

# 99年度課題研究P2 Bell班 卒業論文

櫻谷 純治

金子 博光

松川 光彦

山下 敏史

平成 12 年 10 月 13 日

## 概要

非線型結晶に laser 光を当てると down conversion を起こし、鋭い角度相関をもった 2 個の光子が出てくる。この 2 光子相関を用いて、量子力学の核心である重ね合わせの原理に深くかかわる観測問題について、量子力学の理論が予測する結果が実験と本当に一致するのかを確かめる。

# 目次

第 1 章 実験の動機	4
第 2 章 量子力学の理論による予言	6
2.1 half mirror	6
2.2 非線型結晶	6
2.3 neutral density filter	7
2.4 位相	7
2.5 図 1.1 の実験装置	7
2.6 図 1.2 の実験装置	8
2.7 図 1.3 の実験装置	8
第 3 章 本実験に向けて	10
3.1 実験装置の簡略化	10
3.2 coherent length	10
3.2.1 laser の coherent length	11
3.2.2 2 光子の coherent length	12
3.3 本実験までにしなければいけないこと	12
第 4 章 予備実験 1 ~ laser と非線型結晶 ~	14
4.1 laser の選択	14
4.2 laser の coherent length の測定	14
4.2.1 He-Ne laser	14
4.2.2 YAG3 倍波 pulse laser	16
4.3 laser の強度の揺らぎの測定	16
4.3.1 強度の平均値の時間的揺らぎの測定	17
4.3.2 各 pulse の強度及び空間的揺らぎの測定	17
4.4 非線型結晶の damage threshold	18
第 5 章 予備実験 2 ~ detector ~	22
5.1 理論	22
5.1.1 何故 APD?	22
5.1.2 noise について	22
5.1.3 冷却方法	23
5.1.4 bias について	24
5.1.5 single photon detector	24
5.1.6 測定すべきもの	25

5.2	実験装置	26
5.2.1	set-up	26
5.2.2	PD	27
5.3	実験結果	28
5.3.1	PIN PD, a-mode	28
5.3.2	G-mode (ADC)	33
5.3.3	G-mode (count rate)	38
5.4	考察	38
5.4.1	<実験 1>	38
5.4.2	<実験 2 - 1>	38
5.4.3	<実験 2' - 1>	39
5.4.4	<実験 2 - 2>	39
5.4.5	<実験 3 - 1>	39
5.4.6	<実験 3 - 2>	39
5.5	結論	39
第 6 章	予備実験 3 ~ down conversion の観測 ~	40
6.1	測定原理	40
6.2	pinphotodiode の linearity の検証	44
6.3	set up	45
6.4	観測結果	47
6.5	考察	47
第 7 章	本実験	50
第 8 章	おわりに	51
8.1	謝辞	51
8.2	感想	51
付録 A	down converter としての非線型結晶	54
付録 B	down conversion の理論と効率の計算	56
B.1	effective Hamiltonian	56
B.2	efficiency	57
B.3	estimation	58
付録 C	index matching condition について	60
付録 D	屈折楕円体について	63
付録 E	down conversion で出てくる 2 光子の角度の計算	66
付録 F	実験日記 (detector)	68

# 第1章 実験の動機

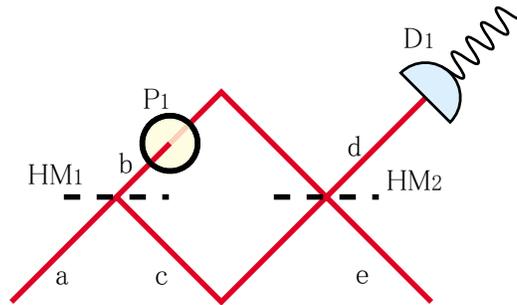


図 1.1:  $HM_1$ 、 $HM_2$  は half mirror、 $P_1$  は phase shifter、 $D_1$  は detector

図 1.1 のような実験装置を考える。  $P_1$  で位相を変えると干渉 ( $D_1$  での光子数の変化) を見ることができる。これは、 $D_1$  で観測された光子が  $b$ 、 $c$  のどちらの経路を通ったか分からないためである。

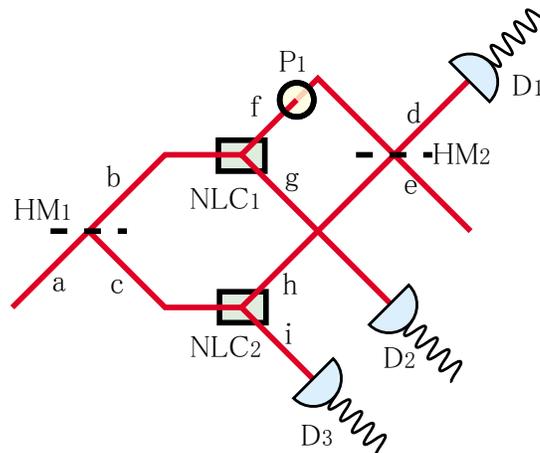


図 1.2:  $NLC_1$ 、 $NLC_2$  は非線型結晶

では、図 1.2 のように、この装置に非線型結晶を入れればどうなるのだろうか？(非線型結晶に 1 個の光子を入れると、単位立体角あたり  $10^{-7}$  の確率で down conversion を起こし、鋭い角度相関をもった 2 個の光子が生じる。down conversion で、光子は入射光子の位置を中心とする同心円状に生成され、光子のエネルギーは入射ビームと出てくる光子の方向のなす角の関数になる。出てくる 2 光子のエネルギーの和は入射光子のエネルギーに等しいので、特定の角度を選べば、2 光子のエネルギーを等しくすることができる。この時、2 光子は中心に対称な方向に出てくる。詳しく

くは Appendix 参照。) 図 1.1 の場合と違い、 $D_1$  で観測された光子が  $b$ 、 $c$  のどちらの経路を通ったかは  $D_2$ 、 $D_3$  を見れば分かるので、 $D_1$  では干渉は見れないはずである。

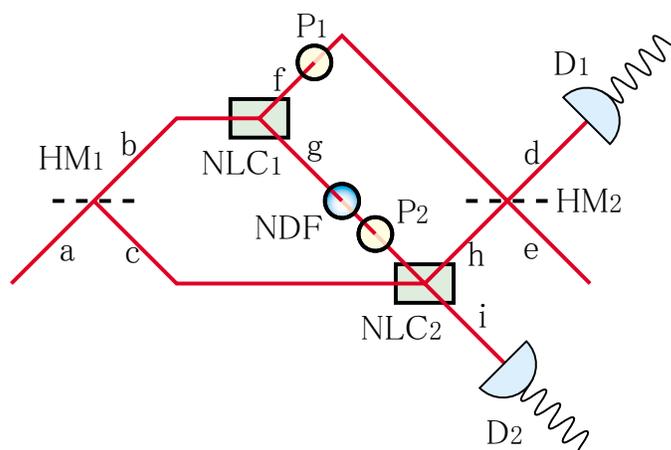


図 1.3: NDF は neutral density filter

では、図 1.3 のように光線  $g$  と  $i$  を重ね合わせてしまえば  $b$ 、 $c$  のどちらを通ったか分からなくなり、 $D_1$  で再び干渉が見られるようになるのだろうか？(結晶  $NLC_2$  はほとんど透明である。)もし光線を重ね合わせることで干渉が再び生じるのであれば、 $D_1$  で観測される光子の経路とは無関係な光線  $g$  上で位相を変えても干渉は変化するのだろうか？さらに、光線  $g$  に透過率の調整ができるもの (neutral density filter など) をおいて、透過率を変えると、 $D_1$  での干渉はどうなるのだろうか？NDF で光線を完全に止めると干渉はなくなるのだろうか？

このような問題は量子力学に特有な重ね合わせの原理と観測の問題に基づいており、単なる古典的な光の干渉実験とは全然違う。この実験を古典力学で説明することはできない。この実験は、「爆弾検査問題」(光子が通った経路を観測すれば干渉が消えるという性質を利用して、爆弾が正常か不発弾かを調べる問題。詳しくは参考文献 [3]) と呼ばれる、量子力学に特有な問題と同じ原理に基づいている。

以上のような、量子力学の理論が予言する不思議な結果が実験と本当に一致するの確かめたいと思った。

## 第2章 量子力学の理論による予言

図 1.1、1.2、1.3 のそれぞれの場合に  $D_1$  で干渉が見えるかを、量子力学の理論を使って考えてみる。

### 2.1 half mirror

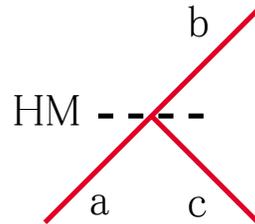


図 2.1: HM は half mirror

光子が half mirror に入ると、50 % の確率で透過し、50 % の確率で反射するとする。反射波の位相は入射波から  $90^\circ$  ずれるので、図 2.1 で、光子の状態は次のように変化する。

$$|a\rangle \xrightarrow{\text{HM}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|b\rangle + i|c\rangle)$$

### 2.2 非線型結晶

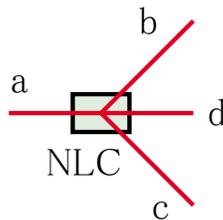


図 2.2: NLC は非線型結晶

1 つの光子が結晶に入ると  $(b, c)$  の方向 ( $\sim 10^{-4}\text{sr}$ ) に  $\eta^2$  ( $\sim 10^{-11}$ ) の確率で down conversion を起こし 2 つの光子が出る。その 2 つの光子には厳密な角度相関があるので、図 2.2 で光子の状態は次のように変化する。

$$|a\rangle \xrightarrow{\text{NLC}} \eta|b\rangle|c\rangle + \sqrt{1-\eta^2}|d\rangle$$

第 2 項は down conversion を起こさずにそのまま透過した光子の状態を表していて、 $|a\rangle \propto |d\rangle$  である。図 1.2、1.3 の入射光線 b、c に対しては、down conversion を起こさないで透過した光は実験に関係がないので無視する。また、 $\eta \ll 1$  だから、 $\eta$  の 4 次以上を無視する。

## 2.3 neutral density filter



図 2.3: NDF は neutral density filter

図 2.3 のような透過率  $T$  の neutral density filter を通過すると、光子の状態は次のように変化する。

$$|g\rangle \xrightarrow{\text{NDF}} T|g\rangle + \sqrt{1-T^2}|x\rangle$$

第 2 項は光子が透過できなかった状態を表している。

## 2.4 位相



図 2.4: 位相

図 2.4 で、A を通過した直後の状態を  $|a\rangle$  とすると、B に入る直前の状態は  $e^{i\phi}|a\rangle$  と書くことができる。A と B の間に phase shifter がある時は、この  $\phi$  を変化させることができる。phase shifter のないところでは  $\phi$  は固定されているので、 $\phi = 0$  とおいでも本質的には変わらない。以後、phase shifter がない所での位相の変化は無視する。

## 2.5 図 1.1 の実験装置

図 1.1 では、光子の状態は次のように変化する。

$$\begin{aligned} |a\rangle &\xrightarrow{\text{HM}_1} \frac{1}{\sqrt{2}}(|b\rangle + i|c\rangle) \\ &\xrightarrow{\text{P}_1} \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_1}|b\rangle + i|c\rangle) \\ &\xrightarrow{\text{HM}_2} \frac{1}{2}(e^{i\phi_1}(|e\rangle + i|d\rangle) + i(|d\rangle + i|e\rangle)) \\ &= \frac{1}{2}(i(1 + e^{i\phi_1})|d\rangle + (-1 + e^{i\phi_1})|e\rangle) \end{aligned}$$

従って、 $D_1$  で光子が観測される確率は

$$\left| \frac{i}{2} (1 + e^{i\phi_1}) \right|^2 = \frac{1}{2} (1 + \cos \phi_1)$$

であり、 $\phi_1$  を変化させると干渉が見られる。

## 2.6 図 1.2 の実験装置

図 1.2 では、光子の状態は次のように変化する。

$$\begin{aligned} |a\rangle & \xrightarrow{\text{HM}_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|b\rangle + i|c\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{NLC}_1, \text{NLC}_2} \frac{\eta}{\sqrt{2}} (|f\rangle|g\rangle + i|h\rangle|i\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{P}_1} \frac{\eta}{\sqrt{2}} (e^{i\phi_1}|f\rangle|g\rangle + i|h\rangle|i\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{HM}_2} \frac{\eta}{2} (e^{i\phi_1}(|e\rangle + i|d\rangle)|g\rangle + i(|d\rangle + i|e\rangle)|i\rangle) \\ & = \frac{\eta}{2} (ie^{i\phi_1}|d\rangle|g\rangle + i|d\rangle|i\rangle + e^{i\phi_1}|e\rangle|g\rangle - |e\rangle|i\rangle) \end{aligned}$$

ここで注意すべきことは、 $\text{NLC}_1$  と  $\text{NLC}_2$  で同時に down conversion が起こっているわけではないということである。すなわち、 $\text{NLC}_1$  で down conversion が起こって  $|f\rangle|g\rangle$  となっているときは、 $\text{NLC}_2$  では down conversion が起こらず、(式では省略しているが)  $|c\rangle$  のままであり、逆の場合も同様である。これは、次に述べる図 1.3 の実験装置の場合も同じである。

$D_1$  で光子が観測されるのは、 $D_2$  と同時に観測される場合 ( $|d\rangle|g\rangle$ ) と  $D_3$  と同時に観測される場合 ( $|d\rangle|i\rangle$ ) の 2 つの場合があり、どちらの確率も

$$\left| \frac{\eta}{2} \right|^2 = \frac{\eta^2}{4}$$

である。従って  $D_1$  で光子が観測される確率は  $\frac{\eta^2}{2}$  であり、 $\phi_1$  を変化させても干渉は生じない。前の章では  $D_2$ 、 $D_3$  を見れば光子がどちらの経路を通ったかが分かるので干渉が消えると考えたが、量子力学の理論によると、 $D_2$ 、 $D_3$  を見なくても ( $D_2$ 、 $D_3$  を置かなくても) 干渉が消える。

光子の経路が原理的に測定可能であれば、実際に測定してもしなくても干渉は生じない。

## 2.7 図 1.3 の実験装置

図 1.3 では、光子の状態は次のように変化する。

$$\begin{aligned} |a\rangle & \xrightarrow{\text{HM}_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (|b\rangle + i|c\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{NLC}_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta|f\rangle|g\rangle + i|c\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{NDF}} \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta T|f\rangle|g\rangle + \eta\sqrt{1-T^2}|f\rangle|x\rangle + i|c\rangle) \\ & \xrightarrow{\text{P}_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\phi_1}\eta T|f\rangle|g\rangle + e^{i\phi_1}\eta\sqrt{1-T^2}|f\rangle|x\rangle + i|c\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \xrightarrow{P_2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i(\phi_1+\phi_2)} \eta T |f\rangle |g\rangle + e^{i\phi_1} \eta \sqrt{1-T^2} |f\rangle |x\rangle + i |c\rangle \right) \\
& \xrightarrow{\text{NLC}_2} \frac{\eta}{\sqrt{2}} \left( e^{i(\phi_1+\phi_2)} T |f\rangle |i\rangle + e^{i\phi_1} \sqrt{1-T^2} |f\rangle |x\rangle + i |h\rangle |i\rangle \right) \\
& \xrightarrow{\text{HM}_2} \frac{\eta}{2} \left( e^{i(\phi_1+\phi_2)} T (|e\rangle + i |d\rangle) |i\rangle + e^{i\phi_1} \sqrt{1-T^2} (|e\rangle + i |d\rangle) |x\rangle \right. \\
& \quad \left. + i (|d\rangle + i |e\rangle) |i\rangle \right) \\
& = \frac{\eta}{2} \left( (i + i e^{i(\phi_1+\phi_2)} T) |d\rangle |i\rangle + (-1 + e^{i(\phi_1+\phi_2)} T) |e\rangle |i\rangle \right. \\
& \quad \left. + e^{i\phi_1} \sqrt{1-T^2} (i |d\rangle |x\rangle + |e\rangle |x\rangle) \right)
\end{aligned}$$

ここで、経路  $g$  が経路  $i$  と重なっているために、 $|g\rangle$  は  $\text{NLC}_2$  を通過した後に  $|i\rangle$  になることに注意しよう。 $c$  からきた光子と  $g$  からきた光子は区別できないのである。このために、図 1.2 の時は足せなかった  $|d\rangle |g\rangle$  と  $|d\rangle |i\rangle$ 、及び  $|e\rangle |g\rangle$  と  $|e\rangle |i\rangle$  の振幅を単純に足すことができ（これが重ね合わせの原理である）その結果、干渉が生じるのである。前節でも述べたように、二つの非線型結晶で同時に down conversion が起こっているわけではないので、この実験では「down conversion が起こる可能性」どうしが干渉しているといえる。

$D_1$  で光子が観測されるのは、 $D_2$  と同時に観測される場合 ( $|d\rangle |i\rangle$ ) と同時に観測されない場合 ( $|d\rangle |x\rangle$ ) の 2 つの場合があり、前者の確率は

$$\left| \frac{\eta}{2} \left( 1 + e^{i(\phi_1+\phi_2)} T \right) \right|^2 = \frac{\eta^2}{4} (1 + 2T \cos(\phi_1 + \phi_2) + T^2)$$

後者の確率は

$$\left| \frac{\eta}{2} \sqrt{1-T^2} \right|^2 = \frac{\eta^2}{4} (1-T^2)$$

である。従って  $D_1$  で光子が観測される確率は  $\frac{\eta^2}{2} (1 + T \cos(\phi_1 + \phi_2))$  である。

$T = 1$  では完全な干渉が見られるが、 $T$  が減少するにつれて干渉は弱くなり、 $T = 0$  では干渉は消えてしまう。また、 $\phi_1$  だけではなく、干渉をおこす 2 光子の経路とは関係のない場所にある  $\phi_2$  を変えることによっても干渉が生じる。図 1.2 の場合とは反対に、 $D_2$  を見ても見なくても ( $D_2$  を置いても置かなくても)  $T \neq 0$  では干渉が起こる。

光子の経路が原理的に測定不可能であれば干渉は生じる。干渉が生じるか生じないかは、経路が原理的に測定可能か不可能かのみで決まり、実際に測定するかしないかには依存しない。

## 第3章 本実験に向けて

### 3.1 実験装置の簡略化

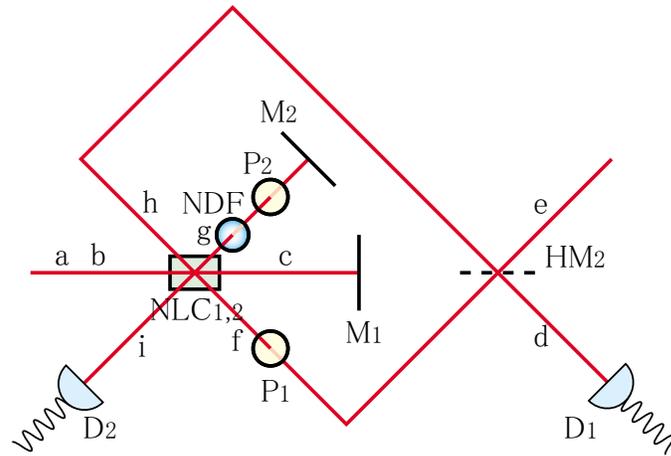


図 3.1: 図 1.3 と図 3.1 で同じ記号は同じ内容のものを表している

図 1.3 のような実験をするには結晶が 2 個必要である。しかし、1 つの結晶に光を 2 回通せば、1 個の結晶でも同じ内容の実験ができる。図 3.1 のように、結晶を透過した光を  $M_1$  で垂直に反射させ、再び結晶に入れればよい。光線  $g$  を  $M_2$  で垂直に反射させれば、 $g$  と  $i$  を重ね合わせることができる。

