

課題研究 P1-CMB 班

CMB 温度の測定

伊藤優希 奥寺隆彦 竹下颯馬 佐藤充伎

提出日：2026 年 4 月 6 日

目次

1	イントロダクション	2
2	実験原理	2
2.1	CMB の寄与	2
2.2	回路内の熱ノイズによる寄与	3
2.3	大気の寄与	3
2.4	未知量の決定	4
3	実験方法	5
3.1	実験器具	5
4	解析	9
4.1	解析 1 : out, ice, sky データを用いた解析	11
4.2	解析 2 : out, N2, sky データを用いた解析	19
4.3	T_{cmb} の決定	37
5	考察と展望	37
5.1	コード変形の寄与について	37
5.2	解析 1 がうまくいかなかった理由	39
5.3	データ ABC 間の差	41
5.4	T_{cmb} の決定値について	42
5.5	今後の展望	42
6	結論	43
7	謝辞	43
8	参考文献	43

1 イントロダクション

宇宙誕生初期、原子が再結晶を起こす前の宇宙では、光子が次のような反応を起こし熱的平衡状態にあった。

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- \quad (1.1)$$

$$\gamma + e^- \leftrightarrow e^- + \gamma + \gamma \quad (1.2)$$

$$\text{accelerated charges} \rightarrow \text{photons} \quad (1.3)$$

時間が経つと、宇宙が膨張するにつれて温度が下がり、原子が再結晶を起こす ($T_{\text{recombination}} = 3000[\text{K}]$) ことで熱平衡状態にあった光子は直進できるようになり、宇宙背景放射 (CMB) として観測されるようになった。

この時のエネルギー・周波数スペクトルは温度 T_{early} の黒体輻射

$$I(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_{\text{early}}}} - 1} \quad (1.4)$$

の分布に従うことが知られている。

実際にはこうして放出された光子は地球に到達するまでの間に赤方偏移の効果を受け、その波長は長くなって観測される。

スケール因子を a とし、赤方偏移を z とすると、次の関係が成り立つ。

$$1 + z = \frac{1}{a} \quad (1.5)$$

また、観測時の振動数 ν は

$$\nu = \frac{\nu_{\text{emit}}}{1 + z} \quad (1.6)$$

となるから式 (1.4) と $z = 1100$ より観測される CMB の温度は次のようになる。

$$T = \frac{T_{\text{early}}}{1 + z} \approx 2.7 \quad (1.7)$$

そこで今回の事件では、CMB の温度を測定することを目的とする。

2 実験原理

電波望遠鏡で観測されるパワー強度 P_{obs} には様々な寄与がある。以下ではそれらの寄与を考慮して、CMB の温度を測定する方法を説明する。

2.1 CMB の寄与

一自由度あたりのエネルギー密度 $I(\nu)$ は

$$I(\nu) = \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.1)$$

低周波領域では近似的に

$$I(\nu) \approx \frac{kT\nu^2}{c^2} \quad (2.2)$$

となる。さらにここでアンテナの指向性と回路内のゲインを G_{gain} とすると、CMB の寄与は次のように表される。

$$dP_{cmb} = G_{gain}I(\nu)A_e d\Omega d\nu \quad (2.3)$$

ここで、アンテナの有効面積 A_e は次のように表される。

$$A_e = \frac{G_{ant}c^2}{4\pi\nu^2} \quad (2.4)$$

ここで G_{ant} はアンテナの利得とよばれ、アンテナの指向性に依存してどの程度電波を集めることができるかを表す量のことである。したがってアンテナ利得は角度や波長に依存する。

以上から dP_{cmb} は

$$G_{gain}G_{ant}(\nu, \theta)I(\nu)\frac{c^2}{4\pi\nu^2}d\Omega d\nu \quad (2.5)$$

となる。これを単位球面で全積分すると

$$P_{cmb} = \int_{S^2} dP_{cmb} = G_{gain}(\nu)\frac{kT}{4\pi} \left(\int_{S^2} G_{ant}(\theta, \phi)d\Omega \right) d\nu \quad (2.6)$$

またアンテナの利得 G_{ant} は次のような条件を満たす。

$$\int_{S^2} G_{ant}(\theta, \phi)d\Omega = 4\pi \quad (2.7)$$

よって

$$P_{cmb}(\nu) = G_{gain}kT d\nu \quad (2.8)$$

結局 $m(\nu) = G_{gain}k$ と定義すれば、CMB の寄与は次のように表される。

$$P_{cmb} = m(\nu)T_{cmb} \quad (2.9)$$

2.2 回路内の熱ノイズによる寄与

回路内でランダムに発生する熱ノイズは、観測されるパワー強度に P_{rx} の寄与を与える。それを 2.1 で定められた $m(\nu)$ で割ることで、仮想的な温度 T_{rx} を定義することができる。

すなわち

$$P_{rx} = m(\nu)T_{rx} \quad (2.10)$$

の関係にある。

2.3 大気の寄与

大気中の分子などの放射や散乱による寄与は、観測されるパワー強度に P_{atm} の寄与を与える。真

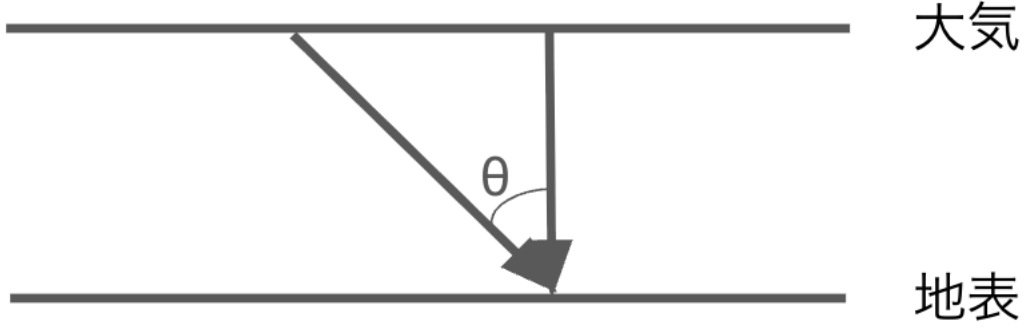


図 1: 大気の寄与のイメージ図

上に望遠鏡を向けたときに観測される寄与を $P_{atm,\theta=0}$ とすると、そこから角度 θ だけ傾けたときの寄与は

$$P_{atm} = P_{atm,\theta=0} \frac{1}{\cos \theta} \quad (2.11)$$

となる (図 1)。ここでも 2.1 で定められた $m(\nu)$ を用いて、 $P_{atm,\theta=0}$ を仮想的な温度 T_{atm} に変換することができるから

$$P_{atm} = m(\nu) \frac{T_{atm}}{\cos \theta} \quad (2.12)$$

と表すことができる。結局全ての寄与を足し合わせて、観測されるパワー強度は次のように表される。

$$P(\nu, \theta) = m(\nu) \left[\frac{T_{atm}}{\cos \theta} + T_{cmb} + T_{rx} \right] \quad (2.13)$$

2.4 未知量の決定

一般に異なる温度 T_1, T_2 の黒体放射をする物体を観測したときのパワー強度をそれぞれ P_1, P_2 とすると、次のような関係が成り立つ。

$$P_1 = m(\nu)(T_1 + T_{rx}) \quad (2.14)$$

$$P_2 = m(\nu)(T_2 + T_{rx}) \quad (2.15)$$

よって G, T_{rx} は振動数 ν の関数として

$$m(\nu) = \frac{P_1 - P_2}{T_1 - T_2} \quad (2.16)$$

$$T_{rx} = \frac{P_2 T_1 - P_1 T_2}{P_1 - P_2} \quad (2.17)$$

と求まる。これを用いて

$$T_{sum} := \frac{P_{obs}}{G(\nu)} - T_{rx} = \frac{T_{atm}}{\cos \theta} + T_{cmb} \quad (2.18)$$

なる量を定義すると、 T_{sum} は $\frac{1}{\cos \theta}$ の関数 (理想的には ν 依存性は無くなっている) だから、 T_{sum} を $\frac{1}{\cos \theta}$ の関数としてプロットすれば、傾き T_{atm} 、切片が T_{cmb} の直線が得られる。

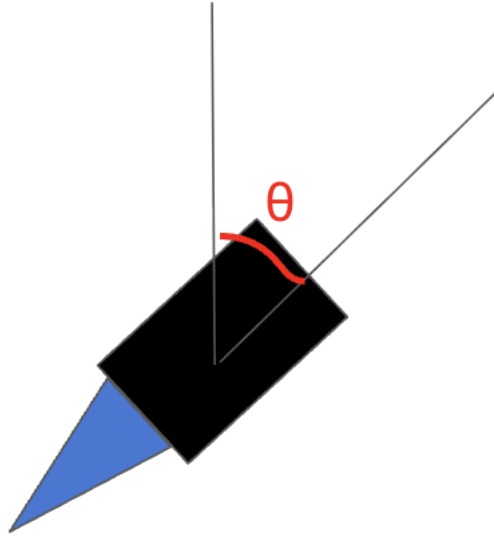


図 2: 測定のイメージ図

3 実験方法

今回測定した条件は以下の通りである。

場所：京都大学理学部 4 号館屋上

- 外気温： 8.0 ± 0.3
- ドライアイス： -78.5 （実際は温度がより高く観測されてしまった可能性がある）
- 液体窒素： -196.0
- 天空：上空の気温、雲の温度

以降各々の条件で測定したデータを out、ice、 N_2 、sky と呼ぶことにする。

out と N_2 については $\theta = 0$ のみ、sky は $\theta = 0, 20, 35, 50, 60$ の 5 点で測定した。(図 2)

out, N_2 の測定は 2 セット行い、それぞれデータ A、B と呼ぶことにする。

3.1 実験器具

使用した器具は以下の通りである。

- 自作アンテナ
 - MISUMI のアルミフレーム一式
 - 電波吸収体
- スペクトルアナライザ



図 3: 筐体の写真

- 増幅回路
 - アンプ: ZX60-24A-S+(5V), ZX60-153LN-S+(12V)
 - アテネーター
 - フェライトアイソレータ
 - 金属箱
- 直流安定化電源
- 発泡スチロール箱
- 液体窒素 (ドライアイス)
- 携帯電源

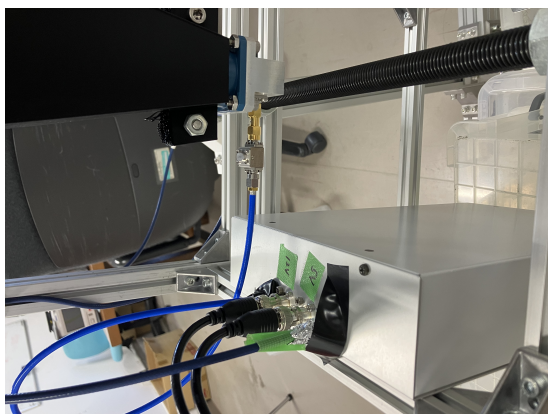
自作アンテナについて紹介を行う。

上図に示すようにアルミフレーム筐体により、土台と筐体を制作した。回転軸には寸切りボルト

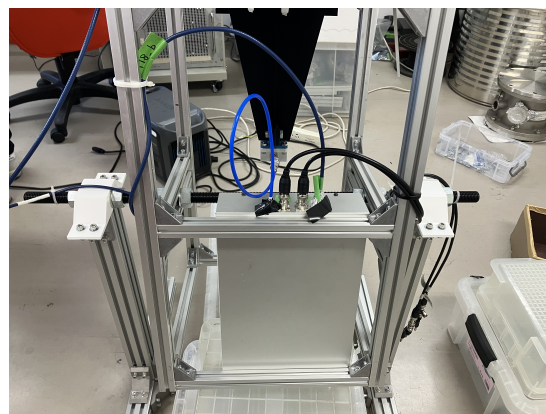
(全長にわたりねじ山がある棒状の金属)で土台に固定する形で使用しており、これにより筐体が回転する事が出来る。筐体とは六角のナットにより固定する。回転軸直上にある四角錐状のアンテナを設置しており、3Dプリンターで作成した固定具のため黒く見えるものである。

その上を電波吸収体で覆うバッフルにより指向性をあげ、地面からの反射なども抑える目的がある。電波吸収体とアルミフレーム、同軸ケーブルと土台、これをインシュロックにより固定している。そのためアンテナ-回路間のケーブルを変形させずに角度を変えられるので、角度をかえることによるスタンディング変化を抑えることが出来るが、土台から例えばスペクトルアナライザまでの同軸ケーブルの変形は観測時には必然的に生じる。

アンテナ-回路間の写真が次のものである。



(a) アンテナ-回路間を前から撮影した写真



(b) アンテナ-回路間を横から撮影した写真

次に回路について説明する。上図の金属箱の中に回路が入っており、アルミ網の上に回路をネジとガムテープで固定しており GND の役割を持たせている。アルミ箱により外部からのノイズの遮蔽(静電遮蔽)に加えて、回路から発生する電波も側壁に沿うように設置しており、これは電波吸収体で抑える目的で設置している。

本実験で用いた回路の基本構成は、図に示されるようにアンテナで受信した電波をアンプで増幅し、その後検波・積分することで出力電圧として読み出すものである。ただし、本回路ではバンドパスフィルタは用いず、広帯域の信号をそのまま検出している点が前々年度との差異である。

本装置の測定周波数範囲は 8-18 GHz であり、受信系全体の利得は約 60dB である。受信機の雑音温度は、例えば 10GHz において約 234K であり、一般に高周波になるほど増大する傾向がある。

しかし、実際の測定では理想的な雑音温度に加えて、系内の損失や外部要因による寄与を考慮する必要がある。まず、同軸ケーブルなどの伝送路における損失により、信号は減衰すると同時に熱雑音が付加される。雑音温度を増大させる方向に働く影響により雑音温度はおおよそ 2 倍程度に増加すると見積もられる。

さらに、アンテナ周辺に設置された電波吸収体(バッフル)は、外部からの不要な電波の侵入を抑制する役割を持つ一方で、その物理温度(室温程度、約 300K)に対応する熱放射を放出する。このため、系に追加的な雑音源として寄与する。これらを総合すると、本系の実効的な雑音温度はおおよそ 800K 程度になると見積もられる。

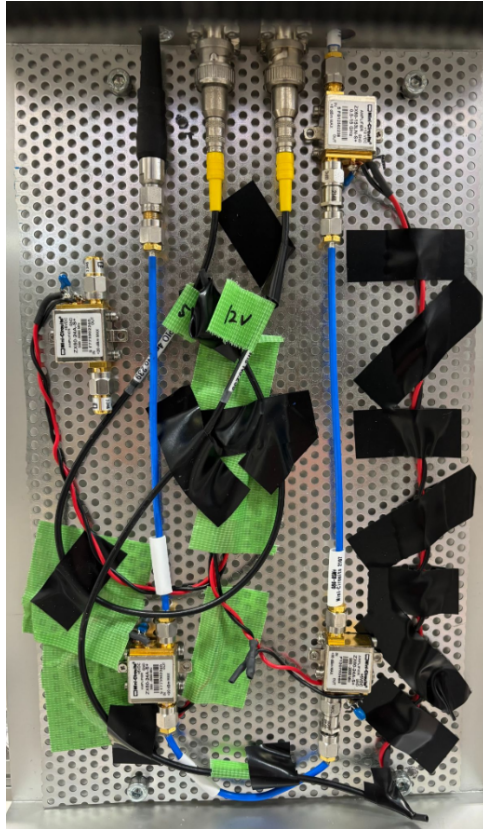


図 5: 回路を上から撮影した写真

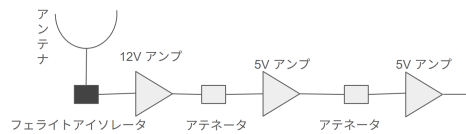
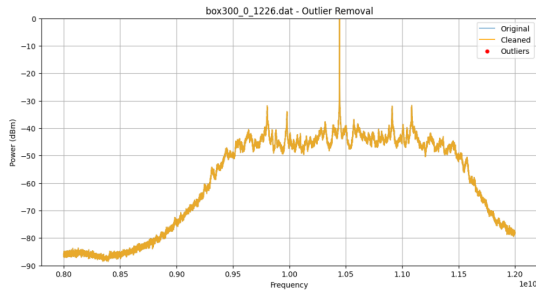


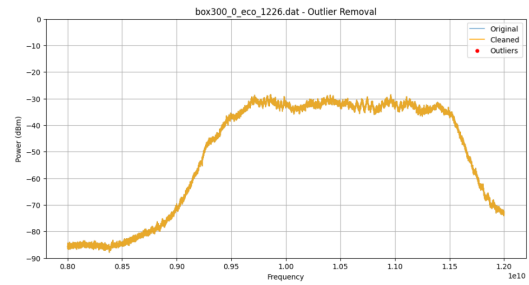
図 6: 回路のイメージ図

また、本装置では同軸ケーブルや各種接続部においてインピーダンス整合が完全でないため、電磁波の一部が反射し、伝送路内で前進波と後退波が干渉することにより定在波が形成される。この現象は、ケーブル長依存の局所的なピークにより測定値の不安定化を引き起こす要因となっており、解析において本実験の初期からある大きな問題であった。

このような反射の影響を低減するため、本系ではフェライトアイソレータおよびアテネータを挿入している。アテネータはゲインを減衰させると同時にインピーダンス整合を改善し、反射係数を低減させることができる。



(a) 電波吸収体なしの回路箱での周波数ごとの Power(dBm)



(b) 電波吸収体ありの回路箱での周波数ごとの Power(dBm)

