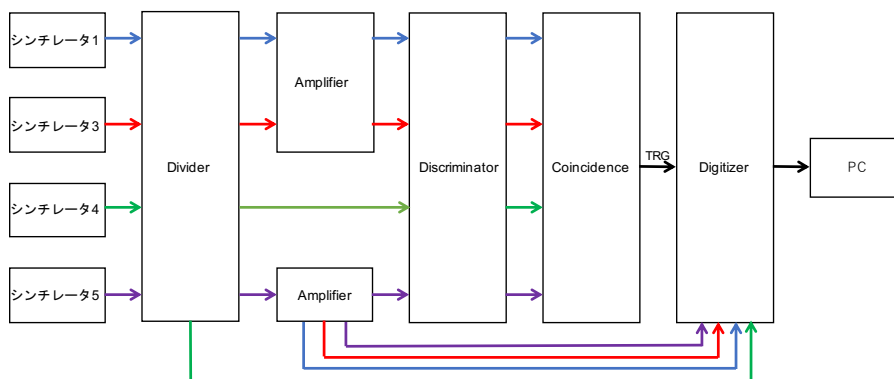


Figure 4.5: 回路の模式図

実験に用いたのは以下の回路モジュールである。

- Amplifer(X10) : 入力された信号を 10 倍に増幅して出力する。
- Coincidence : 複数の信号が同時に入力されたときに矩形波を出力する。本実験では、矩形波の時間幅を 200ns に設定した。
- Digitizer : 入力された信号を記録し、.txt ファイルとして PC に保存する。
- Discriminator : 設定した閾値を超えたときに矩形波を出力する。本実験では、閾値を 12mV、矩形波の時間幅を 100ns に設定した。
- Divider : 入力された信号を 2 分割する。ただし波形の大きさは 0.5 倍される。

以上を、Fig4.5のように組んだ。放射線を検知すると、その信号は Divider と Amp によって、シンチレータ 4 では 0.5 倍、それ以外では 5 倍されて Discr i に入力される。それぞれの信号によって Discr i から矩形波が出力され、4 つの矩形波が同時に入力されたとき、生波形を Digitizer で計測する。

5 解析

5.1 Calibration

本実験では、Digitizer を用いて粒子のエネルギーを測定したので、 ^{22}Na (511KeV、1275KeV) と ^{137}Cs (662KeV) のスペクトルを 1 分間計測し、角度毎の計測終了時に、ADC カウントとエネルギーの値について calibration を行った。それぞれのエネルギーのピークは gaussian で fitting した。fitting の結果求めた gaussian の中心の値と実際のエネルギーは比例関係にあると考えたため、それらについて

$$y = ax + b \quad (26)$$

の形で fitting を行った。ただし x は ADC カウントの値、 y はエネルギー [KeV] の値を表す。
 Fig5.1～Fig5.4にシンチレータ4の生データ、Fig5.5～Fig5.8にシンチレータ5の生データを示している。ただし、有用なデータの範囲を考慮して、シンチレータ4、5のグラフのbin幅をそれぞれ200、100として、横軸（ADC カウント）の最大値をそれぞれ10000、50000とした。

また、caribration の一例として、excel 上で行った 0° での線形 fitting の結果を Fig5.9に示している。calibration の結果は Tab5.1に示している。また参考として、Tab5.1には計測したいピークである 256KeV に対応する ADC カウントの値も示している。