図 3.1 はさらに簡単にすることができる。 $HM_2$  は  $f$ 、 $h$  の経路を重ね合わせるために置いてあるが、 $HM_2$  を置かなくても、 $f$  を  $M_3$  で垂直に反射させれば  $h$  と重ね合わせることができる。(図 3.2)  $D_2$  はあってもなくても同じなので何も置かないことにする。

もし NDF の透過率が高ければ、干渉する 2 光子の経路上にある  $P_1$  だけでなく、関係のない場所にある  $P_2$  の位相を変化させることによって  $D_1$  で干渉を起こすことができるはずである。逆にもし NDF の透過率が低ければ、 $P_2$  はもちろん、 $P_1$  を変化させても干渉は生じないはずである。

### 3.2 coherent length

この実験を成功させるためには、 $c$  と  $f$  (または  $g$ ) の光路差を入射する laser の coherent length 程度に、 $f$  と  $g$  の光路差を down conversion で出た相関のある 2 光子の coherent length 程度に合わせる必要がある。

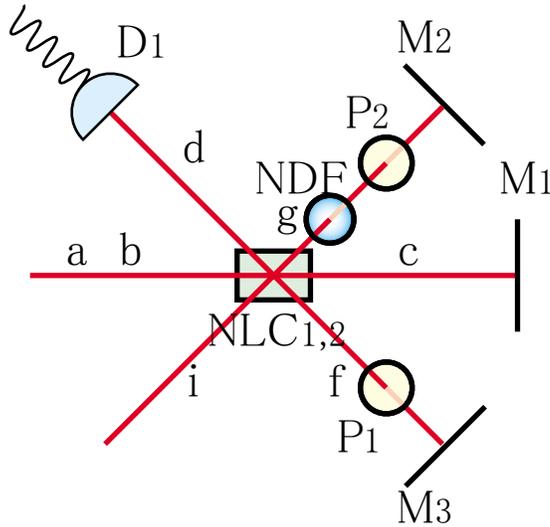


図 3.2: 図 1.3 と図 3.1、図 3.2 で同じ記号は同じ内容のものを表している

### 3.2.1 laser の coherent length

Mickelson-Morley 型の干渉系を組んだ時は、2つの光路に多少の差があっても干渉が生じる。この干渉が生じる範囲の光路差を coherent length という。Mickelson-Morley 型の干渉系で干渉が生じるのは、laser がきれいな正弦波になっていて、 $\delta l/c$  だけ時間がずれて出た 2 光子が区別できないからである。従って、CW laser (連続的な laser) の場合、coherent length は laser の mode がどれだけきれいか、つまり、振動数の揺らぎ  $\delta\omega$  がどれだけ小さいかによってきまる。これを数式で説明すると以下のようなになる。運動量空間で  $\omega_0 \pm \delta\omega$  に局在した波の振幅は

$$f(\omega) = A e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\delta\omega^2}}$$

と表せる。このような周波数成分を持つ波は

$$F(x, t) = \int_0^\infty f(\omega) e^{i\frac{\omega(x-ct)}{c}} d\omega$$

である。 $f(\omega)$  は  $\omega_0 \pm \delta\omega$  以外ではほとんど 0 なので、積分範囲を実数全体に変更してもよい。このようにして、 $\omega$  積分を実行すると、

$$F(x, t) = A\sqrt{2\pi}\delta\omega e^{-\frac{(x-ct)^2}{2(c/\delta\omega)^2}} e^{i\frac{\omega_0}{c}(x-ct)}$$

となる。これは  $x = ct \pm c/\delta\omega$  に局在した正弦波を表している。従って、 $t$  を固定したとき、 $|x-ct| < c/\delta\omega$  では「きれいな正弦波」とみなせ、この範囲にある 2 光子は干渉を起こす。つまり、 $\delta l = c/\delta\omega$  である。

pulse laser の場合は coherent length は pulse 幅  $\times$  光速よりも小さくなるので、一般に pulse laser の方が CW laser よりも coherent length が短い。

laser の coherent length よりも  $c$  と  $f$  (または  $g$ ) の光路差が長ければ、laser の pulse が出た時刻と detector に光子が入った時刻を調べることにより、本質的には光子の経路を特定できる。つまり、干渉は起こらなくなってしまう。従って、 $c$  と  $f$  (または  $g$ ) の光路差を laser の coherent length 程度に合わせる必要がある。

### 3.2.2 2光子の coherent length

down conversion で出てくる2光子は強い運動量相関をもっている。結晶の大きさを無視すると、片方の光子の場所を測定すると、もう片方の光子の場所が正確に分かる。つまり、f と g の光路長が少しでもずれていると、i 上で結晶から detector  $D_1$  までと同じ距離の場所に detector  $D_2$  をおいて、 $D_1$  と  $D_2$  の coincidence をとれば、原理的には光子の経路を特定できる。従って、f と g の光路長は極めて正確に合わせないといけない。

ところが、実際には結晶は有限の大きさ ( $4\text{mm} \times 4\text{mm} \times 3\text{mm}$ ) をもっているので、down conversion が起こった場所の不確定性により、少しだけ coherent length が生じる。例えば、図 3.3 のように、結晶の真中で down conversion が起こったときに光路長が等しくなるように detector を置いたとすると、中心から  $l$  だけ離れた所で down conversion が起こったとき、光路差は  $2l \sin \theta$  となる。ここで  $\theta$  は縮退した2光子が出てくる角度である。従って、2光子の coherent length は、laser の空間的な coherence が良い場合、 $2 \times 2 \times \sin 6^\circ = 0.2\text{mm}$  程度である。laser の空間的な coherence が悪いと、結晶の中の異なる場所に入った光子が mode 状態の違いで区別できるため、down conversion が起こった場所を特定できてしまう。これは、Mickelson-Morley 型の干渉系で、空間的 coherence が良ければ2つの laser の中心が多少ずれていても干渉が起こるが、空間的 coherence が悪ければぴったりと laser を重ねないと干渉が起こらないのと同じ原理である。第4章で述べるように、我々の実験で使用する YAG laser は空間的な coherence が非常に悪く、 $0.5\text{mm}$  離れると干渉が生じない。従って、図 3.3 の  $l$  は実質的には  $0.5\text{mm}$  となり、coherent length は  $0.05\text{mm}$  程度となる。

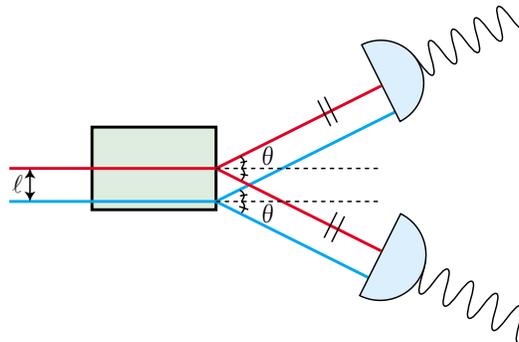


図 3.3: 結晶の大きさにより coherent length が生じる

これは非常に短いですが、detector の直前に band pass filter を置くことによって、coherent length をのばすことができる。band pass filter を置くと、運動量の不確定性が減少し、その分、位置の不確定性が増大するからである。具体的には  $\delta\omega$  の band pass filter を使うと、前と同じ議論で、 $\delta l = c/\delta\omega$  程度の coherent length が得られる。例えば、 $\lambda = 710 \pm 1\text{nm}$  の band pass filter を使うと、 $\omega = c/\lambda = 4.2 \times 10^{14} \pm 5.9 \times 10^{11}\text{Hz}$  で、 $\delta l = 0.50\text{mm}$  となる。

### 3.3 本実験までにしなければいけないこと

この本実験を成功させるためには次の3つの予備実験をする必要がある。

## 1. laser

結晶を破壊してしまわないために、まず、laser の性質を調べる必要がある。laser の coherent length を知ることも重要である。本実験では精密な測定をするので、光学機器の取り扱いや干渉系の組み方にも習熟しなければいけない。

## 2. detector

downconversion で出てくる相関のある 2 光子を観測するためには single photon level で coincidence をとらなければならない。しかしながら、出力光の波長は 710nm であるので、通常の PMT では感度がなく使えない。そこで、PMT 以外の single photon を検出できる detector を見つけ、その扱い方、性質等を調べなければならない。

## 3. downconversion の観測

計算した通りの角度に 2 光子が出るか、効率はどの程度か、といったことを調べなければならない。down conversion が起こっていることを確認できないと、本実験をすることはできない。98 年度課題研究 P1 ではこの予備実験に失敗して本実験ができなかったそうである。彼らが使用して失敗した”あやしい”非線型結晶を今回も使うので、down conversion がちゃんとおこるかどうかが不安である。

## 第4章 予備実験1～laserと非線型結晶～

### 4.1 laser の選択

down conversion の効率が  $10^{-7}/\text{sr}$  程度と非常に小さいため ( Appendix B 参照 )、ピーク値の高い pulse laser を使用しなければならない。また、down conversion で出てくる光子の波長は入射 laser の 2 倍になるので、出てくる光子を効率よく観測するためには、laser の波長が紫外域である必要がある。

以上の理由により、YAG3 倍波の pulse laser を本実験で使用する laser に選んだ。この laser の spec は 355nm、20Hz で、1pulse あたり 30mJ、5nsec で、出力直後の beam 径は約 1cm である。

### 4.2 laser の coherent length の測定

まず、練習のために He-Ne laser の coherent length を測定し、次に本実験で用いる YAG3 倍波 pulse laser の coherent length を測定した。

#### 4.2.1 He-Ne laser

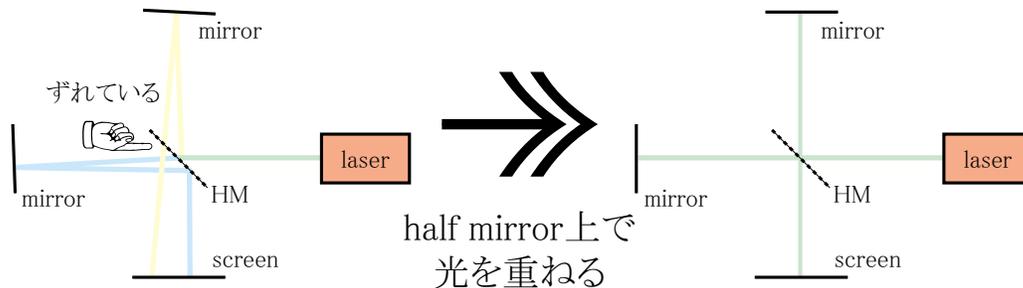
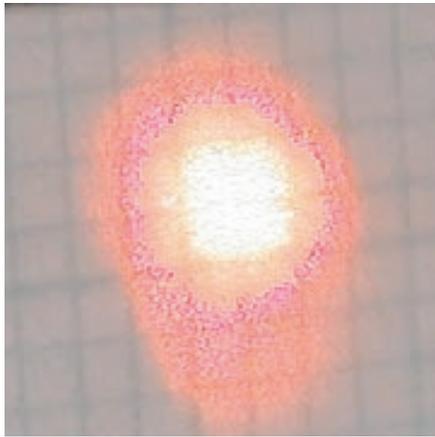


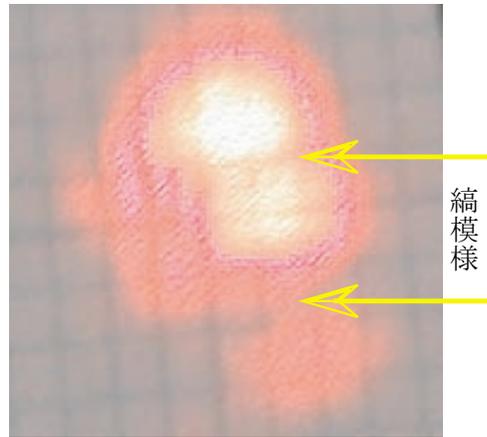
図 4.1: He-Ne laser の coherent length の測定

図 4.1 のような Michelson-Morley 型の干渉系を組んで coherent length を測定した。図 4.1 のように、half mirror 上で光を重ねることによって mirror で laser からの光を垂直に反射させると、図 4.2 のような干渉が見られた。

しかし、x-stage を動かすと干渉は消えてしまった。これは、x-stage の精度が悪く、図 4.3 のようにゆがんでいたからである。そこで、x-stage を動かす度に mirror を調節すると、すべての範囲 ( $\pm 5\text{cm}$ ) で干渉が見られた。従って、coherent length は 5cm 以上あることが分かった。



片方のpassを塞いだ時の写真。



干渉が起こった時の写真。  
縞模様が揺れているのが観測できた。

図 4.2: He-Ne laser の干渉

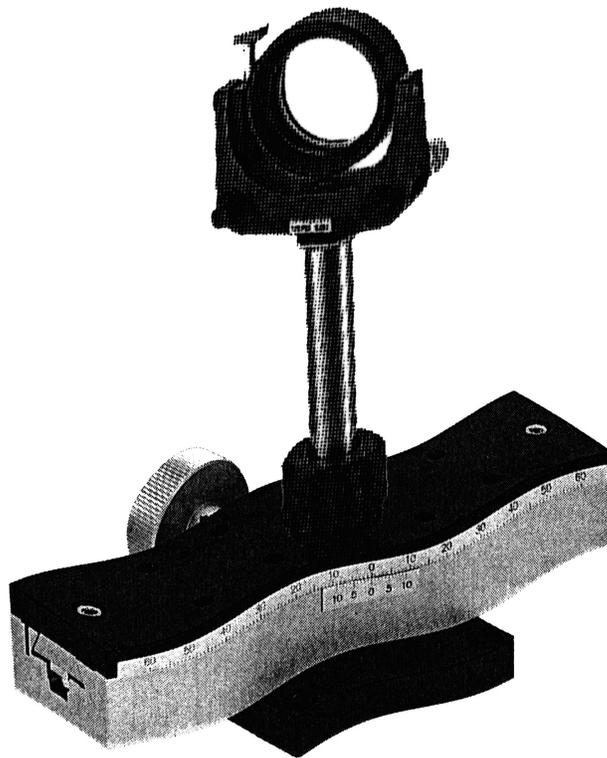


図 4.3: x-stage がゆがんでいるので反射の角度が変わる

## 4.2.2 YAG3 倍波 pulse laser

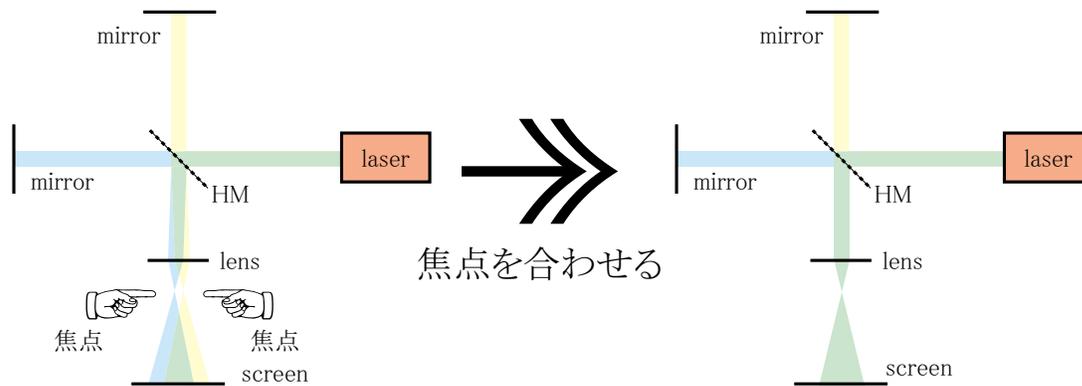
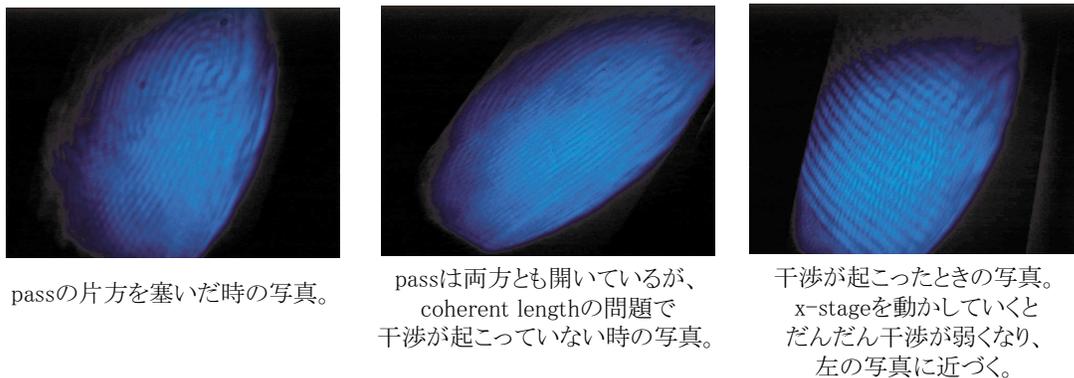


図 4.4: YAG3 倍波 pulse laser の coherent length の測定

YAG3 倍波 pulse laser は空間的な coherence が悪いため、laser の中心をぴったりと (0.5mm 以内) 合わせないと干渉が見られない。(He-Ne laser の場合は laser の一部が重なっているだけでも、その重なっている部分に干渉が生じる。) laser の中心をぴったりと合わせるために、まず He-Ne laser と同じ方法で大体垂直に反射させてから、図 4.4 のように lens を通して laser を絞り、焦点をぴったりと合わせた。すると、x-stage が真中にあるときは、図 4.5 のような干渉が見られた。



passの片方を塞いだ時の写真。

passは両方とも開いているが、coherent lengthの問題で干渉が起こっていない時の写真。

干渉が起こったときの写真。x-stageを動かしていくとだんだん干渉が弱くなり、左の写真に近づく。

図 4.5: YAG3 倍波 pulse laser の干渉

x-stage を動かすごとに mirror を調節したが、x-stage を真中からずらしていくにつれ、干渉はだんだん弱くなっていった。±1cm ぐらいまでは干渉ははっきりと観測できたが、±2cm ぐらいから少し弱くなり始め、±4cm ではほとんど見えなくなった。従って、coherent length は 2cm 程度であることが分かった。

## 4.3 laser の強度の揺らぎの測定

この laser は空間的や時間的な揺らぎが大きく、ときたま、強い pulse が出される可能性がある。この強い pulse が非線型結晶 BBO の damage threshold を超えないようにしなければならない。以

下のような方法で測定した。

### 4.3.1 強度の平均値の時間的揺らぎの測定

355nm の beam をガラスで 3 回反射させ、直径 1cm ほどの pinhole に通して、10 万回分の data をとった。( 図 4.6 ) この data を見る限りでは、laser の強度の平均値の時間的な揺らぎは高々 3 倍程度、即ち、1pulse あたり高々 100mJ と考えられる。