これらの取り組みで最も測定値の安定化に寄与したと考えられるものは回路箱の周りの電波吸収体の導入にあったことが分かっている。左図が電波吸収体なし、右図が電波吸収体ありの縦軸を電力 (dBm)、横軸を周波数 (GHz) とした時の測定結果である。左図で見られたような鋭いスタンディング波がなくなり、出力も大幅 (W で一桁くらい) にあがったアルミ箱内部で回路から漏れた電波が激しく反射し、回路にノイズとして入ったりアンプのエネルギーを散逸させていたと考えられる。

4 解析

この章では実験結果の解析を行う。本実験では、以下で説明する解析 1、解析 2 の 2 種類の解析方法により、 T_{cmb} を求めた。

- ・解析 1：out, ice, sky のデータを用いて、各測定点ごとに G, T_{rx}, T_{sum} をすべて決定し、そこから T_{cmb} を求めた。
- ・解析 2：異なるタイミングで測定した 0, 20, 35, 50deg の sky のデータセットを、A, B, C の 3 セット用意した。まず、それぞれに対して同時刻に測定した 0deg における out, N2 のデータから G, T_{rx} を決定し、それらを用いて sky のデータから T_{sum} を決定した後、 T_{cmb} を求めた。

いずれの解析方法にも共通して、実験で得られたデータは dBm を単位として出力されるため、まずデータの単位を dBm から mW に変更する工程を設けた。ここで、 $P[mW]$ と $P[dBm]$ の間には、以下の関係がある。

$$P[mW] = 10^{\left(\frac{P[dBm]}{10}\right)} \quad (4.1)$$

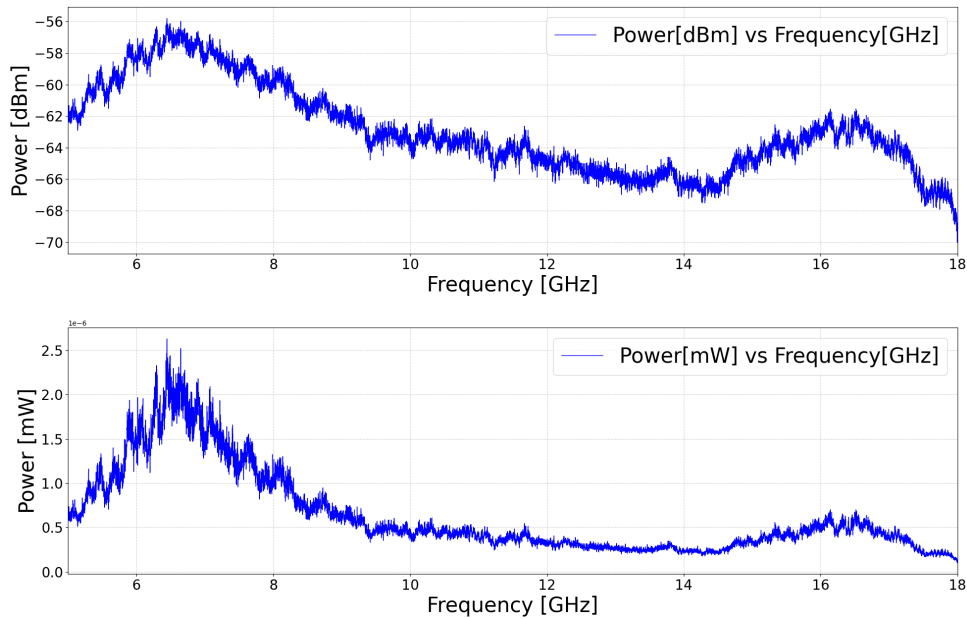


図 8: データ A の sky、0deg における、Power[dBm] vs Frequency[GHz](上図)、および Power[mW] vs Frequency[GHz](下図) の比較

この章で行う解析は、Power[dBm] vs Frequency[GHz] のグラフで、Power のスタンディングが立ったとみなせる周波数領域を目視で決定し、8.0 ~ 16.0[GHz] で実行した。

また、最終結果からノイズの影響を取り除くため、得られたデータがある周波数の幅 (移動中央値を得るために 1 組にした周波数のデータ数) に関する移動中央値に変換した。このときの周波数の幅を、以下では chunk サイズと呼ぶこととする。

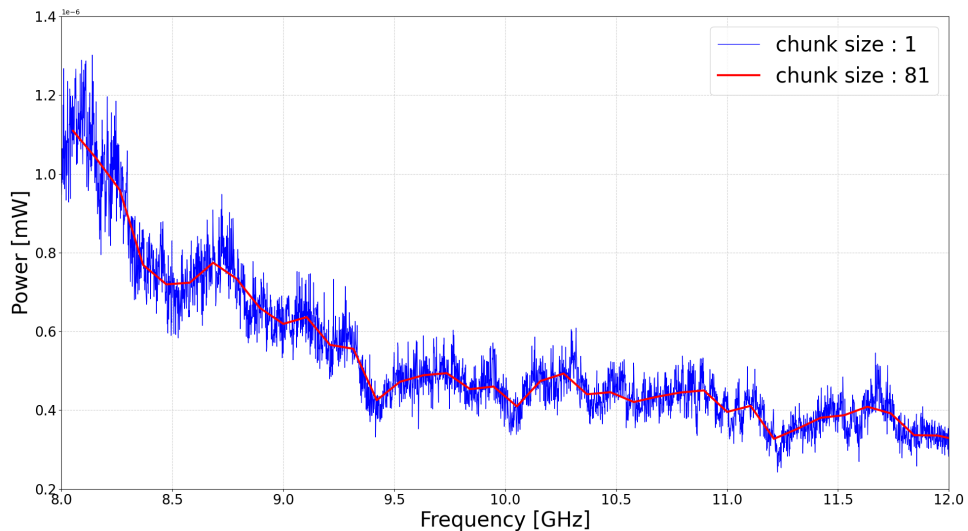


図 9: データ A の sky、0deg における、Power[mW] vs Frequency[GHz] を、chunk サイズ 1 および 81 で比較した様子

以降の節で説明する、各パラメータの周波数分布の計算は、chunk サイズが 1 ~ 301 までのデータに対しそれぞれ実行した。

out, ice, N2, sky データから得られる Power[mW] をそれぞれ $P_{out}, P_{ice}, P_{N2}, P_{sky}$ とする。
 また、out, ice, N2 データにおける温度 [K] をそれぞれ T_{out}, T_{ice}, T_{N2} とする。ここで、本実験で測定した値である T_{out} は

$$T_{out} = 281.1 \pm 0.3[K] \quad (4.2)$$

として解析を実行した。

4.1 解析 1：out, ice, sky データを用いた解析

4.1.1 各パラメータの周波数分布の計算方法

G, T_{rx}, T_{sum} は、それぞれ以下のように表される。

$$G = \frac{P_{out} - P_{ice}}{T_{out} - T_{ice}} \quad (4.3)$$

$$T_{rx} = \frac{T_{out}P_{ice} - T_{ice}P_{out}}{P_{out} - P_{ice}} \quad (4.4)$$

$$T_{sum} = \frac{T_{out}(P_{sky} - P_{ice}) - T_{ice}(P_{sky} - P_{out})}{P_{out} - P_{ice}} \quad (4.5)$$

ここで、 T_{sum} は各 $\theta[deg]$ ごとに

$$T_{sum} = \frac{T_{atm}}{\cos\theta} + T_{cmb} \quad (4.6)$$

で表されるから、周波数には依存しない、 θ ごとに一定値をとる量である。これより、 T_{sum} の値として、周波数方向の加重平均値を求める。このとき、ノイズの影響を除去するため、 T_{sum} が標準偏差の 3 倍より大きい周波数および、 T_{rx} が 1500K より大きい周波数における T_{sum} のデータを、加重平均をとる計算から除外する。

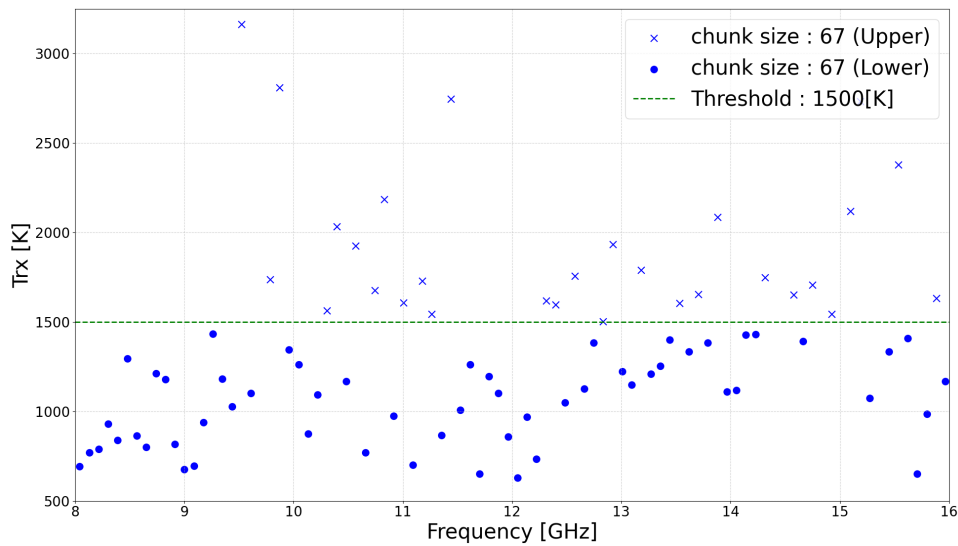


図 10: chunk サイズ 67 における 0deg の $T_{rx}[K]$ の周波数分布。破線より上のデータ点を計算から除外する。

以上で求めた 0, 20, 35, 50deg それぞれ 4 つの T_{sum} のデータ点を、縦軸 $T_{sum}[K]$ 、横軸 $\frac{1}{\cos\theta}$ のグラフ上にプロットし、最小二乗法によって較正直線を求める。この較正直線の傾きを T_{atm} 、縦軸の切片を T_{cmb} とする。

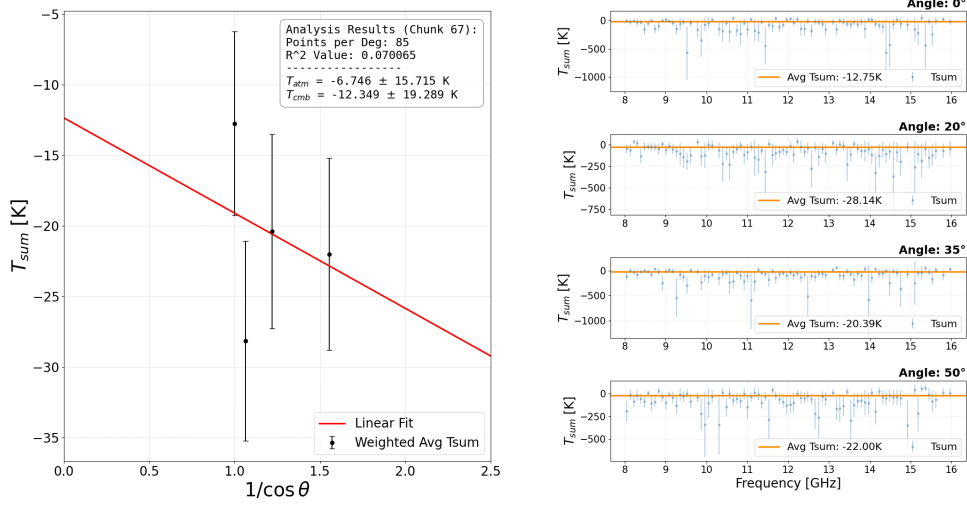


図 11: T_{rx} によるフィルタリング前の T_{sum} およびその較正直線 (0deg, chunk サイズ : 67)

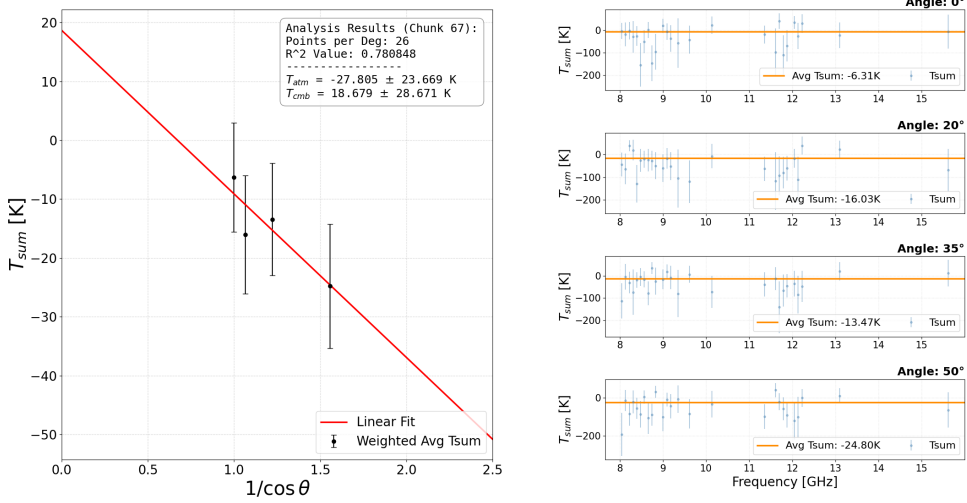


図 12: T_{rx} によるフィルタリング後の T_{sum} およびその較正直線 (0deg, chunk サイズ : 67)

4.1.2 最適 chunk サイズの決定方法

較正直線の近似精度の高さを表す R^2 を以下で定義する。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4.7)$$

ここで、 y_i は実測値、 \hat{y}_i は較正直線による予測値、 \bar{y} は実測値の平均値である。分母は全変動 (total sum of squares)、分子は残差平方和 (residual sum of squares) を表す。

この R^2 を用いて、これまでの解析により各 chunk サイズごとに求めた T_{atm}, T_{cmb} それぞれに対

し、以下で説明する方法により、もっともらしい値を決定する。

・もっともらしい値を決定する手順

1. $a = 0.0, 0.1, \dots, 0.9$ とする。
2. $R^2 > a$ を満たす chunk サイズごとに、 $T_{atm}(T_{cmb})$ について、その誤差の範囲でランダムに値を決定し、ヒストグラムを作成する。
3. 作成したヒストグラムに対して gaussian でフィッティングを行い、平均値を求める。
4. 上記の一連の操作を 1000 回実行し、その平均値と誤差を、それぞれ $R^2 > a$ における $T_{atm}(T_{cmb})$ およびその誤差とする。
5. $T_{atm}(T_{cmb})$ の誤差が最小となる a の値に対する $T_{atm}(T_{cmb})$ を、もっともらしい $T_{atm}(T_{cmb})$ とする。

上記の方法で決定したもっともらしい T_{atm}, T_{cmb} をそれぞれ T_1, T_2 とする。

また、chunk サイズ N における T_{atm}, T_{cmb} をそれぞれ $T_{atm}(N), T_{cmb}(N)$ とし、 T_{atm} の誤差、 T_{cmb} の誤差をそれぞれ $\sigma_{atm}(N), \sigma_{cmb}(N)$ とする。

このとき、

$$Diff \stackrel{\text{def}}{=} \left| \frac{T_{atm}(N) - T_1}{\sigma_{atm}(N)} \right| + \left| \frac{T_{cmb}(N) - T_2}{\sigma_{cmb}(N)} \right| \quad (4.8)$$

によって定義される $Diff$ が最小になるような N を最適な chunk サイズとし、このときの $T_{atm}(N), T_{cmb}(N)$ をそれぞれ解析 1 における T_{atm}, T_{cmb} の値とする。

