

荷電レプトンフレーバーを破る崩壊 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の探索

馬場琉乃介¹, 大杖祐摩¹, ソクジュンモ¹, and 高井ゆり¹

¹ 京都大学理学部

概要

本研究では、J-PARC MLF Muon D2 のパルスミューオンビームと自作検出器を用いて、荷電レプトンフレーバー保存を破る崩壊 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の探索を行った。取得した波形データに対して、重なり合ったパルスの分解に基づく再構成を行い、陽電子と光子のエネルギー、時間差、および角度を求めた。解析窓内の事象について、信号、Radiative Muon Decay (RMD)、および偶発バックグラウンド (ACC) の確率密度関数を用いた最尤解析を行い、プロファイル尤度比を統計検定量とする Feldman–Cousins 法により分岐比上限を評価した。その結果、有意な信号超過は認められず、90% 信頼水準で $\mathcal{B}(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 1.04 \times 10^{-3}$ を得た。

目次

	4.2.1	セットアップ	7
	4.2.2	論理回路	7
	4.2.3	ビームプロファイル測定	7
	5	再構成	7
	5.1	単一パルスのテンプレート作成	8
	5.2	パイルアップしたパルスの分解	8
	5.3	同一崩壊事象の判定	10
	5.4	粒子種の判定	10
	5.5	陽電子とガンマ線のペアリング	10
	6	解析	11
	6.1	解析戦略	11
	6.2	記号	11
	6.3	解析窓	11
	6.4	データセット	11
	6.5	バックグラウンド	11
	6.5.1	偶発バックグラウンド	11
	6.5.1.1	ACC の理論的側面	11
	6.5.1.2	AW 内 ACC 事象数の予想	11
	6.5.2	RMD バックグラウンド	12
	6.5.2.1	RMD の理論的側面	12
	6.5.2.2	AW 内 RMD 事象数の予測	13
	6.6	最尤解析	13
	6.6.1	尤度関数	13
	6.6.2	確率密度関数	13
	6.6.2.1	信号 PDF	13
	6.6.2.2	RMD PDF	14
	6.6.2.3	ACC PDF	14
	6.6.3	信頼区間	14
	6.7	正規化	15
	6.8	結果	15
	6.8.1	感度	15
	6.8.2	解析窓での尤度解析	16
	7	結論と展望	16
	7.1	結論	16
	7.2	展望	17
1		序論	2
2		理論	2
2.1		$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 崩壊	2
2.2		背景事象	2
3		実験装置	3
3.1		Muon D2	3
3.2		検出器	3
3.3		ターゲット	4
3.4		デジタイザ	4
4		実験	4
4.1		予備実験	4
4.1.1		エネルギー分解能	4
4.1.2		エネルギー較正	5
4.1.3		時間分解能	5
	4.1.3.1	時間の定義	6
	4.1.3.2	TQ 補正	6
	4.1.3.3	ガウシアンフィット	6
4.2		本実験	7

1 序論

素粒子標準模型は多くの実験結果を高精度で再現しているが、ニュートリノ振動の発見はレプトンフレーバーが厳密には保存されないことを示した。ニュートリノ混合を取り入れた標準模型においても、荷電レプトンフレーバーを破る崩壊 (Charged Lepton Flavor Violation: CLFV) の分岐比は極端に小さく、例えば $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ は観測不可能なレベルまで抑制される。したがって、CLFV 過程の観測は標準模型を超える新物理の直接的な兆候となる [1–3]。

$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 崩壊は、最終状態が陽電子と光子の二体であるため運動学的特徴が明確であり、CLFV 探索の代表的なチャンネルである [4]。MEG II 実験は 2025 年に世界最高感度の探索結果を報告し、分岐比に対して

$$B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 1.5 \times 10^{-13} \quad (90\% \text{ C.L.})$$

という上限を与えている [5]。本研究では学生実験レベルでどこまで探索を再現し、どの程度に分岐比上限を与えられるかに挑戦する。すなわち、本研究の目的は簡素な検出器系のもとで、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 探索に必要な再構成、背景評価、統計的上限設定の一連の解析を実装し、その到達感度を評価することである。特に本実験では、パルスビーム由来の時間構造と波形のバイルアップが解析上の主要な課題となるため、波形分解に基づく事象再構成と、それに基づくバックグラウンド評価を行う。

静止したミューオンの二体崩壊では、信号事象は

$$E_{e^+} = E_\gamma \simeq \frac{m_\mu}{2} = 52.8 \text{ MeV}$$

を満たし、陽電子と光子はほぼ背中合わせ ($\theta_{e^+\gamma} \simeq \pi$) に放出される。また、両者は同一崩壊点から同時刻 ($t_{e^+\gamma} \simeq 0$) に生成されるため、これらの運動学量が信号同定の鍵となる。

主要な背景事象は、Radiative Muon Decay (RMD) $\mu^+ \rightarrow e^+\bar{\nu}_e\nu_\mu\gamma$ と、Michel 崩壊由来陽電子と非相関光子の偶発一致 (ACC) である [4]。RMD は端点近傍で信号に類似し、ACC は高強度ビーム下で無視できない寄与となるため、両者を統計的に分離して評価する必要がある。

本研究では、J-PARC MLF Muon D2 におけるパルスミューオンビームを用い、自作検出器によって $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 探索を実施した。解析では、信号および背景事象の再構成と事象選別を行い、最尤法に基づいて信号事象数を推定し、最終的に分岐比上限を評価することを目的とする。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 章で $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 崩壊の理論的背景と主要な背景事象を述べる。第 3 章で実験装置、第 4 章で実験条件とデータ取得について説明する。第 5 章では波形処理と再構成手法を示し、第 6 章で統計解析と結果を与える。第 7 章で本研究の結論と今後の課題をまとめる。

2 理論

2.1 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 崩壊

$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ は荷電レプトンのフレーバーを保存しない崩壊である。標準模型では、図 1 のように、ニュートリノの混合によって実現されるが、その分岐比は $\mathcal{O}(10^{-54}\text{--}10^{-55})$ と極めて小さく、実験的に観測することは困難である [2, 3]。一方で、標準模型を超える物理では、異なるダイアグラムの寄与によって、標準模型よりも大きい分岐比になる可能性がある。たとえば超対称性模型では、ソフト SUSY 破れ項に由来するスレプトン質量行列のフレーバー非対角成分によってスレプトン混合が生じ、図 1 に示すようなニュートラリーノ-スレプトンなどのループを通じて $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ が誘起される [2, 6]。さらに、右巻きニュートリノを含む SUSY seesaw 模型や SUSY SU(5) GUT などの代表的なシナリオでは、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の分岐比が $10^{-14}\text{--}10^{-11}$ 程度まで増大しうることが示されている [7, 8]。そのため $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の分岐比を決定することは理論候補の制約につながる。

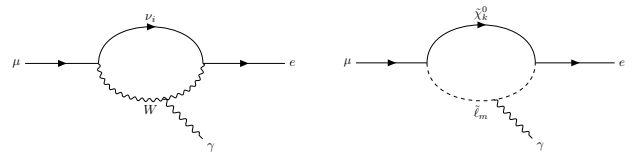


図 1 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ に対する寄与の比較。左は標準模型におけるニュートリノ混合由来の寄与、右は超対称性におけるニュートラリーノ-荷電スレプトンループの寄与の一例。

2.2 背景事象

$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の探索において、背景事象となるミューオンの崩壊は主に以下の 2 つである [4]。1 つ目は Michel 崩壊 $\mu^+ \rightarrow e^+\bar{\nu}_e\nu_\mu$ である。ミューオンの崩壊はほぼ 100% がこの崩壊である [2]。崩壊由来の陽電子と別の要因で生じたガンマ線によって、偶発的な背景事象となる。2 つ目は Radiative Muon Decay (RMD) $\mu^+ \rightarrow e^+\bar{\nu}_e\nu_\mu\gamma$ である。 $E_\gamma > 10 \text{ MeV}$ の条件下で約 1% の分岐比である [9, 10]。4 体崩壊のため、エネルギーと角度は不定であるが、ニュートリノと反ニュートリノがほとんどエネルギーを持ち去らない場合、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ と区別できない [2]。信号領域における RMD の割合は信号領域外の角度における測定から決定することができる [4]。バックグラウンドについては 6.5 節で実データによる解析結果とも関連して詳しく述べる。

3 実験装置

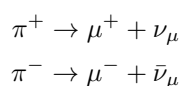
我々は、大強度陽子加速器施設 J-PARC の物質・生命科学実験施設 (MLF) における、ミュオン基礎科学実験装置 (Muon D2) を用いて、ミュオンの稀崩壊 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ を探索する実験を行った。Muon D2 では、利用者による移動可能な実験装置の持ち込みが可能であり、自作の検出器とターゲットを持ち込んで実験を行った。この節では、Muon D2、自作検出器、ターゲットについて説明する。

3.1 Muon D2

MLF では、大強度陽子加速器が作り出す陽子ビームを利用して作られた、世界最強クラスのパルスミュオンビームが生成されている。我々の実験で用いたのは、MLF Muon D2 である。Muon D2 のプロパティは以下のとおりである。

ビームは 25Hz のダブルパルスで、強度は $5.0 \times 10^6 \mu^+/\text{s}$ 。ビーム中の粒子の運動量は、表面ミュオンが 27.4 MeV/c、正の崩壊ミュオンが 20 ~ 100 MeV/c、負の崩壊ミュオンが 20 ~ 45 MeV/c である [11]。実験には運動量 45 MeV/c の正の崩壊ミュオンを用いた。

次に、ミュオンビーム生成の原理を概説する。J-PARC ミュオン科学実験施設 (MUSE) では、J-PARC の 3GeV シンクロトロンにおいて光速の 97% まで加速された 3GeV の陽子ビームを、黒鉛製の標的に衝突させることで π 中間子を生成している [12]。荷電 π 中間子は平均寿命 26 ns でミュオンとニュートリノへ二体崩壊するが、その崩壊が起こる場所に依存して、生成されるミュオンは表面ミュオンと崩壊ミュオンの 2 種類に分けられる [12]。



標的の表面付近で静止した π 中間子が崩壊し、標的外へ放出されるミュオンを表面ミュオンと呼ぶ。負の π 中間子は、物質中で静止すると原子核に捕獲されるため、正の π 中間子のみが物質表面で静止し、正の表面ミュオンを放出できる。二体崩壊であるから、運動量保存則により表面ミュオンの運動量は一定値 29.8 MeV/c を持つ。しかし、ミュオンが物質内部や装置の壁を通過する際にエネルギーを失うため、ビームラインの出口においては、27.4 MeV/c をピークとした運動量を持つビームになっている。また、 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ という崩壊において、ニュートリノが常にヘリシティ $h = -1$ であることより、運動量保存則と角運動量保存則を用いれば、ミュオンのヘリシティも $h = -1$ である。すなわち、 π 中間子が静止して崩壊するとき、重心系と実験室系が一致しているので、生成されたミュオンは 100% のスピン偏極を持つ。

一方、 π 中間子が標的を通過後、真空中を飛行中に崩壊して生じるミュオンを崩壊ミュオンと呼ぶ。 π 中間子の崩壊時における運動量と崩壊角に依存して、ミュオンも連続的なエネルギー・運動量分布を持つ。さらに親粒子が静止していないことから、スピン偏極は一定値ではない。

3.2 検出器

実験では、ミュオンの二体崩壊によって発生する、52.8 MeV の陽電子と光子を区別して検出する必要がある。また、Michel 崩壊、RMD などから発生する、より低エネルギーの陽電子や光子も区別せねばならない。そこで、図のような、NaI シンチレータ (NaI) とプラスチックシンチレータ (PS) を組み合わせた検出器を作成した。この検出器セットを、粒子が来る方向に PS が向くように配置することで、粒子種 (電荷) を判別する。すなわち、陽電子などの荷電粒子は、前段の PS で反応し、かつ後段の NaI で残りのすべてのエネルギーを落とす。一方、電荷をもたない光子は、前段の低密度の PS ではほぼ反応せず、後段の高密度な NaI において全てのエネルギーを落とす。これは事前に Geant4 によるシミュレーションで確認している [13-15]。従って、PS で反応があったかどうかで電荷の有無を区別することができる。また、NaI におけるエネルギーデポジットより、二体崩壊による 52.8 MeV の陽電子/光子と、そのほかの反応による低エネルギーの陽電子/光子を区別する。