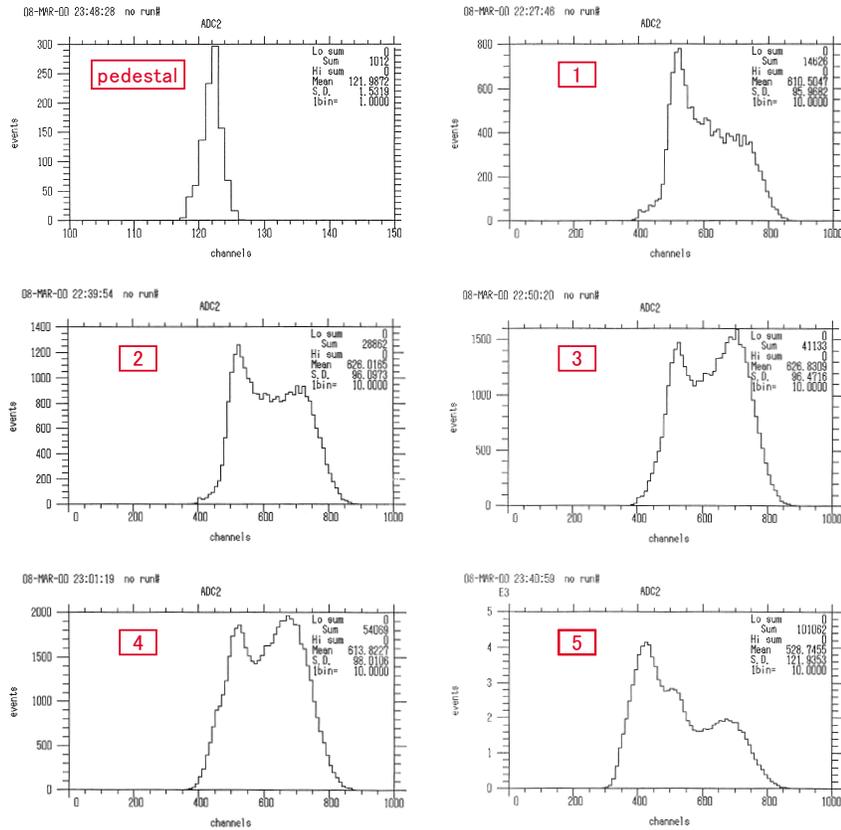


図 4.6: 1 から 5 の順に時間的

### 4.3.2 各 pulse の強度及び空間的揺らぎの測定

4.3.1 の方法では、ときたま特定の部分に強い pulse が来ていても検出できない。そこで、直径 1cm ほどの pinhole に通した後、beam spot 上の 5 点 ( 図 4.7 ) に対し、直径 0.3mm の pinhole を使って data をとった。具体的には、まず pedestal を測定してから、1 ~ 5 の各点で約 1 万回分の data をとった。ただし、3 千回ごとに laser を調整し、時間的な平均値は一定になるようにした。detector が時間的に変化しないことを確かめるために、最後にもう一度最初と同じ場所で測定し、

pedestal をとった。( 図 4.8 ~ 4.14 ) この data では各 pulse の強度の揺らぎはどの場所でも高々2 倍程度であり、空間的には特に強い puls がくる場所は存在しなかった。

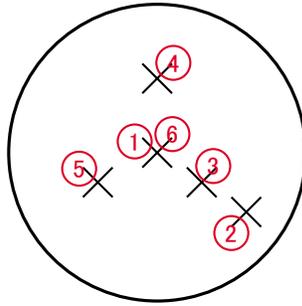


図 4.7: 1 から 6 の順に時間的

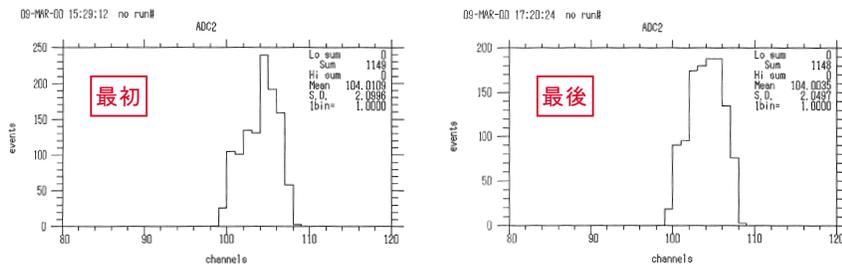


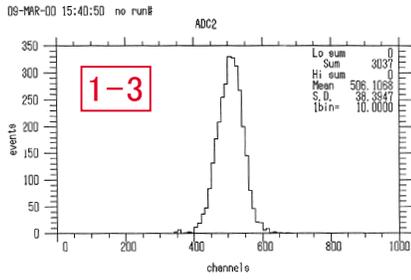
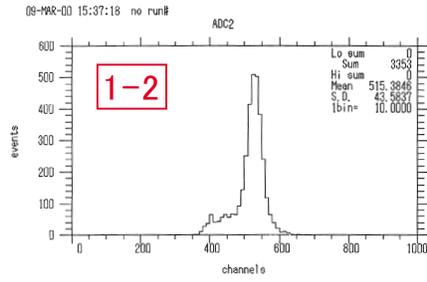
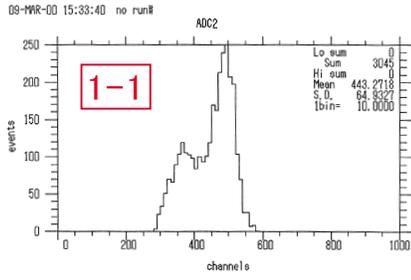
図 4.8: pedestal

## 4.4 非線型結晶の damage threshold

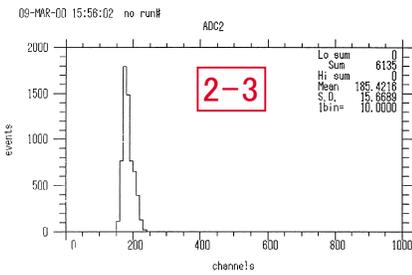
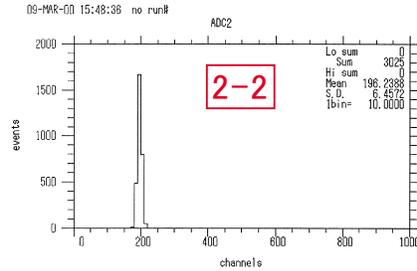
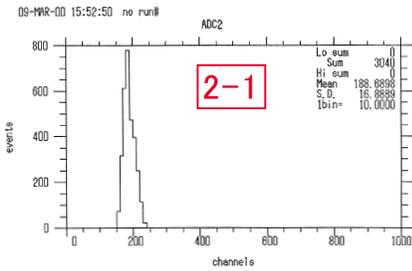
我々の実験では、扱いやすい( 潮解性がない、damage threshold が高いなど ) 非線型結晶として BBO を選択した。BBO の damage threshold は 500nm、10nsec の pulse laser に対し、peak 値が 1GW/cm<sup>2</sup> である。実験で使用する laser は 355nm だが、laser の spec をもとに peak 値を計算すると

$$\frac{30\text{mJ}}{5\text{nsec} \times 1\text{cm}^2} = 6\text{kW/cm}^2$$

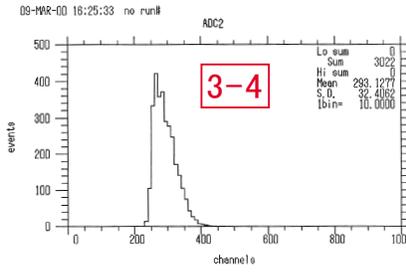
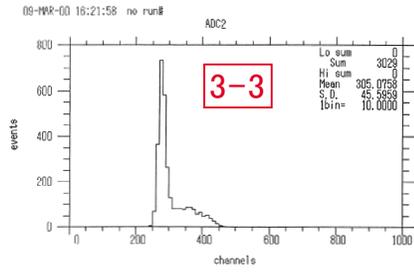
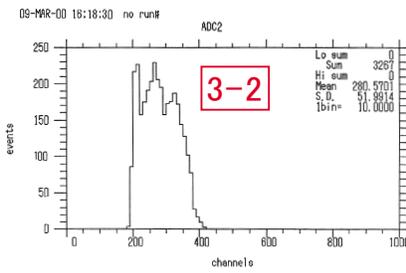
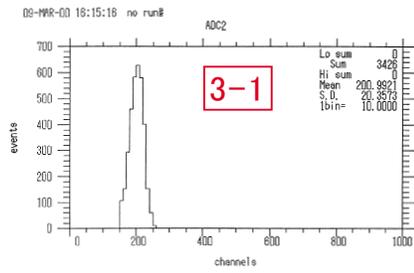
となり、揺らぎを考慮しても高々20kW/cm<sup>2</sup> なので laser を直接結晶に入れても大丈夫であると判断した。



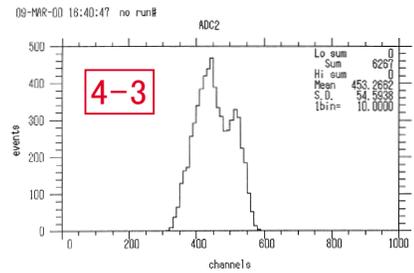
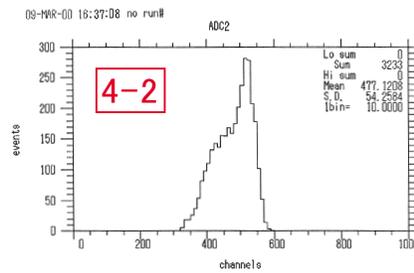
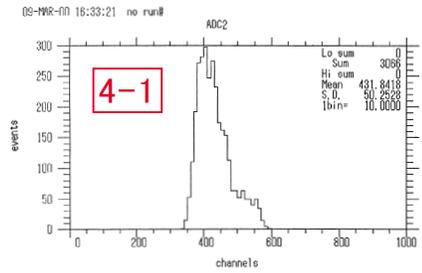
☒ 4.9: 1



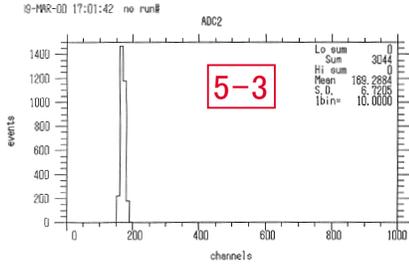
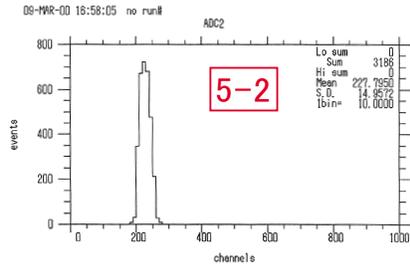
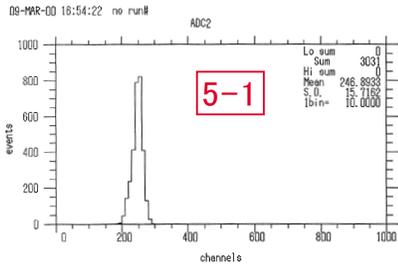
☒ 4.10: 2



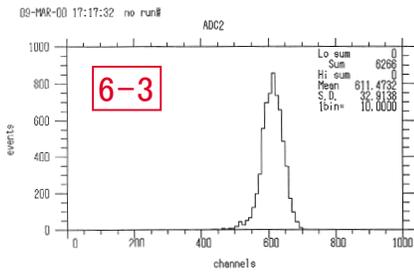
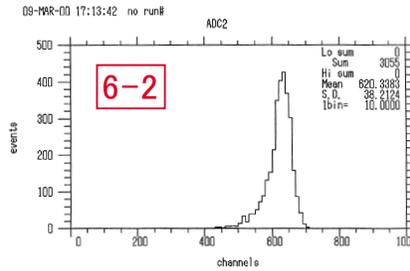
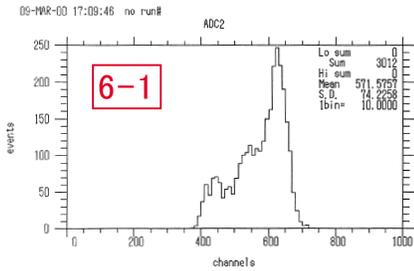
☒ 4.11: 3



☒ 4.12: 4



☒ 4.13: 5



☒ 4.14: 6

## 第5章 予備実験2～detector～

### 5.1 理論

#### 5.1.1 何故 APD?

down conversion においては、相関のある photon 二つが同時に放出されるため、実際に down conversion が起こっていることを確かめるには、single photon level まで出力を落として、coincidence を取れば良い。coincidence を取ることには、background 光の影響を小さくすることが出来るという利点もある。というのは、background 光からの accidental な寄与が入射 beam の power に関して二次で落ちるのに対して、coincidence rate は一次でしか落ちないからである。

しかしながら、出力光の波長は 710nm であるので、普通の PMT では感度がなく使えない。そこで、PMT 以外で single photon を検出できる detector として、avalanche photo diode (APD) を用いることにした。

APD は、端子間に電圧をかけることができる PD で、その電圧によって carrier を加速し、二次 carrier を次々と生成させることができる。つまり自己増幅作用があるため、微弱光の検出に適している。通常、PD を使う場合 amp を使わなければならないのだが、その amp の noise が検出限界を決めることになる。従って、APD を使えば、その増倍率分だけ検出限界を下げる事ができる。

#### 5.1.2 noise について

このように、微弱信号を検出しようとする時には常に noise が問題となる。ここでは実験結果をふまえて、現象論的観点からまとめる。

##### 種類

noise の種類は大きく分けて、他のものが出した noise を拾ってしまうのと、自分自身が出す noise に分けられる。

前者のうち、空気中を伝わってくる noise はアルミホイルで包むだけで大部分が落とせる。ただ、それだけでは防ぎきれないものもあるらしく、例えば、NIM pulse が LEMO cable から漏れだして悪さをしていたように思われる。他に、cable を伝わってくる noise もあって、配電盤の earth に ground をつなげると大きな noise がのる、というようなことがあった。そのため、全ての ground を統一すれば良いという訳にはいかず、いろいろ試してみたが set-up にも依存するらしく、結局何をどうすれば一番良いのかは解らなかった。傾向としてはやはり統一した方が良さそうではあった。

後者には、thermal noise や、統計的なものなどがある。APD を使う場合、増幅過程において統計的ゆらぎによる noise が加わるため、PIN PD よりも noise は大きくなる。thermal noise とは、Jonson noise, dark current などなどとにかく冷やせば減ってくれる noise のことで、だったら冷や

してみましょう、ということになって、pre-amp,PIN PDを冷やしてみた。(但し、この時は、信号が見えるような set-up にはしなかったので、pedestal だけしか見ていない。)その結果はおもしろくなく、期待した程の変化は見られなかった。また、冷却装置を set すると、その部分の shield が弱くなってしまいう上に、noise 源が増えるのだから noise は大きくなる。

## 発生源

noise の発生源は、amp 等の電子回路と PD 自身に分けられる。

前者については、初段の amp までの noise が full に増幅されてしまうために特に問題となる。PIN PD を使った実験では、最終的に最も大きな noise 源として残り、 $10^3$  個相当の noise を出していた。pre-amp 以降で発生する noise は問題ない程度に抑えることが出来る。

PD は、機能上全体を shield することは出来ないの、他からの影響を比較的受けやすい。特に、laser からの noise は信号に同期しているため非常に鬱陶しく、set-up 全体を shield してやる必要があった。

## 評価

noise の評価は、 $N_0$  個の photon を入射し、ADC で見て、信号の mean,S.D. が  $M_d, \sigma_d$ 、pedestal のが  $M_p, \sigma_p$  であった時、

$$N_{noise} := \frac{\sigma_d + \sigma_p}{M_d - M_p} N_0 \quad (5.1)$$

と定義し、この値で評価した。

入射光の photon 数は、PMT で見て決めた。その際、PMT の効率は測定出来なかったの、よく言われる値 20 % とした。

### 5.1.3 冷却方法

#### pre-amp

pre-amp の冷却には、ドライアイスを用いた。その際、PD はつけずに pre-amp だけを冷やした。そのため信号を入れた時にどうなるかは分からないが、 $\sigma_p$  がほとんど変化しなかったことを考えると、pre-amp を冷やしても無駄と思われる。

#### PD

PD の冷却には、thermo-module を用いた。

thermo-module とは、P 型,N 型素子からなる熱電半導体を、金属電極で接合した  $\pi$  型直列回路 PN 対に  $N \rightarrow P$  方向に電流を流すと、Peltier 効果によって  $\pi$  型の上で吸熱、下部で発熱が起こるということを利用する module で、数十個の素子対を ceramic 板の間に挟んで直列につないで作られる。

使用する時には、発熱側に heat sink をつけて、吸熱側からの熱及び内部抵抗によるジュール熱を放散させる必要がある。heat sink には空冷 fin を、PD の断熱には発泡スチロールを用いた。

規格によると、うまく使えば  $-20^\circ\text{C}$  くらいまで冷却できることになっていたが、 $0^\circ\text{C}$  付近までしか到達できなかった。それでも、室温の時との比較はできるので良しとした。

## 温度計

pre-amp や P D の温度を測るのには、二端子 I C 温度 transducer を用いた。これは、ある範囲の電圧をかけたとき、絶対温度に比例した電流を発生する I C である。

### 5.1.4 bias について

bias の効果には以下のようなものがある。

- P D の端子間容量を小さくする
- linearity を改善する
- dark current を増加させる
- A P D の増倍率を上げる

5.1.2 では書かなかったが、pre-amp の入力端子に抵抗や capacitance をつなげると noise が増加する。そして、その度合いは R や C が大きい程大きい。従って、bias をかけると pre-amp についている C が小さくなるのだから、noise は小さくなる。さらに bias 電圧  $V_r$  を上げていくと、今度は dark current が効いてきて noise が増え始める。

### 5.1.5 single photon detector

今までは出力が入射光の強度に比例するような使い方 ( A P D の場合 avalanche-mode と呼んで、次の Geiger-mode と区別する ) を念頭においていたが、実を言うと、それでは A P D を使っても single photon を検出することは困難である。( A P D の増倍率は高々  $10^2$  程度 )

## G-mode A P D

A P D で single photon を見るには Geiger-mode で使う必要がある。G-mode では入射強度の情報は失われて、on,off しか分らなくなるが、single photon level でも検出が可能になる。

bias 電圧  $V_r$  を上げていくと、それにつれて A P D の増倍率が大きくなっていく。そして、ある電圧 (break down voltage :  $V_{br}$ ) を越えると二次 carrier の生成が止まらなくなって、大きな出力を得ることが出来るようになる。

## quenching 回路

しかし、いつまでも電流を流し続けるような検出器は役に立たないし、A P D が壊れてしまいかねないので、avalanche を止める機構を作ってやらなければならない。その回路のことを quenching 回路とって、passive-quenching と active-quenching がある。

passive-quenching は、単に、出力に大きな抵抗 ( $>$  数百  $k\Omega$ ) を直列につなげるだけのもので、電流が流れるとその電圧降下によって A P D にかかる電圧を  $V_{br}$  以下に下げるといったもの。大きな R を使うために recovery の時定数が大きくなってしまいう欠点がある。

active-quenching は、transistor 等を駆使して、電流が流れたら bias に negative pulse を加えて avalanche を終わらせる回路で、高い時間分解能が得られる。

我々の実験ではそのような高い時間分解能は必要ないので、passive-quenching でも十分である。

敵

g-mode では、十分大きな信号が得られるため amp が出す noise は無視できるようになる。( ていうか amp を使わなくても良いくらい。実際、pre-amp は使わなかった。) また、5.1.1 でも書いたように background 光の影響も無視できるため、問題となるのは dark current だけである。文献を見ると、APD の dark current の count rate は温度が  $10^{\circ}\text{C}$  下がることにおよそ  $\frac{1}{3}$  になると書いてある。従って、pre-amp や PIN PD の時は冷やしてもほとんど効果がなかったが、今度は役に立ってくれるものと期待される。

### 5.1.6 測定すべきもの

さて、最終目標は APD で single photon を見ることであるが、現実問題として、我々は APD どころか PIN PD すら使ったことがない状態であったので、まずは PIN PD を用いて、set-up の組み方などから勉強する必要があった。その後、( 卒業式も終わった頃になってようやく、) APD に移るのだが、

<実験 1> まず、PIN PD と同じ使い方をし、PIN PD との違いを見る

<実験 2> 次に、G-mode 用に回路 ( APD 1 ) を組む。そして、

<実験 2 - 1> この回路がちゃんと働いていることを確認するために a-mode でも測定して <実験 1> と比べる

<実験 2 - 2> G-mode で使う

<実験 2'> <実験 2 - 1> で <実験 1> と一致しなかったため、もう一つ回路 ( APD 2 ) を組んで <実験 2> と同じことをする

<実験 3> 冷やす

<実験 3 - 1> 比較のために a-mode でも測定

<実験 3 - 2> G-mode で測定

といった実験を行う。

a-mode での測定

- bias  $V_r$  を変化させて、 $M_d, \sigma_d, M_p, \sigma_p$  を測定する
- 光量を PMT で測る

G-mode での測定

- 光量、 $V_r$  を数段階変化させて、ADC で pulse height distribution を見る。
- $V_r$  を数段階変化させて、scaler で dark current の count rate を測定する