4.1.3 結果

解析 1 における、各 chunk サイズに対する T_{atm}, T_{cmb} を R^2 閾値ごとにグラフに表すと、以下のようになった。

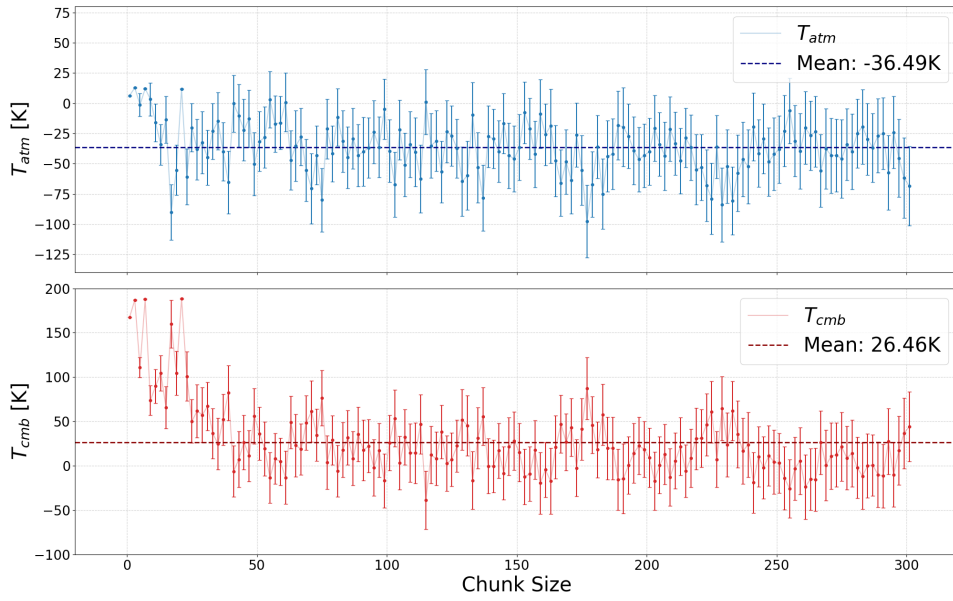


図 13: 解析 1 の R^2 閾値 0.0 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

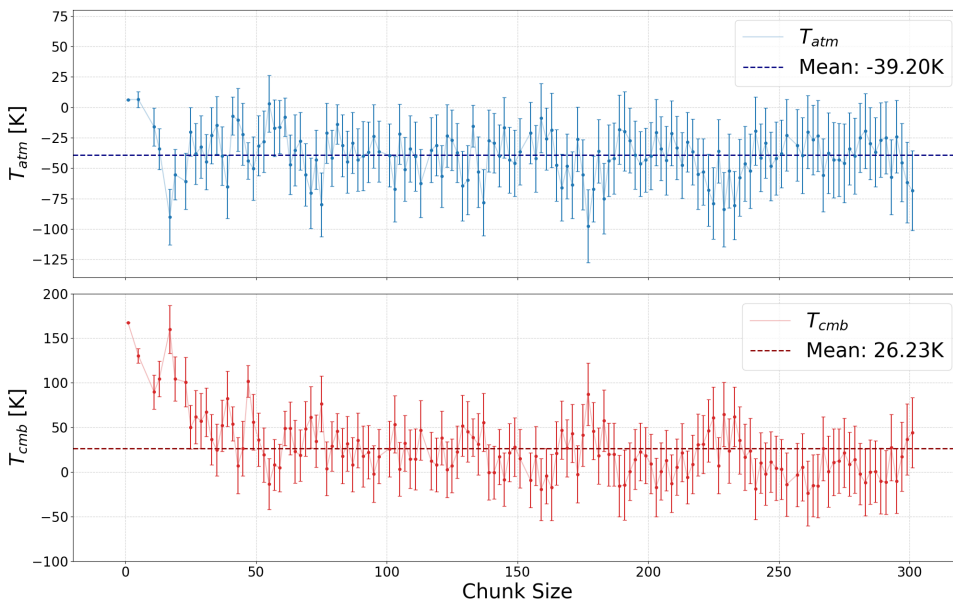


図 14: 解析 1 の R^2 閾値 0.1 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

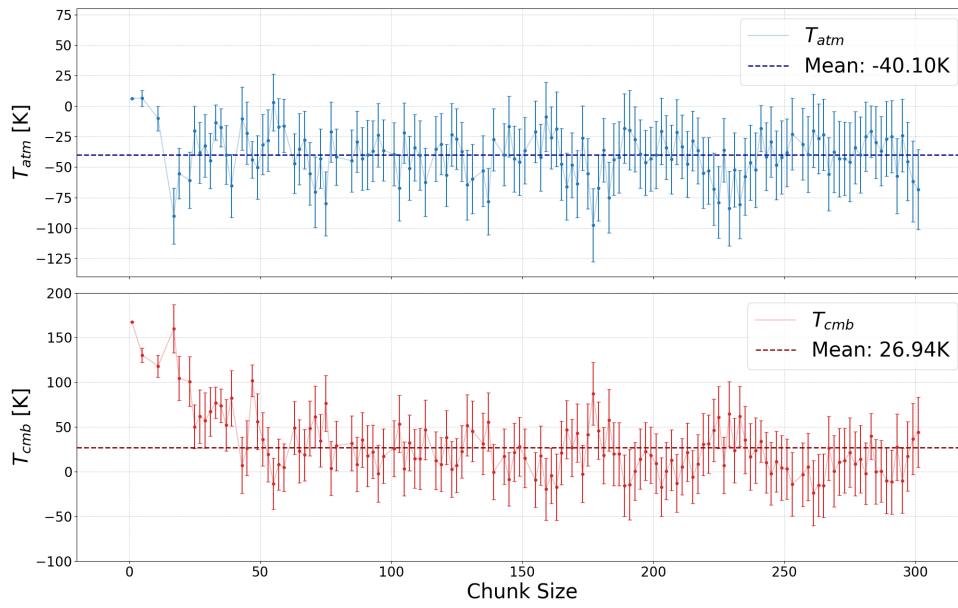


図 15: 解析 1 の R^2 閾値 0.2 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

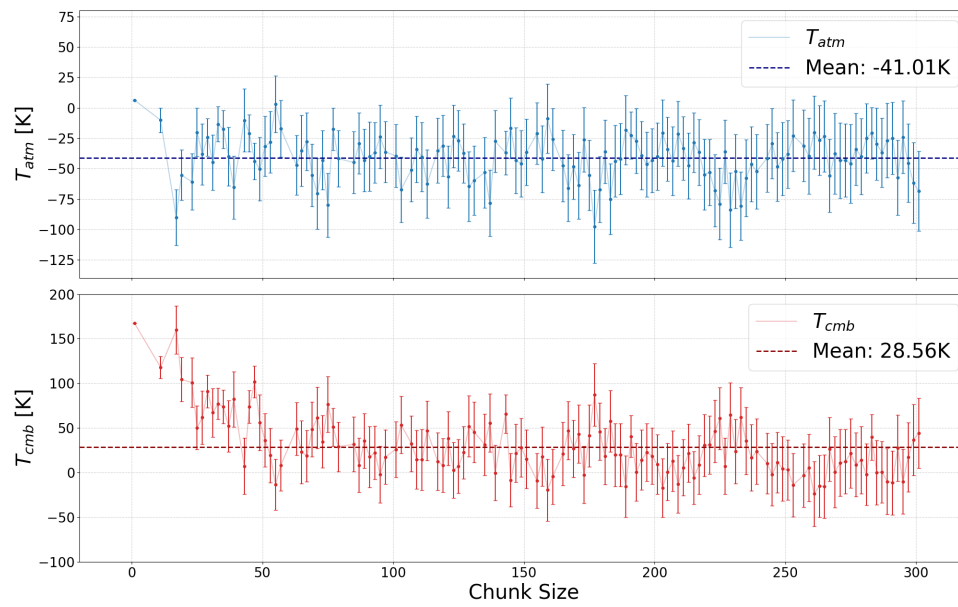


図 16: 解析 1 の R^2 閾値 0.3 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

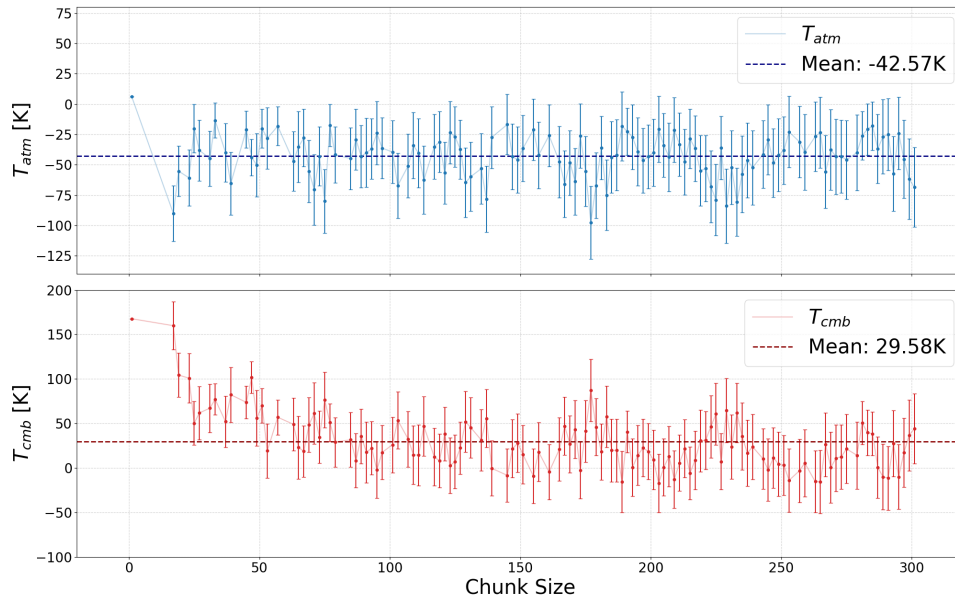


図 17: 解析 1 の R^2 閾値 0.4 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

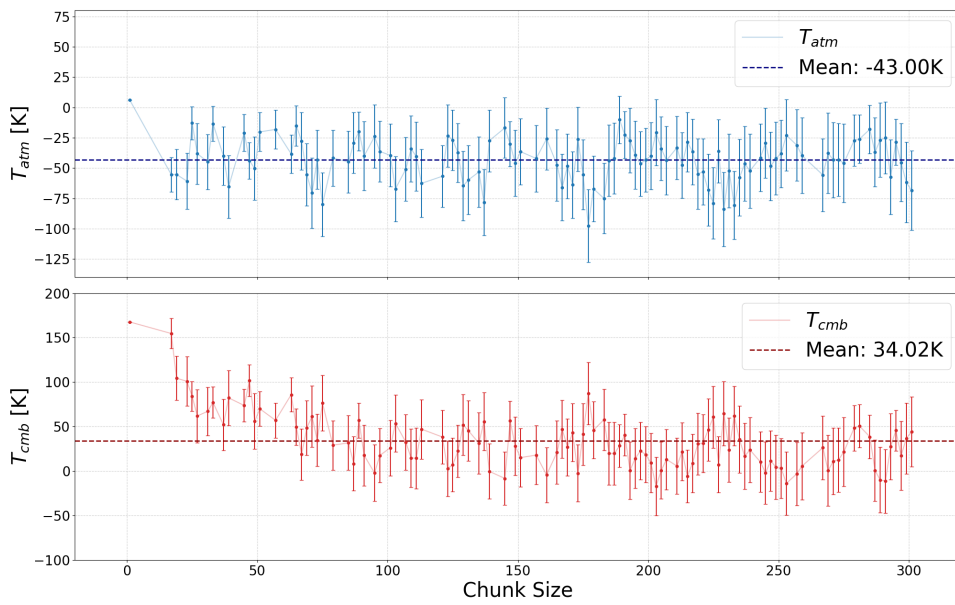


図 18: 解析 1 の R^2 閾値 0.5 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

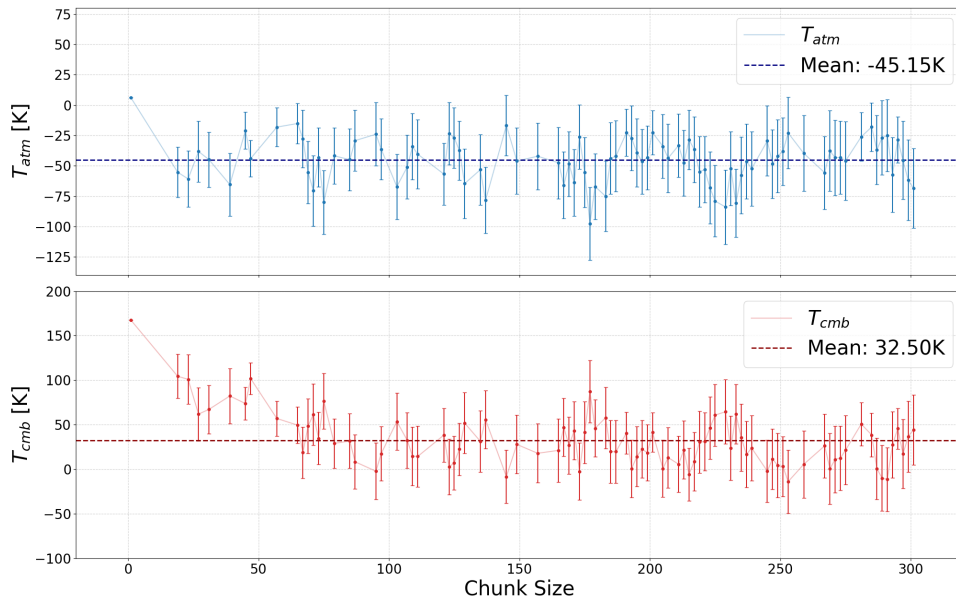


図 19: 解析 1 の R^2 閾値 0.6 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

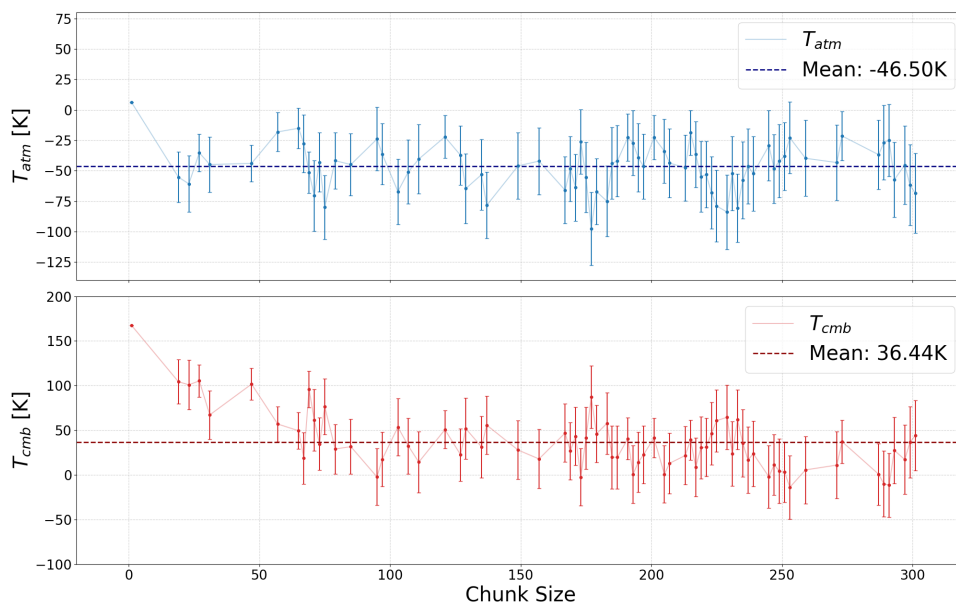


図 20: 解析 1 の R^2 閾値 0.7 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

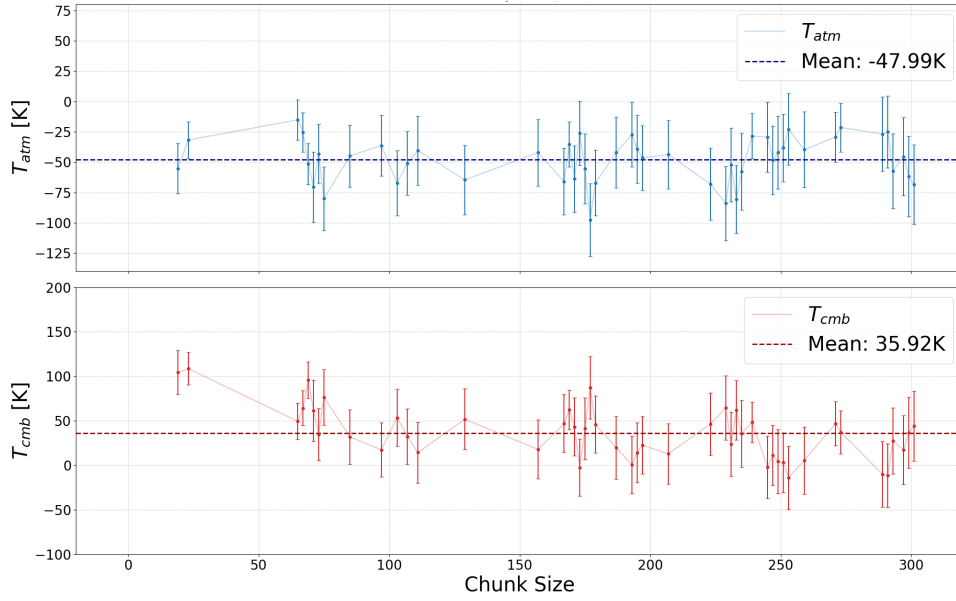


図 21: 解析 1 の R^2 閾値 0.8 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

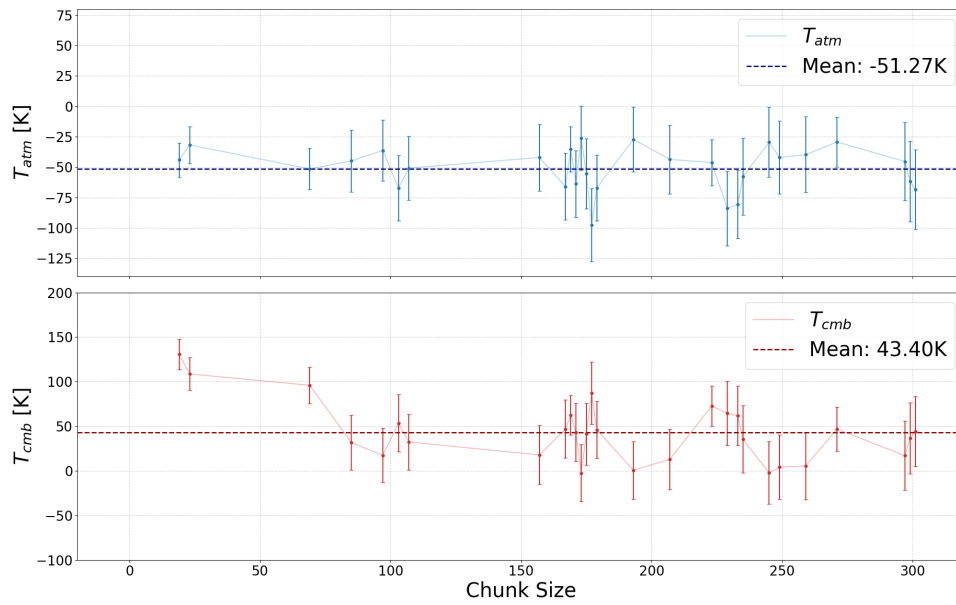


図 22: 解析 1 の R^2 閾値 0.9 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

これより、 N, T_{atm}, T_{cmb} はそれぞれ以下のように求められた。

$$N = 181 \tag{4.9}$$

$$T_{atm} = -27.8 \pm 23.7[K] \tag{4.10}$$

$$T_{cmb} = 18.7 \pm 28.7[K] \tag{4.11}$$

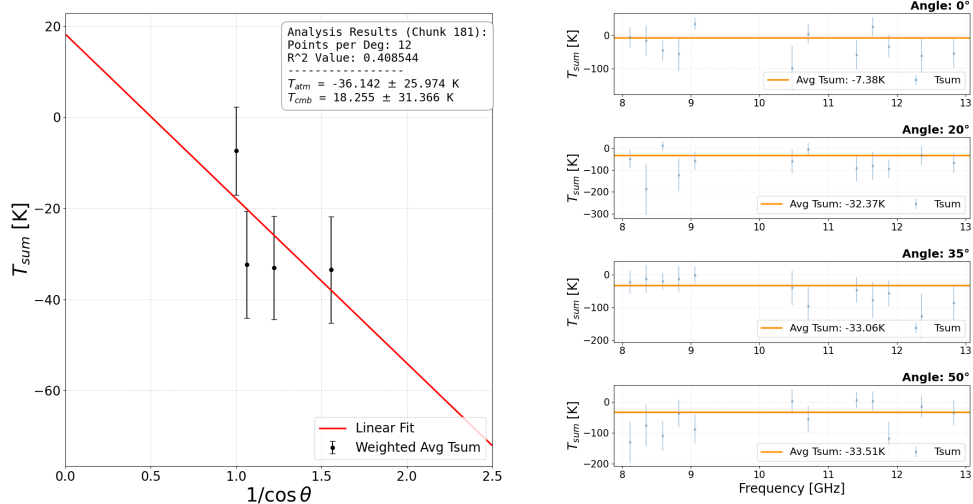


図 23: 解析 1 によって求められた最適 chunk サイズ : 181 における T_{sum} およびその較正直線

4.2 解析 2 : out, N2, sky データを用いた解析

データ A、B、C それぞれに対して、以下で説明するような解析を行う。

4.2.1 各パラメータの周波数分布の計算方法

G, T_{rx} は、それぞれ以下のように表される。

$$G = \frac{P_{out} - P_{N2}}{T_{out} - T_{N2}} \quad (4.12)$$