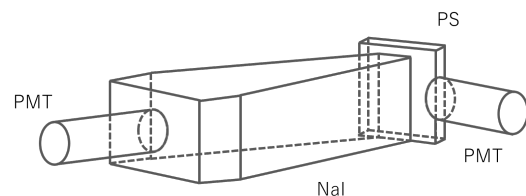


図2 検出器の模式図

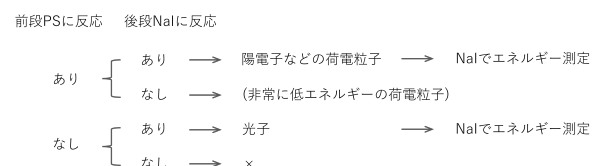


図3 粒子判別のフローチャート

実験に用いた NaI は、東京大学 素粒子物理国際研究センター (ICEPP) より借用した。PMT は NaI に付属していた Hamamatsu R594 をそのまま用いている [16]。予め Geant4 を用いて、52.8 MeV の陽電子と光子を NaI に打ち込み、エネルギーデポジットを計算するシミュレーションを行った [13-15]。その結果、陽電子、光子ともに輿行

き 30 cm 程度の NaI ならば、十分に止められることが分かった。従って、奥行き 30 cm 以上の NaI を用いたいと考え、ICEPP より借用することにした。

PS は NaI の縦・横幅に合わせて 10cm × 10cm にカットし、PMT Hamamatsu H7195 を接着した [17]。接着面以外の表面は紙やすりで磨いて反射材を塗った。さらに、ノイズを軽減するため PS の周りを遮光シートなどで巻いた。PS と PMT を接続する方法は、グリースを塗って直付けする方法と、WLS ファイバーを PMT の中通し、WLS ファイバーを PMT に接続する方法がある。今回、PS の光量があまり大きくないことから、WLS ファイバーに入る光量よりも、直付けした PMT に入る光量の方が大きいのではないかと考え、PS と PMT を直付けした。接続部分は、3D プリンターで図 4 のようなガイドを作成して、PS と PMT が動かないようにした。



図 4 PS と PMT を固定するためのジョイント

3.3 ターゲット

ミューオンを崩壊前に停止させるためのアクリル製のターゲット板を購入した。商品名はアクリルサイドパネル W430、品番は GL-5800 である [18]。大きさは W430 × D120 × H325mm、厚みは 3 mm で、自立する [18]。厚みについては、ミューオンをほぼ全て停止させるのに十分な厚みを、Geant4 のシミュレーションより決定した [13-15]。

3 mm のアクリルターゲット中で信号陽電子が受ける多重散乱の影響は、アクリルの放射長 $X_0 \simeq 34$ cm を用い [19]、散乱角を Lynch-Dahl の近似式 [20]

$$\theta_0 \simeq \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta p} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right] \quad (1)$$

により評価した。ここで、信号陽電子に対して $p \simeq 52.8 \text{ MeV}/c$ 、 $\beta \simeq 1$ 、 $x = 3 \text{ mm}$ とすると、 $\theta_0 \simeq 1.1^\circ$ となる。これは本実験の角度分解能に比べて十分小さいため、ターゲット内散乱が角度再構成に与える影響は小さいと判断した。

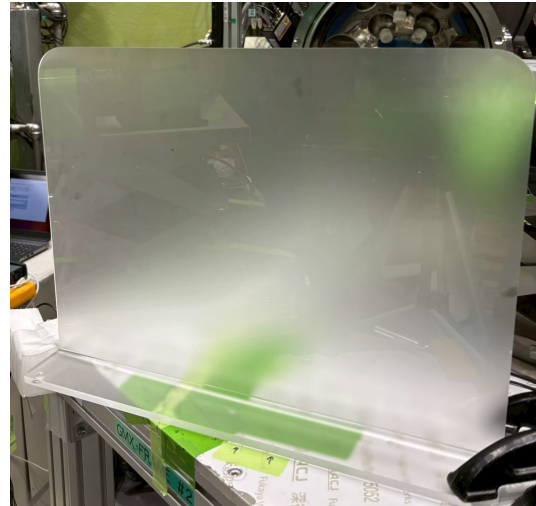


図 5 アクリル製ターゲット板

3.4 デジタイザ

本実験では、各 PMT からのアナログ波形を CAEN 社製 DT5725S デジタイザで取得した。DT5725S は 8 チャンネル、14-bit、250 MS/s の波形記録型デジタイザであり、サンプリング間隔は 4 ns である [21]。本実験では NaI_A1, NaI_A2, NaI_B1, NaI_B2, PS_A, PS_B の 6 信号を入力し、PS_A または PS_B が反応した際にトリガーをかけてデータを取得した。各イベントでは 1000 サンプル、すなわち 4000 ns の波形を記録した。

4 実験

4.1 予備実験

予備実験では、本実験で使用する NaI シンチレータのエネルギー分解能の測定、エネルギー較正、および時間分解能の測定を行った。デジタイザの積分値とエネルギーの関係を線形フィッティングにより較正し、分解能測定の結果に基づいて本実験の解析窓を決定、尤度解析を行う。

4.1.1 エネルギー分解能

エネルギー分解能は、垂直入射する宇宙線ミューオンを用いて本実験で使用する NaI シンチレータの応答を測定することで評価した。図 6 (左) に測定セットアップを示す。NaI 検出器を 3 段に配置し、上下の NaI がコインシデンスを満たした事象をトリガーとし、垂直入射事象を選別した。その上で、中央の NaI で観測された宇宙線信号を取得した。また、中央位置に配置する検出器を A1, A2, B1, B2 と入れ替えながら、各検出器について同一条件で測定を行った。

その結果を図 7 に示す。本実験で観測される宇宙線は主として荷電ミューオンであるため、エネルギースペクトルはランダウ分布に従う形状を示す。得られたエネルギースペクトルを Landau-Gaussian 関数でフィッティングし、

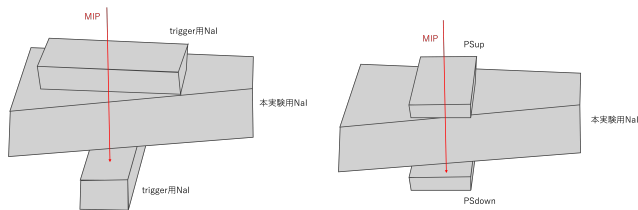


図 6 エネルギー分解能測定 (左) と時間分解能測定 (右) のセットアップ

そこで得られた σ /MPV を分解能として比較し、 σ をその指標として解析窓を決定した。また、MPV をピーク位置を代表する指標として用いた。A1、A2、B2 は同程度の結果を示した一方で、B1 は他の検出器に比べて MIP 事象の MPV が低く、分解能 (σ /MPV) もやや大きかった。したがって、B1 では同一条件下で得られる信号積分値が小さく、応答のばらつきもやや大きいことが確認された。

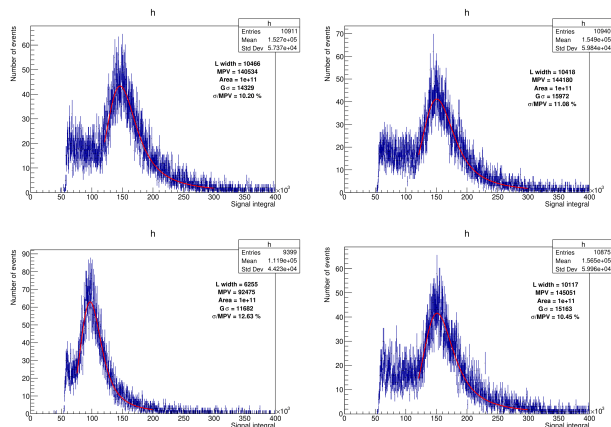


図 7 各 NaI 検出器 (A1, A2, B1, B2) で取得したエネルギースペクトル。

4.1.2 エネルギー較正

次に、積分値とエネルギーの関係を較正した。本実験で扱うエネルギー帯は約 40 MeV であるため、高エネルギー側の基準点として宇宙線事象を含む 3 点で線形フィットを行った。追加した 2 点には、 ^{22}Na 線源による 511 keV および 1275 keV のピークを用いた [22]。一方、宇宙線については線源のようにエネルギーを既知として与えられないため、Geant4 で実験と同一のセットアップを構築してシミュレーションを行った [13–15]。図 8 にシミュレーション結果を示す。Landau–Gaussian フィットで得られた MPV を、宇宙線事象の代表エネルギーとして採用した。

エネルギーの 3 点を 511 keV、1275 keV、48500.0 keV とし、それを ADC 積分値の 3 ピークに対応させて最小二乗法を用いて線形フィットした。その結果として次の四つ

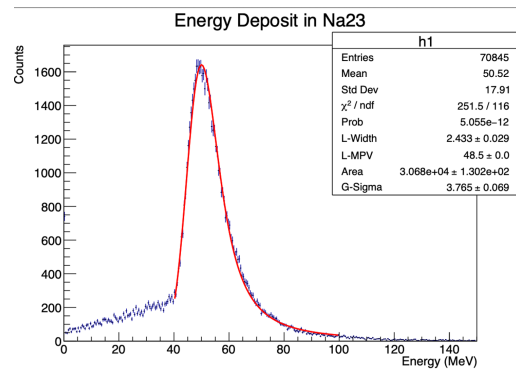


図 8 宇宙線エネルギーのシミュレーション

の線形関数が得られた。

$$\begin{aligned} \text{NaI_A1} : E &= 0.348942 \text{ ADC} - 543.525, \\ \text{NaI_A2} : E &= 0.340896 \text{ ADC} - 657.834, \\ \text{NaI_B1} : E &= 0.54237 \text{ ADC} - 564.948, \\ \text{NaI_B2} : E &= 0.338682 \text{ ADC} - 633.314. \end{aligned}$$

R^2 はそれぞれ 0.999946、0.999911、0.999917、0.999916 であった。フィットしたグラフは図 9 に示す。

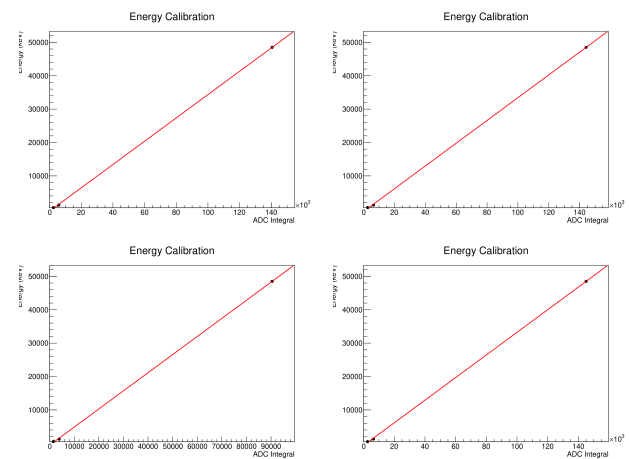


図 9 各 NaI 検出器 (A1, A2, B1, B2) のエネルギー較正結果

4.1.3 時間分解能

予備実験の最後に、時間分解能の測定を行った。測定セットアップを図 6 (右) に示す。基本的にはエネルギー分解能測定と同一のセットアップを用いたが、トリガーには NaI ではなく、時間分解能に優れたプラスチックシンチレータ (PS) を使用した。時間分解能の評価は、時間の定義、TQ 補正、ガウシアンフィットの 3 段階で行った。

4.1.3.1 時間の定義

1 イベントの波形を図 10 に示す。まず、波形の先頭 n_{Pre} 点からベースライン平均 μ と標準偏差 σ を

$$\mu = \frac{1}{n_{\text{Pre}}} \sum_{i=0}^{n_{\text{Pre}}-1} v_i, \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n_{\text{Pre}}} \sum_{i=0}^{n_{\text{Pre}}-1} (v_i - \mu)^2} \quad (3)$$

で定義した。しきい値は

$$\text{thr} = \mu - n_\sigma(5) \times \sigma \quad (4)$$

とし、しきい値を横切るサンプル点 $(i-1, i)$ の間で線形補間して到達時刻 t を

$$t = (i-1) + \frac{\text{thr} - v_{i-1}}{v_i - v_{i-1}} \quad (5)$$

と定義した。

各検出器で得られる測定時刻をそれぞれ

$$T_{\text{NaI}}, T_1, T_2 \quad (6)$$

とする。ここで、 T_{NaI} は NaI シンチレータの測定時刻、 T_1 は上側プラスチックシンチレータの測定時刻、 T_2 は下側プラスチックシンチレータの測定時刻を表す。

