

課題研究 P2
J-PARC MLF のミュオンビームを用いた
ミュオン崩壊に関する諸量の測定

阿部倫史, 池満拓司, 小田川高大, 田島正規
羽田野真友喜, 早川龍, 三野裕哉

April 4, 2018

- ミュオンビームラインを使用して実験
 - ロシアの実験チームの脇 (パラサイト実験) での実験
- ミュオンにかかる諸量を測定し電弱理論を検証
 - ミュオン寿命の測定 (フェルミ結合定数 G_F の測定)
 - ミュオンの g 因子の測定 (ミュオンスピン s の測定)
 - ミュオンのミシェルパラメタの測定 (相互作用型の測定)

ミュオンの崩壊

- μ^\pm はほぼ 100 % の崩壊確率で次の崩壊を起こす

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$$

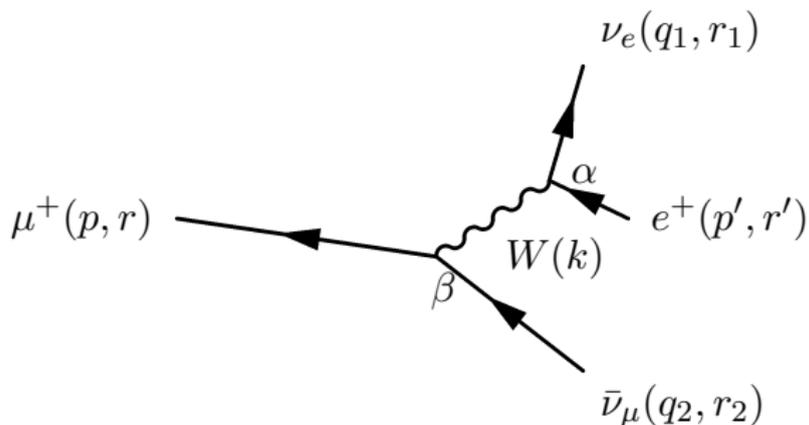


Figure: μ^+ の崩壊のファインマン図

ミュオンの寿命

- V-A 理論で計算すると μ^\pm の寿命

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5}$$

- 実際の測定値としては

$$\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.0000022 \times 10^{-6} \text{ s}$$

- 寿命の測定によってフェルミ定数 G を決定できる

ミシエルパラメータ

- スピン偏極した μ^+ の場合、崩壊で出る e^+ の角度、エネルギーの分布は

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Gamma}{x^2 dx d(\cos\theta)} \propto & (3 - 3x) + \frac{2}{3}\rho(4x - 3) \\ & + 3\eta x_0 \frac{1-x}{x} + \xi \cos\theta \left[(1-x) + \frac{2}{3}\delta(4x - 3) \right] \end{aligned}$$

- 全 e^+ のエネルギー分布は

$$\frac{d\Gamma}{x^2 dx} \propto (3 - 3x) + \frac{2}{3}\rho(4x - 3)$$

ミ歇尔パラメータ

- Lorentz 共変な相互作用においては, $\rho = 0, 0.75, 1$ のいずれかになる
- それぞれ相互作用がテンソル型, ベクトル型, スカラー型であるような場合に対応する

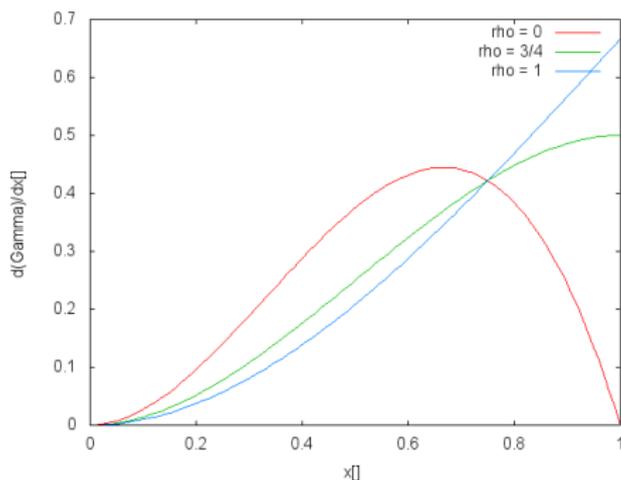


Figure: Michel 崩壊の各 ρ に対するスペクトル

g 因子

- μ^+ を含む、ディラック場で表されるようなフェルミ粒子の運動は次の Dirac 方程式で記述される

$$(i\cancel{\partial} - m)\psi(x) = 0$$

- 外場としての電磁場 A_μ が存在するとき、非相対論近似によって Pauli 方程式を得る

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi_1 = \left\{ \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m} + e\phi - \frac{e\hbar\boldsymbol{\sigma}}{2m} \cdot \mathbf{B} \right\} \chi_1$$

- スピン $\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ がもつ磁気モーメントは軌道角運動量の場合の二倍であり、この場合 g 因子は 2 であることがわかる

g 因子

- 実際には標準模型による考察の結果 g 因子にはさらに補正がかかることが分かっている
- この2からのずれを異常磁気能率 (anomalous magnetic moment) と呼ぶ

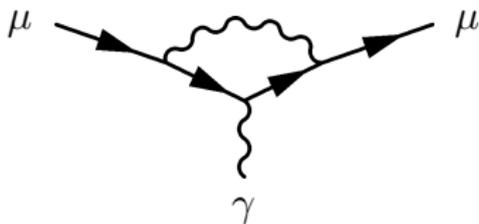


Figure: 2 次の摂動における異常磁気能率への寄与過程

g 因子

- 磁場中で μ^+ を止めると、スピンの歳差運動をする
- 周期は

$$\omega = \frac{geB}{2m_\mu}$$

- 周期を測ればミュオンの g 因子を求められる

g 因子

- 磁場を通した標的でミュオンを止める
- ある角度に出る e^+ の計数は指数的な減少に振動が加わる

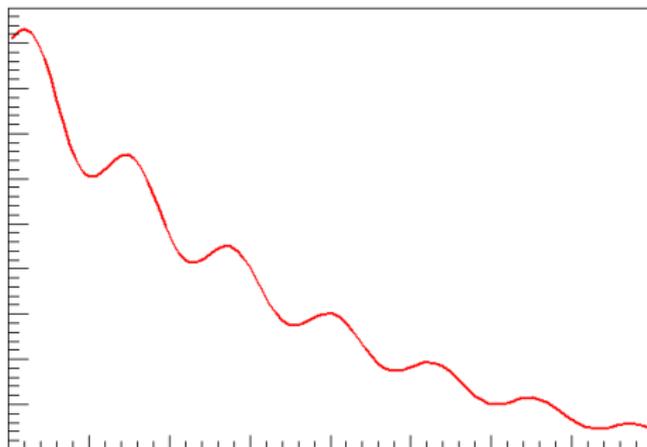


Figure: 磁場をかけた時の計数の時間変化の予想される概形

検出器サイズの見積もり

- 50MeV の電子を止めるのに必要な検出器の奥行きは

$$L = L_{rad} \log \frac{E_s}{E_c}$$

- 物質に入射した陽電子は電磁シャワーを起こす
- シャワーの広がりはモリエール半径

$$R_M = L_{rad} \frac{E_{max}}{E_c}$$

によって記述される

- NaI では $R_M = 3.2\text{ cm}$, PS では $R_M = 8.3\text{ cm}$
- 実際には Geant 4 によるシミュレーションも参考に設計した (後述)

加速器科学インターンシップの利用

- KEK が学部 3 回生以上を対象に行っているインターンシップを利用して MLF ミュオンビームを利用できることを知った
- ロシアの実験チームの MLF 実験課題 2017B0163 のパラサイト実験が可能と知る

ミュオンビーム発生方法

- 炭素原子核に高エネルギーの陽子を衝突させる
- 放出されるパイオンから電荷・エネルギーを選り分ける
 - 今回利用したのは後述の表面ミュオン
- 超電導ソレノイド磁石内部でパイオンがミュオンに崩壊する

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$
- ミュオンの電荷・エネルギーを選別し、照射する (崩壊ミュオン)

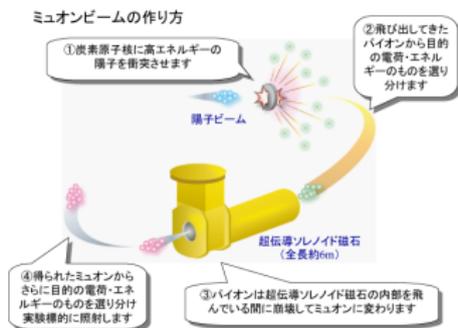


Figure: ミュオンビームの作り方¹

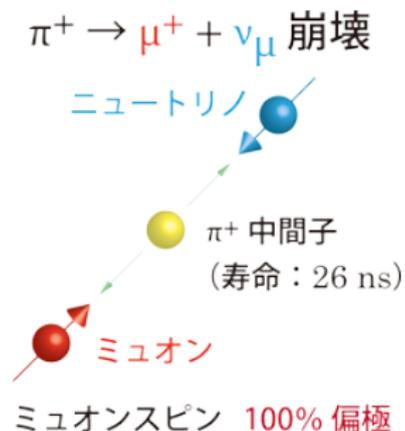
¹http://j-parc.jp/researcher/MatLife/ja/instrumentation/ms_source.html より

表面ミュオンとは

- 炭素標的の表面に静止した π^+ 中間子の崩壊によって得られる μ^+ で、100% のスピン偏極
- 静止した π^- 中間子は原子核に捕獲され、取り出すことはできない

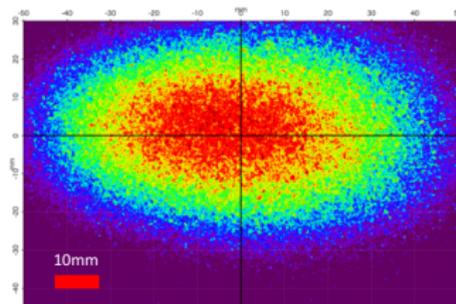
Table: 表面ミュオンビームラインの性能

ビームエネルギー	4.1 MeV
侵入長	~ 0.2 mm
エネルギー分布	~ 15 %
パルス幅 (FWHM)	~ 100 ns
ビームサイズ	30 mm × 40 mm
ビーム強度	3×10^7 /s
ポート数	2



P 表面ミュオンビームラインの性能

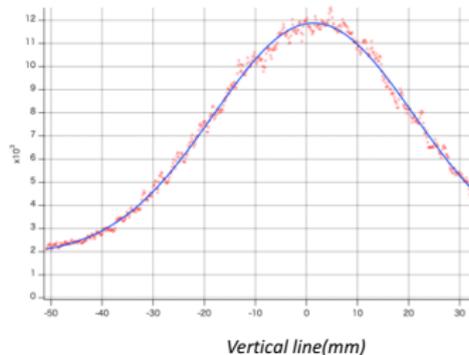
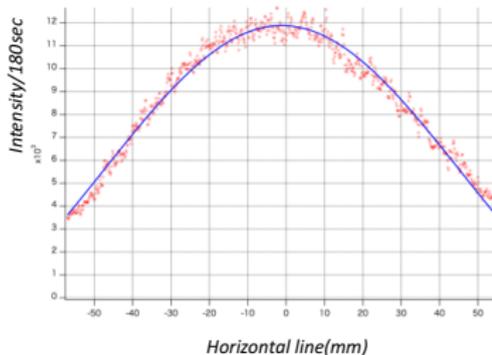
● D2-Ndecay-30MeV-680mm(Chamber Center)



$$f(x) = Z_0 + A \cdot e^{\frac{-1}{2(1-\text{cor.}^2)} \left(\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{\sigma_y} \right)^2 - \frac{2 \cdot \text{cor.} \cdot (x-x_0)(y-y_0)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \right)}$$

$$\sigma_x = 33.3037 \pm 0.6658$$

$$\sigma_y = 19.6668 \pm 0.2517$$



実験概要

ミュオンの寿命, ミシェルパラメータ, g 因子を測定したい

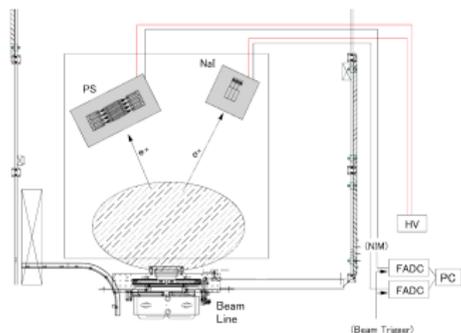
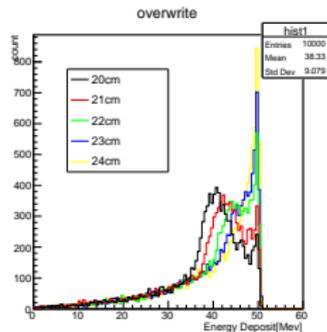
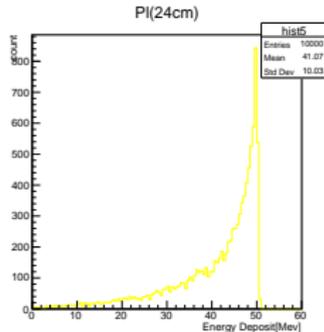
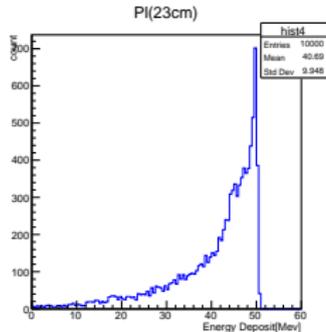
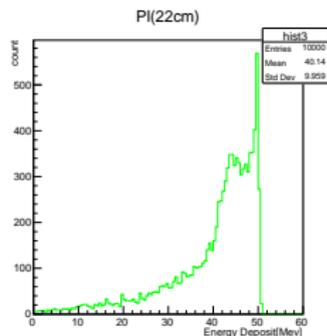
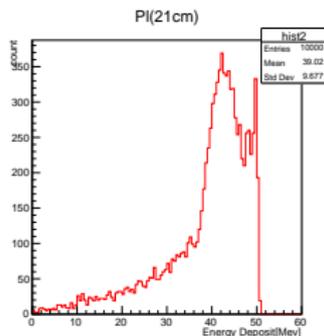
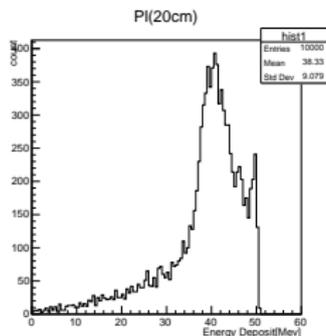


Figure: 実験概要

- Beam Line から μ^+ が出て来る
- ターゲットに止められた μ^+ が e^+ に崩壊する
- 検出器で時間情報・エネルギー情報を測定する
- 二種類の検出器を作成した
 - プラスチックシンチレーター (PS) 検出器
 - ・ 時間測定に優れる
 - NaI シンチレーター検出器
 - ・ エネルギー測定に優れる

PS 検出器の体積シミュレーション

奥行き 24cm 程度で 50MeV の陽電子のエネルギーがほとんど落ちる



PS 検出器の設計

- 縦横 20cm 奥行き 24cm
- 光ファイバー読み出しの板を並べることで、安価に体積を確保する



Figure: PS 板

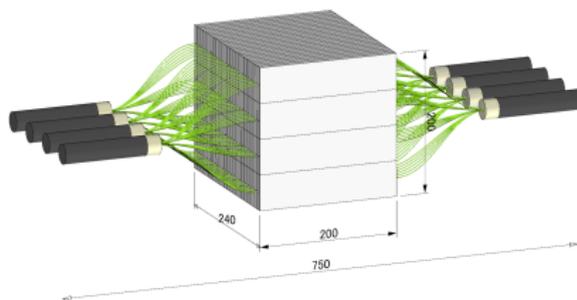
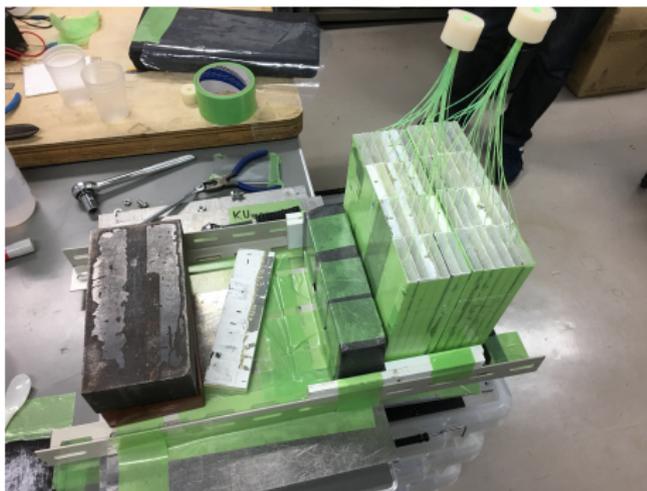


Figure: PS 検出器寸法

PS 検出器の作成手順

- 厚み 6cm に束ねたものを 4 セット作成
- 光ファイバーの片端をクッキーを用いて光学セメントで固定
- PS に光ファイバーを貫通させ、もう片端も固定する
- 光量を最大限確保するため、クッキーの端面を研磨する



暗箱内に設置し、コリメータを配置

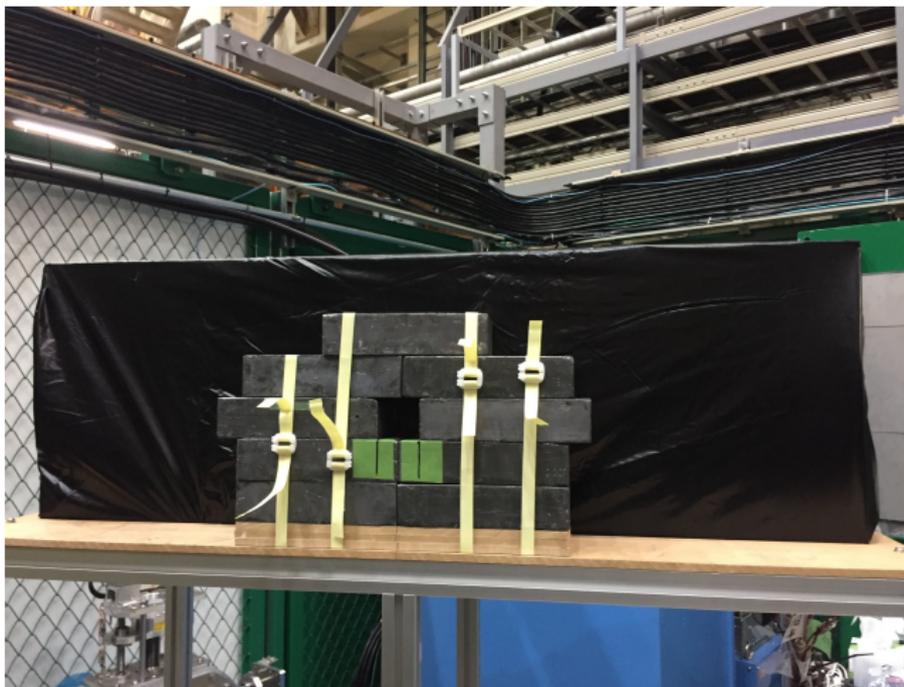


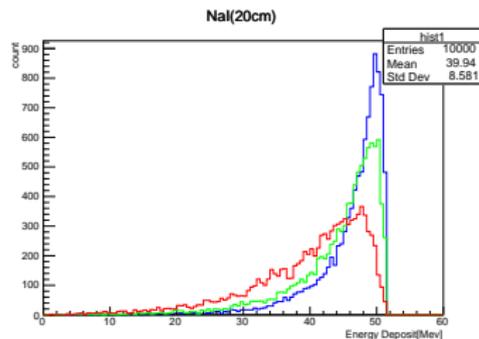
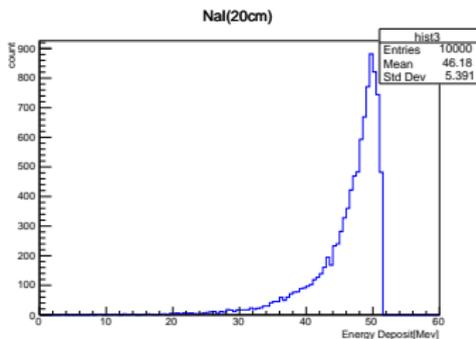
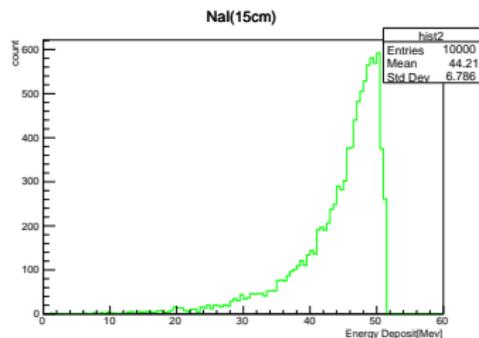
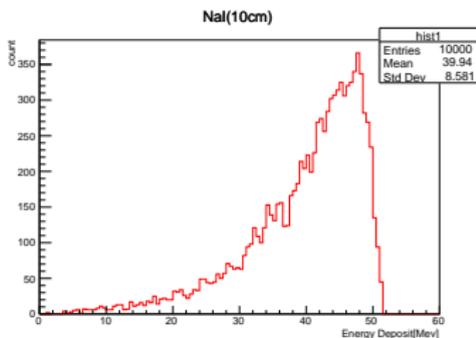
Figure: PS 検出器外観