$$T_{rx} = \frac{T_{out}P_{N2} - T_{N2}P_{out}}{P_{out} - P_{N2}} \quad (4.13)$$

上記によって求めた G, T_{rx} を用いて、 T_{sum} は以下のように表される。

$$T_{sum} = \frac{P_{sky}}{G} - T_{rx} \quad (4.14)$$

ここで、 T_{sum} は各 θ [deg] ごとに

$$T_{sum} = \frac{T_{atm}}{\cos\theta} + T_{cmb} \quad (4.15)$$

で表されるから、周波数には依存しない、 θ ごとに一定値をとる量である。これより、 T_{sum} の実験値として、周波数方向の加重平均値を求める。このとき、ノイズの影響を除去するため、 T_{sum} が標準偏差の 3 倍より大きい周波数および、 T_{rx} が 1000K より大きい周波数における T_{sum} のデータを、加重平均をとる計算から除外する。

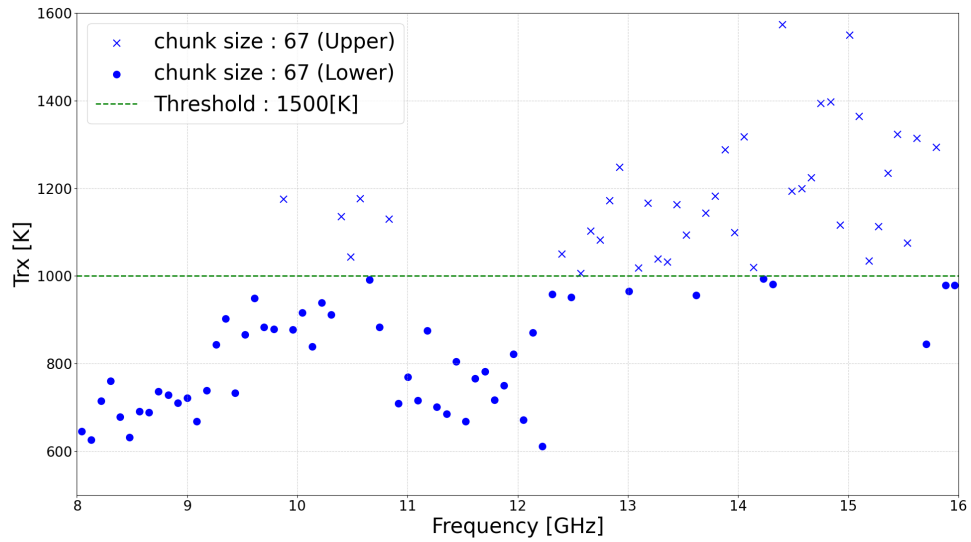


図 24: データ A における chunk サイズ 67、0deg の $T_{rx}[K]$ の周波数分布。破線より上のデータ点を計算から除外する。

以上で求めた 0, 20, 35, 50deg それぞれ 4 つの T_{sum} のデータ点を、縦軸 $T_{sum}[K]$ 、横軸 $\frac{1}{\cos\theta}$ のグラフ上にプロットし、最小二乗法によって較正直線を求める。この較正直線の傾きを T_{atm} 、縦軸の切片を T_{cmb} とする。

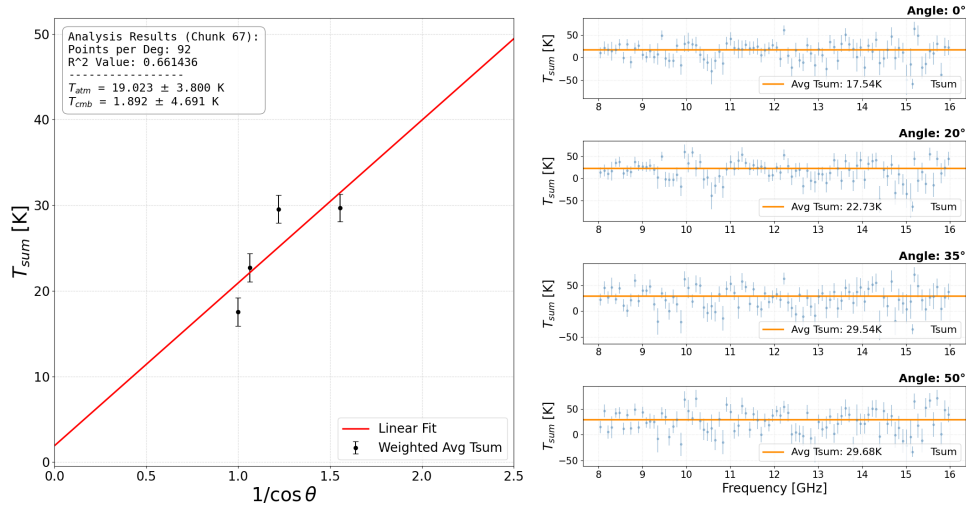


図 25: データ A における、 T_{rx} によるフィルタリング前の T_{sum} およびその較正直線 (0deg, chunk サイズ : 67)

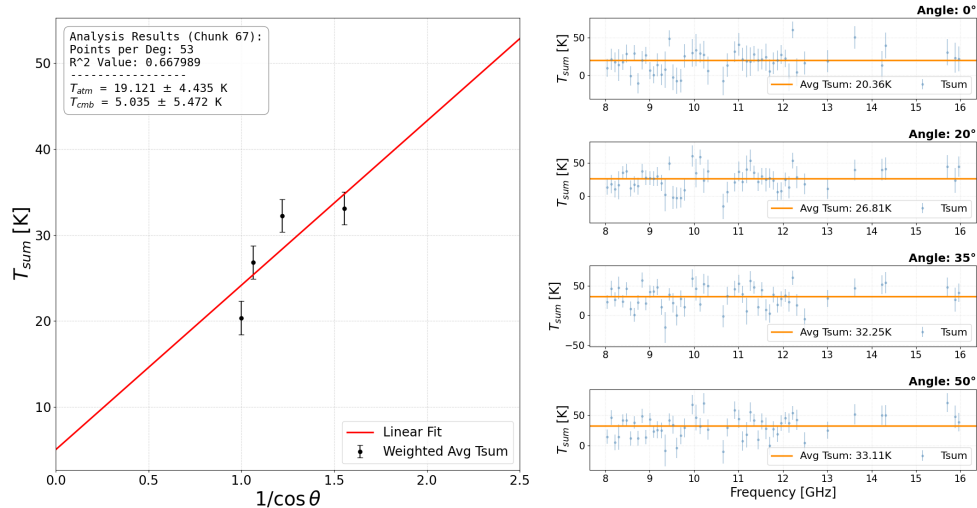


図 26: データ A における、 T_{rx} によるフィルタリング後の T_{sum} およびその較正直線 (0deg, chunk サイズ : 67)

4.2.2 最適 chunk サイズの決定方法

解析 1 と同様の方法により、最適な chunk サイズおよび解析 2 における T_{atm} , T_{cmb} の値を求める。

4.2.3 結果：データ A

解析 2 のデータ A における、各 chunk サイズに対する T_{atm} , T_{cmb} を R^2 閾値ごとにグラフに表すと、以下ようになった。

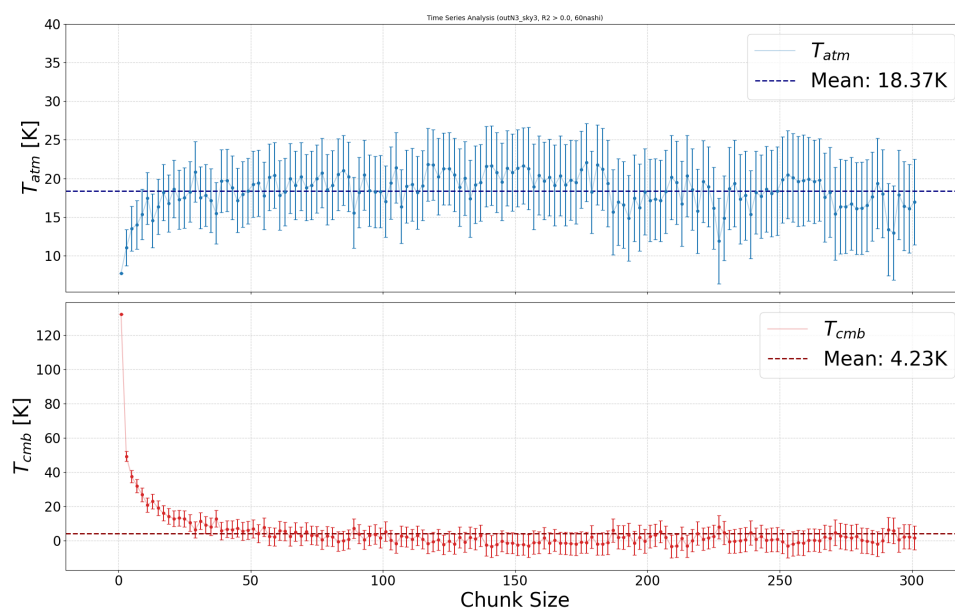


図 27: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.0 における、 T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

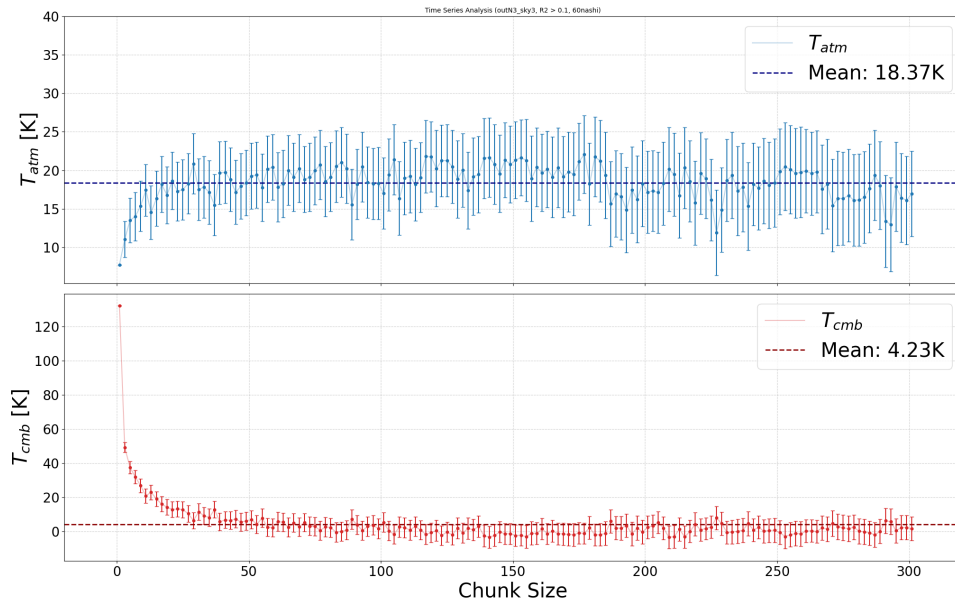


図 28: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.1 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

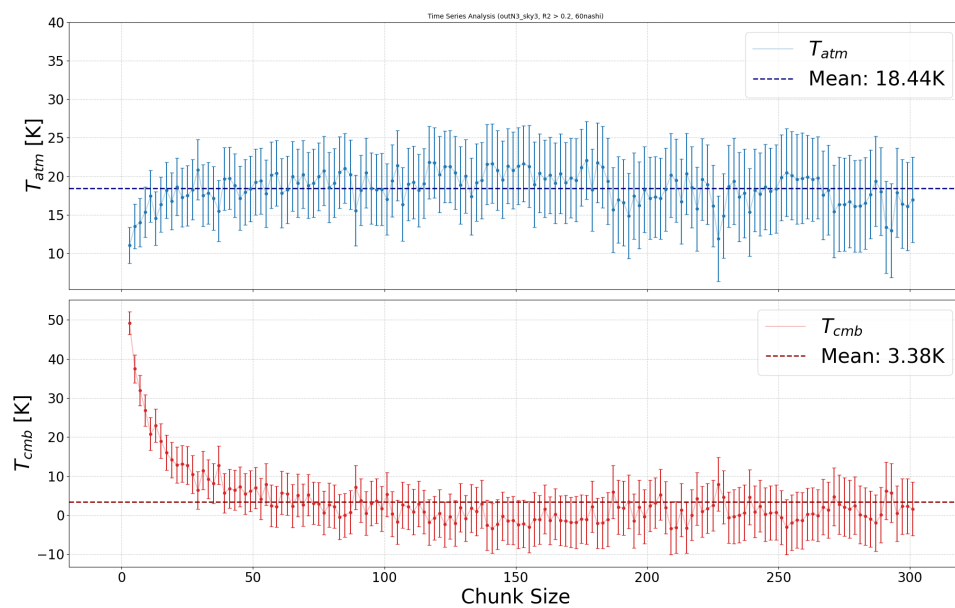


図 29: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.2 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

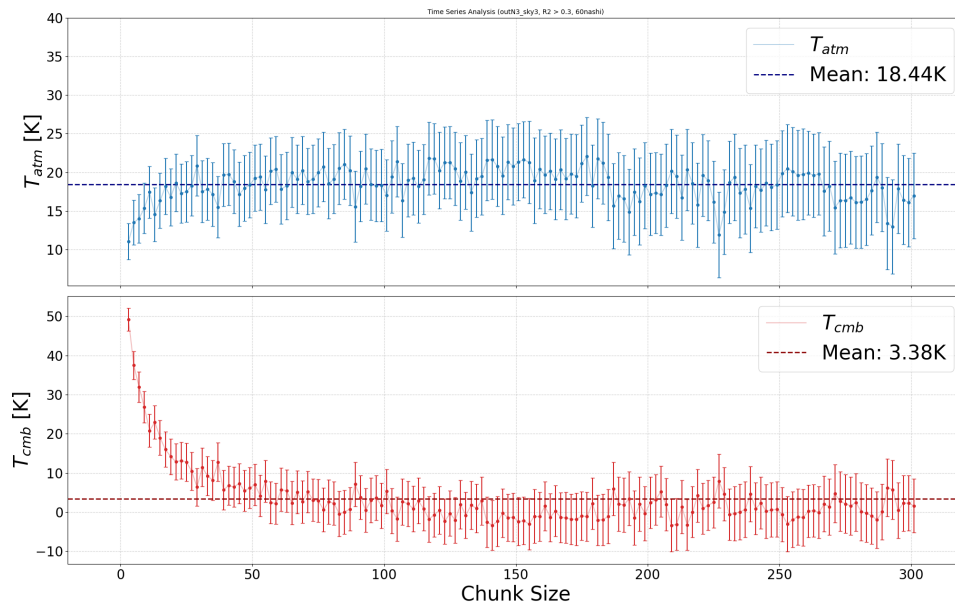


図 30: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.3 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