まず、プラスチックシンチレータ間の時間差

$$T_{TB} = T_1 - T_2 \quad (7)$$

を定義する。この分散は

$$\sigma_{TB}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (8)$$

となる。

次に、2 枚のプラスチックシンチレータの平均時刻

$$T_{\text{ref}} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (9)$$

を参照時刻とする。このとき

$$\sigma_{\text{ref}}^2 = \frac{\sigma_{TB}^2}{4} \quad (10)$$

となる。

NaI の測定時刻と参照時刻との差

$$\Delta T = T_{\text{NaI}} - \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (11)$$

の分散は

$$\sigma_{\Delta T}^2 = \sigma_{\text{NaI}}^2 + \frac{\sigma_{TB}^2}{4} \quad (12)$$

となる。したがって、NaI シンチレータの時間分解能は

$$\sigma_{\text{NaI}} = \sqrt{\sigma_{\Delta T}^2 - \frac{\sigma_{TB}^2}{4}} \quad (13)$$

として求められる。すなわち、実験データから ΔT と T_{TB} のヒストグラムを作成し、ガウシアンフィットを行うことで、 σ_{NaI} を得ることができる。

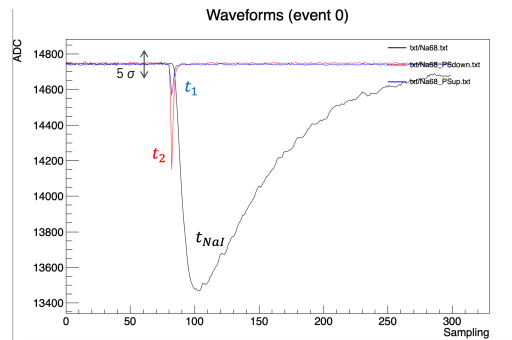


図 10 1 イベントの波形例

4.1.3.2 TQ 補正

Time walk の補正には、エネルギー Q に対する経験式

$$\Delta t(Q) = c_0 + \frac{c_1}{\sqrt{Q}} + \frac{c_2}{Q} \quad (14)$$

を用いた。PS はエネルギー依存性が低いため、NaI シンチレータのみ TQ 補正を適用した。TQ 補正の過程を図 11 に示す。左図は補正前の時間とエネルギーの相関、中央図は式 14 によるフィット結果、右図は補正後の時間分布である。補正後には時間のエネルギー依存性が抑制されていることが確認できる。

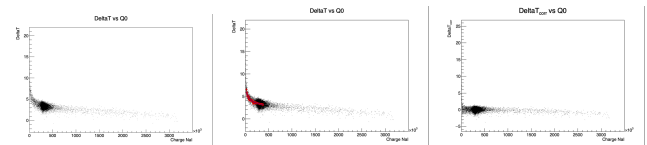


図 11 TQ 補正の過程。左：補正前の時間と電荷の相関 中央：経験式によるフィット 右：補正後の時間分布

4.1.3.3 ガウシアンフィット

TQ 補正後のデータに対してガウシアンフィットを行った。結果を図 12 に示す。青色は T_{TB} 、赤色は TQ 補正前の ΔT 、緑色は TQ 補正後の ΔT を表す。式 13 に基づき、 T_{TB} と ΔT の σ から NaI の σ を算出した。デジタルのサンプリングレートは 250 MS/s であり、1 サンプルは 4 ns に対応するため、得られた σ に 4 を乗じて時間分解能を求めた。A1, A2, B2 は約 1.8–2.0 ns 程度の時間分解能を示した一方、B1 は約 2.3 ns とやや劣る結果であった。これはエネルギー応答の低さおよび信号揺らぎの大きさと整合的である。各検出器の時間分解能は以下のとおりである。これらの予備実験の結果は解析のパラメータとして用いられる。

$$\begin{aligned} \text{NaI_A1} &: 1.972 \text{ ns}, \\ \text{NaI_A2} &: 1.84 \text{ ns}, \\ \text{NaI_B1} &: 2.284 \text{ ns}, \\ \text{NaI_B2} &: 2.0 \text{ ns}. \end{aligned}$$

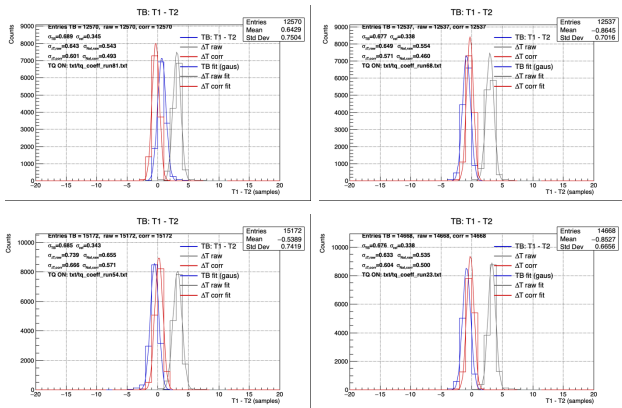


図 12 各 NaI 検出器 (A1, A2, B1, B2) の時間分解能フィット結果

4.2 本実験

4.2.1 セットアップ

本実験では、図 13 のようにターゲットと検出器を配置した。PS 1 枚と NaI 2 本で検出器セットを作り、それを 2 セット (A と B と呼ぶ) 用意した。ミュオンビームの進行方向にアクリル製ターゲットを配置し、ビームを衝突させることで、ミュオンをターゲット中で停止させる。ミュオンが静止している状態で二体崩壊するイベントを検出するため、ターゲットの左右に向かい合わせに検出器セットを配置し、30 分×7 回の測定を行った。

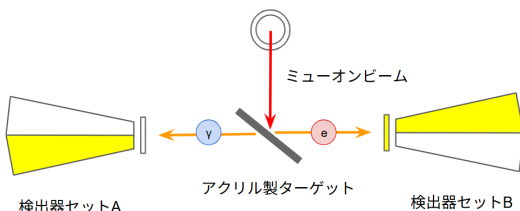


図 13 本実験のセットアップの模式図

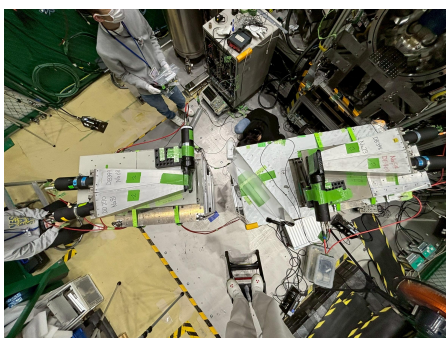


図 14 本実験のセットアップ 180°

180° における測定では、 $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ 崩壊と RMD 由来の信号を区別することができない。180° における RMD バックグラウンドの量を推定するため、続いて検出器セットを 120°、60° の角度をなすように配置し、それぞれ 30

分×7 回、30 分×6 回の測定を行った。

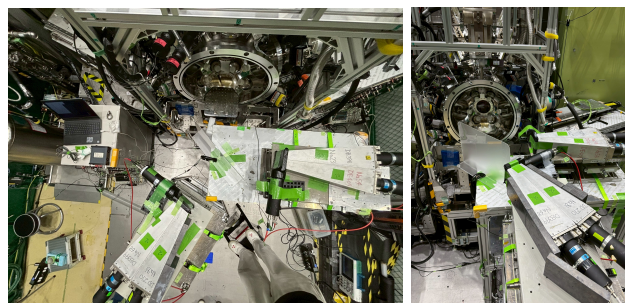


図 15 本実験のセットアップ 120°(左) と 60°(右)

4.2.2 論理回路

解析に用いるイベントは、 $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ 、RMD、Michel であり、いずれも崩壊後に荷電粒子を含む。従って、荷電粒子が少なくとも一つ検出される条件でトリガーをかけた。すなわち、検出器セット A と B のいずれかの PS が反応した際にデータを取得した。

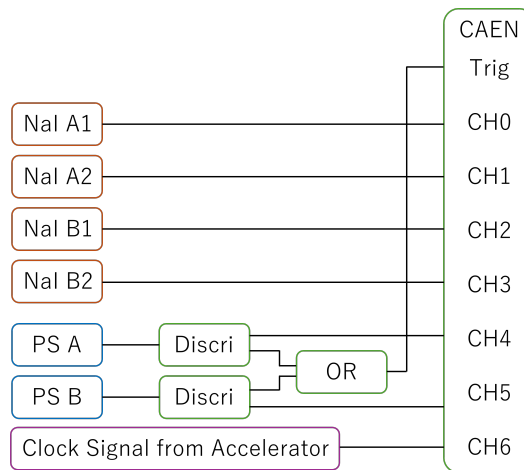


図 16 トリガー回路

4.2.3 ビームプロファイル測定

測定時にアクリル製ターゲットを置く位置に、イメージングプレートを設置し、ビームを 15 分照射して、ビームプロファイルの可視化を行った。結果は図 17 のようになり、ターゲット位置での半径がおよそ 10 cm であることが分かった。これはターゲットに十分おさまるサイズであるため、ターゲットの端から漏れ出るミュオンはほとんどないものと考えた。

5 再構成

再構成では、実験で得た生データを解析で使用できる形に整形する手順について説明する。ここでは、ある角度に固定した 30 分ごとのデータ取得をラン、ランで得た時間幅 1000 サンプル (= 4000 ns) のデータをイベント、イベント内に含まれる立ち下がり一つ一つをパルスと呼ぶこと

図 17 ビームプロファイル (上、下)

にする。実際のパルスはすべて立ち下がりであるが、ここでは誤解のある表現を避けるため、パルスを立ち上がりとして説明する。

5.1 単一パルスのテンプレート作成

まず、各 NaI に対して、ランごとにパルスの重なりが少ないイベントを抽出し、単一パルスのテンプレートを作成した。処理は以下の手順で行った。

1. ノイズとベースラインの計算 イベントごとに、連続 100 サンプルで中央絶対偏差 (MAD) を走査的に計算し、最小となる区間の ADC の中央値をベースラインとした。以下ノイズは MAD を指す。
2. 小さいパルスの除外 ベースラインからの立ち上がりの S/N 比が 8 を超える点を含むイベントのみを抽出した。さらに S/N 比が下位 15% のイベントを除外した。
3. きれいなパルスの判定 重なりが少ないきれいなパルスを次の条件で探索した。
 - イベント内で ADC が最小の点 (主ピーク) の前後に十分なサンプル数がある (前 50、後ろ 200)。
 - 主ピークより 50 サンプル以上前の区間に S/N 比 6 以上の点 (先行ピーク) がない、もしくはあるとしても主ピークから 200 サンプル以上離れている。
 - 先行ピークがある場合、最後の先行ピークの後から主ピーク 50 サンプル前までの範囲で、S/N 比 2.5 を下回る状態が連続して存在する。
 - 主ピークを含むパルスの立ち上がり開始点から主ピークまでの間に、いったん落ちてから再び戻るような二段構造がない。ただし立ち上がり開始点に関して、主ピークの前 120 サンプルのうち、ノイズの 2.5 倍のラインを 3 点連続で上回る場所を探し、最初に上回る点を立ち上がり開始点としている。
 - 主ピーク後の回復区間で、再び S/N 比 2.5 を超える立ち上がりがない。ただし回復区間の終端

は、主ピーク値の 20% に対応する閾値を下回る最後の点までとした。

4. きれいなパルスの平均化 立ち上がり開始点が時刻 120 サンプルに揃うようにきれいなパルスを整列させ、波形の平均をとった。そして平均化した波形との内積が最大となるように、きれいなパルスを ± 15 サンプルの範囲で平行移動させた。さらに、きれいなパルスの高さを規格化してから、再び波形の平均をとった。
5. テンプレートの作成 上で作った平均化パルスに以下のテンプレート関数でフィッティングした。

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ \sum_k h(t-k)e^{-k^2/2\sigma^2} & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (15)$$

$$h(t) = e^{-(t-t_0)/\tau_1} - e^{-(t-t_0)/\tau_2} \quad (16)$$

ただし、 $k = -60, \dots, 60$ の有限区間で打ち切った。また、フィッティングの区間は平均化パルスのピークの 20% の高さを上回る領域で行った。

