

課題研究 P2
J-PARC MLF のミュオンビームを用いた
ミュオン崩壊に関する諸量の測定

阿部倫史, 池満拓司, 小田川高大, 田島正規
羽田野真友喜, 早川龍, 三野裕哉

2018 年 6 月 22 日

目次

1	序論	3
2	理論	3
2.1	ミューオンとは	3
2.2	ミューオンの寿命	3
2.3	ミッシェルパラメータ	4
2.4	ミューオンの g 因子	5
3	実験原理	7
3.1	寿命測定の実験原理	7
3.2	ミッシェルパラメータ測定の実験原理	7
3.3	g 因子測定の実験原理	8
4	実験方法	9
4.1	MLF ミューオンビーム	9
4.2	測定量と検出器	10
4.3	検出器の製作	13
4.4	架台の製作	17
4.5	Waveform Digitizer	18
4.6	寿命測定のための銅板標的	20
4.7	g 因子測定のための磁場装置	20
4.8	予備実験	22
4.9	ビームを用いた本実験	33
5	プラスチックシンチレータで取得したデータの解析と考察	36
5.1	解析手法 A	36
5.2	解析手法 B	45
5.3	PS の解析まとめ	52
6	NaI で取得したデータの解析と結果・考察	54
6.1	信号解析	54
6.2	NaI を用いた寿命と g 因子の解析	59
6.3	エネルギー解析	66
7	結論と考察	71
7.1	寿命の測定	71
7.2	g 因子の測定	71
7.3	ミッシェルパラメータの測定	72
7.4	まとめ	72

付録 A	μ^+ の崩壊寿命の理論	74
付録 B	最小二乗法	79
B.1	最小二乗法の原理	79
B.2	最小二乗法の計算	79
B.3	最小二乗法の応用	80
参考文献		81

1 序論

本研究の目的はミューオンの崩壊現象を通して、標準模型，とくに弱い相互作用に関する各種の検証を行うことである。今回の実験で測定したい量は以下の三つである。

ミューオンの寿命 ミューオンは弱い相互作用によって崩壊することが知られており，その寿命は標準模型によって計算されている。今回の実験ではミューオンビームを標的中で止めて，ミューオンの寿命を測定し，その値を理論値と比較して標準模型の検証を行う。

ミッセルパラメータ ミューオンの崩壊によって出てきた電子（陽電子）のエネルギースペクトルは，ミッセルパラメータと呼ばれるいくつかのパラメータを用いて定式化でき，弱い相互作用の $V - A$ 理論ではこの値が決定されている。また，このエネルギースペクトルにはミューオンのスピンと陽電子の運動量がなす角 θ についてその $\cos \theta$ に比例する特徴的な項が存在し，これは弱い相互作用のパリティ対称性の破れを表している。今回の実験ではこのエネルギースペクトルを求めることでミッセルパラメータの値を決定し，弱い相互作用のパリティ対称性の破れを確認するとともに， $V - A$ 理論の妥当性を検証する。

g 因子 ミューオンの g 因子の測定は標準模型の検証に用いられる典型的な実験の一つであり，とくに現在，標準模型を超えた物理の存在をも示唆している可能性がある。今回の実験ではミューオンビームを止める標的中に磁場をかけることでミューオンを歳差運動させ， g 因子の測定をめざす。

また，これらの実験を通して粒子ビームを用いた素粒子実験に触れ，その方法を会得することを目的とする。

2 理論

本節では今回の実験で測定する物理量についてその背景にある理論を概説する。なお，詳しい計算等については，一部は付録を見るか，あるいは参考文献を参照してほしい。以下，自然単位系 ($\hbar = c = 1$) を用いる。

2.1 ミューオンとは

ミューオン (μ^\pm) は 1936 年に Anderson らによって宇宙線から発見された，標準模型におけるレプトンの第二世代に属する素粒子である。 μ^\pm は電子と同じ電荷 $\pm e$ ，スピン $1/2$ を持ち，質量はその約 200 倍である。より正確には

$$m_\mu = 105.6583745 \pm 0.0000024 \text{ MeV}$$

と測定されている [8]。

2.2 ミューオンの寿命

μ^\pm はほぼ 100 % の崩壊確率で次の崩壊を起こす [8]。

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (2)$$

今回の実験では μ^+ を用いるので，以下 μ^+ についてその寿命を計算する。

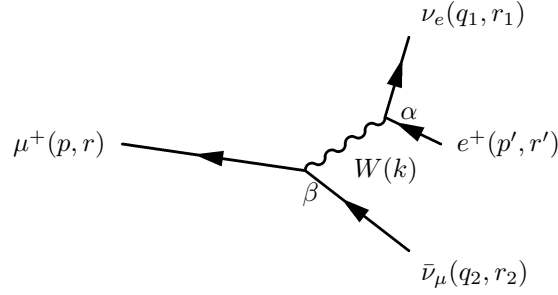


図 1: μ^+ の崩壊のファインマン図.

μ^+ の崩壊は図 1 のようなファインマン図で表される. 標準模型 (ワインバーグ=サラム理論) によればこの過程のファインマン振幅は

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -g_W^2 [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{p}')] \\ & \times \frac{-(-g_{\alpha\beta} + k_\alpha k_\beta/m_W^2)}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} [\bar{v}(\mathbf{p})\gamma^\beta(1-\gamma_5)v(\mathbf{q}_2)] \end{aligned} \quad (3)$$

と書ける. ただし p, q, k, α, β などは図 1 に対応し, g_W は弱い相互作用の結合定数である. その他の記法は付録 A に記載している通りである. ここで, m_W^2 が k^2 にくらべて十分大きいとし, $m_W \rightarrow \infty$ の極限をとって計算すると, $V-A$ 理論の結果と一致する. この詳細な計算は付録 A に掲載するが結果として μ^+ の寿命

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5} \quad (4)$$

が得られる. ここで G は Fermi 結合定数である.

実際の測定値としては

$$\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.0000022 \times 10^{-6} \text{ s}$$

という値が得られている [8].

2.3 ミッシェルパラメータ

式 (2) の μ^+ 崩壊で出てくる e^+ を考える. 静止した μ^+ が崩壊する時, 運動量とエネルギーの保存から e^+ が持ちうる最大エネルギーは $m_\mu/2 \simeq 50 \text{ MeV}$ であり, 完全に偏極した μ^+ の崩壊を静止系で考えると, 出てくる e^+ のエネルギー及び角度分布はミッシェルパラメータと呼ばれる四つのパラメータ ρ, η, ξ, δ を用いて次のようにあらわすことができる [9].

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Gamma}{x^2 dx d(\cos\theta)} \propto & (3-3x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) \\ & + 3\eta x_0 \frac{1-x}{x} + \xi \cos\theta \left[(1-x) + \frac{2}{3}\delta(4x-3) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

ここでニュートリノの質量や輻射補正は無視した. ただし, θ は e^+ の運動量と μ^+ のスピンのなす角度であり, x は e^+ のエネルギーの最大値が 1 となるように規格化したものである. また, x_0 は e^+ のエネルギーが m_e のときの x の値であり, これは通常無視できるので第 3 項は考えないことも多い.

$\theta = \pi/2$ の位置で, もしくは全 θ にわたって測定した場合にはスピンに関する第 4 項が 0 となるため, 第 1 項, 第 2 項のみを考えればよい. このとき式 (5) から

$$\frac{d\Gamma}{x^2 dx} \propto (3-3x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) \quad (6)$$

となる。

Lorentz 共変な相互作用においては ρ は 0, 0.75, 1 のいずれかになることが分かっている [10]。入射粒子数で規格化すると、結局 Γ は ρ によらないので式 (6) をそのまま描いて、測定で得られるグラフの形は図 2 のいずれかのようにになる。これらのグラフは大きく形が異なっているため、測定で得られたスペクトルを見れば

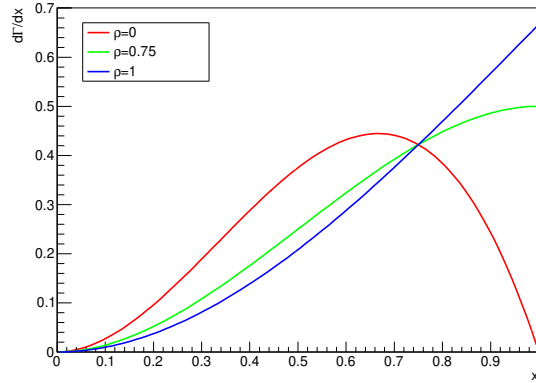


図 2: Michel 崩壊の各 ρ に対するスペクトル。Lorentz 共変な相互作用において許される ρ の値についてそれぞれ描いた。

ある程度の相互作用の形を知ることができる。

特に、 $V - A$ 理論では

$$\rho = \xi\delta = \frac{3}{4}, \eta = 0, \xi = 1$$

となる。

また、実際には輻射補正を考えるとたとえば ρ は 3 ~ 7 % ほど小さく測定されることが知られている。

現在のミッセルパラメータの測定値は

$$\begin{aligned} \rho &= 0.74979 \pm 0.00026 \\ \eta &= 0.057 \pm 0.034 \\ \delta &= 0.75047 \pm 0.00034 \\ \xi &= 1.0009^{+0.0016}_{-0.0007} \end{aligned}$$

である [8]。

2.4 ミューオンの g 因子

ミューオンの g 因子は

$$\mu_\mu = g \cdot \frac{e\hbar}{2m_\mu c} \cdot \frac{S}{\hbar} \quad (7)$$

で定義される無次元量である。

μ^+ を含む、ディラック場で表されるようなフェルミ粒子の運動は次の Dirac 方程式で記述される。

$$(i\cancel{\partial} - m)\psi(x) = 0 \quad (8)$$

ここで記法は付録 A と同じとする。

次に式 (8) をもとにして外場としての電磁場 A_μ が存在する状態での方程式を考える。U(1) 局所ゲージ対称性を課すと、共変微分 $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ を定義できて、

$$(i\not{D} - m)\psi(x) = 0 \quad (9)$$

となる。

ここから非相対論的近似を行うために、いままで用いてきた自然単位系 $\hbar = c = 1$ から \hbar と c を復活させる。 $A_\mu = (\phi, \mathbf{A})$ とおくと、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) = \{c\boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + \beta mc^2 + e\phi\} \psi(x) \quad (10)$$

となる。スピノル $\psi(x)$ を

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \chi_1(x) \\ \chi_2(x) \end{pmatrix} \exp\left(-i\frac{mc^2}{\hbar}t\right) \quad (11)$$

と書き、式 (10) に代入すると

$$i\hbar \left(-i\frac{mc^2}{\hbar} + \frac{\partial}{\partial t}\right) \chi_1 = c\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\chi_2 + (mc^2 + e\phi)\chi_1 \quad (12)$$

$$i\hbar \left(-i\frac{mc^2}{\hbar} + \frac{\partial}{\partial t}\right) \chi_2 = c\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\chi_1 - (mc^2 - e\phi)\chi_2 \quad (13)$$

非相対論近似においては式 (13) について時間微分項が無視でき、またスカラーポテンシャルによるエネルギーも無視できるので

$$\chi_2 = \frac{1}{2mc} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})\chi_1 \quad (14)$$

となる。これを式 (12) に代入し、 σ 行列に関する計算を行えば

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi_1 = \left\{ \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m} + e\phi - \frac{e\hbar\boldsymbol{\sigma}}{2m} \cdot \mathbf{B} \right\} \chi_1 \quad (15)$$

という、Pauli 方程式が得られる。ここで $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ であり、磁束密度を表す。式 (15) よりスピン $\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ がもつ磁気モーメントは軌道角運動量の場合の二倍であり、この場合 g 因子は 2 であることがわかる。

上のような計算を行えば Dirac 方程式からミューオンの g 因子は 2 と求まる。QED (量子電磁力学) による考察を行うと、 g 因子には補正がかかることが分かっている。この g 因子の 2 からのずれを異常磁気能率 (anomalous magnetic moment) と呼ぶ。例えば二次の摂動において異常磁気能率に寄与する過程は図 3 で表される過程である [11].



図 3: 二次の摂動における異常磁気能率への寄与過程。

図 3 で表される過程の寄与は $\alpha/2\pi$ (ここで α は微細構造定数 $1/137$) である。

このような寄与を QED のより高次の摂動についても考えることができ、また一方で QED のレプトニックな過程以外の W, Z ボソンを含む電弱理論に関して、あるいはハドロンが関与する過程に関してでも考えることができる。このようにして、さまざまな相互作用を加味した異常磁気能率の理論値は

$$a_\mu = (g - 2)/2 = 116591804(51) \times 10^{-11}$$

であり、その測定値は

$$a_\mu = 116592089(63) \times 10^{-11}$$

である [12, 2]. これらは QED の正しさを証明する一方で、標準模型の理論値とも 3σ 以上の有意な差があり、ここに新たな物理があることが期待されている。実際、未発見の粒子が存在して上に述べたような過程の他にその粒子の寄与を考えると、計算すべきファインマン図が増え、その分異常磁気能率に対する計算値も変わることになる。

g 因子の測定は新しい物理の探索を目的として現在の素粒子物理学実験においてもっとも精密な計算と測定が行われている例である。

3 実験原理

本節では今回の実験の原理について説明する。今回の実験ではミューオン (μ^+) ビームを用いてミューオンの崩壊寿命、ミッセルパラメータ、そして g 因子を測定する。そのために用いる検出器として NaI (TI) シンチレータとプラスチックシンチレータを採用する。なお、ミューオンビームの詳細は次節に含めている。

3.1 寿命測定の原理

ミューオンビームは標的に止められる。静止したミューオンは式 (4) の寿命 (τ_μ) を持つため、

$$\frac{dN_\mu}{dt} = -\frac{1}{\tau_\mu} N_\mu \quad (16)$$

に従い崩壊し、この際にミューオンはほぼ 100 % の確率で陽電子を一つ出す。崩壊して出てくる陽電子の数は崩壊したミューオンの数と一致し

$$\frac{dN}{dt} = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_\mu}\right) \quad (17)$$

で減少する。つまり陽電子を検出し、計数の時間変化を指数関数でフィッティングすれば寿命を求めることができる。

3.2 ミッセルパラメータ測定の実験原理

今回はミッセルパラメータのうち ρ を測定するための実験を行なった。理論の節で述べたように ρ の測定にはミューオンのスピンの向きに対して、 $\theta = \pi/2$ の位置で観測、または無偏極のミューオンが崩壊した時の e^+ のエネルギー分布を測定しなくてはならない。

ミューオンビームは進行方向にスピン偏極しているため、標的からビーム方向に対して 90° の向きに検出器を設置してエネルギーを測定、得られたエネルギースペクトルを式 (6) でフィッティングすれば、 ρ を求める

ことができる。この際、最大 50 MeV の陽電子が出るので、50 MeV 陽電子を止められるような検出器が要求される。また実際には、90° 方向に検出器を置くことが困難だったことやデータ量の関係から、後述する g 因子測定のデータを利用して、全スピン方向で積分した無偏極ミューオンとして ρ を求めた。また、この解析によりスピン部分のデータが得られたため、最終的にはミッシェルパラメータの ξ, δ の解析も行った。

3.3 g 因子測定の原理

ミューオンのスピンは磁場中で歳差運動をする。一様磁場中において、磁場方向を z 軸とすると、磁場とスピンの相互作用のハミルトニアンは、

$$\hat{H} = -g \frac{e}{2m_\mu} \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{B} = -g \frac{e}{2m_\mu} \hat{S}_z B \quad (18)$$

であるので、Heisenberg 方程式より、

$$\frac{d\hat{S}_x}{dt} = g \frac{eB}{2m_\mu} \hat{S}_y \quad (19)$$

$$\frac{d\hat{S}_y}{dt} = -g \frac{eB}{2m_\mu} \hat{S}_x \quad (20)$$

$$\frac{d\hat{S}_z}{dt} = 0 \quad (21)$$

を得る。スピン初期状態を

$$\langle \mathbf{S}(t=0) \rangle = (C, 0, 0) \quad (22)$$

とすれば、

$$\langle S_x \rangle = C \cos\left(g \frac{eB}{2m_\mu} t\right) \quad (23)$$

$$\langle S_y \rangle = -C \sin\left(g \frac{eB}{2m_\mu} t\right) \quad (24)$$

とスピンの xy 平面内で回転することがわかり、その角速度 ω は、

$$\omega = g \frac{eB}{2m_\mu} \quad (25)$$

となる。式 (5) の通り陽電子はミューオンのスピンの方向に出やすいので、磁場を通した標的でミューオンビームを止めると、陽電子の計数は指数的な減少に周期 $2\pi/\omega$ の振動が加わったものになる。よってその周期から g 因子を求めることができる。

4 実験方法

4.1 MLF ミューオンビーム

4.1.1 加速器科学インターンシップの利用

KEK が学部 3 回生以上を対象に行っている加速器科学インターンシップを利用することにより、ロシアの実験チームの $g-2$ Beam Profiling Monitor に関する測定のパラサイト実験という形で MLF ミューオンビームを利用できることを知った。ミューオンビームの性能を踏まえて可能な測定量および測定方法を考え実験の準備を行い、インターンシップからの支援を受け、実際の MLF ミューオンビームを用いて測定を行った。

4.1.2 表面ミューオン

MLF では炭素原子核に高エネルギーの陽子を衝突させることによってパイオン (π^+) を生成し、パイオンが崩壊して得られるミューオンを利用している。炭素標的から飛び出したパイオンが超伝導ソレノイド磁石内部で崩壊することによって得られるミューオンは崩壊ミューオンと呼ばれるが、今回利用したのは炭素標的の表面に静止した π^+ の崩壊によって得られる μ^+ で、これは表面ミューオンと呼ばれる。この表面ミューオンは静止したパイオンから生じているため 100 % のスピン偏極を持っており、非常にエネルギーが低く一定である（運動エネルギーが 4.1 MeV）という特徴を有する。表面ミューオンがスピン偏極を持つのは弱い相互作用による崩壊で生じる際に、ニュートリノはヘリシティが左巻きのもののみが結合することに由来する。なお炭素標的の表面で静止した μ^- は原子核に捕獲されるため、取り出すことはできない。

表面ミューオンビームラインの性能は表 1 のとおりである。MLF の炭素原子核標的に衝突する陽子は、RCS と呼ばれる 25 Hz で動いているシンクロトロンに由来する。RCS では陽子がバンチと呼ばれるひと塊の集団となって加速されており、同時に 2 バンチまで加速できる。今回の実験はシングルバンチであったため、ビームラインにはシングルバンチのミューオンビームが 25 Hz でやってくる。ビームの広がりプロファイルは図 5 のとおりである。



図 4: π^+ 中間子の崩壊 [1]

表 1: 表面ミュオンビームラインの性能

ビームエネルギー	4.1 MeV
侵入長	~ 0.2 mm
エネルギー分布	~ 15 %
パルス幅 (FWHM)	~ 100 ns
ビームサイズ	30 mm × 40 mm
ビーム強度	3×10^7 /s

● D2-Ndecay-30MeV-680mm(Chamber Center)

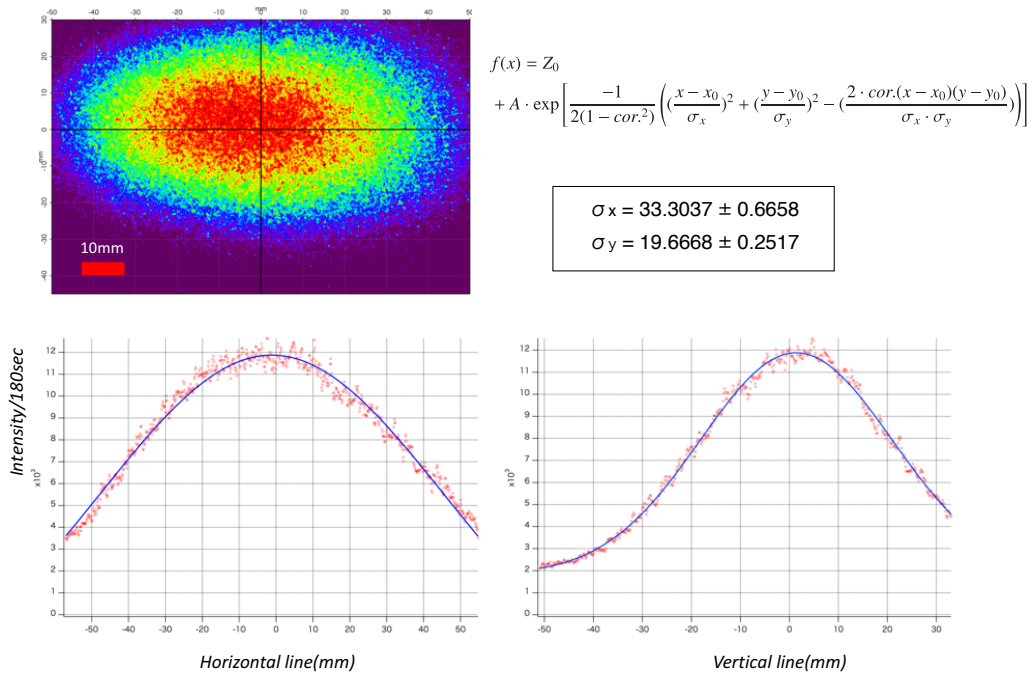


図 5: ミュオンビームの広がり (単位 : mm).

4.2 測定量と検出器

4.2.1 実験概要

今回の実験ではミュオンの寿命, ミッセルパラメータ, g 因子を測定する. 基本的な事象の流れとしては,

- ビームラインから μ^+ が出て来る
- ターゲットに止められた μ^+ が e^+ に崩壊する
- 検出器で時間情報・エネルギー情報を測定する

という順序になる。測定の時間情報は寿命と g 因子の測定，エネルギー情報はミッセルパラメータの測定と各解析に対して独立に必要である。そのためにそれぞれの測定を中心に行う検出器として，時間分解能に優れたプラスチックシンチレータ (PS) 検出器および，エネルギー分解能に優れた NaI シンチレータ検出器の二種類の検出器を作成した。

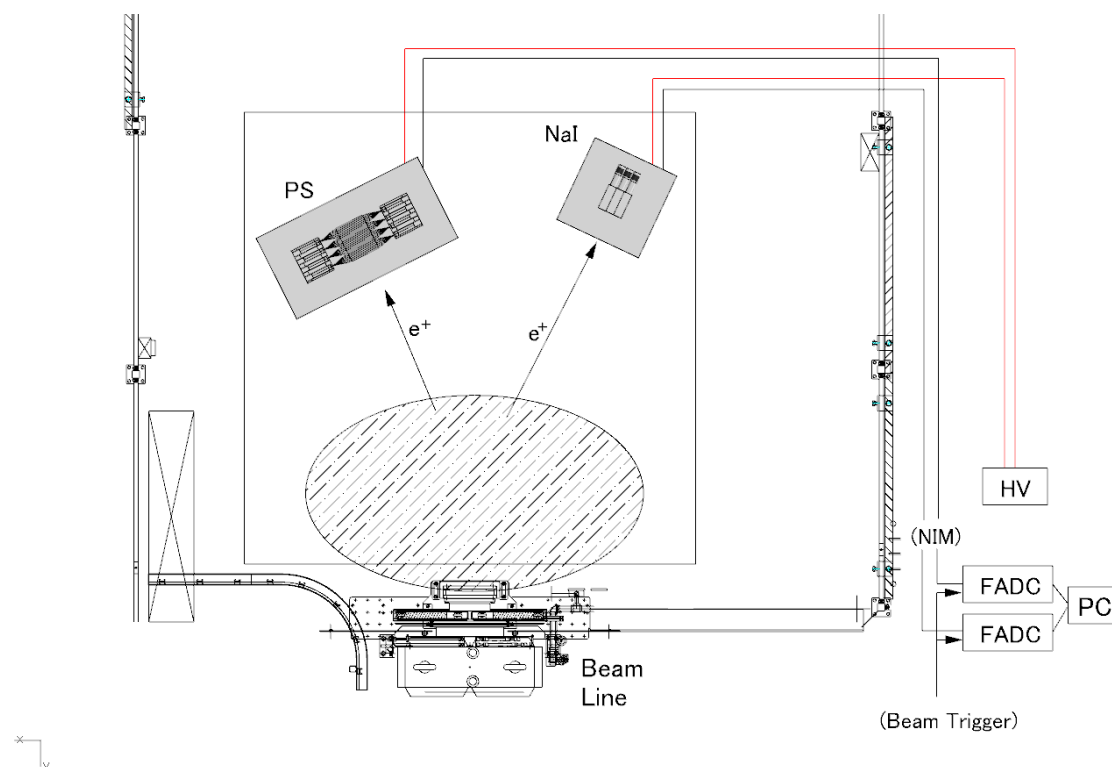


図 6: 実験概要。ビームラインから出てきた μ^+ を出口付近で止め，崩壊 e^+ をプラスチックシンチレータ (PS) と NaI シンチレータで検出する。

4.2.2 検出器サイズの見積

今回の実験ではミューオンの崩壊の際に放出される陽電子を測定するが，この陽電子の最大エネルギーはおよそ 50 MeV である事を前節までで確認した。もし検出器に 50 MeV の陽電子が入射すると，制動放射と対生成による電磁シャワーを形成する。今回の検出器は全吸収型のカロリメータとして設計したため，その電磁シャワーが検出器の寸法内に収まるように設計しなければならない。電磁シャワーの広がりはその内部にシャワーのエネルギーの 90 % が含まれるような長さで記述され，その長さをモリエール半径 R_M と呼ぶ。モリエール半径は次のように定義される。

$$R_M = L_{\text{rad}} \frac{21.2 \text{ MeV}}{E_c} \quad (26)$$

ここで L_{rad} は放射長， E_c は critical energy である。NaI およびプラスチックシンチレータ (PS) における L_{rad} と E_c ， R_M の値を表 2 に示す。この値から，検出器の横幅は NaI は 5 cm，プラスチックシンチレータは 10 cm 程度の半径でよいと見積もった。この見積もりをもとに以下の通り Geant4 のシミュレーションを行い，奥行き方向の長さも含めた検出器サイズを決定した。

表 2: 物質ごとの L_{rad} と E_c , およびモリエール半径 R_M

物質	L_{rad} [cm]	E_c [MeV]	R_M [cm]
NaI	2.59	17.4	3.2
PS	42.9	109	8.34

図 7 が PS 検出器の体積を変化させていったときのシミュレーション結果である。検出器サイズの縦横は 20 cm で固定し、奥行きを 20 cm から 24 cm まで変化させた直方体状のプラスチックシンチレータに、測定すべき最大のエネルギーである 50 MeV の陽電子を入射させた。その際に検出器に落としたエネルギーをヒストグラムに示している。奥行きが 24 cm 以下では 50 MeV より下にピークが存在し、電磁シャワーが寸法内に収まらず陽電子のエネルギー充分に検出器に落としていないことが分かる。一方、奥行きを 24 cm 以上に増やしても、漏れるエネルギーが光子によるものの影響のためほとんど落とすエネルギーは変わらない。つまりこれ以上大きくしても効率が悪く、また基本的には 50 MeV 程度のエネルギーを落としているため、奥行きは 24 cm あれば十分であると判断した。

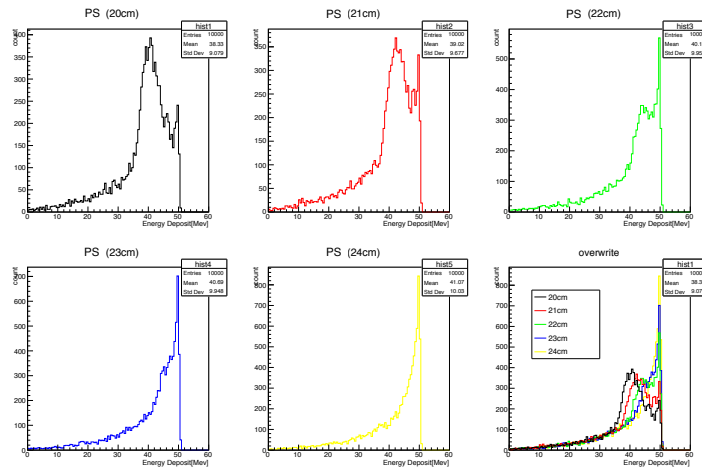


図 7: PS 検出器のシミュレーション結果。左上から奥行きが 1 cm ずつ増えており、右下の図はそれらを重ねたものである。

図 8 は NaI 検出器の体積シミュレーション結果である。NaI は光電子増倍管 (PMT) の接続された既製品を利用したため、既製品をどのように並べるべきか確認するために縦横の幅を変えながら同様のシミュレーションを行った。

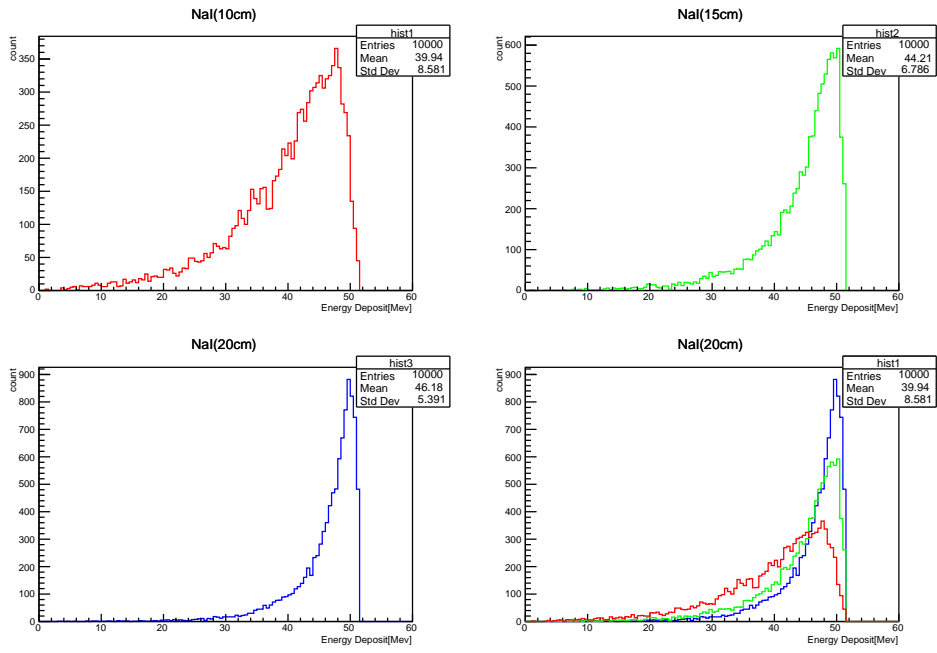


図 8: NaI 検出器のシミュレーション結果. 左上からそれぞれ 10 cm, 15 cm, 20 cm のときと, それらを重ねた図である.