Figure: PS 検出器内部

NaI 検出器の体積シミュレーション

主としてエネルギー測定用



NaI 検出器

- $5.6 \times 5.6 \times 15\text{cm}$ の結晶が PMT に接続されたものを 3×3 個並べた
- 検出器の前面中央の前には $4 \times 4\text{cm}$ のトリガー用カウンターを設置

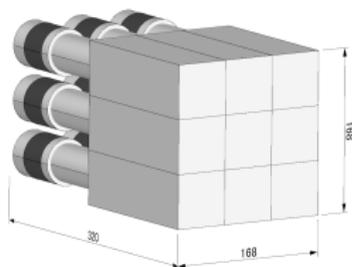


Figure: NaI 寸法 (mm)



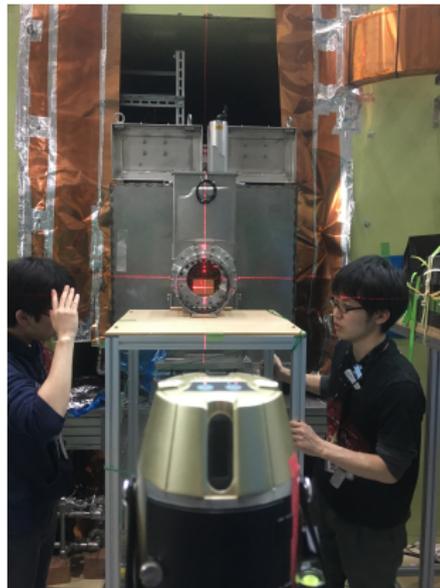
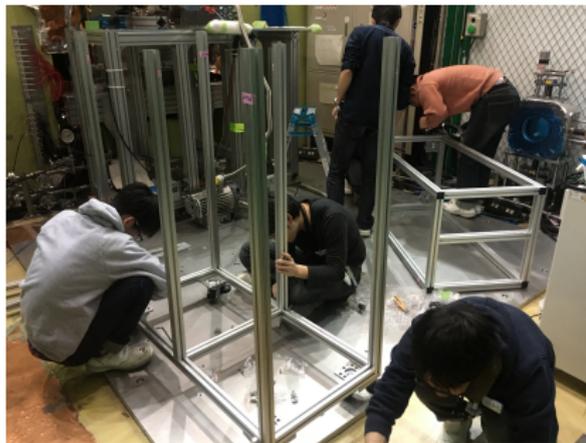
架台の設計

- ビームの高さが地表から 1565mm なので、対応した架台が必要
- アルミフレームの一種であるレコフレームを使用
- アジャスタ付きキャストを用いて、高さは微調整可能

Table: 3 種類の架台の外寸

	W × D × H (mm)
PS 検出器架台	1200 × 600 × 1283
NaI 検出器架台	600 × 600 × 1358
ターゲット架台	600 × 600 × 1331

架台の組み立てと位置調整



FADC(CAEN WaveForm Digitizer V1721)

- 波形をそのまま記録することができる
- 8channel 8bit 500MS/s Digitizer
- 時間分解能が良いので、主に崩壊寿命測定用の PS の信号に用いた
- 外部トリガには beam trigger をかける

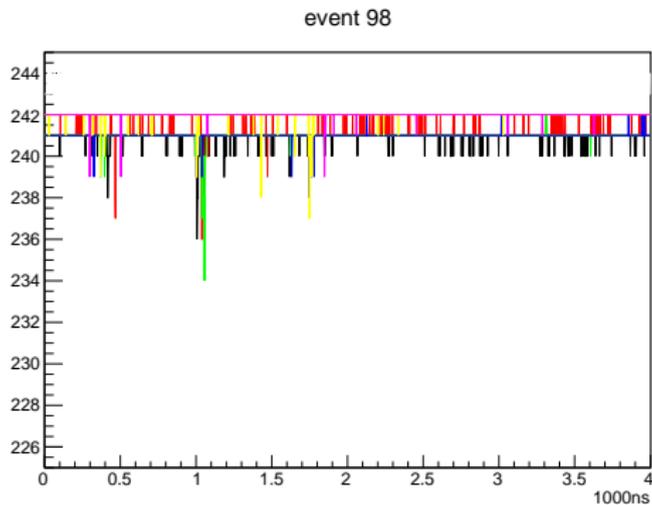


Figure: PS 用の FADC で記録した波形

FADC(CAEN WaveForm Digitizer DT5725)

- 8channel 14bit 250MS/s Digitizer
- エネルギー分解能が良いので，主にエネルギー測定用の NaI 検出器の信号の記録に用いた
- 9本の NaI に対して 8ch なので，アナログ信号を合成して入力する

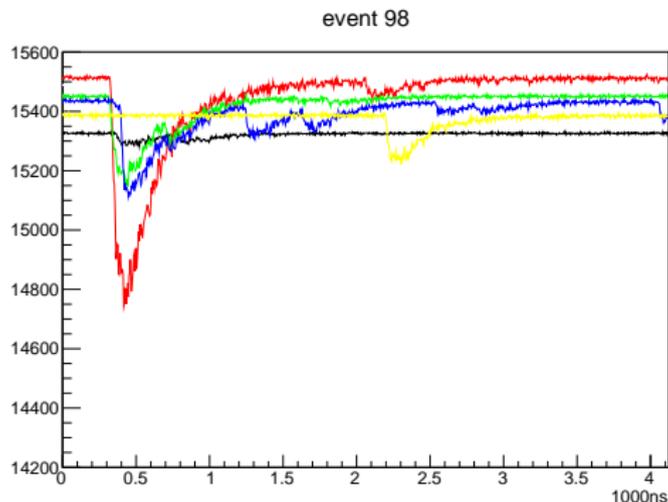


Figure: NaI 用の FADC で記録した波形

エネルギー測定用銅板標的

- 厚さ 0.6mm× 横 280mm× 縦 120mm の銅板を木枠に固定

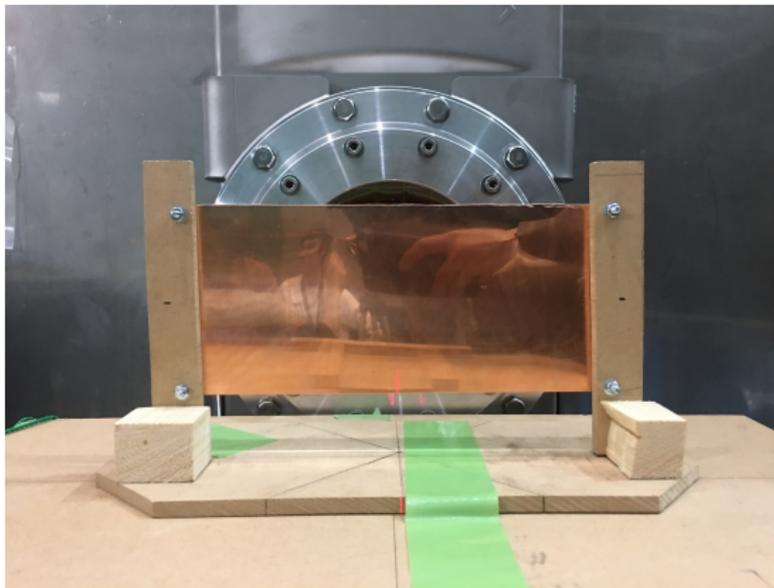


Figure: 銅板標的

磁場印加標的

- 呼び径 200mm の塩ビの内径に永久磁石を接着し、パイプを貫く一様磁場を生成
- 厚さ 0.6mm × 横 80mm × 縦 60mm の銅板を塩ビ中心に設置



Figure: 磁場発生装置と標的

$\cos(n\theta)$ 巻き電磁石

- 円周上の電流分布を $\cos(n\theta)$ とすることで, $2n$ 重極磁場を生成
- 電流分布を永久磁石の分布密度として応用

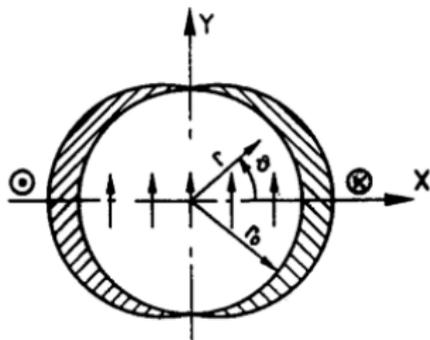


Figure: $\cos \theta$: 2 極磁石

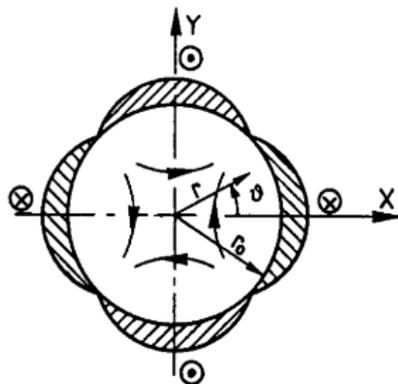


Figure: $\cos 2\theta$: 4 極磁石

上図は KEK ホームページ「加速器用超電導磁石 (OHO11ogitsu20110906.pdf)」より引用

FEMM

- 有限要素法を用いた静磁場計算ソフト
- 2次元または軸対称なモデルに対応
- 磁石の配置を確認するために利用

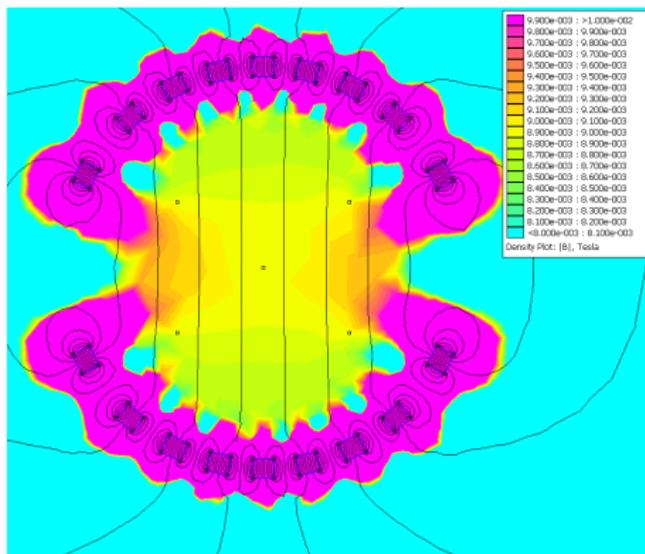


Figure: FEMM

NaI の Gain 測定

- 計 11 本の NaI で HV を変えながら, 線源の光電ピークを測定
- これ Gaussian Fit を行い, 平均を Gain とした
- $\text{Gain}[\text{pC}] = a * \text{HV}[\text{kV}]^b$ の関係式が成り立つものとして, 両対数 Fitting を行った (a, b が Fitting パラメータ)

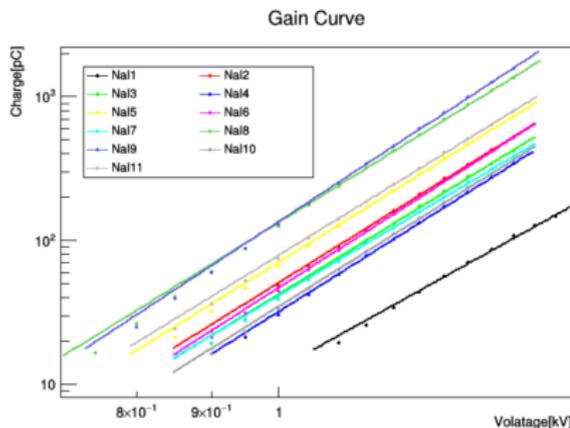


Figure: Gain と HV の対応

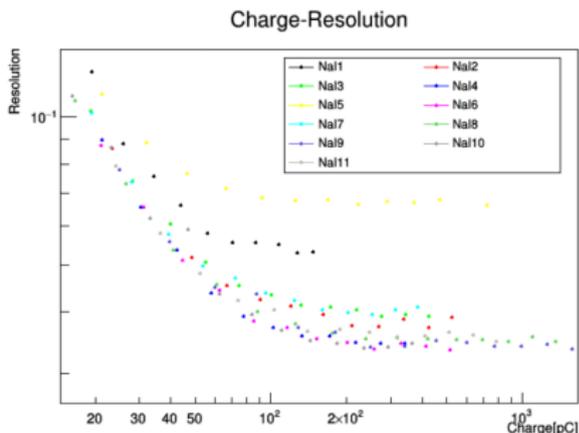


Figure: Gain と Resolution の対応

- Gain が揃うように HV を設定したうえで、宇宙線を測定
- 得られたチャージ分布を Landau 関数で Fitting し、最頻値を Gain とした
- Gain の近いものをアナログサムするペアとし、これを (2,7), (3,9), (4,6), (8,11) の 4 組に決定

Table: 宇宙線の測定結果

NaI No.	Gain[pC]
2	2530
3	2387
4	2352
6	2397
7	2579
8	2423
9	2164
11	2393

本実験における NaI の配置

- エネルギー重心を求める観点からペアを中心から等距離になるように配置
- 角での Gain が不足しないように, Gain を高いペアを角に配置
- 本番セットアップでの宇宙線較正を想定して, 上下にペアがこないように配置

Table: ビーム正面からみた NaI の配置図

3	2	9
4	10	7
8	6	11

本実験における NaI の HV 設定

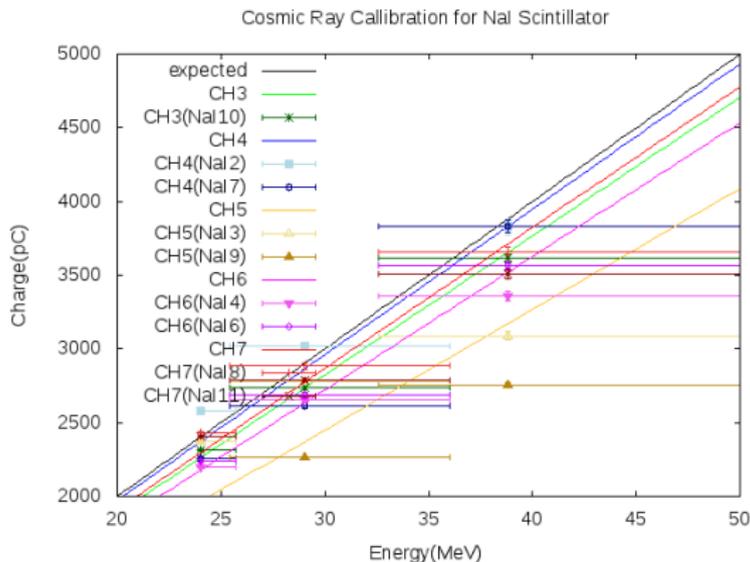
- 先に求めたゲインカーブから, 本実験における HV 値を決定
- 50[MeV] が FADC の上限の半分 1[V](500[pC]) になるように設定

Table: NaI の HV 設定

NaI No.	HV[V]
2	1050
3	1082
4	1125
6	1062
7	1089
8	913
9	913
10	1112
11	984

NaI の宇宙線校正

- 先に求めた HV 値のもとで宇宙線を測定
- チャージ分布をランダウ関数をガウシアンで畳み込んだ関数で Fitting を行って得られた最頻値とモンテカルロシミュレーションで得られた最頻値で較正



NaI7 Cosmic Ray Measurement(Setup 2)

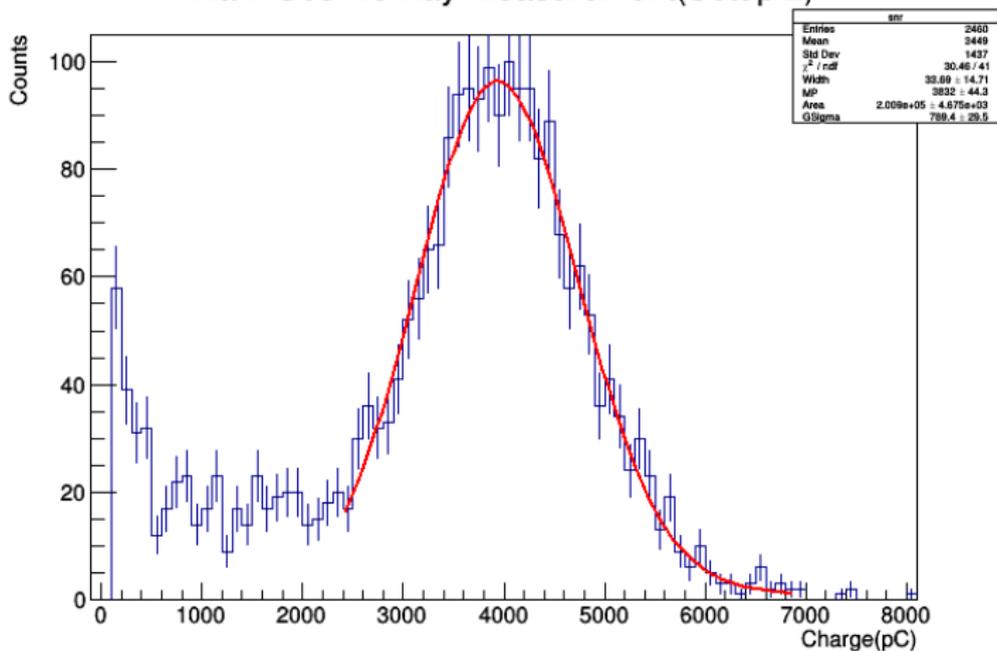


Figure: Landau Fitting(NaI)