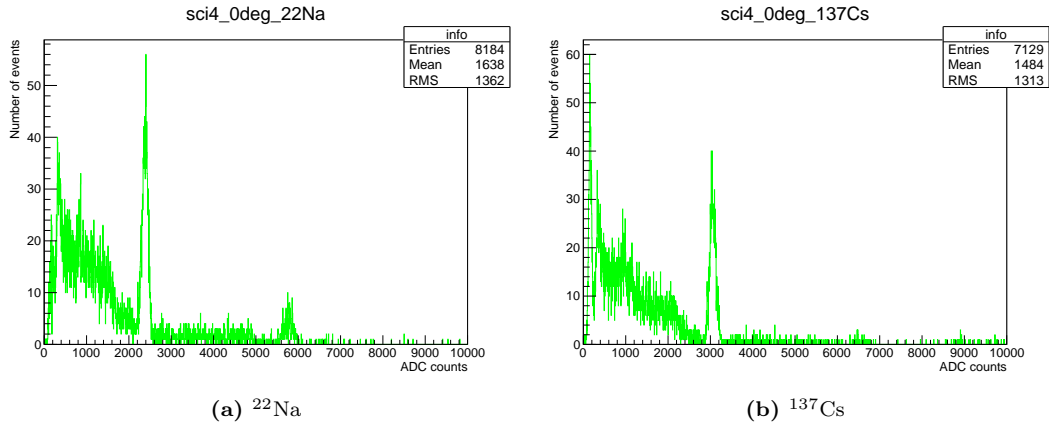


Figure 5.1: 0° でのシンチレータ4による波形

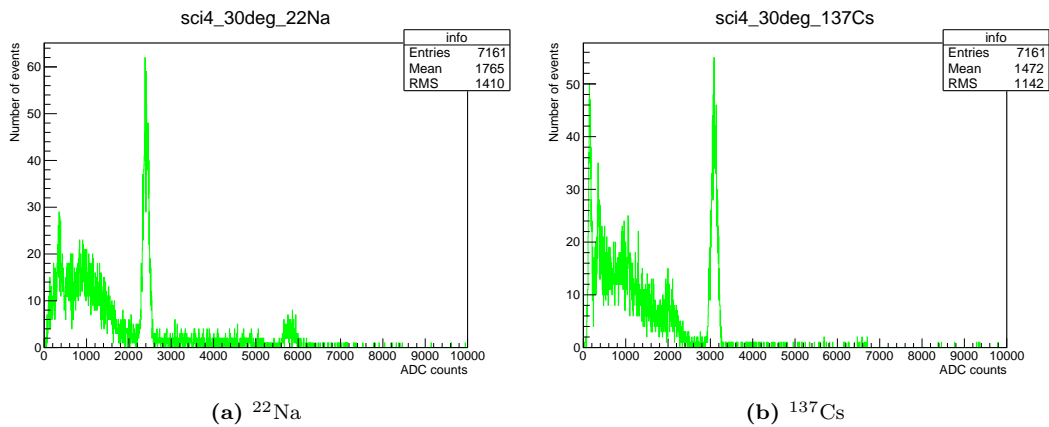


Figure 5.2: 30° でのシンチレータ4による波形

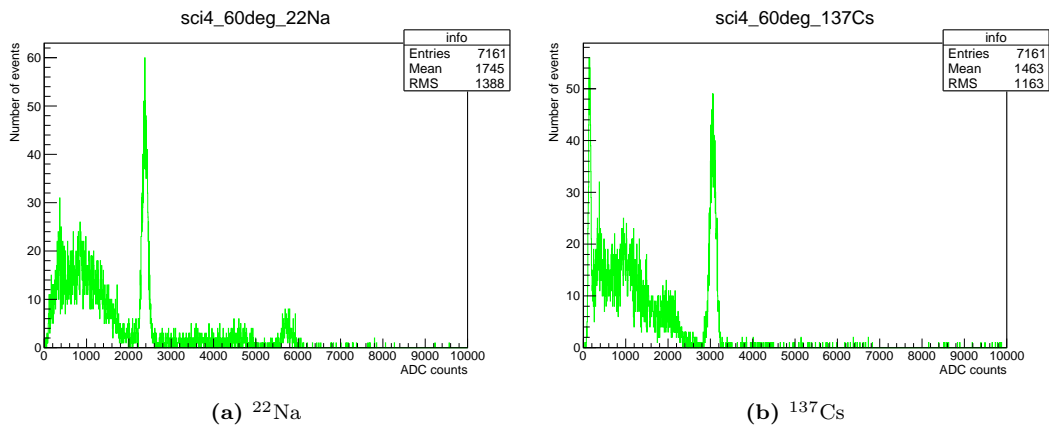


Figure 5.3: 60° でのシンチレータ4による波形

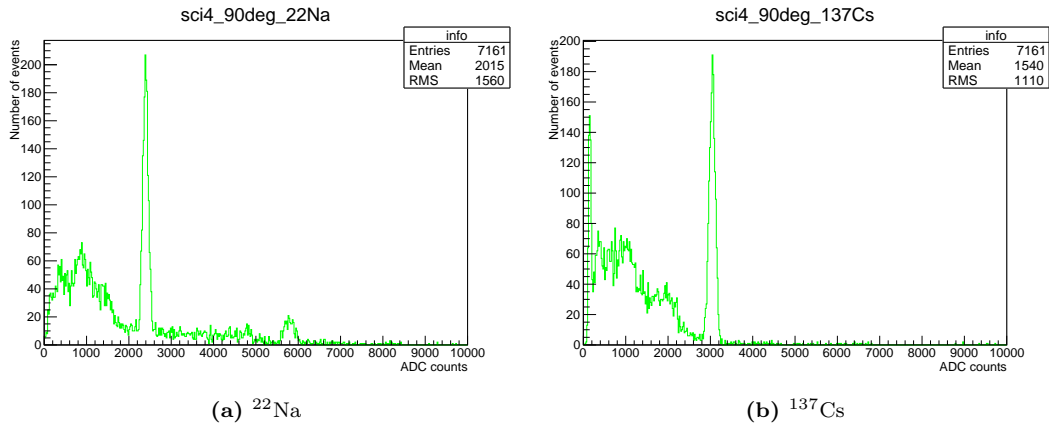


Figure 5.4: 90° でのシンチレータ 4 による波形

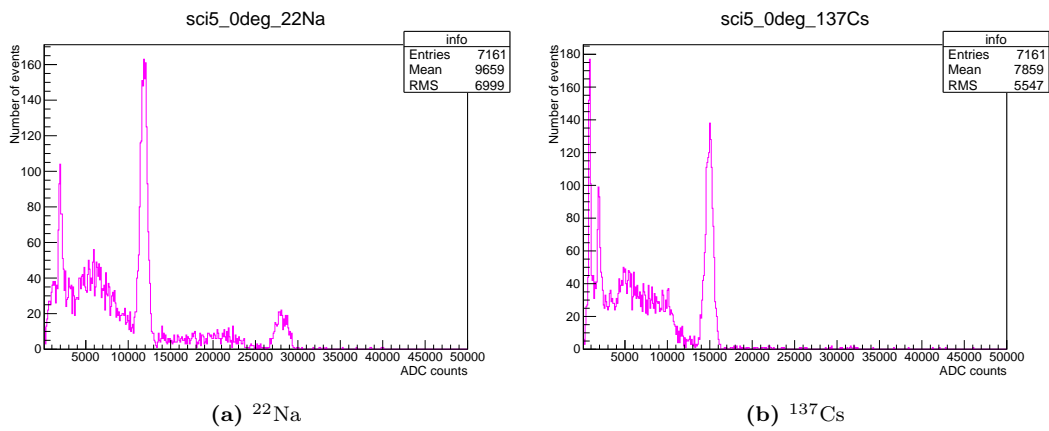


Figure 5.5: 0° でのシンチレータ 5 による波形

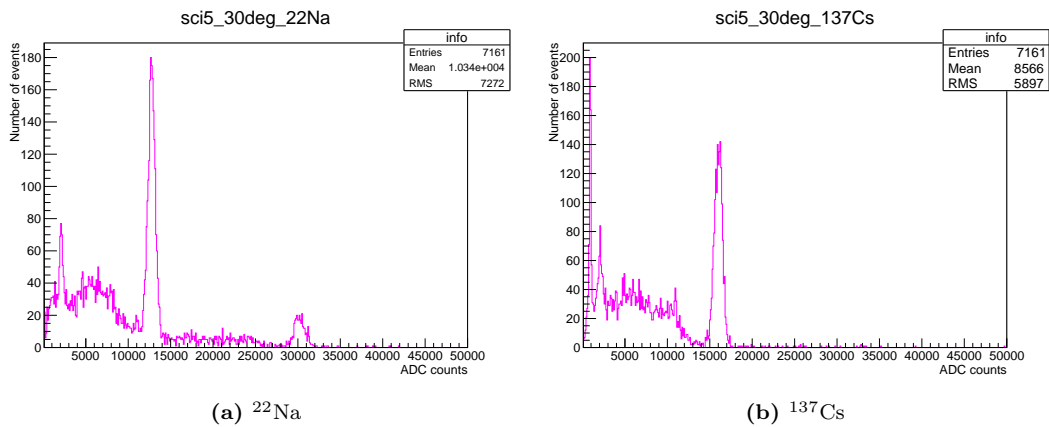


Figure 5.6: 30° でのシンチレータ 5 による波形