以上の棄却条件の適用順序を図 18 に示す。

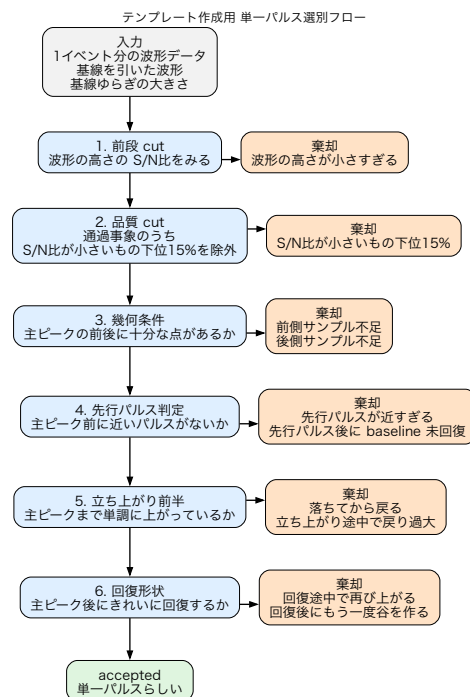


図 18 単一パルス候補の棄却フロー。先行ピーク、立ち上がり形状、主ピーク後の再下降の各条件を順に適用して、テンプレート作成に用いる「きれいなパルス」を選別した。

5.2 パイルアップしたパルスの分解

次に、作成した単一パルスのテンプレートを用いて、パイルアップしたパルスの分解を行った。処理は以下の手順で行った。

1. ベースラインの除去 単一パルスのテンプレート作成の際と同様にノイズとベースラインを計算し、各イベントのデータからベースラインを差し引いた。
2. パルスの候補の探索 テンプレートの立ち上がり開始点の前後 20 サンプルの区間を切り出し、ベースライン除去済みのデータとの内積 $c[s]$ を時刻 s に関して走査的に計算した。そして、立ち上がり ($c[s] > 0$) で、かつ

$$\sigma_{\text{Corr}} \equiv \sigma \sqrt{\sum_j T_j^2} \quad (17)$$

(σ はイベントのノイズ、 T_j は切り出したテンプレートの各点での値) で定義される σ_{Corr} に対して、 $|c[s]| > 2\sigma_{\text{Corr}}$ を満たす時刻 $\{s_i\}$ を抽出した。なお、 σ_{Corr} はノイズのみのイベントと切り出したテンプレートとの内積を意味する。さらに、各 s_i に対して、前後 10 サンプルに相関が $c[s_i]$ より大きい点がある場合、 s_i を除去した。これは一つのパルスに複数の候補が作成されることを防ぐためである。最後に、 $c[s]$ の大きさに関して上位 30 位以内の時刻 $\{s_i^{\text{major}}\} (c[s_1^{\text{major}}] \geq c[s_2^{\text{major}}] \geq \dots)$ を抽出した。

3. 最大パルスの採用 時刻 s_1^{major} にテンプレートの立ち上がり点を合わせた後、前後 2 サンプル (刻み幅 1 サンプル) の平行移動を許してテンプレートの位置と振幅を最小二乗法で決定した。その後、イベントのデータからフィットされたテンプレートを差し引き、残差平方和 (RSS) R_1 を計算した。
4. 2つ目以降のパルスの採用 最大パルスを差し引いた後のデータに対して、上の手順と同様に再び候補時刻を選択、相関が最大の点でフィット、RSS R_2 を計算した。そして以下の条件を満たす場合、2つ目のパルスを採用した。
 - 立ち上がり点を基準に、すでに採用されたパルスとの距離が 20 サンプル以上離れている。
 - パルスの振幅 a_{new} が $a_{\text{new}} \geq k_{\text{ch}}\sigma_A$ を満たす。ただし、

$$\sigma_A = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_j T_j^2}} \quad (18)$$

であり、ノイズのみのデータにおける振幅の推定の揺れを表す。また、 k_{ch} は A1、A2、B2 に対しては 3、B1 に対しては 1.5 とした。これは B1 のみノイズが大きく、パルスがノイズに埋もれがちだったためである。

- RSS の改善率 $R \equiv (R_1 - R_2)/R_1$ が $R \geq 0.005$ を満たす。
- 30 個の候補の中で、もっとも RSS が小さい。

5. 最終フィッティング フィッティングの最終決定のため、ベースラインと上記で採用が決定したパルスの位置と振幅を改めて最小二乗法でフィッティングした。その際、パルスの位置は走査的な内積で決定した位置から前後 10 サンプル (刻み幅 1/8 サンプル) の平行移動を許した。

パイルアップしたパルスの分解アルゴリズムの流れを図 19 に示す。

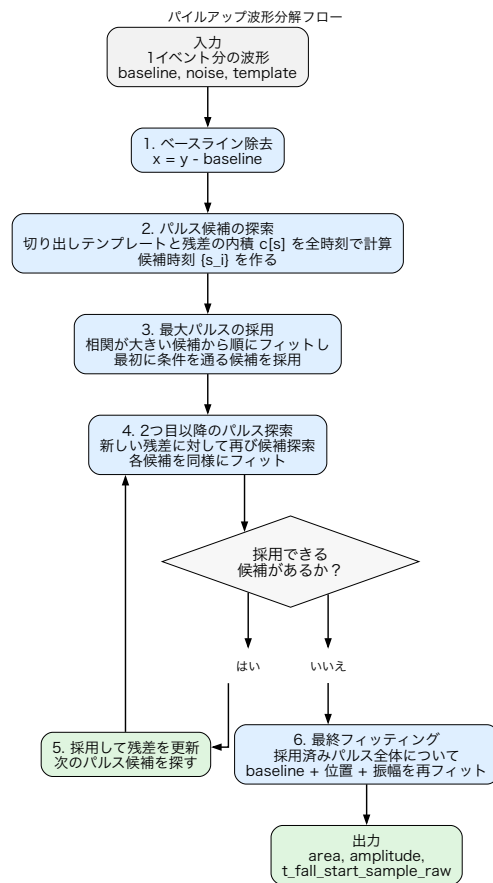


図 19 パイルアップしたパルス分解の処理フロー。候補探索、逐次フィット、採用判定、最終フィットの順に処理を行う。

以上の操作で用いた単一パルスのテンプレートから、パイルアップしたパルスに対して、一つ一つのエネルギーと立ち上がり開始時刻を決定できる。エネルギーは ADC の積分値を予備実験で求めたエネルギー較正によって計算した。立ち上がり開始時刻はテンプレートの傾きが最大となる点とした (フィッティング時の立ち上がり開始点とは異なる定義である)。

実際のフィットの一例を図 20 に示す。

一方で、図 21 に示すように、巨大で歪んだパルスに対しては過学習を起こしてしまう。そこで、イベント内の最

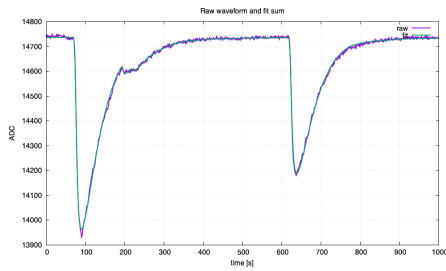


図 20 A1 検出器における最終フィットの例 (run 1, event 5)。実測波形 (紫) に対して、再構成したパルステンプレートの重ね合わせ (緑) が良く一致している。

大パルスのエネルギーの上限を 100 MeV と設定し、上限を超えるパルスを含むイベントは使用しないことにした。

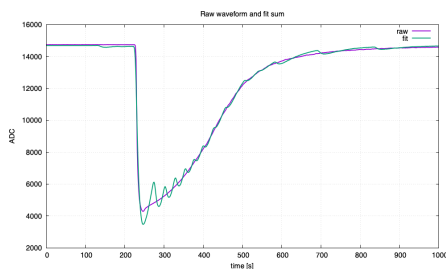


図 21 A2 検出器における過学習の例 (run 1, event 3329)。巨大なパルスとテンプレートの形状が一致しないため、テンプレートを敷き詰めて説明しようとしてしまう。

5.3 同一崩壊事象の判定

粒子が検出器に入射してシャワーが生じた場合、同じ検出器セットの 2 つの NaI シンチレータにエネルギーを落とすことがある。例として、A1-A2 でほぼ同時にパルスが検出された様子を図 22 に示す。そこで、フィッティングで得た時間情報をもとに、同一粒子由来のパルスを判定し、エネルギーを足し合わせた。同一粒子由来とみなす許容時間差は、同一セット内の 2 本の NaI (A1-A2 および B1-B2) で得た全パルスペアの時間差分布から決定した。時間差分布を図 23 に示す。各分布でゼロ近傍に現れる主ピークを真の同時事象とみなし、そのピーク幅に基づいて許容時間差を 5 サンプル (20 ns) に設定した。ペア判定はペア数を最大化し、その上で全ペアの時間差の合計が最小となるようにした。

解析では、2 つの NaI の中心付近に入射した粒子のみを見るため、両方の NaI にエネルギーを落とした崩壊事象のみを使用することにした。

5.4 粒子種の判定

次に、PS の立ち下がり時刻を調べ、NaI シンチレータの時刻情報と合わせて、陽電子かガンマ線か判定した。

PS の立ち下がり判定の閾値は ADC 値で 100 とした。

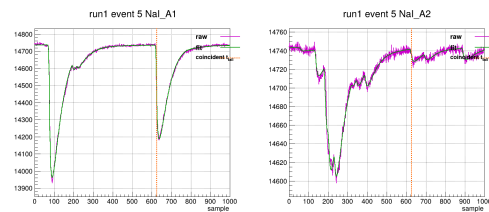


図 22 A1-A2 における run 1, event 5 のフィット。橙色の縦線が同時にパルスを検出した時刻を表す。

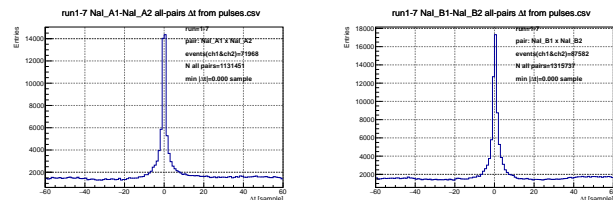


図 23 同一検出器セット内で作った全パルスペアの時間差分布。左は A1-A2、右は B1-B2。ゼロ近傍のピークを同時事象によるものと考え、時間窓を決定した。

これは、まず閾値を 30 に設定してラン 1 におけるピークの高さのヒストグラムを描くと、図 24 のようになり、ADC 値が 100 の付近で振る舞いが変わるからである。この振る舞いから、100 以下のピークを持つ立ち下がりノイズによるもの、100 以上は崩壊で生じた粒子によるものと考えた。

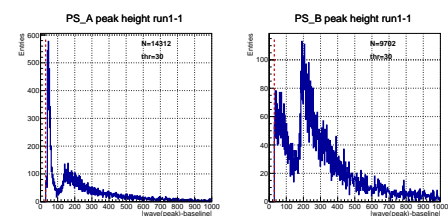


図 24 PS 立ち下がりピーク高さの分布 (run 1)。ADC 値 100 付近で分布の振る舞いの変化しており、粒子由来信号とノイズの判別閾値の目安となる。

PS と NaI シンチレータの同時判定の許容時間差は 10 ns とした。これは、PS の時間分解能が NaI シンチレータと比べて良いことを考慮し、同一セットの NaI シンチレータの同時判定の許容時間差の半分として設定した。

5.5 陽電子とガンマ線のペアリング

2 つの検出器セットで、同一崩壊事象に由来する陽電子とガンマ線を判定した。セット A1-A2 とセット B1-B2 に対し、許容時間差を 500 ns とし、同一イベント内で考えられる全ての組み合わせを取ることにした。許容時間差を広めに設定したのは、解析でサイドバンドを使用するためである。

6 解析

6.1 解析戦略

解析戦略は、最尤解析を軸とする。最尤解析は、より単純な Box 解析に比べて解析領域の境界での端効果を避けることができ、各事象について信号、RMD、ACC に由来する確率を適切に取り込むことができるため採用した。

本解析戦略の大部分は MEG 実験の解析手法を参考に設計した [4]。特に、最尤解析で用いる確率密度関数 (PDF) は、MEG 実験の用語でいう constant PDF に相当する [4]。本解析で用いた PDF の構成は 6.6.2.2 節および 6.5.1.2 節で述べる。また、MEG 実験で導入される装置アライメントなどに起因する nuisance パラメータは本解析では導入していない [4]。一方、ACC 事象数予想については、連続ビームを用いた MEG 実験とは異なり、第 4 章で述べたパルスビーム由来の時間構造が観測されたため、6.5.1.2 節で述べるように TSB データに基づく独自の評価手法を構築した。