4.3 検出器の製作

4.3.1 PS 検出器の製作

光ファイバー読み出しの PS の板を並べることで, 縦横 20 cm , 奥行き 24 cm の体積の PS 検出器を作成した.

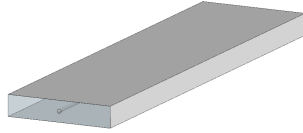


図 9: PS 板

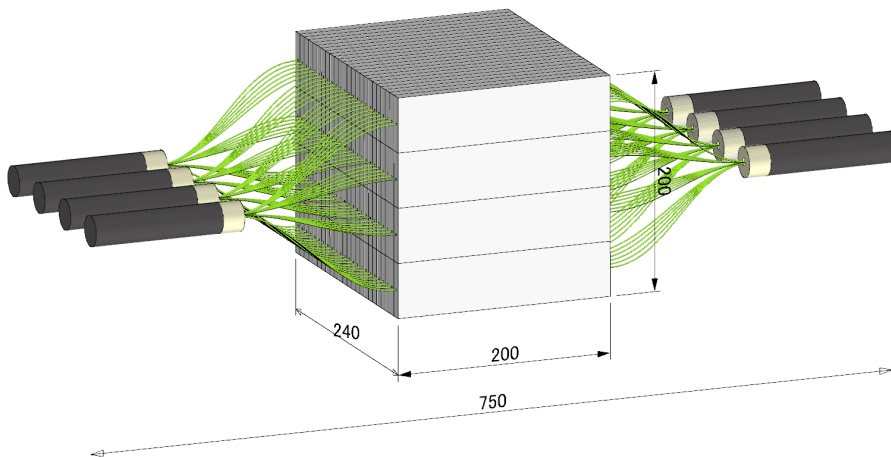


図 10: PS 検出器寸法

以下の順序で検出器を作成した。

- 厚み方向に 6 枚，高さ方向 4 枚重ねて束ねたものを 4 セット作成した
- 光ファイバーの片端をクッキーを用いて光学セメントで固定した

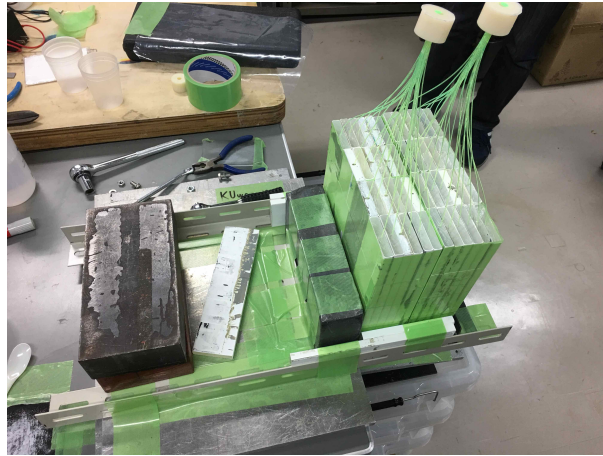


図 11: 光ファイバーの固定の様子

- PS に光ファイバーを貫通させ、もう片端も固定した
- 光量を最大限確保するため、クッキーの端面を研磨した
- クッキーの端面と PMT の境界に光学グリスを塗り接続した
- 暗箱内に設置するための枠に収めた。枠と PMT の結合にはアルミ U 型チャンネルを用いた

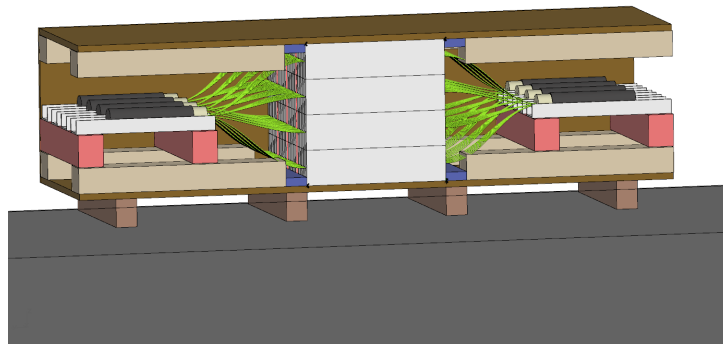


図 12: 暗箱に固定するための枠の設計

- 暗箱内に設置し前方にコリメータを配置した

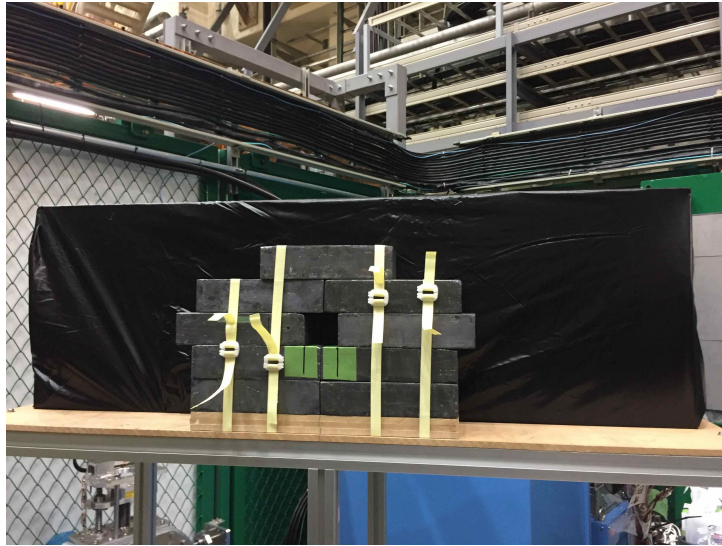


図 13: PS 検出器外観

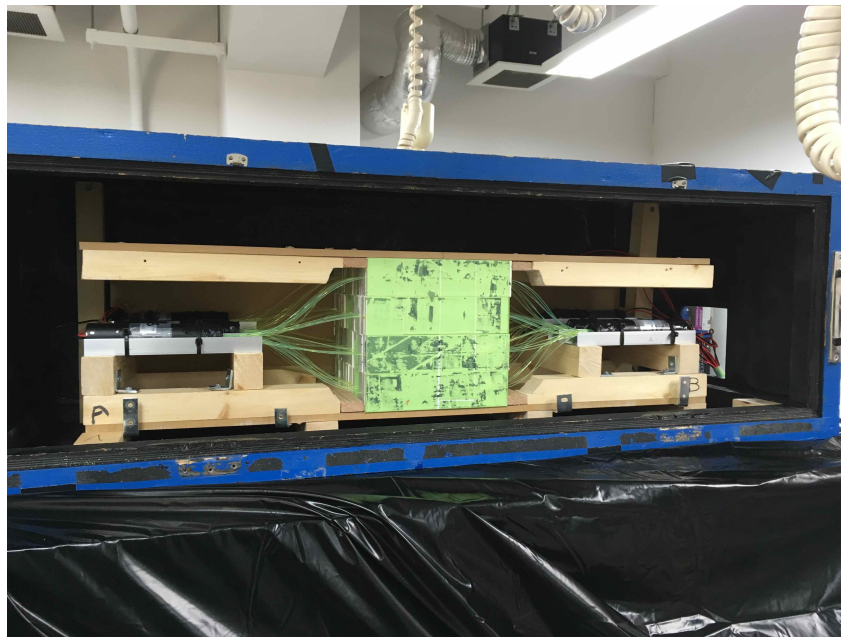


図 14: PS 検出器内部

4.3.2 NaI 検出器の製作

5.6 cm × 5.6 cm × 15 cm の NaI (Tl) の結晶が PMT に接続されたもの（以下、NaI とよぶ）を 3 × 3 個並べ、検出器の前面中央の前には 4 cm × 4 cm のプラスチックシンチレータで作ったトリガー用カウンターを設置した。

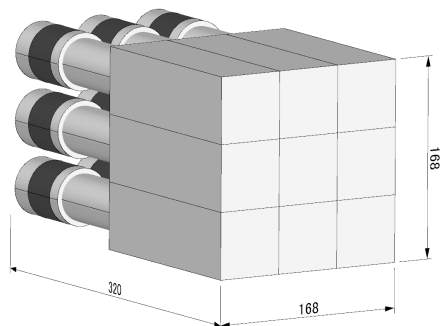


図 15: NaI 寸法 (mm)

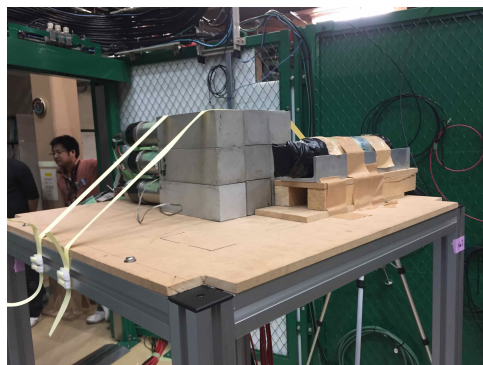


図 16: NaI 外観

4.4 架台の製作

ビームの出る高さが地表から 1565 mm なので，検出器を置くためにはその高さに対応した架台が必要であった．そこでアルミフレームの一種であるレコフレームを使用して架台を作成した．アジャスタ付きキャスタを用いることによって高さは微調整可能なように設計した．現場ではレーザーを用いて水平および垂直方向の位置調整を行った．

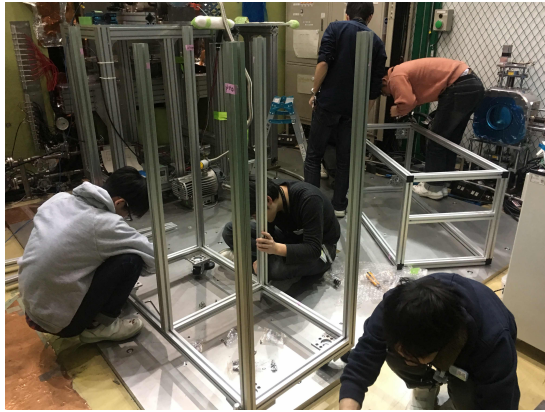


図 17: 架台の組み立て

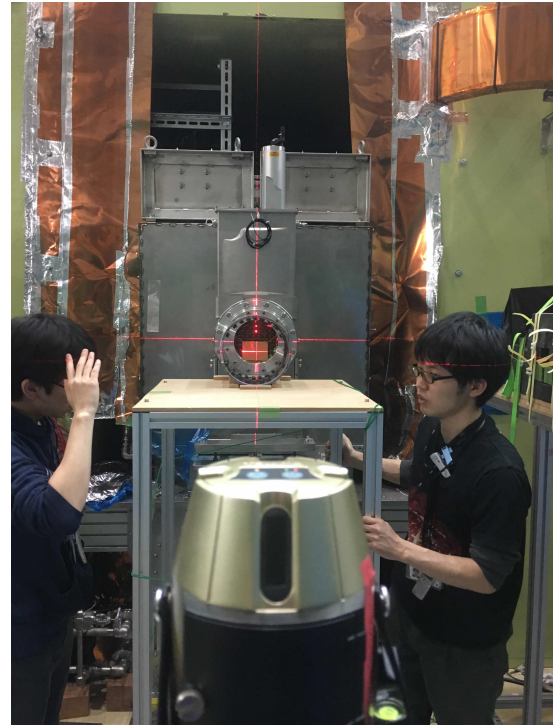


図 18: レーザーを用いた位置調整

表 3: 3 種類の架台の外寸

	W × D × H (mm)
PS 検出器架台	1200 × 600 × 1283
NaI 検出器架台	600 × 600 × 1358
ターゲット架台	600 × 600 × 1331

4.5 Waveform Digitizer

データ測定については波形をそのまま記録することができる Waveform Digitizer（以下、WFD とよぶ）を PS 検出器および NaI 検出器用にそれぞれ利用した。測定開始の外部トリガには、加速器ライン側のビームの発射信号を遅延させて陽電子の崩壊の検出のスタートよりわずかに手前になるように調整して入力している。

4.5.1 CAEN Waveform Digitizer V1721

- 8 channel 8 bit 500 MS/s Digitizer
- 時間分解能が良いので、主に崩壊寿命測定用の PS の信号に用いた

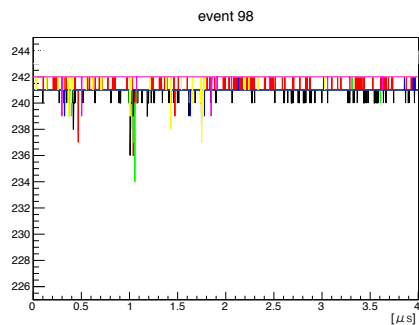


図 19: PS 用の WFD で記録した波形. 横軸が時間 $[\mu\text{s}]$, 縦軸が WFD のカウント数である.



4.5.2 CAEN Waveform Digitizer DT5725

- 8 channel 14 bit 250 MS/s Digitizer
- エネルギー分解能が良いので, 主にエネルギー測定用の NaI 検出器の信号の記録に用いた
- 9 本の NaI に対して 8 チャンネルとチャンネル数が不足していたので, 9 本のうち 1 本を除いて, NaI 検出器からのアナログ信号を合成した 2 本ずつのペアをつくって入力した

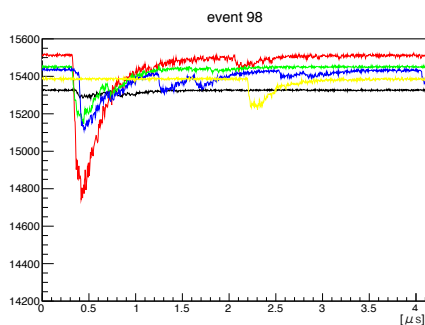


図 20: NaI 用の WFD で記録した波形. 軸は PS のときと同様である.



4.6 寿命測定のための銅板標的

寿命測定に用いた銅板標的を図 21 に示す。これは厚さ 0.6 mm× 横 280 mm× 縦 120 mm の銅板を木枠に固定したものである。銅板の縦横の長さはビームプロファイルから計算されるビームの広がりに対して約 3σ になるように決めた。また厚さは 4 MeV ミューオンが銅板厚み方向の中心付近で止まるようなものを選んだ。

4.7 g 因子測定のための磁場装置

g 因子測定に用いた磁場印加標的を図 22 に示す。厚さ 0.6 mm× 横 80 mm× 縦 60 mm の銅板を、呼び径 200 mm の塩化ビニルパイプの中心にくるように紐で吊るした。銅板の縦横の大きさはミューオンビームの広がりに対して約 1σ の大きさになるように決めた。パイプ内側に計 36 個の永久磁石を接着剤で貼り付け、テープで補強した（磁石の配置については後述）。永久磁石にはセラミック磁石 (Y25) を用いており、磁石一個あたりの大きさは厚さ 9 mm× 横幅 10 mm× 長さ 60 mm である。

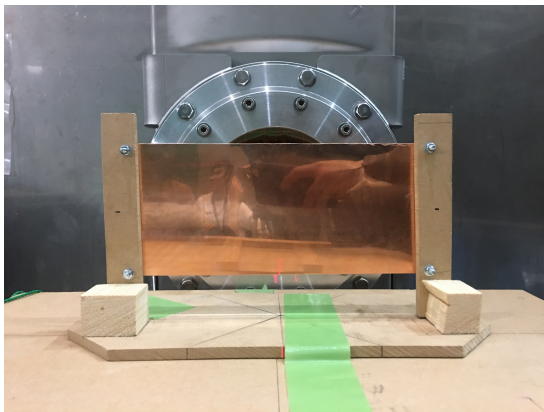


図 21: 銅板標的。



図 22: 磁場発生装置と標的 *1.

4.7.1 磁場の発生原理について: $\cos\theta$ 配置

磁場の生成には $\cos n\theta$ 巻き ($n = 1$) の電磁石を参考にした。 $\cos n\theta$ 巻きの電磁石の考え方は以下のものである。図 23, 24 のように、十分長い円環上を電流が z 軸方向に流れているとする。この電流密度が $\cos n\theta$ (ここで θ は円柱座標 (r, θ, z) における θ のことで、 n は整数) に比例したとする。すると原点付近の領域に、 $2n$ 極磁場が形成されるというものである。導出の概略は、円環各点が形成する磁場をその点の周りでテーラー展開し、これを θ について積分すると $2n$ 極磁場を形成する項のみが残るといものである [3]。

*1 写真では下方の磁石が外れているが、これは実験前に修復した。

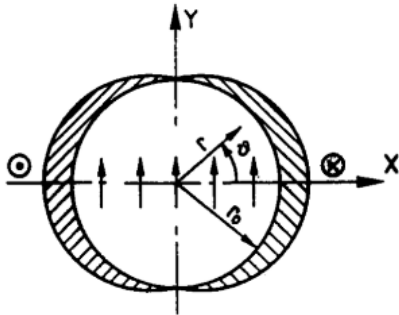


図 23: $\cos \theta$: 2 極磁石 [3].

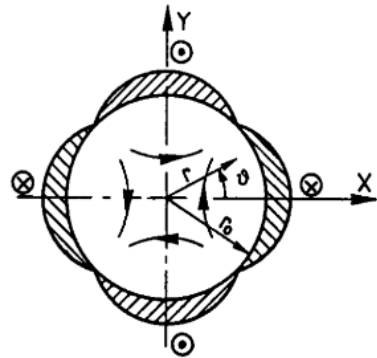


図 24: $\cos 2\theta$: 4 極磁石 [3].

作成の手軽さから、磁場発生源には電磁石ではなく永久磁石（セラミック磁石）を用いた。電磁石における電流密度を、永久磁石の分布密度で置き換え、磁石の分布密度が $|\sin \theta|$ に比例するようにした。 $\sin \theta$ としたのは磁石の向きをすべて動径方向に向けて配置すると、電磁石の場合に比べて磁場の向きが $\pi/2$ だけずれるためである。また各磁石の磁場方向は $0 < \theta < \pi$ と $\pi < \theta < 2\pi$ で動径方向に対して正と負になるようにした。

作成に入る前に、考えた配置を FEMM を用いてシミュレートし、磁場の一様性を確認した。図 25 は FEMM によるシミュレーション結果で、赤線の太枠で囲われた領域が銅板に対応している。実際に有限の長さの磁石で磁場装置を作成するにあたって、図 22 のように磁石を長手方向に 3 cm の間隔を開けて配置した。これは、間隔を開けることにより長手方向に隙間を空けずに磁石を詰めたときに比べて、磁力線が緩和され長手方向に磁場の一様性が増すと考えたためである。

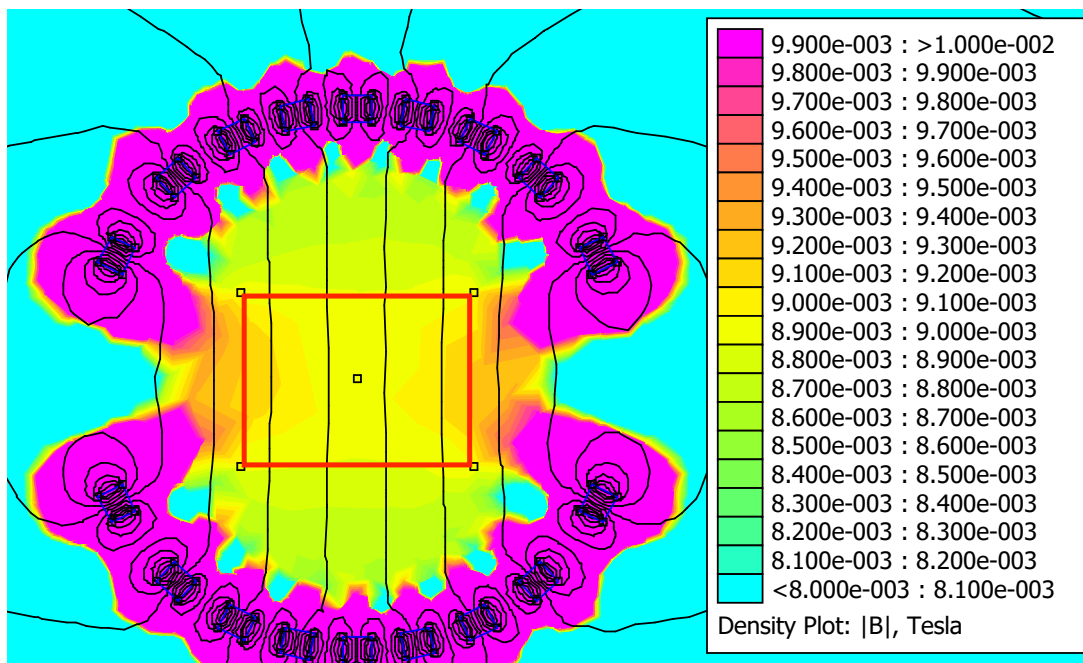


図 25: FEMM による 2 次元シミュレーション結果。真ん中の赤線で囲まれた部分が銅板標的に対応する。

4.8 予備実験

4.8.1 プラスチックシンチレータの宇宙線校正

プラスチックシンチレータでミューオンの崩壊から生じる陽電子のエネルギーを測定するために、宇宙線を用いてエネルギー校正を行った。

ケーブル類と HV 値は本実験の状態と同様の状態にしたうえで、本実験において陽電子が入射する面を上に向けて宇宙線の測定を行った。各 PMT にかけての電圧を表 4 に示す。データ取得の条件は、WFD のチャンネルトリガーを用いて全チャンネルの OR でトリガーをとり、1 波形分を取れるような時間幅としてゲートは 208 ns とした。このときのトリガーのしきい値は全チャンネルで共通にしており、電圧値は各チャンネルのレートが約 3 ~ 5 Hz になるように選んだ。

表 4: プラスチックシンチレータ用の PMT の HV 値

PMT 名	HV 値
チャンネル 0 (あけみ)	-1600 V
チャンネル 1 (勝太郎)	-1418 V
チャンネル 2 (畑さん)	-1940 V
チャンネル 3 (紗智子)	-1762 V
チャンネル 4 (蘭)	-1871 V
チャンネル 5 (矢部)	-1947 V
チャンネル 6 (政子)	-1980 V
チャンネル 7 (王)	-1905 V

得られた WFD の電圧信号を時間積分し、さらに抵抗値 50 Ω で割ることで、信号の電荷量 [pC] を得た。各チャンネル毎の電荷量のヒストグラムは図 26 のようになり、図中の 3 つのピークの由来を左からそれぞれベダスタル、環境放射線、宇宙線と考えた。

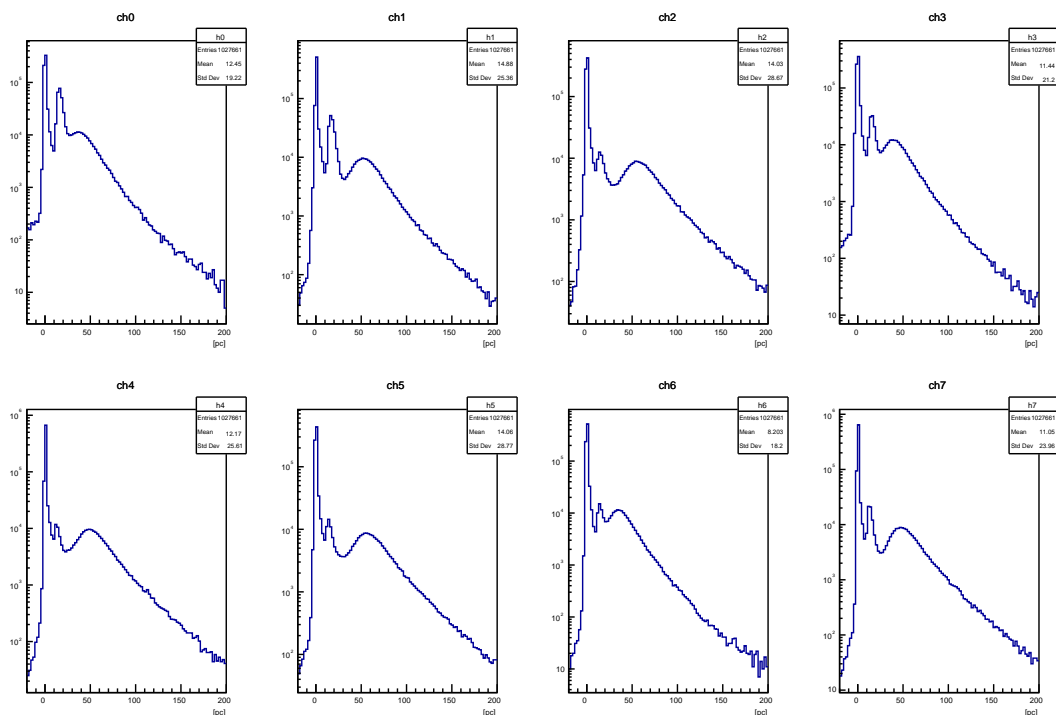


図 26: 宇宙線測定で得られた各チャンネルの電荷量のヒストグラム．横軸は信号の電荷量の積分値 [pC]，縦軸はカウント数である．

宇宙線によるピークの部分を，Landau 関数をガウシアンで畳み込み積分した関数（以下，Langauss 関数と呼ぶ．）でフィッティングを行った．ガウシアンで畳み込み積分をしたのは，プラスチックシンチレータと PMT で測定されるエネルギーには比較的大きいゆらぎがあるからである．そしてフィッティングにより得られた最頻値をエネルギー損失 12 MeV に対応する電荷量とした．ただし，最頻値に対応するエネルギー損失の見積もりは次の 2 つの仮定を基にしている．

- 宇宙線ミュオンは最小電離粒子でありプラスチックシンチレータ中でのエネルギー損失は $dE/dx \sim 2 \text{ MeV/cm}$ である．
- 最頻値をとるのは宇宙線がシンチレータの底面に対して垂直に入射したとき，すなわち 1 層を通過する飛跡の長さが 6 cm のときである．

この仮定から，1 層でのエネルギー損失の最頻値は $2 \text{ MeV/cm} \times 6 \text{ cm} = 12 \text{ MeV}$ に対応すると判断した [6]．さらにベDESTAL をガウシアンでフィットしてエネルギーの 0 点に対応する電荷を求めた．図 27 は各チャンネルの積分電荷の分布を Langauss 関数（赤線）でフィッティングしたものである．図 28 は宇宙線較正の結果を示したものである．黒色の誤差バー付きの点が較正点，赤色の直線が二点を基に引いた直線である．

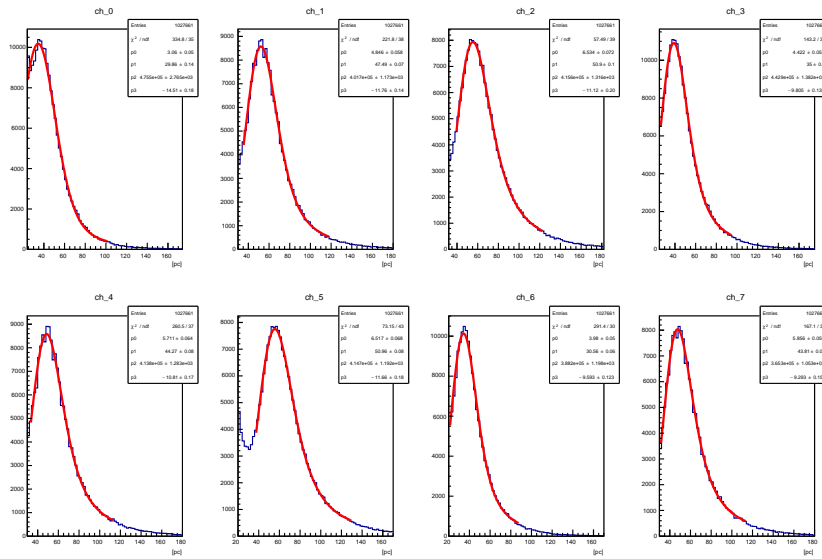


図 27: Langauss 関数を用いた宇宙線ピークのフィッティング. 横軸を信号の電荷量の積分値 [pC], 縦軸をカウント数とした.