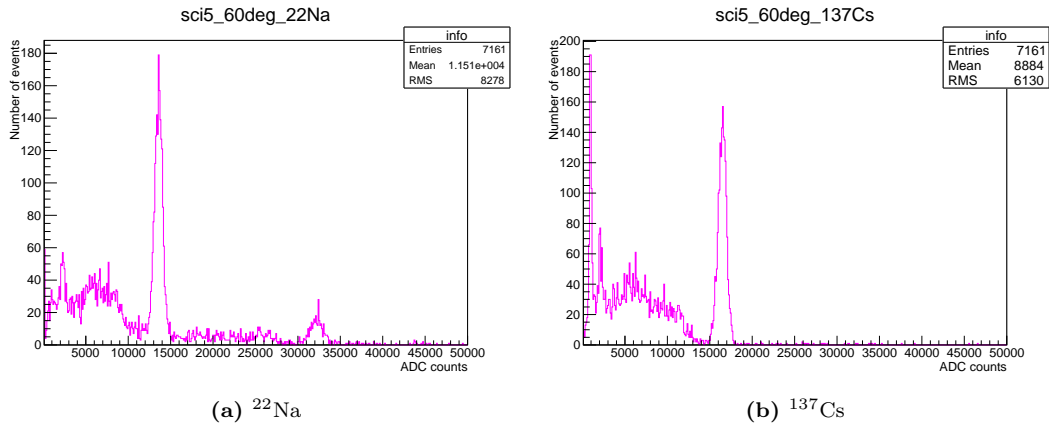


Figure 5.7: 60°でのシンチレータ5による波形

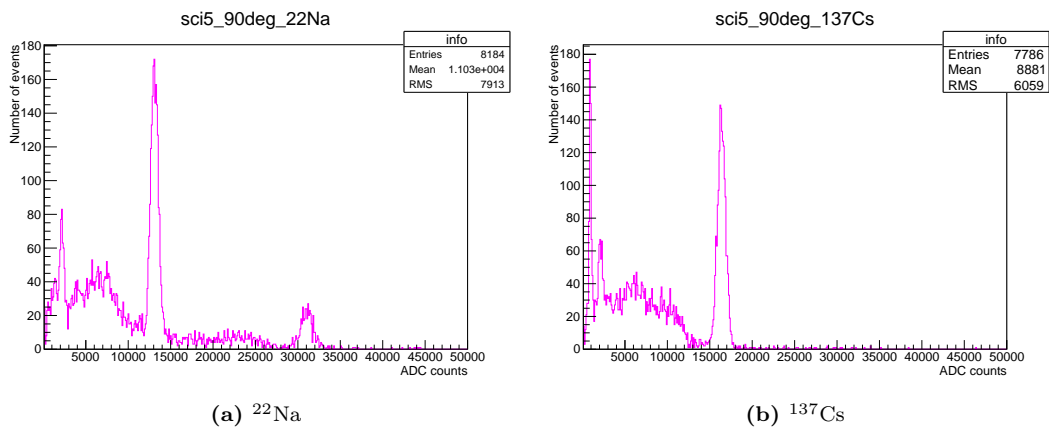


Figure 5.8: 90°でのシンチレータ5による波形

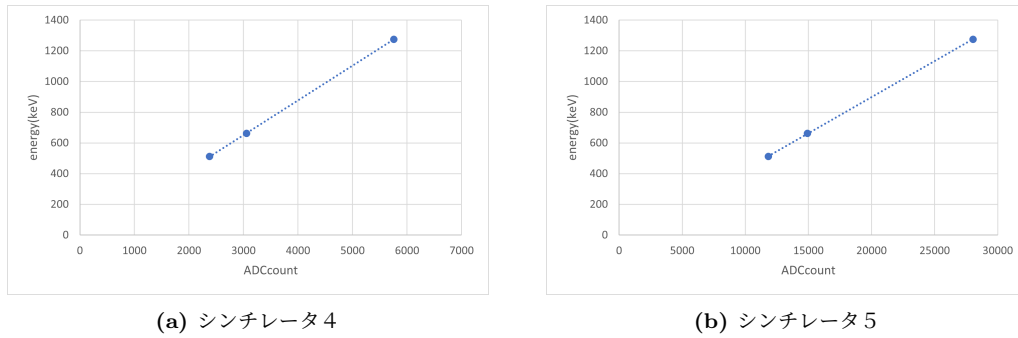


Figure 5.9: 0°での線形 calibration

角度 ϕ [°]	シンチレータの種類	a	b	256KeV に対応する ADC カウント
0	4	0.2263	-28.178	1254
	5	0.0460	-42.03	6350
30	4	0.2244	-30.084	1274
	5	0.0431	-33.988	6705
60	4	0.2181	15.471	1104
	5	0.0405	-23.011	6888
90	4	0.2244	-23.627	1243
	5	0.0425	-40.082	6964