6.2 記号

解析のために使用するのには、陽電子のエネルギー E_{e^+} 、ガンマ線のエネルギー E_γ 、陽電子とガンマ線の到達時間差 $t_{e^+\gamma}$ 、陽電子のビーム軸に対する放出角度 ϕ_{e^+} 、ガンマ線のビーム軸に対する放出角度 ϕ_γ の 5 次元ベクトル

$$\mathbf{x} = (E_{e^+}, E_\gamma, t_{e^+\gamma}, \phi_{e^+}, \phi_\gamma) \quad (19)$$

である。陽電子とガンマ線の相対角として $\theta_{e^+\gamma} = |\phi_{e^+} - \phi_\gamma|$ も定義する。

6.3 解析窓

再構成されたデータに対し、最終的な解析に使われる「解析窓 (Analysis Window: AW)」を定義した。AW の大きさは、観測量について実験分解能の数倍の大きさを保ち、フィットする事象数を妥当な数にするように選んだ。AW の範囲は以下の通りである。

$$AW = \left\{ \mathbf{x} \left| \begin{array}{l} 20.0 \text{ MeV} < E_{e^+} < 80.0 \text{ MeV}, \\ 20.0 \text{ MeV} < E_\gamma < 80.0 \text{ MeV}, \\ -50.0 \text{ ns} < t_{e^+\gamma} < 50.0 \text{ ns}, \\ \theta_{e^+\gamma} = 120^\circ \text{ or } 180^\circ \end{array} \right. \right\} \quad (20)$$

また、ACC 研究のためにタイミングサイドバンド (TSB) を定義した。TSB 領域は、 $|t_{e^+\gamma}| > 50.0 \text{ ns}$ である。実データと AW と TSB の範囲は図 25 に示す。

6.4 データセット

解析に用いたデータセットは第 5 章の再構成で得られたデータであり、全事象数は 1578、AW 内の事象数は 18 であった。

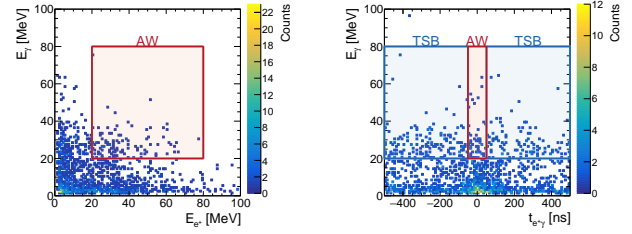


図 25 解析に用いた全事象の分布と AW、TSB の定義

6.5 バックグラウンド

6.5.1 偶発バックグラウンド

6.5.1.1 ACC の理論的側面

偶発バックグラウンドは、単一粒子の崩壊による陽電子・ガンマ線のペアではない偶発的な事象によるバックグラウンドである。

MEG 実験での偶発バックグラウンドの主要因は Michel 崩壊由来の高エネルギー陽電子と、RMD および annihilation-in-flight (AIF) ($e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$) による高エネルギーガンマ線である [4, 23]。

ビームから射出されるミューオンは飛行中、また停止後にはほぼ 100% の確率で Michel 崩壊を起こす [2]。さらに Michel 崩壊での 20.0 MeV 以上の陽電子の発生分岐比は標準模型の V-A 理論の tree-level では 91.2% である [2]。したがって今回の実験においても、陽電子の発生要因は Michel 崩壊由来の陽電子であると考えられる。

一方、MEG 実験の $48.0 \text{ MeV} < E_\gamma < 58.0 \text{ MeV}$ という高エネルギー解析窓では RMD および AIF による高エネルギーガンマ線が支配的であるが、今回の実験では 20 MeV 付近のガンマ線も解析窓に入る [4, 23]。この領域では制動放射や物質との相互作用により生じたシャワーも含まれると考えられる。

ACC 事象は陽電子とガンマ線が独立に検出されることから、時間差 $t_{e^+\gamma}$ は信号事象や RMD 事象のように $t_{e^+\gamma} = 0$ にピークを持たず、一様であると考えられた。しかし、6.5.1.2 節の解析により、本実験ではおそらくビームのパルス構造に由来する時間構造を持っていることが分かった。

6.5.1.2 AW 内 ACC 事象数の予想

実験で得られたデータの TSB 領域では、時間のヒストグラムに $t_{e^+\gamma} = 0$ を中心とする幅 50 ns 程度のピークが確認された。(図 25 を参照。)

これが信号や RMD に由来するピークであるなら、幅は検出器の時間分解能に由来し、2 ns 程度になるはずである。したがってこれはビームのパルス構造に由来するピークだと考え、偶発バックグラウンドの時間構造を TSB から以下のように見積もった。

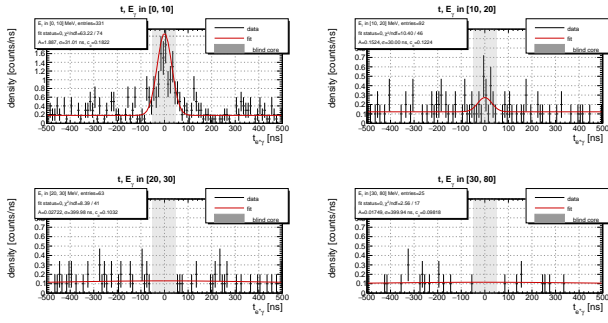


図 26 E_γ の 4 つのビンごとに見た偶発バックグラウンド候補事象の $t_{e+\gamma}$ 分布。灰色の領域はブライントした $|t_{e+\gamma}| < 50$ ns の領域を表す。赤線は $A \exp[-t_{e+\gamma}^2/(2\sigma^2)] + C$ で与えたフィット結果。

このピークの形状はガンマ線エネルギー E_γ に依存して変化することが確認されたことから、

$$E_\gamma \in [0 \text{ MeV}, 10 \text{ MeV}] \quad (21)$$

$$E_\gamma \in [10 \text{ MeV}, 20 \text{ MeV}] \quad (22)$$

$$E_\gamma \in [20 \text{ MeV}, 30 \text{ MeV}] \quad (23)$$

$$E_\gamma \in [30 \text{ MeV}, 80 \text{ MeV}] \quad (24)$$

の各ビンごとに、 $|t_{e+\gamma}| < 50$ ns の事象をブライントして

$$p_{t,\text{ACC}}(t_{e+\gamma}; E_\gamma) = A(E_\gamma) \exp\left(-\frac{t_{e+\gamma}^2}{2(\sigma(E_\gamma))^2}\right) + C(E_\gamma) \quad (25)$$

で表されるガウシアンでフィットを行った。各ビンはピークの幅が大きく変わらず、統計量を確保できる広さを選んだ。信号や RMD に起因するピークをフィットしないため、 $\sigma(E_\gamma) > 30$ ns の制約を課した。フィット結果は図 26 に示す。

フィットした時間構造 $p_{t,\text{ACC}}$ から TSB と AW の比

$$R^{\text{fit}}(E_\gamma) = \frac{\int_{\text{AW}} p_{t,\text{ACC}}(t; E_\gamma) dt}{\int_{\text{TSB}} p_{t,\text{ACC}}(t; E_\gamma) dt} \quad (26)$$

を計算し、AW 内の予想 ACC 事象数を

$$N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}(E_\gamma) = R^{\text{fit}}(E_\gamma) N_{\text{TSB}}^{\text{data}}(E_\gamma) \quad (27)$$

とした。比較用に実測から $R^{\text{data}}(E_\gamma) = N_{\text{AW}}^{\text{data}}(E_\gamma)/N_{\text{TSB}}^{\text{data}}(E_\gamma)$ も定義した。ここで $N_{\text{TSB}}^{\text{data}}, N_{\text{AW}}^{\text{data}}$ は実測した TSB/AW 事象数である。

誤差については、各ビンでの誤差を

$$\left(\Delta N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}(E_\gamma)\right)^2 = \left(\Delta N_{\text{ACC,stat}}^{\text{pred}}(E_\gamma)\right)^2 \quad (28)$$

$$+ \left(\Delta N_{\text{ACC,model}}^{\text{pred}}(E_\gamma)\right)^2 \quad (29)$$

$$\Delta N_{\text{ACC,stat}}^{\text{pred}}(E_\gamma) = R^{\text{fit}}(E_\gamma) \sqrt{N_{\text{TSB}}^{\text{data}}(E_\gamma)} \quad (30)$$

$$\Delta N_{\text{ACC,model}}^{\text{pred}}(E_\gamma) = N_{\text{TSB}}^{\text{data}}(E_\gamma) \left| R^{\text{fit}}(E_\gamma) \right. \quad (31)$$

$$\left. - R^{\text{data}}(E_\gamma) \right| \quad (32)$$

として統計誤差とモデルと実データの差の誤差の二乗和で評価し、全体誤差は各ビンの誤差の二乗和

$$\left(\Delta N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}\right)^2 = \sum_{E_\gamma} \left(\Delta N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}(E_\gamma)\right)^2 \quad (33)$$

で与えた。誤差に AW 内のデータを用いているが、これは保守的な誤差評価のために行った。

結果は

$$N_{\text{ACC}}^{\text{pred}} = 10.2302 \pm 8.76009 \quad (34)$$

であった。この結果は尤度の制約項に用いる。

6.5.2 RMD バックグラウンド

6.5.2.1 RMD の理論的側面

RMD ($\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \bar{\nu} \gamma$) は、標準模型で許される通常の崩壊過程であり、ニュートリノは実験的にはほとんど検出されないため、終状態として観測可能な粒子は陽電子と光子である。このため、RMD は $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ 探索に対する既知の物理バックグラウンドとなる [2, 9]。光子エネルギーに下限 $E_\gamma > 10$ MeV を課したときの分岐比は NLO では

$$\mathcal{B}(\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu} \gamma; E_\gamma > 10 \text{ MeV}) = 1.286 \times 10^{-2}$$

である [9, 10]。また、ニュートリノ対が持ち去る全エネルギー・運動量が十分小さい極限では、可視な $e^+ \gamma$ 系の運動学は $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ の二体崩壊に連続的に近づく。しかし、信号領域での分岐比は、端点近傍での相空間の縮小により強く抑制される [9]。

6.5.2.1 節の PDF に用いた RMD の理論式は、Fermi 有効理論における標準模型の $V-A$ 4 点相互作用に基づく tree-level の微分分岐比である [2, 9]。用いた式は、Kuno and Okada による式 [Eq. (52)]

$$d\mathcal{B}(\mu^\pm \rightarrow e^\pm \nu \bar{\nu} \gamma) = \frac{\alpha}{64\pi^3} \beta dx dy \frac{d\Omega_e d\Omega_\gamma}{y} \left[F(x, y, d) \mp \beta \mathbf{P}_\mu \cdot \hat{\mathbf{p}}_e G(x, y, d) \mp \mathbf{P}_\mu \cdot \hat{\mathbf{p}}_\gamma H(x, y, d) \right]$$

を採用し、関数 $F(x, y, d), G(x, y, d), H(x, y, d)$ には同論文 Appendix A [Eqs. (A1)–(A10)] の表式を用いた [2]。この式で与えられる分布の形状は図 27 に示す。

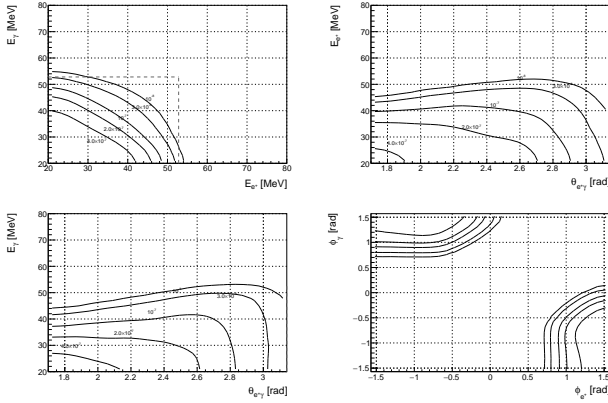


図 27 理論的な微分岐比に $E_{e^+}, E_{\gamma} \in [20, 80]$ MeV, $\theta_{e^+\gamma} \in [1.7, \pi]$ および検出器配置に対応する角度受容を課して得た等高線図。 ϕ_{e^+} と ϕ_{γ} は連続変数として扱い、受容は実験配置で許される領域に制限している。等高線に付した数値は微分岐比の大きさを表し、ガイド線は信号端点 $E_{e^+} = E_{\gamma} = 52.8$ MeV を示す。