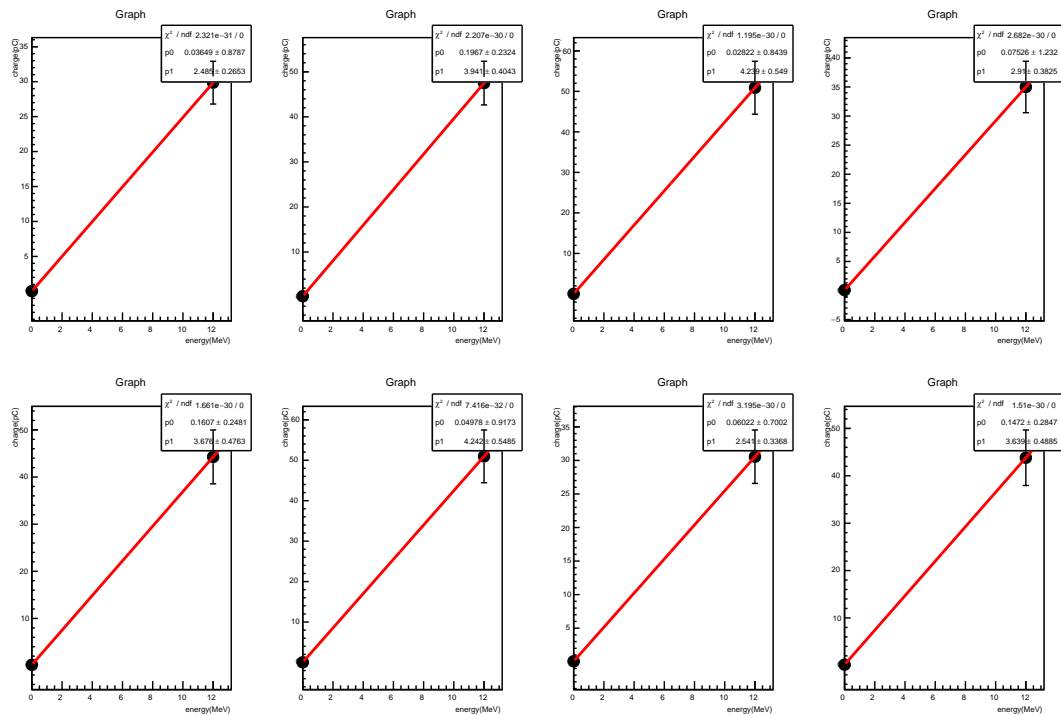


図 28: プラスチックシンチレータの宇宙線較. 横軸を粒子の損失エネルギー, 縦軸を対応するエネルギーとした. ペダスタルと宇宙線の測定結果を基に直線を引くことでエネルギー較正を行った.

較正の結果は表 5 のようになった. 表中の a, b は, それぞれエネルギー E [MeV] と電荷 Q [pC] の対応を

$E = aQ + b$ としたときの定数である.

表 5: 較正の結果

チャンネル番号	a	b
0	0.40 ± 0.040	0 ± 0.30
1	0.25 ± 0.030	0 ± 0.06
2	0.24 ± 0.030	0 ± 0.20
3	0.34 ± 0.045	0 ± 0.40
4	0.27 ± 0.035	0 ± 0.07
5	0.24 ± 0.030	0 ± 0.21
6	0.39 ± 0.050	0 ± 0.30
7	0.27 ± 0.040	0 ± 0.08

4.8.2 NaI のゲイン測定

本実験で用いる NaI 検出器が出力する信号は, NaI の 9 本とフィンガーカウンターの計 10 個であった. 一方で NaI の信号の処理に用いる WFD の入力できるチャンネル数は 8 つであった. このため, WFD に入力する前に NaI からの信号をアナログの段階で足し合わせて信号の数を絞る必要があった.

各チャンネル間で, NaI 結晶自体の発光量も違い, NaI に付属する PMT のゲインも HV 値 (PMT にかける高電圧) に対する依存性が個体毎に大きく異なる. 一方で, 足し合わせる NaI の信号の大きさは同じエネルギーに対して同じにしななければならなかったため, それぞれの NaI のゲインカーブの測定を行った. この測定したゲインからどのように NaI の信号を足し合わせるかを決めた.

まず NaI のゲインを測定するために HV 値を変えながら線源 ^{137}Cs を用いて, 検出器用に用意した計 11 本の NaI (1 から順番に 11 まで番号を付けた) の電荷の測定を行った (この線源は 661.7keV のガンマ線を放出する) [5]. プラスチックシンチレータの宇宙線較正と同様にして, WFD からの電圧信号から電荷分布を得た. これを光電ピークと考えられるところでそれぞれガウシアンでフィッティングし, 得られた平均値をゲインとした. さらにゲインについて以下の式が成り立つとし, 両対数でフィッティングを行った. [4].

$$\text{Gain [pC]} = a \times \text{HV [kV]}^b \quad (27)$$

ただし a, b はフィッティングパラメータである. その結果が図 29 である.

また各 HV 値でのエネルギー分解能と HV の関係が図 30 である. ただし分解能はガウシアン σ を電荷で割ったものである.

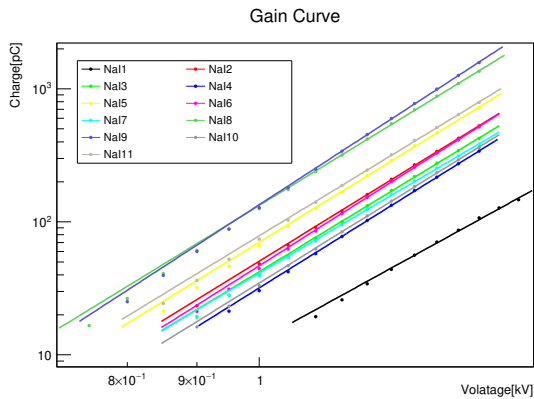


図 29: ゲインと HV 値の対応. 横軸を HV 値 [kV], 縦軸をゲインに相当する電荷量 [pC] とした.

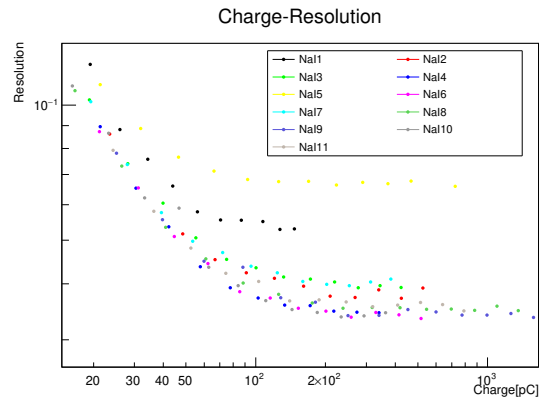


図 30: ゲインと分解能の対応. 横軸を分解能, 縦軸をゲイン [pC] とした.

この結果, NaI1 はゲインが低く, NaI5 に関しては分解能が悪かったため, 本実験では用いないことにした (以降, NaI1, 5 で測定を行わないことにした). また NaI10 は分解能が良かったため, 足し合わせず中心に配置する NaI とした.

上の結果を用いて, ゲインの調整を行った. 上のゲインに 50 MeV/661.7 keV をかけて, スケール変換することで得られた曲線を 50 MeV におけるゲイン曲線とした. そして最大エネルギー ~ 50 MeV の入力信号の波高 [V] が WFD の入力電圧の上限の半分である 1 V (500 pC) になるように設定した.

表 6 が各 HV 値の調整値を表にしたものである. ここで入力信号の電圧と電荷の関係は以下のように求めた. まず NaI の波形は立ち上がり時間に比べ立ち下がり時間が長いので, 立ち上がりがステップ関数で立ち下がり時間が指数関数であることを近似的に仮定した. この時に NaI の信号の減衰時間幅は約 $T \sim 250$ ns なので, 最大電圧 V_{\max} [V] の信号電荷は以下のように概算できる.

$$Q [\text{C}] = \frac{V_{\max} [\text{V}] \times T [\text{s}]}{R [\Omega]} \quad (28)$$

ここで R は WFD の抵抗値で 50Ω である.

今回測定に用いた線源のエネルギーは 661.7 keV であるのに対して, 実際の測定の最大エネルギーは約 50 MeV であり, 線源のエネルギーに比べてかなり大きかった. よって高いエネルギー領域においても上のゲイン曲線が成り立っていることの確認を行った. そのために, 表 6 の HV 値で宇宙線の測定を行った. そして, 得られた電荷分布を Languass 関数でフィッティングを行い, 得られた最頻値をゲインとすると, 表 7 のようになった.

このゲインの値が近く, また分解能の値が近いものを足し合わせるペアとし, これを (2, 7), (3, 9), (4, 6), (8, 11) の 4 組に決めた. これらのペアの宇宙線におけるゲインのずれはいずれも 10 % 程度となった.

表 6: NaI の HV 設定

NaI No.	HV [V]
2	1050
3	1082
4	1125
6	1062
7	1089
8	913
9	913
10	1112
11	984

表 7: 宇宙線の測定結果

NaI No.	Gain [pC]
2	2530
3	2387
4	2352
6	2397
7	2579
8	2423
9	2164
11	2393

さらに本実験における NaI の配置を表 8 のように決めた。配置を決めるにあたって、以下の事柄を考慮した。

- エネルギー重心を求める観点からペアを中心から等距離になるように配置した。
- 中心にフィンガーカウンターを置きコインシデンスをとることで、陽電子が中心の NaI に入射したときのみ測定することにし。このため中心の NaI で測定されるエネルギーは大きくなるのが考えられるので、ゲインが低いものを中心に配置した。
- 本実験のセットアップにおける宇宙線較正を想定した場合 (実際には時間の都合上行っていない)、測定データから宇宙線がどの NaI にヒットしたか区別できる必要があった。宇宙線は上方から飛来する可能性が高いとして、測定データからどの NaI に宇宙線がヒットしたかを判別できるように配置した。

表 8: ビーム正面からみた NaI の配置図

3	2	9
4	10	7
8	6	11

4.8.3 NaI の宇宙線較正

NaI でエネルギーを測定するために、宇宙線を用いてエネルギー較正を行った。先にもとめた HV 値のもとで、それぞれの NaI で宇宙線を測定した。各 NaI の上方と下方にプラスチックシンチレータを配置してコインシデンスをとることで、貫通イベントのみを記録した。またプラスチックシンチレータの位置をずらすと、測定される宇宙線の NaI 中での飛跡は長くなる。この時の宇宙線は最小電離粒子とみなせるので、飛跡とエネルギーは比例する。よって、プラスチックシンチレータの位置をずらすことで計 3 点のエネルギーを測定した。そして、得られた電荷分布を、Languass 関数でフィッティングを行った。図 31 はあるセットアップにおける宇宙線測定 histograms で、赤線は Languass 関数によるフィッティング曲線である。

次に、同じセットアップで宇宙線モンテカルロシミュレーションを行った。図 32 はシミュレーションによるエネルギー分布である。モンテカルロシミュレーションによって得られた最頻値と測定によって得られた最頻値でエネルギー較正を行った。

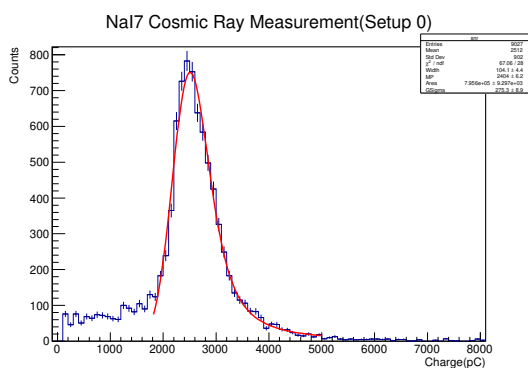


図 31: あるセットアップにおける宇宙線測定の結果を Languass 関数でフィッティングした結果。横軸を電荷量 [pC]、縦軸をカウント数とした。

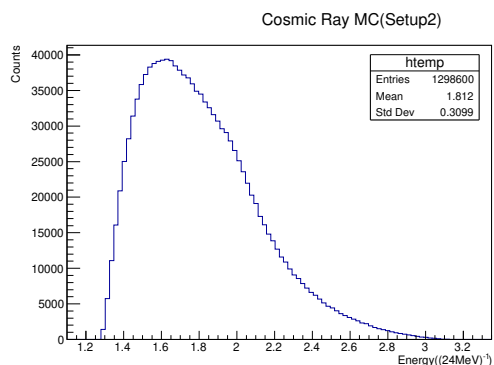


図 32: 左と同様のセットアップでシミュレーションを行って得られた宇宙線のエネルギースペクトル。横軸をエネルギーを 24 MeV で規格化したもの、縦軸をカウント数とした。

図 33 は宇宙線較正の結果を図にしたものである。

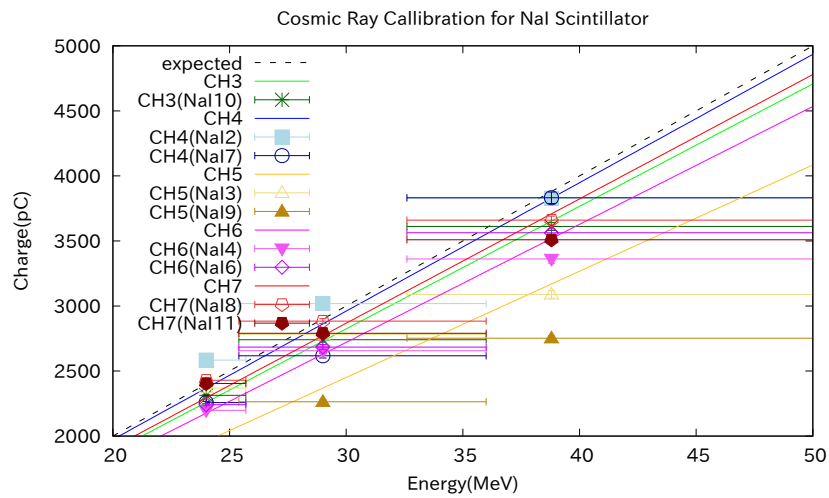


図 33: 各 ch における宇宙線測定 of 電荷とエネルギーの対応関係. 横軸をエネルギー [MeV], 縦軸を WFD で測定された電荷 [pC] とした. 各セットアップにおける測定とシミュレーションの結果を基にした点に対して直線フィッティングを行った.

4.8.4 磁場測定

g 因子測定のための磁場装置の測定を 3 軸テスラメータで行った。銅板を置く範囲を、10 mm 間隔で計 63 点測定した。本実験の測定中に磁石が外れてしまったので、磁石が外れる前後のデータとして実験前と実験後に測定した。

測定した結果を以下の表 9, 10 と図 34, 35, 36, 37 に記す。 x, y の単位は [mm] で、磁場の単位は [Gauss] である。原点を銅板の中心とし、 y, z 軸を鉛直方向上向きとビーム方向にとった。

表 9: 各点の磁場の強さ (磁石が外れる前)

$y \backslash x$	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
30	51.48	54.98	55.33	55.55	55.42	54.77	54.44	53.27	51.75
20	56.25	56.78	56.87	56.84	56.41	56.16	55.93	55.71	55.35
10	57.15	57.50	57.39	57.11	56.72	56.53	56.48	56.50	56.44
0	57.60	57.49	57.19	56.72	56.54	56.48	56.53	56.58	55.98
-10	56.66	56.78	56.66	56.48	56.39	56.34	56.35	56.31	56.12
-20	53.45	54.74	55.29	55.54	55.60	55.60	55.53	55.14	54.3
-30	50.62	51.95	53.45	53.93	54.20	54.20	54.05	53.11	51.25

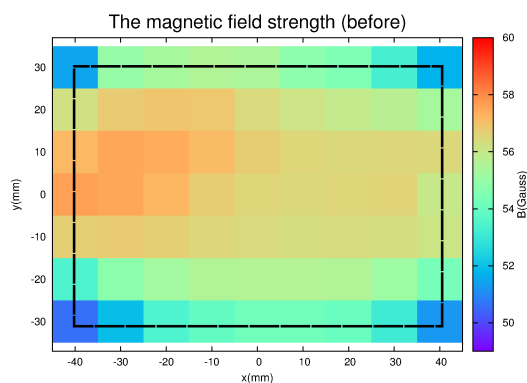


図 34: 磁場の強さの分布図 (磁石が外れる前). 横軸を x , 縦軸を y とした. 黒線に囲われた領域が銅板領域に対応する.

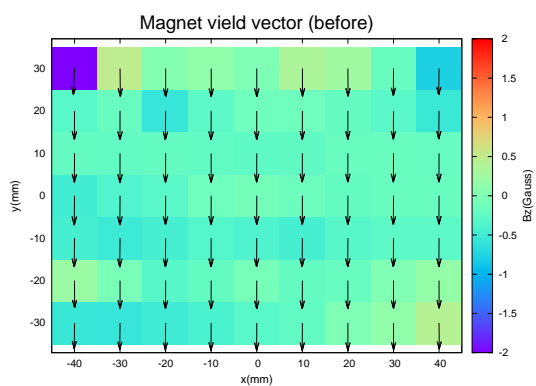


図 35: xy 平面における磁場ベクトル (磁石が外れた後). 横軸を x , 縦軸を y とした. 背面の色は z 軸方向の磁場の大きさを表し, 矢印の長さは磁場ベクトルの大きさに対応している.

表 10: 各点の磁場の強さ (磁石が外れた後)

$y \backslash x$	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
30	55.41	55.93	55.79	54.78	53.30	50.73	46.89	46.34	41.95
20	57.25	57.06	56.28	54.92	53.77	52.01	49.83	48.45	48.44
10	57.72	57.30	56.52	55.61	54.34	52.97	51.84	51.08	50.49
0	57.55	56.94	56.30	55.54	54.61	53.67	52.98	52.40	52.34
-10	57.00	56.57	55.94	55.24	54.58	53.99	53.45	53.05	52.73
-20	55.48	55.37	55.04	54.64	54.30	53.83	53.39	52.53	51.81
-30	52.23	53.03	53.28	53.29	53.18	52.71	52.00	51.51	50.12

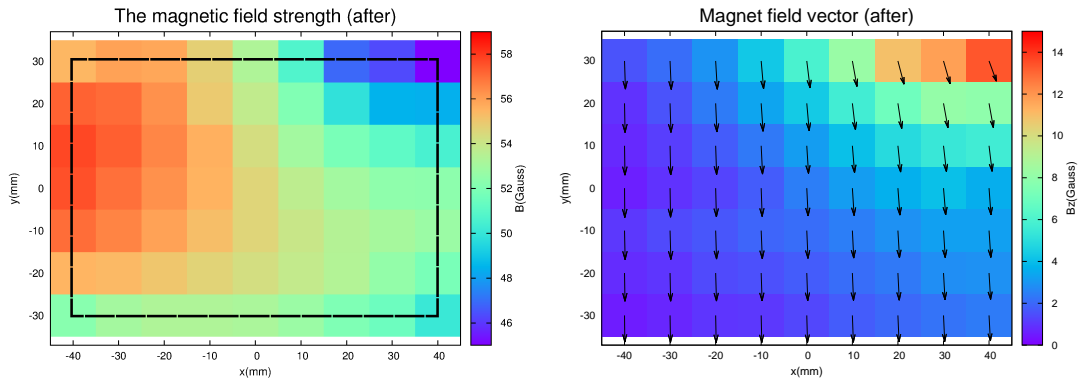


図 36: 磁場の強さの分布図 (磁石が外れた後). 黒線に囲われた領域が銅板領域に対応する. 左手奥の領域は磁石が外れた後, 隣接する磁石についてしまった. これにより左部に磁場の偏りがみられる. 図 37: xy 平面における磁場ベクトル (磁石が外れた後). 背面の色は z 軸方向の磁場の大きさを表し, 矢印の長さは磁場ベクトルの大きさに対応している.

g 因子の計算に用いる磁場を得るために, 予め頂いたビームプロファイルのデータ ($\sigma_x = 33.3037$ mm, $\sigma_y = 19.6668$ mm) を用いて加重平均をとった. 下図 38 が加重平均に用いた重み分布で, 平均 $(\mu_x, \mu_y) = (0, 0)$, 分散 σ_x^2, σ_y^2 の 2 次元のガウシアンを規格化したものである. 加重平均の結果, 磁石が外れる前後の磁場がそれぞれ 56.06 ± 0.01 G と 53.97 ± 0.01 G と求まった. 誤差は統計誤差で, 各測定点 (計 63 点) の統計誤差を伝播させることで求めた. (ビームプロファイルの不定性による誤差は後述.)

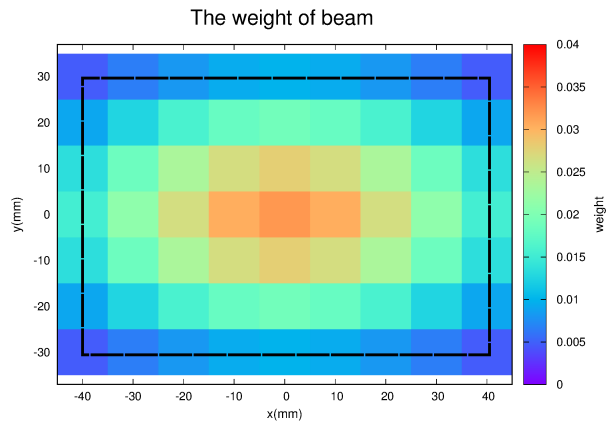


図 38: 加重平均に用いたビームプロファイル. 黒線に囲われた領域が銅板領域に対応する.