Table 5.1: calibration の結果

5.2 生データ

本実験では、シンチレータ 4 を 0° 、 30° 、 60° 、 90° 回転させた場合のデータを取った。これらの角度は ϕ の値に対応する。Tab5.2は、それぞれの角度についての計測日程と計測期間をまとめたものである。

角度 ϕ [°]	計測日程	計測時間 [min]
0	2023/02/03 17:34~2023/02/07 10:35	5341
30	2023/02/07 12:14~2023/02/10 14:24	4450
60	2023/02/14 15:44~2023/02/17 13:21	4177
90	2023/02/17 15:47~2023/02/21 10:36	5459

Table 5.2: 角度毎の計測日程と計測時間

これら 4 つの角度について得られた生データを、シンチレータ 4 とシンチレータ 5 についてプロットしたものが以下の fig5.10~fig5.13 である。ただし、シンチレータ 5 のグラフについては ADC カウントが 0 付近でのノイズが極めて大きいため、横軸の最小値を 100 として見やすくした。

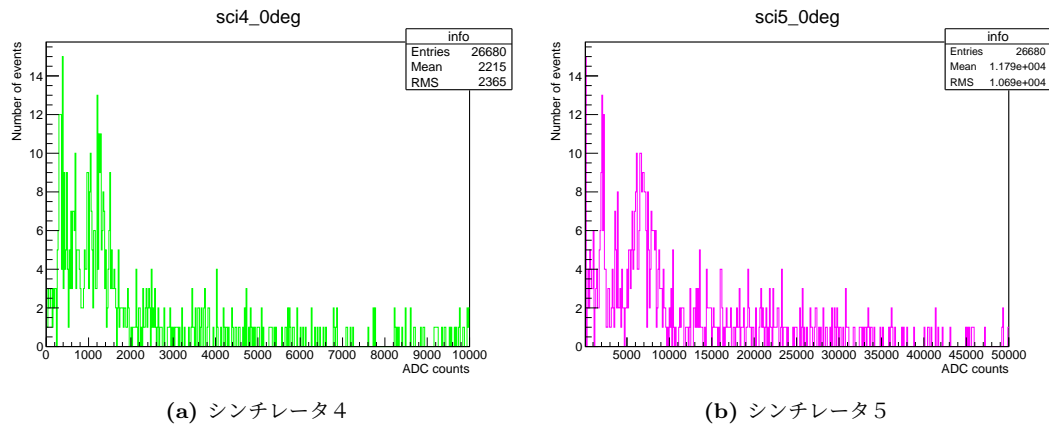
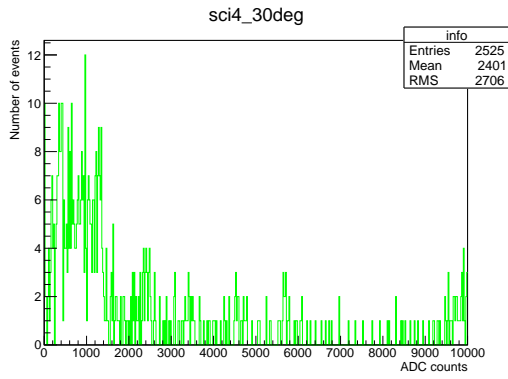
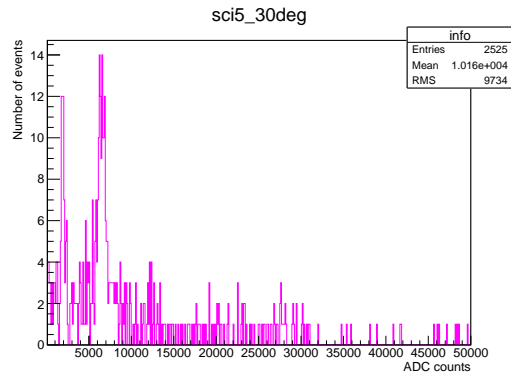