- 光量,  $V_r$  を数段階変化させて、scaler で微弱光を入射した時の count rate を測定する

## 5.2 実験装置

### 5.2.1 set-up

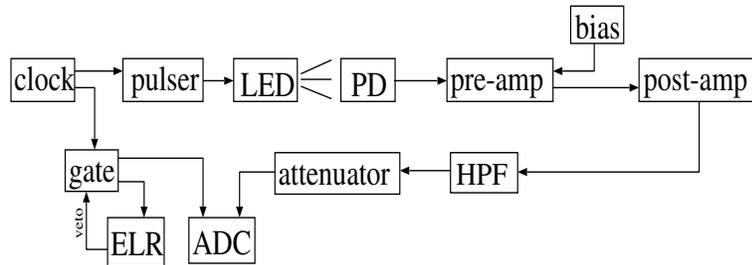


図 5.1: PIN PD ,a-mode の set-up

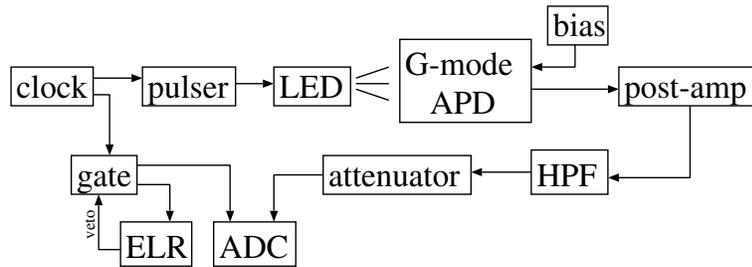


図 5.2: G-mode ( ADC ) の set-up

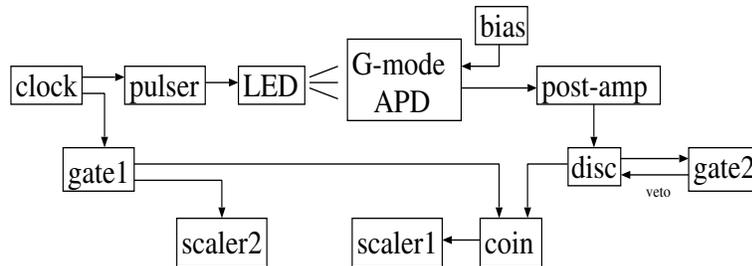


図 5.3: G-mode ( count rate ) の set-up

## 5.2.2 P D

### <実験 1 >

BNC connector につないただけの単純なもの。bias は pre-amp を通してかける。

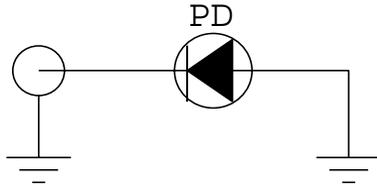


図 5.4: 回路無し P D

### <実験 2 > , <実験 3 >

G-mode で使うには pre-amp から bias をかけることが出来なくなるので、横から bias をかける回路が必要となる。

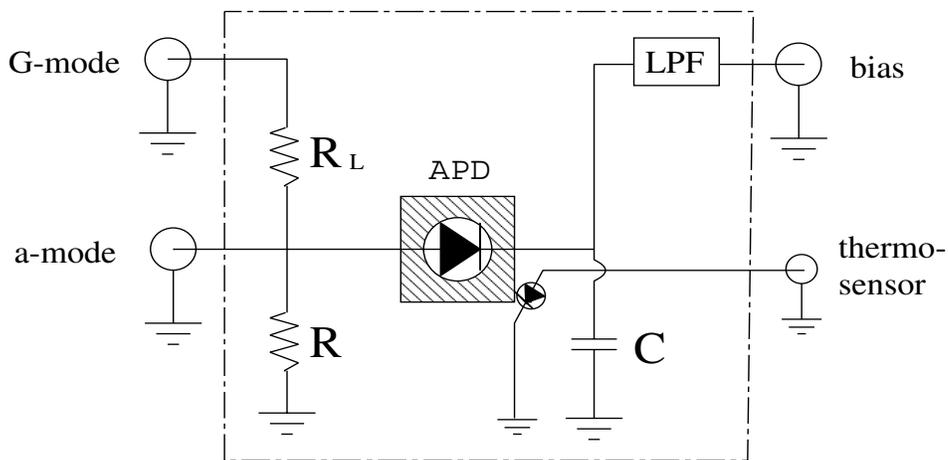


図 5.5: G-mode 用 A P D

$R_L$  が passive-quenching 回路。R は D C path。C は、信号から見た bias 電源の内部抵抗を小さくするためのもの。

A P D は、noise 対策、冷却効率の改善のため、銅の塊の中に埋め込んだ。

受光面が奥に隠れるようになったので、集光率が  $\frac{2}{5}$  に減少した。

## 5.3 実験結果

### 5.3.1 PIN PD, a-mode

PIN PD	回路無し APD	APD 1	APD 2	APD 2 @275K
$9 \times 10^2$	$3 \times 10^2$	$2 \times 10^3$	$2 \times 10^3$	$1 \times 10^3$

表 5.1:  $N_{noise}$  の最小値

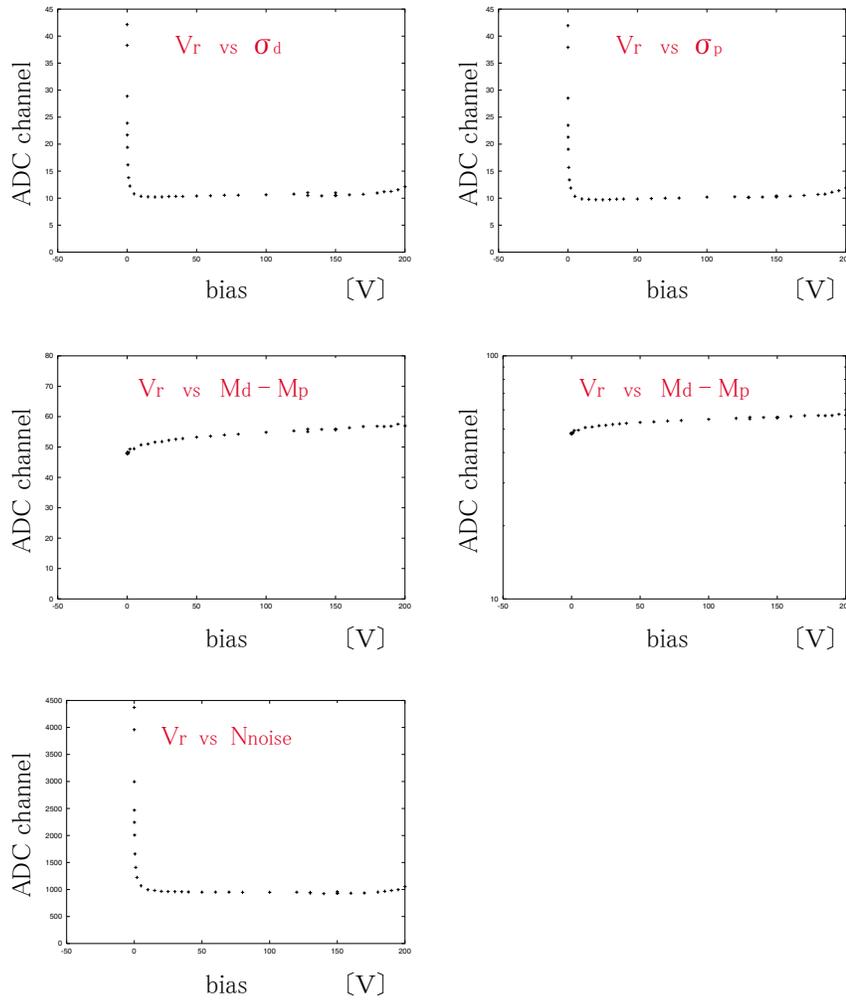


図 5.6: PIN PD

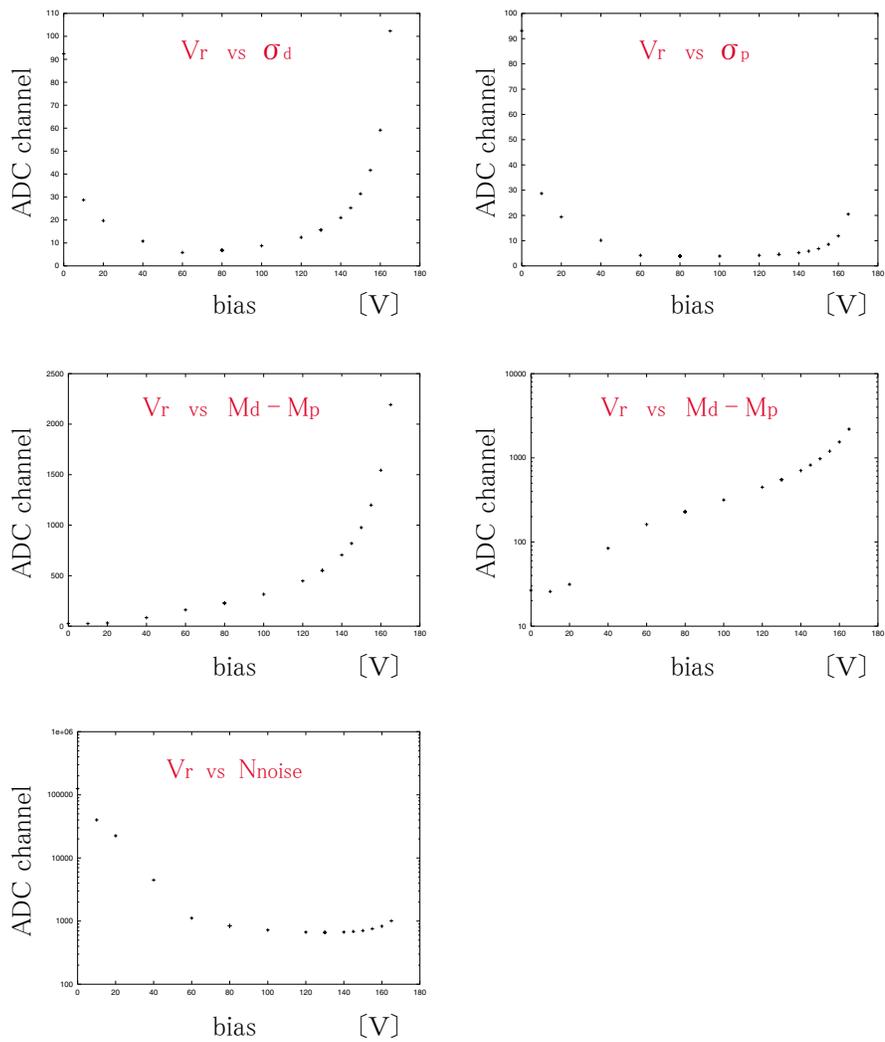
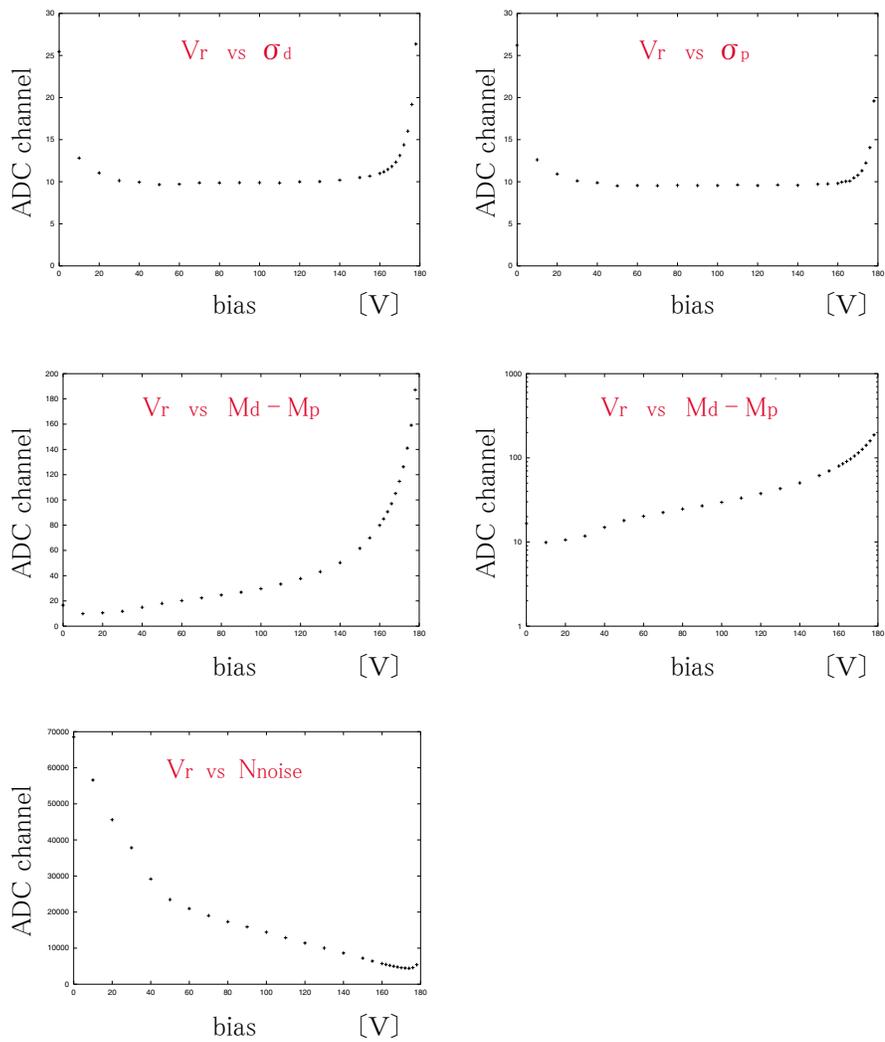


図 5.7: 回路無し APD



☒ 5.8: A P D 1

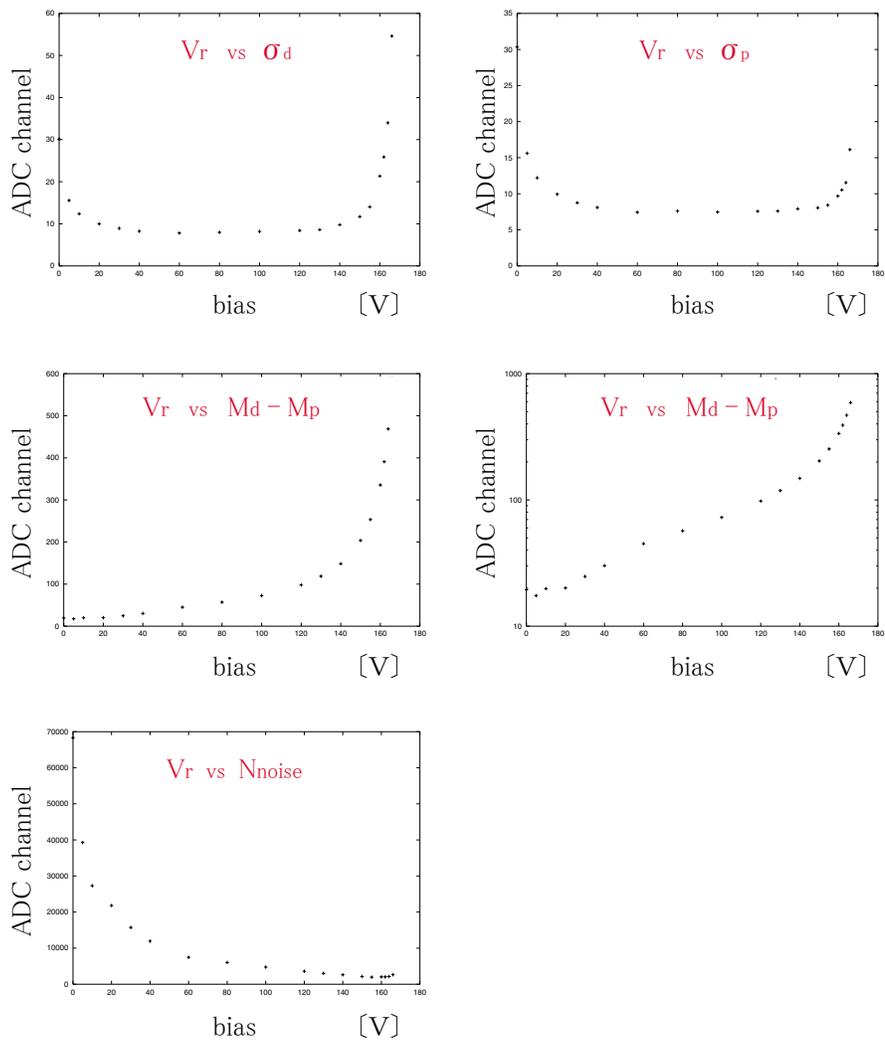
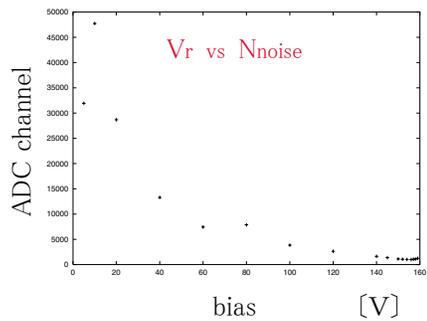
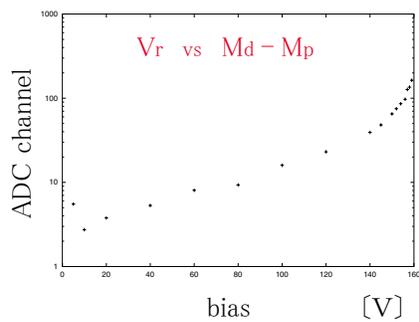
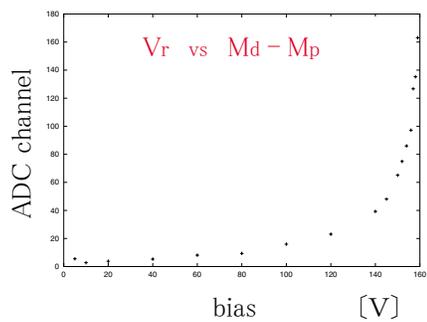
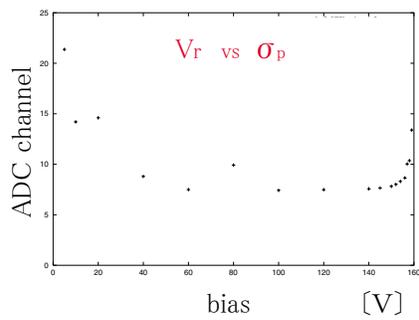
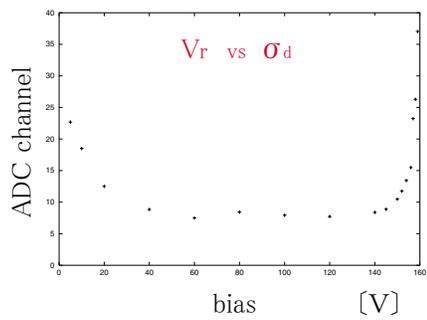