4.9 ビームを用いた本実験

4.9.1 タイムスケジュール

本実験におけるスケジュールは以下の通りである。

- 2/25 (Sun.)
13:00 東海村到着, 前日準備
- 2/26 (Mon.) - 2/27 (Tue.)
9:00 - ロシアグループ $g-2$ Beam Profile Monitor の実験の傍らで寿命を測定, セットアップの確認, 磁場測定 (磁石が外れる前)
- 2/28 (Wed.)
12:30 ロシアグループの実験終了, 銅板標的にて実験開始
12:30 - 21:30 セットアップの確認
21:47 - 24:00 磁場ターゲットを置いて, g 因子を NaI のみで測定
24:20 - 29:50 磁場ターゲットを置いて, g 因子を PS を加えて測定 (測定の途中で磁石が外れる)
- 3/1 (Thu.)
7:20 磁場測定 (磁石が外れた後)
7:20 - 8:10 銅板標的を置いて, エネルギーと寿命を測定
8:30 ビームタイム終了
8:30 - 14:30 実験装置の放射線チェック及び後片付け
14:30 帰宅

4.9.2 セットアップ

この節では本実験のセットアップについて記す。まず寿命測定の設定アップは図 39, 40 のようであった。図 39 が上からみたセットアップ図で図 40 が実際のセットアップの写真である。ここで FC, PS はフィンガーカウンターとプラスチックシンチレータの略で, Target は先に述べた銅板標的のことである。標的から測定器までの距離をビーム 1 pulse あたりの陽電子のカウンタ数から決定した。

今回の測定では解析の都合から, 陽電子が NaI では 1 pulse あたり 5 - 6 個に, プラスチックシンチレータでは 8 - 9 個になるように調整を行った。その結果, 標的から NaI, プラスチックシンチレータまでの距離はそれぞれ 115 cm, 75 cm, 標的の中心から NaI, プラスチックシンチレータまでの直線とビーム方向のなす角はそれぞれ 41° , 47° となった。また標的とビーム窓の距離は 17 cm であった。

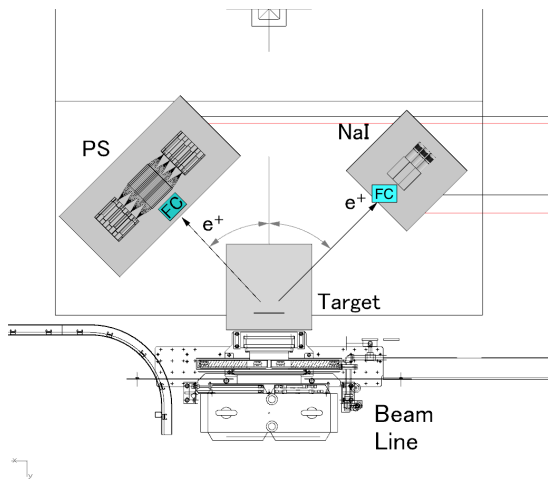


図 39: 寿命測定の設定アップ

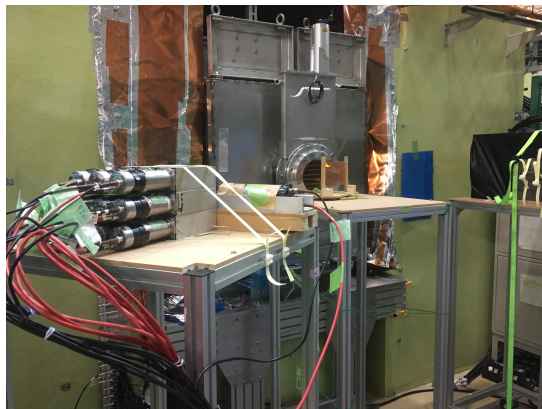


図 40: 寿命測定の設定アップ (写真)

次にエネルギー、 g 因子測定の設定アップについて示す。図 39 が上空からみた設定アップ図で、図 41 が実際の設定アップの写真である。ここで Target には先に記した磁場印加標的を用いた。また検出器と標的の距離やビーム軸と標的から検出器のなす角は寿命測定と同じ値になるようにした。



図 41: g 因子測定の設定アップ (写真)

4.9.3 回路

この節では本実験の回路について述べる。図 42, 43 は NaI, プラスチックシンチレータの回路である。ここで Beam Trigger とは、MLF 施設からの信号のことで、時刻の基準 (TO) となっている。これを WFD の外部トリガーとして接続した。また図 42 の $n - s$ ($n = 1, 2, 3, 4, s = a, b$) はプラスチックシンチレータの n 層目のファイバーの片側から読み出される信号を意味する。図中に記載している端子名 (BNC, LEMO, MCX) は接続したケーブルの両端の端子名である。FADC は Waveform Digitizer のことである。

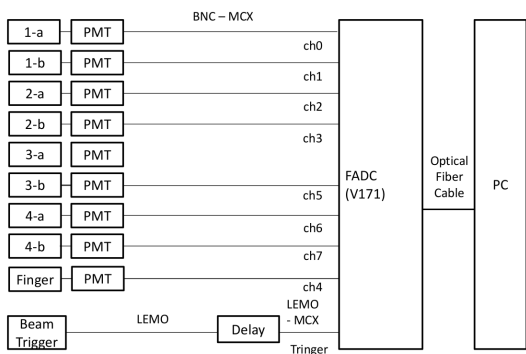


図 42: プラスチックシンチレータ検出器用の回路

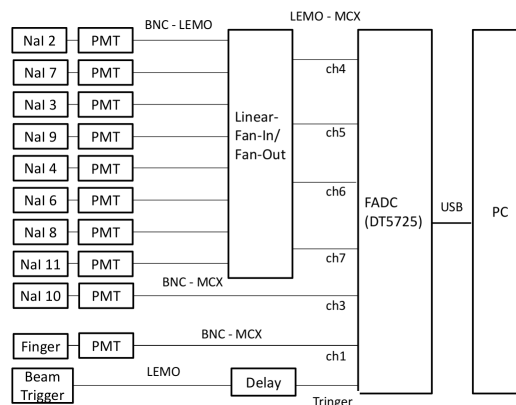


図 43: NaI 検出器用の回路

本実験ではコリメータだけでは不十分で、プラスチックシンチレータにおいても標的から飛んできた陽電子かどうかを判定するためのフィンガーカウンタを設置する必要性が浮上したため、コリメータ前方に設置した。その際に WFD の入力数が不足したため、中間層でありデータとして価値が低いであろうと考えたプラスチックシンチレータの 3 層目を片側読み出しにすることにした。

4.9.4 実験手順

本実験は以下の手順で行った。

1. 実験セットアップの調整.
2. ビームが照射される領域に人がいないことを確認し、人が侵入することのないように施錠.
3. ビーム輸送装置上のコリメータを開放し、ビームが標的に照射.
4. コリメータを制御することで、ビーム 1 パルス当たりのレートを調整. 必要な場合はセットアップを調整.
5. データテイキングを開始.

5 プラスチックシンチレータで取得したデータの解析と考察

プラスチックシンチレータのデータの解析では波形解析やイベント選択について異なる2つの解析手法を適用し、それぞれで寿命と g 因子の2つを求めた。以下ではそれぞれの解析手法に解析 A, B と名付け解説し、最後にそれらの両方の結果をまとめる。

5.1 解析手法 A

5.1.1 解析の流れ

プラスチックシンチレータ（以下、PS）検出器を用いて取得したデータを以下の方法で解析し、寿命、 g 因子、エネルギー分布を求めた。

1. イベントディスプレイから、初めの 100 ns (50 Sample) の間は信号が来ていないことを確認し、0 - 100 ns のデータの平均値をとってそれを baseline とした。
2. 信号のしきい値 (threshold) の決定
 - 宇宙線を用いた予備実験の結果から、12 MeV のエネルギーに対応する信号のピーク値を求めた。(表 11)
 - そのピーク値から、各チャンネルごとの threshold を以下の値に決めた。ただし、本実験ではチャンネル 4 でフィンガーカウンターの信号を取ったので、その threshold は表 11 と関係無くイベントディスプレイを元に適当な値 (20 mV) に決めた。
 - 寿命測定と g 因子測定用には全チャンネルとも 3 MeV 相当とした。3 MeV 相当にした理由については後述する。
 - エネルギー測定用には、1 層目にのみ 3 MeV 相当の threshold を設けた。2 層目以降に threshold を設けなかったのは、3 MeV 相当の threshold を超えるエネルギーを持つイベントを全て取るためである。
3. 各チャンネルごとで、threshold を越えた時間を信号の時間 (peaktime) とした。
4. イベントディスプレイからおおよその信号の時間幅を決め、信号が検出されてから次の信号を検出するようになるまでの veto 時間を 40 ns にした。
5. peaktime から 40 ns の間のデータを足すことで信号の charge を求めた。
6. 寿命と g 因子について
 - 各層の両側のチャンネルの信号のコインシデンスを取った。ただし、3 層目は片側のみの信号である。
 - ここで、コインシデンスの条件は互いの peaktime が 10 ns よりも近いものとした。
 - 寿命測定ではフィンガーカウンターを要求せずに層ごとのコインシデンスのみをとった。
 - g 因子測定では立体角を制限するために、層ごとだけでなくフィンガーカウンターとのコインシデンスを要求した。
7. エネルギーについて
 - 予備実験のデータから、各チャンネルごとにキャリブレーションをした。
 - 各層のエネルギーとして、1, 2, 4 層目では両側のチャンネルのエネルギーの平均を取り、3 層目では片方のチャンネルのエネルギーを使用した。

- フィンガーカウンターと1層目の両側のチャンネルの信号のコインシデンスをとり、そのときの全層のエネルギーの和を求めた。
- そのエネルギーにフィンガーカウンターで落とすエネルギーとして 1.5 MeV を足した。
- フィンガーカウンターとのコインシデンスを取ったのは、検出器の中心に入った e^+ の信号のみを選択するためである。高エネルギーの e^+ が入射すると検出器との相互作用によって電磁シャワーが生じる。このシャワー中の粒子が外に漏れ出ると、検出されるエネルギーは実際の e^+ のエネルギーよりも低い値になる。 e^+ の入射位置が検出器の端にある場合、検出器中央に入射する場合よりも電磁シャワー中の電子や陽電子が検出器の外に漏れやすい。以上のことから e^+ が検出器の中央に入射したイベントのみを解析に用いるべきだと考え、フィンガーカウンターとのコインシデンスを要求した。

寿命と g 因子の解析に関して、解析方法 B との主な違いは次の3点である。

- threshold の値を各チャンネル毎に変えていること
- 信号検出後に veto 時間を設けていること
- 層間およびフィンガーカウンターとコインシデンスをとっていること

表 11: 12 MeV に対応する charge をもつ信号のピーク

PMT 名	ピーク値 [mV]
チャンネル 0 (あけみ)	110 ± 21
チャンネル 1 (勝太郎)	145 ± 25
チャンネル 2 (畑さん)	160 ± 28
チャンネル 3 (紗智子)	112 ± 22
チャンネル 4 (蘭)	140 ± 23
チャンネル 5 (矢部)	161 ± 28
チャンネル 6 (政子)	105 ± 21
チャンネル 7 (王)	140 ± 25

5.1.2 信号検出の threshold 値について

信号検出時の threshold の値の判断理由について触れておく。Threshold の値を 1 MeV 相当から 6 MeV 相当まで変化させて寿命を求めると表 12 のようになった。Threshold が 1 MeV 相当から高くなるにつれて寿命は短くなり、3 MeV 相当以上のときに誤差の範囲で一定の値になっている。このことから 2 MeV 相当以下の threshold では低エネルギーのノイズを信号として処理していると考えた。よって、threshold の値には 3 MeV 相当の電圧値が妥当だと考えた。

表 12: Threshold 値を変更したときの寿命 (ns)

Threshold 値	1 層	1+2 層	1~3 層	1~4 層
1 MeV	2236.7 ± 6.4	2282.7 ± 9.1	2291 ± 12	2294 ± 24
2 MeV	2223.3 ± 7.0	2236.9 ± 9.4	2240 ± 13	2205 ± 27
3 MeV	2226.7 ± 7.3	2227.7 ± 9.6	2225 ± 13	2173 ± 30
4 MeV	2223.9 ± 7.6	2223 ± 10	2214 ± 14	2141 ± 34
5 MeV	2224.1 ± 7.8	2221 ± 11	2200 ± 15	2138 ± 40
6 MeV	2218.1 ± 8.2	2216 ± 11	2193 ± 17	2139 ± 48

5.1.3 得られた崩壊曲線とフィッティングの結果

図 44 は磁場なし標的を用いたときのミューオンの崩壊曲線である．それを次の $f_{\text{life}}(t)$ でフィッティングした．

$$f_{\text{life}}(t) = \exp[-(t + A)/\tau]$$

また，図 45 は磁場あり標的を用いたときのミューオンの崩壊曲線である．それを次の $f_g(t)$ でフィッティングした．

$$f_g(t) = \exp[-(t + A)/\tau](1 + B \cos(\omega t + \delta))$$

フィッティングの範囲は 1000 ns から 7950 ns までとした．フィッティング範囲の決定方法は以下の通りである．今回使用したミューオンビームの分布は FWHM ~ 100 ns ，すなわち $\sigma \sim 40$ ns のガウス分布と考えることができる．図 44 のヒストグラムがピーク値をとる約 800 ns をガウシアンピークだと考えて，その点から 5σ (~ 200 ns) はフィッティングの対象外とした．また，ピークを検出してから 40 ns の veto 時間をとるという解析方法から，8000 ns から前の 40 ns 分は解析に用いることができない．以上のことからフィッティング範囲を決定した．

フィッティングの結果は表 13, 14 のようになった．表中の誤差はフィッティングに由来する統計誤差である．また，表 14 において FC はフィンガーカウンターを表す．

表 13: 寿命 τ のフィッティング結果

コインシデンスを取った層	τ [ns]
1	2226.7 ± 7.3
1+2	2227.7 ± 9.6
1+2+3	2225 ± 13
1+2+3+4	2173 ± 30

表 14: g 因子のフィッティング結果

コインシデンスを取った層	τ [ns]	ω [$\times 10^{-3}/\text{ns}$]	g
FC + 1	2173.5 ± 8.7	(4.621 ± 0.012)	2.0091 ± 0.0053
FC + 1 + 2	2211 ± 12	(4.618 ± 0.011)	2.0078 ± 0.0047
FC + 1 + 2 + 3	2214 ± 17	(4.602 ± 0.011)	2.0008 ± 0.0050
FC+ 1 + 2 + 3 + 4	2177 ± 39	(4.651 ± 0.019)	2.0224 ± 0.0085

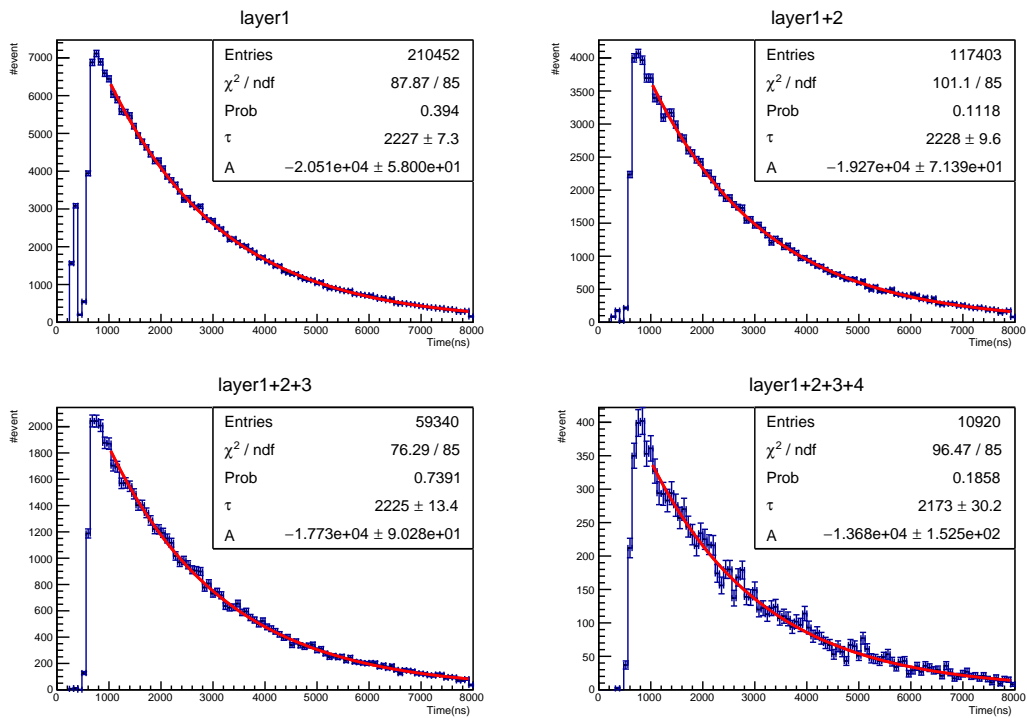


図 44: 層でコインシデンスをとったヒストグラム. それを $f_{\text{life}}(t)$ でフィッティングした結果. (磁場なし標的)

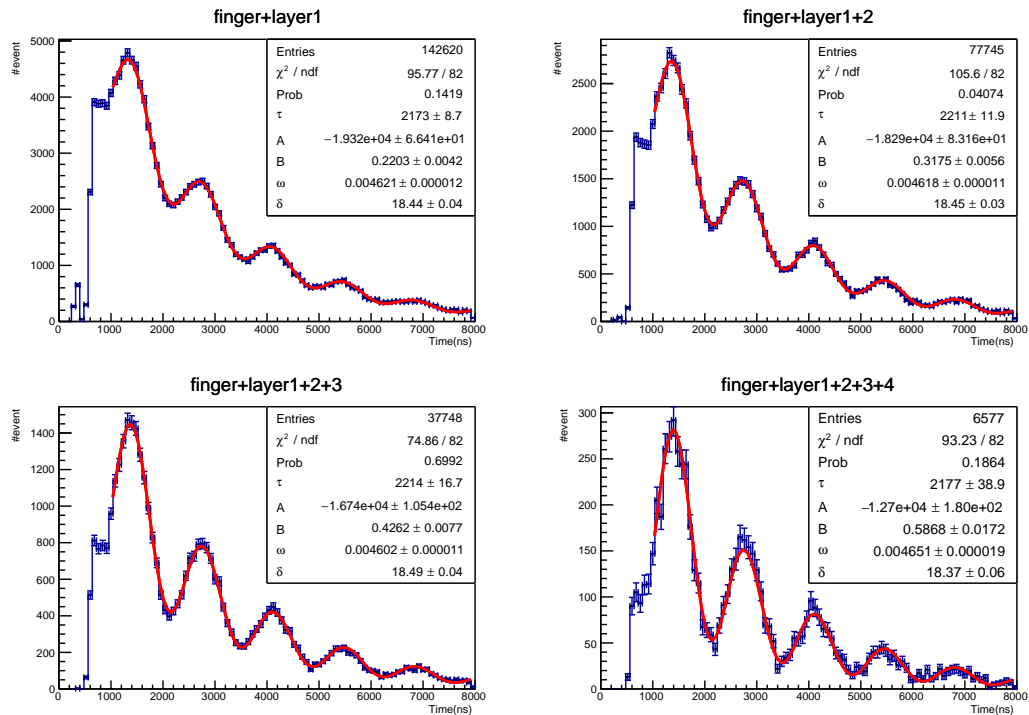


図 45: FC と層でコインシデンスをとったヒストグラム. それを $f_g(t)$ でフィッティングをした結果. (磁場あり標的)

5.1.4 フィッティング範囲の妥当性について

上で述べたようにフィッティングの範囲は 1000 ns から 7950 ns としたが, この範囲の前側と後側で範囲を分けてフィッティングをすると, τ と g の値は表 15 - 18 のようになった. 図 46 と図 47 はそれぞれ, 表 15, 16, 13 と表 17, 18, 14 をグラフにしたものである. 図中の黒丸が 1000 - 7950 ns でのフィッティング結果, 赤四角が 1000 - 4550 ns でのフィッティング結果, 青三角が 4450 - 7950 ns でのフィッティング結果を表していて, 左から順に 1 層のみ, 1, 2 層, 1 - 3 層, 全層でコインシデンスをとったときの値である. 各層毎で 3 つのフィッティング範囲の結果を比較すると, τ と g の値は誤差の範囲内で一致していると言える.

このことから, フィッティングの範囲として 1000 ns から 7950 ns までは適切だと考えられる.

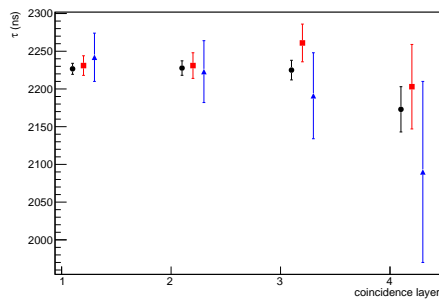


図 46: フィッティング範囲別の寿命の値.

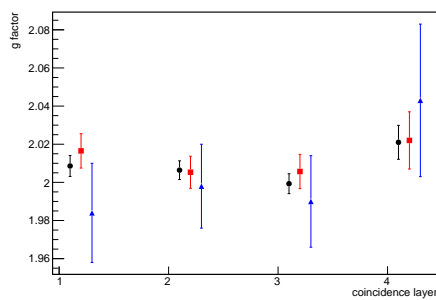


図 47: フィッティング範囲別の g の値.

表 15: 寿命 τ (フィッティング範囲 1000 - 4550 ns)

コインシデンスを取った層	τ [ns]
1	2231 \pm 13
1+2	2231 \pm 17
1+2+3	2261 \pm 25
1+2+3+4	2203 \pm 56

表 16: 寿命 τ (フィッティング範囲 4450 - 7950 ns)

コインシデンスを取った層	τ [ns]
1	2242 \pm 32
1+2	2223 \pm 41
1+2+3	2191 \pm 57
1+2+3+4	2090 \pm 120

表 17: g 因子 (フィッティング範囲 1000 - 4550 ns)

コインシデンスを取った層	τ [ns]	ω [$\times 10^{-3}$ /ns]	g
FC + 1	2141 \pm 15	(4.639 \pm 0.020)	2.0171 \pm 0.0085
FC + 1 + 2	2208 \pm 20	(4.617 \pm 0.018)	2.0076 \pm 0.0078
FC + 1 + 2 + 3	2253 \pm 30	(4.615 \pm 0.019)	2.0068 \pm 0.0084
FC + 1 + 2 + 3 + 4	2291 \pm 72	(4.648 \pm 0.033)	2.021 \pm 0.014

表 18: g 因子 (フィッティング範囲 4450 - 7950 ns)

コインシデンスを取った層	τ [ns]	ω [$\times 10^{-3}$ /ns]	g
FC + 1	2263 \pm 40	(4.564 \pm 0.059)	1.984 \pm 0.026
FC + 1 + 2	2264 \pm 57	(4.596 \pm 0.050)	1.998 \pm 0.022
FC + 1 + 2 + 3	2211 \pm 77	(4.576 \pm 0.054)	1.990 \pm 0.024
FC + 1 + 2 + 3 + 4	2010 \pm 156	(4.699 \pm 0.091)	2.043 \pm 0.040

5.1.5 コインシデンスをとる層数による寿命の違いについて

全層コインシデンス以外の 3 点を定数でフィッティングすると図 48 のようになった。全層でコインシデンスをとったときのフィッティング結果が 3 層目までの結果からずれていることがわかる。このずれが何に起因しているのかはわからなかったため、全層コインシデンスの結果は系統誤差に含めることにした。

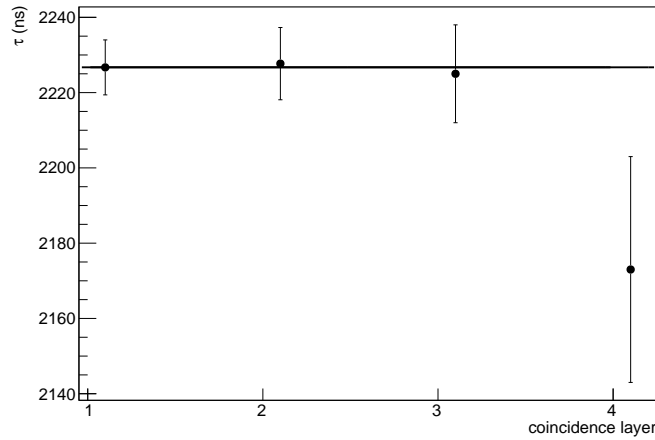


図 48: 全層コインシデンス以外の 3 点を定数でフィッティングした結果.

g 因子についても同様に, 図 47 において全層コインシデンス以外の 3 点を定数でフィッティングした. 表 13 と表 14 の値に対して行なったこれらの定数フィッティングの結果を解析手法 A の結果として表 19 にまとめた. 誤差は, 3 点の定数フィッティングの誤差を統計誤差とし, 全層コインシデンスで得られた値の中央値との差を系統誤差とした.

表 19: 解析手法 A で得た寿命と g 因子の結果

寿命 τ [ns]	g 因子
$2226.7 \pm 5.3_{-53}$	$2.0047 \pm 0.0030^{+0.0177}$

5.1.6 エネルギー分布

磁場なし標的を用いたときのデータから求めたエネルギーのヒストグラムは図 49 のようになった. ミューオンビームのピークと考えられる時間 (800 ns 付近) から約 5σ (200 ns) の間隔を開けることでミューオンが散乱されて直接検出器に入射するイベントはほぼ無視できると考えた. したがって解析には peaktime が 1000 ns 以降のイベントのみを使用した.

図 49 において横軸と縦軸の誤差として, それぞれキャリブレーション由来のエネルギー分解能と統計誤差をつけたグラフが図 50 である.

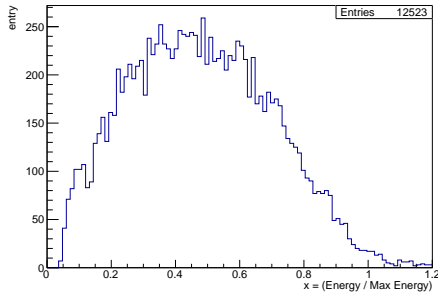


図 49: PS で得られたエネルギー分布 (磁場なし標的).

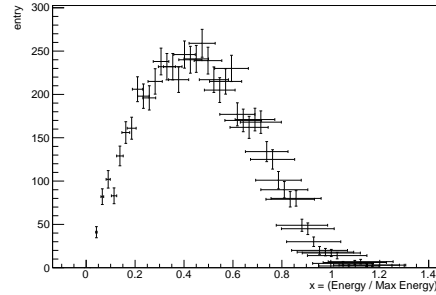


図 50: PS で得られたエネルギー分布 (磁場なし標的, 誤差付き).

ミューオンのスピンに対して角度 θ の方向に崩壊する e^+ のエネルギー分布は, 式 (5) で与えられる. この式に ρ 以外のパラメータの値として, 標準模型で予想されている $\eta = 0, \xi = 1, \xi\delta = 3/4$ を代入して計算すると,

$$\frac{d\Gamma}{dx} \propto x^2 \left[\frac{2}{3} \left(\rho + \frac{3}{8} \cos \theta - \frac{1}{8} \right) (4x - 3) + \frac{1}{4} (\cos \theta + 3) \right]$$

となる.

図 50 のグラフを $f_{\text{michel}}(x) = x^2(A(4x - 3) + B)$ でフィッティングすることにより ρ を求めることができると考えたがうまくいかなかった. この原因として, 高エネルギー側での横軸の誤差が大きいことや検出器のエネルギー分解能を考慮せずにフィッティングを行っていることが考えられる. 本解析では時間の都合上これ以上の解析は行なわなかった.

5.1.7 エネルギー測定についての今後の課題

以下ではエネルギー分布測定についての今後の方針を述べる.

プラスチックシンチレータは無機シンチレータに比べて密度が小さいので制動放射で生じる光子は少ない. したがって光子によるエネルギー漏れは少なく, これに起因する測定エネルギーのゆらぎは比較的小さい. しかし, シンチレーション効率が低いプラスチックシンチレータの信号を PMT で読み出すにはゲインを高くする必要があり, PMT の電子増倍過程の確率的なゆらぎによってエネルギー分解能が悪くなる. したがって, 解析においては測定されるエネルギーに PMT 由来のゆらぎがあることを考慮する必要がある.

具体的にはまず, エネルギー E_{in} をもつ粒子が検出器中で失うエネルギー E_{loss} の分布をシミュレーションによって求め, それを適当な関数で近似する. これを 0 から 50 MeV の E_{in} に対して行い, E_{loss} の分布関数 $f(E_{\text{in}}, E_{\text{loss}})$ を求める. 次に, 入射粒子のエネルギー分布 $g_{\text{real}}(E)$ を $f(E_{\text{in}}, E_{\text{loss}})$ でたたみ込み積分することで, 損失エネルギーの分布関数 $g_{\text{loss}}(E)$ が得られる. 最後に, PMT に起因するゆらぎの寄与として $g_{\text{loss}}(E)$ をガウシアンでたたみ込み積分して, 予想される測定値の分布関数 $g_{\text{measure}}(E)$ が得られる. 得られた $g_{\text{measure}}(E)$ を用いてフィッティングを行う.

また, この実験ではプラスチックシンチレータのエネルギー較正に改善の余地が大いに残されている. 一つの方法としてベータ線源の Q 値を求めることで較正点を増やすことができる. 他に, 宇宙線ミューオンを用いたキャリブレーションならば, 図 51 のようにフィンガーカウンターとのコインシデンスを取ることで宇宙線の飛跡を制限して測定を行うことが考えられる. こうすることで測定される宇宙線の損失エネルギーの幅は図 27 よりも狭くなり, また, いくつかの飛跡に対してエネルギー測定を行うことで異なる損失エネ

ルギーに対する電荷量を求められる。すなわち，較正点が増えて各点における誤差が小さくなると予想される。したがって，測定する宇宙線の飛跡を制限することで較正直線の誤差を小さくすることができると考えられる。

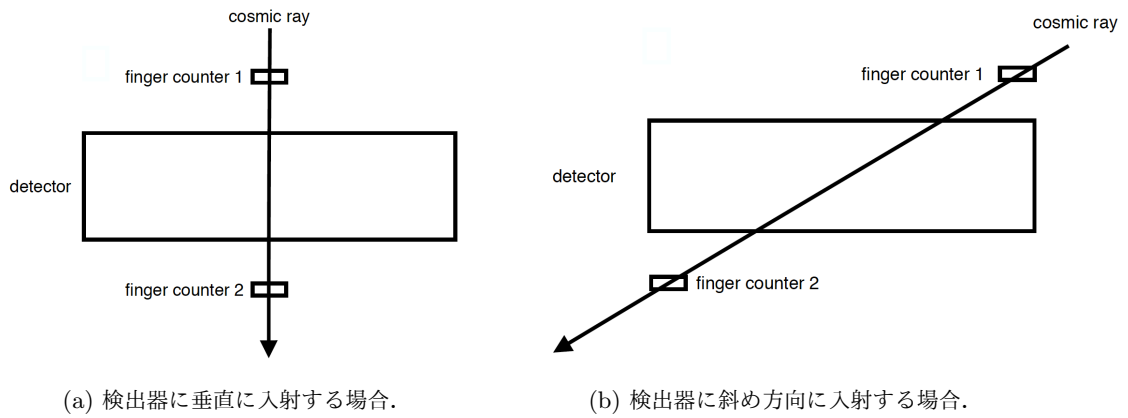


図 51: 宇宙線を用いたキャリブレーションでの飛跡の制限の例.