Figure 5.10: 0° の生データ

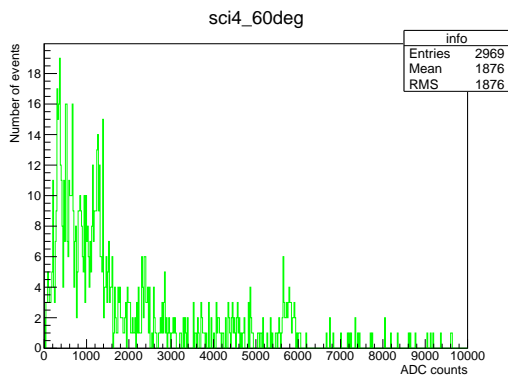


(a) シンチレータ 4

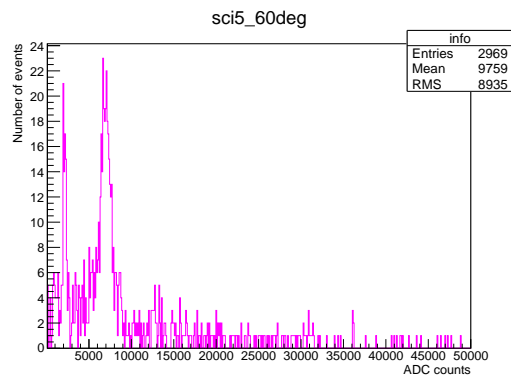


(b) シンチレータ 5

Figure 5.11: 30° の生データ

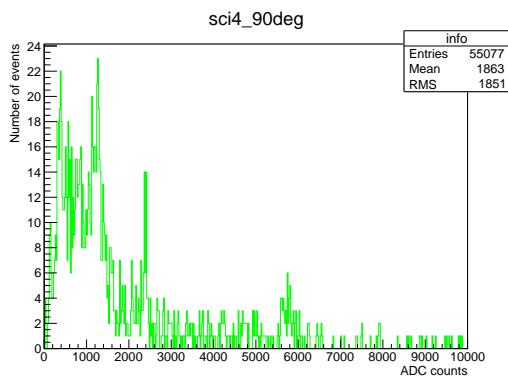


(a) シンチレータ 4

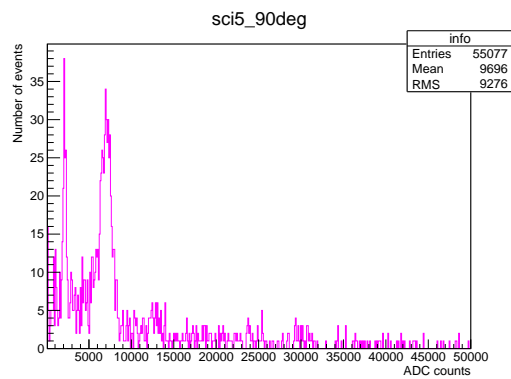


(b) シンチレータ 5

Figure 5.12: 60° の生データ



(a) シンチレータ 4



(b) シンチレータ 5

Figure 5.13: 90° の生データ

5.3 解析方法とその結果

5.2節で得られたデータから、実際に解析に用いるイベント数 $N(\phi)$ を求めた手法を以下に示す。

1. シンチレータ 5 の波形での 256KeV に相当するピークを gaussian で fitting する。
2. シンチレータ 4 で、1 で求めたシンチレータ 5 の gaussian での 2σ 幅の中に含まれるイベントに対応するイベントのみを抜き出した波形を描画する。

3. 2. で描画した波形での 256KeV に相当するピークを gaussian で fitting する。
4. 3. で求めたシンチレータ 4 の gaussian での 2σ 幅の中に含まれるイベントのみを抜き出し、そのカウント数を記録する。

以上の工程を角度毎に行うことで、シンチレータ 4 と 5 で同時に起こったイベントのうち、コンプトン散乱によるもののみを取り出すことができると考えた。なお、2. で行ったシンチレータ 4 の fitting については、低エネルギー領域でのノイズの大きさを考慮して、なるべく下限の値を大きくした。

Tab5.3 に、fitting の過程で得られた諸データを示している。さらに Fig5.14~Fig5.17 では、解析手順 2. と 4. の結果抜き出された 256KeV のピークを示している。

角度 ϕ [°]	シンチレータの種類	mean	2σ
0	4	1197	123.1
	5	6414	1456
30	4	1306	102.9
	5	6569	1329
60	4	1212	224.5
	5	6906	1709
90	4	1208	124.5
	5	6891	1673

Table 5.3: fitting 結果

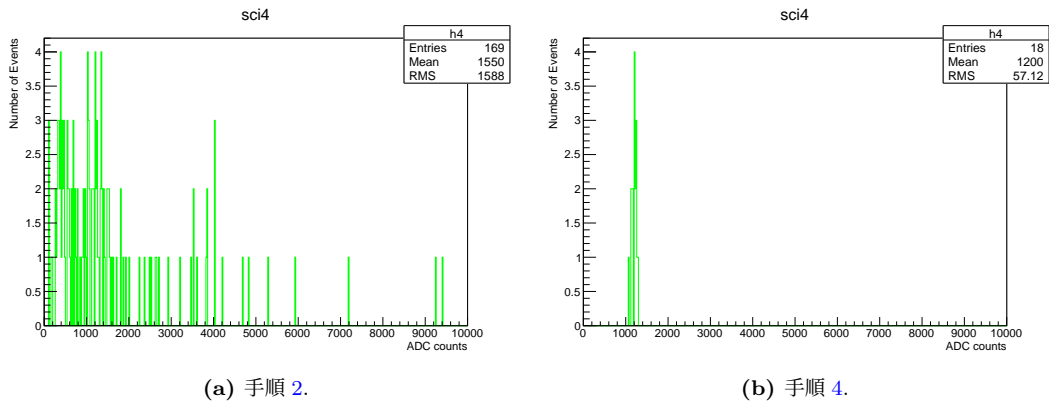


Figure 5.14: 0° の解析結果

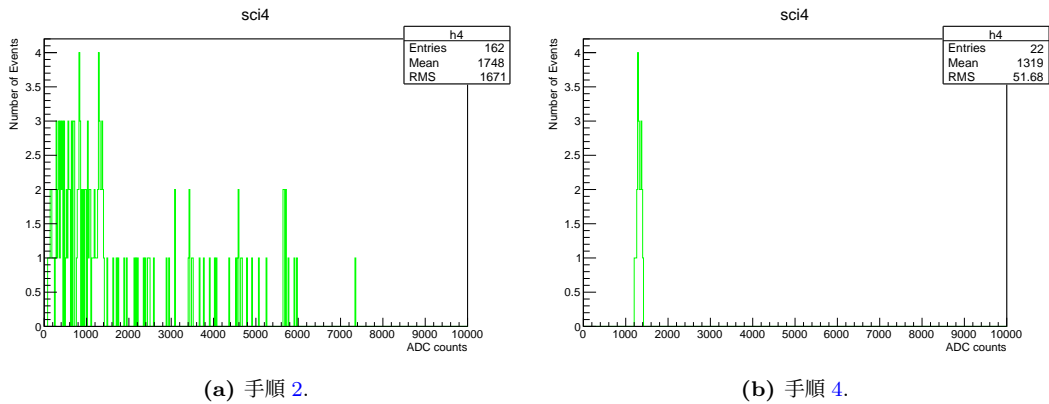
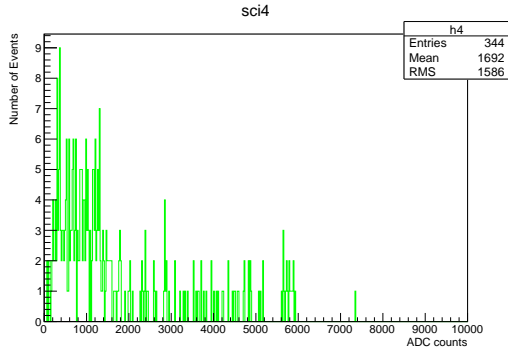
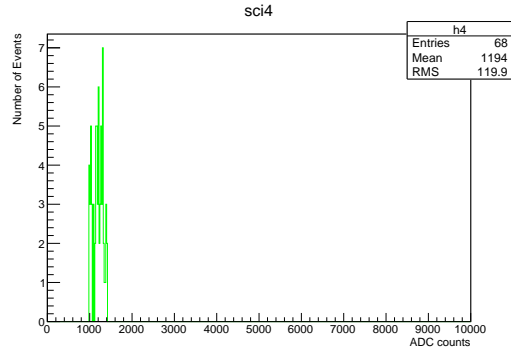