PS の宇宙線較正

- 各層ごとに宇宙線を測定
- チャージ分布を、ランダウ関数をガウシアンで畳み込みんだ関数で Fitting を行い、得られた最頻値と 12[MeV] で較正

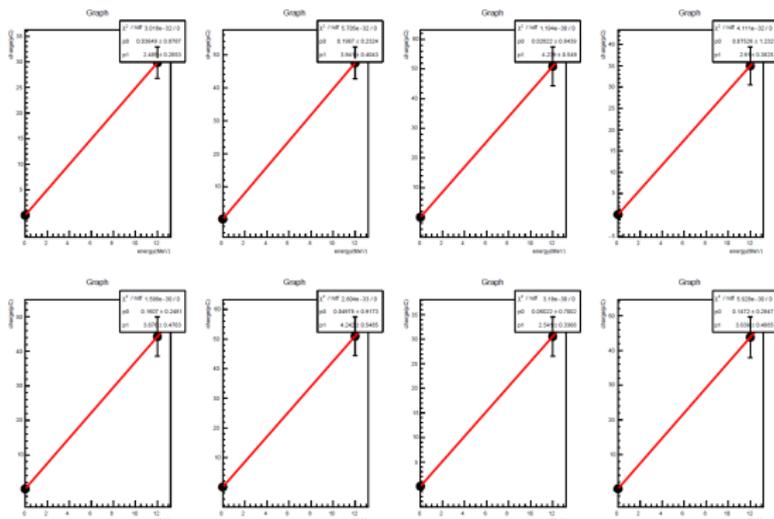


Figure: PS 各チャンネル毎の宇宙線較正

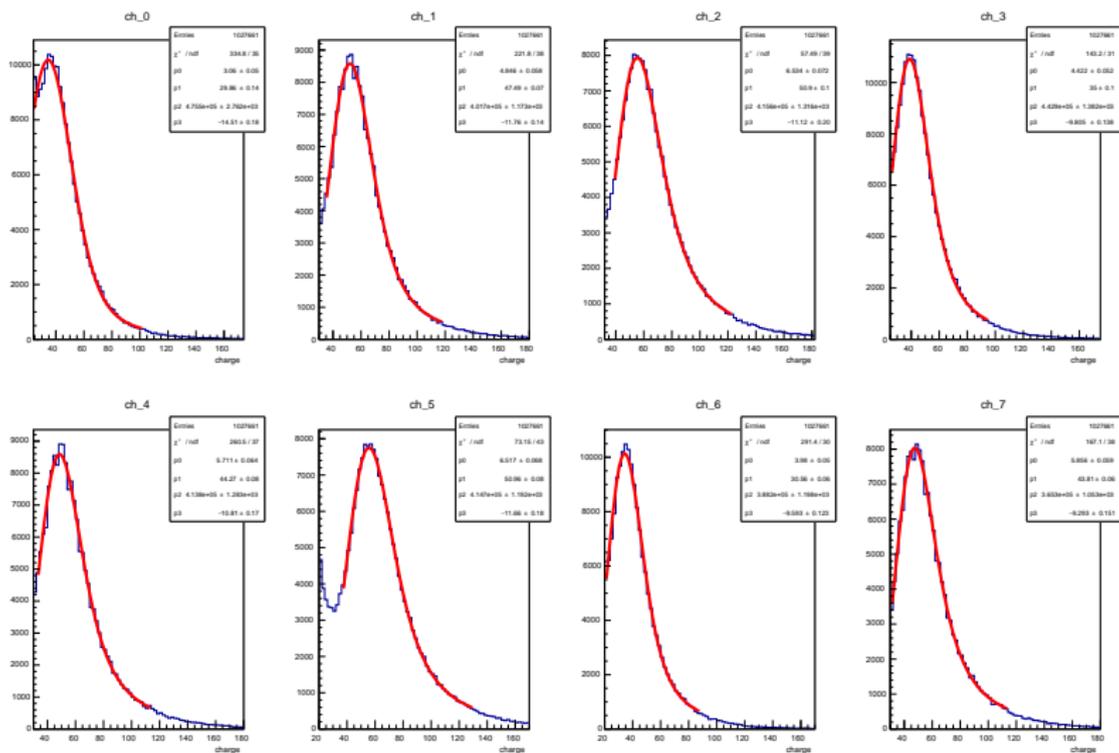


Figure: Landau Fitting(PS)

磁場の測定結果

- 3軸テスラメータで銅板を置く範囲を、1cm 間隔で計 63 点測定
- 測定中に磁石が外れてしまったので、磁石が外れる前後で測定



Figure: 磁石が外れた磁場装置

- 磁石が外れる前後の加重平均した磁場が 56.06 ± 0.08 [gauss] と 53.97 ± 0.08 [gauss] と求まった
- 加重平均には予め頂いたビームプロファイルのデータを用いた $\sigma_x = 33.3037$ [mm], $\sigma_y = 19.6668$ [mm]

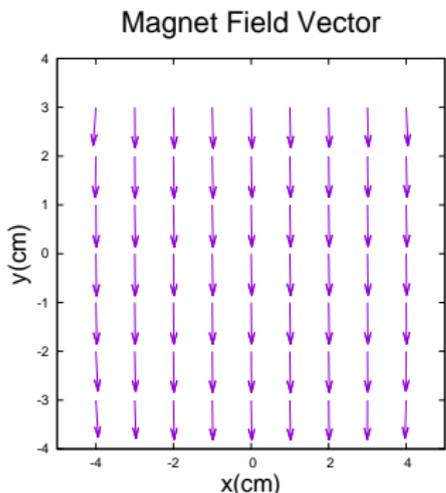


Figure: 磁石が外れる前の磁場ベクトル

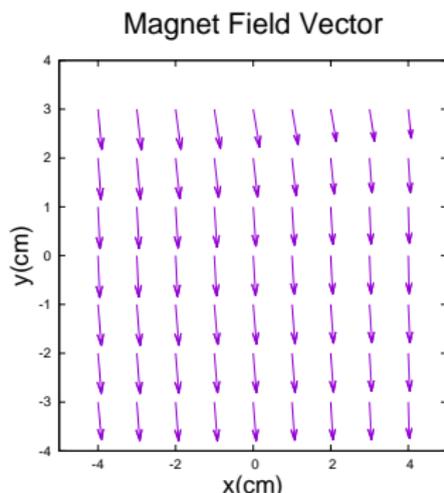


Figure: 磁石が外れた後の磁場ベクトル

タイムスケジュール

- 2/25 (Sun.)
13:00 東海村到着, 安全講習と前日準備
- 2/26 (Mon.) ~ 2/27 (Tue.)
9:00 ~ ロシアグループの傍らで寿命を測定, セットアップの確認
- 2/28 (Wed.)
12:30 ロシアグループの実験終了, P2 ターゲットで実験開始
12:30 - 21:30 ビームプロファイルの確認に悪戦苦闘
21:47 - 24:00 磁場ターゲットを置いて, g 因子を NaI のみで測定
24:20 - 29:50 磁場ターゲットを置いて, g 因子を PS を加えて測定
測定の途中で磁石が外れた
- 3/1 (Thu.)
7:20 - 8:10 銅板標的を置いて, エネルギーと寿命を測定
8:30 ビームストップ
8:30 - 14:30 放射線チェック, 片付け
14:30 ~ 帰宅

セットアップ:寿命測定

- 1,2 日目にロシアチームの実験装置を標的として測定

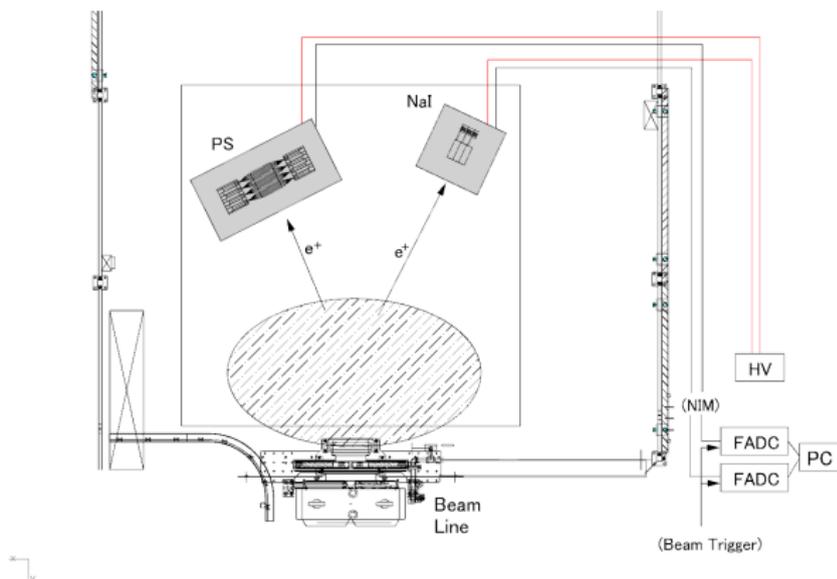


Figure: 寿命測定の設定アップ

セットアップ：エネルギー測定

- 銅板標的をビームライン正面に置き測定
- ビームライン上に設置したターゲットから，斜め後方に検出器を設置

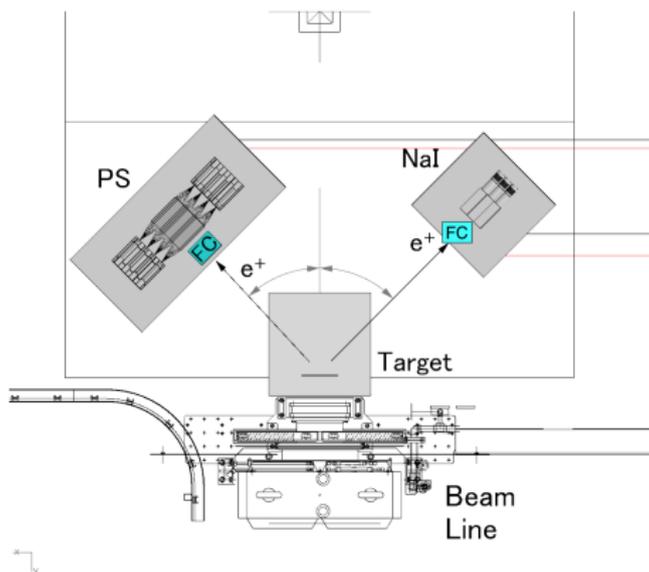


Figure: エネルギー測定の設定アップ

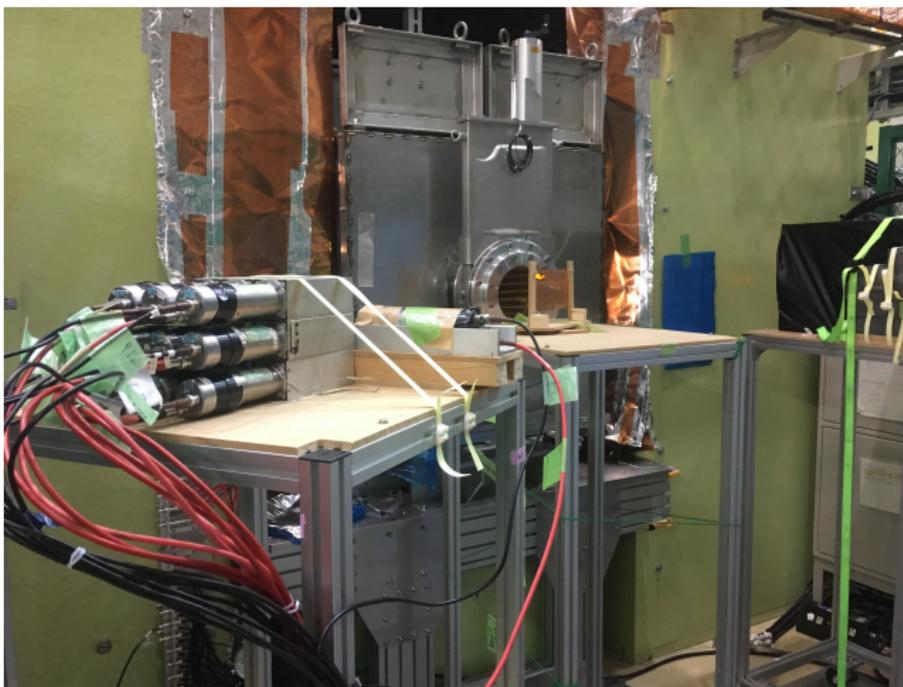


Figure: エネルギー測定の設定アップ (写真)

セットアップ: g 因子測定

- 3 日目にビームライン上に磁場標的を設置
- PS 検出器は磁場発生装置に陽電子が当たらないように配置

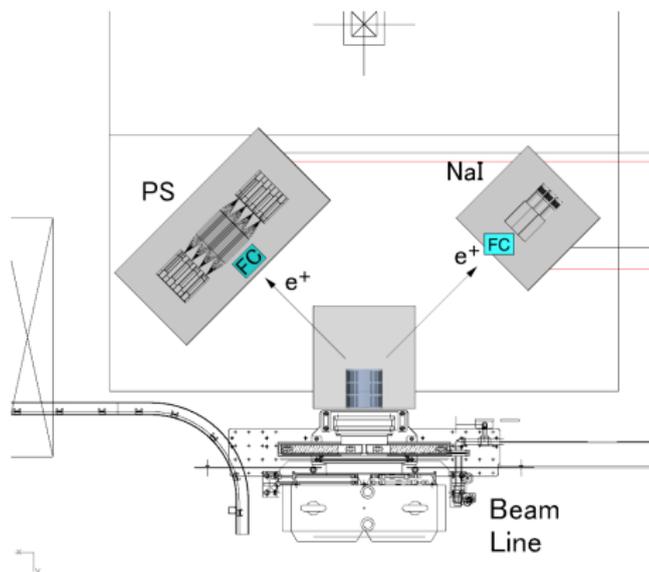


Figure: g 因子測定のセットアップ



Figure: g 因子測定のセットアップ (写真)

回路:Nal

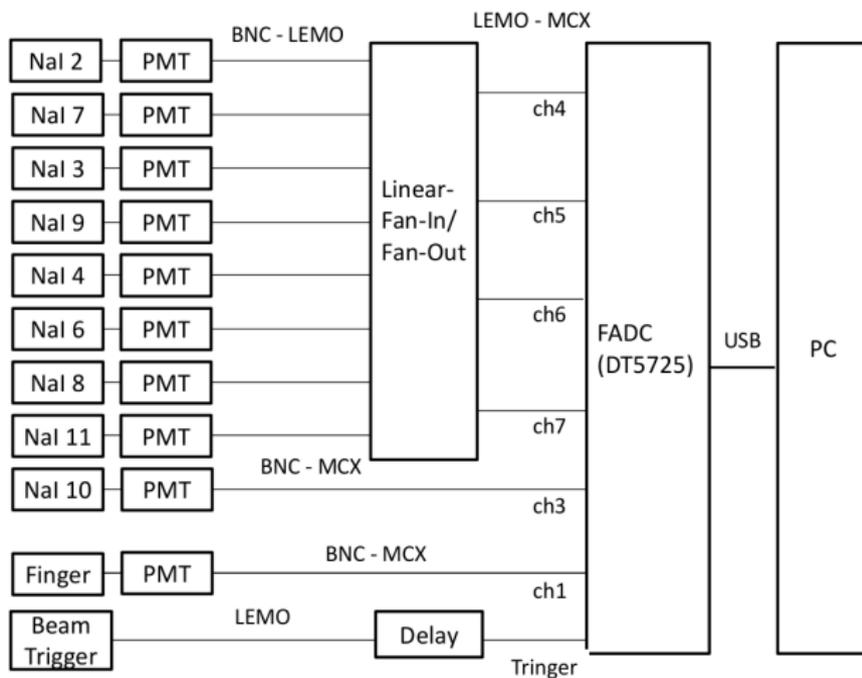


Figure: NaI の回路

回路:PS

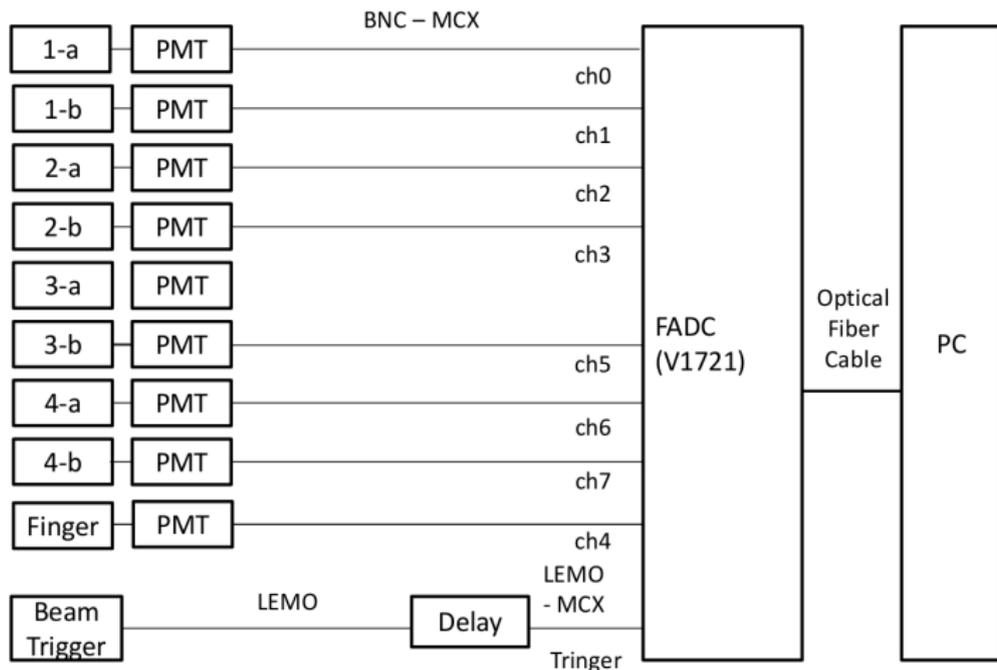


Figure: PS の回路

実験手順

- ① セットアップを調整
- ② ビームエリアの施錠を行い、ビームラインを開放
- ③ ビームライン上のコリメーターを制御することで、
ビーム 1 パルス当たりのレートを調整
また必要な場合はセットアップ調整からやり直した
- ④ FADC でデータテイキング開始

データ (PS)

- PS では寿命測定用に RUN_Life, g 因子測定用に RUN_Main のデータを用いた。

Table: 用いた RUN の情報

	B (G)	Event 数
RUN_Life	—	43502
RUN_Main	53.97	448073

イベントディスプレイ

- PS の threshold を超えた時間を用いてミュオンの寿命と g 因子の fitting を行った
- FADC で実際に得られた 1 イベント分のデータは以下の図の通り
- 丸印は各信号に対してその点を peak とみなしたことを表す

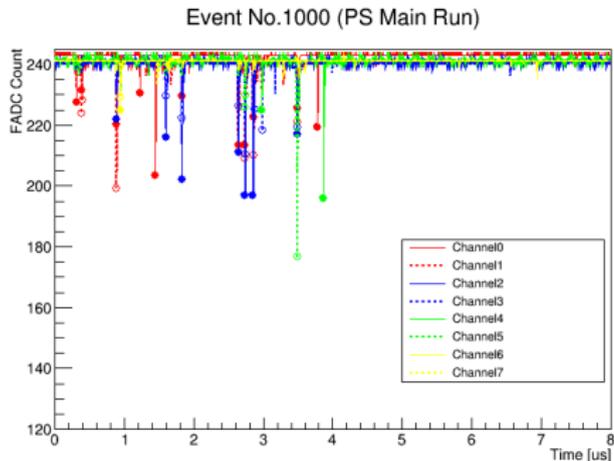


Figure: FADC で得られた波形 (8 ns 全体)

- 先ほどの図の一部を拡大したものが以下の図である
- パイルアップはほとんど見られない
- Threshold を超えた時間情報を各層ごとに平均したものを用いて解析を行った

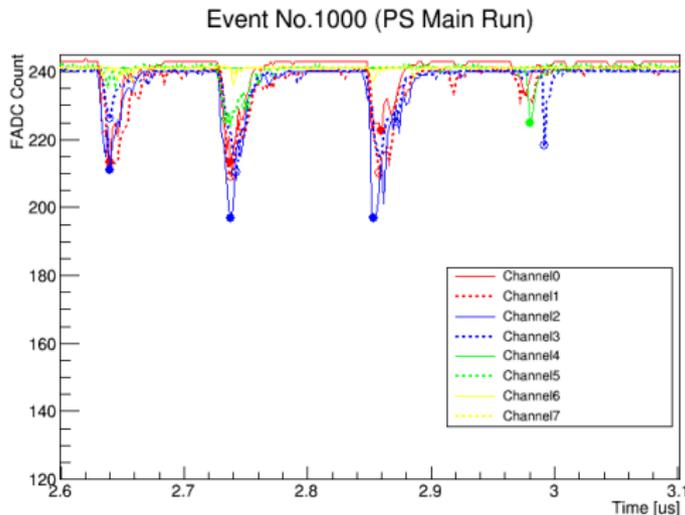


Figure: FADC で得られた波形 (一部拡大)