Fermi 理論を超える効果、すなわち有限の W ボソン質量に由来する補正は

$$\mathcal{O}(m_{\mu}^2/M_W^2) \sim 10^{-6}$$

で抑制され、今回の実験精度では無視できる [24, 25]。

電磁相互作用に関する摂動展開の最低次は LO と呼ばれ、それに対して仮想光子を含む one-loop 補正、質量カウンターターム、および追加の実光子放出を含む $\mathcal{O}(\alpha)$ の補正を加えたものが NLO である [9, 10]。RMD に対する NLO 補正は cut に強く依存し、 $E_{\gamma} > 10$ MeV の比較的包括的な条件では 1.7% 程度である一方、 $E_{\gamma} > 40$ MeV かつ $E_{e^+} > 45$ MeV の MEG 実験に近い厳しい条件では 5.6% に増大する [9, 23]。さらに、端点近傍では補正は同様ではなく、可視系がより信号様となる領域では数 % を超えて増大し得る [9]。

本解析の AW は MEG 実験の解析窓ほど端点に特化したものではなく、 $E_{\gamma} > 10$ MeV の包括的条件と MEG 実験の厳しい cut の中間に位置している。したがって、文献に与えられた 1.7% と 5.6% を基にすると、本解析窓における RMD の NLO 補正は 1–3% 程度と見積もることができる。このため、本研究では PDF の理論核として LO の近似式を用いた。

6.5.2.2 AW 内 RMD 事象数の予測

当初は、エネルギーサイドバンドと角度サイドバンドから AW 内の RMD 事象数を予測する予定であったが、再構成により低エネルギー事象の信頼性が低く、また角度のセットアップを変更する際のジオメトリやビームプロファイルの変更によるノイズが非常に複雑であったため、これを断念した。

よって、ここでは PDF とシミュレーションにより AW

内の RMD 事象数を予測する。

6.6.2.2 節の PDF を用いて、AW での積分比 κ^{RMD} を 6.7 節の κ^{sig} で割ることにより、RMD の AW 内有効分岐比

$$\mathcal{B}_{\text{RMD}}^{\text{eff}} = \frac{\kappa^{\text{RMD}}}{\kappa^{\text{sig}}} \quad (35)$$

が得られ、同節の有効停止ミューオン数 N_{μ}^{eff} をかけると、予測される AW 内の RMD 事象数 $N_{\text{RMD}}^{\text{pred}}$ を計算することができる。

結果は、

$$\kappa^{\text{RMD}} = (2.9124 \pm 0.0067) \times 10^{-6}, \quad (36)$$

$$\mathcal{B}_{\text{RMD}}^{\text{eff}} = (1.22310 \pm 0.00035) \times 10^{-3}, \quad (37)$$

$$N_{\text{RMD}}^{\text{pred}} = 2.0894 \pm 0.0322 \quad (38)$$

であった。

これはサイドバンドから得た結果ではないため、尤度の制約項には入れず、最終解析とのクロスチェックのために用いる。

6.6 最尤解析

6.6.1 尤度関数

解析窓内の信号事象数 N_{sig} 、RMD 事象数 N_{RMD} 、偶発バックグラウンド事象数 N_{ACC} は、最尤解析で決定する。拡張尤度関数は次のように定義する。

$$\begin{aligned} L(N_{\text{sig}}, N_{\text{RMD}}, N_{\text{ACC}}) &= \frac{e^{-(N_{\text{sig}} + N_{\text{RMD}} + N_{\text{ACC}})}}{N_{\text{obs}}!} C(N_{\text{ACC}}) \\ &\times \prod_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \left(N_{\text{sig}} p_{\text{sig}}(\mathbf{x}_i) \right. \\ &\quad \left. + N_{\text{RMD}} p_{\text{RMD}}(\mathbf{x}_i) \right. \\ &\quad \left. + N_{\text{ACC}} p_{\text{ACC}}(\mathbf{x}_i) \right) \end{aligned} \quad (39)$$

ここで、 $\mathbf{x}_i = (E_{e^+}, E_{\gamma}, t_{e^+\gamma}, \phi_{e^+}, \phi_{\gamma})$ は i 番目のイベントの観測量、 N_{obs} は AW 内の観測事象数である。

$p_{\text{sig}}, p_{\text{RMD}}, p_{\text{ACC}}$ はそれぞれ信号、RMD、偶発バックグラウンドの確率密度関数である。

制約項 C は $C(N_{\text{ACC}}) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{N_{\text{ACC}} - N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}}{\Delta N_{\text{ACC}}^{\text{pred}}} \right)^2 \right]$ として、TSB から求めた N_{ACC} の期待値と誤差をガウシアン制約として組み込む。

6.6.2 確率密度関数

6.6.2.1 信号 PDF

信号のエネルギー、相対時刻、角度は固定であるため、信号の PDF は各観測量に対する検出器応答の積として

$$p_{\text{sig}}(\mathbf{x}) = p_{e^+}^{\text{res}}(E_{e^+} | E_{e^+}^{\text{true}}) p_{\gamma}^{\text{res}}(E_{\gamma} | E_{\gamma}^{\text{true}}) \quad (40)$$

$$\times p_t^{\text{res}}(t_{e^+\gamma} | t_{e^+\gamma}^{\text{true}}) p_{\theta}^{\text{res}}(\theta_{e^+\gamma} | \theta_{e^+\gamma}^{\text{true}}) \quad (41)$$

と与えた。

ここでの真値 $(E_{e^+}^{\text{true}}, E_{\gamma}^{\text{true}}, t_{e^+\gamma}^{\text{true}}, \theta_{e^+\gamma}^{\text{true}})$ は $(52.8 \text{ MeV}, 52.8 \text{ MeV}, 0 \text{ ns}, 180^\circ)$ である。

エネルギー応答 $p_{e^+}^{\text{res}}, p_{\gamma}^{\text{res}}$ については各 NaI シンチレータの相対分解能が予備実験 4.1.1 節の結果から 10.20%、11.29%、12.83%、10.45% であることを用い、モジュールごとの分解能を評価した。その結果、モジュール A、モジュール B の相対エネルギー分解能はそれぞれ 7.61%、8.27% と見積もられたため、簡易的にその平均を用い、エネルギー応答を $\sigma_E/E = 0.079$ の解析窓内で 1 に正規化されたガウシアンで近似した。

時間応答 p_t^{res} については 4.1.3 節から $t_{e^+\gamma} = (t_{A1} + t_{A2})/2 - (t_{B1} + t_{B2})/2$ であることと各検出器の時間分解能 1.972 ns、1.84 ns、2.284 ns、2.000 ns から $\sigma_{t_{e^+\gamma}} = 1.90 \text{ ns}$ の解析窓内で 1 に正規化されたガウシアンで近似した。

角度応答は、今回用いた離散角の幅が十分離れていたことから、 $p_{\theta}^{\text{res}}(\theta_{e^+\gamma} | \theta_{e^+\gamma}^{\text{true}}) = \delta(\theta_{e^+\gamma} - \theta_{e^+\gamma}^{\text{true}})$ とした。

6.6.2.2 RMD PDF

RMD の PDF は、理論微分分岐比に検出器応答を次のように畳み込んで構成した。

$$p_{\text{RMD}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathcal{N}} \int dE'_{e^+} \int dE'_{\gamma} \frac{d^4 \mathcal{B}_{\text{RMD}}}{dE'_{e^+} dE'_{\gamma} d\phi_{e^+} d\phi_{\gamma}} \times p_{e^+}^{\text{res}}(E_{e^+} | E'_{e^+}) p_{\gamma}^{\text{res}}(E_{\gamma} | E'_{\gamma}) p_t^{\text{res}}(t_{e^+\gamma} | 0) \quad (42)$$

と与えた。 \mathcal{N} は解析窓での規格化定数である。

ここで、 $E'_{e^+}, E'_{\gamma}, \phi_{e^+}, \phi_{\gamma}$ は RMD 事象の真の運動学変数であり、 $\frac{d^4 \mathcal{B}_{\text{RMD}}}{dE'_{e^+} dE'_{\gamma} d\phi_{e^+} d\phi_{\gamma}}$ は停止ミュオン静止系における RMD の理論微分分岐比を標準模型の V-A 理論において tree-level で計算したものをを用いた [2, 9]。(6.5.2.1 節を参照)

パラメータとして用いるビーム軸に対する偏極度 P_{μ} は -0.6 に設定した。MEG 実験では表面ミュオンが停止目標に到達した時点で残留偏極 $P_{\mu} = -0.86 \pm 0.02(\text{stat}) \pm 0.06(\text{syst})$ を測定しているが、これは 1 T の COBRA 磁場中で標的中の脱偏極が強く抑制された条件である [23]。

表面ミュオンは生成時にはほぼ完全に偏極しているが、ビームラインによる輸送で数% から 1 割弱の脱偏極、停止材中でのミュオニウム形成やスピン相互作用でさらに脱偏極される [23]。

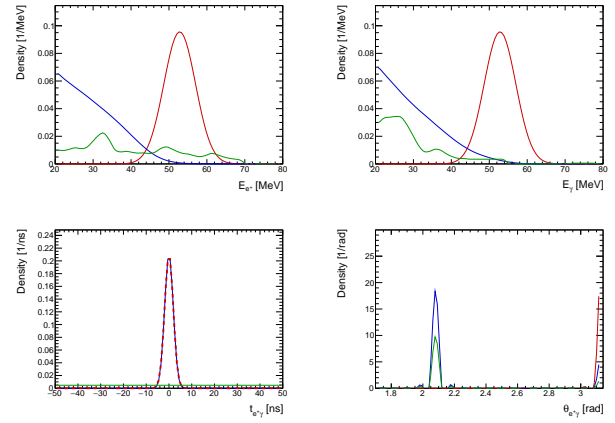


図 28 解析窓内で規格化した signal, RMD, ACC の 1 次元 PDF。各パネルはそれぞれ E_{e^+} , E_{γ} , $t_{e^+\gamma}$, $\theta_{e^+\gamma}$ に対する射影を示す。

MEG 実験の理論評価では、ビーム輸送による平均最終偏極は -0.91 であり、さらにポリエチレンではゼロ磁場で停止後の残留偏極が $(67.1 \pm 2.0)\%$ になるとされている [23]。

以上のことから偏極率は $P_{\mu} = -0.9 \times 0.67 \sim -0.6$ と見積もった。ただし、停止材にアクリル材料を用いている点やビーム輸送経路が PSI と異なるといった違いがあることに留意する必要がある。さらに、実験で用いたのは崩壊ミュオンであるため、ビームの運動量絞りが弱い場合さらに偏極率が低い可能性がある。

6.6.2.3 ACC PDF

偶発バックグラウンド事象は、陽電子、ガンマ線が独立であることから、PDF は

$$p_{\text{ACC}} = p_{e^+}(E_{e^+}, \phi_{e^+}) p_{\gamma}(E_{\gamma}, \phi_{\gamma}) p_{t, \text{ACC}}(t_{e^+\gamma}; E_{\gamma}) \quad (43)$$

と陽電子、ガンマ線、時間構造を因子化して構成した。 p_{e^+}, p_{γ} はデータセットの TSB からそれぞれ 2 次元データ $(E_{e^+}, \phi_{e^+}), (E_{\gamma}, \phi_{\gamma})$ を得てエネルギーに平滑化処理を施して正規化したものをを用いた。時間項 $p_{t, \text{ACC}}$ は 6.5.1.2 節でフィットした関数テンプレートを用いた。

それぞれの PDF の概形は図 28 に示す。

6.6.3 信頼区間

分岐比の信頼区間はプロファイル尤度比を統計検定量として用いる Feldman–Cousins 法で計算する [26]。

分岐比は 6.7 節で求められる有効停止ミュオン数 N_{μ}^{eff} を用いて

$$B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) = \frac{N_{\text{sig}}}{N_{\mu}^{\text{eff}}} \quad (44)$$

と書ける。

プロフィール尤度比は

$$\lambda(\mathcal{B}) = \frac{L(N_{\text{sig}}, \hat{\theta}(N_{\text{sig}}))}{L(\hat{N}_{\text{sig}}, \hat{\theta})} \quad (45)$$

と定義される。ここで $\theta = (N_{\text{RMD}}, N_{\text{ACC}})$ は nuisance パラメータで、 $\hat{N}_{\text{sig}}, \hat{\theta}$ は尤度を最大化する値、 $\hat{\theta}(N_{\text{sig}})$ は与えられた N_{sig} を固定して尤度を最大化する θ の値である。