Figure 5.15: 30° の解析結果

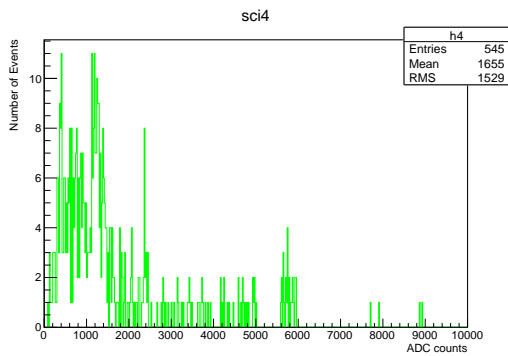


(a) 手順 2.

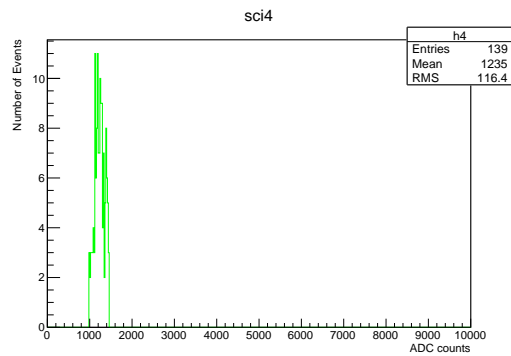


(b) 手順 4.

Figure 5.16: 60° の解析結果



(a) 手順 2.



(b) 手順 4.

Figure 5.17: 90° の解析結果

以上の解析から、角度 ϕ と有効イベント数 $N(\phi)$ の関係が得られた。そのデータを Tab5.4 に示している。ただし、規格化のために 1000min あたりのイベント数を求め、その値を有効イベント数 $N(\phi)$ とした。またデータをプロットし、 $N(\phi) = A - B \cos 2\phi$ で fitting した様子を、Fig5.18 に示している。横軸の errorbar はシンチレータの大きさによる誤差を、縦軸の errorbar は統計誤差を表している。

角度 ϕ [°]	イベント数	計測時間 [min]	$N(\phi)$
0	18	5341	3.370
30	22	4450	4.943
60	68	4177	16.28
90	139	5459	25.46

Table 5.4: 角度とイベント数の関係

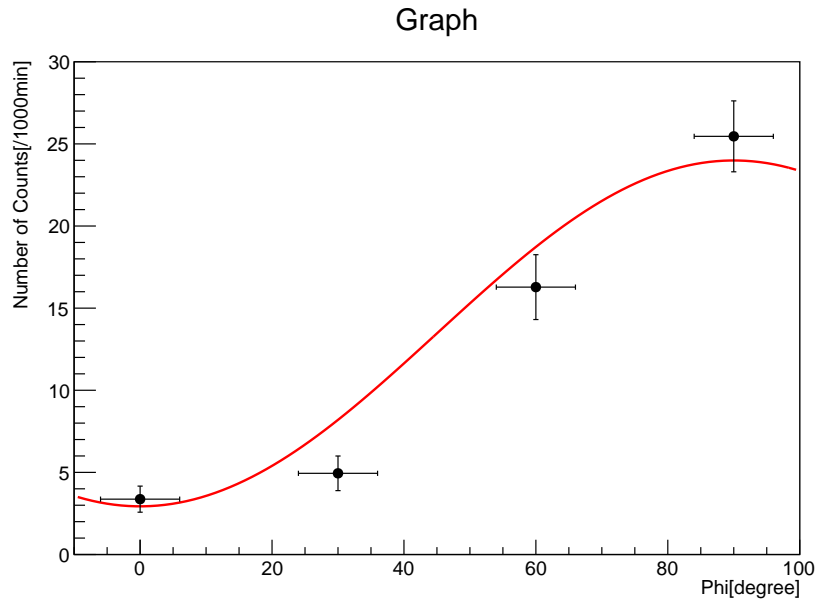


Figure 5.18: $N(\phi) = A - B \cos 2\phi$ での fitting 結果

Fig5.18の fitting から得られた A 、 B の値はそれぞれ、

$$A = 13.46 \pm 1.03$$

$$B = 10.53 \pm 1.06$$

であり、その結果求めた κ の値は、

$$\kappa = 0.817 \pm 0.055 \tag{27}$$

である。

6 考察

本実験では、5.3節で求めたように、 κ の値が

$$|\kappa| = 0.817 \pm 0.055 \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0.707 \tag{28}$$