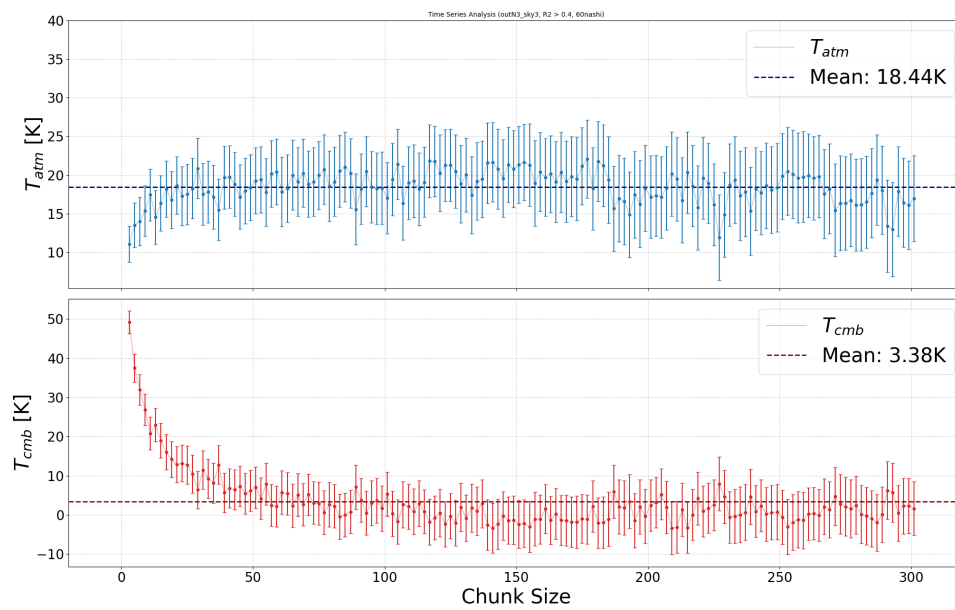


図 31: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.4 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

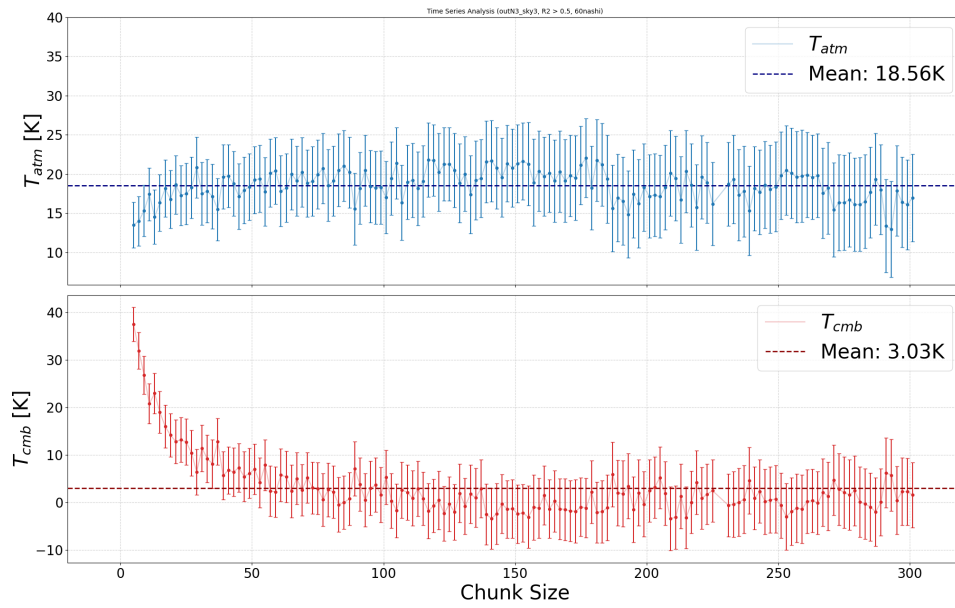


図 32: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.5 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

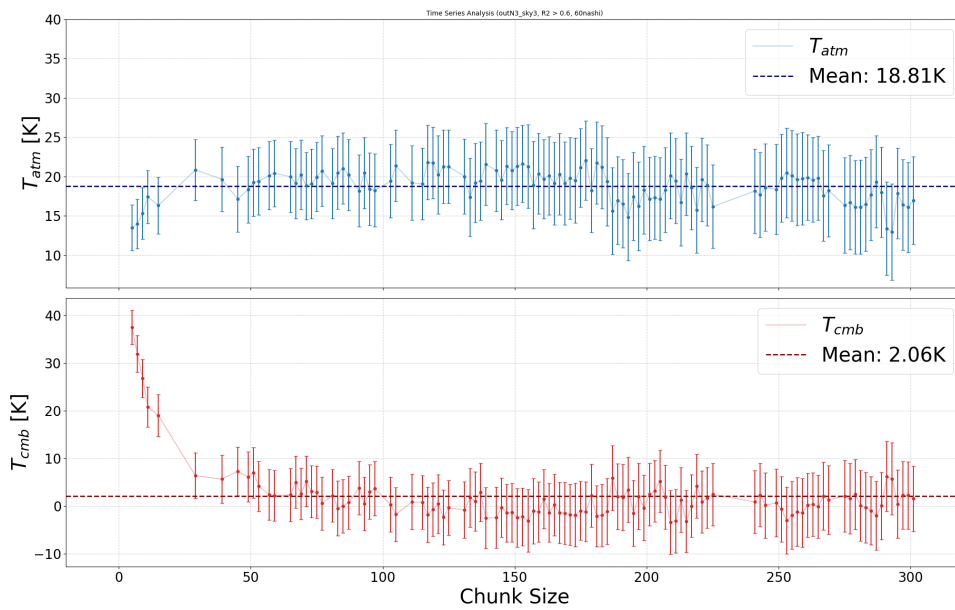


図 33: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.6 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

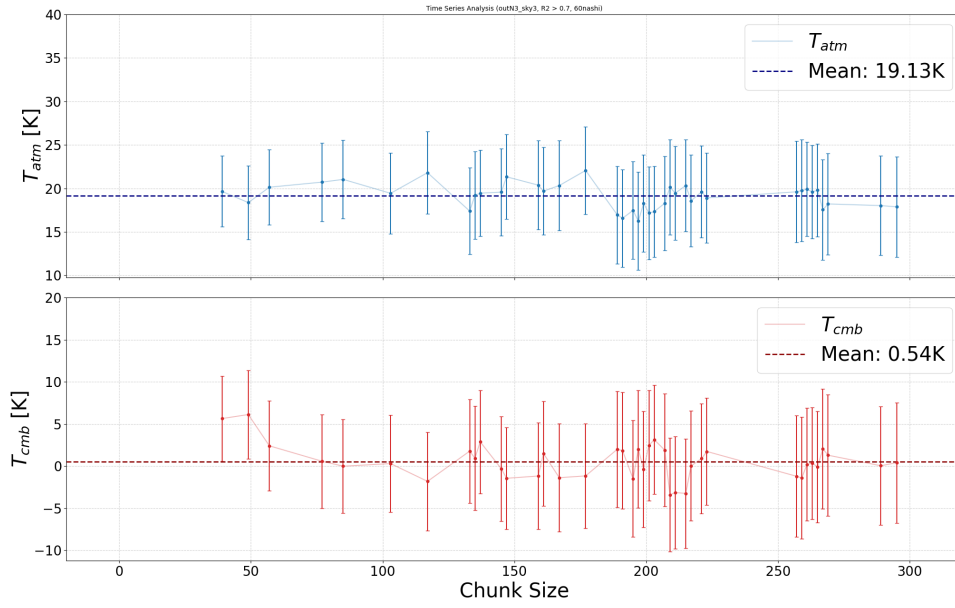


図 34: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.7 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

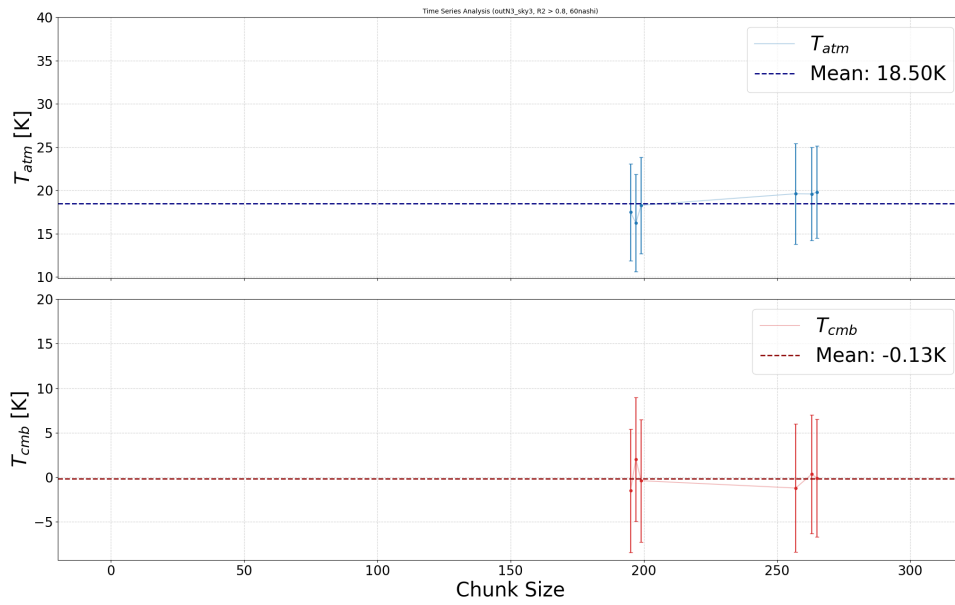


図 35: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.8 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

これより、解析 2 のデータ A における N, T_{atm}, T_{cmb} はそれぞれ以下のように求められた。

$$N = 207 \quad (4.16)$$

$$T_{atm} = 18.2 \pm 5.4[K] \quad (4.17)$$

$$T_{cmb} = 1.9 \pm 6.7[K] \quad (4.18)$$

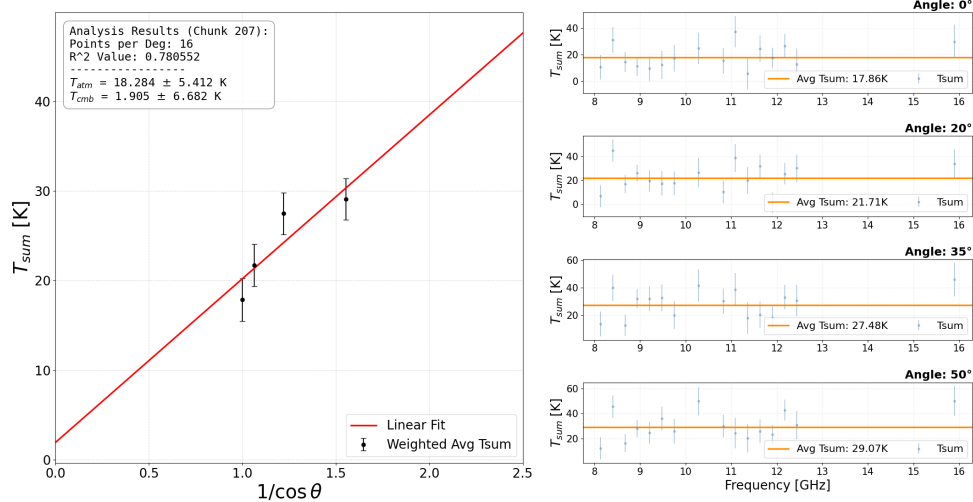


図 36: 解析 2 によって求められたデータ A の最適 chunk サイズ：207 における T_{sum} およびその較正直線

4.2.4 結果：データ B

解析 2 のデータ B における、各 chunk サイズに対する T_{atm} , T_{cmb} を R^2 閾値ごとにグラフに表すと、以下のようになった。

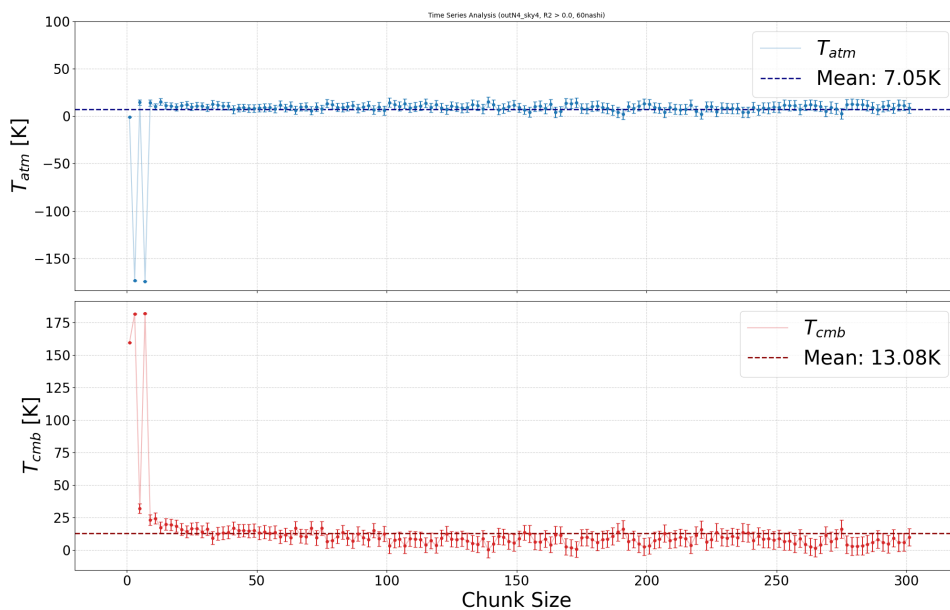


図 37: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.0 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

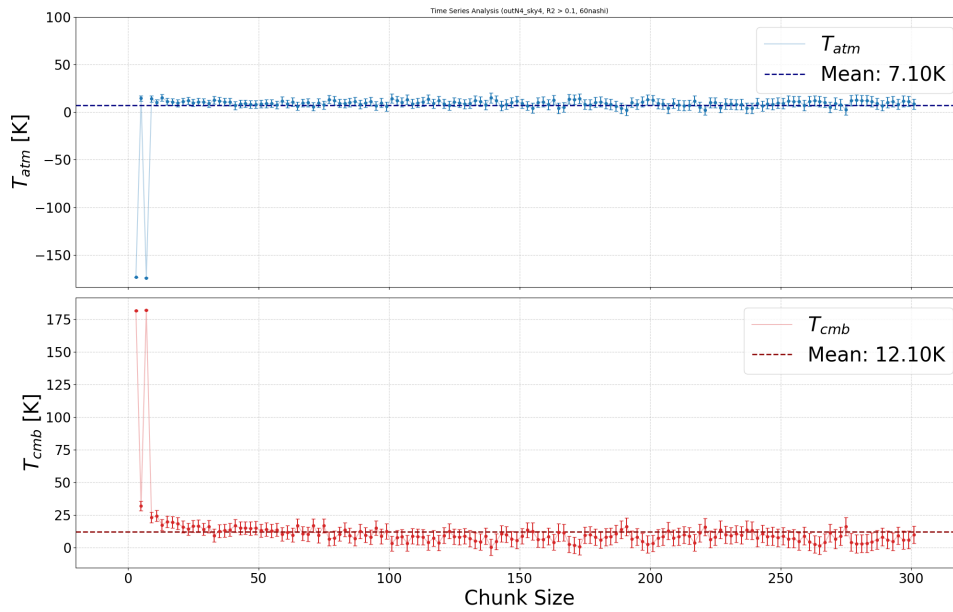


図 38: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.1 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

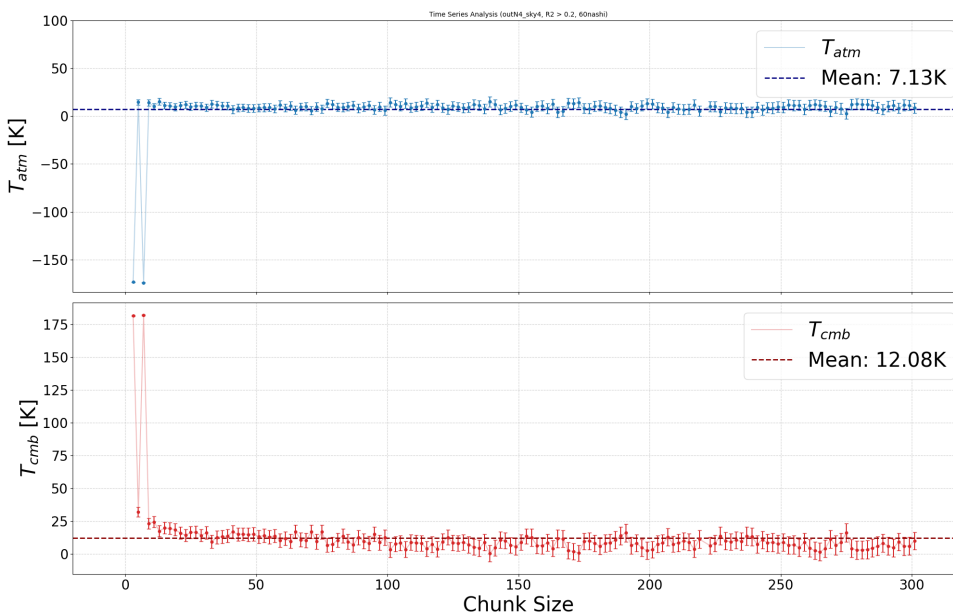


図 39: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.2 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

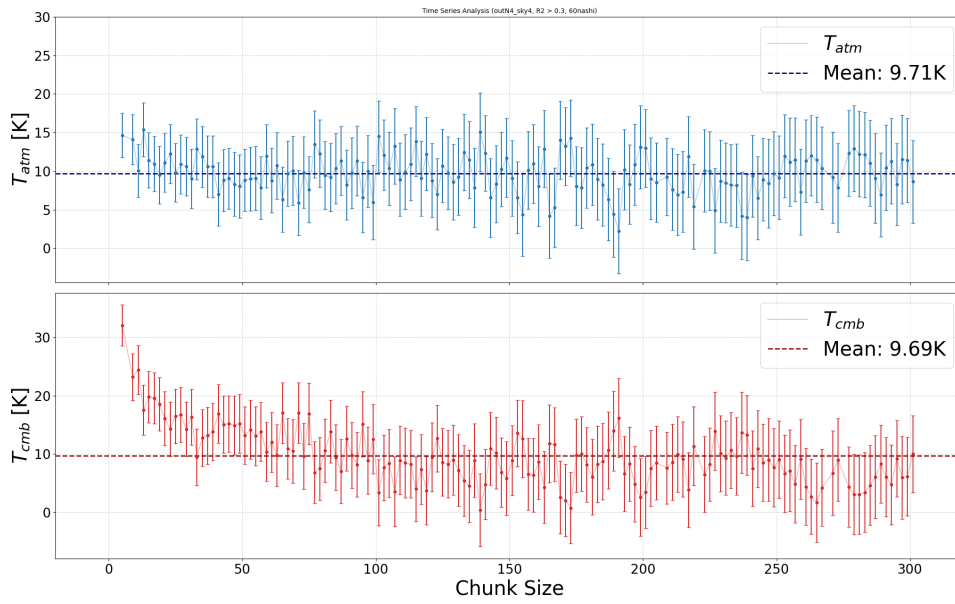


図 40: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.3 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