图 5.9: A P D 2



☒ 5.10: A P D 2 @275K

### 5.3.2 G-mode ( A D C )

入射強度は五段階に変化させた。弱い方から順  $L_1, \dots, L_5$  とする。一つ一つの data については、光量の定量的な測定は行わなかった。

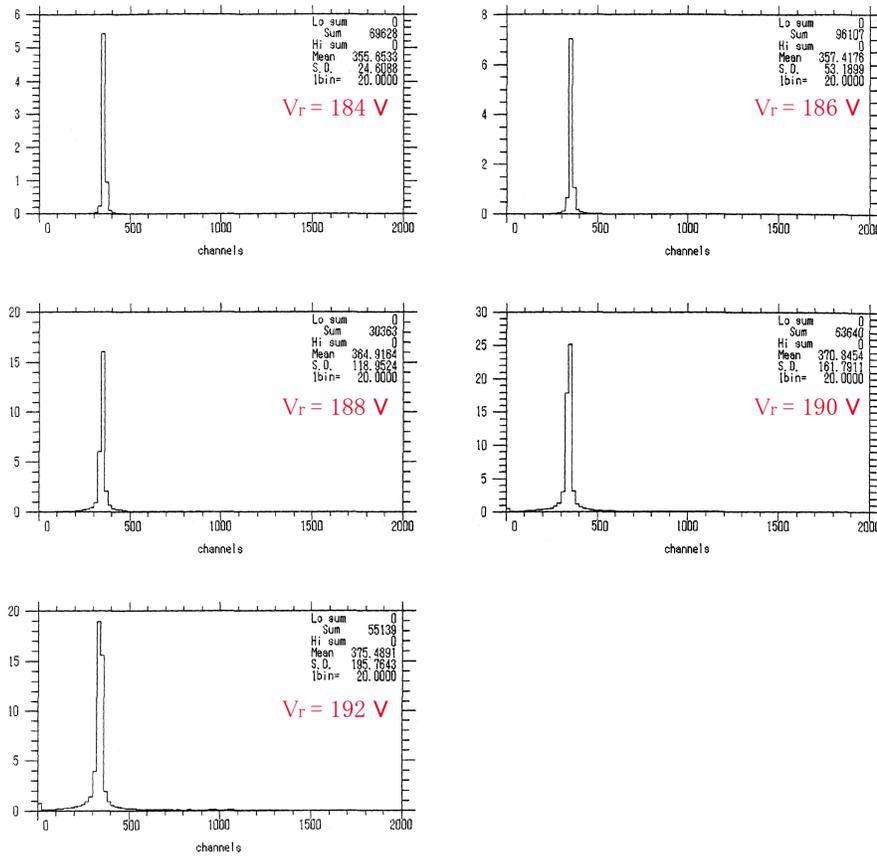


図 5.11: G-mode A P D ( 光量  $L_1$  )

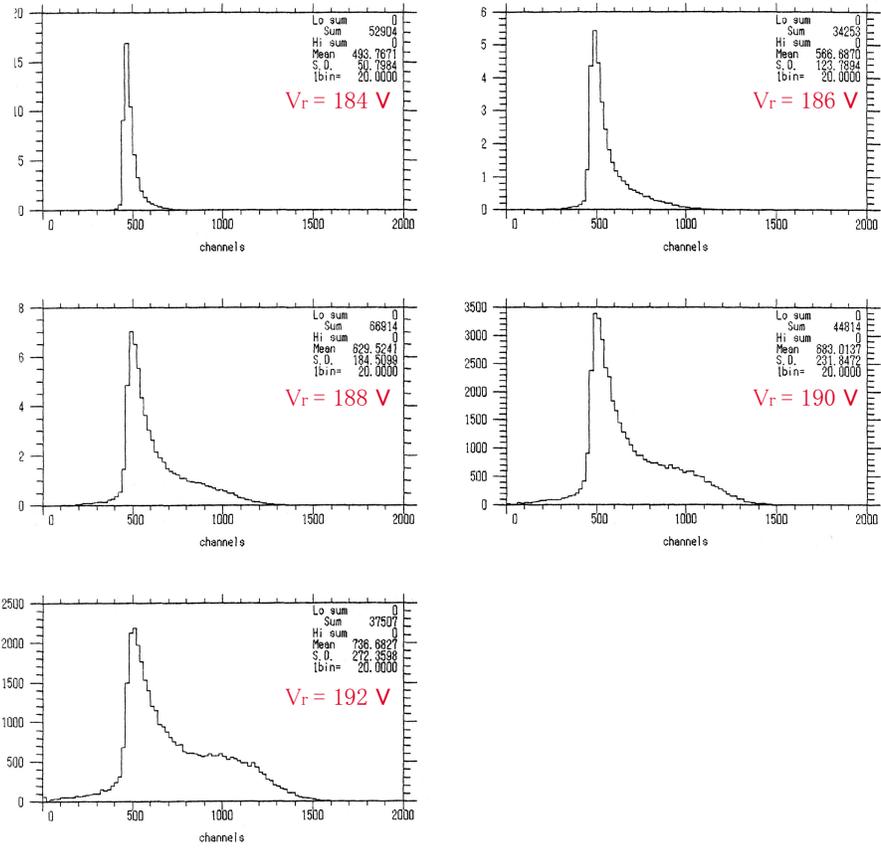


図 5.12: G-mode APD (光量  $L_2$ )

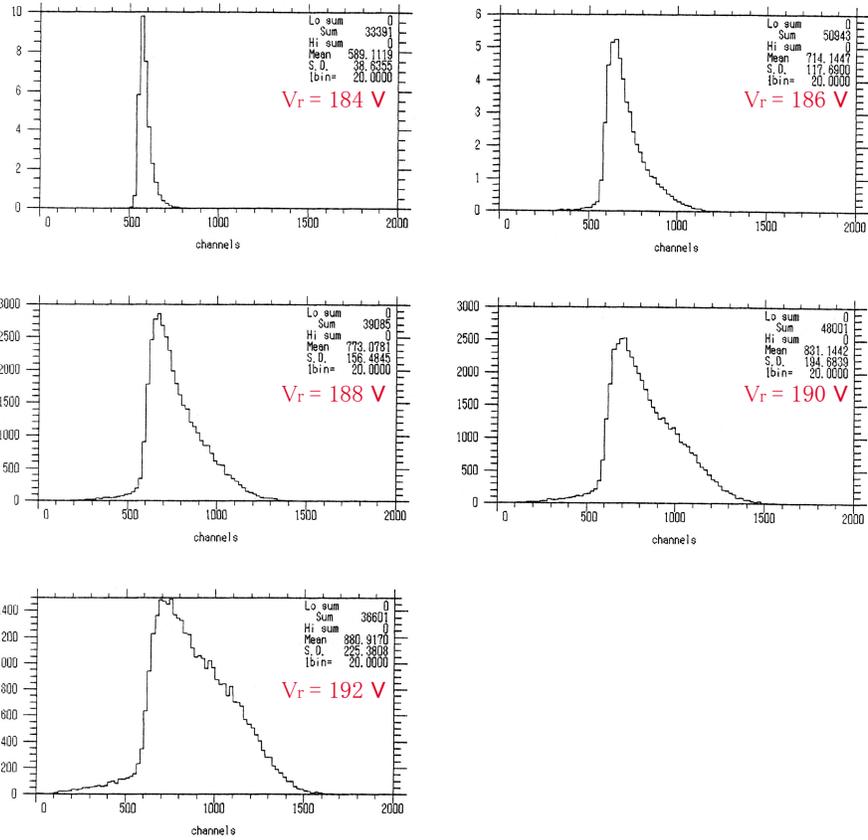


图 5.13: G-mode APD (光量  $L_3$ )

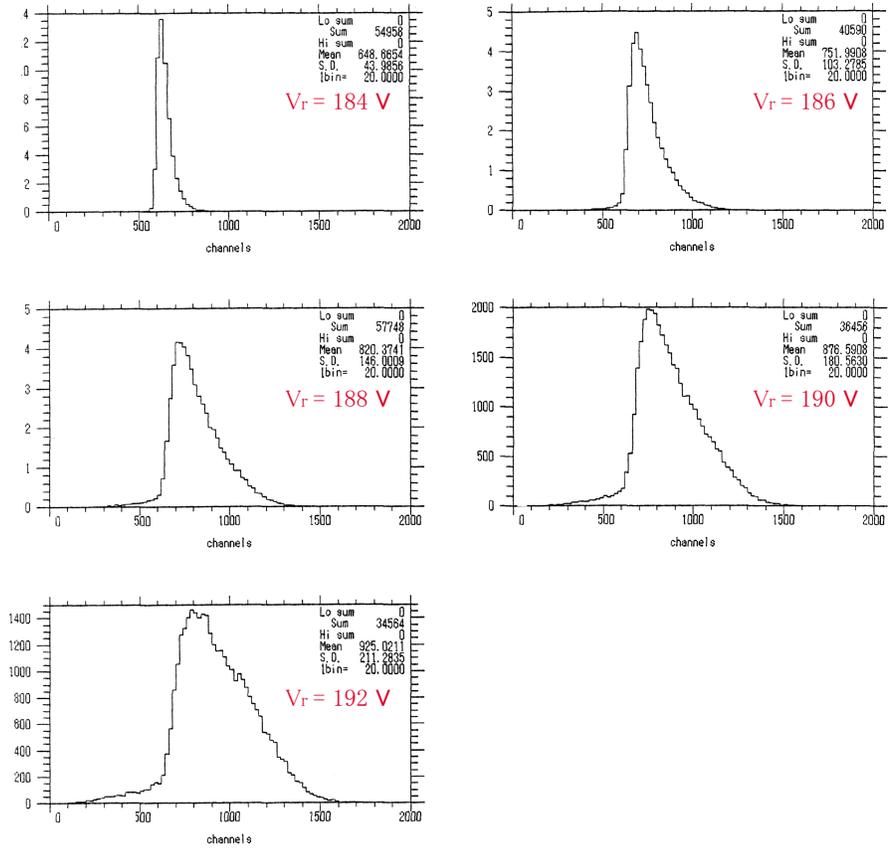


图 5.14: G-mode APD (光量  $L_4$ )

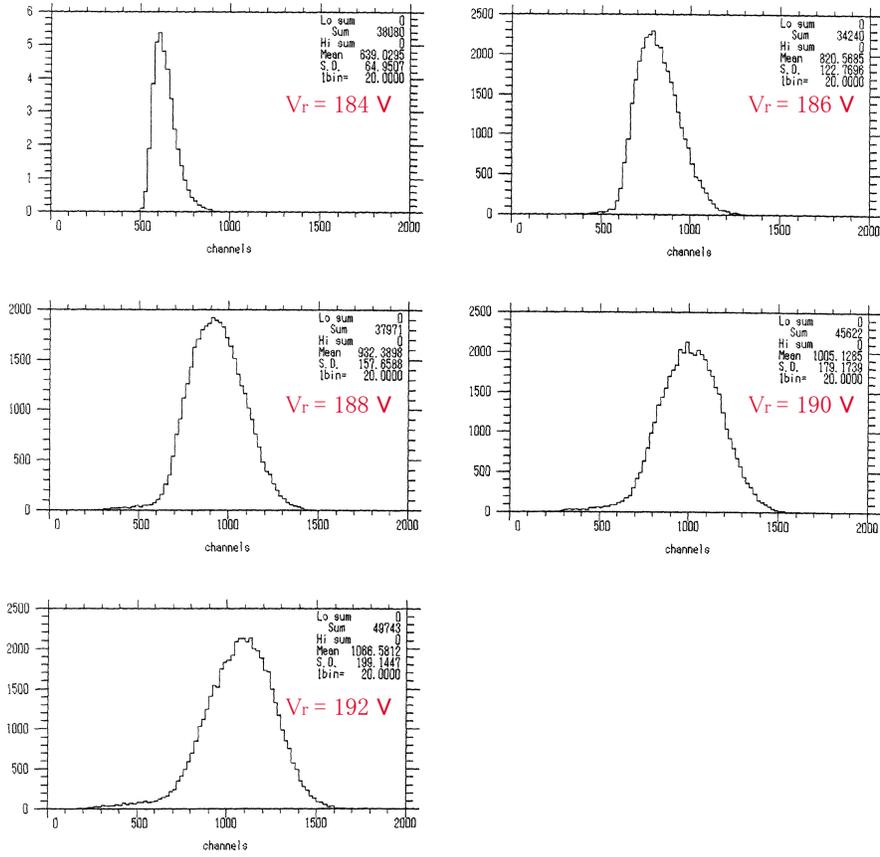


図 5.15: G-mode APD (光量  $L_5$ )

### 5.3.3 G-mode ( count rate )

#### dark current の count rate

scaler 1 への入力、gate 1 との coincidence は取らずに行う。従って、scaler 1 は測定中常に dark current を count することになる。測定時間は clock generator の周波数と scaler 2 の値で決める。

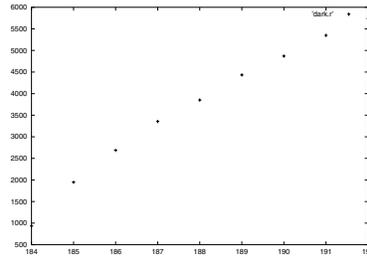


図 5.16: dark current の count rate

## 5.4 考察

### 5.4.1 < 実験 1 >

A P D の端子間容量が大きかったため、bias をかけない状態では、PIN P D と比べて  $\text{noise}(\sigma_d, \sigma_p)$  が十倍以上もあった。

$M_d - M_p$  の graph を見ると、PIN P D ではほとんど変化が見られないのに対して、A P D では確かに増幅が行われていることが分る。また、この curve は浜松ホトニクス の catalogue ( 参考文献 [17] ) と一致する。

しかしながら、増幅が大きくなるにつれて noise まで一緒に大きくなってしまい、そもそもの noise が大きかったこともあって、noise level は期待していた程は下がっていない。

### 5.4.2 < 実験 2 - 1 >

< 実験 1 > の回路無し A P D と比べると、

- bias が大きな所での noise の立ち上がりが遅い
- 増倍率があまりかせげしていない
- $N_{\text{noise}}$  の最小値が大きい

ことなどが分る。ハンダ付けで少し怪しげなところがあったので、bias がちゃんとかかっていないのではないかと思い、新しく作ることにした。

### 5.4.3 <実験2 - 1>

今度はちゃんと組んだのだが、やはり<実験2 - 1>と同じような結果になっている。何が悪いのか分からないので、とりあえずこういうものとして先に進むことにした。

### 5.4.4 <実験2 - 2>

a-modeで測定した後で、G-modeで測定しても信号は全く見えなかった。光量を上げていって何とか見える程度にしてから、PMTで測定すると $N_0 \sim 2 \times 10^4$ と出た。→ single photon どころの話ではない！

dark current の count rate (5.16)を見ると、確かに bias を大きくすると count rate も増加していることが分る。あまり良い近似ではないが線型 fit すると勾配は 580Hz/V となる。

A D Cの結果を見ると、digitalにはなっておらず、種が一定量を越えると、増幅が指数的に大きくなっているように見える。立ち下がりに注目すると、bias が同じであれば光量を上げて、あるところからはほとんど移動していないことが分る。これは、 $V_r - V_{br}$  に対応するものと思われる。

以上を考慮すると、増倍率が足りずに a-mode と G-mode の中間 ( a-mode から G-mode への移行途上 ) に位置しているのではないかと考えられる。それならば、増倍率をもっとかせいでやればうまくいくかもしれない。増倍率をふやすには、bias を大きくするか、温度を下げれば良い。ただ、bias をあまり大きくし過ぎると A P D に良くないので、これ以上 bias を上げるのは好ましくない。

ということで、一縷の望みを持って、<実験3>に進む。

### 5.4.5 <実験3 - 1>

<実験2 - 1>と比べると、 $V_{br}$  が 10V 程度下がっていることが分る。室温をおよそ 20°C と考えると、浜松ホトニクス の catalogue ( 参考文献 [17] ) にある  $V_{br}$  の温度係数 0.65V/°C と consistent である。

このように、 $V_{br}$  が変化してしまうために <実験2 - 1> との比較が難しくなっているが、 $N_{noise}$  の最小値は下がっている ( 表 5.1 参照 ) ので、冷やした効果は出たと思うことにする。

### 5.4.6 <実験3 - 2>

時間切れ…。

## 5.5 結論

single photon は見えませんでした！

# 第6章 予備実験3 ~ down conversionの観測 ~

## 6.1 測定原理

測定を行う上で、以下の2点に特に留意しなければならない。即ち、

1. laser が時間的、空間的に、揺らぎを持つ。
2. 結晶に laser が当たると、それに伴って結晶が発光する。この発光には我々が観測しようとしている 710nm の波長も含まれている。

1. の問題を解消するために以下に示すような photodiode を二つ準備した。図 6.1 で、 $D_s$  は  $\theta_0 \pm \Delta\theta$

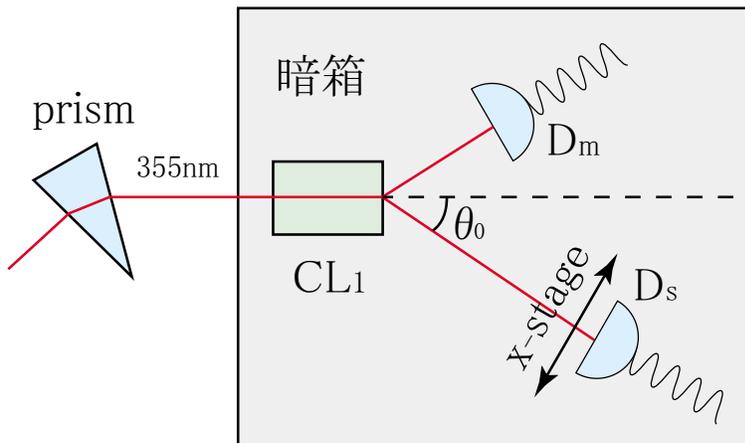


図 6.1:  $D_m$  と  $D_s$  の配置

の範囲で動き、 $D_m$  は図の適当な距離と角度に固定される。ここで  $\theta_0$  は down conversion によって 710nm の光が出される角度であって、Appendix E に基づいて算出される。一般に、 $m := \text{Data}(D_m) - \text{Pedestal}(D_m)$  は  $D_m$  への入射光量に比例する。ただし、 $\text{Data}(D_m)$  を  $D_m$  の信号の ADC の channel 数、 $\text{Pedestal}(D_m)$  を  $D_m$  の pedestal の ADC の channel 数 (の平均) とする。このとき、 $m$  は laser の時間的な揺らぎを反映すると考えられる。上のような set-up が有意であるためには、 $D_m$  と共に  $D_s$  を空間的に固定したとき、 $s := [\text{Dat}(D_s) - \text{Ped}(D_s)]$  と  $m := [\text{Dat}(D_m) - \text{Ped}(D_m)]$  の比、 $r := s/m$  が時間的に一定でなければならない。この、 $r$  の時間依存性の検証結果は、次節 6.2 に於いて報告する。

2. について考えよう。 $D_s$  を  $\theta_0$  付近に固定したときの  $D_s$  に入る 1pulse あたりの photon 数を  $N_{bg}$ 、結晶に入射する laser の power と  $D_s$  の立体角から期待される down conversion 光の 1pulse あたりの photon 数を  $N_{dc}$  としてこれらを比較する。

- $N_{dc}$  : laser を直接入れて、結晶の直前で  $1\text{mm}\phi$  の pinhole で入射光量を制限したときの laser の power を power-meter で測定すると約  $4\text{mW}$  であった。ここで、down conversion の Quantum efficiency を Appendix B に基づいて、 $7 \times 10^{-8}/\text{sr}$  とする。down conversion で出てくる 1photon のエネルギーは

$$6.6 \times 10^{-34} \text{Jsec} \times \frac{3 \times 10^8 \text{m/sec}}{710\text{nm}} = 3 \times 10^{-19} \text{J}$$

である。laser の

$$N_{dc} = \frac{4\text{mW}/20\text{Hz} \times 7 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-19} \text{J}} \sim 5 \times 10^7 \text{個/sr}$$

と概算される。

- $N_{bg}$  : 6.4 節での set-up とはやや異なるが図 6.2 のような set-up の下で、暗箱内の photon 数  $N_{bg}$  を測定した。但し、上の  $CL_2$  は  $\phi = 49.4^\circ, 4\text{mm} \times 4\text{mm} \times 4\text{mm}$  の size であり 6.4