となり、fitting の結果そのものは、CHSH 不等式が成り立つ条件として示した (18) 式を破る結果となった。従って、一見、隠れた変数理論は否定されていると考えて良いように思える。

しかし Fig5.18をみると、 30° と 60° のデータについては、errorbar を含めても fitting 関数に収まっておらず、やや外れた値となっている。さらに、3.1節で示したように、量子力学が成り立つのであれば、 κ の値は 1 になるはずである。この事案に関係すると考えられるものも含め、本実験ではいくつかの改善点が存在しているので、それらについて考察する。

6.1 ノイズについて

本実験では時間の都合上、バックグラウンドの測定を行うことが出来なかった。そうしたノイズによるイベント数が $N(\phi)$ に加算されていた場合、グラフ全体が下降し、fitting 関数における A の値が小さくなる。このとき、 κ の値は大きくなり、より 1 に近づくのではないか。

6.2 角度の計測について

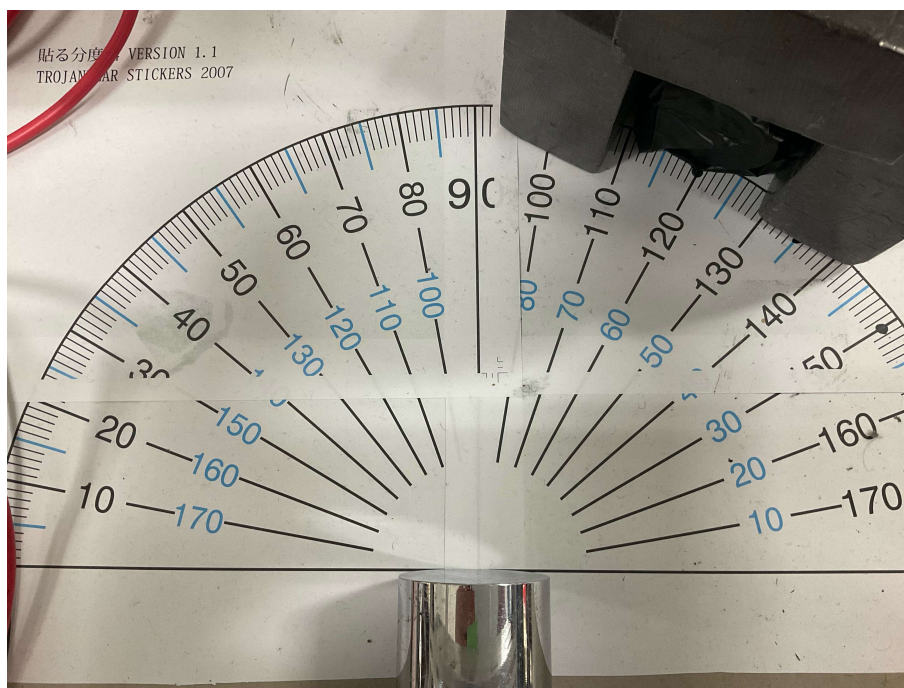


Figure 6.1: 装置内部の様子（上）

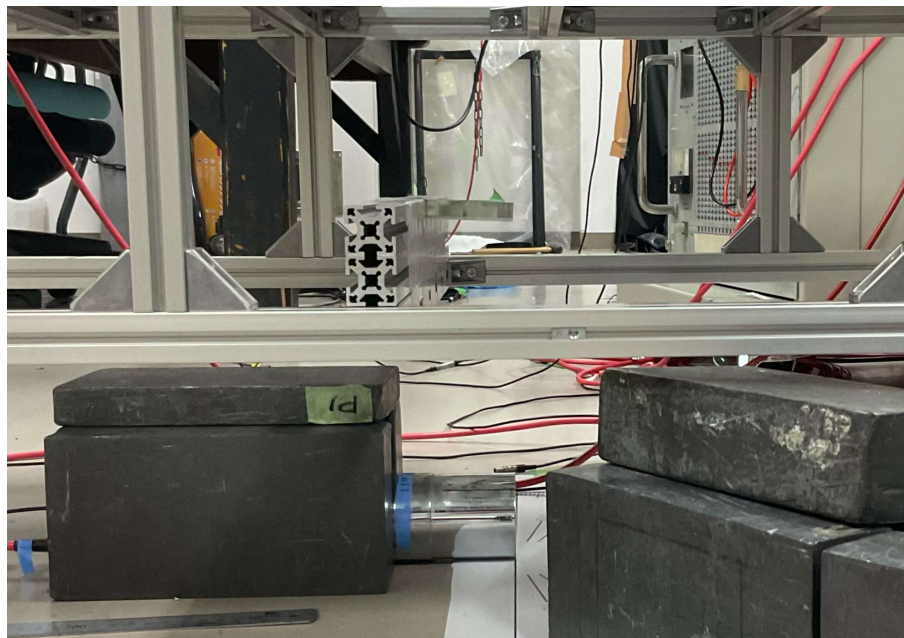


Figure 6.2: 装置内部の様子（横）

Fig6.1は装置の内部の角度計の様子を示したものであり、シンチレータ1の先端を基準として、シンチレータ4を回転させる角度を計測している。しかし、線源をシンチレータ1の先端ではなくその中心の真上に設置してしまっており（Fig6.2）、計測した角度と実際の有効な角度が異なっているのではないかと考えた。