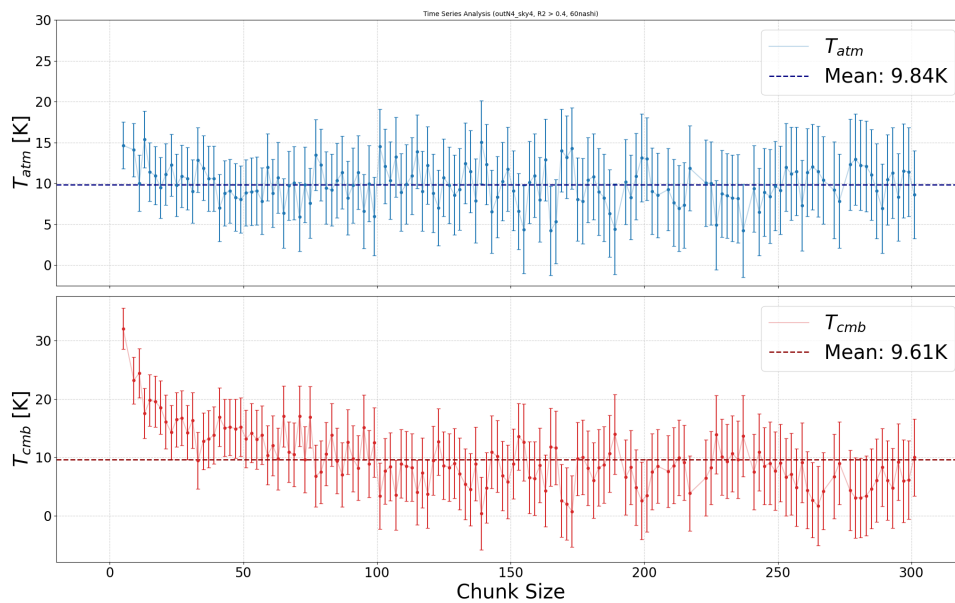


図 41: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.4 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

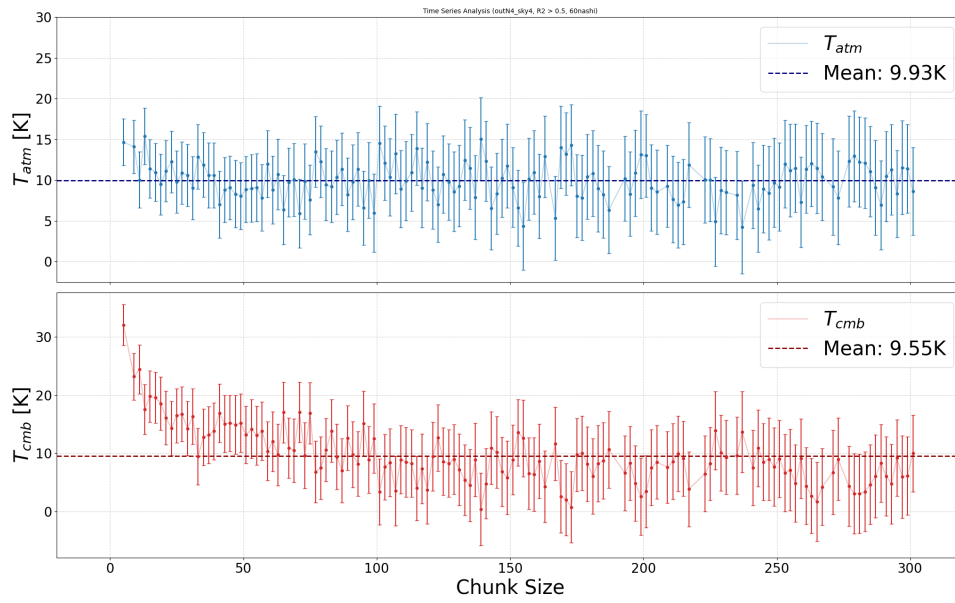


図 42: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.5 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

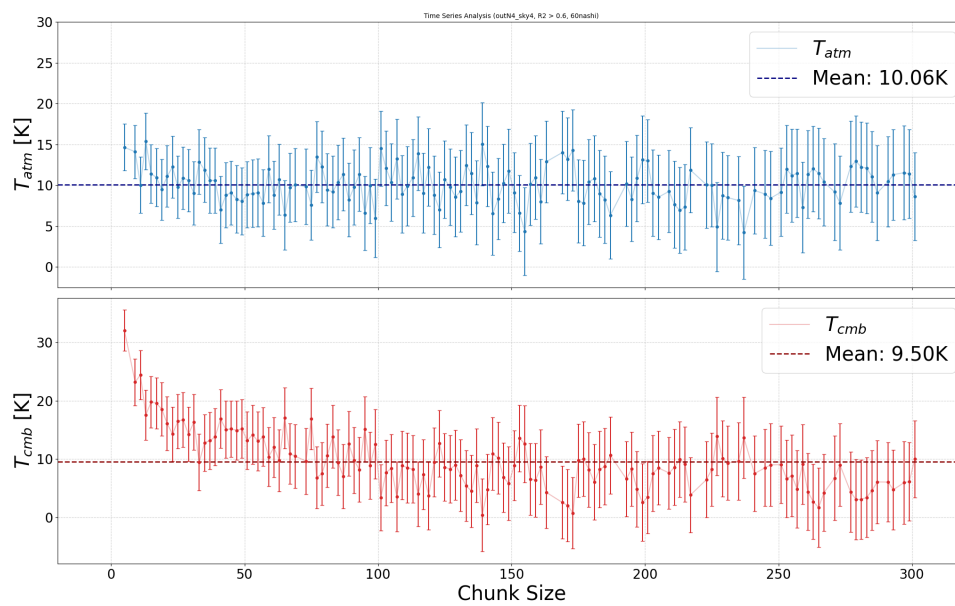


図 43: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.6 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

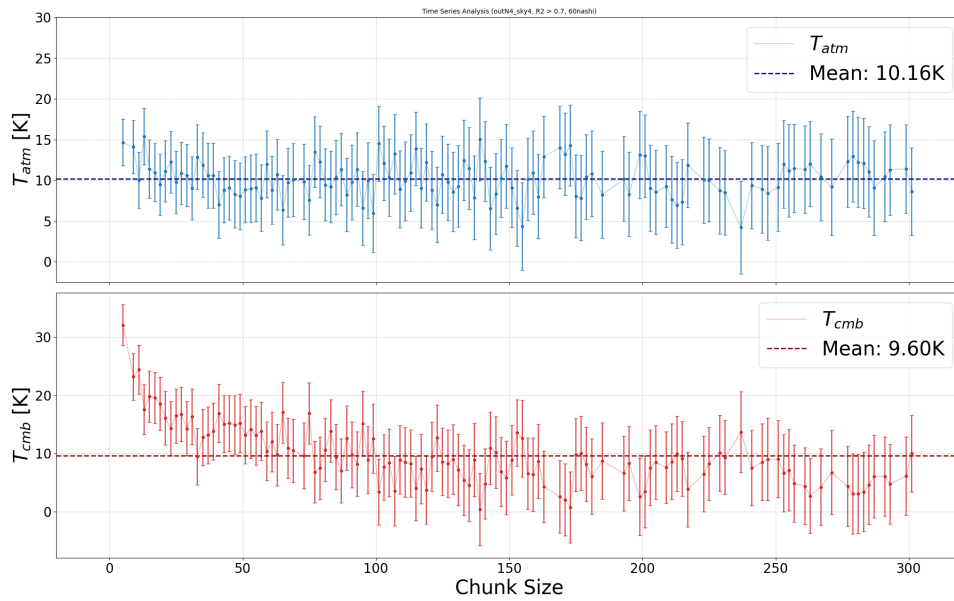


図 44: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.7 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

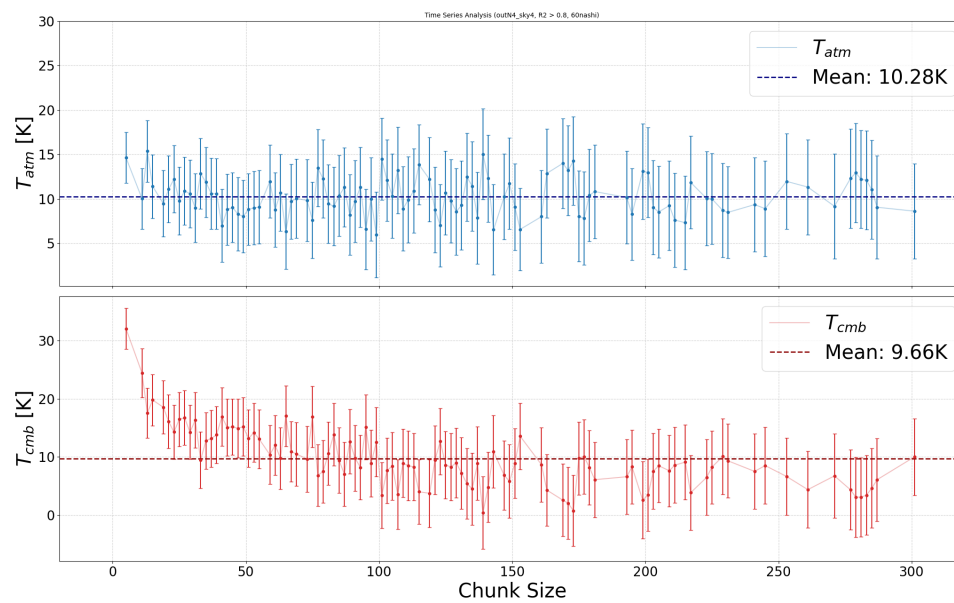


図 45: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.8 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

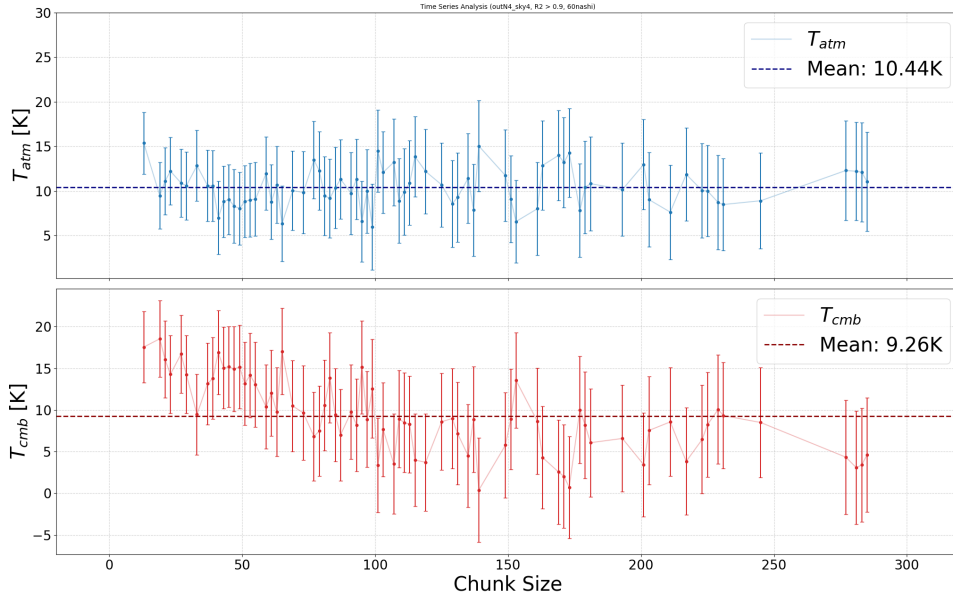


図 46: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.9 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

これより、解析 2 のデータ B における N, T_{atm}, T_{cmb} はそれぞれ以下のように求められた。

$$N = 73 \quad (4.19)$$

$$T_{atm} = 9.8 \pm 4.6[K] \quad (4.20)$$

$$T_{cmb} = 9.6 \pm 5.7[K] \quad (4.21)$$

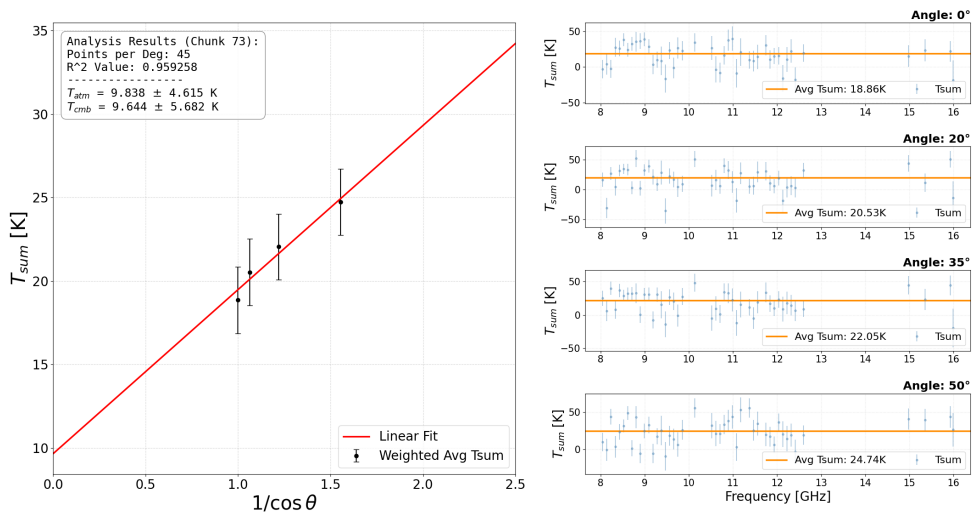


図 47: 解析 2 によって求められたデータ B の最適 chunk サイズ : 73 における T_{sum} およびその較正直線

4.2.5 結果：データ C

解析 2 のデータ C における、各 chunk サイズに対する T_{atm} , T_{cmb} を R^2 閾値ごとにグラフに表すと、以下ようになった。

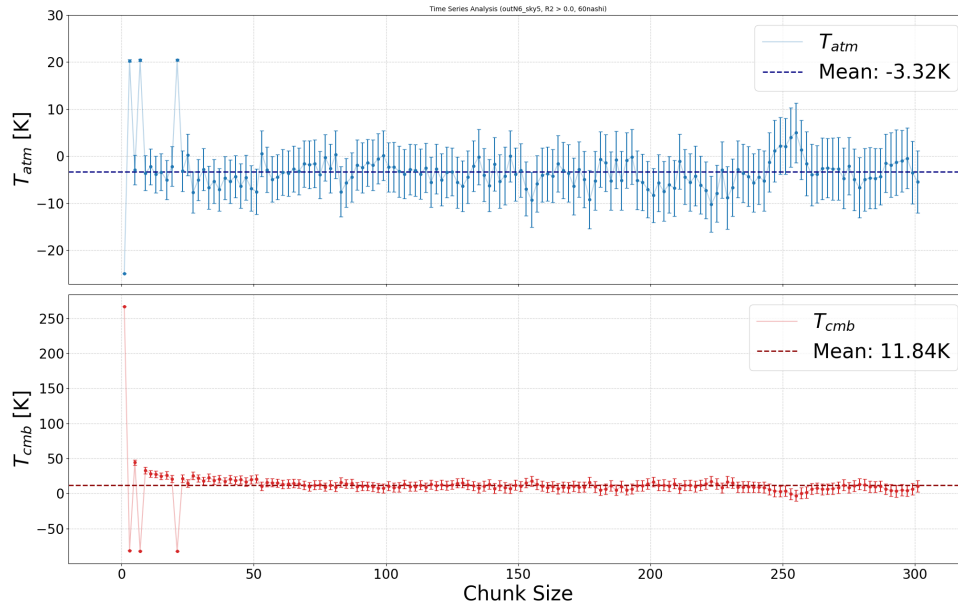


図 48: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.0 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

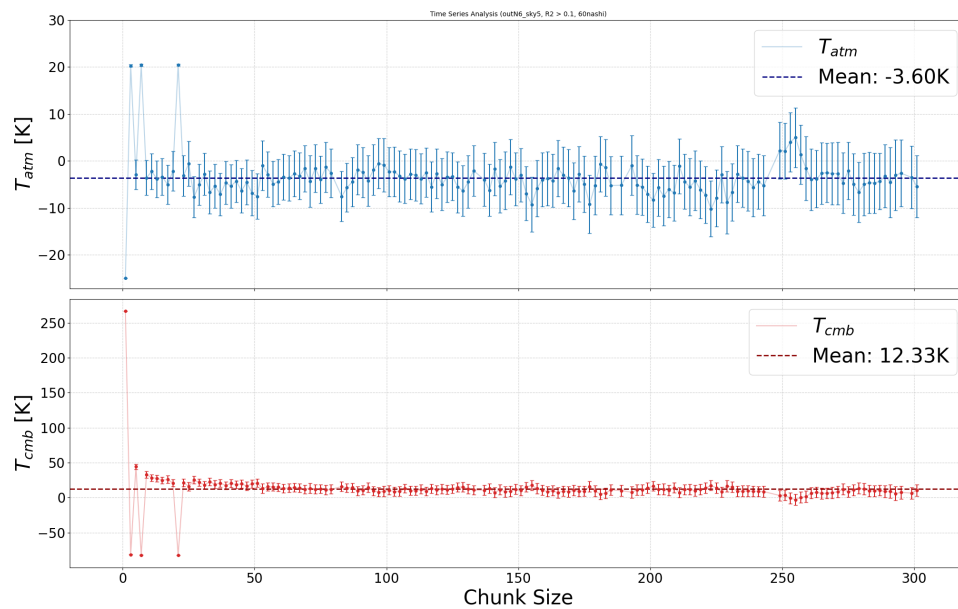


図 49: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.1 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