各テスト分岐比 $\mathcal{B}_{\text{test}}$ ごとに次の手順で信頼区間を計算する。

1. 実データに対する λ_{obs} を計算する。
2. テスト分岐比のもとで PDF に基づいて pseudo-experiment データを多数モンテカルロ生成し、 λ_{MC} を計算する。
3. p 値として $p(\mathcal{B}_{\text{test}}) = P(\lambda_{\text{MC}} < \lambda_{\text{obs}} | \mathcal{B}_{\text{test}})$ を計算する。
4. 90% C.L. では $p > 0.1$ を満たす仮説を受容し、受容された最大のテスト分岐比を 90% 上限値とする。

pseudo-experiment データは

$$N_{\text{sig}}^{\text{MC}} \sim \text{Poisson}(\mathcal{B}_{\text{test}} \cdot \mathcal{N}(N_{\mu}^{\text{eff}}, \Delta N_{\mu}^{\text{eff}})) \quad (46)$$

$$N_{\text{RMD}}^{\text{MC}} \sim \text{Poisson}(\hat{N}_{\text{RMD}}) \quad (47)$$

$$N_{\text{ACC}}^{\text{MC}} \sim \text{Poisson}(\hat{N}_{\text{ACC}}) \quad (48)$$

に従い生成した。ただし $\hat{N}_{\text{RMD}}, \hat{N}_{\text{ACC}}$ はテスト分岐比を固定したもとで尤度を最大化する値である。

有効停止ミュオン数の揺らぎは、pseudo-experiment の生成時 (式 46) に取り込む。

6.7 正規化

有効停止ミュオン数 N_{μ}^{eff} は信号事象数 N_{sig} に対して分岐比が

$$\mathcal{B}(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) = \frac{N_{\text{sig}}}{N_{\mu}^{\text{eff}}} \quad (49)$$

となるように定義する。

ミュオンはほとんど 100% の分岐比で Michel 崩壊を起こすため [2]、5.4 節で得たガンマ線とのペアリングを行う前の陽電子のデータを用いて有効停止ミュオン数を見積もる。

低エネルギーのデータは信頼性が低いため、陽電子エネルギーが 20 MeV 以上のデータを用いた。図 29 に陽電子のエネルギーヒストグラムを示す。

Geant4 によるシミュレーションで実際の実験と同じ装置ジオメトリのもと、Michel 崩壊、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ 崩壊のみをそれぞれ $1.5 \times 10^6, 1.5 \times 10^8$ 回発生させ、エネルギー

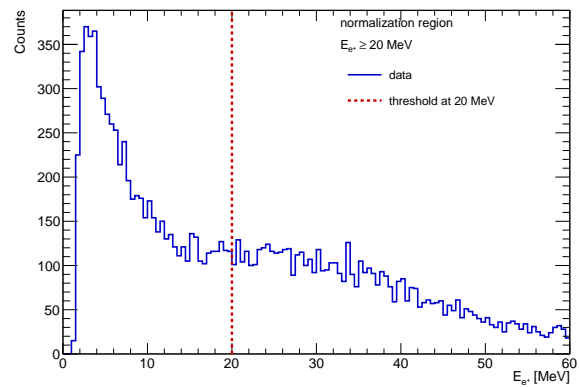


図 29 正規化に用いた陽電子候補事象のエネルギー分布。赤の破線は閾値 $E_{e^+} = 20$ MeV を示す。

に検出器応答による揺らぎを加えたのち、Michel シミュレーションでは $E_{e^+} > 20$ MeV 事象数、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ シミュレーションでは AW 内事象数をカウントし、発生回数との比を取りそれぞれ $\kappa^{\text{Michel}}, \kappa^{\text{sig}}$ とした [13–15]。

シミュレーションで取り込むことができない影響による補正を、陽電子、ガンマ線それぞれ $\eta_{e^+}, \eta_{\gamma}$ とする。これにはトリガーデッドタイム、PMT の量子効率、再構成効率などが含まれる。

陽電子の実データ数を N^{data} 、実際の停止ミュオン数を N_{μ}^{stop} とすると、

$$N^{\text{data}} = N_{\mu}^{\text{stop}} \times \kappa^{\text{Michel}} \times \eta_{e^+} \quad (50)$$

$$N_{\mu}^{\text{eff}} = N_{\mu}^{\text{stop}} \times \kappa^{\text{sig}} \times \eta_{e^+} \times \eta_{\gamma} \quad (51)$$

であり、ここから

$$N_{\mu}^{\text{eff}} = N^{\text{data}} \times \frac{\kappa^{\text{sig}}}{\kappa^{\text{Michel}}} \times \eta_{\gamma} \quad (52)$$

が得られる。今回の実験では η_{γ} の測定は行わなかったため、簡易的に $\eta_{\gamma} = 1$ とした。誤差は、各カウント数 N の統計誤差をポアソン誤差 \sqrt{N} とし、ガウス近似による誤差伝播を用いた。

計算に用いた諸量とその結果は表 1 に示す。

6.8 結果

6.8.1 感度

感度は、信号なしの pseudo-experiment 群に対して 6.6.3 節の方法で得られた 90% C.L. 分岐比上限分布の中央値として定義する。

pseudo-experiment 群は、 $N_{\text{sig}} = 0$ を固定して実データに対して尤度フィットを行い得たバックグラウンド事象数を平均値とするポアソン揺らぎに従い PDF から生成した。

表 1 Michel 陽電子による有効停止ミューオン数の計算に用いた諸量と結果

Quantity	Value
N_{data}	6542
$N_{\mu, \text{stop}}^{\text{MC}} (\text{Michel})$	1.5×10^6
$N_{\text{Michel, MC}}$	13687
$N_{\mu, \text{stop}}^{\text{MC}} (\text{sig})$	1.5×10^8
$N_{\text{sig}}^{\text{MC}}$	357173
η_{γ}	1.0 ± 0.0
κ^{Michel}	$(9.11867 \pm 0.07832) \times 10^{-3}$
κ^{sig}	$(2.38115 \pm 0.00399) \times 10^{-3}$
N_{μ}^{eff}	1708.31 ± 25.88

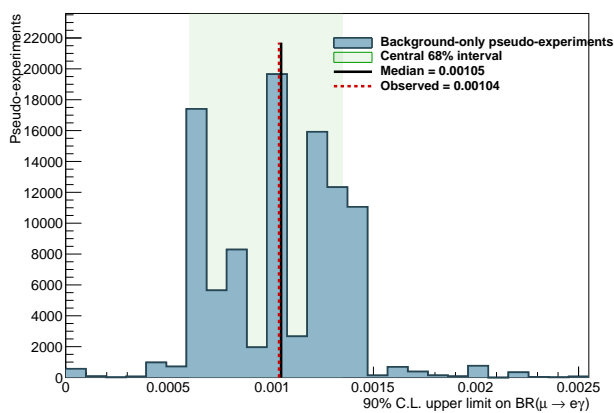


図 30 背景事象のみを仮定した pseudo-experiment に対して得られた 90% C.L. 分岐比上限の分布。黒実線は中央値、緑の帯は中央 68% 区間、赤破線は実データから得た上限値を表す。

実データに用いた方法は計算時間が非常に大きいため、感度評価では高速化した近似手順を用いた。具体的には、各 pseudo-experiment について、上限境界付近の分岐比点のみを追加で詳しく計算し、同一の pseudo-experiment 内では、信号事象数を固定しない通常の尤度フィット結果と確率密度関数の計算結果を使い回した。少数の pseudo-experiment を用いた比較では、この高速化手順で得られる上限値は厳密な手順とおおよそ整合し、1 試行ごとの差も分岐比走査の刻み幅と同程度にとどまることを確認した。

結果を図 30 に示す。 10^5 個の pseudo-experiment に対して実行し、その中央値は 1.05×10^{-3} であった。

6.8.2 解析窓での尤度解析

実データに対して尤度フィットを行ったところ、best-fit は

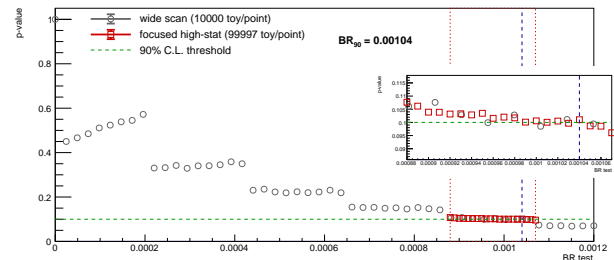
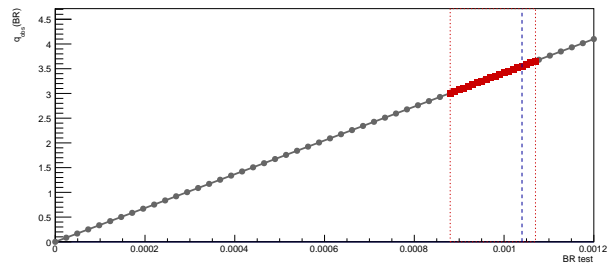


図 31 Feldman–Cousins 法実行結果。上図はテスト分岐比 B_{test} に対する $q = -2 \ln \lambda(B_{\text{test}})$ を示し、下図は pseudo-experiment により評価した p 値を示す。灰色の点は広い範囲を各点 10000 回走査した wide-scan、赤色の点は上限近傍に対して各点 100000 回の高統計で細かく行った focused-scan の結果である。下図の緑破線は 90% C.L. に対応する $p = 0.1$ の判定線、青破線はそこから定めた分岐比の上限値を示す。下図の段状構造は、低事象数における Poisson 的な生成シグナル事象数の離散性と $N_{\text{sig}} > 0$ 境界に由来する。

$$N_{\text{sig}}^{\text{best}} = 1.33929 \times 10^{-8} \pm 0.732073, \quad (53)$$

$$N_{\text{RMD}}^{\text{best}} = 1.66221 \pm 1.81592, \quad (54)$$

$$N_{\text{ACC}}^{\text{best}} = 15.3215 \pm 4.95301 \quad (55)$$

であった。これは 6.5.2.2 節の結果と整合する。ここで付した誤差は、ROOT の Minuit2/Migrad による尤度最小化の後にミニマイザが返す対称誤差である [27]。また、 N_{sig} の非負制約を外したフィットでは N_{sig} が大きな負値に流れて不安定になった。これは今回の PDF が簡易的であることと、データの不確実性が大きいためと考えられる。したがって $N_{\text{sig}} \geq 0$ の制約を課した。

また、6.6.3 節の方法により、90% C.L. 分岐比上限として

$$B(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma) < 1.04 \times 10^{-3} \quad (56)$$

が得られた。図 31 に実行結果を示す。

参考として、AW 内イベント分布は図 32 に示す。

7 結論と展望

7.1 結論

本研究では、J-PARC MLF Muon D2 のパルスミューオンビームを用いて、荷電レプトンフレーバーを破る崩壊

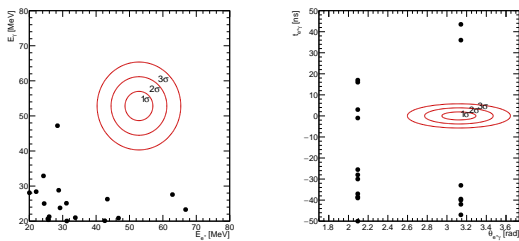


図 32 AW 内で観測された事象の分布。赤線はシグナル PDF の等高線。

$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ の探索を行った。自作した NaI シンチレータおよびプラスチックシンチレータ検出器で取得した波形データに対し、パイルアップしたパルスの分解、同一崩壊事象の判定、粒子種判定を行うことで、解析に必要な観測量を再構成した。さらに、解析窓内事象に対して信号、RMD、ACC の確率密度関数を構築し、拡張最尤法および Feldman–Cousins 法に基づいて分岐比上限を評価した。

その結果、信号の有意な超過は確認されず、90% C.L. で

$$B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 1.04 \times 10^{-3}$$

を得た。この上限値は本研究で見積もった感度 1.05×10^{-3} と整合的である。

7.2 展望

本研究において感度を制限した主要因は、MLF のパルスビームに起因するレート制限と、それに伴う激しいパイルアップであった。Muon D2 では、平均強度 $5.0 \times 10^6 \mu^+/\text{s}$ のミュオンビームが 25 Hz のダブルパルスとして供給されるため [11]、1 バンチあたりの平均ミュオン数は

$$N_{\text{bunch}} \simeq \frac{5.0 \times 10^6}{2 \times 25} \simeq 1.0 \times 10^5$$