5.2 解析手法 B

5.2.1 使用データ

実験で得られたデータのうち，解析に用いたのは 3 日目に磁場標的を用いたランと 4 日目に銅板標的を用いたランとの 2 つであり，それぞれのデータを表 20 に示す．

表 20: PS の解析に用いたデータ

標的の種類	磁場 B [G]	Event 数
銅板標的	—	43502
磁場標的	53.97	448073

なお，磁場標的を用いたデータについては先に述べたように磁場がランの途中で変化していたので，解析には変化後のデータとして，最初の 30000 events を除いたデータのみを用いた．詳しくは 5.2.6 で述べる．

5.2.2 WFD 波形の解析

WFD (CAEN Waveform Digitizer V1721) で得られたイベント / 波形の例を図 52, 53 に示す．図 53 か

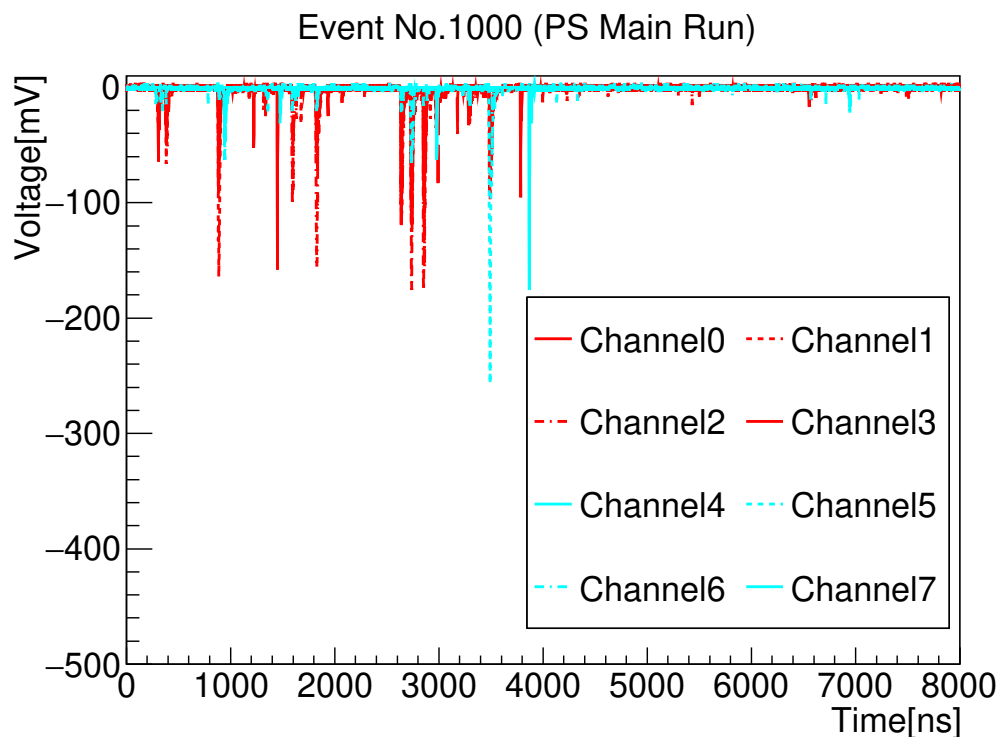


図 52: プラスチックシンチレータで得られた波形 ($8 \mu\text{s}$ 全体)．磁場印加したランの 1000 event 目の例であり，線の種類がそれぞれのチャンネルに対応している．横軸が時刻，縦軸が WFD で計測された電圧値を表している．

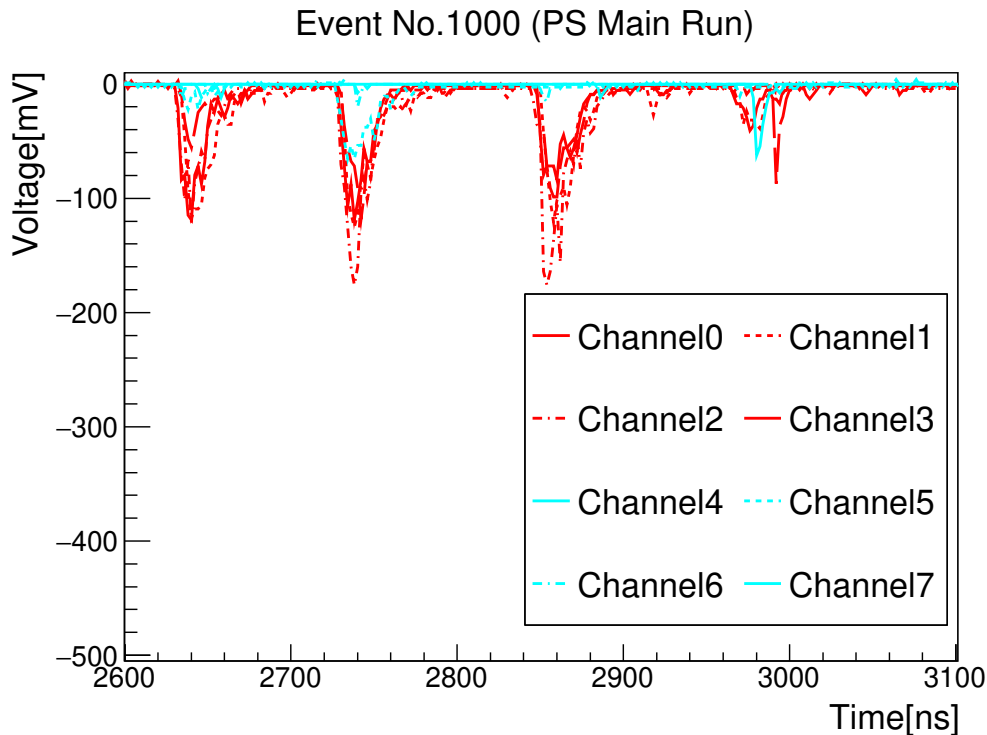


図 53: プラスチックシンチレータで得られた波形 (一部拡大). 図 52 の $2.6 - 3.1 \mu\text{s}$ を拡大したものである.

らもわかる通り, プラスチックシンチレータのデータについては一つの信号が立ち下がる前に次の信号を検出してしまふ「パイルアップ」はほとんどないものと考えられる. また, 立ち上がりが十分に早くない場合には, threshold を信号ごとにすべて同じにしたとき, threshold を超える時間が信号の高さで変化し, 時刻がきちんと得られないことがある. このような時刻のずれを補正するために TQ 補正などが行われることがあるが, 図 52 から信号の立ち上がりは十分早く, そのような補正は必要ないと判断した. 以降ではこれらを考慮したうえで, 固定 threshold を, プラスチックシンチレータのアフターパルスやベースラインの揺らぎを無視できる大きさ (8 WFD Count, 30 mV 相当) に設定して解析を行った.

5.2.3 ミューオン寿命解析

まず, 銅板標的を用いたランのデータからミューオンの寿命を求めた. 5.2.2 で述べたように threshold を設定し, 固定 threshold を越えたところから初めて threshold 以下になるところまでを一つの崩壊 e^+ による信号として, threshold を越えた瞬間をその信号が持つ時刻とした. その後, 3 層目を除く各層については以下の方法でコインシデンスをとった.

各層について, 時間情報が 10 ns 以内であれば同じ崩壊 e^+ 由来の信号として, 二つの平均時間を各層の時間情報とした. ここで 10 ns という値は図 53 などからプラスチックシンチレータの立ち下がり時間程度になるように選んだ.

以上のセレクション後に実際に得られた 3 層目を除く各層の e^+ 検出時刻分布のヒストグラムを図 54 に示す. ただし 2, 4 層目は 1 層目とのコインシデンスをとった. ここで 3 層目を除いたのはチャンネル数の都合上, 3 層目では層内でのコインシデンスをとることができなかったからである. また, コインシデンスをとっ

た方法は各層での方法と同じであるが、時間情報としては1層目と各層との平均を用いるのではなく、コインシデンスが取れたものを各層についてそのまま使用した。

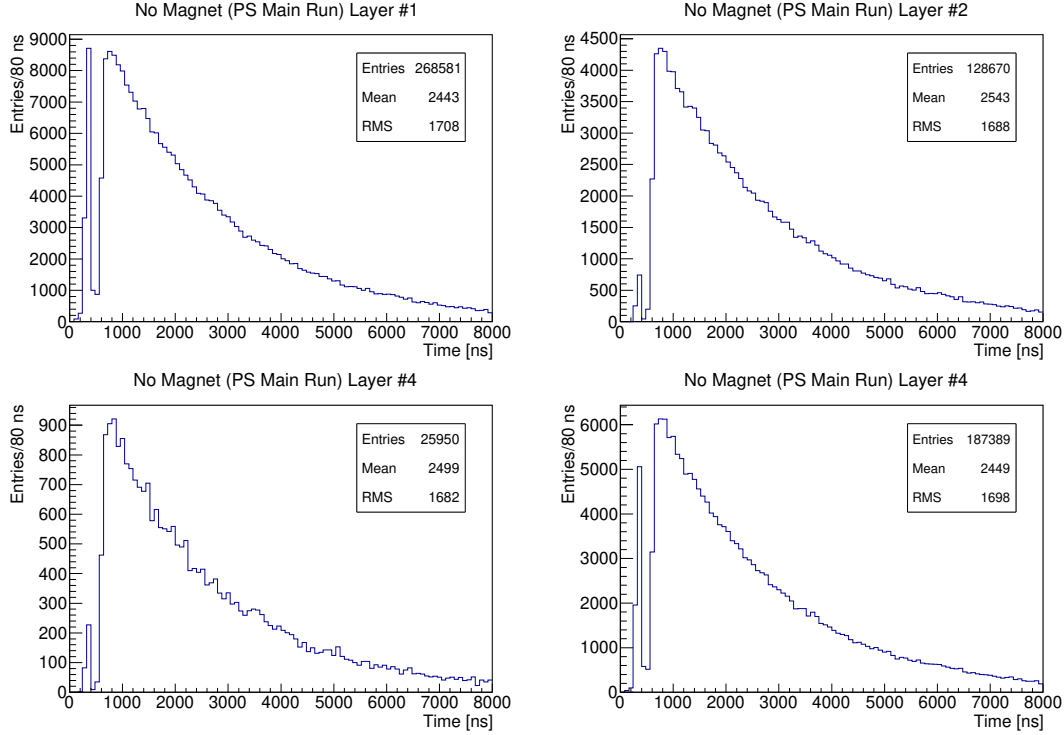


図 54: 磁場がないときの時刻分布ヒストグラム。それぞれ (左上) 1 層目, (右上) 2 層目コインシデンスあり, (左下) 4 層目コインシデンスあり, (右下) 2 層目コインシデンスなしの時刻情報である。崩壊現象に特徴的な指数関数に従った減衰が見られる。

得られた時間分布における $t = 200 - 400$ ns のピークは、図 54 の右二つを比較すると分かるように、コインシデンスをとることによって小さくなる。このピークは π の崩壊によってできた表面ミュオンがすぐに崩壊し生成した e^+ が、ビームラインを通り抜けて直接検出器に当たったときの信号によるものと考えられる。ビームラインにおいては運動量で粒子を選択しており (今回は運動エネルギーが 4.1 MeV の粒子を選択している)、このようにしてできた e^+ は同じ運動量の μ^+ よりも高速で検出器に到達する。実際、運動エネルギーが 4.1 MeV の μ^+ は運動量 $p = 29.4$ MeV を持っており、このとき速度 β は $\beta = 0.27$ であるのに対して、同じ運動量を持つ e^+ は $\beta = 1.00$ となり e^+ のほうが 3 - 4 倍速い。1 層目とのコインシデンスをとることでこのピークが低くなるのは、このコインシデンスにより粒子の飛来した方向を制限でき、銅板標的由来の信号の割合が多くなるためと考えられる。

図 54 のヒストグラムに

$$f(t) = A \exp(-t/\tau) + \text{const.} \quad (29)$$

で表される関数 $f(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここでバックグラウンドの影響を加味して定数項を加え、フィッティング範囲は 1000 ns から 8000 ns とした。フィッティング結果を図 55 および表 21 に示す。誤差は統計によるものである。

ここで各層から得られた 3 つの値を統計的にまとめてやると、ミュオンの寿命として $\tau = 2220 \pm 18$ ns

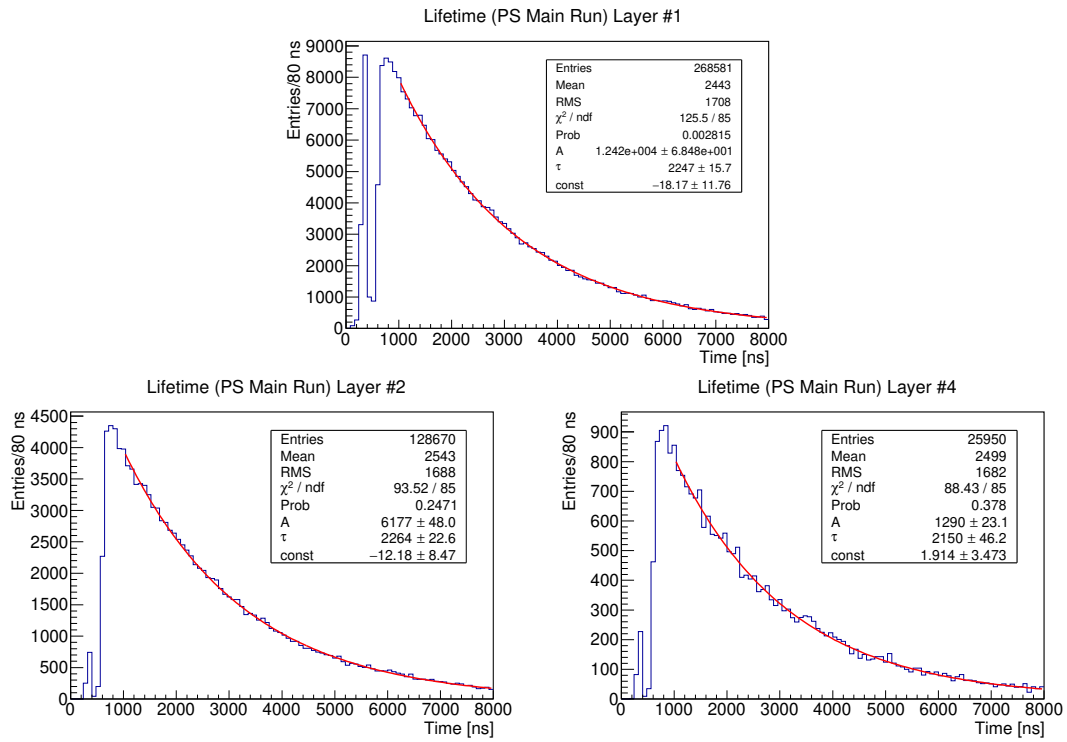


図 55: 図 54 のヒストグラムに $f(t)$ でフィッティングを行った結果. それぞれ (上) 1 層目, (左下) 2 層目コ
インシデンスあり, (右下) 4 層目コインシデンスありのものである.

表 21: フィッティングによって得られた τ の値

層番号	τ [ns]
1	2247 ± 16
2	2264 ± 23
4	2150 ± 46

という値が得られた.

5.2.4 ミューオン g 因子解析

次に磁場標的を用いたランの解析から、ミューオンの g 因子を求めた。ここで先述の通り、磁場の変化が起こる前の最初の 30000 events を除いたデータを用いた。5.2.3 と同様に得られた時刻情報を図 56 に示す。

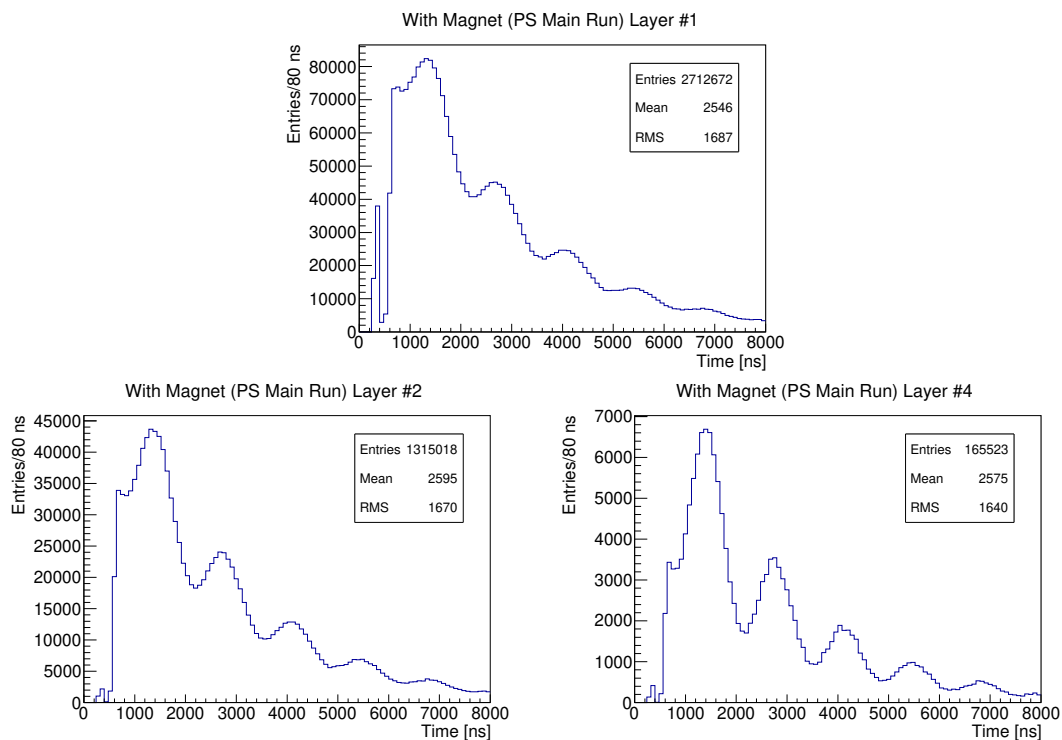


図 56: 磁場があるときの時刻分布ヒストグラム。それぞれ (上) 1 層目, (左下) 2 層目コインシデンスあり, (右下) 4 層目コインシデンスありのものである。指数関数減衰にミューオンの歳差運動由来と思われる振動が重なっている。

図 56 のヒストグラムに

$$g(t) = A \exp(-t/\tau)[1 + B \cos(\delta + \omega t)] + \text{const.} \quad (30)$$

で表される関数 $g(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここで 5.2.3 のときと同様に定数項を加え、フィッティング範囲を振動がきちんと見えている 1000 ns から 8000 ns までとした。フィッティング結果を図 57, および表 22 に示す。ただし表 22 において g 因子の計算には各点の磁場をビームプロファイルのガウシアンで加重平均した値, $B = 53.97$ G という値を用いた。また、誤差としては 5.2.3 と同様にフィッティングの統計によるものを載せており、磁場の影響を含めたものについては後述する。

5.2.5 磁場による g 因子の系統誤差について

磁場についての誤差は二種類あり、一つは各測定点の統計誤差を加重平均にて伝播させたもの、もう一つはビームプロファイルの不定性に由来するものである。

まず前者の系統誤差について記す。磁場の統計誤差は 4.8.4 の予備実験から $\delta B = 0.01$ G である。これを g 因子を算出する式 (25) に代入した結果、各層における g 因子のずれは 0.001 より小さかった。これは最小

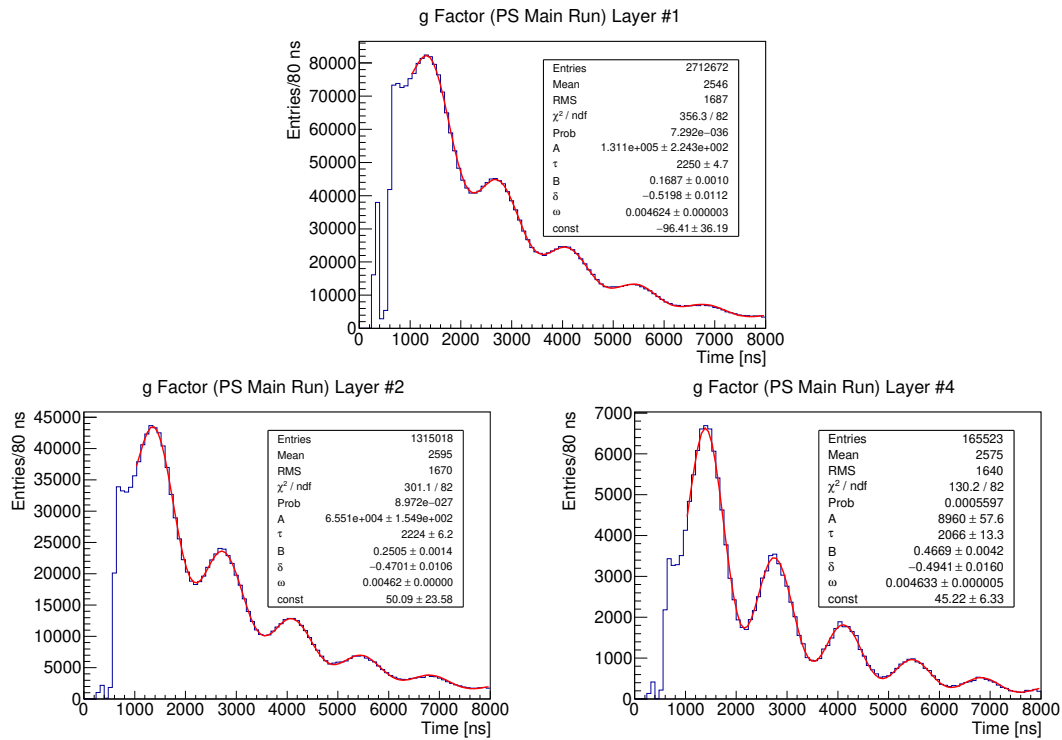


図 57: 図 56 のヒストグラムに $g(t)$ でフィッティングを行った結果. それぞれ (上) 1 層目, (左下) 2 層目コインシデンスあり, (右下) 4 層目コインシデンスありのものである

表 22: g 因子フィッティング結果

層番号	τ [ns]	ω [$/\mu\text{s}$]	g
1	2249 ± 4	4.624 ± 0.004	2.013 ± 0.0015
2	2224 ± 6	4.620 ± 0.003	2.012 ± 0.0015
4	2066 ± 13	4.633 ± 0.005	2.017 ± 0.0023

有効桁より小さいため, 後者による系統誤差のみを考えることにした.

次に後者の系統誤差について記す. 5.2.4 において g 因子解析に用いた磁場の値 $B = 53.97$ G は事前に MLF の三宅さんから頂いたビームプロファイルをもとに加重平均をとった値であるが, このビームプロファイルの不定性により加重平均の値は変化する. 今回はビームの広がりにはガウシアンにしたがって分布すると仮定したうえでガウシアンを広がりを変化させ, それによる磁場への影響をみた.

ガウシアン x 方向の広がりを σ_x , y 方向の広がりを σ_y とし, σ_x を 2.0 cm から 3.9 cm まで, σ_y を 1.0 cm から 2.9 cm まで 0.1 cm 刻みで変化させて加重平均磁場の値を求めた. 得られた 2 次元分布を図 58 に, その最大値・最小値を表 23 に示す. ここで用いた磁場の値はすべて表 10 のものである. σ_x, σ_y を動かす範囲は磁場標的の大きさが事前にいただいたビームプロファイルのガウシアン標準偏差 1σ に入る点を上限として十分な広さをとった.

得られた磁場の最大値, および最小値を用いて計算した g 因子の値を表 24 に示す.