ミュオン寿命

- ミュオンの寿命について銅板標的を用いたランのデータから解析を行った
- 得られた時間分布は以下の図の通り

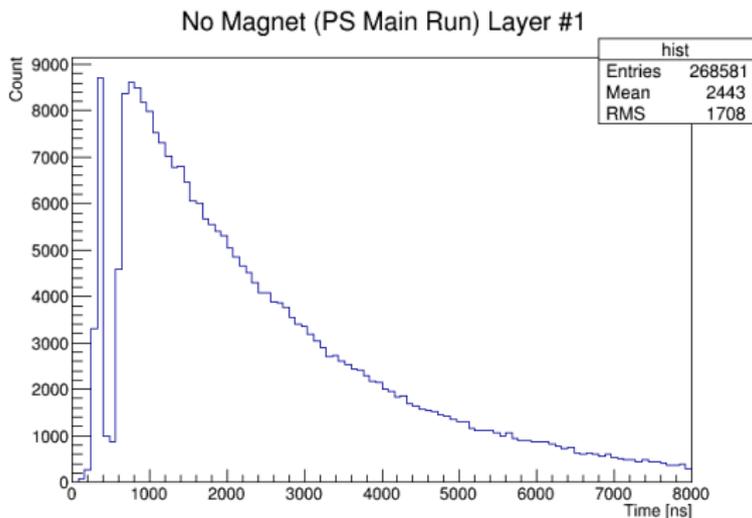


Figure: 磁場がないときの時間分布 (PS 1 層目)

- 1 層目と 4 層目との coincidence をとったもの

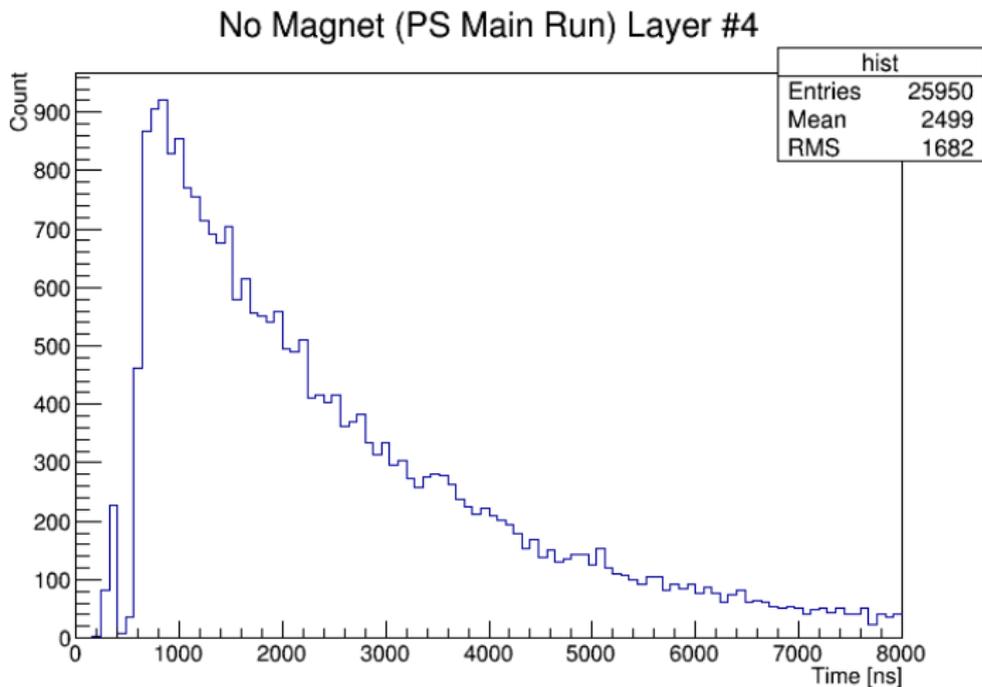


Figure: 磁場がないときの時間分布 (PS 4 層目)

- 以下の寿命の関数を fitting

$$f(t) = A \exp(-t/\tau) + \text{const.}$$

Table: 各層における fitting 結果

用いたデータ	τ [ns]
1 層目	2247 \pm 16
2 層目	2264 \pm 23
4 層目	2150 \pm 46

Lifetime (PS Main Run) Layer #4

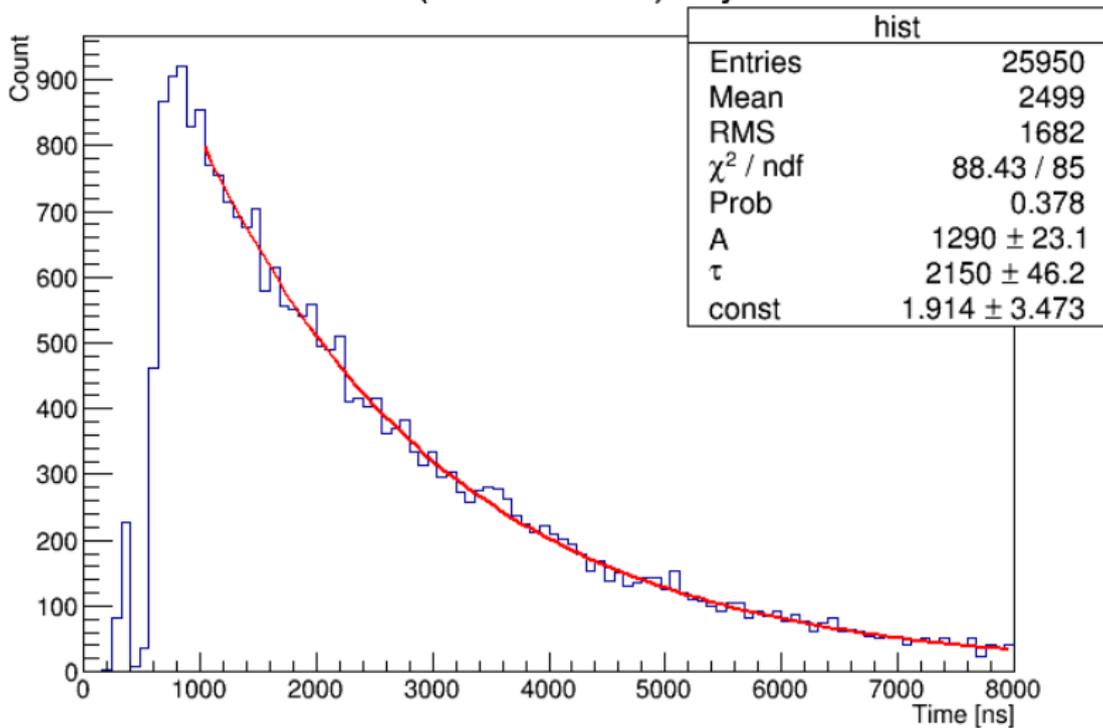


Figure: 寿命 fitting 結果 (PS 4 層目)

g 因子

- ミュオンの g 因子について磁場標的を用いたランのデータを解析を行った
- 得られた時間分布は以下の図の通り

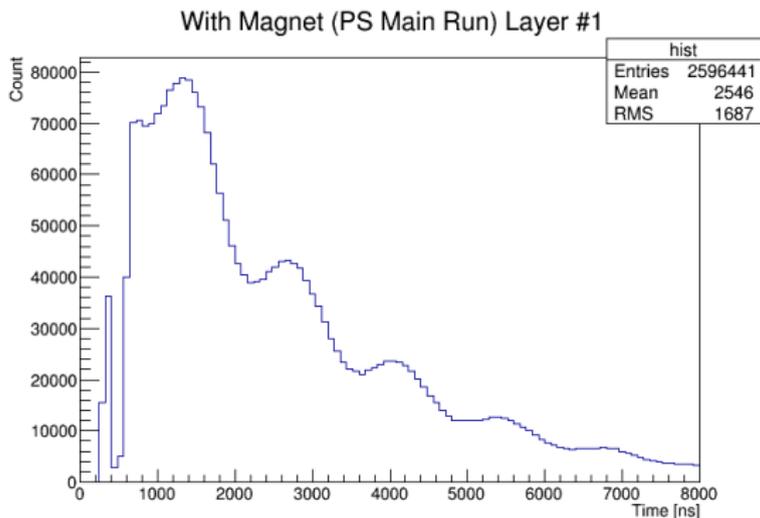


Figure: 磁場があるときの時間分布 (PS 1 層目)

With Magnet (PS Main Run) Layer #4

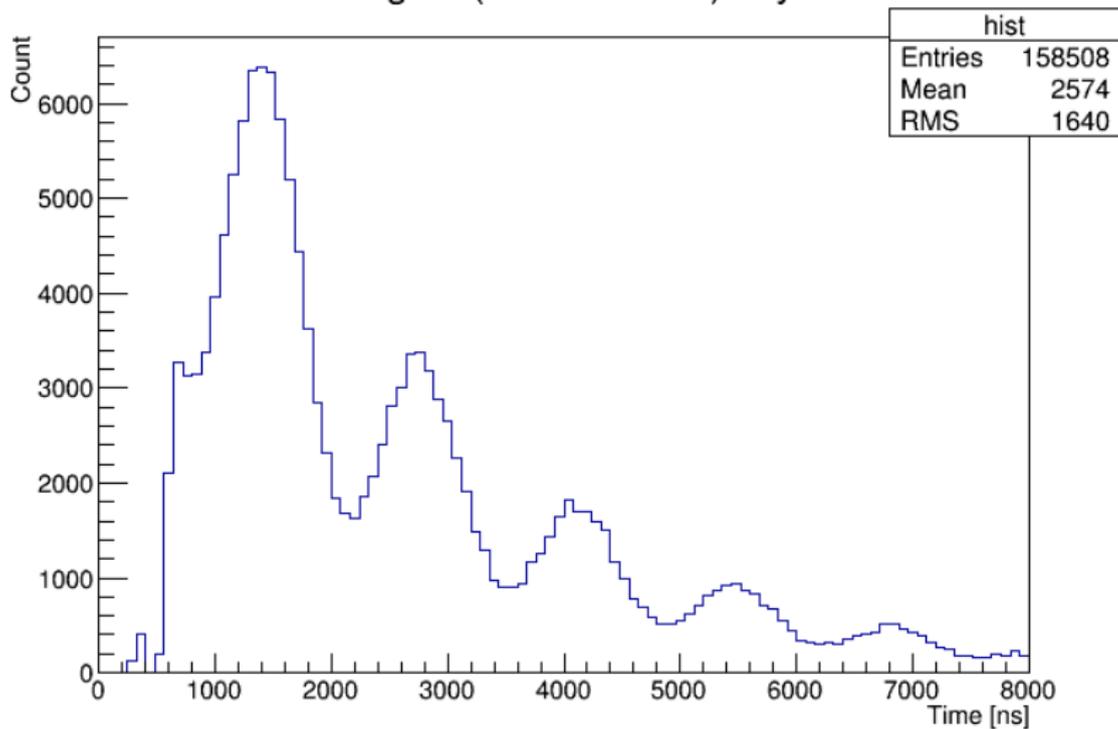


Figure: 磁場があるときの時間分布 (PS 4 層目)

- 以下の関数を fitting

$$g(t) = A \exp(-t/\tau) [1 + B \cos(\omega t + \delta)] + \text{const.}$$

- ただし、磁場は 53.97 Gauss と仮定した

Table: g 因子 fitting 結果

用いたデータ	τ [ns]	ω [$/\mu\text{s}$]	g
1 層目	2268 ± 7	4.624 ± 0.0040	2.013 ± 0.0018
2 層目	2232 ± 9	4.619 ± 0.0040	2.011 ± 0.0017
4 層目	2035 ± 17	4.633 ± 0.0062	2.018 ± 0.0027

g Factor (PS Main Run) Layer #4

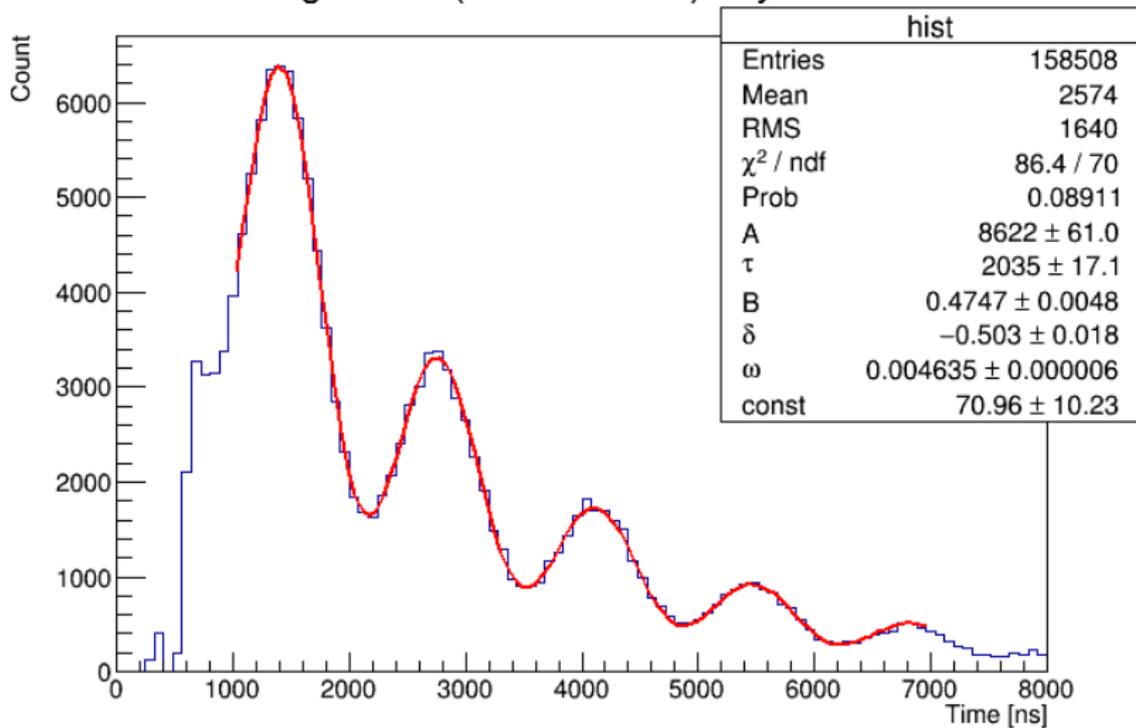


Figure: g 因子 fitting 結果 (PS 4 層目)

系統誤差の考察

- 現在解析に用いている磁場 (53.97 Gauss) は, MLF の三宅さんから頂いた beam profile をもとに加重平均をとったもの
- 重み関数として用いた gaussian の σ_x, σ_y を σ_x は 2.0 から 3.9 まで, σ_y は 1.0 から 2.9 までそれぞれ動かして加重平均磁場の値を求めた
- 最大値は $B_{\max} = 54.4379(\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$ であり, 最小値は $B_{\min} = 53.7561(\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9)$ であった
- 以下, 4 層目のデータを例にとると

Table: 磁場 B と g 因子との関係 ($\omega = 4.635$ [μs])

B [Gauss]	53.76	53.97	54.44
g	2.026	2.018	2.001

- 誤差伝播の式より

$$\delta g = \sqrt{(\delta\omega)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial \omega}\right)^2 + (\delta B)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial B}\right)^2}$$

- $\delta B = 0.008$ Gauss となったので

$$\delta g = 0.0027$$

- 4 層目から求まる g 因子は $g = 2.018 \pm 0.0027_{-0.017}^{+0.008}$
ただし一つ目が統計誤差, 二つ目が beam profile の不定性による系 p 統誤差である

磁石落下について

- g 因子測定メインのラン（およそ5時間程度）の途中で磁石配置が崩れていたことが実験後発覚
- ランのどこで磁場が崩れたかを探索
- g 因子解析で得られた振動数 ω を時間ごとにプロット

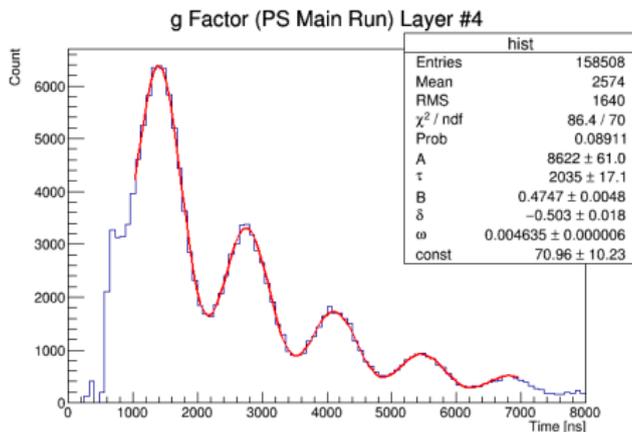
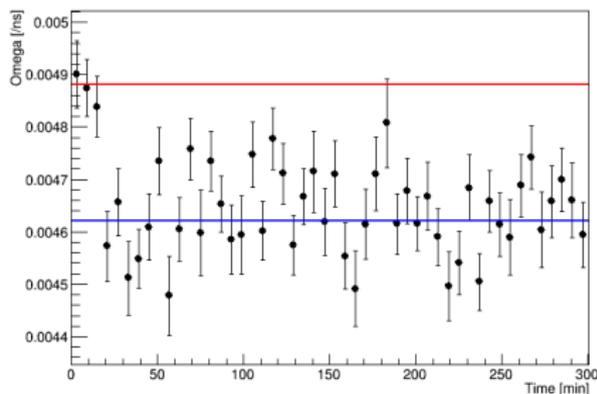


Figure: g 因子 fitting のイメージ

- ω あるいはそれにともなって振動周期も，ランの最初の 20 分前後から値が崩れ始めている
- よって解析にはデータの最初の 20 分間以降を用いた
- 赤線は最初の 8 分のみデータがあったのでそこから得られた値
- 青線は発覚後に改めて取り直したデータから得られた値

The Time Dependence of Omega

Figure: ω の時間変化

The Time Dependence of Cycle

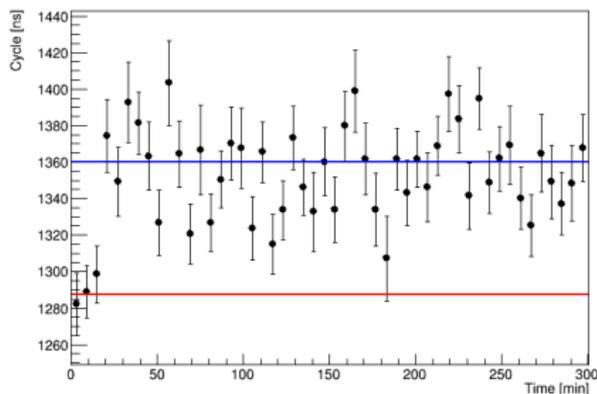


Figure: 振動周期の時間変化

データ (NaI)

- NaI では寿命測定用に RUN15, g 因子測定用に RUN18, RUN19 のデータを用いた。

Table: 用いた RUN の情報

	B	Time [min]	Event 数
RUN15	—	47	71532
RUN18	56.06	75	113584
RUN19	53.97	297	446578

- 以下は磁場なしと磁場ありの場合の時間分布

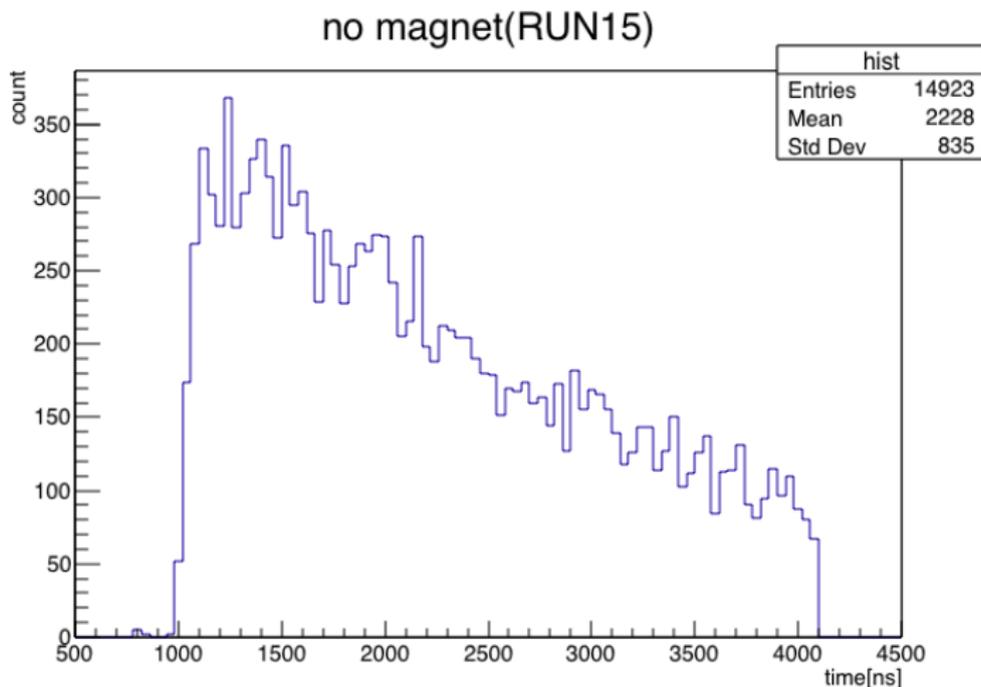


Figure: 磁場がないときの時間分布

with magnet(RUN18)