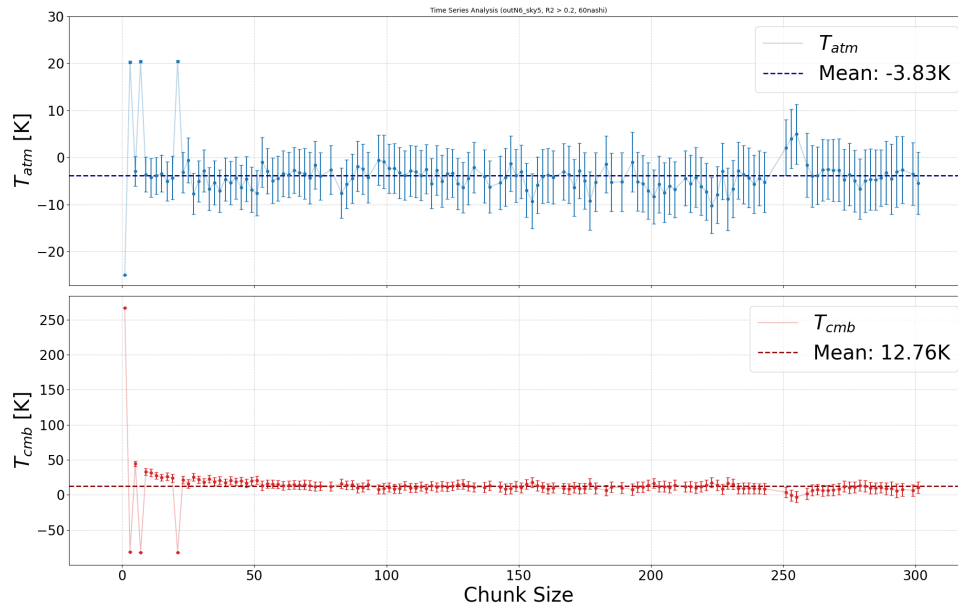


図 50: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.2 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

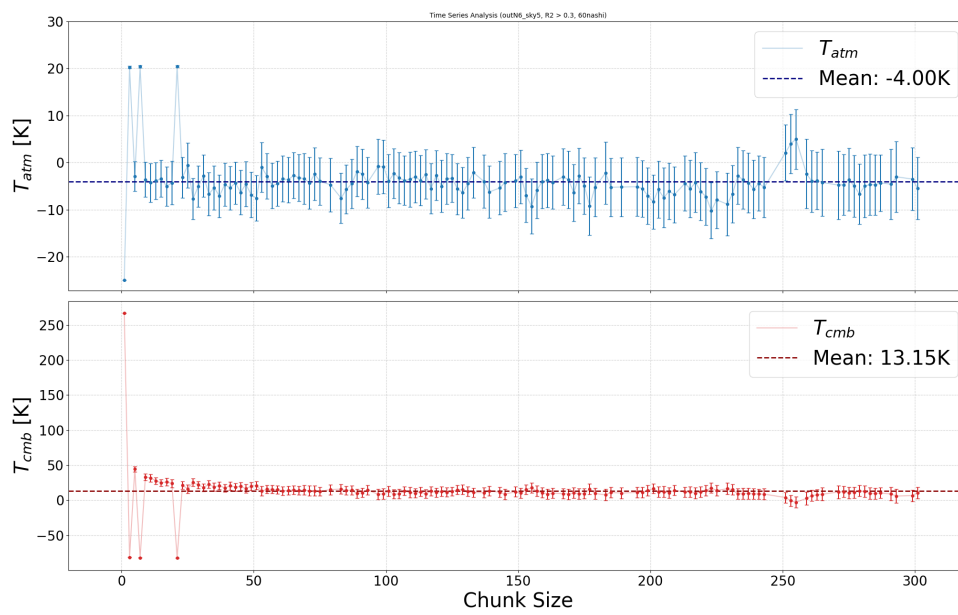


図 51: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.3 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

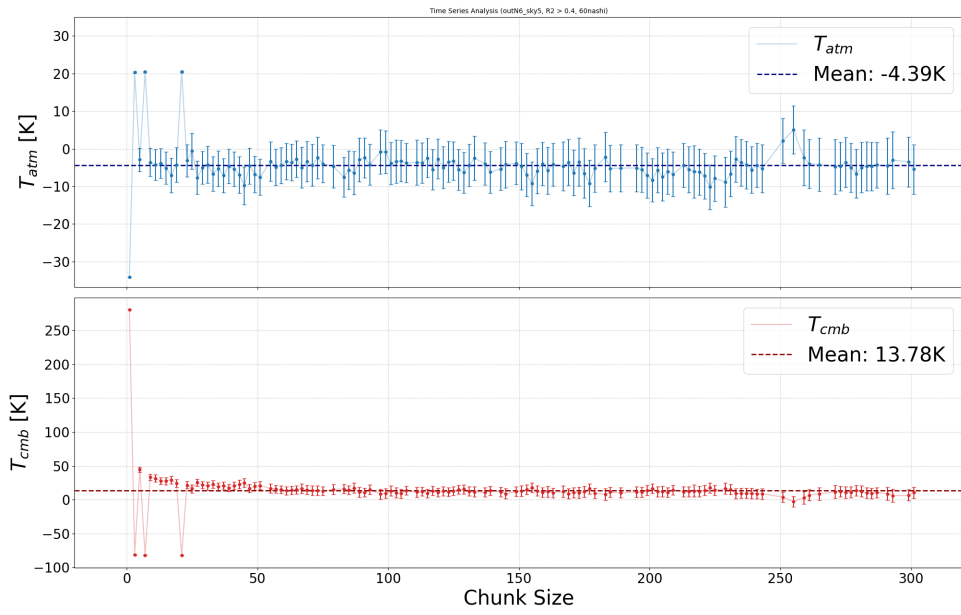


図 52: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.4 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

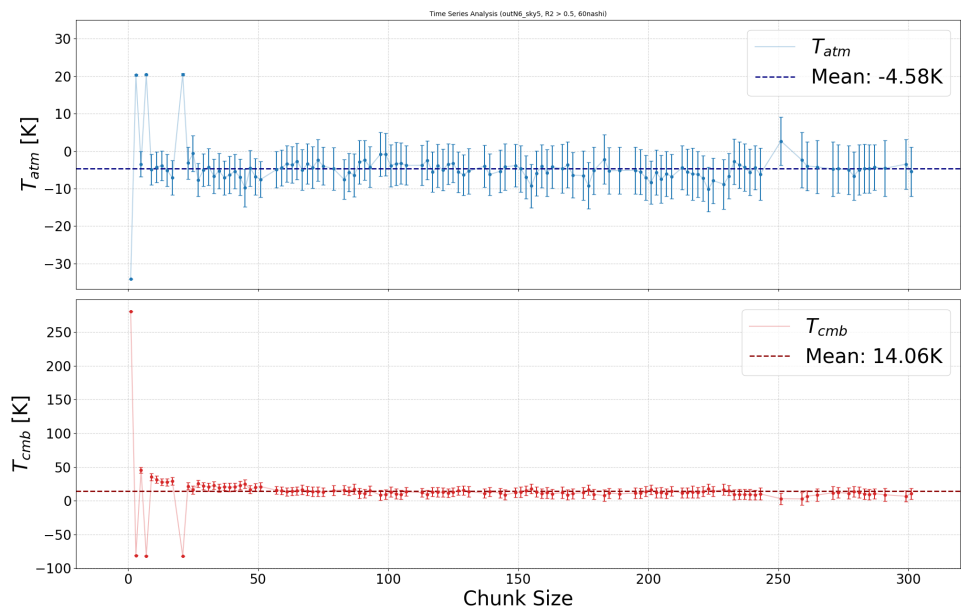


図 53: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.5 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

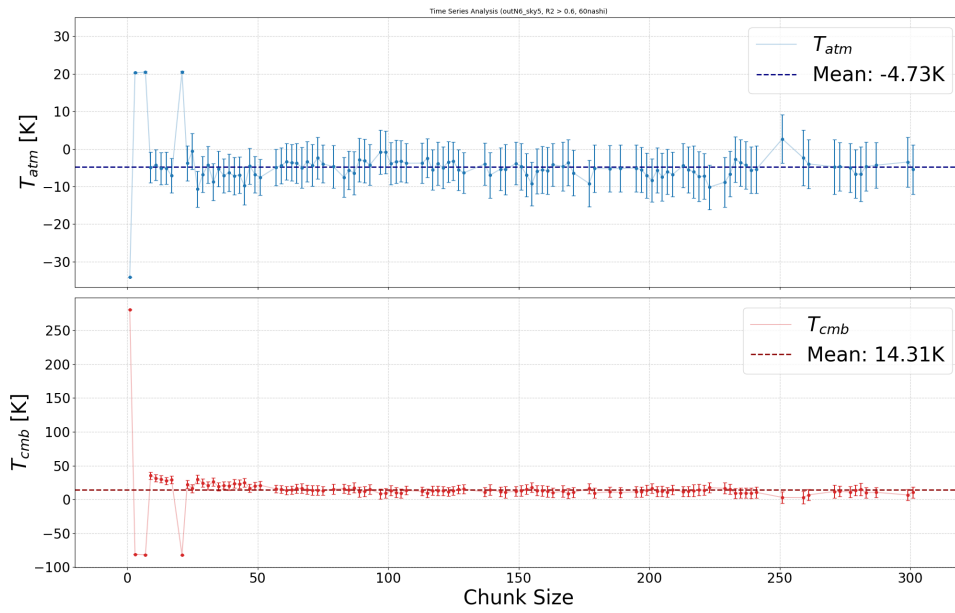


図 54: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.6 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

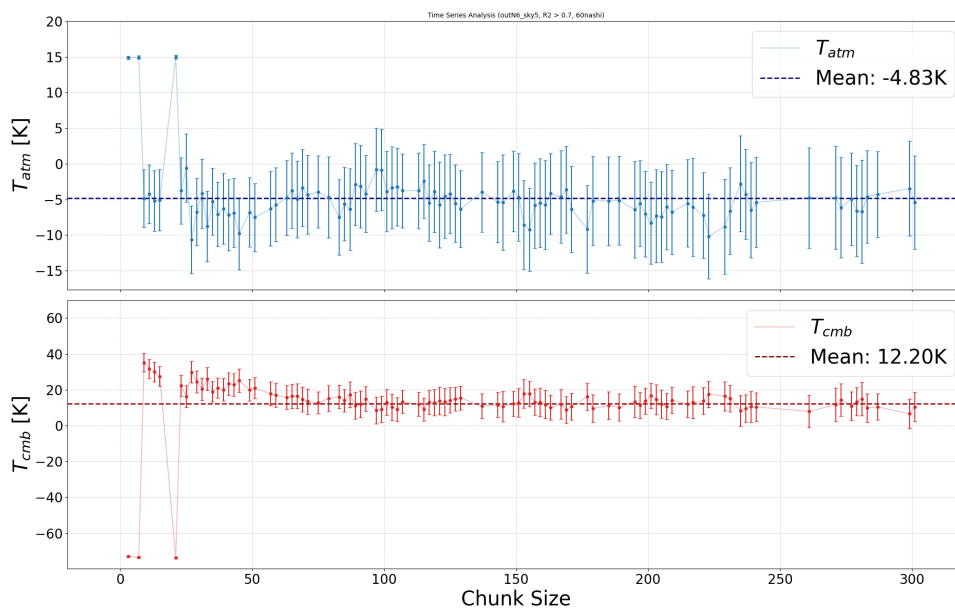


図 55: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.7 における, T_{atm} [K] vs chunk サイズ および T_{cmb} [K] vs chunk サイズ

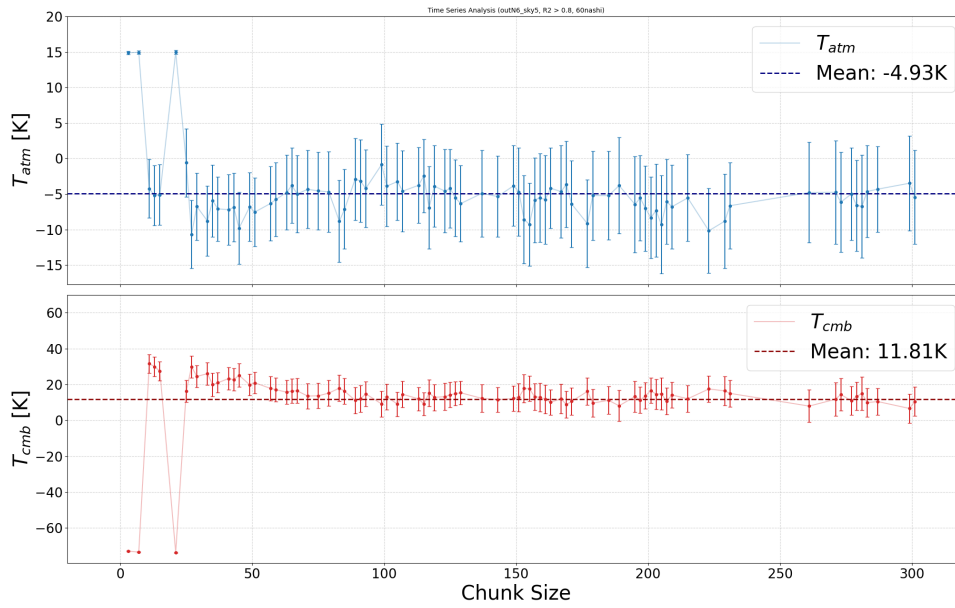


図 56: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.8 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

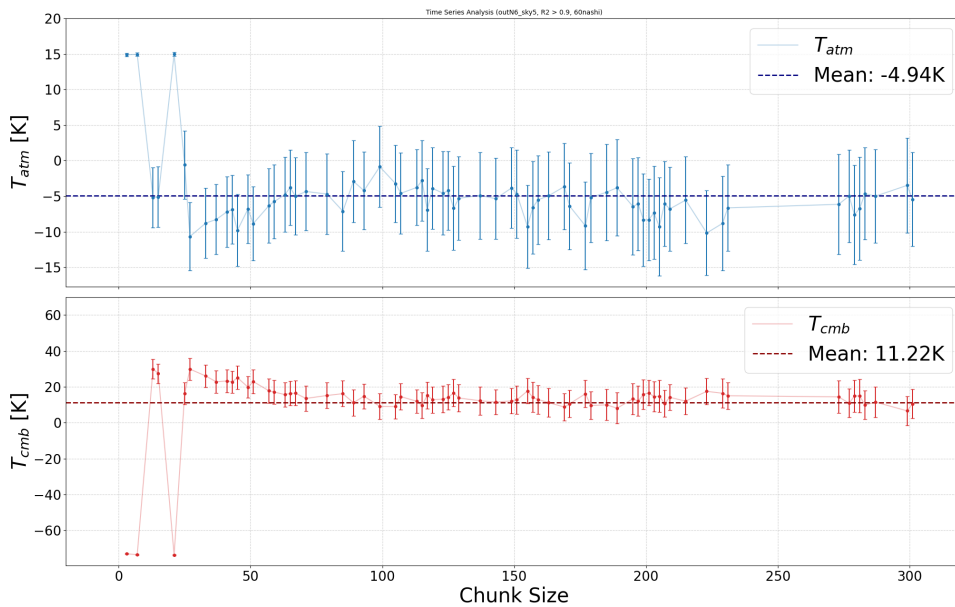


図 57: 解析 2, データ A の R^2 閾値 0.9 における, $T_{atm}[K]$ vs chunk サイズ および $T_{cmb}[K]$ vs chunk サイズ

これより、解析 2 のデータ C における N, T_{atm}, T_{cmb} はそれぞれ以下のように求められた。

$$N = 113 \quad (4.22)$$

$$T_{atm} = -3.8 \pm 5.3[K] \quad (4.23)$$

$$T_{cmb} = 12.0 \pm 6.5[K] \quad (4.24)$$

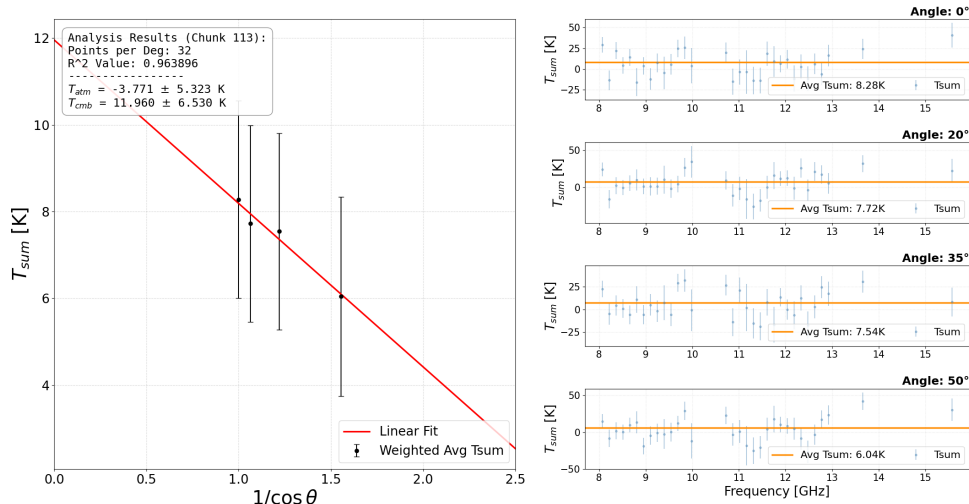


図 58: 解析 2 によって求められたデータ C の最適 chunk サイズ : 113 における T_{sum} およびその校正直線

4.3 T_{cmb} の決定

解析 1 の結果は、正であるべき量である T_{sum} がすべての角度で負であったり、 T_{atm} が大きく負であったりという非物理的なものであり、適切な測定ができていなかったと考えられる。よって、解析 2 の結果を実験結果として用いる。