Weighted Magnetic Field

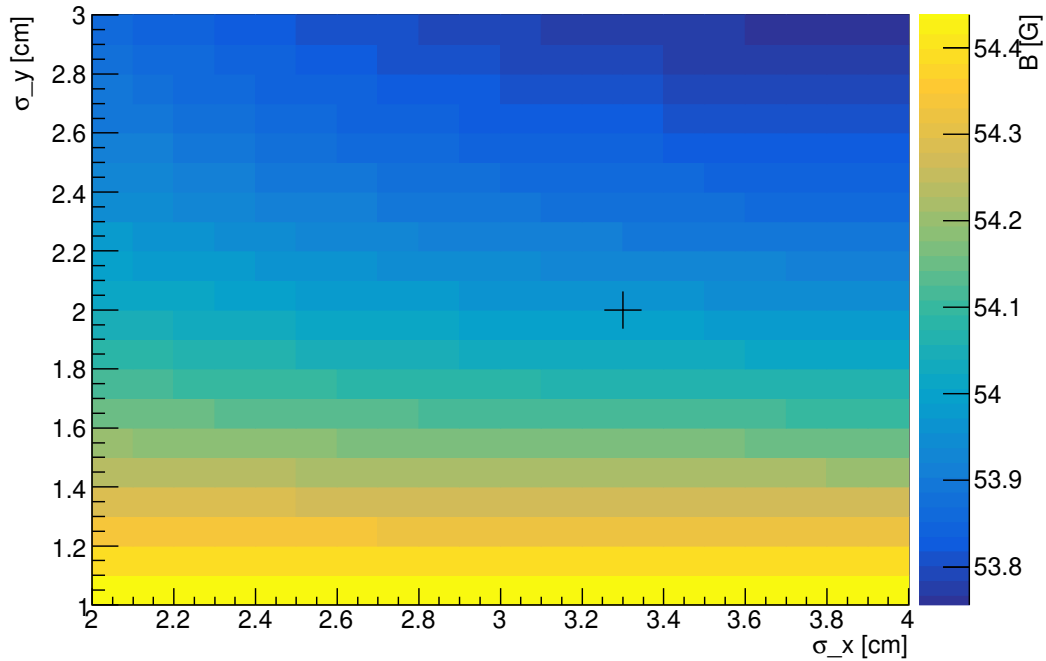


図 58: σ_x , σ_y を 0.1 cm 刻みで動かしたときの磁場の加重平均の値。中心付近の点はいただいていたビームプロファイルでの値を示している。最大値をとったのは $\sigma_x = 3.9$, $\sigma_y = 1.0$ のとき、最小値をとったのは $\sigma_x = 3.9$, $\sigma_y = 2.9$ のときであった。

表 23: σ_x , σ_y を動かしたときの磁場 B の最大値と最小値 [G]

B_{\max}	B_{\min}
54.44($\sigma_x = 3.9$, $\sigma_y = 1.0$)	53.76($\sigma_x = 3.9$, $\sigma_y = 2.9$)

表 24: 磁場 B の値とそれらに対応する g 因子の値

層番号	$B_{\max} = 54.44$ G	$B_0 = 53.97$ G	$B_{\min} = 53.76$ G
1	2.000	2.013	2.021
2	1.995	2.012	2.020
4	2.000	2.017	2.025

実際、 g 因子の値を考えると 1 層目と 4 層目とのコインシデンスをとったものが銅板にミュオンが当たった上で検出器に飛来したような貫通イベントをとれている可能性が高く磁場の影響を受けた e^+ が多いと考えられることから妥当であると考え、得られた g 因子の値は

$$g = 2.017 \pm 0.002^{+0.008}_{-0.017}$$

となった。ここで誤差の第一項は統計誤差であり、第二項は磁場による系統誤差である。

5.2.6 磁場の変化の確認

g 因子測定のための磁場標的を置いたランの途中で磁石配置が崩れ、磁場の値が変わっていたことは本文中でも述べたが、解析においてそのことを確認した。

5.2.4 のようなフィッティングをする際に、用いるイベントを 9000 events (6 min) ごとに区切ってフィッティングを行った、それぞれ得られた ω の値を図 59 に示す。赤線は最初の 8 分間のデータから得られた値を表しており、また青線は磁場変化発覚後に改めて確認用にとったランから得られた値を表している。ここで磁場変化発覚後のランはおよそ 30 分間である。図 59 を見ると分かるように、ランの最初の 20 分程度で磁場の値が変化している。よって今回の解析には同じ値の磁場とみなせるという条件の下で、より統計量の多いランの 20 分以降のデータを用いることにした。なお、変化前後の加重平均をとった磁場の値はそれぞれ 56.06 G と 53.97 G であった。

The Time Dependence of Omega

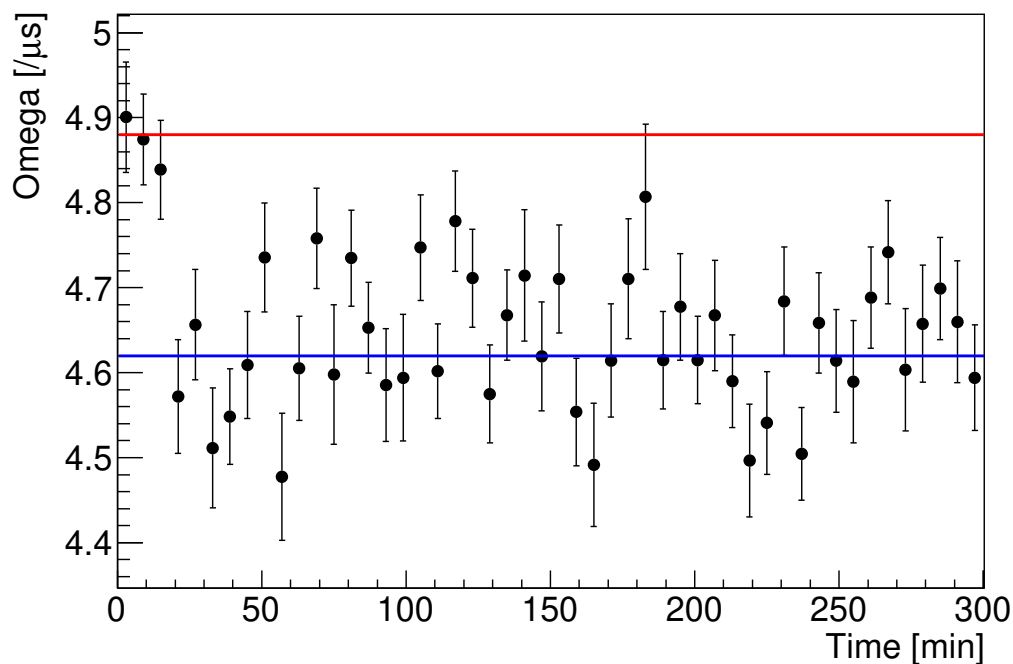


図 59: ラン中における ω の時間変化。最初の 20 分間を過ぎたあたりから ω の値が変化している様子が見られる。

5.3 PS の解析まとめ

二つの解析手法を用いてミューオンの寿命、および g 因子を求めた。これらの結果を表 25 にまとめた。

表 25: 二つの手法によるプラスチックシンチレータでの解析結果

	解析手法 A	解析手法 B
τ [ns]	$2227 \pm 5_{-53}$	2220 ± 18
g	$2.005 \pm 0.003^{+0.018}$	$2.017 \pm 0.002^{+0.008}_{-0.017}$

6 NaI で取得したデータの解析と結果・考察

以下では主に測定した信号から欲しい情報を取り出すための解析に関する部分と、得られた情報から実際の測定した量を解析する部分にわけて、解析の詳細を述べる。特に前半の信号解析ではパイルアップ信号を取り除く処理を行い、情報を取り出す解析を行った。後半では寿命と g 因子の測定をフィッティングを用いて行った。また、ミッセルパラメータの測定では時間情報に基づいたスピンの情報とエネルギーの相関を含めた解析を行った。その際、各 NaI で得られたエネルギー情報に対し測定器の電磁シャワーの応答に基づくフィッティングを行った。

6.1 信号解析

NaI 検出器で測定した波形解析の手法について述べる。測定波形の中で典型的なものを図 60 に示す。波形解析ではここからフィンガーカウンター（チャンネル 1）が鳴っているという条件を課したときに NaI で測定したエネルギーと信号の時刻という 2 つの情報を抽出した。この際に信号のノイズと NaI と波形の重なり（以下、パイルアップとよぶ）の 2 つが解析時の注意点となった。前者は信号が鳴ったという判定をするためのピーク検出をする際に問題となる。具体的には、本来 1 つの e^+ からの信号であるのに、ノイズの影響で複数のピークとして認識してしまう。そのため、今回の解析ではノイズ除去の処理を最初に行った。その後ピーク検出を行った後に時間情報とエネルギー情報を取り出す。この際、パイルアップの処理をしないまま適当な領域で積分を行いエネルギーを求めると、別の e^+ からの信号でエネルギーが大きく見積もられてしまう。このため、今回の解析では波形データのサンプリングを行い、それに基づきパイルアップしていない部分の波形からパイルアップしている部分に外挿し、その分の補正を行った。以下具体的な処理について述べる。

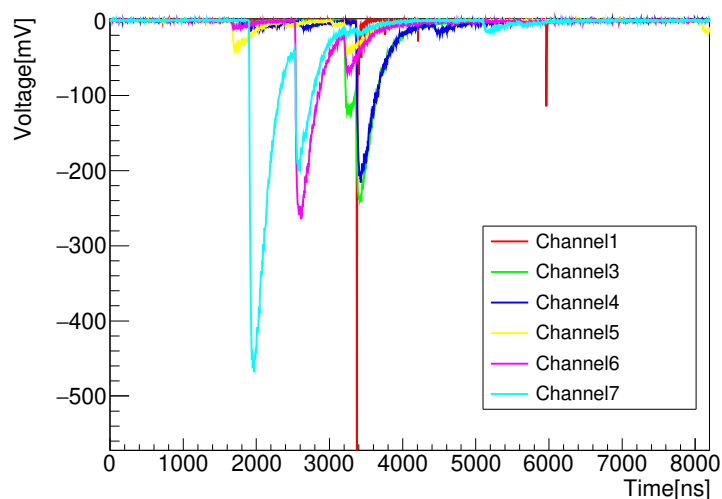


図 60: NaI 検出器の測定信号。チャンネル 1 はフィンガーカウンターの測定波形、チャンネル 3 ～チャンネル 7 は NaI の測定波形。NaI の測定波形では波形の重なりが見られる。

6.1.1 ノイズ除去

ピーク検出の際に問題となる高周波のノイズを除去することについて考える。高周波成分によるピークと誤認識するような大きな変動がなくなればいいので、簡単に実装ができかつ高速な処理ができるという観点で単純移動平均をとるということを行った。具体的には各サンプリング点で前後4サンプリング、計9サンプリングの平均をとった。実際にノイズ除去を行った前後の信号の差異は図61（図60と同じデータの一部）のようになった。薄い色で示したのが元の信号、濃い色で示したのがノイズ除去を行った信号である。チャンネル6の左側の信号はノイズによって2つのピークのように見かけ上分裂していたのが改善しているのが分かる。

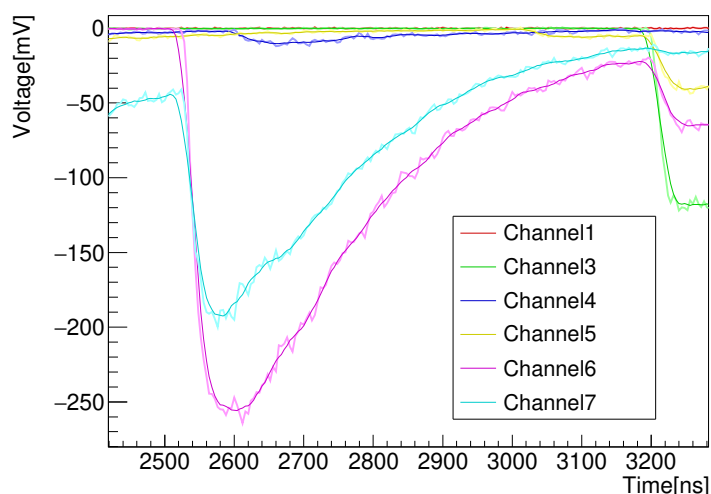


図 61: ノイズ除去された測定信号。薄い色で示したのが元の信号、濃い色で示したのがノイズ除去を行った信号。チャンネル6の2600 ns 付近の信号はノイズによって2つのピークのように見かけ上分裂していたのが改善している。

6.1.2 ピーク検出

以上のノイズ除去を行った信号を元にピーク検出を行うことを考える。基本的には threshold を適切に設定しそれを超えたところからピークが始まったと考えることにする。ただし、この方法ではパイルアップしている際には過剰に信号を検出してしまう可能性がある。すなわち、別の信号と重なってそれがオフセットになることで threshold が下がっているのと同じ状態になり、低エネルギーの信号を拾いやすくなる。そのため、threshold の baseline となる値を信号が来る前の最小値とすることにした。その手法の模式図を図62に示す。

このような工夫をすることで、パイルアップしている際は baseline が高くなるため、パイルアップによるオフセットの影響をある程度キャンセルすることができる。そのようにしてピーク検出を行った際の信号が図63である。

6.1.3 波形データの抽出

パイルアップに対処するために全イベントからパイルアップしていない時の波形データを抽出しそれにより外挿を行うことを考える。NaI は減衰時間が長く主にその部分でパイルアップが起きていると考えた。すなわち、ピークの部分は全て検出できているとし立ち下がる部分によるパイルアップのみに対処した。具体的には

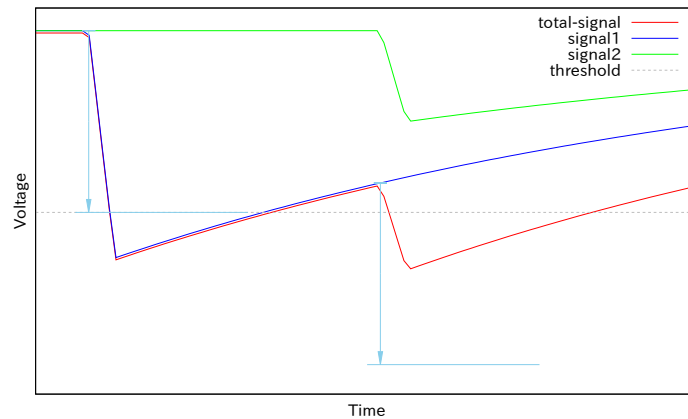


図 62: ピーク検出の模式図. 青線と緑線で示したのが入射した粒子毎に対応する信号. 赤線で示したのが青線と緑線の信号を合わせた測定信号. 薄い青で示した矢印が threshold の高さである. 緑線に対応する信号は threshold 以下であり検出されない.

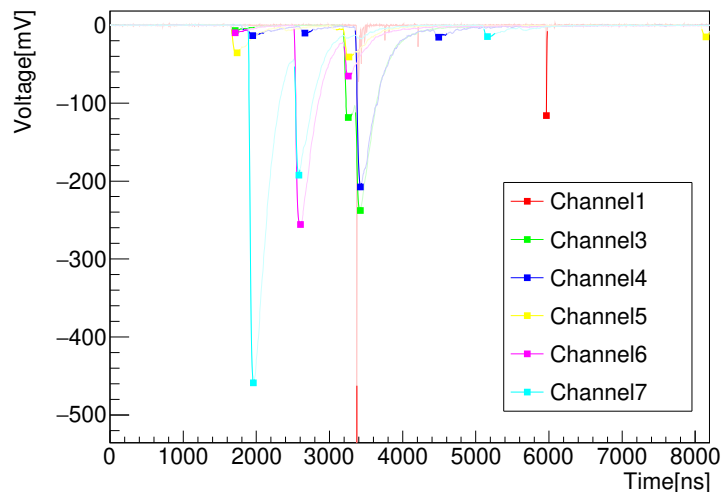


図 63: ピークとして検出された信号. それぞれ色が濃くなっている部分がピークまでの立ち上がりとして判定されている領域で, 点で示されているのがピーク (最大値) である.

波形データのサンプルから減衰時間を測定し, それを元にピークから立ち下がり部分に $\exp(-t/\tau)$ (τ : 減衰時間) の関数を仮定して外挿をするというアプローチをとった.

まず, ピーク検出された信号のうちパイルアップしていない信号の減衰部分に対して指数関数でフィッティングを行った. パイルアップしていない信号は, 次のピーク信号がくるまで 400 ns 以上の間隔があるものと定義した. また減衰部分の領域はピーク部分の影響やバックグラウンド部分の影響を減らすため, ピークから 80 ns 後から次の信号が来るまでの最後の 10 % を外した領域とした. これに対してフィッティングを行いその χ^2 の Confidence Level (CL) が 50 % を切るものは解析には使用しなかった. 実際のフィッティングを行った時の様子が図 64 である. 濃い色で示されているのがフィッティングした関数であり, 赤の線で示したのは CL が 50 % 以下であったため用いなかった信号である.

これを全ての測定データに行い, 減衰時間の分布を求めた結果が図 65 である. チャンネル 7 のヒストグラ

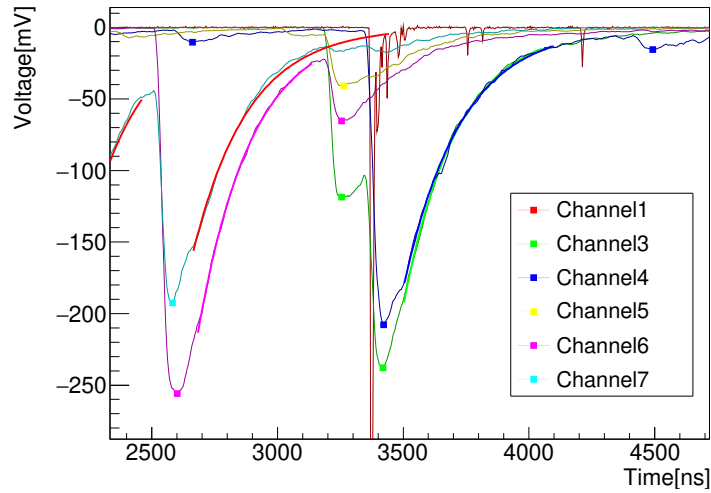


図 64: 波形データに対するフィッティング。濃い色で示されているのがフィッティングした関数であり、赤の線で示したのは CL が 50 % 以下であったため用いなかった信号である。

ムは 2 峰になっているが、これは異なる減衰特性の 2 つの NaI の信号をアナログ的に加算したためと考えられる。他のチャンネルのデータのピーク値もある程度のばらつきがある事が確認される。また外挿の際にはピークからそれがアナログ的に加算した NaI のどちらからの信号であるかを識別する事はできないため、これらを選別することを考えず各チャンネル毎に減衰時間を単純に平均し、それを減衰時間とした。その結果が表 26 である。

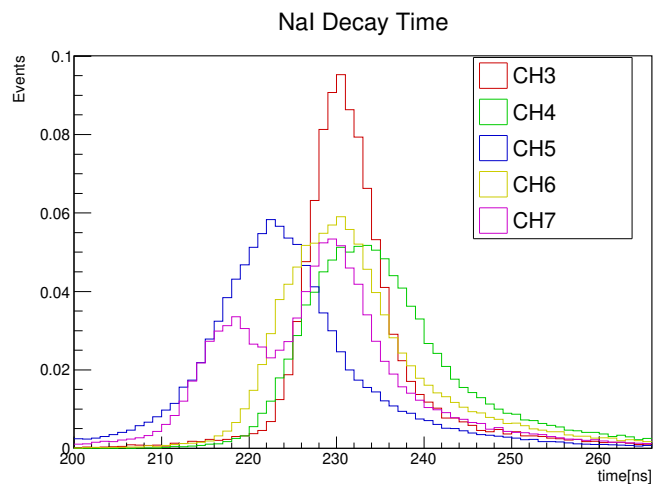


図 65: NaI の減衰時間の測定。チャンネル 7 が 2 峰あるのは異なる減衰特性の 2 つの NaI の信号をアナログ的に加算したためと考えられる。

6.1.4 波形データの外挿

波形データの外挿は次のように行った。ピークが終わった後の減衰中に次のピークが見つかった場合は、減衰時間中の最小値から前 5 サンプル分のデータを基準に求めた減衰時間 (表 26) の指数関数を外挿した。

表 26: 各チャンネルにおける減衰時間

チャンネル番号	減衰時間 [ns]
3	232.6
4	236.7
5	224.2
6	233.4
7	228.6

実際に外挿を行った時の信号の様子が図 66 であり、濃い色の線で示しているのが外挿した波形データである。

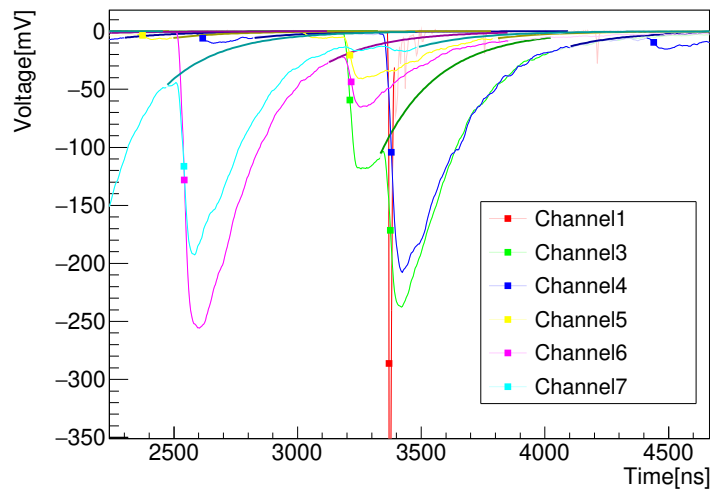


図 66: 波形の外挿の様子。濃い色の線で示しているのが外挿された波形データ。点で示しているのが各信号の時間と定義されたところ。

6.1.5 解析データの抽出

以上で各チャンネルごとに信号から時刻とエネルギーの情報を抽出する準備ができたので、これを元にピークの 50 % の値を超えたところを信号の時刻として、前のピークから外挿された分を差し引き、自らの外挿分を加えた積分値をエネルギーとした。

必要なデータは標的から飛んできた陽電子が手前のフィンガーカウンターを通った事象のものだけであるので、フィンガーカウンターの信号と同時に鳴ったとみなせる NaI 信号を選ぶことを考える。フィンガーカウンターと各 NaI 信号の時間差をとると図 67 のようになった。この分布より、フィンガーカウンターが鳴った時を基準にその後 20 ns の間に鳴った NaI 信号をフィンガーカウンターと同時に鳴ったものと定義した。

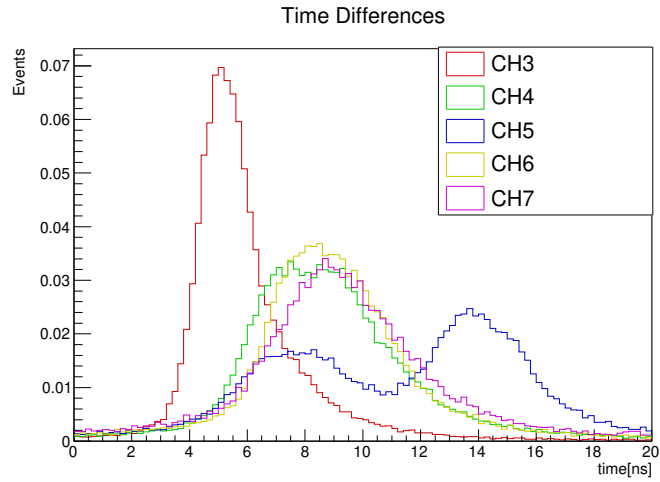


図 67: フィンガーカウンターと各 NaI の時間差.

6.2 NaI を用いた寿命と g 因子の解析

6.2.1 使用データ

寿命測定用に磁場なしで測定を行った RUN15, g 因子測定用に磁場ありで走った RUN18, RUN19 のデータを用いて解析を行った. RUN15 における波形記録のサンプル数は 250MHz で 1030 点, ビーム信号が到達してから 4120 ns の波形を記録した. RUN18 と RUN19 のサンプル数は 2050 点で 8200 ns の時間までの波形を記録した. 解析に用いたデータを表 27 にまとめる.

表 27: 用いた RUN の情報

	B [G]	Time [min]	Event 数
RUN15	—	47	71532
RUN18	56.06	75	113584
RUN19	53.97	297	446578

図 68-70 は磁場なしと磁場ありで中心の NaI とフィンガーカウンターでコインシデンスを取った場合の時間分布である.

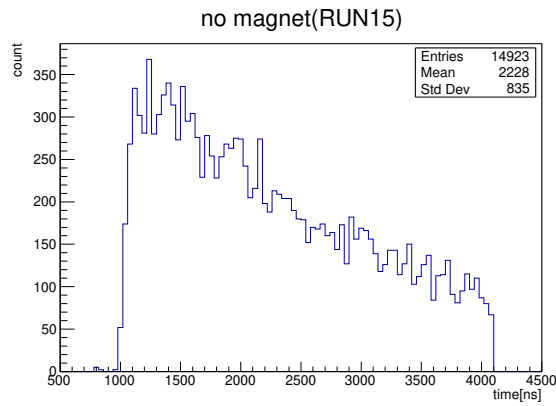


図 68: 磁場がないときの時間分布 (RUN15).

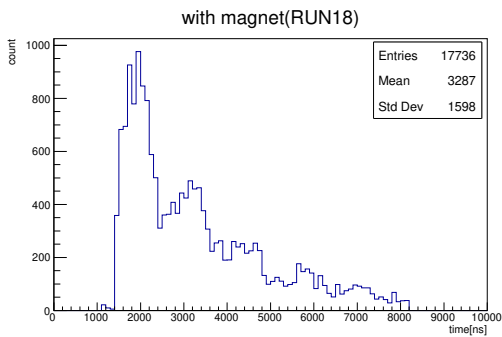


図 69: 磁場があるときの時間分布 (RUN18).

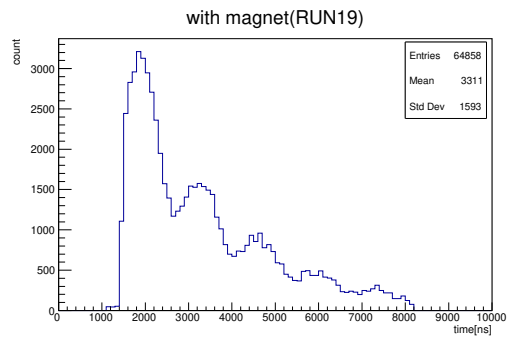


図 70: 磁場があるときの時間分布 (RUN19).