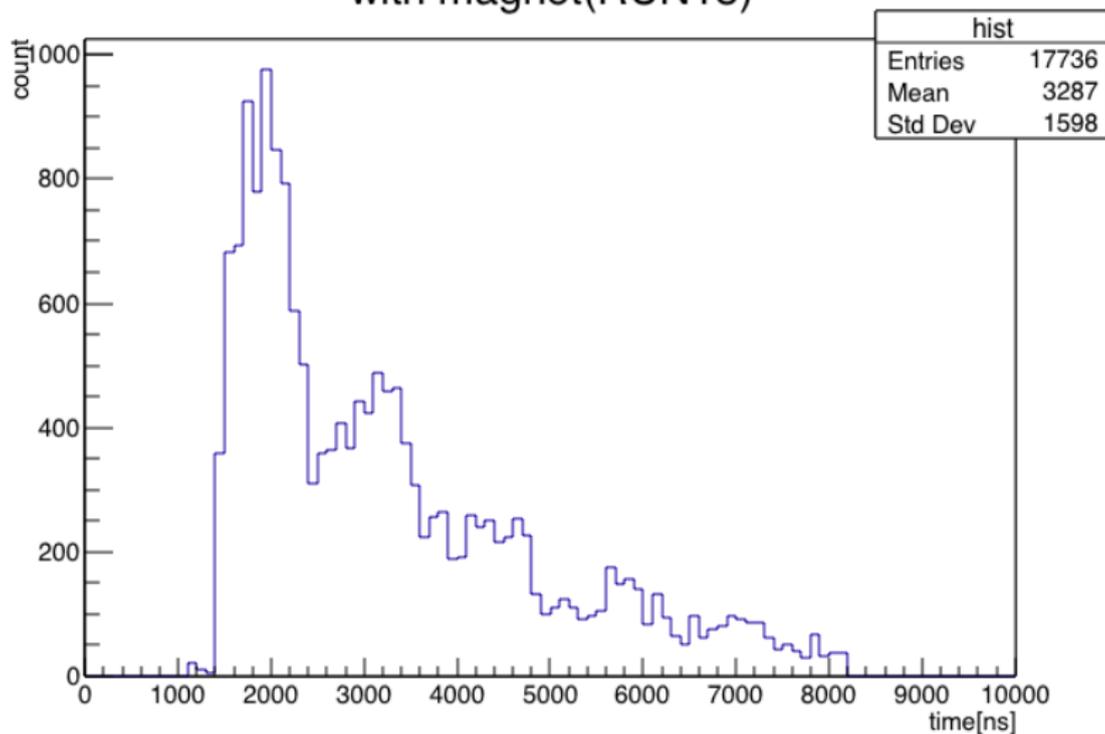


Figure: 磁場があるときの時間分布 (RUN18)

with magnet(RUN19)

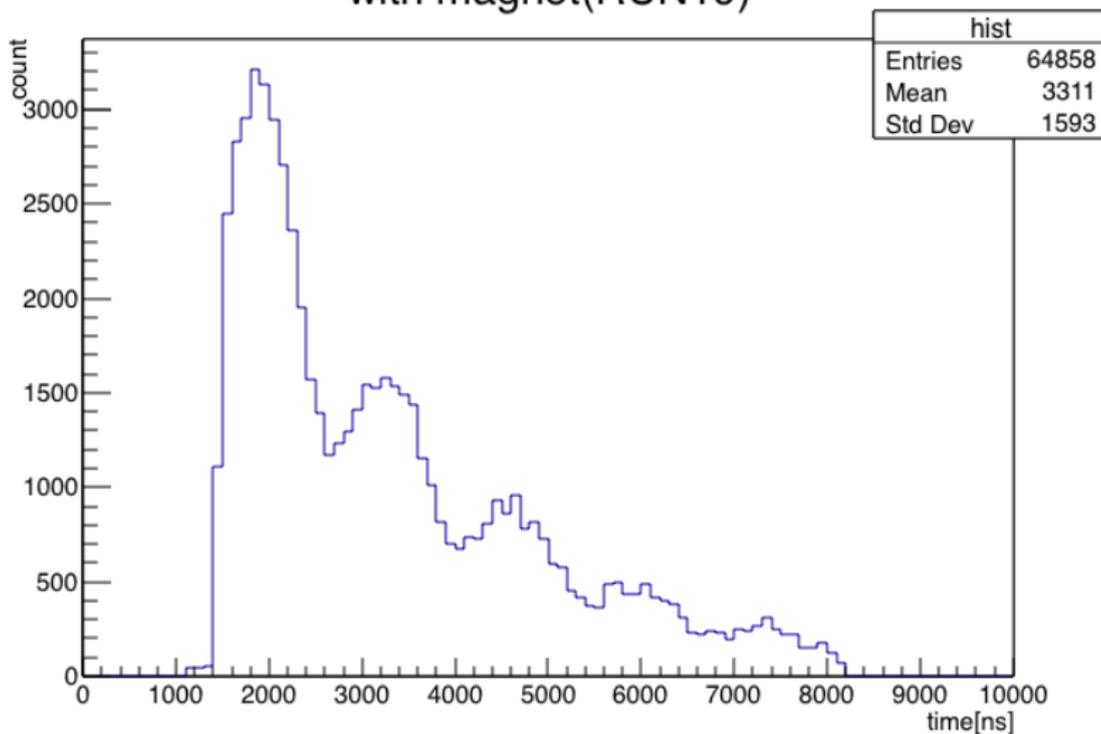


Figure: 磁場があるときの時間分布 (RUN19)

Peak に対する一定の高さの比を時間とした時の解析

- Peak に対する一定の高さの比 (50%) を時間として用いて寿命と g 因子の fitting を行った
- この場合 TQ 補正は不要
- 低エネルギーでは時間分解能が悪いので 5MeV より高いエネルギーを利用

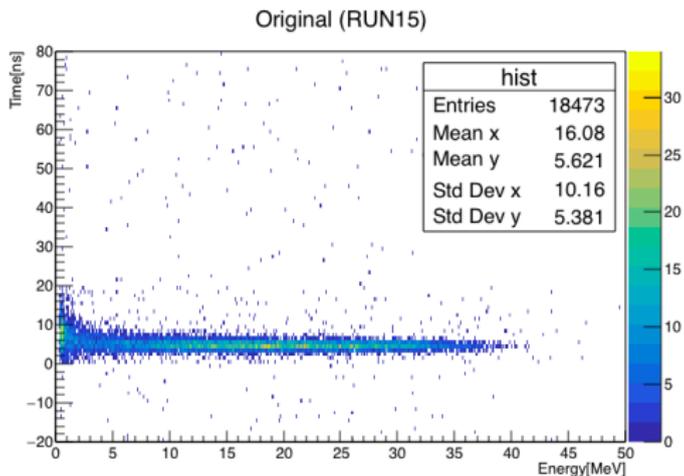
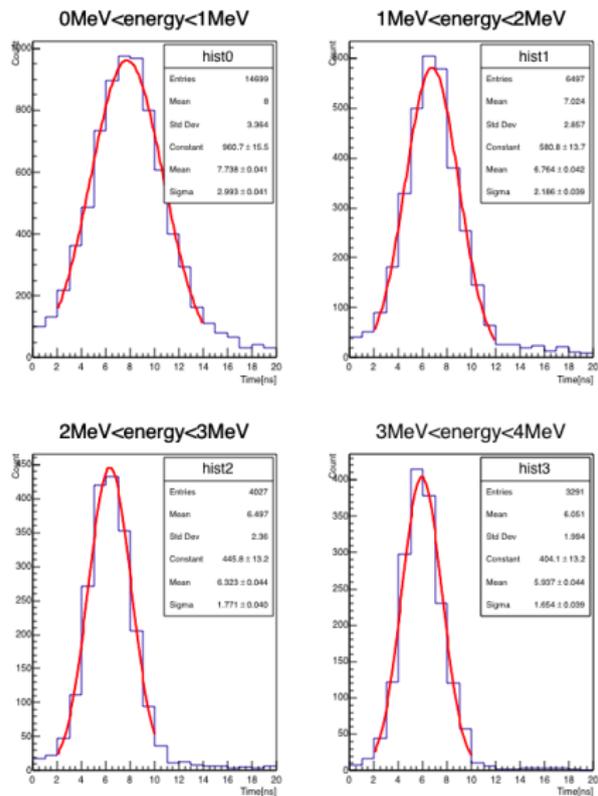


Figure: 中心の Nal と finger counter の時間差



time resolution

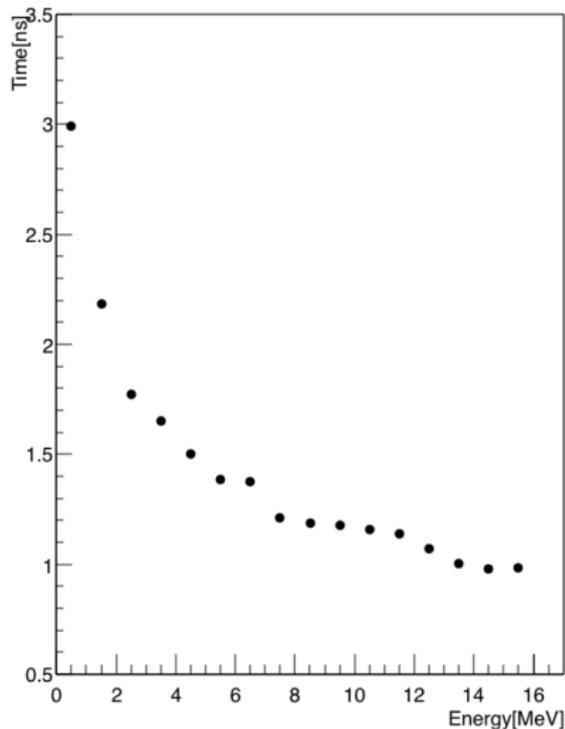


Figure: 1MeV 毎に時間分解能をプロット

- 寿命の式を fitting すると,

$$f(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C$$

$$\tau = 2.184 \pm 0.052 \quad [\mu\text{s}]$$

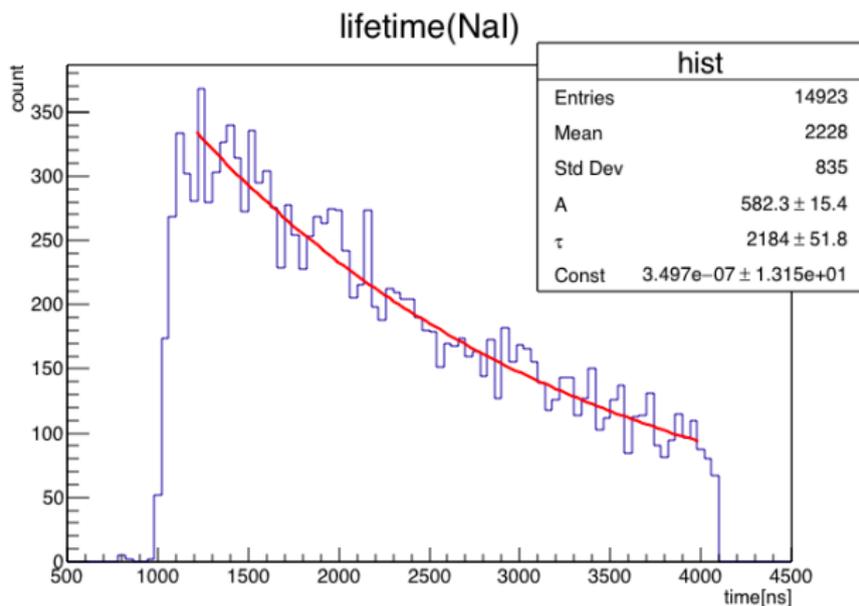


Figure: 寿命 fitting

g 因子

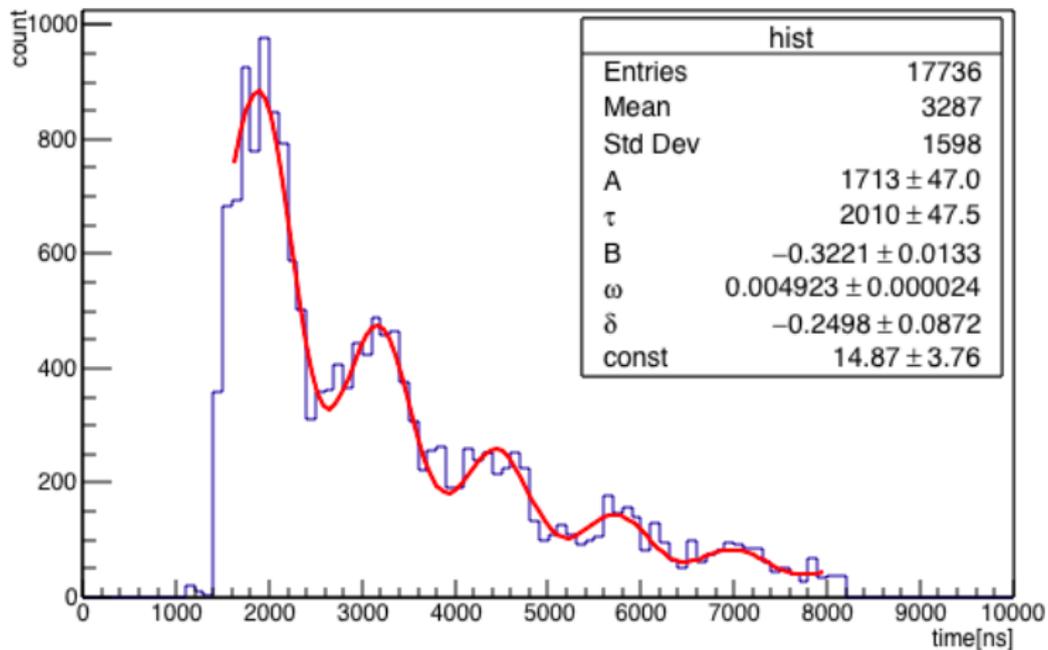
- 以下の g 因子の関数を fitting

$$g(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \{1 + B \cos(\omega t + \delta)\} + C$$

Table: fitting で得た RUN18 と RUN19 の ω と g 因子

	τ [μs]	ω [$1/\mu s$]	g
RUN18	2.010 ± 0.048	4.923 ± 0.024	2.086 ± 0.010
RUN19	2.126 ± 0.030	4.630 ± 0.015	2.038 ± 0.007

gfactor(Nal:RUN18)

Figure: RUN18 を用いた g 因子の fitting

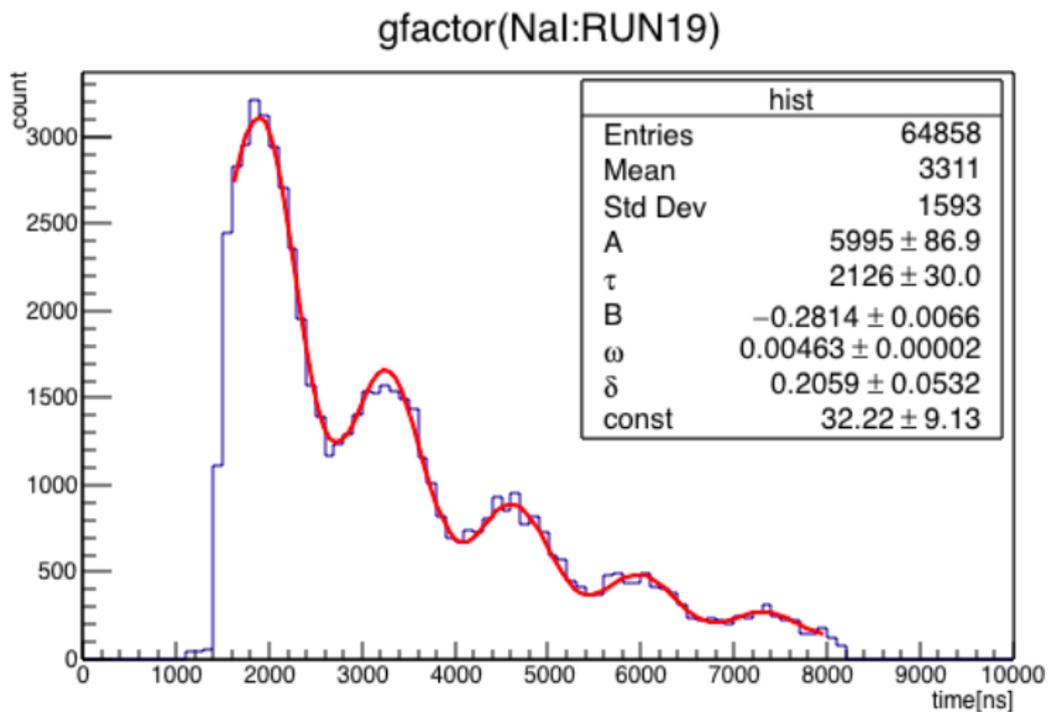


Figure: RUN19 を用いた g 因子の fitting

磁場による系統誤差

- PS の時と同様にビームの σ_x, σ_y を動かして加重平均磁場の最大値と最小値を求めた

Table: σ_x, σ_y を動かした時の最大磁場と最小磁場

	B_{max}	B_{min}
RUN18	56.58 ($\sigma_x = 3.3, \sigma_y = 1.0$)	55.82 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9$)
RUN19	54.44 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0$)	53.76 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0$)

- 磁場が最大・最小のときの g 因子は, (B は beam profile の値)

Table: 磁場 B と g 因子との関係

	B_{max}	B	B_{min}
RUN18	2.066	2.086	2.095
RUN19	2.020	2.038	2.046

- 磁場の誤差を考慮すると誤差伝播の式より,

Table: 磁場による g 因子の誤差の伝播

	δB	σ_B
RUN18	0.08	0.011
RUN19	0.08	0.007

- RUN18 と RUN19 の g 因子をまとめると

Table: g 因子の誤差のまとめ

	g
RUN18	$2.086 \pm 0.011^{+0.009}_{-0.020}$
RUN19	$2.038 \pm 0.007^{+0.008}_{-0.018}$

Nal と PS との位相差

- Nal と PS との g 因子 fitting 結果から \cos 振動の初期位相に注目する
- これら二つの位相差は物理的セットアップに起因するものであるはず
- 直接ビームラインからやってくる高速粒子による初めの小さなピークをそろえることで位相差を求め、現実のセットアップとの整合性を確認した