解析 2 におけるデータ A、B、C それぞれで求めた T_{atm}, T_{cmb} およびそれらの誤差に対して加重平均をとった値を実験値とすると、以下のようになる。

$$T_{atm} = 8.2 \pm 2.9[K] \quad (4.25)$$

$$T_{cmb} = 8.1 \pm 3.6[K] \quad (4.26)$$

5 考察と展望

5.1 コード変形の寄与について

同条件での測定の再現性が悪い原因を二つほど考えた。一つは測定の際に自作アンテナからスペクトルアナライザやアンプ用電源へと伸ばしたコード (図 59) がどうしても動いてしまうことによるノイズ変動、もう一つは回路のゲインやノイズの不安定性である。



図 59: アンテナから伸びたコード (赤と青)

これらを調べるため、コードに一切触れず時間間隔も短く (1 分以内) 室温 (18.5 °C) の黒体放射を 2 回測定したものと 0° と 50° で室温黒体をとったものそれぞれ MAE を調べた (表 1)。ただしデータ P,Q の MAE は以下のようにその二つのデータの差の大きさの代表値である (i は振動数のインデックス)。

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |P_i - Q_i|$$

表 1: 再現性はコード変形か不安定性か

条件	MAE
コード非接触	1.54×10^{-8}
0° と 50°	1.54×10^{-8}

このように二つの差はほぼない (小数第 3 位まで見ると有限の差はある) ことから、再現性の悪化に寄与するのは回路の不安定性によるものだと考えられる。本実験のデータを使ってもこれは確認でき、表 2 は N2 の黒体放射を異なるタイミングでとったものの MAE である。5 回目と 6 回目の間はコードに触れていないが、1 ~ 5 回目の間は各角度の測定を挟んでいるのでアンテナを傾けて戻した寄与がある。

表 2: 再現性はコード変形か不安定性か (本実験 N2)

比較条件	MAE (mW)
5-6 (コード非接触)	1.00×10^{-8}
1-2	1.98×10^{-8}
2-3	1.07×10^{-8}
3-4	1.09×10^{-8}
4-5	1.04×10^{-8}

このように回路の不安定性によって $1e-8mW$ 程度の誤差があり、コード変形の寄与は小さい ($5e-10mW$ 程度)。本実験で見たい電力差は空の測定の角度差だがこの理論値は 0° と 50° の場合次式のように計算され、 $1e-9mW$ ほどである (Gk_bB のおよその値は図 60 のヒストグラムから) ので、コード変形はあまり効かないが回路の不安定性は大きく効くことになる。 $Gk_bBT_{atm}(\frac{1}{\cos(50^\circ)} - \frac{1}{\cos(0^\circ)}) \sim 0.3 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 0.5 \sim 10^{-12}(W) = 10^{-9}(mW)$

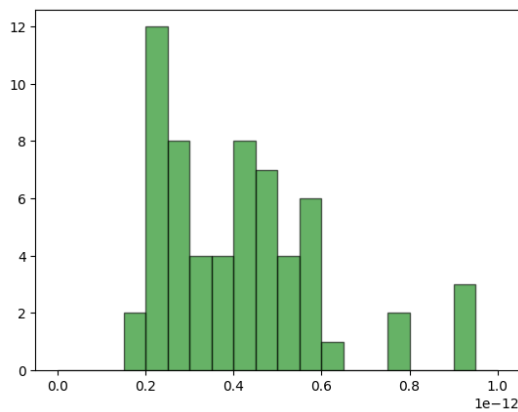


図 60: Gk_bB のヒストグラム (W/K)

5.2 解析1がうまくいかなかった理由

解析 1 は、各角度で温度校正をする方法だったが T_{atm} が負になるなど非物理的な挙動を示した。この原因の一つとして、ドライアイスに浸した黒体が十分冷えていなかったことが考えられる (図 61)。

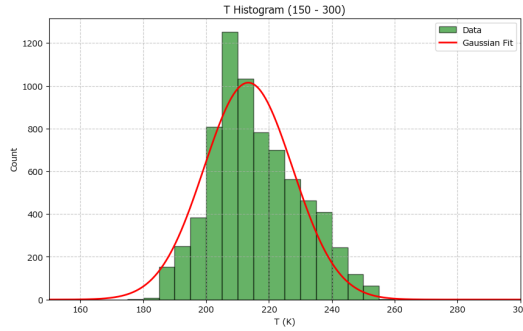


図 61: N2 と外気温で温度校正して ice の温度を求めてヒストグラムにし、ガウスフィットしたもの。mean が約 210K となっていて、CO2 の昇華点約 195K より大きい

このことから、CO2 の温度を補正して解析したのが図 62 である。Tsum が負から正になったが依然 Tatm は負である。

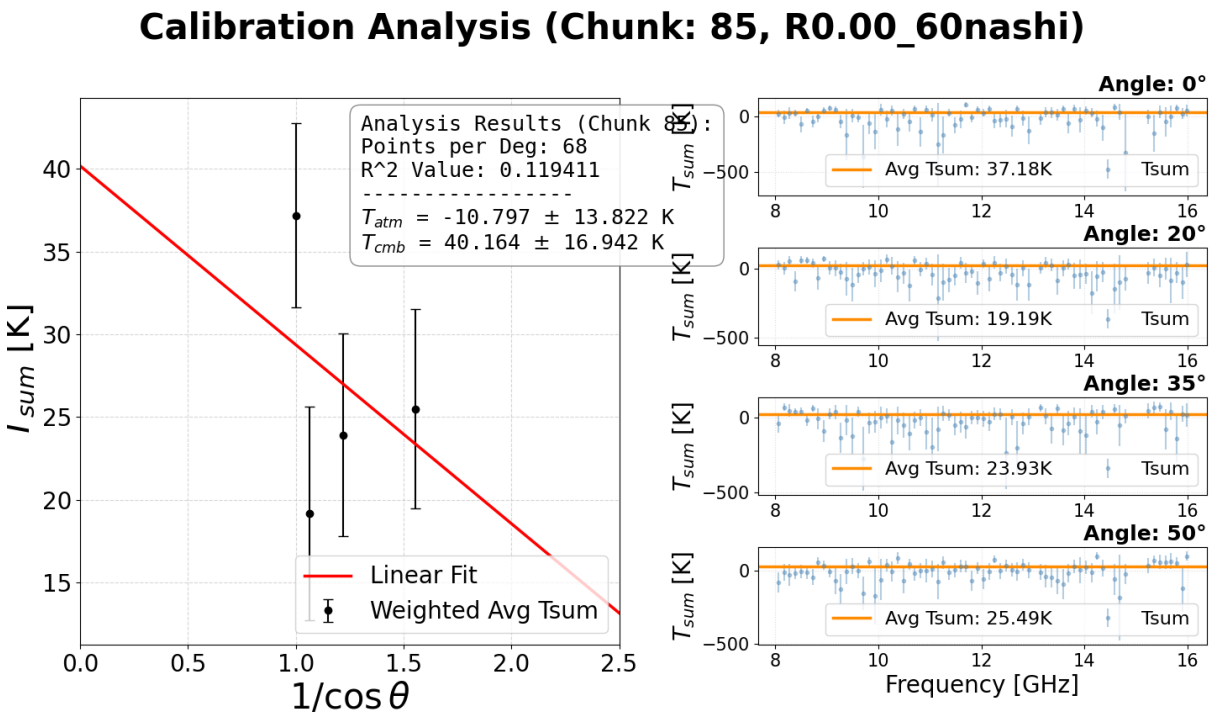
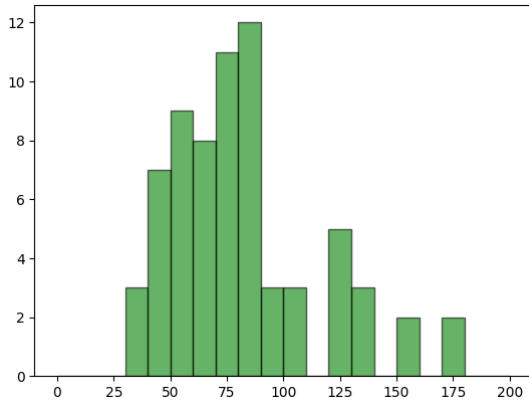
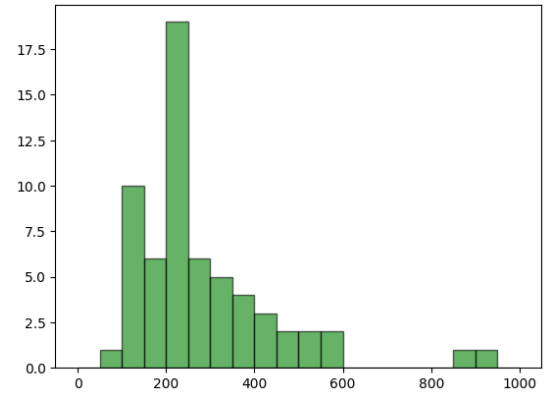


図 62: ドライアイスの温度補正後の解析 1

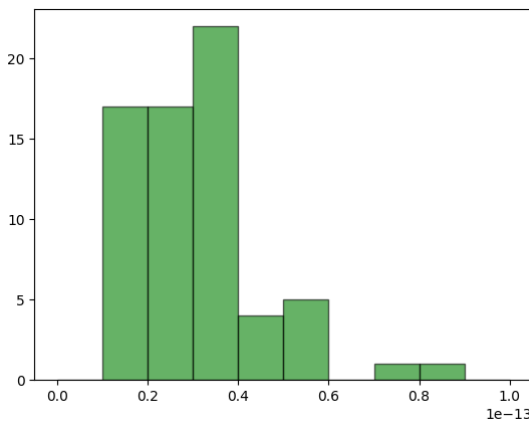
この原因はドライアイスと外気温では温度差が 70K ほどしかなく (N2 と外気温だと約 200K)、温度校正精度が悪くなったことにより誤差が大きくなったためと考えられる。ゲイン (正しくは $Gk_b B$) とノイズ温度をドライアイスと外気温、窒素と外気温それぞれで求めた際の誤差をヒストグラムにしたのが図 63 である。ドライアイスを用いた方が誤差が大きくなることがはっきりわかる。この誤差が最終的な T_{atm}, T_{cmb} の誤差にも寄与し、これらの誤差も非常に大きくなっている。



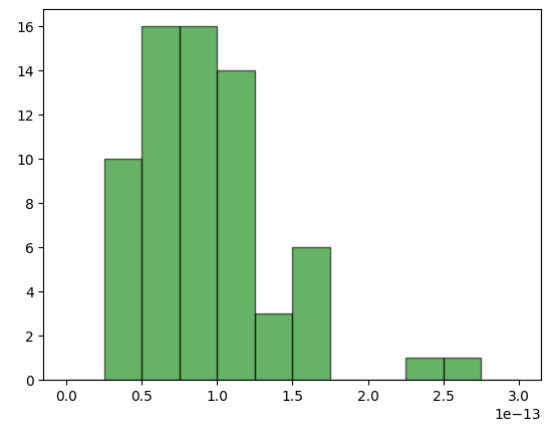
(a) 窒素、ノイズ温度の誤差 (K)



(b) ドライアイス、ノイズ温度の誤差 (K)



(c) 窒素、ゲイン (GkbB) の誤差 (W/K)



(d) ドライアイス、ゲイン (GkbB) の誤差 (W/K)

図 63: 窒素と外気温、ドライアイスと外気温それぞれで温度校正した場合のゲイン、ノイズ温度の誤差

5.3 データ ABC 間の差

データ A,B,C の同じ角度での Tsum の測定で値は同じになるはずだが違う (表 3)。

表 3: データ A,B の Tsum

角度 (°)	データ A (K)	データ B (K)	データ C (K)
0	17.9	18.9	8.3
20	21.7	20.5	7.7
35	27.5	22.1	7.5
50	29.0	24.7	6.0

A,B の差は回路の不安定性から来ると言えそうだが、C に関しては Tsum が大幅に小さい。A →

B → C の順に測定しており、回路の不安定性が大幅に上がったなどとは考えにくい。C の電力は温度校正のものも含めて全体的に小さく、この原因はわからなかった。C の T_{atm} が負になったのは、角度間の差が小さくなり、これに対する誤差が大きくなったからだと考えられる。

(C について、 T_{atm} が何らかの原因で小さくなった場合、 T_{sum} が小さくなるのに説明はつくが、測定時はずっと快晴であり、あまりこれは考えにくい。)

5.4 T_{cmb} の決定値について

最終結果の温度誤差に寄与したのは、回路のゲイン、ノイズ温度の周波数依存の不安定性である。図 64 は 10GHz から始まる chunk 一つ分のデータ (解析にはこれの中央値が使われた) のヒストグラムで、分散は約 $4e-8mW$ で、これは温度校正 (N_2 と外気温) で見たい差約 $6e-8mW$ ($Gk_B \Delta T$ より)、空の測定の角度差で見たい差約 $1e-9mW$ に比べ大きい。これが最終結果の温度誤差に寄与している。

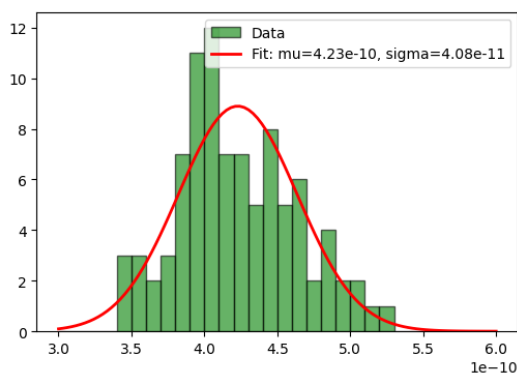


図 64: chunk 1 つ分での電力の分布

一方、先の MAE の解析から、同周波数の異なる時間での差が約 $1e-8mW$ あったので、時間方向にも同程度の誤差があったものと考えられる。今回の測定では時間方向の平均化などは行っていないのでこれは捉えられていない。これを考慮すると誤差はより大きくなる。

また、今回の測定では T_{atm} の周波数依存性を無視していたが、今回の測定に使った周波数帯 8GHz から 16GHz では (ノイズ温度フィルターによりもっと範囲は狭まっているとはいえ) T_{atm} の周波数依存性を無視しきれないと思われる。

その他だと、電波吸収体でバッフルを作ったとはいえ排除しきれなかったサイドローブによるまわりこみなどもあるかもしれない。また、本実験の際の空や環境の様子は、気温測定、目視による雲量観察などしかしておらず、環境の要因、変化をとらえきれない可能性がある。

5.5 今後の展望

ゲイン、ノイズ温度の振動数依存、時間依存の不安定性を減らすことが最重要課題である。また、その誤差を考慮できるような測定を行うことも有効である。

ノイズ温度を下げることも重要である。今回サイドローブによる電波のまわり込み防止として、電波吸収体のバッフルを用いたが、これによりノイズ温度が大幅に上がったと考えられるので、これを従来のやり方である金属製のホーンにしたほうがいいかもしれない。また、コードによるロスを最小限にしてノイズ温度を下げることもできるだろう。

アンテナの角度分解能をあげることも望まれる。今の電波吸収体のバッフルだと、メインローブの角度分解能をあげようとバッフルを狭めると、アンテナから見たバッフルの立体角が増え、ノイズ温度がその分増えるので、これは金属製のホーンにしないと難しい。

6 結論

表 4: 本実験と COBE 実験の cmb 温度測定値

測定	温度 (K)
本実験	8.1 ± 3.6
COBE 実験	2.72548 ± 0.00057

本実験で CMB 温度の測定を行った。その中心値は、COBE 実験の値と比較して 5.4 K 大きいものの、誤差が 3.6 K を踏まえると 1.5 σ 程度の違いである。装置ノイズや大気放射の時間変動や周波数依存性の取り扱いなどに課題があり、それらを考慮することで、測定精度を向上できる可能性がある。

7 謝辞

本実験を進めるにあたり、1 年間にわたりご指導いただいた田島先生、鈴木先生、TA の笠井さん、藤本さんには、実験ゼミおよび実験準備の段階から多くの有益なご助言をいただきました。

また、実験装置の準備および測定・解析において多大なご協力をいただきました。特に寒冷な環境の中での測定作業にもご尽力いただきましたこと、この場をお借りして深く感謝申し上げます。

8 参考文献

- [1] T. Tyson, B. Barnett, and S. Hilbrand, “Measurement of the Cosmic Microwave Background Radiation at 19 GHz,” PHY 122 Laboratory Manual, Version 1.8 (April 2019).
- [2] 岡崎 凜太郎, 壽 強佳, 埴村 圭吾, “宇宙背景放射が 2.7 K であることの検証実験,” 京都大学 2022 年度 P1 実験レポート.
- [3] Fixsen, D., The Temperature of the Cosmic Microwave Background. The Astrophysical Journal 707, no. 2 (2009): 916-920. arXiv:0911.1955