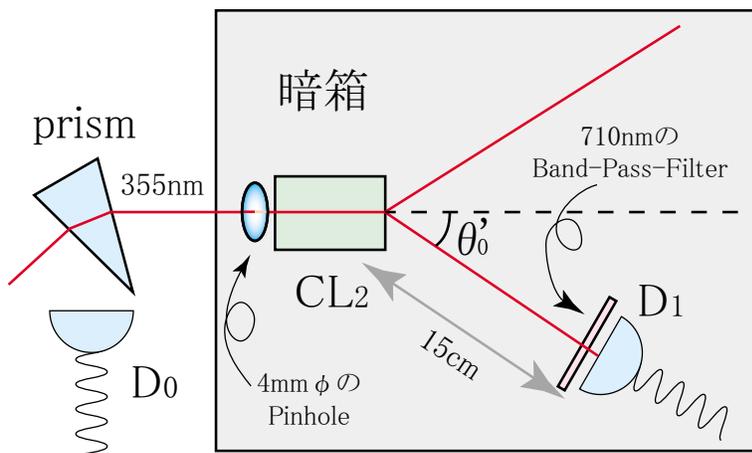


図 6.2:  $D_0$  と  $D_1$  の配置

節の set-up で用いている  $CL_1$  とは異なる。図 6.3 のような回路を組んだ。結果は図 6.4 のよ

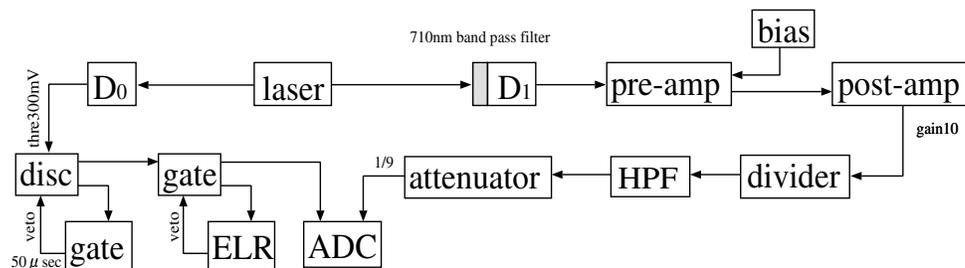
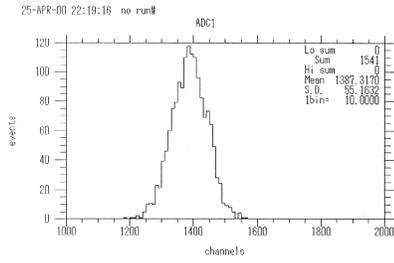
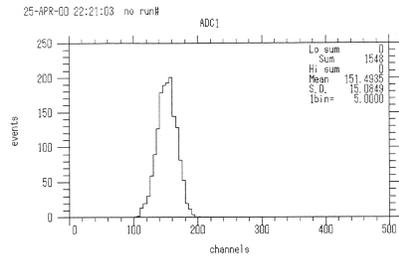


図 6.3: 回路 1

うになる。次に青色 LED を用いて『暗箱内の光量』と order において等しい光量 (photon 数) を作る (図 6.5) 図 6.6 のような結果を得た。次に上の LED の光量を保ったまま、PMT で photon 数を計測する (図 6.7) 其の結果は 図 6.8 の分布が Poisson 的であると仮定すれ



Laser による Data (D1) の ADC channel の histogram



Laser による Pedestal (D1) の ADC channel の histogram

図 6.4: 暗箱内の光量

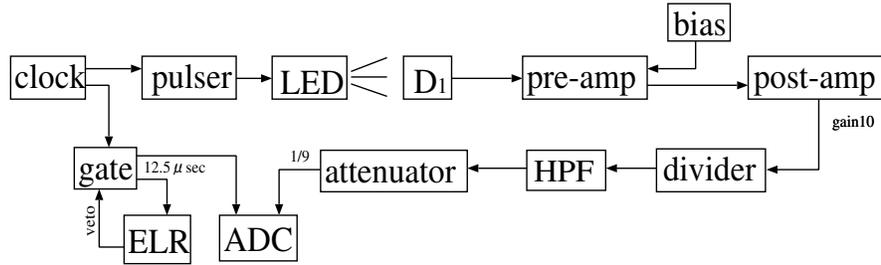
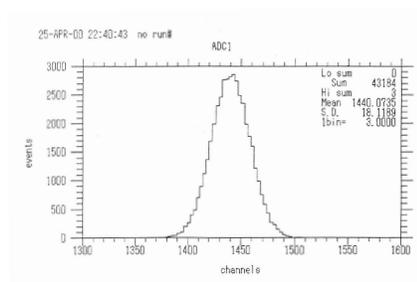
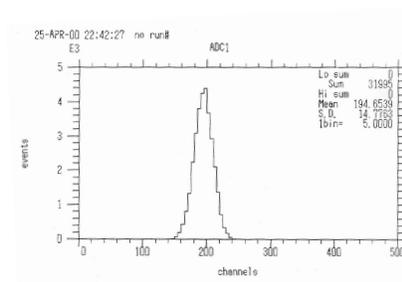


図 6.5: 回路 2



LED による Data (D1) の ADC channel の histogram



LED による Pedestal (D1) の ADC channel の histogram

図 6.6: LED で作った photon

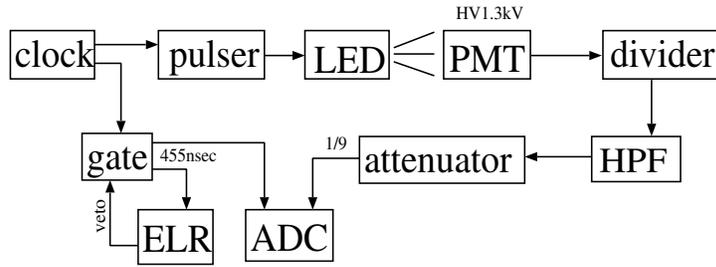


図 6.7: 回路 3

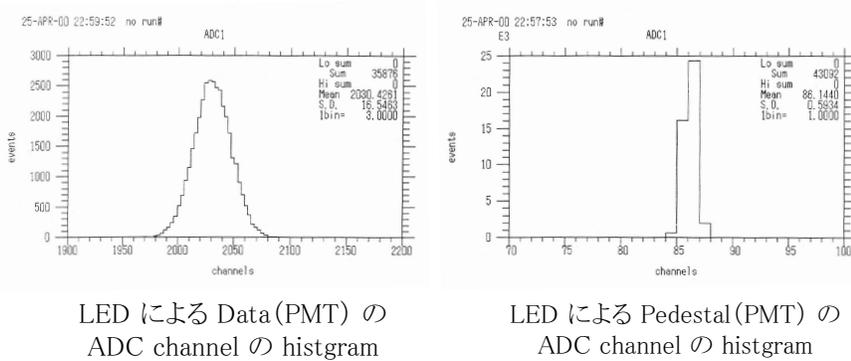


図 6.8:

ば 約  $1.4 \times 10^4$  個の photon 数であることがわかる。実際には、PMT の青色の光に対する efficiency があるので結局、上の 5 倍程度の photon 数が PMT に来ていることになる。以上の結果を総合して、暗箱内の photon 数  $N_{bg}$  は  $7 \times 10^4$  個程度であることが分かる。

結局、単位立体角あたりで比較すると、

- $N_{dc} = 5 \times 10^7$  個/sr  
(但し、結晶直前に  $1\text{mm}\phi$  の pinhole を置いて光量を制限)
- $N_{bg} = 7 \times 10^4$  個/ $2 \times 10^{-4}$ sr =  $4 \times 10^8$  個/sr  
(但し、結晶直前に  $4\text{mm}\phi$  の pinhole を置いて光量を制限)  
[ここで、detector $D_1$  と結晶との距離が  $15\text{cm}$ 、 $D_1$  の受光面が  $4\text{mm}\phi$  であることを用いた。]

ここで、結晶直前に置いた pinhole の面積と、 $N_{dc}$  及び  $N_{bg}$  とは linear ではない。それは、実際、power-meter を用いて実測して確認され、また、laser が中心において最も強くなっているという直観もこの結論を支持する。しかしながら、 $\phi$  が大きくなる時、また、 $N_{dc}$ 、 $N_{bg}$  も増加する傾向にあることは確かであり、pinhole の size を統一して(規格化して)考えるとき、上の  $N_{dc}/N_{bg}$  はより大きくことは明らかである。すると、 $N_{bg}$  と  $N_{bg}$  はおおよそ同じ order であると思われることが可能で、down conversion 光が観測できることが期待される。

## 6.2 pinphotodiode の linearity の検証

6.1 で述べたように、図 6.1 に於いて、前節で定義した

$$r := \frac{[\text{Dat}(D_s) - \text{Ped}(D_s)]}{[\text{Dat}(D_m) - \text{Ped}(D_m)]}$$

が時間的に一定になっていなければならない。図 6.9 のような set-up の下で、図 6.10 のような回路を組み、linearity 即ち、 $r$  (ratio) を計測した。図 6.9 の set-up で約 90 分間、data-taking した。

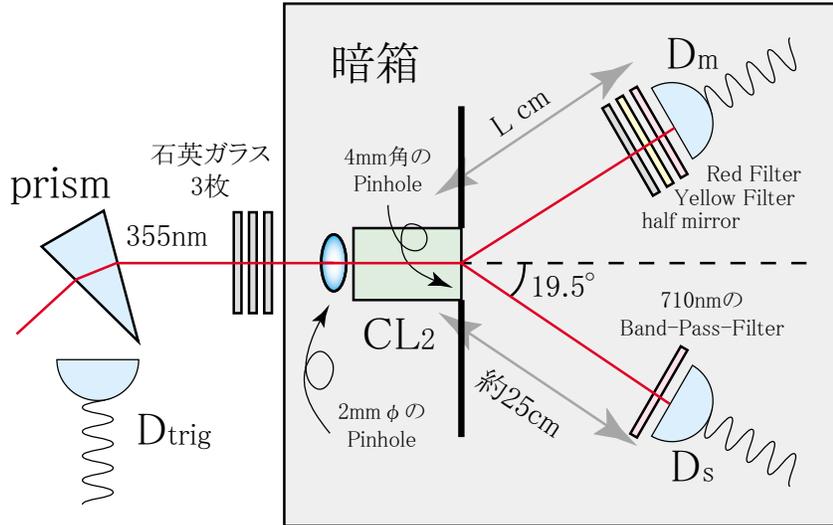


図 6.9: linearity の検証のための set-up

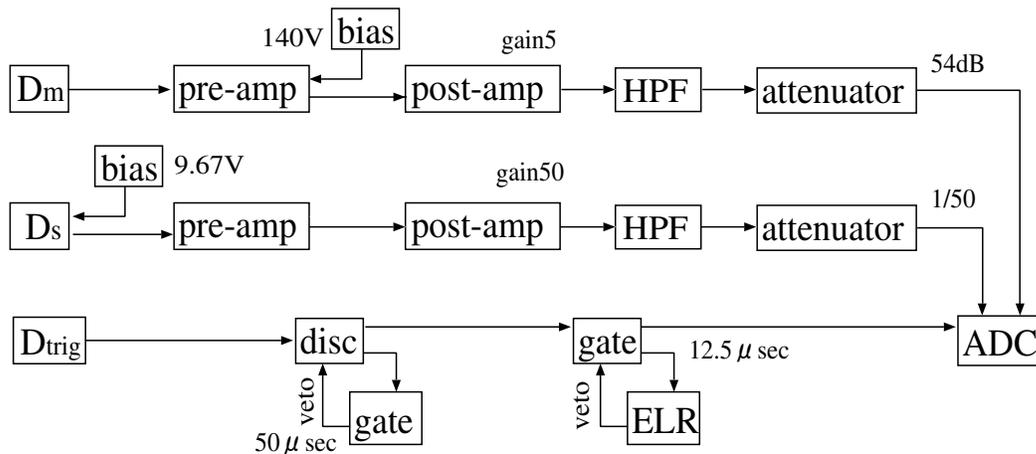


図 6.10: linearity の検証のための set-up

その際、 $D_s$  と  $D_m$  の pedestal はそれぞれほとんど変化しないとして、測定前後の「pedestal の各 ADC の channel 数の mean」の平均を pedestal とした。これらを  $\text{Ped}(D_s)$ 、 $\text{Ped}(D_m)$  と表す。また、各 pulse 毎の信号の ADC の channel 数を  $\text{Data}(D_s)$ 、 $\text{Data}(D_m)$  と表記する。このとき、 $s$ 、

$m$ 、 $r$  という量を各 pulse 毎に ( 6.1 節と同様に ) 次のように定義する。  $s := [\text{Dat}(D_s) - \text{Ped}(D_s)]$ 、 $m := [\text{Dat}(D_m) - \text{Ped}(D_m)]$ 、その比として  $r := s/m$ 。 図 6.9 で  $L = 20\text{cm}$  としたときに、 $r$  ( 及び  $s$ 、 $m$  ) を時間 ( sec ) に対して plot すると図 6.11、6.12 のようになった。 図 6.11 を見ると

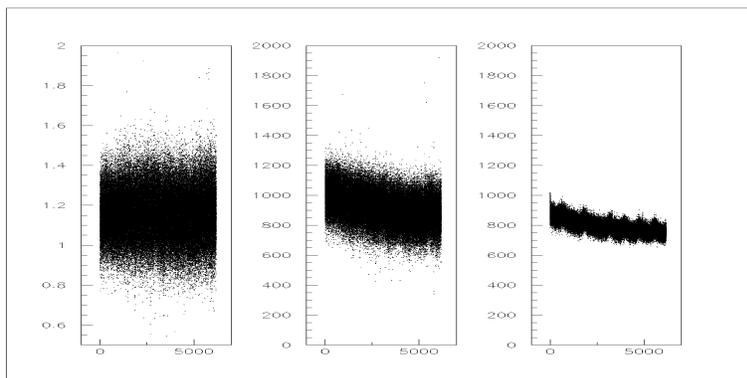
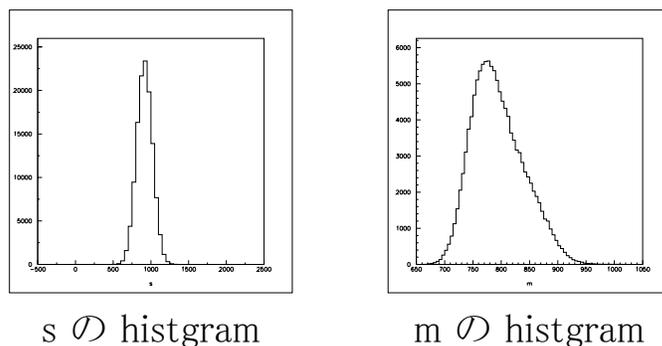


図 6.11:  $r$ 、 $s$ 、 $m$  の時間依存性



$s$  の histogram

$m$  の histogram

図 6.12:  $s$ 、 $m$  の histogram

linearity はおおむね満たされていると思って良いだろう。しかしながら、図 6.12 の  $m$  の histogram の形が崩れているのが気になったので、 $L$  ( $D_m$  と結晶との距離) を  $25\text{cm}$  から  $30\text{cm}$  に広げてみた。結果は、図 6.13、6.14 のようになった。これは、十分 linearity がよい ( $r$  が時間的に一定である) と我々は判断した。そこで、図 6.11 の状況、即ち、図 6.9 に於いて  $L = 30\text{cm}$  とした状況において down conversion の検出実験を行うことにした。

### 6.3 set up

set-up は図 6.9 に於いて  $L = 30\text{cm}$  としたもの。  $D_s$  は上図の  $19.5^\circ$  線を中心として x-stage 上で、 $\pm 2.7\text{cm}$  動かすことにする。座標を、laser 側を負 (-)、laser から遠い方を正 (+) として定めるとき、

$$x = (-2.7), (-2.5), (-2.0), -1.5, -1.2, -0.9, -0.6, -0.3, \\ 0.0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, (2.1), (2.7)$$

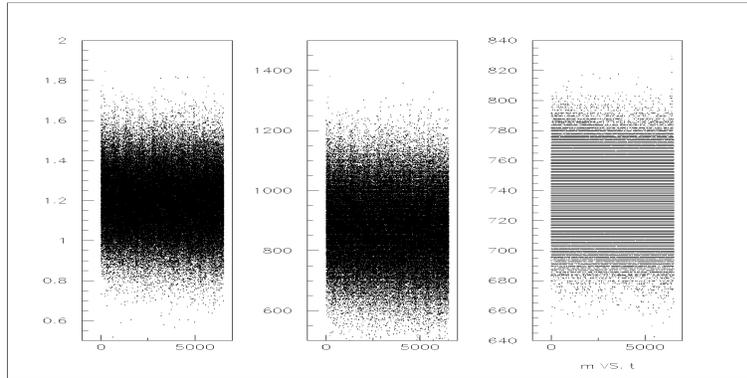
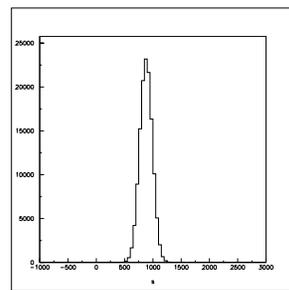
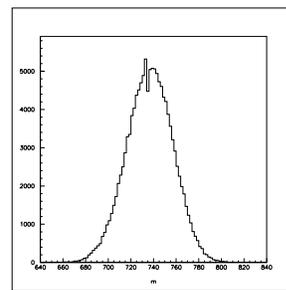


図 6.13:  $r$ 、 $s$ 、 $m$  の時間依存性



$s$  の histogram



$m$  の histogram

図 6.14:  $s$ 、 $m$  の histogram

の各点で、data-takingした。特に、 $-1.5 \leq x \leq 1.5$  の data に関しては、各  $x$  にたいして、 $D_s$  の結晶に対する向きを 3 段階に変化させて (total で  $5^\circ$  ぐらいの変化量) その 3 つに対してそれぞれ  $r$  値 (ratio) を算出し、その最大値を、その  $x$  での  $r$  として採用した。ratio は次のような方法で求めた。

即ち、各  $x$  に対して 各 pulse 毎の  $s$ 、各 pulse 毎の  $m$  をそれぞれ平均して  $\langle S \rangle$ 、 $\langle M \rangle$  を定義する。各  $x$  に対して、 $\langle R \rangle := \langle S \rangle / \langle M \rangle$  を算出し、上の  $r$  に代わるものとして各点で  $\langle R \rangle$  を比較した。ここで、 $r$  の代わりに、 $\langle R \rangle$  を採用したのは、laser の空間的、時間的な揺らぎを補正するという意図に基づく。

## 6.4 観測結果

前節で述べた方法による、解析の結果を以下に示す。

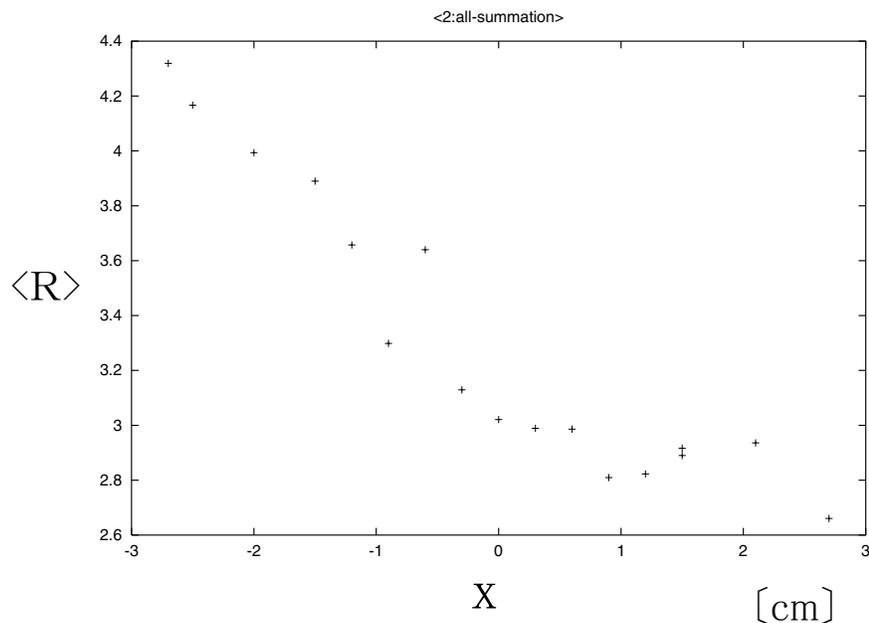


図 6.15:  $\langle R \rangle$  と x-stage の値の graph

## 6.5 考察

実験を通じて、気づいたことを列挙する。

### 1. 結晶の発光

我々が down conversion の観測に際して使用した結晶は、laser の pump 光によって発光し、これが background の主な原因となっている。