Table: 各検出器の初期位相

検出器	初期位相 δ
Nal	-0.54 ± 0.04
PS	1.08 ± 0.02

- 位相差は $1.62 \pm 0.06 \sim \pi/2$ であり、セットアップの角度 $\sim 87^\circ$ と整合している

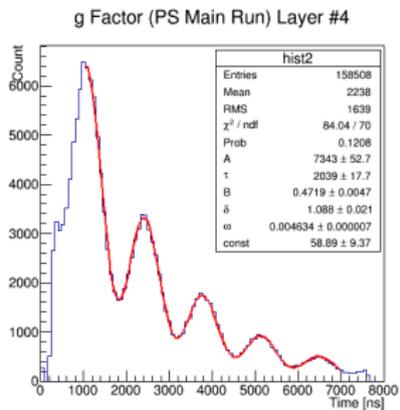
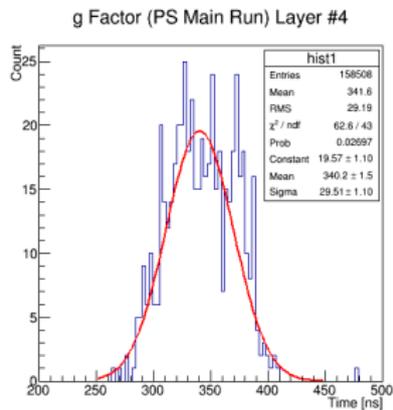
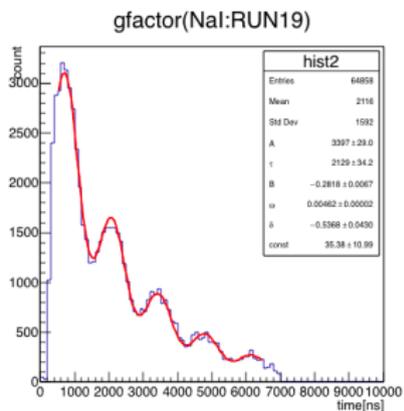
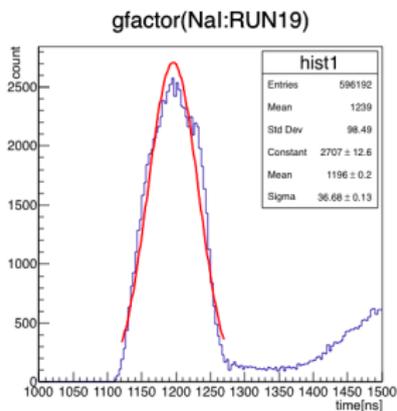


Figure: 各検出器の時間原点探索と原点を合わせた後の時間分布

波形解析の概要

- NaI の減衰時間は長くパイルアップが起こる
- FADC の実際に起こるデータにはノイズが多い
- エネルギーと時間情報を抽出したい

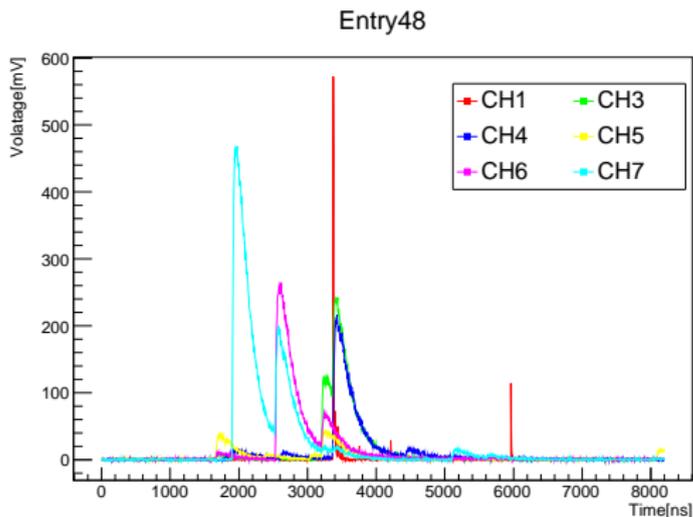


Figure: 得られる波形データ

解析の流れ

- 各チャンネルごとの解析
 - ノイズの処理・ピークの解析
 - 波形データの取得・波形の外挿
- パルス毎のデータの解析
 - Finger Counter とのコインシデンス
- 抽出データの解析
 - 寿命・g 因子の解析
 - ミシエルパラメタの解析

ノイズの処理

- 小さな周期で変動している信号がある
 - データを平滑化することで抑えられる
 - 9 サンプリング毎の平均を使う (SMA)
- 残ったわずかな変動はピークとして拾わないようにする

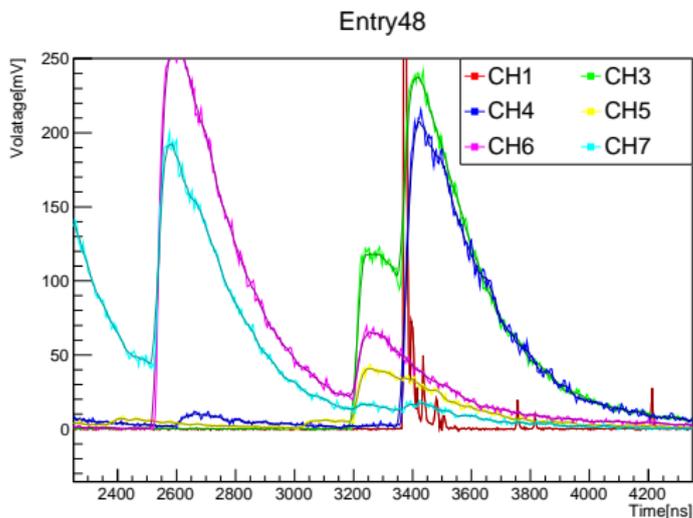


Figure: 平滑化された波形データ

ピークの検出

- ピークが無い領域での最低レベルからしきい値を超えたらピークの開始
- ピークの最大値からしきい値を切ったらピークの終了
 - しきい値をノイズより十分に大きくとればノイズを刈り取れる
 - 極端な低エネルギーのデータは測定できなくなる

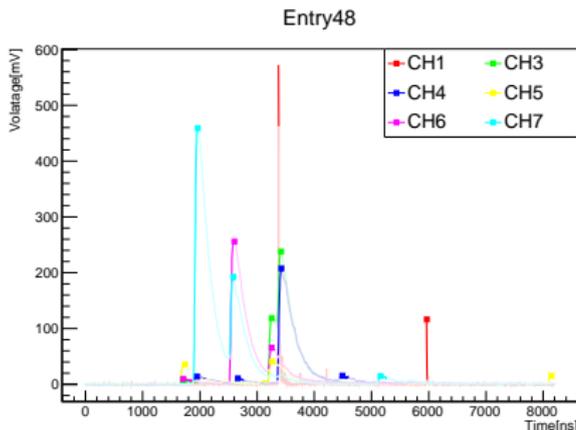


Figure: Peak 検出の様子

パイルアップイベントの解析

- パイルアップイベントを利用するための波形データの外挿
- パイルアップしていないイベントの波形データの解析
 - ピークの後ろの波形データを指数関数 Fitting する
 - ノイズが大きい物を弾くため Fitting の p 値が 5%以下は捨てた

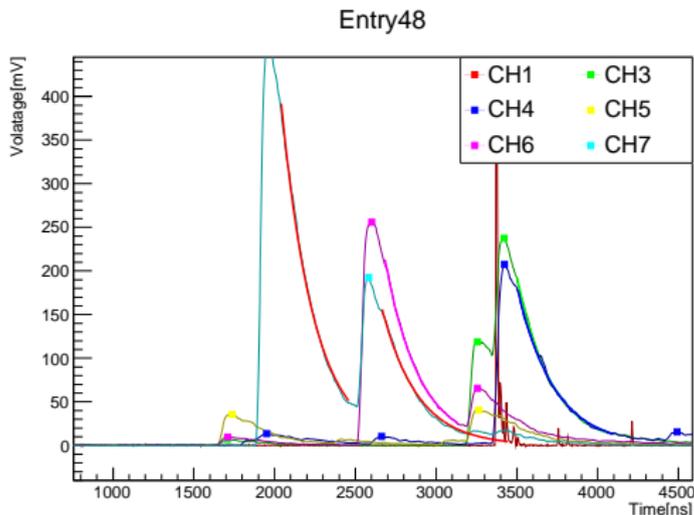


Figure: Fittingの様子

減衰時間の測定結果

- 各チャンネルごとに以下のような結果が得られた
- 複数の NaI を合成しているためそれぞれの特性の違いで二峰のデータが存在する
- 外挿する際に判別不能なため平均を利用した

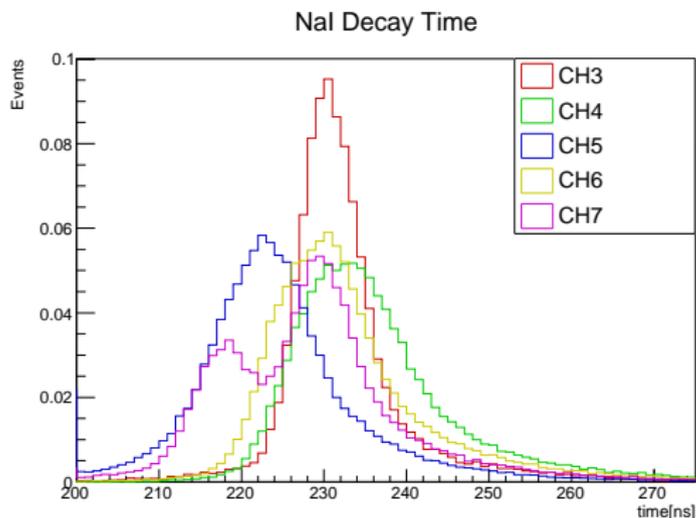


Figure: 減衰時間のヒストグラム

各チャンネルの減衰時間

- 各チャンネルごとに以下のような結果が得られた

Table: 各 CH における減衰時間

チャンネル番号	減衰時間 (ns)
3	232.6
4	236.7
5	224.2
6	233.4
7	228.6

各チャンネル単位の波形解析

- ピークの領域を改めてピークの減衰が終わるまでと再定義した
- パイルアップを処理した波形を使ってデータを抽出した
 - ピーク中の測定点の積算+外挿波形の積算を元にエネルギー値
 - ピーク値の50%を超えたところを時間情報とした

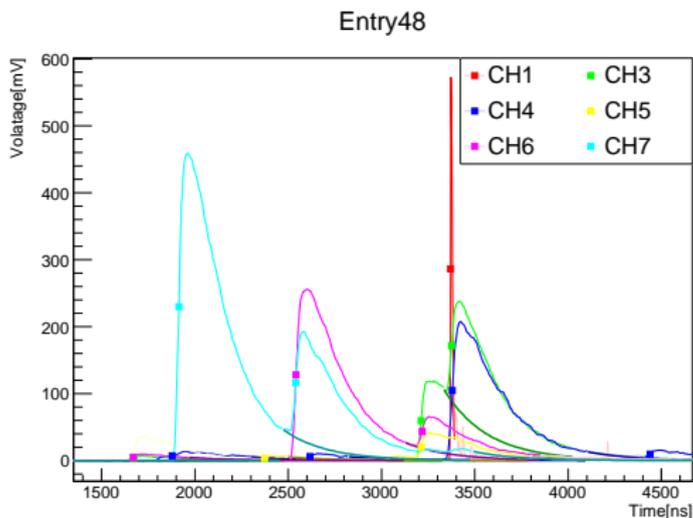


Figure: 完成した波形解析の様子

FingerCounter データの取り出し

- Finger Counter はしきい値を超えたものを
- ピークの 50% を時間タイミングとして取り出した
- その信号がなった 20ns 間に入った各 CH の値を利用した

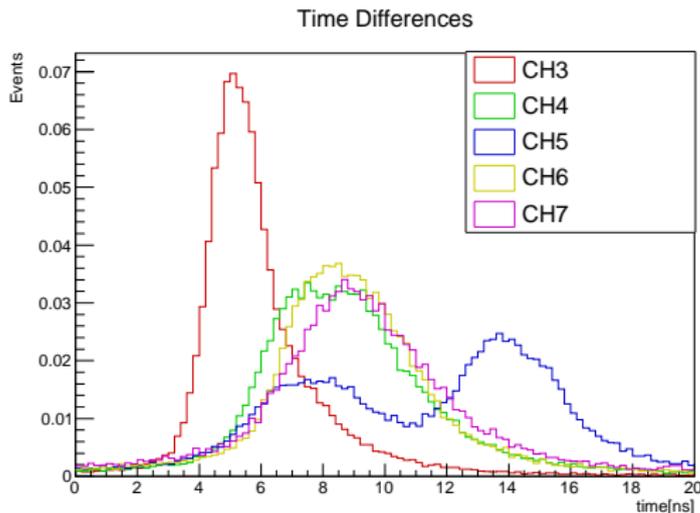


Figure: FingerCounter と NaI 信号の時間差

バックグラウンド除去イベントセレクション

- Finger との Coincidence をとっただけだといろいろな角度からくるバックグラウンドが存在する
 - 中心の NaI に入るエネルギーが全体の半分を満たすものを選んだ
- 解析ノイズ等から考えられるノイズが低エネルギーに残っている

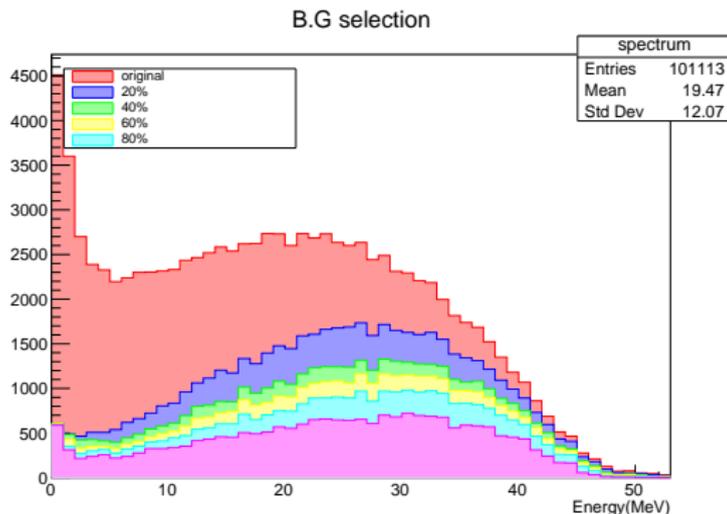


Figure: セレクション前後の様子

スピン平均のイベントセレクション

- ミュオンの寿命 τ は既知として $\exp(t/\tau)$ で重み付けを行うと
- スピンの向きに由来する情報のみを取り出せる
- 方向の平均を取るためちょうど3周期分の時間だけとりだした

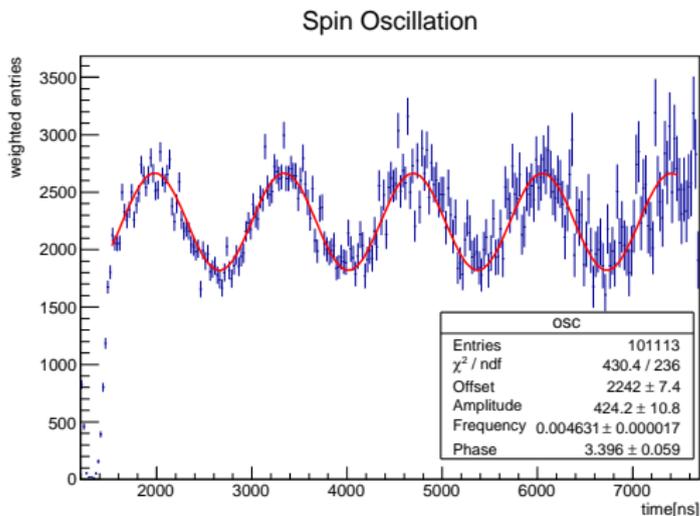


Figure: 重み付けした時間変化の様子

カロリメータのエネルギー応答

- 主に光子に由来する電磁シャワーのリークが起こるため低エネルギーへと推移する
- 検出器の挙動をシミュレーション (Geant4) する
- シミュレーションを元にエネルギーデータを再構成する行列をつくる

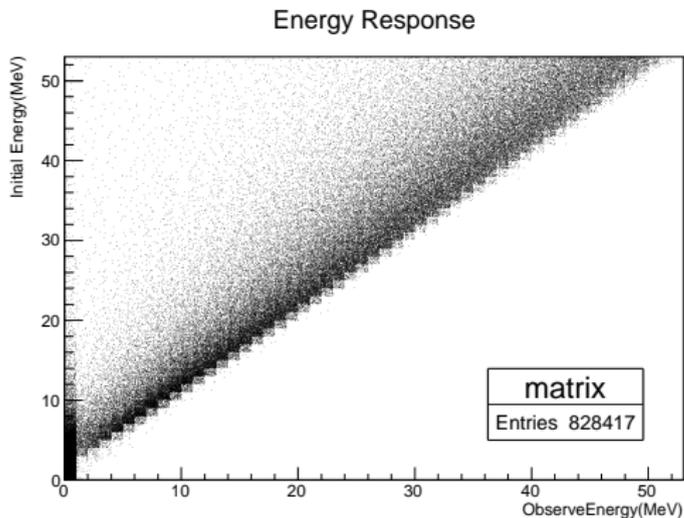


Figure: 入射エネルギーと測定エネルギーの関係

エネルギー再構成行列

- エネルギー再構成行列 M は $E' = ME$ を満たす.
 - E : 入射エネルギーの測定データ点ベクトル
 - E' : 観測エネルギーの測定データ点ベクトル
- $f(x) = a_i g_i(x)$ の最小二乗法 $\operatorname{argmin}_a (\|Ga - y\|)$
 - Fitting の関数に再構成行列をかけ $\operatorname{argmin}_a (\|MGa - y\|)$ と修正
 - それ以外は通常 of 最小二乗法と同じように行った
- 外れ値の処理
 - 正規分布に従わない擾乱項があると Fitting が大きく左右される
 - M 推定 (Robust 推定) を用いて外れ値は外した

ミシエルパラメタの Fitting

- $f(x) = p_0(3 - \frac{3}{E_{max}}x) + \frac{2}{3}p_1(\frac{4}{E_{max}}x - 3)$
- バックグラウンドとして $f_0(x) = p_2 + p_3x$ を仮定した.
- 統計誤差 ($\delta p_0, \delta p_1$) は Fitting の各測定点からの誤差伝播より求めた
- ミシエルパラメタは $\rho = \frac{p_1}{p_0} \pm \frac{1}{p_0} \sqrt{\delta p_1^2 + \frac{p_1^2}{p_0^2} \delta p_0^2}$
- 測定結果より $\rho = 0.663 \pm 0.023$ である.

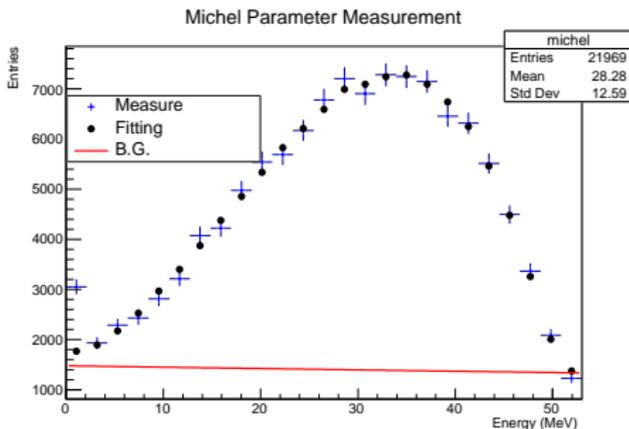


Figure: ミシエルパラメタの測定

較正係数による系統誤差

- ミシェルパラメタは高エネルギーの変化に鋭敏なため、較正係数の変化に敏感である
- 想定される誤差の範囲 (10%) で動かして Fitting の χ^2 が最小 χ^2_{min} の時を測定値とした
- 1σ の誤差である $\chi^2_{min} + 1$ となる Fitting の係数を系統誤差とした。
- $\chi^2_{min} + 1$ となる ρ の値は上が 0.801, 下が 0.617 となった。
- 系統誤差は以上の内より大きい幅である方を用い 0.138 とした

Table: Fitting 結果

p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
3.092	0.011	4.665	0.128	1476.440	0.158	-2.660	0.011

結論

- 以上の測定結果より $\rho = 0.663 \pm 0.023 \pm 0.138$ を得た.
- $\rho = 0.75$ すなわち 4 点相互作用はベクトルカレント型相互作用と考えられる.

まとめ

Table: 結果

	$\tau(\text{ns})$	g	ρ
PS	2.150 ± 0.046	$2.018 \pm 0.0027^{+0.008}_{-0.017}$	-
Nal	2.184 ± 0.052	$2.038 \pm 0.007^{+0.008}_{-0.018}$	$0.663 \pm 0.023 \pm 0.138$

セレクションの系統誤差

- 大体 ± 0.2 の範囲内には収まっている.
- 較正の系統誤差に比べると 1 桁小さい.