と見積もられる。また、J-PARC のミュオンビームは幅約 100 ns の二重バンチ構造を持ち、2 つのバンチは約 600 ns 離れている [28]。停止したミュオンは平均寿命約 2.2 μs にわたって崩壊するため、1 バンチに含まれる 10^5 程度のミュオンに由来する粒子が数 μs の時間窓に集中して検出器へ到達する。ミュオン寿命を $\tau_\mu \simeq 2.2 \mu\text{s}$ とすると、1 バンチ直後の崩壊率は

$$\frac{N_{\text{bunch}}}{\tau_\mu} \simeq 4.6 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

に達する。今回用いた DT5725S デジタイザのサンプリング間隔は 4 ns であるため [21]、ピーク時には 1 サンプルあたり平均

$$\frac{N_{\text{bunch}}}{\tau_\mu} \times 4 \text{ ns} \simeq 1.8 \times 10^2$$

個程度の崩壊が重なる。この条件は激しいパイルアップを引き起こし、事象再構成を著しく困難にした。結果として、事前に準備していたアルゴリズムでは解析が行えず、装置配置やビーム条件の最適化を十分にその場で進めることができなかったことが、統計数の減少と不確定性の増大につながった。

もしも、同じ平均停止ミュオンレートを保ったまま、ビームのみを連続化することができたとすると、4 ns あたりの平均崩壊数は

$$5.0 \times 10^6 \times 4 \text{ ns} = 2.0 \times 10^{-2}$$

にとどまる。したがって、瞬間的な重なり of 厳しさは、パルスビームの場合に比べておよそ

$$\frac{1.8 \times 10^2}{2.0 \times 10^{-2}} \simeq 9 \times 10^3$$

倍緩和される。今回の実験では、パイルアップのために実効的な取得レートが約 25 Hz に制限されたが、読み出し窓 4 μs の逆数

$$(4 \mu\text{s})^{-1} \simeq 2.5 \times 10^5 \text{ Hz}$$

を上限とすれば、連続ビーム化によって事象取得率は概ね 10^4 倍まで改善しうる。これを分岐比感度へ単純に外挿すると、背景が十分に抑えられた理想的な場合には感度は統計数にほぼ反比例して

$$1.04 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \sim 10^{-7}$$

程度まで向上しうる。一方、背景支配の保守的な場合でも、感度は統計数の平方根に反比例して

$$1.04 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \sim 10^{-5}$$

程度まで改善すると見積もられる。したがって、同程度の平均停止レートを維持できるならば、連続ビーム化は本実験系の感度を少なくとも 2 桁、条件が良ければ 4 桁程度向上させうる。さらに、偶発バックグラウンドは瞬間レートに強く依存するため [4]、連続ビーム化は単なる統計数の増加だけでなく、ACC の抑制という点でも有利に働くと考えられる。

今後の実験も MLF のパルスビームで行うならば、まずビームスリット幅の調整によって入射強度を制御し、パイルアップ率を低減することが重要である。とくに本実験では、パイルアップが事実上の律速要因であったため、立体角を大きく取って統計数を増やすのではなく、検出器を標的から十分な距離を確保して配置することで、立体角を抑えつつ角度分解能を改善し、あわせてビーム軸近傍からの背景粒子流入を低減する設計が有効であると考えられる。検出器ジオメトリの依存性については、事前シミュ

レーションにより受容、遮蔽、散乱のトレードオフを定量化し、可能であれば土台や支持構造を含む実配置モデルを導入したうえで、測定前に最適配置を決定しておくことが望ましい。

また、ビームプロファイルの評価を事前に計画的に実施すべきである。ビーム広がりや過小評価は、受容見積もりや背景評価に直接影響する主要な系統要因であった。今後は、イメージングプレート等を用いたビームサイズ測定を実施し、MLF 担当者との連携のもとで、Q 磁石調整により達成可能な収束条件とその限界を事前に整理することが重要である。そのうえで、スリット調整を通じて、ビーム強度、ビームサイズ、パイルアップ率を同時に最適化する方針が必要となる。また、ターゲットでのミュオン停止シミュレーションの結果はビームプロファイル変更前の運動量でのシミュレーションであったことから、十分なミュオンが停止していなかった可能性がある。今後の実験では事前にビームプロファイルを決定し、それに応じた停止材の厚みを決定するのが望ましい。

背景事象の理解についても、輸送条件と装置配置の両面から再整理する必要がある。今回の解析では取り込めていなかったが、ミュオンと同程度の運動量をもつ陽電子の混入は無視できない背景源となりうるため、その寄与を輸送シミュレーションおよび実測の両面から評価する必要がある。

再構成では、2つの NaI シンチレータの同時判定事象のみを取り込んだが、低エネルギーの粒子が片方の NaI に入射するともう片方の NaI にシャワーが届かない場合がある。低エネルギーデータの信頼性向上のため、再構成手法の見直しも必要である。

解析面では、効率、停止率、装置不確定性を系統的に取り込める枠組みへ拡張することが今後の課題である。偏極率、アライメント、ビーム条件などの不確定性は nuisance パラメータとして尤度関数に組み込み、信号抽出結果への影響を定量化することが望ましい。加えて、今回の解析で用いた PDF では、エネルギー応答および時間応答を全検出器で一様なガウシアンとして近似したが、今後は検出器ごとの応答差や、シミュレーションを用いて評価したシャワー漏れを含む非対角成分をもつ応答行列を導入し、より精密な検出器応答モデルへ発展させる必要がある。あわせて、有効停止ミュオン数の評価についても、ビームモニタ情報や補助測定を用いて独立に較正し、正規化の不確定性を低減することが重要である。特に、ガンマ線の検出効率補正 η_γ については、分岐比に直接関連する重要なパラメータであるため、量子効率や光収集効率などの寄与を事前実験で測定し、定量的に見積もる必要がある。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々にご指導・ご支援をいただきました。中家さん、木河さんには、実験の方向性や解析方法についてご指導いただいただけでなく、J-PARC での実験にも同行していただき、多方面にわたりご支援をいただきました。また、実験実施にあたっての各種事務手続きにおいても多大なご支援をいただきました。大谷さん、青柳さんには、実験準備や解析の各段階で多くの助言とサポートをいただきました。特に青柳さんには、J-PARC での実験にも同行していただき、現地でサポートしていただきました。また、J-PARC では梅垣さんをはじめ現地の皆様に大変お世話になりました。さらに、NaI シンチレータをお貸しくださった ICEPP の皆様方にも深く感謝申し上げます。

再現性と使用ツール

本研究で用いた解析コードは GitHub 上で公開している (https://github.com/rrr1013/p2meg_analysis, https://github.com/rrr1013/p2meg_simulation)。p2meg_analysis リポジトリには、第 5 章および第 6 章で用いた計算・図表作成のためのコードを収録している。p2meg_simulation リポジトリには、Geant4 によるシミュレーションコードを収録している。

なお、本研究の執筆および解析補助の一部に、OpenAI ChatGPT、OpenAI Codex、および Google Gemini を補助的に用いた。これらの利用は、文章表現の整理、構成の検討、ならびに解析コード作成時の補助に限られ、内容の確認および最終的な判断はすべて著者が行った。なお、使用したサービスの版は利用時点の提供形態に従う。

参考文献

- [1] Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81(8):1562–1567, 1998.
- [2] Yoshitaka Kuno and Yasuhiro Okada. Muon decay and physics beyond the standard model. *Rev. Mod. Phys.*, 73(1):151–202, 2001.
- [3] S. T. Petcov. The nature of massive neutrinos. *Adv. High Energy Phys.*, 2013:852987, 2013.
- [4] A. M. Baldini et al. (MEG Collaboration). Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ with the full dataset of the MEG experiment. *Eur. Phys. J. C*, 76(8):434, 2016.
- [5] A. M. Baldini et al. (MEG II Collaboration). New limit on the $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ decay with the MEG II experiment. *Eur. Phys. J. C*, 85:1177, 2025.

- [6] Francesca Borzumati and Antonio Masiero. Large muon- and electron-number nonconservation in supergravity theories. *Phys. Rev. Lett.*, 57(8):961–964, 1986.
- [7] Junji Hisano, Takeo Moroi, Kohsaku Tobe, and Masahiro Yamaguchi. Lepton-flavor violation via right-handed neutrino yukawa couplings in supersymmetric standard model. *Phys. Rev. D*, 53(5):2442–2459, 1996.
- [8] Junji Hisano, Daisuke Nomura, and Tsutomu Yanagida. Atmospheric neutrino oscillation and large lepton-flavour violation in the susy su(5) gut. *Phys. Lett. B*, 437:351–358, 1998.
- [9] G. M. Pruna, A. Signer, and Y. Ulrich. Fully differential NLO predictions for the radiative decay of muons and taus. *Phys. Lett. B*, 772:452–458, 2017.
- [10] M. Fael, L. Mercolli, and M. Passera. Radiative μ and τ leptonic decays at NLO. *JHEP*, 07:153, 2015.
- [11] J-PARC MLF. Muon d2. <https://mlfinfo.jp/ja/d2/>, December 2022. Accessed: 2026-03-04.
- [12] Wataru Higemoto, Ryosuke Kadono, Naritoshi Kawamura, Akihiro Koda, Kenji M. Kojima, Shunsuke Makimura, Shiro Matoba, Yasuhiro Miyake, Koichiro Shimomura, and Patrick Strasser. Materials and life science experimental facility at the japan proton accelerator research complex iv: The muon facility. *Quantum Beam Science*, 1(1):11, 2017.
- [13] S. Agostinelli et al. Geant4—a simulation toolkit. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 506:250–303, 2003.
- [14] J. Allison et al. Geant4 developments and applications. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53(1):270–278, 2006.
- [15] J. Allison et al. Recent developments in geant4. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 835:186–225, 2016.
- [16] Hamamatsu Photonics K.K. Photomultiplier tube r594. https://www.hamamatsu.com/us/en/product/optical-sensors/pmt/pmt_tube-alone/head-on-type/R594.html. Accessed: 2026-03-30.
- [17] Hamamatsu Photonics K.K. Photomultiplier tube assembly h7195. <https://www.hamamatsu.com/jp/en/product/optical-sensors/pmt/pmt-assembly/head-on-type/H7195.html>. Accessed: 2026-03-30.
- [18] CREW’S Co., Ltd. Acrylic side panel w430. <https://www.boss-office.co.jp/item/gl-5800/>. Product code GL-5800, Accessed: 2026-03-30.
- [19] Particle Data Group. Atomic and nuclear properties of materials. <https://pdg.lbl.gov/2022/AtomicNuclearProperties/>. Accessed: 2026-03-30.
- [20] Gerald R. Lynch and Orin I. Dahl. Approximations to multiple coulomb scattering. *Nucl. Instrum. Meth. B*, 58(1):6–10, 1991.
- [21] CAEN S.p.A. Dt5725 / dt5725s - 8 channel 14-bit 250 ms/s digitizer. <https://www.caen.it/products/dt5725/>. Accessed: 2026-03-30.
- [22] M. Shamsuzzoha Basunia. Nuclear data sheets for $a = 22$. *Nuclear Data Sheets*, 127:69–190, 2015.
- [23] A. M. Baldini et al. (MEG Collaboration). Measurement of the radiative decay of polarized muons in the MEG experiment. *Eur. Phys. J. C*, 76(3):108, 2016.
- [24] M. Fael, L. Mercolli, and M. Passera. W-propagator corrections to μ and τ leptonic decays. *Phys. Rev. D*, 88(9):093011, 2013.
- [25] Andrea Ferroglia, Christoph Greub, Alberto Sirlin, and Zhibai Zhang. Contributions of the w-boson propagator to the μ and τ leptonic decay rates. *Phys. Rev. D*, 88(3):033012, 2013.
- [26] Gary J. Feldman and Robert D. Cousins. A unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Phys. Rev. D*, 57(7):3873–3889, 1998.
- [27] Rene Brun and Fons Rademakers. Root — an object oriented data analysis framework. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 389(1-2):81–86, 1997.
- [28] Patrick Strasser et al. Precision measurements of muonium and muonic helium hyperfine structure at j-parc. *Eur. Phys. J. D*, 79:20, 2025.