- この発光の原因として、結晶に施されている反射防止のための coating が想定され、この

coating はある一定量の光量を吸収して、別の波長の光を放出しているものと考えられる。実際、測定の結果 laser が結晶を通過する前後で laser の強度が有為に変化している。このことは結晶に反射防止のための coating をするか否かは、background としてどのくらいの光量を許すかを含めてを検討すべきであることを示しているのと同時に、本実験の set-up では行きと帰りの laser 強度に明らかな差を生じることを示唆しており、本実験上の重大な困難点であると認識しなくてはならない。

- 図 6.15 からわかるように、上で述べた発光は 710nm の波長を含んでいて、laser の中心軸に向かって増大している。このような発光は測定に関して明らかに障害であり、bandpassfilter を用いても除くことが出来ないのは致命的である。対策として考えられるのは、結晶に施されている反射防止のための coating をやめること、であるが本当に有効であるかどうかは不明である。

## 2.laser の偏光方向について

Appendix A によれば、結晶に入射する pump 光の偏向によっては down conversion が起きないはずであり、down conversion 光も観測のためにはそのような角度で結晶を配置するのは避けねばならない。逆に、そのような角度を探すことは down conversion 光の存在を間接的に示唆するであろう。

そのような観点から、結晶を laser の軸付近を中心にして結晶を回転させて実験してみた。このとき、down conversion 光と background は同じ order の光量になるはずなので上のように laser の軸付近を中心にして結晶を回転させるならば、detector に来る光量は劇的な変化をするはずである (2 倍程度)。しかし、そのような変化を観測することはできず、どの角度においても detector への入射光量に大きな変化がないことを確認した。

6.4 節に述べた結果はこれらの角度のうちそれでも (わずかに) 最も光量が多いと思われる角度に結晶を固定して行った。しかし、光学軸の方向と偏向が完全に垂直であるとき以外は down conversion が "0" になるわけではないことから、それほど精密な測定は行わずに角度を決定し、kinematics に基づいた 6.3 節で述べたような実験を行った。

今回の我々の実験では行わなかったがこのような、laser の偏光方向と光学軸の方向との関係をパラメータにしたときの detector にやって来る光量を調べることも down conversion 光の検出に関して有効な方法であると思われる。

## 3.laser の揺らぎ

そもそも laser が、時間的、空間的な揺らぎを持っていることはこの実験にとって喜ばしいことではない。また、周波数が 20Hz であることは測定時間を長く必要とし、その分測定が laser の時間的な揺らぎの影響を大きく受ける結果となっている。また、空間的に揺らぎを持つことは今回行ったような補正をする際に正しく補正できない可能性を含んでいる。

## 4.detector

我々が detector として PMT でなく、photodiode を使ったのは、次のような理由による。ひとつは、過去に photodiode を用いて実験していた論文があったこと、また決定的だったのは、PMT

は通常 710nm 付近には感度がなく ( quantum efficiency は 0.1% ぐらい ) この領域に感度を持つ PMT は高価であったこと。また、down conversion で PMT が感度を持つ領域 ( 400nm ~ 600nm ) に 2 光子を放出させるためには 300nm 以下の波長の短い laser が必要となるが、それは入手困難であったこと、などである。このような事情によって選択された photodiode であったが、noise の多さ、linearity の良さ、などの観点から赤外に感度を持つ PMT を使えたら、それに如くはなかった。

## 第7章 本実験

予備実験の段階で時間がなくなり、  
本実験はできませんでした。

## 第8章 おわりに

### 8.1 謝辞

我々の全実験を通じて、根気強く指導・協力して下さった全ての方々に深甚なる感謝の意を表します。

特に、京都大学大学院理学研究科物理学第一教室光物性研究室助教授田中さん、同研究室助手白井さんには、我々の実験を全面的に支援して頂きました。光学器機の取り扱いの指導をはじめ、光学実験の具体的、且つ、貴重な意見を多数頂きました。さらには、laserを始め高価な実験機器を快く貸して頂きました。同研究室の支援なくしては、我々の実験は非常に困難なものとなつたであろうと思われます。ここに、改めて、厚く御礼申し上げます。また、我々の実験を通じて、お貸し頂いた laser を部分的に破壊してしまい、御厚意に背く結果になってしまったことを深く反省し、お詫び申し上げます。

また、京都大学大学院理学研究科物理学第一教室量子光学研究室講師の高橋さん、同研究室 M1 であり、98 年度 P1 の高須さんには、この実験の発案、構想段階において、貴重なアドバイスをして頂きましたことを感謝致します。おかげで、実験をずっと見通しの良いものにすることができました。一方、京都大学化学研究所原子核科学研究施設助教授の岩下先生は、当初水銀のカスケード遷移を使って「Bell の不等式」の実験をしようとしていた我々に対し、実験あたつての具体的な困難を指摘し、助言して下さいました。

P2 担当である、京都大学大学院理学研究科物理学第二教室高エネルギー物理学研究室教授笹尾さん、同研究室助手野村さん、同研究室 M1 であり、99 年度 P2 TA の加藤さん、並びに、京都大学大学院理学研究科物理学第二教室素粒子論研究室助教授畑さんには、一年を通じて直接、間接にサポートして頂きました。そして、実験が遅々として進まず、先行きも決して明るくなかった我々に対して、決して見放さず暖かい目で見守って下さったことに深く感謝致します。

最後に、P2 の予算を使い切り是が非でも結果を出さなければならない重圧の中で、我々の疑問点までいっしょになって考えてくれた ps 班に感謝致します。

### 8.2 感想

樫谷 純治

京大某所の薄暗い一室に昨日の疲れと言いようのない虚脱感とを義務感で後押しして実験していたあのころの日々がまるで昨日のことに蘇ります。

遅々として進まない noise 対策が、Appendix F においてさらりさらりとさも何の問題もなかったように記されているのを見ると今となっては面白い体験だったのかなとも思われてしまいます。

僕が挨拶もしないままあわただしく関東に引越してきてあの暗澹たる状況からさっさと逃げ出した後もさまざま困難があったと思いますが、忍耐力を持って取り組みレポートを仕上げてくださいましたメンバーに今は感謝の思いです。

また今度機会があれば集まって愚痴でも近況報告でもやりましょう。(でもこの面子だとほとんどノンアルコール...)

金子 博光

我々、99年度 P2 Bell 班は、2000年7月1日に漸く、発表会を終えることができました。やりたかったことを、十分に尽くしたとは言いきませんが、実験自体は、まあ、楽しいものでした。member に恵まれたこともあって、飽きなかったことも、よかったですね。

山下君はあらゆる局面で中心的な役割を果たしてくれました。彼は実験の理論的な部分および、detector の実験に対して本当に熱心に取り組んでいたのが印象的でした。まるで、持てる全ての時間を実験に注ぎ込むんだ!! というような勢いでした。それでいて、悲壮感のようなものは一切感じさせない。いやー、頭が下がりますね、まったく。

榎谷君は就職が決まっていたので途中から実験ができなくなるのにもかかわらず、引っ越しの前日まで、detector の実験を熱心にやっていました。ある日、ぼくが夜中の2時頃飲んだくれて(何故か)物理学教室にいとってみると、なんと、detector 組の榎谷-山下の両君がまだ議論と実験を続けていました。すごいもんだなあ、と思いましたよ。

松川君は実験にはあまり意欲を示していないようでしたが、そもそも、この実験は彼の発案によるものでした。そして、この report がこのように体裁の良いものに仕上がったのは偏に松川君の尽力によるものです。ぼく何ぞは、「report なんか手書きでいいじゃん」という姿勢だったのですが、それを根気強く説得して mule に書かせ、それを  $\text{\TeX}$  化してくれたのも彼でした。ありがとう。でも、松川君といえば、laser の干渉模様が見えたとき、「みえた! みえた! 」と叫んでうれしそうに寄ってきたときの、なんともいえない嬉しそうなお表情が忘れられません。

一方、ぼくは5回生という一見暇そうであるが本当に暇な身分に昇進したことから、今年度の実験をほぼ全面的に引き受けたんですが、down conversion の観測ということに対し、もう一歩! という地点に到達していながら、結局、結果が出せなかったことが、やっぱり、無念です。

松川 光彦

時間がなくなり、本実験ができなかったのが残念です。もう少し早くから始め、新しい結晶を買っていたら、結論が出せたかもしれません。

一見、初等的に思える量子力学の中にも、不思議なことがたくさんあることがわかりました。昔は、観測問題を始めとする量子力学の本質的な問題は思考実験しかできず、形而上学とも思われていました。しかし、1935年に発表された EPR paradox に対し、1964年に Bell が検証可能な実験を示し、1982年に Aspect によって実験されました。その後、技術の進歩により、次々と不思議な予言が実験で検証されています。量子コンピュータを提案した Deutsch は、量子コンピュータの実現は多世界解釈、平行宇宙の証拠になるとさえ言っています。(参考文献 [4][9])

理論で勉強する QED などの場の理論は量子力学の枠組みの中で展開されています。たとえ、究極の統一理論である超弦理論が完成したとしても、この理論も量子力学に基づいている以上、量子力学をもっと勉強し、深く理解することは無駄なことではないと思います。(参考文献 [5] p222 (河合光先生))

量子力学の描く不思議な世界や予言が正しいかどうかを、実験で決着がつけられる面白さに気づき、未来の P2 がこの実験の答えを出してくれることを期待します。

山下 敏史

noise 対策に時間をかけすぎました。( Appendix F 参照 )細かいことにはこだわらずにさっさと先に進むべきでした

結局 G-mode での実験がほとんど出来なかったのが心残りです。せめて冷やしてみて、どういう方向に向かうか見ておきたかったです。

それにしても苦勞の報われない実験でした。

# 付録A down converterとしての非線型結晶

98年度課題研究P1の卒業論文を参考にしました。

down conversion とは、レーザーを非線形結晶に照射させるときに、2つの photon 対が生じる現象のことをいう。down conversion の現象では、

- 結晶に入射させるレーザービームのことを pump 光と呼ぶ。
- pump 光の入射によって、signal 光と idler 光が生じる。

このとき、pump 光、signal 光、idler 光に対する、振動数をそれぞれ  $\omega_p$ 、 $\omega_s$ 、 $\omega_i$ 、波数ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{k}_p$ 、 $\mathbf{k}_s$ 、 $\mathbf{k}_i$  であるとする。この時、エネルギー保存則として  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$  が成立する。また、down conversion の効率が最高であるのは、pump idler+signal で波数ベクトルの和が保存される時、すなわち  $\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i$  である。Appendix C では簡単のため 1次元の場合にのみ限定して、振動数  $\omega$  のレーザー光を 2つ照射させて、振動数  $2\omega$  の photon を得る特別な場合についてのみ証明したが、この性質は一般の場合にも成立する。この条件を index matching condition と呼ぶ。

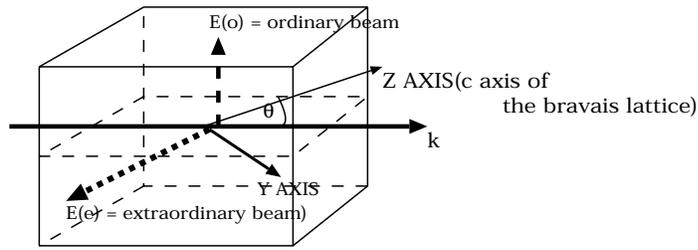
BBO 結晶ではいずれも Bravais lattice を特徴づける 3つの結晶軸の中で、他のどの2つとも垂直なような結晶軸が存在する。そのような結晶軸を光学軸 (optic axis) と呼ぶ。さらに、残る2つの Bravais lattice の長さが等しいという特徴を持つ結晶を一軸性結晶と定義する。BBO 結晶は一軸性結晶である。一軸性結晶における photon については、その偏極状態に応じて ordinary、extraordinary の2つの状態を定義できる。

ordinary 光 (o) とは、偏極が principal plane に垂直であるような光である。一方、extraordinary 光 (e) とは、偏極が principal plane 内にあるような光である。それぞれの状態における屈折率は波長依存性を持ち、Sellmeiner 方程式によって決定される。これは結晶によって異なるが、BBO に関しては次の式で与えられる。

$$n_o^2 = 2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354\lambda^2 \quad (\text{A.1})$$

$$n_e^2 = 2.3753 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516\lambda^2 \quad (\text{A.2})$$

- ordinary 光に対しては屈折率は、ビームの方向と、結晶の optic axis とのなす角 (以下、 $\theta$  と呼ぶ) に依存しない。ただ、波長に (ひいては振動数に) 依存するのみであり、 $n_o$  の値をそのまま適用する。



Here, the principal plane contains the Z axis(optic axis), and the wave vector k. o-beam (ordinary) is the beam whose polarization is perpendicular to the principal plane. e-beam (extraordinary) is the beam polarized in the principal plane.

図 A.1: ordinary 光と extraordinary 光の説明

- 一方、extraordinary 光を考える時には角度  $\theta$  に依存する結果を得る。 $n_e$  の値は、ビームの向きと光学軸が平行な時の屈折率の値である。一般には、屈折率楕円体を用いた議論によって、

$$n_e(\theta) = \left( \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \right)^{-0.5} \quad (\text{A.3})$$

を得る。屈折率楕円体の議論については Appendix D に譲ることにする。

down conversion の起こり方として、type I と type II に分類される。type I down conversion とは、signal 光と idler 光の偏光状態が同一である conversion を指す。例えば、e o+o のような偏光の conversion をさす。type II down conversion とは、signal 光と idler 光の偏光状態の異なるものを指す。例えば、e o+e などである。我々の実験では type I down conversion を用いた。

# 付録B down conversionの理論と効率の計算

## B.1 effective Hamiltonian

非線形結晶中では分極ベクトル  $P$  は、電場  $E$  に比例する項以外に高次の項も含み、

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \quad (\text{B.1})$$

と表される。通常、 $\chi^{(2)} \gg \chi^{(3)}$  であり、ここでは3次以上の項は無視する。

ここに現れる  $\chi^{(2)}$  (以下  $\chi^{NL}$ ) のために、非線形効果を表す hamiltonian

$$H^{NL} = \int_V d^3\mathbf{x} \frac{1}{2} P_i^{NL} E_i \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{1}{2} \int_V d^3\mathbf{x} \chi_{ijk}^{NL} E_i E_j E_k \quad (\text{B.3})$$

が存在する。但し  $V$  は結晶の体積で、簡単のため  $V \sim \infty$  として計算する。これは、 $E$  を3ヶ含むので、parametric amplification, up conversion, down conversion etc. といった、photon の3体相互作用が可能となる。

よく知られているように、これらの反応は真空中では運動量が保存しないために禁止されるが、anisotropic crystal においてはこの制約は除去できる。

散乱を与える S-matrix は、 $H^{NL}$  が十分小さいため

$$S \sim 1 - i \int dt H^{NL}(t) \quad (\text{B.4})$$

と近似できる。

次に、 $E$  を Fourier 展開しておく。

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \sum_{s, \mathbf{k}} \sqrt{\frac{\omega_s(\mathbf{k})}{2V}} \frac{i}{n_s(\mathbf{k})} \alpha_s(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}r) \hat{\varepsilon}_s(\hat{\mathbf{k}}) + h.c. \quad (\text{B.5})$$

$$s = o(\text{ordinary}), e(\text{extraordinary})$$

$$n_s(\mathbf{k}) = \frac{|\mathbf{k}|}{\omega_s(\mathbf{k})} : \text{屈折率}$$

$$\hat{\varepsilon}_s(\hat{\mathbf{k}}) : \text{偏光方向の単位ベクトル}$$

$\alpha_s^\dagger(\mathbf{k}), \alpha_s(\mathbf{k})$  はそれぞれ生成, 消滅演算子であり、正準交換関係

$$[\alpha_s(\mathbf{k}), \alpha_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')] = \delta_{ss'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \quad (\text{B.6})$$

$$[\alpha_s(\mathbf{k}), \alpha_{s'}(\mathbf{k}')] = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$[\alpha_s^\dagger(\mathbf{k}), \alpha_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')] = 0 \quad (\text{B.8})$$

を満たす。

## B.2 efficiency

ここからは一軸性結晶を用いた  $e \rightarrow oo$  の type I down conversion に話を限る。

エネルギー  $\omega_1$  の pump 光を入射して  $\omega_2, \omega_3 (\omega_2 + \omega_3 = \omega_1)$  の signal, idler 光が放出される過程において、

$$\text{initial state} : |1\rangle = \alpha_e^\dagger(\mathbf{k}_1)|0\rangle \quad (\text{B.9})$$

$$\text{final state} : |2, 3\rangle = \alpha_o^\dagger(\mathbf{k}_2)\alpha_o^\dagger(\mathbf{k}_3)|0\rangle \quad (\text{B.10})$$

である。但し、 $|0\rangle$  は  $\alpha_s(\mathbf{k})|0\rangle = 0$  で定義される真空。

従って、この散乱の matrix element は、

$$\begin{aligned} \langle 2, 3|S|1\rangle &= -\frac{i}{2} 3! \chi_{ijk}^{NL}(\hat{\varepsilon}_e(\hat{k}_1))_i(\hat{\varepsilon}_o(\hat{k}_2))_j(\hat{\varepsilon}_o(\hat{k}_3))_k \frac{-i^3}{(2V)^{3/2}} \\ &\times \frac{\sqrt{\omega_e(\mathbf{k}_1)\omega_o(\mathbf{k}_2)\omega_o(\mathbf{k}_3)}}{n_e(\mathbf{k}_1)n_o(\mathbf{k}_2)n_o(\mathbf{k}_3)} \langle 2, 3|\alpha_e(\mathbf{k}_1)\alpha_o^\dagger(\mathbf{k}_2)\alpha_o^\dagger(\mathbf{k}_3)|1\rangle \\ &\times \int d^4x \exp[-i(k_1 - k_2 - k_3)x] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} &= 3 \Delta \varepsilon \frac{1}{(2V)^{3/2}} \frac{\sqrt{\omega_e(\mathbf{k}_1)\omega_o(\mathbf{k}_2)\omega_o(\mathbf{k}_3)}}{n_e(\mathbf{k}_1)n_o(\mathbf{k}_2)n_o(\mathbf{k}_3)} \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(k_1 - k_2 - k_3) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\Delta \varepsilon := \chi_{ijk}^{NL}(\hat{\varepsilon}_e(\hat{k}_1))_i(\hat{\varepsilon}_o(\hat{k}_2))_j(\hat{\varepsilon}_o(\hat{k}_3))_k \quad (\text{B.13})$$