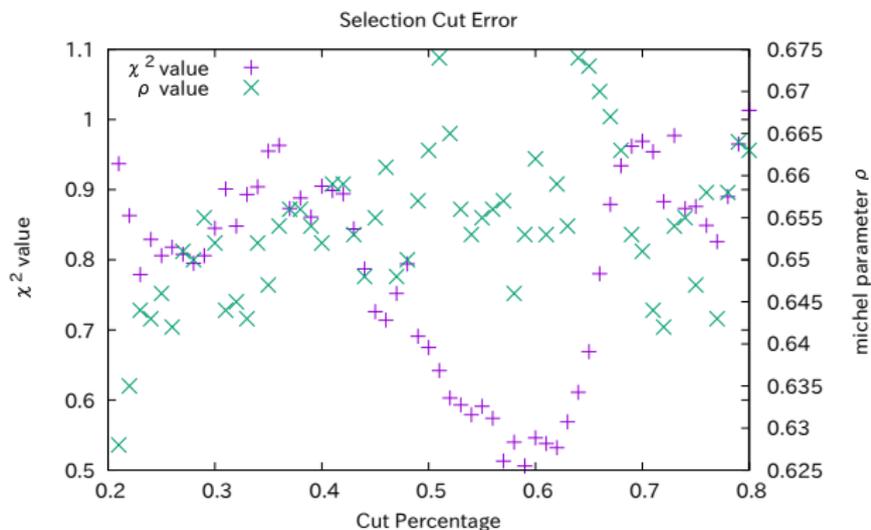


Figure: セレクション範囲の変化による Fitting の変動

較正の系統誤差

- ρ の値が単調に増大している

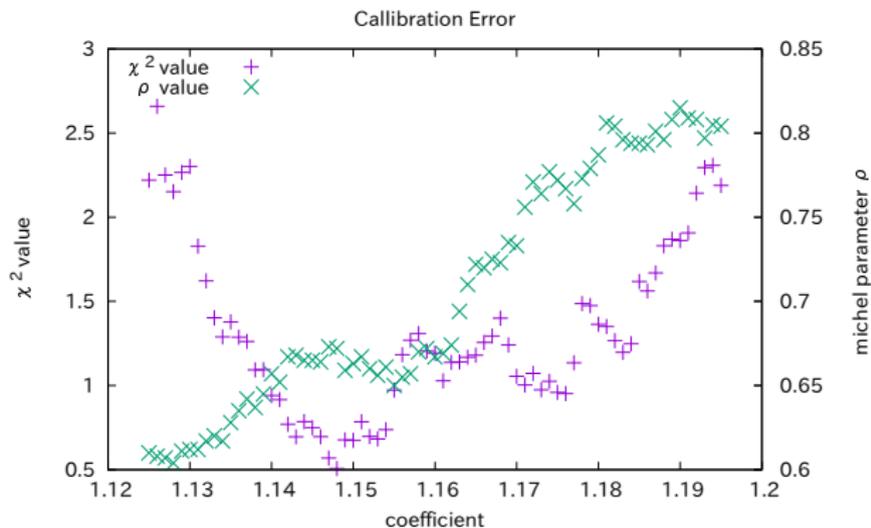


Figure: 較正の変化による Fitting の変動

τ の Fitting 範囲について

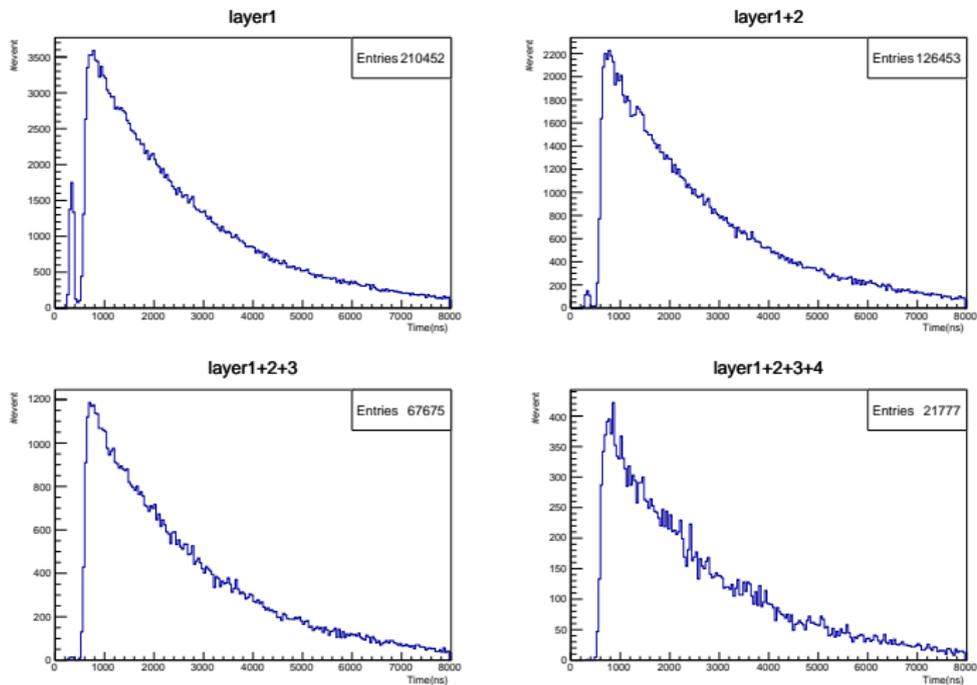


Figure: 層で coincidence を取った peakttime

τ の Fitting 範囲について

Table: Fitting 範囲を変えた時の τ の結果

範囲	τ [ns]	χ^2/ndf
750~3150	2268 ± 21	59.1/58
3150~5550	2176 ± 32	41.1/58
5550~7950	2139 ± 53	63.6/58
750~7950	2225 ± 6.8	175.3/178
2500~7950	2213 ± 16	136.4/135

- 元のデータは銅板ターゲットを置いた時のもので、1層目と2層目の coincidence を取ったヒストグラム
- 崩壊時間の早い部分では信号のレートが高く、peak search の veto 時間によって peaktime がずれているまたは peak を検出し損ねている可能性あり
- よって、fit 範囲は 2500~7950 のとした

τ の Fitting 範囲について

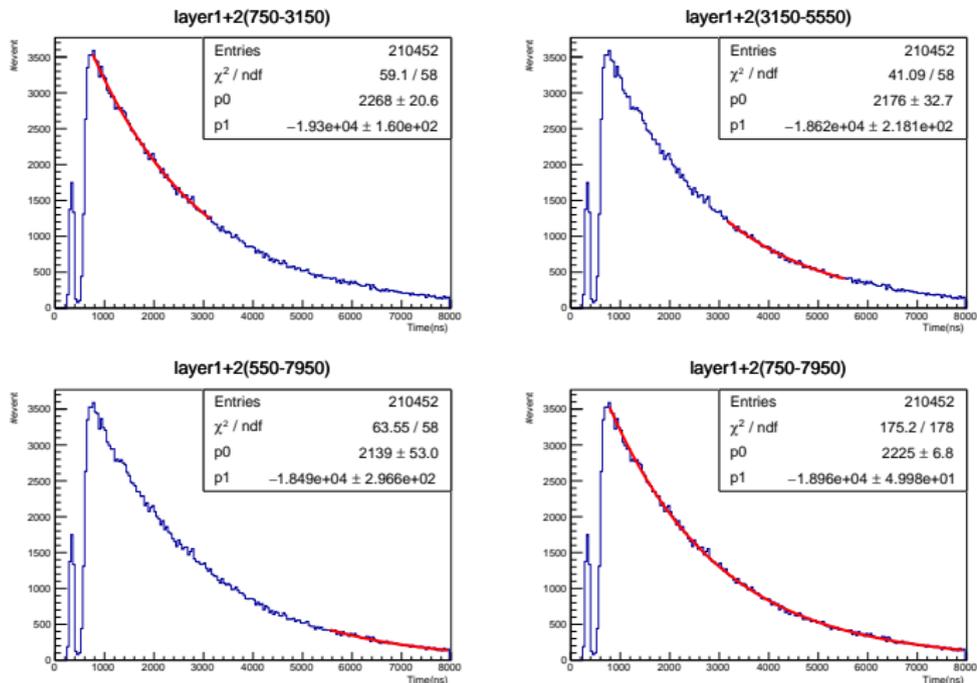


Figure: fit 範囲を変えて Fitting した結果

τ の Fitting (全層 coincidence)

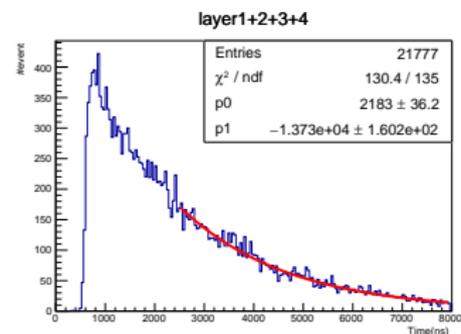
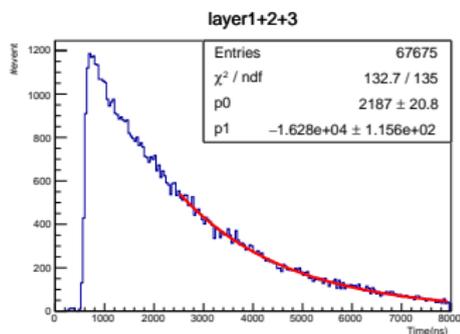
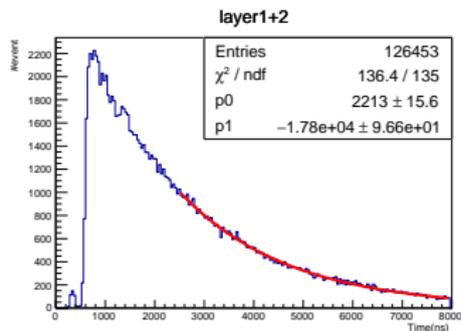
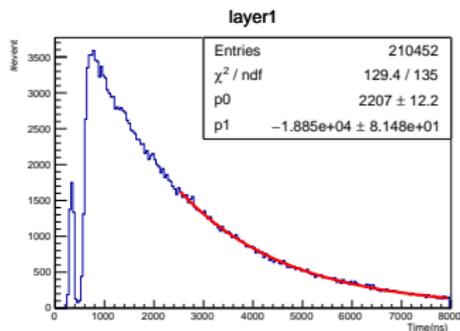


Figure: 層で coincidence を取った peakttime

g (4層までの coincidence)Table: τ の fit 結果

layer	τ (ns)
1	2207 ± 12
1+2	2213 ± 16
1+2+3	2187 ± 21
1+2+3+4	2183 ± 36

g (4層までの coincidence)

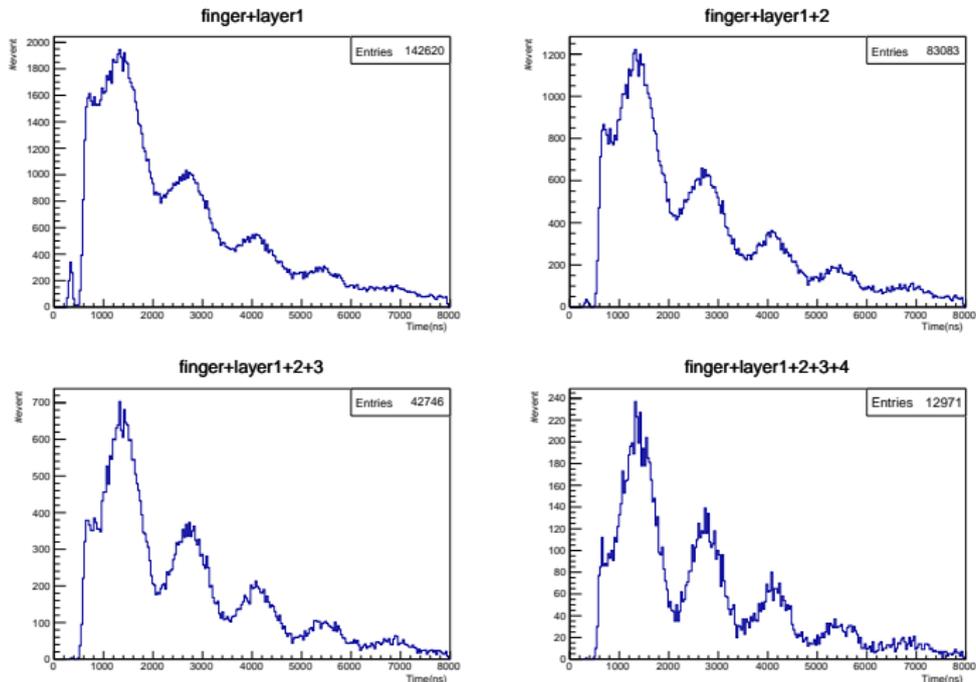


Figure: 層で coincidence を取った peakttime(g 因子)

g (4層までの coincidence)Table: g の計算結果

layer	g
1	$2.0059 \pm 0.0018 \pm 0.0017$
1+2	$2.0069 \pm 0.0017 \pm 0.0017$
1+2+3	$2.0106 \pm 0.0017 \pm 0.0017$
1+2+3+4	$2.0143 \pm 0.0023 \pm 0.0017$

- データは main の RUN の後半のもの ($B = 53.97$ G)
- Finger と 1 層目と 2 層目の coincidence を取ったデータに対する値を採用
- Finger を要求しているのでレートは問題ないと考え、fit 範囲は 1000 ~ 7500 とした
- 系統誤差は、磁場の加重平均の sigma を変えた時の磁場の誤差 (0.45 G) を伝搬させたもの

g の Fitting (4層までの coincidence)

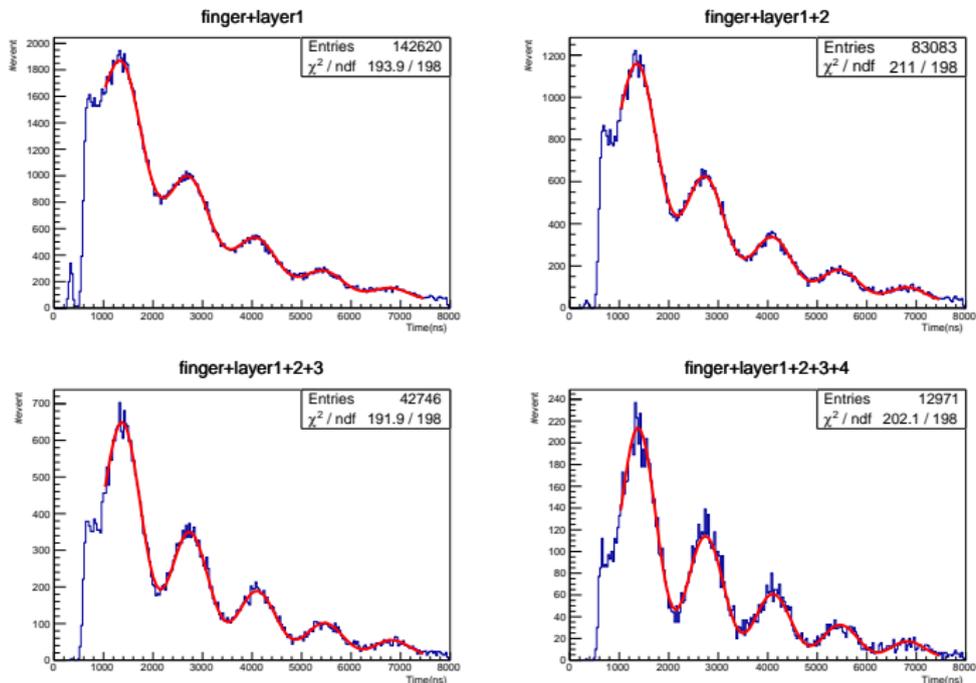


Figure: 層で coincidence を取った peakttime(g 因子)

peak search と event select について

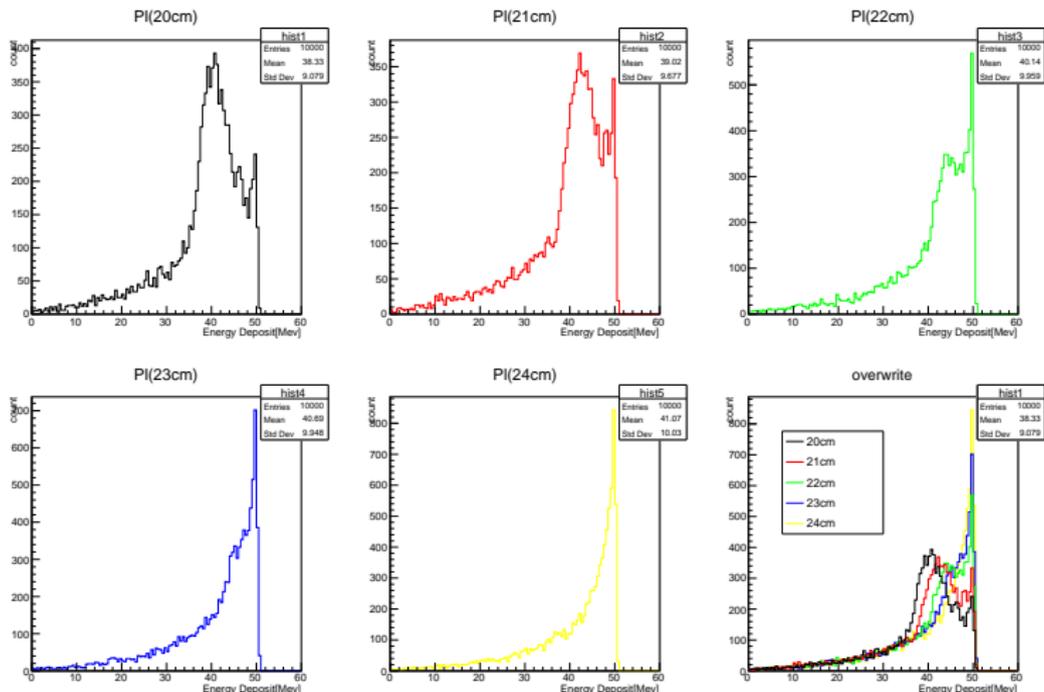
- 各 ch 毎に、固定スレシヨルドを越えた点の時間を peaktime とした
- peaktime から 40ns は veto 時間とした
- まず、層ごとで両側の coincidence を取った
- 次に、1 層目から順に層の coincidence を取った
- これは、宇宙線や環境放射線などの background と PMT のノイズによる立ち上がりを除くため
- g 因子測定では、立体角をより制限するために Finger との coincidence も要求した
- エネルギー測定については、Finger と 1 層目の両読みを要求した

Michel パラメータの推定 (PS でのエネルギー測定)

- ミュオンのスピン軸と陽電子 (検出器中心) の角度は、 $\theta = 45^\circ$
- Finger で落としたエネルギーは、ざっくり 1.5MeV として足してある。
- PS では、電磁シャワーの漏れが大きいため、分布は低エネルギー側に偏る
- fitting 関数を、シミュレーションの結果 (次ページ) をもとに求めることはできる...? (やってない)

PS 検出器の体積シミュレーション

奥行き 24cm 程度で 50MeV の陽電子のエネルギーがほとんど落ちる



michel パラメータの推定 (PS でのエネルギー測定)

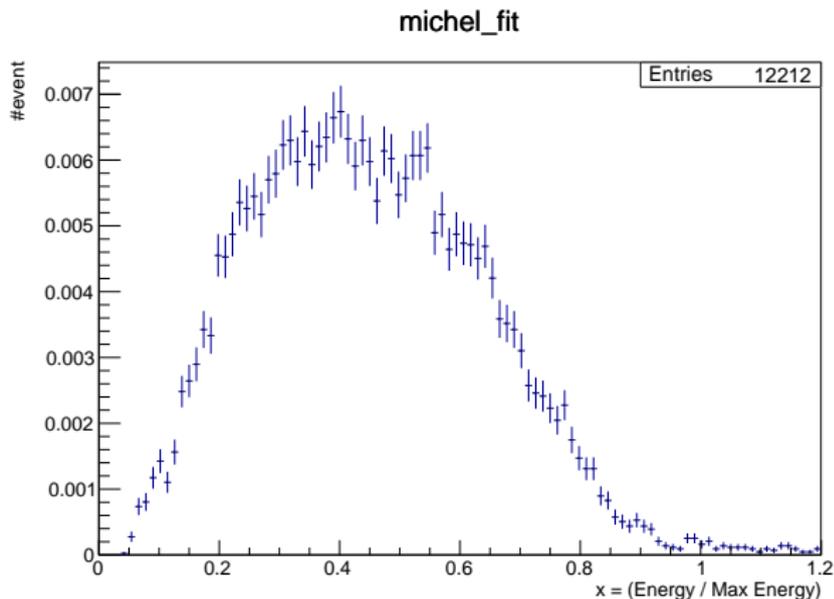


Figure: エネルギー分布 (出してみただけ)