6.2.2 時間分解能

ピークに対する一定の高さの比 (50%) を超えたところを信号の時刻として用いて、寿命と g 因子を求めた。図 71 に、縦軸が NaI とフィンガーカウンターの時間差、横軸が中心の NaI で落としたエネルギーの分布を示す。中心の NaI とフィンガーカウンターでコインシデンスを取った時のイベントのこの図から、エネルギーに対して時間差がほとんど一定で信号の時刻の補正は必要ないことを確認した。

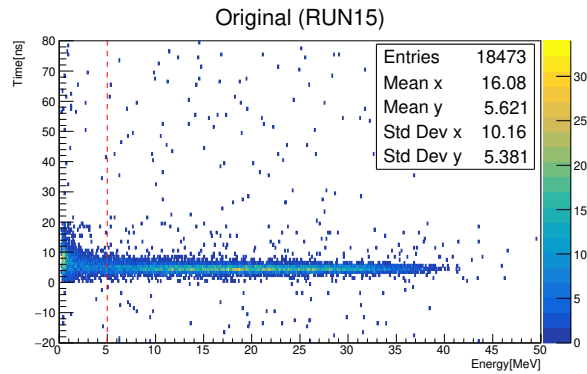


図 71: 中心の NaI とフィンガーカウンターの時間差。時間差はエネルギーに依存していないことがわかる。ただし、エネルギーが 5 MeV より小さいところでは時間差のばらつきが大きい。

ただし、低エネルギーでは波形信号が小さい影響で高エネルギー側と比べて時間分解能が悪いため、5 MeV より高いエネルギーの信号を用いて解析を行った。図 72 は 0 - 4 MeV の低エネルギーのイベントを 1 MeV 毎に区切って時刻をガウシアンでフィッティングしたものである。また、図 73 はフィッティングで得られたガウシアンを、エネルギーの関数としてプロットしたもので、低エネルギーは時間分解能が悪いことが確認できる。

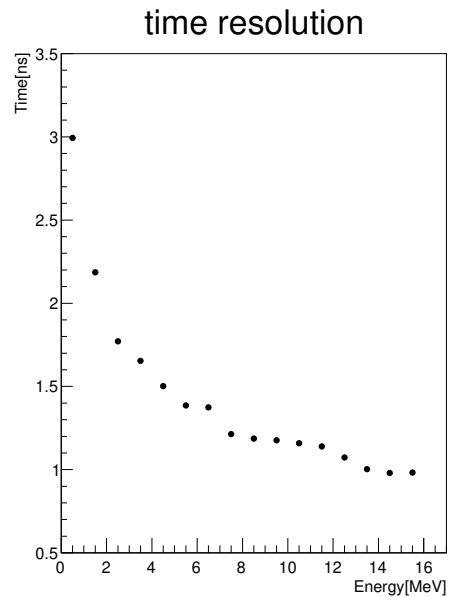
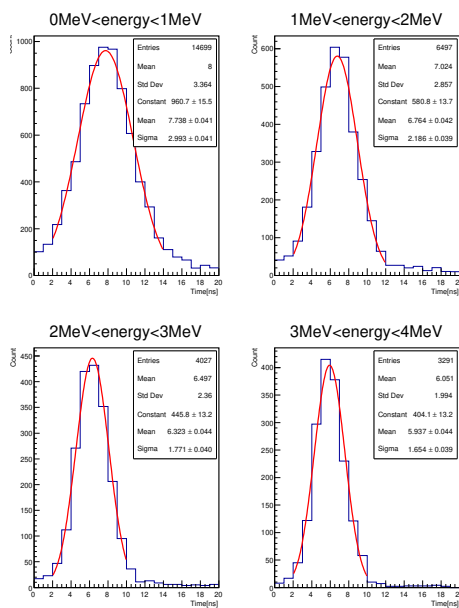


図 72: 0-4 MeV の低エネルギーのイベントを 1 MeV 毎に区切って時刻をガウシアンでフィッティングした 図 73: 1 MeV 毎に時間分解能をプロットした結果。結果。

6.2.3 ミューオン寿命解析

銅板標的を用いた RUN15 のデータからミューオンの寿命を求めた。得られた時間分布に対して以下の式 (31) で表される関数 $f(t)$ を用いてフィッティングを行った。バックグラウンドの影響を加味して定数項を加えた。RUN15 のデータは 4120 ns までしかデータを記録していなかったため、フィッティング範囲は 1200 ns から 4000 ns とした。誤差はフィッティング時の統計によるものである。

$$f(t) = A \exp(-t/\tau) + C \quad (31)$$

結果は $\tau = 2.184 \pm 0.052 \mu\text{s}$ となった。

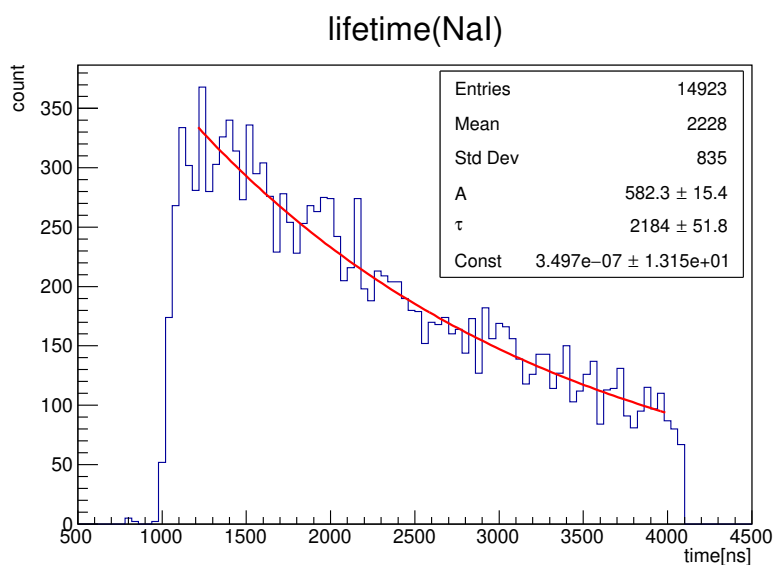


図 74: 図 68 のヒストグラムに $f(t)$ でフィッティングを行った結果。

6.2.4 ミューオン g 因子解析

次に磁場標的を用いた RUN18 と RUN19 の解析からミューオンの g 因子を求めた。RUN18 のデータは全 event を用いて解析を行ったが、RUN19 は先述の通り途中で磁石が外れて磁場の値が変化したため、磁場の変化を確認した結果から最初の 30000 events を除いたデータを用いた。

RUN18 と RUN19 から得られた時間分布に対して式 (32) で表される関数 $g(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここで寿命解析の時と同様に定数項を加え、フィッティング範囲は振動がきちんと見えている 1600 ns から 8000 ns までとした。

RUN18 と RUN19 のフィッティング結果を表 28 にまとめる。ただし表 28 における g 因子の計算には、プラスチックシンチレータの場合と同様に各点の磁場をビームプロファイルのガウシアンで加重平均した値、RUN18 では $B=56.06$ G, RUN19 では $B=53.97$ G を用いた。また、誤差はフィッティング時の統計により得られたものを載せており、磁場の影響を含めたものについては後述する。

$$g(t) = A \exp(-t/\tau) \{1 + B \cos(\omega t + \delta)\} + C \quad (32)$$

表 28: フィットtingで得られた RUN18 と RUN19 の ω と g 因子

	τ [μ s]	ω [$1/\mu$ s]	g
RUN18	2.010 ± 0.048	4.923 ± 0.024	2.086 ± 0.010
RUN19	2.126 ± 0.030	4.630 ± 0.015	2.038 ± 0.007

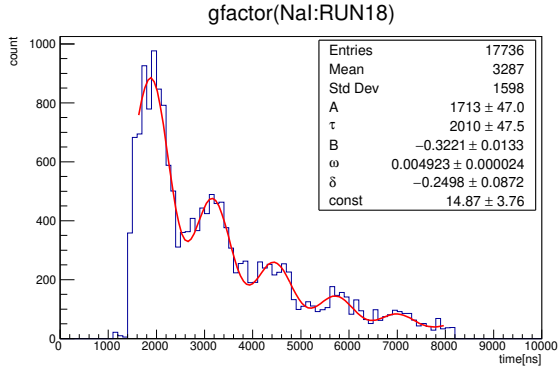


図 75: RUN18 を用いた g 因子のフィッティング。

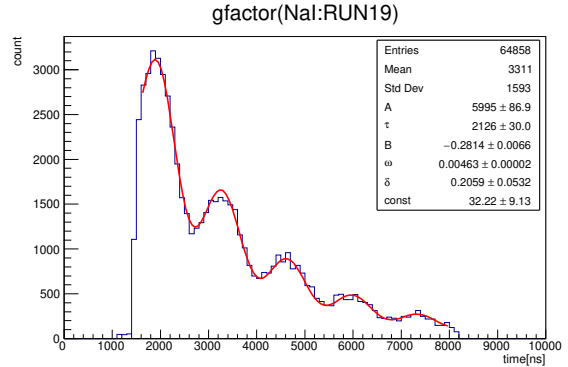


図 76: RUN19 を用いた g 因子のフィッティング。

6.2.5 磁場による g 因子の系統誤差について

5.2.5 のプラスチックシンチレータの場合と同様に, RUN18 と RUN19 の g 因子解析に用いた磁場の値はビームプロファイルをもとに加重平均をとった値であるため, ビームの不定性による磁場の加重平均の誤差を考察した.

ビーム強度のガウシアン of 広がり σ_x, σ_y を動かして RUN18 と RUN19 の場合での加重平均磁場の最大値と最小値を求めたところ表 29 のようになった.

表 29: σ_x, σ_y [cm] を動かした時の最大磁場と最小磁場

	B_{\max} [G]	B_{\min} [G]
RUN18	$56.58 (\sigma_x = 3.3, \sigma_y = 1.0)$	$55.82 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9)$
RUN19	$54.44 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$	$53.76 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$

磁場が最大・最小, そしてもとのビームプロファイルのときの g 因子を表 30 に示す.

表 30: 磁場 B の値とそれらに対応する g 因子の値

	B_{\max}	B	B_{\min}
RUN18	2.066	2.086	2.095
RUN19	2.020	2.038	2.046

RUN18 と RUN19 の g 因子の統計誤差と系統誤差を表 31 にまとめる。ここで誤差の第一項は統計誤差であり、第二項はビームプロファイルの不定性による系統誤差である。

表 31: g 因子の誤差のまとめ

g	
RUN18	$2.086 \pm 0.010^{+0.009}_{-0.020}$
RUN19	$2.038 \pm 0.007^{+0.008}_{-0.018}$

二つの値をまとめて、 $g = 2.062 \pm 0.006^{+0.009}_{-0.020}$ という値が得られた。ここで系統誤差は二つのうち大きい方を選んだ。

6.2.6 プラスチックシンチレータとの位相差の確認

NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの g 因子の解析から \cos 振動の初期位相 δ に注目すると、これら二つの位相差は実験中の物理的セットアップに起因していると考えられる。実際、二つのシンチレータは標的に対しておよそ 87° の角度をつけて配置していたため、それにとまって初期位相もおよそ 87° 分の差をもっているはずである。

これらの事実を解析から確かめるために、まず二つの検出器から得られたデータの時間原点をそろえる必要がある。これら二つの検出器間には時間分解能などの性能差もあるが、そもそも信号の伝送に用いたケーブルの長さが違うために時間原点がそろっていない。今回は時間原点をそろえるために 5.2.3 でものべた高速 e^+ 粒子による小さなピークを用いることを考えた。今回のセットアップにおいて二つの検出器からビーム出口までの長さはビームライン全体の長さに比べると小さく、生成ターゲットから二つの検出器までに e^+ が飛来するまでの時間はほぼ等しいと考えられるので、このピークをそろえることで時間原点とすることができる。NaI シンチレータの e^+ ピーク探索とそれを用いた原点調整後のヒストグラムを図 77 に示す。また、プラスチックシンチレータで同様のことを行ったものを図 78 に示す。

それぞれのフィッティングから得られた初期位相 δ を表 32 に示す。表 32 から位相差は $1.65 \pm 0.06 \sim \pi/2$

表 32: 各検出器の初期位相

検出器	δ [rad.]
NaI シンチレータ	-0.54 ± 0.04
プラスチックシンチレータ	1.11 ± 0.02

となり、セットアップの角度と整合していることが確認できた。

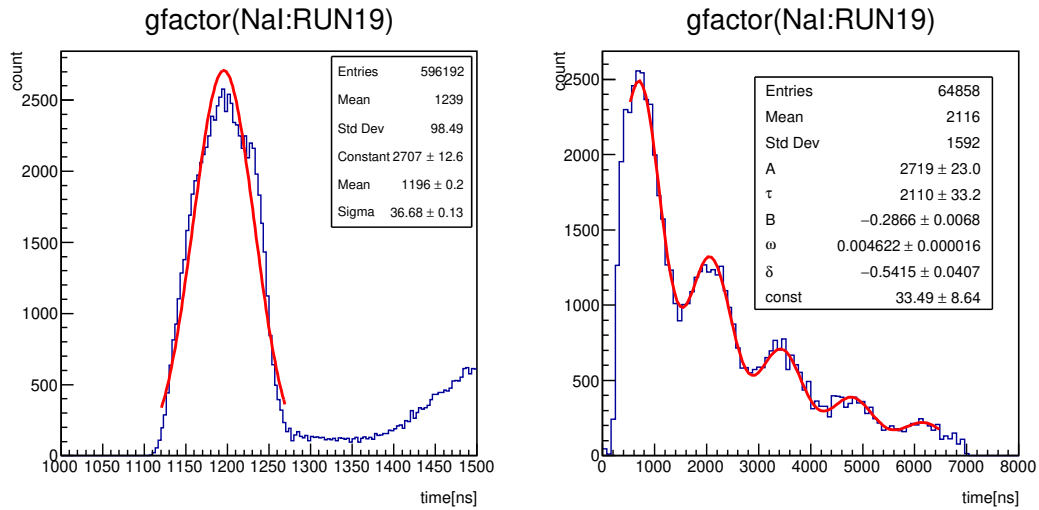


図 77: (左) NaI シンチレータにおける e^+ イベントの時刻分布. (右) 原点調節後のヒストグラム.

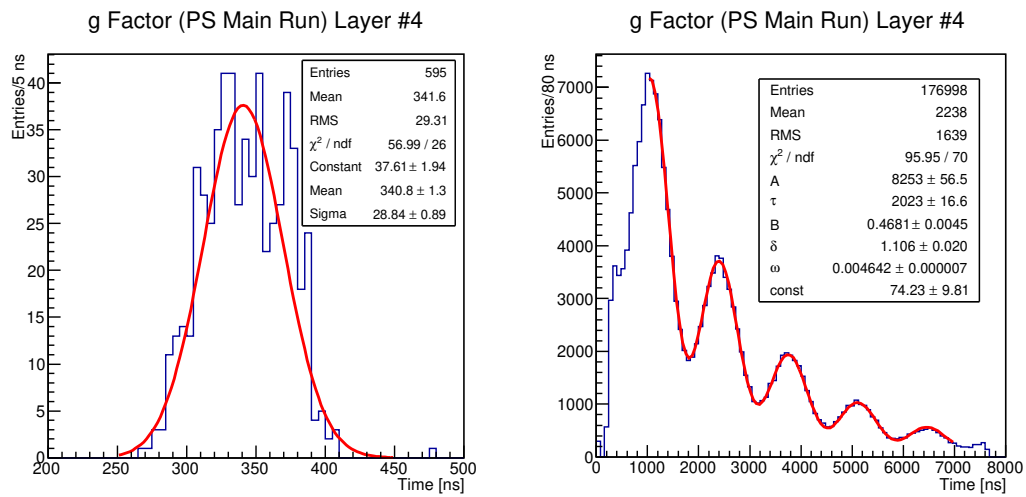


図 78: (左) プラスチックシンチレータにおける e^+ イベントの時刻分布. (右) 原点調節後のヒストグラム.

6.3 エネルギー解析

信号解析で求めたエネルギーの値を元にミッセルパラメータを求めるための各種解析を行った。まずは時間情報を元にスピンの向きに関する考察をし、さらにバックグラウンドの影響を考えてイベントのセレクションを行った。また、エネルギースペクトルに対するフィッティングでは検出器内での電磁シャワーによるエネルギー応答を考慮して行列を関数に畳み込んで最小二乗法を適用した。

6.3.1 スピンの回転に関して

当初の計画とは異なるが g 因子測定用の磁場標的データを用いて以下の解析を行った。このデータを元に解析を行ってもミッセルパラメータの測定ができることがわかったため、長い時間の測定データを使う方が統計誤差の観点から良いためである。また、このデータはスピン方向の情報を持っているため、スピンに関わるミッセルパラメータである ξ, δ の測定も可能である。以下ではまず時間情報を元にスピン方向が求められる事をみる。

崩壊時間の分布は g 因子の解析で説明したように減衰部分と振動部分の積の形で出てくる。 ρ を求めるためには無偏極のデータを得る必要があるが、スピン歳差運動の一周期分の時間範囲のデータを取り出しても、指数の減衰があるためスピン方向を等価に足しあわせることができない。そこで、減衰の逆数で重みをつけることを考える。ここではミュオンの崩壊寿命 $\tau = 2.2 \mu\text{s}$ を既知として各イベントについて $\exp(t/\tau)$ の重み付けを行った。すると崩壊時間重みつき分布は図 79 のようになった。これは実際に指数関数の影響をキャンセルしてスピンの由来する情報のみを取り出せていることを示している。

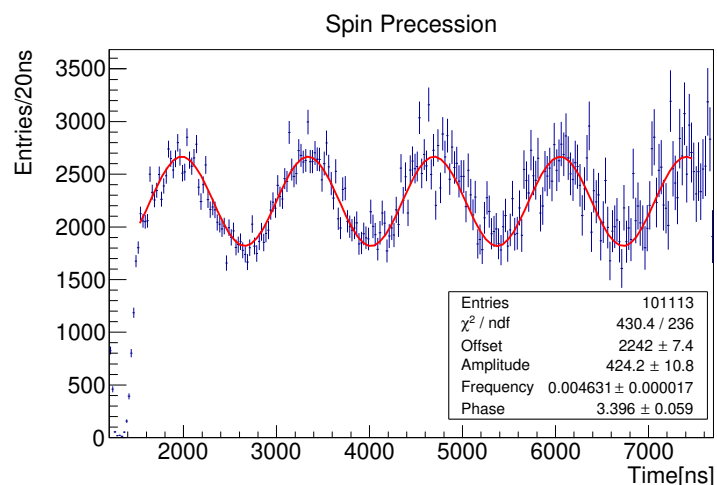


図 79: 時間に対するスピンによる計数の変動の様子。指数関数の逆数で重みをつけた。

以上より、同様の重み付けをした上で適切な時間範囲をとることで、任意のスピンの向きに関するエネルギースペクトルを取り出すことができる。

6.3.2 イベントセレクション

標的方向からの粒子はフィンガーカウンターが鳴っているという条件を課すと中心の NaI に大部分のエネルギーを落とすと考えられるので、バックグラウンドを減らすために中心の NaI と全体とのエネルギー比 α

を用いてイベントセレクションを行った。比の値 α について、 $\alpha = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 以上のイベントを選んだ時のエネルギースペクトラムを図 80 に示す。 $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ ではイベント数が減るだけで分布の相対的な形は大きな変化をせず、以降の解析の値に大きな変化はなかった。以下の解析では、 $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$ の範囲でミッセルパラメータ ρ のフィッティングの χ^2 が最小となった $\alpha = 0.6$ とした。

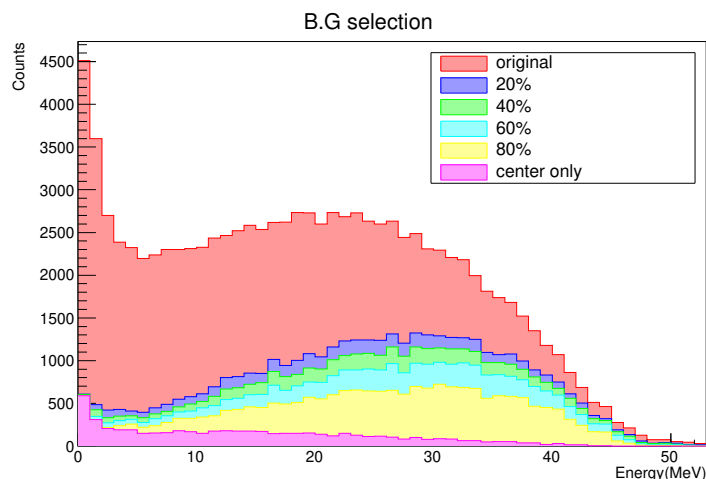


図 80: NaI で測定した e^+ のエネルギー分布。中心の NaI と全体の NaI とのエネルギー比を用いてカットを行ったときの変動を示す。

6.3.3 検出器の電磁シャワー応答について

今回の検出器は NaI 結晶による全吸収型のカリメータではあるが、検出器内で形成された電磁シャワーで主に γ 線となったものが検出器内から漏れる事が多いため、必ずしも入射した粒子のエネルギーに比例したエネルギーが測定されるわけではなく、低エネルギーの裾をもつ分布になる。ただし、この関数形を解析的な形で求めることは難しいので今回は Geant4 を用いたシミュレーションを行って、応答を計算した。結果を図 81 に示す。観測するエネルギーは入射した e^+ のエネルギー付近にピークを持ち低エネルギーの裾を持つ分布になっていることが分かる。観測するエネルギーが入射したエネルギーよりも高くなるのは、検出器中の e^- との対消滅によるものと考えられる。

以下の解析ではこの応答を畳み込んだ最小二乗法を用いた。最小二乗法の詳細については付録 B に掲載する。

6.3.4 ミッセルパラメータ ρ の導出

スピが無偏極のときのエネルギースペクトルは式 (33) で表される。ここでは、無偏極データを得るために図 79 の最初の三周期に相当する範囲を抽出した。この際、各イベントには指数関数の逆数で重みをつけた。

$$f(x) = \left(3 - \frac{3x}{E_{\max}}\right) + \frac{2}{3}\rho\left(\frac{4x}{E_{\max}} - 3\right) \quad (33)$$

このデータに対して、式 (33) の関数でフィッティングを行うわけだが、このフィッティングは高エネルギー部分の分布に敏感であり、そのため較正係数の誤差の影響が大きい。較正計数を測定誤差である $\pm 20\%$ の範囲で動かし、 χ^2 が最小になったときを測定値とした。

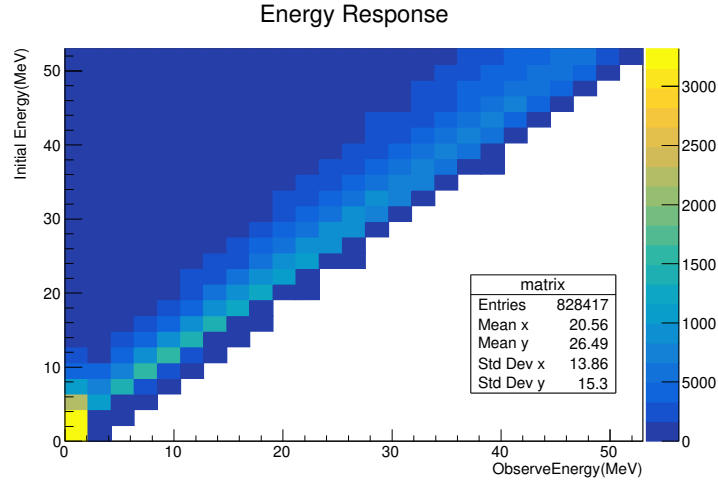


図 81: 検出器内の電磁シャワー応答のシミュレーション。縦軸は検出器に入射した e^+ のエネルギー、横軸は検出器で観測した e^+ のエネルギーを示す。

フィッティングの結果を図 82 に示す。(バックグラウンドとして一次関数を仮定した)。この時のフィッティングのパラメータは $f(x)$ を $p_0(3 - 3x/E_{\max}) + \frac{2}{3}p_1(4x/E_{\max} - 3)$, バックグラウンドを $p_2 + p_3x$ と書くと, 表 33 に示す値になった。これより, ミッセルパラメータ ρ は $\rho = 0.662 \pm 0.022$ と求まった。

表 33: ρ のフィッティングパラメータ

p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
3.092	0.011	4.665	0.128	1476.440	0.158	-2.660	0.011

最小二乗法ではフィッティングパラメータの推定値から 1σ ずれた時に χ^2 の値は $\chi_{min}^2 + 1$ となる [6]。較正からの系統誤差を求めるために, 較正係数を動かし $\chi_{min}^2 + 1$ 以下であるところを求めた。最大で 0.801, 最小で 0.617 であり $\rho = 0.662$ との大きい方の差である 0.138 を系統誤差とした。以上の結果をまとめると $\rho = 0.662 \pm 0.022(stat.) \pm 0.138(syst.)$ である。

6.3.5 ミッセルパラメータ ξ の導出

式 (5) をエネルギーで積分すると, 式 (34) となる。これはスピンの向きに対する計数率の変化を表す。

$$\frac{dN}{d\cos\theta} \propto \int_0^1 x^2 dx \left[(3 - 3x) + \frac{2}{3}\rho(4x - 3) + \xi \cos\theta \left\{ (1 - x) + \frac{2}{3}\delta(4x - 3) \right\} \right] = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\xi \cos\theta \quad (34)$$

計数についてスピンの正偏極 ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の時を N_+ , 負偏極 ($\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$) の時を N_- とし計数の比を

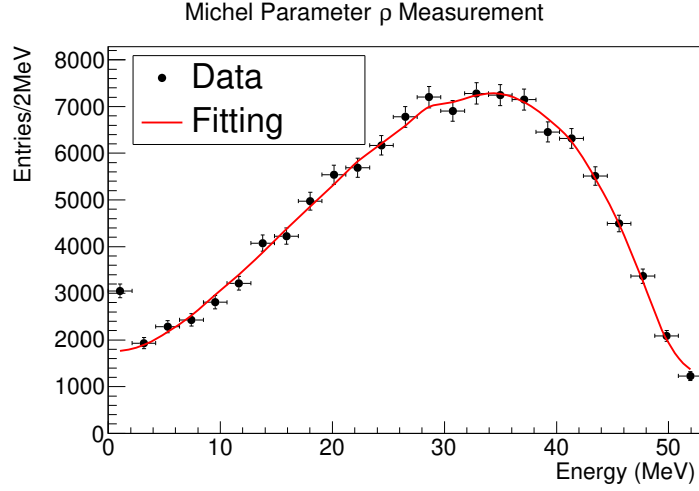


図 82: ρ のフィッティングの様子. 黒点で示したのが測定値, 赤線がフィッティングした曲線.

$R = \frac{N_+}{N_-}$ と定義する. 式 (34) を θ について積分すると式 (35),(36),(37) となる.

$$N_+ \propto \int_1^0 d(\cos \theta) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \xi \cos \theta \right) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{24} \xi \quad (35)$$

$$N_- \propto \int_0^{-1} d(\cos \theta) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \xi \cos \theta \right) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{24} \xi \quad (36)$$

$$R = \frac{6 + \xi}{6 - \xi} \quad (37)$$

これはスピンの向きに関する部分の測定なので, 単純なバックグラウンドだけでなくターゲット内散乱により無偏極となったものによるバックグラウンドも考えなければならない. 特に後者の影響を見積もる事は難しいが, どちらも ξ を小さく見積もる方向に影響を与える.

最初の一周期の該当する範囲での重みを付けた計数は $N_+ = 73607.5$, $N_- = 52878.6$ となる. 式を ξ について解くと $\xi = 6(R - 1)/(R + 1)$ となり, これより $\xi = 0.983 \pm 0.017(stat.)$ となる.

6.3.6 ミッセルパラメータ δ の導出

式 (5) よりスピンの向きが正偏極の時から負偏極の時のエネルギースペクトラムを引くと, 式 (38) となる. ただし, この時スピンの偏極の割合は同じものとする. この式よりミッセルパラメータ δ を決定することができる.

$$\frac{d\Gamma}{x^2 dx} \propto 2 \int d(\cos \theta) \xi \left[(1 - x) + \frac{2}{3} \delta (4x - 3) \right] \propto (1 - x) + \frac{2}{3} \delta (4x - 3) \quad (38)$$

正偏極のデータは $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を負偏極のデータは $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ の最初の二周期の該当する範囲で重みをつけたエネルギースペクトラムを用いた. 正偏極のデータから負偏極のデータを差し引いたエネルギースペクトルに対して ρ の解析と同様にフィッティングを行った. その様子が図 83 である. フィッティングのパラメータは式 (38) を $p_0(1 - x/E_{max}) + p_1 \frac{2}{3}(4x/E_{max} - 3)$, バックグラウンドを $p_2 + p_3 x$ と書くと表 34 となった. これよりミッセルパラメータ δ は $\delta = 0.641 \pm 0.117$ と求めた. 系統誤差も ρ と同様に行うと最小で 0.464, 最大で 0.794 となったので, 大きい方の差の 0.197 を系統誤差とした. 以上の結果より $\delta = 0.641 \pm 0.117(stat.) \pm 0.197(syst.)$ である.

表 34: δ のフィッティングパラメータ

p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
0.978	0.123	1.595	0.211	104.741	2.722	0.211	0.123

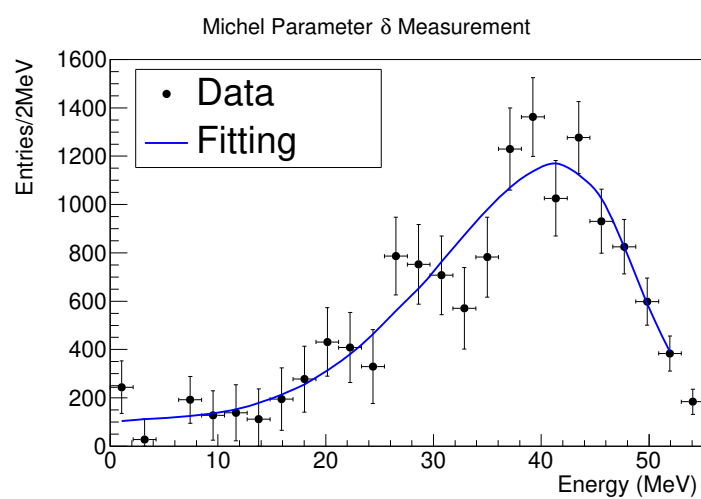


図 83: δ のフィッティングの様子. 黒点で示したのが測定値, 青線がフィッティングした曲線.