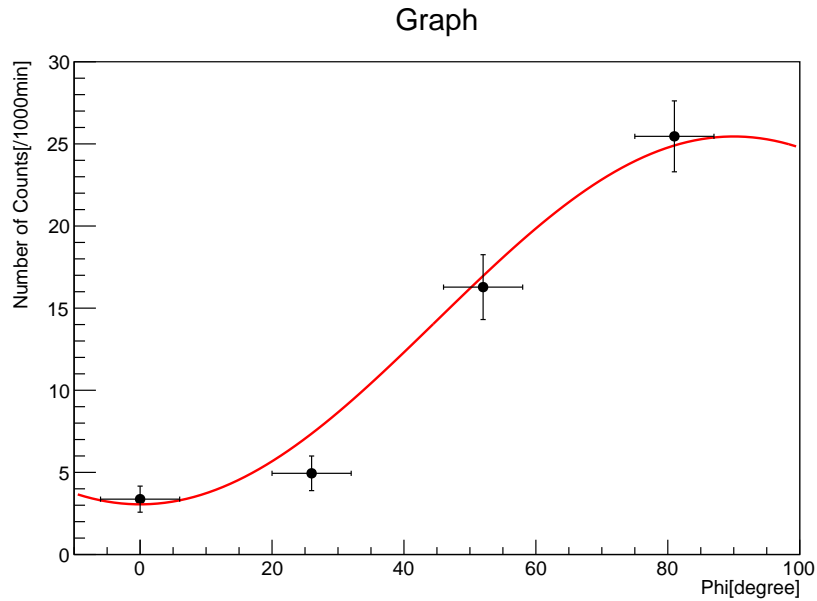


Figure 6.3: $N(\phi) = A - B \cos 2\phi$ での fitting 結果 (角度修正後)

実際の有効な角度を測定すると、 0° 、 30° 、 60° 、 90° のデータはそれぞれ 0° 、 26° 、 52° 、 81° に対応することが分かった。以上のように修正したデータを元に fitting を行った図が Fig6.3 であり、このときの A 、 B 、 κ の値はそれぞれ

$$A = 14.25 \pm 1.11$$

$$B = 11.20 \pm 1.15$$

$$\kappa = 0.820 \pm 0.052$$

と求まった。この場合、確かに CHSH 不等式を破る結果となり、 60° (52°) のデータについては fitting 関数内に errorbar が収まるが、 30° (26°) のデータは、errorbar を含めても依然 fitting 関数には収まっていない。

6.3 データ数について

本実験は時間的制約により多くのデータをとることができなかった。データのイベント数は $10^0 \sim 10^1$ のオーダーであり、統計の数として決して多いとは言えないだろう。また、角度についてもたとえば 15° 刻みでとるなどすれば、より正確な解析ができる。

6.4 不可解なピーク

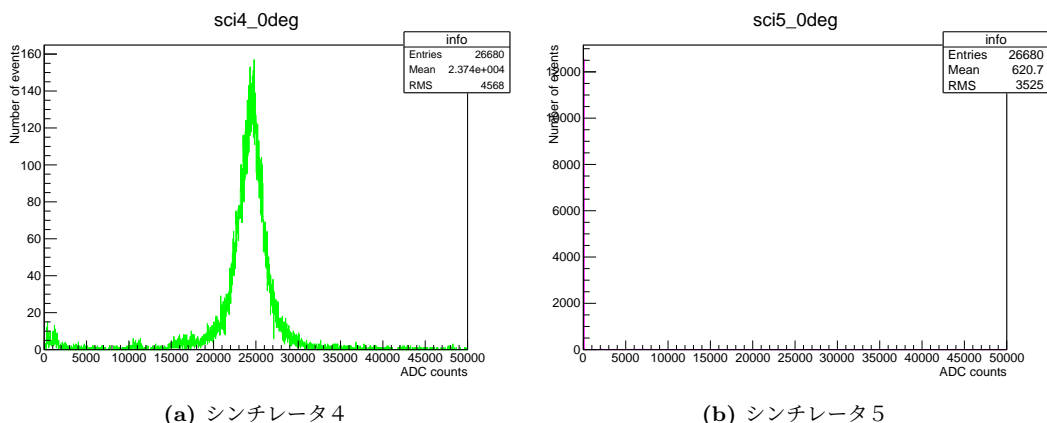


Figure 6.4: 0° の生データ

本実験では、いずれの角度の計測においても、同様の不可解なピークが観測された。例として0° の場合を示す。Fig6.4aは、0°でのシンチレータ4の生データ (Fig5.10a) において、横軸のADCカウンターの表示範囲を0~50000に設定したグラフである。この不可解なピークはおおよそ5500KeVに値するため、本実験の目的とする256KeVからは程遠い。また、Fig6.4bは、0°でのシンチレータ5の生データ (Fig5.10b) において、横軸のADCカウンターの表示範囲を0~50000に設定したグラフである。このように、シンチレータ4の不可解なピークでcoincidenceがかかることにより、イベント数のほとんどがADCカウントが0付近のノイズ由来のものとなってしまった。

ただ、このノイズは5.3節で行う解析によりその多くを取り除くことができると考えたため、ピークそのものの原因を突き止めることに時間を裂かなかった。さらに、ノイズ由来のイベント数が角度毎の計測に加わり、その結果の数値が底上げされていた場合、ノイズを取り除いた真のイベント数は今回解析に用いたものよりも小さくなる。このとき、6.1節と同様の理由により κ は大きくなるので、 κ はより1に近づけよう。

不可解なピークの原因としては、例えば宇宙線ミュオンなどが考えられる。また、このピークがシンチレータ4でのみ見られることから、シンチレータ4の波形のみでトリガーがかかっており、正しくcoincidenceがとられていなかった可能性もあるのではないかな。

7 結論

本実験の結果としては、 κ として求めた値は確かにCHSH不等式を破り、隠れた変数理論を否定するものとなった。さらに、角度の修正をかけてより精度を上げた解析においても同様の結果が得られた。しかし、量子力学による要請との乖離やfittingの精度、イベント数の少なさや不可解なピークなど、さまざまな改善点も存在する。疑問は残るものの、当初の目的であったBellの不等式の破れの検証はできたのではないかな。

8 謝辞

指導教官の田島さん、鈴木さん、TAの恩田さん、中田さん、P1の他班の皆、1年間ありがとうございました。