磁場の時間変化

- RUN19 の途中で磁石が外れてしまったため、以下の図と先ほどの PS の情報をもとに RUN19 は 20 分後からのデータを使用

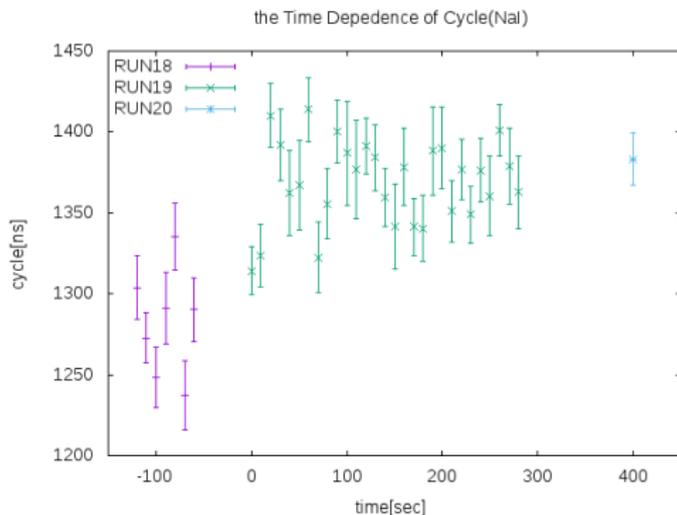


Figure: 周期の時間変化

固定 threshold を用いた解析

- 固定 threshold を用いた場合は TQ 補正が必要

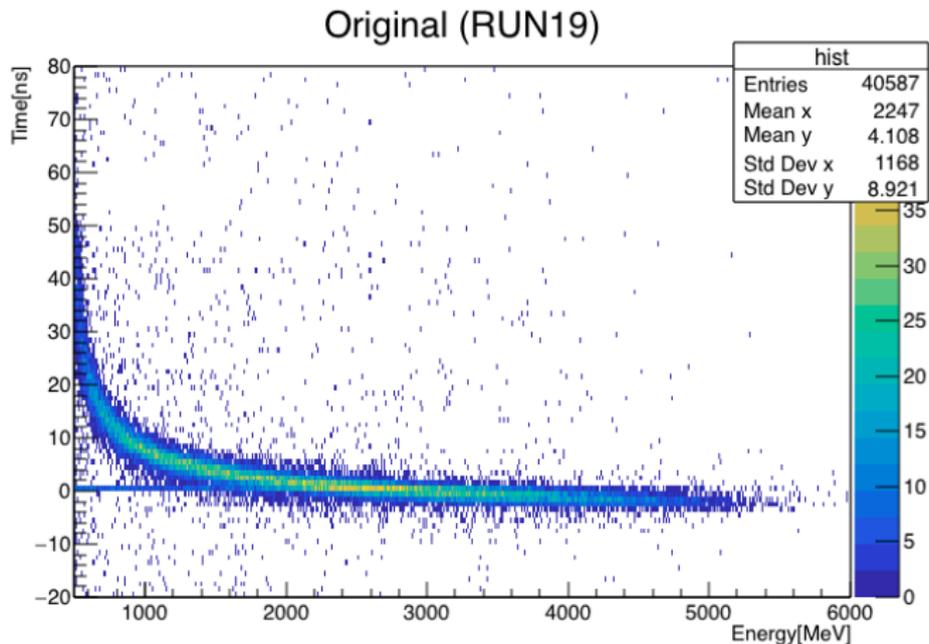


Figure: 中心の NaI と finger counter の時間差

TQ 補正

- プラシンと中心の NaI のコインシデンスをとってその時間の差を利用
- プラシンは MIP イベントで毎回同じエネルギーを落とすと見なすと NaI で落としたエネルギーに依存したずれが生じる
- 波形の peak の高さや時間の 2 次元ヒストグラムに以下の TQ 補正関数を fitting

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

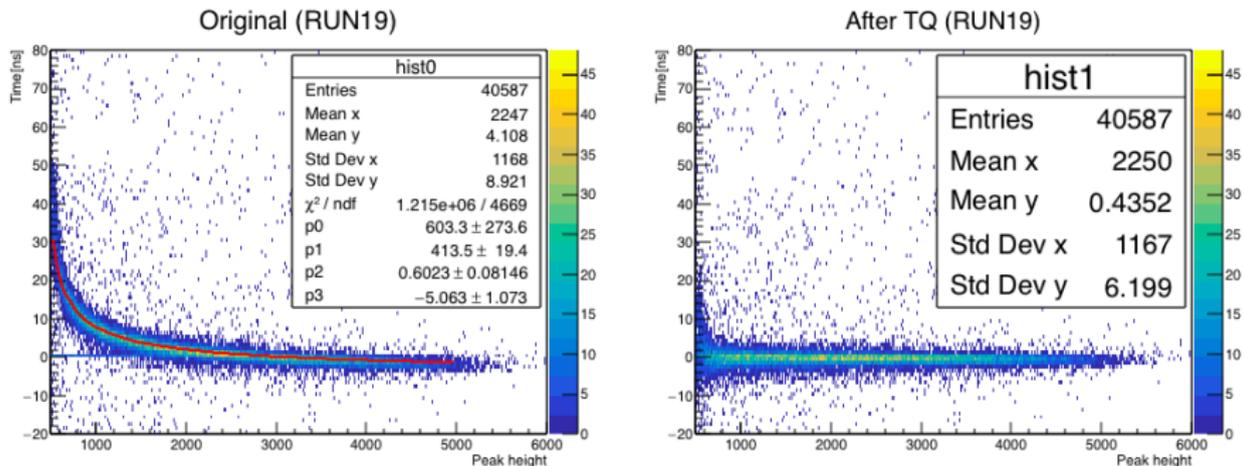
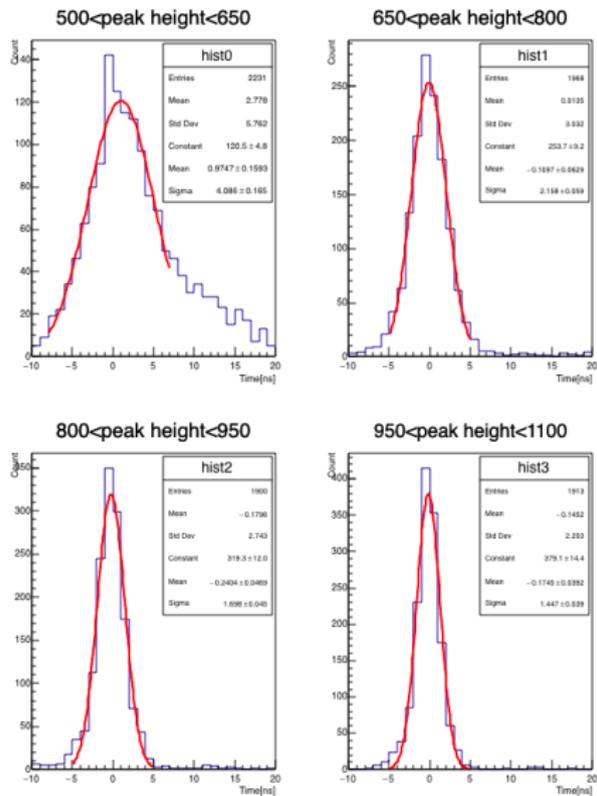


Figure: TQ 補正関数の fittingの様子と TQ 補正後の分布 (RUN19)



time resolution

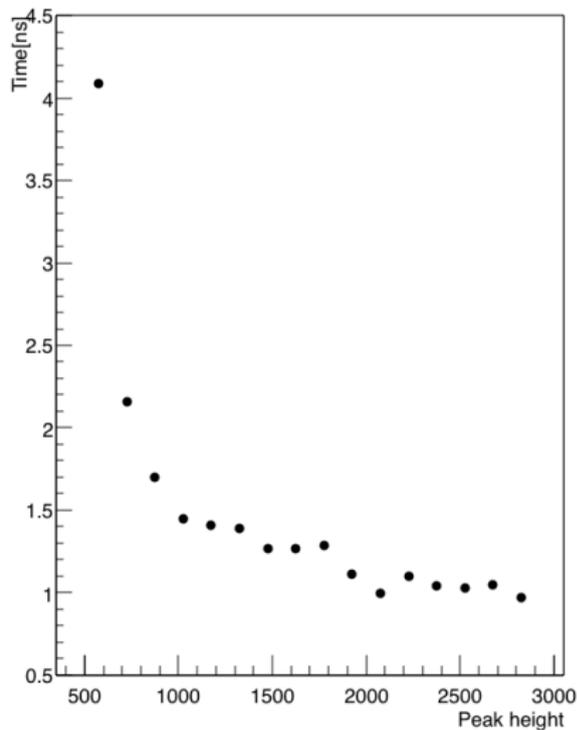


Figure: peak height 150 毎に時間分解能をプロット

fitting の結果, TQ 補正関数

$$\Delta T(E) = \frac{p_0}{(E - p_1)^{p_2}} + p_3$$

のパラメータは以下のようになった。

Table: fitting によって求めた TQ 補正関数のパラメータ

	p_0	p_1	p_2	p_3
RUN15	941.0	392.7	0.680	-4.666
RUN18	3835.6	335.7	0.911	-2.500
RUN19	603.3	413.5	0.602	-5.063

TQ 補正をした後の寿命

- TQ 補正をした後に以下の寿命の関数を fitting

$$f(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C$$

$$\tau = 2.126 \pm 0.070 \text{ } [\mu\text{s}]$$

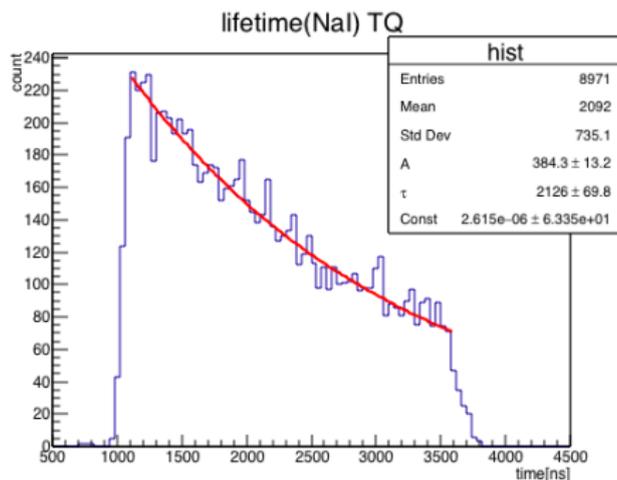


Figure: 寿命 fitting

TQ 補正をした後の g 因子

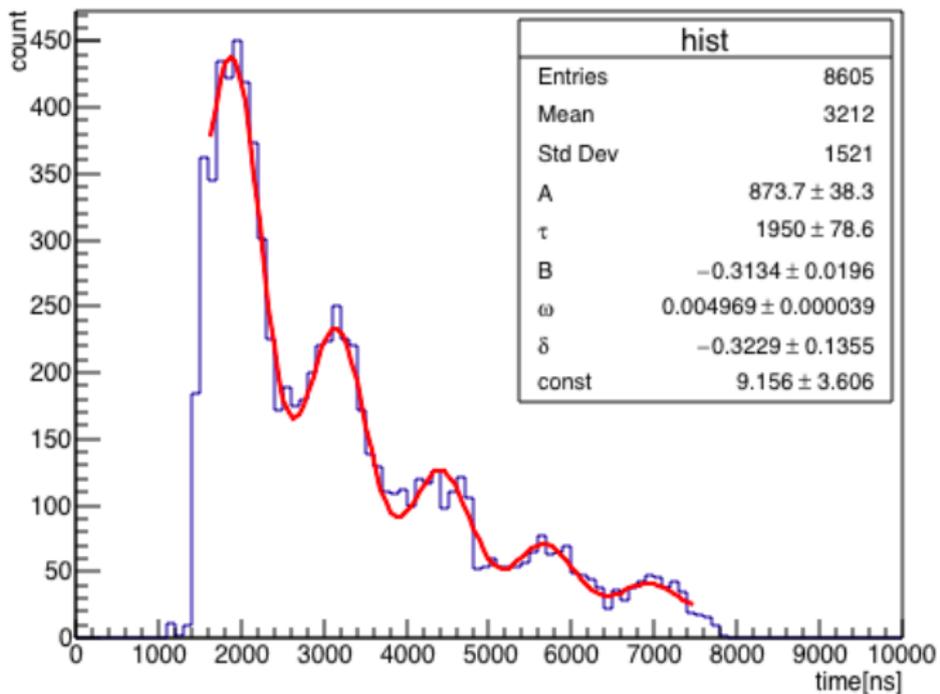
- TQ 補正をした後に以下の g 因子の関数を fitting

$$g(t) = A \exp\left(-\frac{x}{\tau}\right) \{1 + B \cos(\omega t + \delta)\} + C$$

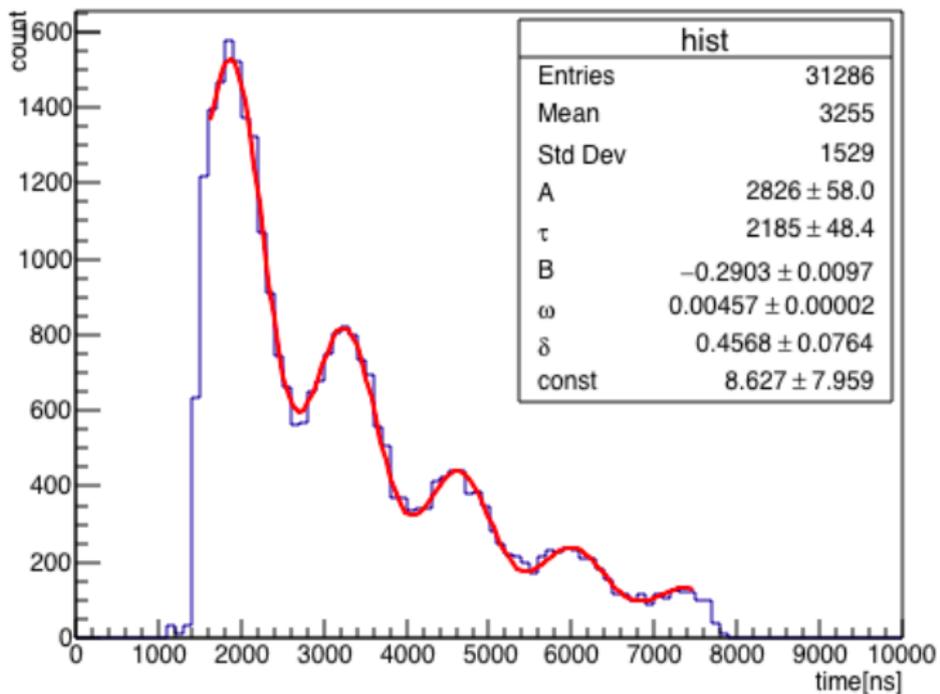
Table: fitting で得た RUN18 と RUN19 の ω と g 因子

	τ [μs]	ω [$1/\mu s$]	g
RUN18	1.950 ± 0.077	4.969 ± 0.039	2.105 ± 0.017
RUN19	2.185 ± 0.048	4.570 ± 0.022	2.011 ± 0.010

gfactor(NaI:RUN18)

Figure: RUN18 を用いた g 因子の fitting

gfactor(Nal:RUN19)

Figure: RUN19 を用いた g 因子の fitting

TQ 補正関数の誤差の評価

- TQ 補正関数のパラメータ p_0, p_1, p_2, p_3 は fitting によって得られるので誤差 $\delta p_0, \delta p_1, \delta p_2, \delta p_3$ が生じる。
- 誤差の伝播法則より TQ 補正関数の誤差 $\delta \Delta T(E)$ は,

$$\begin{aligned}
 \delta \Delta T(E) &= \sqrt{\sum_{i=0}^3 \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial p_i} \delta p_i \right)^2} \\
 &= \sqrt{\left\{ \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \delta p_0 \right\}^2 + \left\{ \frac{p_0 p_2}{(E - p_1)^{p_2 + 1}} \delta p_1 \right\}^2} \\
 &\quad + \left\{ \frac{-p_0 \ln(E - p_1)}{(E - p_1)^{p_2}} \delta p_2 \right\}^2 + (\delta p_3)^2 \\
 &= \frac{1}{(E - p_1)^{p_2}} \sqrt{(\delta p_0)^2 + \left(\frac{p_0 p_2}{E - p_1} \delta p_1 \right)^2} \\
 &\quad + (p_0 \ln(E - p_1) \delta p_2)^2 + \{(E - p_1)^{p_2} \delta p_3\}^2
 \end{aligned}$$

Table: fitting によって求めた TQ 補正関数のパラメータおよびその誤差

	p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
RUN15	941	627	393	29.7	0.681	0.113	-4.67	1.09
RUN18	3836	4205	336	47.7	0.912	0.173	-2.50	0.89
RUN19	603	274	414	19.4	0.602	0.081	-5.06	1.07

Table: TQ 補正関数の誤差を考慮した時の寿命

$\tau_{\Delta T + \delta \Delta T} [\mu s]$	$\tau_{\Delta T} [\mu s]$	$\tau_{\Delta T - \delta \Delta T} [\mu s]$
2.331 ± 0.541	2.126 ± 0.070	2.565 ± 0.610

Table: TQ 補正関数の誤差を考慮した時の RUN18 と RUN19 の寿命

	$\tau_{\Delta T + \delta \Delta T} [\mu s]$	$\tau_{\Delta T} [\mu s]$	$\tau_{\Delta T - \delta \Delta T} [\mu s]$
RUN18	1.953 ± 0.079	1.950 ± 0.079	1.941 ± 0.078
RUN19	2.182 ± 0.001	2.185 ± 0.048	2.184 ± 0.048

Table: TQ 補正関数の誤差を考慮した時の RUN18 と RUN19 の g 因子

	$g_{\Delta T + \delta \Delta T}$	$g_{\Delta T}$	$g_{\Delta T - \delta \Delta T}$
RUN18	2.108 ± 0.016	2.105 ± 0.017	2.101 ± 0.017
RUN19	2.009 ± 0.010	2.011 ± 0.010	2.011 ± 0.010

TQ 補正関数による誤差をまとめると,

Table: TQ 補正関数による誤差のまとめ

	$\tau_{\Delta T}$ [μs]	$g_{\Delta T}$
RUN15	0.439	—
RUN18	0.008	0.004
RUN19	0.003	0.002

磁場による系統誤差

- PS の時と同様にビームの σ_x, σ_y を動かして加重平均磁場の最大値と最小値を求めた

Table: σ_x, σ_y を動かした時の最大磁場と最小磁場

	B_{max}	B_{min}
RUN18	56.58 ($\sigma_x = 3.3, \sigma_y = 1.0$)	55.82 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9$)
RUN19	54.44 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0$)	53.76 ($\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0$)

- 磁場が最大・最小のときの g 因子は, (B は beam profile の値)

Table: 磁場 B と g 因子との関係

	B_{max}	B	B_{min}
RUN18	2.086	2.105	2.114
RUN19	1.994	2.011	2.019

- 磁場の誤差を考慮すると誤差伝播の式より,

Table: 磁場による g 因子の誤差の伝播

	δB	σ_B
RUN18	0.08	0.017
RUN19	0.08	0.010

- RUN18 と RUN19 の g 因子をまとめると

Table: g 因子の誤差のまとめ

	g
RUN18	$2.105 \pm 0.017^{+0.009}_{-0.019}$
RUN19	$2.011 \pm 0.010^{+0.008}_{-0.017}$