7 結論と考察

全ての測定の解析の結果をまとめると表 35 ようになる。ただし、プラスチックシンチレータについては解析手法 A で得られた値を載せた。いずれの測定結果においても、理論値と誤差の範囲で一致した結果が得られた。ここでは、それぞれの結果の物理的な意味について確認し、今後の展望について考察していきたい。また、2つの検出器の測定結果についての違いも考察する。

表 35: 測定結果まとめ

	理論値 ($V - A$ 理論)	PS 検出器	NaI 検出器
寿命 [ns]	2197	$2227 \pm 5_{-53}$	2184 ± 52
g 因子	2.002	$2.005 \pm 0.003 \pm 0.018$	$2.062 \pm 0.060^{+0.009}_{-0.020}$
ρ	0.75	—	$0.66 \pm 0.02 \pm 0.14$
ミッセルパラメータ δ	0.75	—	$0.64 \pm 0.12 \pm 0.20$
ξ	1	—	0.983 ± 0.017

7.1 寿命の測定

寿命の大きさを決定するのは主に相互作用の種類であり、結合が強ければ寿命は短くなる。今回のミュオン崩壊は弱い相互作用によって起こるので、寿命は比較的長く、測定が可能だった。実際の測定値も結合定数から予想される値と一致し、弱い相互作用の結合の弱さを検証できたと言える。寿命の測定は基本的な定数である結合定数の測定として重要な手段である。今回の測定では統計誤差が大きかったため、統計を貯めることがより高精度の測定のために必要である。

寿命測定では2つの観点からPS検出器がNaI検出器より良い測定結果をあたえることが予想された。1つは、PSはNaIに比べ信号の立ち上がり時間が短いため、NaI検出器に比べ時間分解能が良いという点である。もう1つは、PSはNaIに比べシンチレータ信号の立ち下がり時間が短いため、パイルアップの影響を受けづらく高レートの測定が可能であり統計量を増やしやすいためという点である。実際、寿命測定の統計誤差を見ると、PSのほうがNaIに比べて精度良く測定することができている。その一方でPSではフィッティング範囲に由来する系統誤差が大きくなっており、この点を改善していく必要がある。今後の展望としては、PSと同様にNaIでも系統誤差のみが議論できる程度に統計を増やしていくとともに、解析手法を改良することで系統誤差も削減していくことがあげられる。

7.2 g 因子の測定

今回の g 因子の測定結果は、理論と一致はしたが測定精度の限界より Dirac 方程式の検証にとどまった。今後の目標は、もう1桁測定精度を改善することにより異常磁気能率の測定の領域にたどり着くことである。この領域の測定をすることができれば QED の妥当性を検証できるようになる。そのためには統計量を増やすだけでは充分でなく系統誤差を減らすことが大切となる。特に今回の測定の系統誤差の要因となった、磁場の一様性の改善が重要と考えられる。磁場標的の設計に際してより一様な磁場を設計すると共に、より高い精度

で磁場を測定することが目標となる。

また、寿命と同様に g 因子の測定は時間の測定がより重要となる測定である。そのため、同様の理由により測定結果は PS 検出器の方がよくなると考えられる。実際、寿命と同様に g 因子の測定は PS 検出器の方が良い結果が得られている。また、フィッティングのパラメータ数そのものも増えており、統計量の多さがよりメリットとなったことも要因として挙げられる。

7.3 ミッセルパラメータの測定

ミッセルパラメータの測定値は大きな統計誤差、系統誤差を持っているが、目標通り $V - A$ 理論の検証を行うことはできたと考えられる。まず ρ の値が理論より 0, 0.75, 1 のいずれかに限定されており、この中から選択するには十分な誤差であるためである。また、 $V - A$ 理論の大きな特徴であるパリティの破れの程度を表す ξ は、エネルギースペクトラムではなく計数比から計算したため誤差が小さくなっている。

より高い精度で測定することにより、異常磁気能率同様に弱い相互作用のより高次の項の影響を知ることができる可能性がある。しかし、これらの影響はミッセルパラメータで表せる関数形ではなくなるため、特に $V - A$ 理論の先のワインバーグ=サラム理論の検証等を行うにはこのような実験では難しいと思われる。ただし、単純に系統誤差を減らすという観点では NaI 検出器の較正の手段を改善することにより、それが可能である。今回の実験では、数十 MeV の領域での正確な較正手段がなかったため、その点が大きな系統誤差となってしまった。ここによりよい較正手段を考案することができれば系統誤差を削減することが可能である。その一つとして、例えば運動量のわかっている加速器 μ^+ を NaI 検出器に 1 本ずつ入射して較正をおこなうなどが考えられる。

2つの検出器の比較でいうと、この測定ではエネルギーの測定が測定に大きな影響を与えるため当初 NaI 検出器のほうが良いと考えられていた。それは、シンチレーション効率の良さから光子数のゆらぎが小さくなるためである。一方で、電磁シャワーの応答の観点では PS 検出器の方が優秀であることが判明した。これは原子番号の小さい物質のみで構成される PS の方が、制動放射のエネルギーが低くなり、電磁シャワーの漏れの主な原因である γ 線が持ち去るエネルギーの絶対量が少なくなるためである。そのため、PS 検出器と NaI 検出器の両方の結果の比較を行いたかったが、NaI 検出器のみでしかきちんとした較正を行うことができなかった。今後の目標はエネルギースペクトル測定の解析方法を考案し、PS 検出器でもきちんとエネルギーを測定することで、二つの検出器の結果を比較することである。

7.4 まとめ

実験を通じて、弱い相互作用を中心とした標準模型の理解をすすめることができた。また、ビームを用いた実験を行えたのは貴重な体験であったとともに、実験に関して様々な経験をすることができた。大きく特性の異なる二種のシンチレータの測定器の設計や実際の測定データを通じて、それらの差異などの理解を深めることができた。

謝辞

本研究を進めるにあたって、多くの方々にお世話になりました。まず、1年間（正確にはレポートが完成するまでの15ヶ月間）実験の方法や解析などを指導してくださった中家さんと隅田さんに感謝します。ほとんどのメンバーが今後も大学院でお世話になりますがよろしくおねがいします。また、課題研究P2の理論パートを担当してくださった畑さんにも同様に感謝します。理論パートで扱った内容が実験に直結することもありスムーズな実験背景の理解の助けとなりました。磁場装置の開発について助言をしてくださり、また磁場測定装置を貸してくださった化研の岩下さんにも感謝します。実験で用いた磁場装置の完成は岩下さんなしではありえませんでした。

今回の実験を行うにあたって KEK の加速器科学インターンシップを用いましたが、このような機会を与えてくださった高エネルギー加速器科学研究奨励会の高崎さん、三國さん、KEK および J-PARC の関係者の方々、さらに KEK の三宅さん、三部さん、大谷さん、パラサイト実験をさせていただいた $g-2$ Beam Profiling Monitor Group のみなさんに感謝します。学部生ではめったに得られない貴重な経験を今後に生かして行きたいと思います。

また、TA として P2 全体をサポートしてくださった赤塚さん、関さん、野口さん、安留さんにも感謝します。理論・実験両ゼミでの助言の数々や本実験でのご支援がとてもありがたかったです。その他、高エネ研究室の院生の皆さんには P2 部屋を覗きにきていただいたり、機材発送の支援などをいただきました。1月に行われた同志社大学文学部との交流会では実験直前に異分野との交流を通して一息つくことができました。その他、多くの方々のお世話になり、今回の実験を行うことができました。みなさま、ありがとうございました。

付録 A μ^+ の崩壊寿命の理論

$$\mathcal{M} = -g_W^2 [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{p}')] \frac{-(-g_{\alpha\beta} + k_\alpha k_\beta/m_W^2)}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} [\bar{v}(\mathbf{p})\gamma^\beta(1-\gamma_5)v(\mathbf{q}_2)] \quad (39)$$

m_W^2 が k^2 に比べて十分大きいとし, $m_W \rightarrow \infty$ の極限をとると,

$$\mathcal{M} = -\frac{iG}{\sqrt{2}} [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{p}')] [\bar{v}(\mathbf{p})\gamma_\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{q}_2)] \quad (40)$$

となる.

ミューオンの微分崩壊幅は次の式から得られる.

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p' + q_1 + q_2 - p) \frac{m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu}}{E} \times \frac{1}{(2\pi)^9} \frac{d^3\mathbf{p}'}{E'} \frac{d^3\mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3\mathbf{q}_2}{E_2} |\mathcal{M}|^2 \quad (41)$$

全崩壊幅を計算するために始状態のスピンについて平均をとり, 終状態のスピンについて和をとる.

$$\Gamma^\alpha = \gamma^\alpha(1-\gamma_5)$$

とおき, エネルギー射影演算子

$$\begin{cases} \Delta_{\alpha\beta}^+(\mathbf{p}) = \sum_{r=1}^2 u_{r\alpha}(\mathbf{p}) \bar{u}_{r\beta}(\mathbf{p}) = \left(\frac{\not{p} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta} \\ \Delta_{\alpha\beta}^-(\mathbf{p}) = -\sum_{r=1}^2 v_{r\alpha}(\mathbf{p}) \bar{v}_{r\beta}(\mathbf{p}) = \left(\frac{-\not{p} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta} \end{cases} \quad (42)$$

を用いると

$$\begin{aligned} m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \sum_{\text{spins}} [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\Gamma^\alpha v(\mathbf{p}')] [\bar{v}(\mathbf{p})\Gamma_\alpha v(\mathbf{q}_2)] [\bar{v}(\mathbf{q}_2)\Gamma_\beta v(\mathbf{p})] [\bar{v}(\mathbf{p}')\Gamma^\beta u(\mathbf{q}_1)] \\ &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \sum_{r=1}^2 \sum_{r'=1}^2 \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^2 \\ &\quad [\bar{u}_{r_1 a}(\mathbf{q}_1)\Gamma_{ab}^\alpha v_{r' b}(\mathbf{p}')] [\bar{v}_{r c}(\mathbf{p})\Gamma_{cd} v_{r_2 d}(\mathbf{q}_2)] [\bar{v}_{r_2 e}(\mathbf{q}_2)\Gamma_{\beta e f} v_{r f}(\mathbf{p})] [\bar{v}_{r' g}(\mathbf{p}')\Gamma_{gh}^\beta u_{r_1 h}(\mathbf{q}_1)] \\ &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \text{Tr} \left[\frac{\not{q}_1 + m_{\nu_e}}{2m_{\nu_e}} \Gamma^\alpha \not{p}' - \frac{m_e}{2m_e} \Gamma^\beta \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{p} - m_\mu}{2m_\mu} \Gamma_\alpha \frac{\not{q}_2 - m_{\nu_\mu}}{2m_{\nu_\mu}} \Gamma_\beta \right] \\ &= \frac{G^2}{64} \text{Tr} [\not{q}_1 \Gamma^\alpha \not{p}' \Gamma^\beta] \text{Tr} [\not{p} \Gamma_\alpha \not{q}_2 \Gamma_\beta] \end{aligned} \quad (43)$$

最後の式変形では $m_{\nu_e} \rightarrow 0, m_{\nu_\mu} \rightarrow 0$ の極限をとり, 奇数個の γ 行列の積のトレースは 0 であることを用いた. まずは式 (43) の最初のトレースを計算する.

$$E^{\alpha\beta} \equiv \text{Tr} [\not{q}_1 \gamma^\alpha (1-\gamma_5) \not{p}' \gamma^\beta (1-\gamma_5)] \quad (44)$$

と定義し, 以下の関係式を用いると

$$\begin{cases} \{\gamma_5, \gamma^\alpha\} = 0 \quad (\alpha = 0, \dots, 3) \\ (1-\gamma_5)^2 = 2(1-\gamma_5) \\ \text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\delta) = 4(g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \\ \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\delta) = -4i\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
E^{\alpha\beta} &= 2q_{1\mu}p'_\nu \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma^\beta (1 - \gamma_5)] \\
&= 8q_{1\mu}p'_\nu (g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu} + i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}) \\
&= 8q_{1\mu}p'_\nu x^{\mu\alpha\nu\beta}
\end{aligned} \tag{45}$$

ここで

$$x^{\mu\alpha\nu\beta} \equiv g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu} + i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}$$

と定義した. 式 (43) の 2 つ目のトレースも同様に計算すると,

$$\begin{aligned}
M_{\alpha\beta} &\equiv \text{Tr} [\not{p}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)\not{q}_2\gamma_\beta(1 - \gamma_5)] \\
&= 8p^\sigma q_2^\tau x_{\sigma\alpha\tau\beta}
\end{aligned} \tag{46}$$

が得られる. また,

$$\begin{aligned}
x^{\mu\alpha\nu\beta} x_{\sigma\alpha\tau\beta} &= (g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu} + i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}) \\
&\quad \times (g_{\sigma\alpha} g_{\tau\beta} - g_{\sigma\tau} g_{\alpha\beta} + g_{\sigma\beta} g_{\alpha\tau} + i\epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta}) \\
&= g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - \cancel{g^{\mu\nu} g_{\sigma\tau}} + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu \\
&\quad - \cancel{g^{\mu\nu} g_{\sigma\tau}} + 4\cancel{g^{\mu\nu} g_{\sigma\tau}} - \cancel{g^{\mu\nu} g_{\sigma\tau}} \\
&\quad + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu - \cancel{g^{\mu\nu} g_{\sigma\tau}} + g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta} \\
(\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta} &= -2(g_\tau^\mu g_\sigma^\nu - g_\sigma^\mu g_\tau^\nu) \text{ より}) = 2(g_\sigma^\mu g_\tau^\nu + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu) + 2(g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - g_\tau^\mu g_\sigma^\nu) \\
&= 4g_\sigma^\mu g_\tau^\nu
\end{aligned} \tag{47}$$

であるから, 式 (45)(46)(47) を用いると,

$$\begin{aligned}
m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 &= G^2 q_{1\mu} p'_\nu x^{\mu\alpha\nu\beta} p^\sigma q_2^\tau x_{\sigma\alpha\tau\beta} \\
&= 4G^2 (q_1 p) (p' q_2)
\end{aligned} \tag{48}$$

となる.

式 (41) と式 (48) を組み合わせると微分崩壊幅は

$$d\Gamma = \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} (q_1 p) (p' q_2) \delta^{(4)}(p' + q_1 + q_2 - p) \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} \tag{49}$$

と計算できる.

次に 2 つのニュートリノの運動量に関する積分を行う.

$$\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} p_\mu p'_\nu \int d^3 \mathbf{q}_1 d^3 \mathbf{q}_2 \frac{q_1^\mu q_2^\nu}{E_1 E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - p + p') \\
&= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} p_\mu p'_\nu I^{\mu\nu}(q)
\end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{cases} I^{\mu\nu}(q) \equiv \int d^3 \mathbf{q}_1 d^3 \mathbf{q}_2 \frac{q_1^\mu q_2^\nu}{E_1 E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\ q \equiv p - p' \end{cases}$$

$I^{\mu\nu}(q)$ のローレンツ共変性より, 一般的な形は

$$I^{\mu\nu}(q) = g^{\mu\nu} A(q^2) + q^\mu q^\nu B(q^2)$$

と表せるので

$$\begin{cases} g_{\mu\nu}I^{\mu\nu}(q) = 4A(q^2) + q^2B(q^2) & (51a) \\ q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) = q^2A(q^2) + (q^2)^2B(q^2) & (51b) \end{cases}$$

である。

これ以降、ニュートリノの質量を 0 とするので、 $q_1^2 = q_2^2 = 0$ となる。 $I^{\mu\nu}(q)$ の δ 関数より、

$$\begin{aligned} q &= q_1 + q_2 \\ \Rightarrow q^2 &= q_1^2 + 2(q_1q_2) + q_2^2 \\ \Rightarrow q^2 &= 2(q_1q_2) \end{aligned} \quad (52)$$

$A(q^2)$ と $B(q^2)$ の形を求めるために式 (51a) と式 (51b) の左辺の形を計算する。

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}I^{\mu\nu}(q) &= \int d^3\mathbf{q}_1 d^3\mathbf{q}_2 \frac{(q_1q_2)}{E_1E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\ &= \frac{q^2}{2} \int \frac{d^3\mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3\mathbf{q}_2}{E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \quad (\because (52)) \\ &= \frac{q^2}{2} I(q^2) \end{aligned} \quad (53)$$

$$I(q^2) \equiv \int \frac{d^3\mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3\mathbf{q}_2}{E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q)$$

定義より $I(q^2)$ は不変量なので、どの座標系をとってもよい。2 つのニュートリノの重心系を選ぶと、

$$\mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2 \Leftrightarrow \mathbf{q} = 0$$

ニュートリノのエネルギー ω はともに

$$\omega \equiv E_1 = |\mathbf{q}_1| = E_2 = |\mathbf{q}_2|$$

したがって

$$\begin{aligned} I(q^2) &= \int \frac{d^3\mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3\mathbf{q}_2}{E_2} \delta(E_1 + E_2 - q_0) \delta^{(3)}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}) \\ &= \int d^3\mathbf{q}_1 \frac{\delta(2\omega - q_0)}{\omega^2} \\ &= 4\pi \int d\omega \delta(2\omega - q_0) \\ &= 2\pi \int d\omega \delta\left(\omega - \frac{q_0}{2}\right) \quad (\because \delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)) \\ &= 2\pi \end{aligned} \quad (54)$$

式 (53) より

$$g_{\mu\nu}I^{\mu\nu}(q) = \pi q^2 \quad (55)$$

同様に式 (51b) の左辺を

$$\begin{cases} qq_1 = (q_1 + q_2)q_1 = q_1q_2 = \frac{q^2}{2} & (\because q_1^2 = 0) \\ qq_2 = (q_1 + q_2)q_2 = q_1q_2 = \frac{q^2}{2} & (\because q_2^2 = 0) \end{cases}$$

を用いて計算する.

$$\begin{aligned}
q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) &= \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} (q q_1)(q q_2) \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\
&= \left(\frac{q^2}{2}\right)^2 I(q^2) \\
&= \frac{\pi}{2}(q^2)^2
\end{aligned} \tag{56}$$

式 (55) と式 (56) をまとめると

$$\begin{cases} g_{\mu\nu} I^{\mu\nu}(q) = 4A(q^2) + q^2 B(q^2) = \pi q^2 & (57a) \\ q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) = q^2 A(q^2) + (q^2)^2 B(q^2) = \frac{\pi}{2}(q^2)^2 & (57b) \end{cases}$$

(57a) $\times q^2$ - (57b) より

$$3q^2 A(q^2) = \frac{\pi}{2}(q^2)^2 \Rightarrow A(q^2) = \frac{\pi}{6}q^2$$

(57a) に代入すると

$$q^2 B(q^2) = \frac{\pi}{3}q^2 \Rightarrow B(q^2) = \frac{\pi}{3}$$

したがって、

$$I^{\mu\nu}(q) = \frac{\pi}{6}(g^{\mu\nu} q^2 + 2q^\mu q^\nu) \tag{58}$$

式 (50) に式 (58) を代入すると微分崩壊幅は、

$$\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} p_\mu p'_\nu \times \frac{\pi}{6}(g^{\mu\nu} q^2 + 2q^\mu q^\nu) \\
&= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} [(pp') + 2(pq)(p'q)]
\end{aligned} \tag{59}$$

最後に陽電子の運動量 \mathbf{p}' について積分する. ミューオンの静止系では

$$\begin{cases} p = (m_\mu, 0) \\ q = p - p' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_0 = m_\mu - E' \\ \mathbf{q} = -\mathbf{p}' \end{cases}$$

$$\begin{cases} pp' = m_\mu E' \\ q^2 = p^2 - 2pp' + p'^2 = m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2 \\ pq = m_\mu q_0 = m_\mu(m_\mu - E') \\ p'q = E'q_0 - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{q} = E'(m_\mu - E') + |\mathbf{p}'|^2 = m_\mu E' - m_e^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 m_\mu} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} [m_\mu E'(m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu(m_\mu - E')(m_\mu E' - m_e^2)] \\
&= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 m_\mu} |\mathbf{p}'| dE' d\Omega' [m_\mu E'(m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu(m_\mu - E')(m_\mu E' - m_e^2)]
\end{aligned} \tag{60}$$

ここで

$$\begin{aligned}
E'^2 &= m_e^2 + |\mathbf{p}'|^2 \Rightarrow E' dE' = |\mathbf{p}'| d|\mathbf{p}'| \\
\therefore d^3 \mathbf{p}' &= |\mathbf{p}'|^2 d|\mathbf{p}'| d\Omega' = |\mathbf{p}'| E' dE' d\Omega'
\end{aligned}$$

となることを用いた. $\frac{m_e^2}{m_\mu^2}$ のオーダーの項を無視すると、

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} \frac{\sqrt{E'^2 - m_e^2}}{m_\mu} dE' d\Omega' [m_\mu E' (m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu (m_\mu - E') (m_\mu E' - m_e^2)] \\ &\approx \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu E'^2 dE' d\Omega' (3m_\mu - 4E') \end{aligned} \quad (61)$$

E' について積分するために μ^+ の崩壊によって放出される e^+ のエネルギー E' の範囲を考える. ミューオンの静止系では

$$\begin{cases} p = (m_\mu, 0) \\ p' = (E', \mathbf{p}') \\ q_1 = (E_1, \mathbf{q}_1) \\ q_2 = (E_2, \mathbf{q}_2) \\ q_1^2 = 0 \Leftrightarrow E_1 = |\mathbf{q}_1| \\ q_2^2 = 0 \Leftrightarrow E_2 = |\mathbf{q}_2| \end{cases}$$

エネルギー・運動量保存則より

$$\begin{aligned} p &= p' + q_1 + q_2 \\ \Leftrightarrow (p - p')^2 &= (q_1 + q_2)^2 \\ \Leftrightarrow m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2 &= 2(E_1 E_2 - |\mathbf{q}_1| |\mathbf{q}_2| \cos\varphi) \quad (\text{ただし } \mathbf{q}_1 \text{ と } \mathbf{q}_2 \text{ のなす角を } \varphi \text{ とした}) \\ \Leftrightarrow E' &= \frac{m_\mu^2 + m_e^2 - 2E_1 E_2 (1 - \cos\varphi)}{2m_\mu} \leq \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} \end{aligned}$$

電子の質量を無視すると E' の範囲は、

$$0 \leq E' \leq \frac{1}{2} m_\mu$$

全立体角と E' ($0 \leq E' \leq \frac{1}{2} m_\mu$) について積分すると、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu \int_0^{4\pi} d\Omega' \int_0^{\frac{1}{2} m_\mu} dE' E'^2 (3m_\mu - 4E') \\ &= \frac{8\pi^2}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu [m_\mu E'^3 - E'^4]_0^{\frac{1}{2} m_\mu} \\ &= \frac{2}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^3} m_\mu \times \frac{m_\mu^4}{16} \\ &= \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \end{aligned} \quad (62)$$

以上より μ^+ の寿命 τ_μ は

$$\tau_\mu = \frac{1}{\Gamma} = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5}$$

となる.

付録 B 最小二乗法

B.1 最小二乗法の原理

測定で得られた数値を適当な関数で近似する際の関数の係数の推定方法として最尤推定法に基づくの手法が最小二乗法である。

まず、最小二乗法は以下の仮定を元にして推定を行う。N 回の測定を行い、測定値 (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, N$) の組を得たとする。この時に測定データが

$$y_i = f(x_i) + \epsilon \quad (63)$$

で表されるとする。 ϵ で表されるのが誤差の項でこの誤差は平均が 0 の正規分布に従うとする。また、この誤差の分散は既知とする。ただし、分散 σ_i に対して x_i の依存性はあっても良いとする。以上の考えに基づき、関数の係数 (以下、パラメータ a とよぶ) を決めた時にその関数 f_a によって得られた測定値となる確率を考える。

$$P(a) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - f_a(x_i))^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (64)$$

となる。

ここで最尤推定法に基づきこのパラメータ a を推定することを考える。すると $P(a)$ (尤度関数) が最も大きくなる a が推定値 (最尤推定値) である。ここで尤度関数の対数をとると、

$$\log(P(a)) = C + \sum_{i=1}^N \left(-\frac{(y_i - f_a(x_i))^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (65)$$

となる。ここで第一項は分散のみから決まり無視でき、第二項は負の値なのでここを $-\chi^2$ とおく。この時に尤度関数を最も大きくするときは $-\chi^2$ を最小にした時である。この測定値と最小値の二乗和を最小にするのをパラメータの推定値とするので最小二乗法と呼ばれる。この χ^2 はパラメータの数を M 、測定値を N とすると自由度 $(N - M)$ の χ^2 分布に従うことが知られている。このパラメータの推定値は BLUE (最良線形不偏推定量) とよばれる性質を持つ。また、以下で示すような関数の場合実際に計算も可能なためよく最小二乗法が用いられる。

B.2 最小二乗法の計算

このモデルとなる関数が M 個のパラメータ a に対して線形であると仮定する (非線形の場合は指数関数などの特別な場合を除き、反復解法によって近似値を求めることになる)。すなわち、

$$f(a) = \sum_{j=1}^M a_j g_j(x) \quad (66)$$

とかけるとする。この時に

$$G_{ij} = g_j(x_i) \quad (67)$$

とおけば、

$$\chi^2 = \|Ga - y\| \quad (68)$$

と書けるので、これを最小にすれば良い。これは正規方程式

$$G^T G a = G^T y \quad (69)$$

を考えることで解け、ここからパラメータ a が計算される。

B.3 最小二乗法の応用

今回の実験では、測定されるエネルギースペクトルに対してモデルとすべき関数は分かっている。理論からエネルギースペクトルがミッシェルパラメータで表される関数 ($\text{michel}(x) = \sum_{j=1} M a_j \text{michel}_j(x)$) で表現される。ここで、ミッシェルパラメータ a が線形でありこのパラメータを求めたい。ただし、本論中に述べたようにこの関数でフィッティングをしてもうまく行かない。それは実際に測定される値はここに線形な変換（電磁シャワー応答）がかかった値となるためである。ここで、シミュレーションから計算される電磁シャワー応答を行列 M で表す。この行列は

$$E' = ME \tag{70}$$

という関係を表す。具体的に E は本来のエネルギースペクトルの値のベクトル、 E' は観測されるエネルギースペクトルの値のベクトルである。今回の実験のフィッティングではこの電磁シャワーの応答を含めてモデル関数とした。

$f(x)$ に今 $\text{michel}(x)$ をとると、式 (68) の Ga が本来のエネルギースペクトルから予想される値を与える。なので、これに M をかけてやれば、モデル関数に電磁シャワー応答を含めた事になる。すなわち、

$$\chi^2 = \|MGa - y\| \tag{71}$$

とすれば良い。これは単に $G \rightarrow MG$ という置き換えをしたに過ぎない。そのため、同様に正規方程式を得ることができ、計算が可能となる。

参考文献

- [1] Ultra Slow Muon - J-PARC MLF MUSE. (n.d.). Retrieved May 31, 2018 from <http://slowmuon.kek.jp/aboutMuon.html>
- [2] Fundamental Physical Constants from NIST. (n.d.). Retrieved May 31, 2018 from <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>
- [3] 加速器用超伝導磁石 - KEK. (n.d.). Retrieved May 31, 2018 from <http://accwww2.kek.jp/oho/OH0%20text%20archives%202005-2011/OH011%20web%20final/OH011%20ogitsu%2020110906.pdf>
- [4] 光電子増倍管ハンドブック - 浜松ホトニクス. (n.d.) Retrieved May 31, 2018 from https://hamamatsu.hpk.co.jp/pmt_handbook_g?_ga=2.233766876.379427155.1527087385-2128085973.1527087385
- [5] Evaluated Nuclear Structure Data File Search and Retrieval - IAEA. (n.d.) Retrieved May 31, 2018 from <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>
- [6] Leo, W. R. (1994). *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach*. Berlin: Springer-Verlag GmbH.
- [7] Mandl, F., & Shaw, G. (2010). *Quantum Field Theory*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- [8] Patrignani, C., & Particle Data Group (2016). Review of Particle Physics. *Chinese Physics C*, 40 (10), 100001.
- [9] Bayes, R., & TWIST collaboration (2011). Experimental Constraints on Left-Right Symmetric Models from Muon Decay. *Physical Review Letters*, 106 (4), 041804.
- [10] Kinoshita, T., & Sirlin, A. (1957). Muon Decay with Parity Nonconserving Interactions and Radiative Corrections in the Two-Component Theory. *Physical Review*, 107 (2), 593-599.
- [11] J. S. Schwinger (1948). On Quantum-Electrodynamics and the Magnetic Moment of the Electron. *Phys. Rev.*, 73, 416.
- [12] Hagiwara, K., Martin, A. D., Nomura, D., & Teubner, T. (2007). Improved predictions for $g - 2$ of the muon and $\alpha_{QED}(M_Z^2)$. *Physics Letters B*, 649 (2-3), 173-179.