となる。よって、幅  $d^3\mathbf{k}_1$  の pump 光を入射した時、微小立体角  $d\Omega_s$  に bandwidth  $d\omega_s$  の photon が放出される確率は、

$$\eta(\mathbf{k}_s)d\Omega_s d\omega_s d^3\mathbf{k}_1 = \sum_{\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3} |\langle 2, 3|S|1\rangle|^2 d^3\mathbf{k}_1 \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{V^2}{(2\pi)^6} \int d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_2 d^3\mathbf{k}_3 9(\Delta \varepsilon)^2 \frac{1}{(2V)^3} \frac{\omega_e(\mathbf{k}_1)\omega_o(\mathbf{k}_2)\omega_o(\mathbf{k}_3)}{n_e^2(\mathbf{k}_1)n_o^2(\mathbf{k}_2)n_o^2(\mathbf{k}_3)} \\ &\times VT(2\pi)^4 \delta^4(k_1 - k_2 - k_3) \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$= \frac{9(\Delta \varepsilon)^2 T}{32\pi^2} \frac{\omega_e(\mathbf{k}_1)\omega_o(\mathbf{k}_s)\omega_o(\mathbf{k}_i)}{n_e^2(\mathbf{k}_1)n_o^2(\mathbf{k}_s)n_o^2(\mathbf{k}_i)} \delta(F) k_s^2 dk_s d\Omega_s d^3\mathbf{k}_1 \quad (\text{B.16})$$

$$F := \omega_e(\mathbf{k}_1) - \omega_o(\mathbf{k}_s) - \omega_o(\mathbf{k}_i) \quad (\text{B.17})$$

$$\mathbf{k}_i := \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_s \quad (\text{B.18})$$

と表される。

良い近似

次に、 $G(\mathbf{k}_1)$  で表される分布を持った pump 光を入射することを考える。一般に、spectral width は十分狭く、 $\omega_p$  を中心とした  $\delta$  関数で近似してよい。また、角度分布を、beam width  $\Delta\Omega_p$  に一様に分布しているものと仮定すると、 $d\Omega_s, d\omega_s$  に放出される確率は、

$$\eta(\mathbf{k}_s)d\Omega_s d\omega_s = \int_{\Delta\Omega_p} \frac{d\Omega_p}{\Delta\Omega_p} \frac{9(\Delta \varepsilon)^2 T}{32\pi^2} \frac{\omega_e(\mathbf{k}_p)\omega_o(\mathbf{k}_s)\omega_o(\mathbf{k}_i)}{n_e^2(\mathbf{k}_p)n_o^2(\mathbf{k}_s)n_o^2(\mathbf{k}_i)} \delta(F) k_s^2 dk_s d\Omega_s \quad (\text{B.19})$$

となる。さらに、beam の広がり角  $\Delta\theta_p$  が十分小さい時、 $\phi_p$  積分において  $\theta_p$  : 一定として  $\Omega_p$  積分を実行すると、

$$\eta(\mathbf{k}_s)d\Omega_s d\omega_s = \frac{9(\Delta\varepsilon)^2 T \omega_p \omega_s^3 \omega_i n_s}{32\pi^2 n_p^2 n_i^2 \Delta\theta_p \left| \frac{\partial F}{\partial \theta_p} \right|} d\Omega_s d\omega_s \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial F}{\partial \theta_p} \right| &= \left| \frac{\partial}{\partial \theta_p} \left( \omega_p - \omega_s - \frac{1}{n_i} \sqrt{n_p^2(\theta_p)\omega_p^2 - 2n_p^2(\theta_p)n_s\omega_p\omega_s\cos\theta_s + n_s^2\omega_s^2} \right) \right| \\ &= \left| \frac{1}{n_i} \frac{n_p\omega_p^2 - n_s\omega_p\omega_s\cos\theta_s}{n_i(\omega_p - \omega_s)} \frac{\partial n_p}{\partial \theta_p} \right| \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

と書ける。

最後に、長さ  $L = T/n_p$  の結晶に、power  $P_p$ , 広がり角  $\Delta\theta_{inc}$  の pump 光を入射した時の signal 光の power  $P_s$  を、十分小さな立体角  $\Delta\Omega_{det}$ , bandwidth  $\Delta\omega_{det}$  を持つ検出器で測定することを考える。

今までの話では全て結晶の中での値を使っているので、外から見た値に変換してやる必要がある。Snell の法則より、

$$\Delta\Omega_s^{(in)} = \frac{1}{n_s^2} \Delta\Omega_s^{(out)} \quad (\text{B.22})$$

$$\Delta\theta_p^{(in)} = \frac{1}{n_s} \Delta\theta_p^{(out)} \quad (\text{B.23})$$

従って、

$$\begin{aligned} P_s &= \omega_s \eta(\mathbf{k}_s) \frac{\Delta\Omega_{det}}{n_s^2} \Delta\omega_{det} \frac{P_p}{\omega_p} \\ &= \frac{\omega_s}{n_s^2 \omega_p} \frac{9(\Delta\varepsilon)^2 n_p L \omega_p \omega_s^3 \omega_i n_s}{32\pi^2 n_p^2 n_i^2 \Delta\theta_{inc} \left| \frac{\partial F}{\partial \theta_p} \right|} P_p \Delta\Omega_{det} \Delta\omega_{det} \\ &= \frac{9(\Delta\varepsilon)^2 \omega_s^4 \omega_i L \Delta\Omega_{det} \Delta\omega_{det}}{32\pi^2 n_s n_i^2 \Delta\theta_{inc} \left| \frac{\partial F}{\partial \theta_p} \right|} P_p \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

### B.3 estimation

式 (B.24) において、 $\hbar, c$  を復活させて書くと、

$$\frac{P_s}{P_p \Delta\Omega_{det}} = \frac{9}{32\pi^2 \varepsilon_0} \frac{(\Delta\varepsilon)^2 (\hbar\omega_s)^4 (\hbar\omega_i) L}{(\hbar c)^3 n_s n_i^2} \frac{\Delta\hbar\omega_{det}}{\hbar c \Delta\theta_{inc} \left| \frac{\partial F}{\partial \theta_p} \right|} \quad (\text{B.25})$$

となる。これに、

$$\Delta\varepsilon = 1.009 \text{pm/V} \quad (\text{B.26})$$

$$n_p = 1.62742 \quad (\text{B.27})$$

$$n_s = 1.66365 \quad (\text{B.28})$$

$$n_i = n_s \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial \theta_p} = -0.124655 \quad (\text{B.30})$$

$$\hbar\omega_p = \frac{2\pi\hbar c}{355\text{nm}} \quad (\text{B.31})$$

$$\hbar\omega_s = \frac{1}{2}\hbar\omega_p \quad (\text{B.32})$$

$$\hbar\omega_i = \frac{1}{2}\hbar\omega_p \quad (\text{B.33})$$

$$L = 3\text{mm} \quad (\text{B.34})$$

$$\Delta\omega_{det} = \frac{10}{710}\omega_s \quad (\text{B.35})$$

$$\Delta\theta_{inc} = \frac{0.5\text{cm}}{1\text{m}} \quad (\text{B.36})$$

$$\theta_s^{(in)} = 11.98^\circ \quad (\text{B.37})$$

を代入すると、

$$\frac{P_s}{P_p \Delta \Omega_{det}} = 7.038 \times 10^{-8}/\text{sr} \quad (\text{B.38})$$

を得る。ここで、 $\Delta\varepsilon$ の値は、CASIXのNLO program (<http://www.casix.com>)を使って、effective coefficientの数值を用いた。屈折率についてはAppendix A、 $\theta_s^{(in)}$ の値はAppendix Eを用いて計算した。 $\Delta\theta_{inc}$ の値は、きちんと測らなかったので本文には書かなかったが、一度測定したのでその値を用いた。

# 付録C index matching condition について

98年度課題研究P1の卒業論文を参考にしました。

ここでは、非線形結晶の down conversion における効率を最大にするためには index matching 条件を満たしていなければいけないことを立証する。結晶は2次の非線形結晶であるとする。この場合、分極ベクトル  $\mathbf{P}$  は、 $\mathbf{E}$  の2次式で表されるので、

$$P_i = \epsilon_0 \chi_L \mathbf{E} + d_{ijk} E_j E_k \quad (\text{C.1})$$

で記述できる。 $\{d_{ijk}\}$  は感受率テンソル (susceptibility tensor) と呼ばれるものである。また、上式で  $E_j$  と  $E_k$  を交換しても良いので、当然  $d_{ijk} = d_{ikj}$  が成立する。以下、添字を

$$xx = 1, yy = 2, zz = 3, yz = zy = 4, zx = xz = 5, xy = yx = 6 \quad (\text{C.2})$$

であるとすれば、これは次のような行列で表されるはずである。

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_y E_z \\ 2E_z E_x \\ 2E_x E_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

で表される。

非線形結晶との相互作用を論じるに当たり、Maxwell 方程式から議論を出発する。この系では真電荷は存在しないものとするので、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d}{dt}(\mu_0 \mathbf{H}) \quad (\text{C.6})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{d}{dt} \epsilon_0 \mathbf{E} (1 + \chi_L) + \mathbf{P}_{NL} \quad (\text{C.7})$$

である。ここで、 $(P_{NL})_i = d_{ijk} E_j E_k$  である。よって、 $\sigma$  を電気伝導率、 $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_L)$  であるとすれば、Maxwell 方程式より次式を得る。

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma \frac{d\mathbf{E}}{dt} + \mu_0 \epsilon \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} + \mu_0 \frac{d^2 \mathbf{P}_{NL}}{dt^2} \quad (\text{C.8})$$

が成立する。

ここで、問題を簡単化するために 1 次元 ( $z$  成分のみ) で考える。それに対する電場は次式で表されるとする。

$$E_i^{(\omega_1)}(z, t) = \frac{1}{2}[E_{1i}(z) \exp(i(\omega_1 t - k_1 z)) + c.c.] \quad (C.9)$$

$$E_k^{(\omega_2)}(z, t) = \frac{1}{2}[E_{2k}(z) \exp(i(\omega_2 t - k_2 z)) + c.c.] \quad (C.10)$$

$$E_j^{(\omega_3)}(z, t) = \frac{1}{2}[E_{3j}(z) \exp(i(\omega_3 t - k_3 z)) + c.c.] \quad (C.11)$$

$i, j, k$  は Cartesian 座標であり、 $x, y$  のいずれかをとる。ここで、 $\omega_3$  を pump 光、 $\omega_1$  を idler 光、 $\omega_2$  を signal 光の振動数であるとする。また、 $c.c.$  は complex conjugate(複素共役)の略とする。こうすれば、まず分極ベクトルは次のように表される。

$$[P_{NL}^{(\omega_1)}(z, t)]_i = \frac{d_{ijk}}{2} E_{3j}(z) E_{2k}^*(z) \exp(i((\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z)) + c.c. \quad (C.12)$$

を得る。式 (C.9) ~ (C.11) を式 (C.8) に代入する。この計算に当たり、 $E$  は  $z$  に対する変動が十分小さいので  $\frac{dE}{dz} k_i \gg \frac{d^2 E}{dz^2}$  を満たすと仮定する。そうすれば、 $\omega_i \mu_0 \epsilon = k_i^2$  を適用して、次式を得る。

$$\frac{dE_{1i}}{dz} = -\frac{\omega_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{1i} - \frac{i\omega_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d_{ijk} E_{3j} E_{2k}^* \exp(-i(k_3 - k_2 - k_1)z) \quad (C.13)$$

$$\frac{dE_{2k}^*}{dz} = -\frac{\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{2k}^* + \frac{i\omega_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d_{kij} E_{1i} E_{3j}^* \exp(i(k_3 - k_2 - k_1)z) \quad (C.14)$$

$$\frac{dE_{3j}}{dz} = -\frac{\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{3j} - \frac{i\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d_{jik} E_{1i} E_{2k} \exp(i(k_3 - k_2 - k_1)z) \quad (C.15)$$

以下、この方程式を用いて、特に SHG の現象について理解する。このとき、 $\omega_1 + \omega_2$  の振動数をもつ 2 つの photon を入射して、振動数  $\omega_3$  をもったビームを放出させる。 $\omega_1 = \omega_2$ 、 $\omega_3 = 2\omega_1$  が成立する。さらに、入射ビームの強度は常に保たれていると考えて良いので、 $\frac{dE_{1i}}{dz} = 0$  であると近似しても良い。ここで、

$$\Delta k = k_3^{(j)} - k_1^{(i)} - k_1^{(j)} \quad (C.16)$$

であるとする。また、物質が透明であるとするれば、電気伝導率は 0 であるとみなすことができるので、

$$\frac{dE_{3i}}{dz} = -\frac{i\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\omega_0}{\epsilon}} d_{jik} E_{1i} E_{1k} \exp(i\Delta k z) \quad (C.17)$$

である。これを解けば、 $E_{3j}(0) = 0$  の条件を課すことで、

$$E_{3j}(L) = -\frac{i\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} d_{jik} E_{1i} E_{1k} \frac{\exp(i\Delta k L) - 1}{i\Delta k} \quad (C.18)$$

をえる。そうすれば、電場のエネルギーフラックスの放出は、 $\theta$  を  $j$  方向と伝播の方向のなす角として、単位面積あたり

$$P^{(2\omega)} = \frac{1}{2} \sqrt{\mu_0 \epsilon} \sin^2 \theta \omega_3^2 d_{jik}^2 E_{1i}^2 E_{1k}^2 L^2 \frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)^2} \quad (C.19)$$

を得る。このことは、 $\Delta k$ についてみれば、SHGによってできるエネルギーは Airy 関数的に変化していることが分かる。ここでは特別な場合しか議論をしなかった。一般にも down conversion 現象を最も効率良く起こすためには index matching 条件

$$k_3^{(j)} = k_1^{(i)} + k_1^{(k)} \quad (\text{C.20})$$

が生じていないといけないことが分かる。(証明終)

## 付録D 屈折楕円体について

98年度課題研究P1の卒業論文を参考にしました。

ordinary 状態と extraordinary 状態の定義でも述べたように、ordinary 光は principal plane に垂直であり、したがって光学軸とは常に  $90^\circ$  の角度をなす。故に、ordinary 光の屈折率は、その進行方向と光学軸との角度  $\theta$  には依存しない物理量である。

しかし、extraordinary 光の場合は、角度  $\theta$  に依存する。一軸性結晶に対しては、

$$n_e(\theta) = \left( \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \right)^{-0.5} \quad (\text{D.1})$$

を満たす。

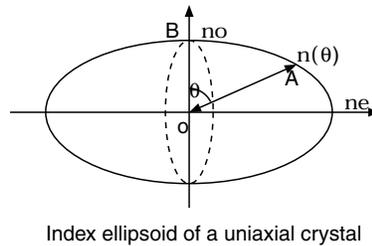


図 D.1: 一軸性結晶に対する屈折率楕円体の図

以下で、このことの正当性について議論をする。ここでは非等方性結晶について考える。つまり、 $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{P}$  の関係が  $\mathbf{E}$  の方向に依存するものとする。それに対して、電束ベクトル  $\mathbf{D}$  の各成分は電界ベクトル  $\mathbf{E}$  の三軸成分の線形重ね合わせで考えることが可能であり、

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{D.2})$$

をえる。以下、 $i = 1, 2, 3$  はそれぞれ  $x, y, z$  成分に対応するものとする。また、この  $\{\epsilon_{ij}\}$  は  $3 \times 3$  の 2 階テンソルであり、これで媒質の誘電率を記述することができる。また、これは  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$  を満たすので、これは行列として見た時に、対称行列である。以下この行列を  $[\epsilon]$  とよぶ。この行列の固有ベクトルは一次独立なものを 3 つとることが可能である。その 3 つのベクトルを座標軸として設定すると、行列  $[\epsilon]$  を対角化できる。即ち、

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

となる。このような座標系は主軸 (principal axis) と呼ばれる。そして、それぞれの方向に対する屈折率を主屈折率と呼び、次式で定義される。

$$n_i = \sqrt{\frac{\epsilon_i}{\epsilon_0}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{D.4})$$

主屈折率のうち、特に 2 つが等しい結晶 ( $n_1 = n_2$  として一般性を失わない) を、単軸結晶 (uniaxial crystal) と呼ぶ。また、単軸結晶における  $z$  軸は光学軸 (optical axis) と呼ばれる。

対称な 2 階テンソルの記述のしかたとして、次式で表される楕円体を用いれば良い。即ち、特に主軸で考える時には、

$$\epsilon_1 x_1^2 + \epsilon_2 x_2^2 + \epsilon_3 x_3^2 = 1 \quad (\text{D.5})$$

である。また、 $[\epsilon]$  の逆行列に  $\epsilonpsilon_0$  をかけて、

$$[\eta] = \epsilon_0 [\epsilon]^{-1} \quad (\text{D.6})$$

として、 $\sum_{i,j=1}^3 \eta_{ij} x_i x_j = 1$  とすれば、これは屈折率楕円体と呼ばれる。主軸を用いる時、

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (\text{D.7})$$

を得る。単軸結晶であれば、 $n_1 = n_2$  より、これは回転楕円体となる。

以下では、上記のような非等方性結晶の中での光の伝播を考える。単位ベクトル  $\mathbf{u}$  で表される任意の方向に伝播する平面波を考える。一般に、光学素子を透過しても偏光状態が変わらない時に、その偏光状態は「基準モード (normal mode)」と呼ぶ。その基準モードの偏光方向および屈折率は、図 (D.1) を用いて次の手順に従うことで求めることが可能である。

- 屈折率楕円体の原点を通り、ベクトル  $\mathbf{u}$  と垂直方向に平面を描く。この平面と楕円体の交線を屈折率楕円 (index ellipse) と呼ぶ。
- 屈折率楕円の長半径、短半径を 2 つの基準モードの屈折率とする。
- さらに、屈折率楕円体の長軸、短軸の方向を、2 つの基準モードの電束密度ベクトル  $\mathbf{D}_a$ 、 $\mathbf{D}_b$  の方向である。これらの方向は互いに直交している。
- 電場ベクトル  $\mathbf{E}_a$ 、 $\mathbf{E}_b$  は式 (D.3) によって求めることが可能である。

以下、上記の主張の正当性を証明する。まず、Maxwell 方程式

$$\nabla \cdot [\epsilon] \mathbf{E} = \rho \quad (\text{D.8})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d}{dt} \mathbf{B} \quad (\text{D.9})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{D.10})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 [\epsilon] \mathbf{E} \quad (\text{D.11})$$

から出発する。これらを用いて変形すれば、とくに電流  $\mathbf{j} = 0$  であるとして、

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{d^2}{dt^2} \mu_0 [\epsilon] \mathbf{E} \quad (\text{D.12})$$

を得る。このとき平面波の時間と空間に依存する部分が  $\exp(i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$  に比例するとする。そうすれば、

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \omega^2 \mu_0 [\epsilon] \mathbf{E} = 0 \quad (\text{D.13})$$

を得る。これは各成分をあらわに表示することで、

$$\begin{pmatrix} n_1^2 k_0^2 - k_2^2 - k_3^2 & k_1 k_2 & k_1 k_3 \\ k_1 k_2 & n_2^2 k_0^2 - k_1^2 - k_3^2 & k_2 k_3 \\ k_1 k_3 & k_2 k_3 & n_3^2 k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

を得る。E として、zero でない解を持つためには上記の行列の行列式が 0 でなければならない。これを一軸結晶に関して解けばよく、そうすれば  $\omega = \omega(k)$  の分散関係を得る。これは  $(k_1, k_2, k_3)$  で表される空間内の曲面を表す。これを k 表面と呼ぶ。  $k^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$  とすれば、k 表面とベクトル ( $\mathbf{u}$ ) との交点における波数は

$$\sum_{j=1}^3 \frac{u_j^2 k^2}{k^2 - n_j^2 k_0^2} = 1 \quad (\text{D.15})$$

を得る。この方程式の正の 2 つの解  $k_a$  と  $k_b$  が意味を持つ。即ち、屈折率は

$$n_a = \frac{k_a}{k_0}, \quad n_b = \frac{k_b}{k_0} \quad (\text{D.16})$$

を得る。以上の計算は屈折率楕円体を用いて幾何学的に行なうことが可能である。ここで、式 (D.13) を  $\mathbf{D}$  について解く。  $\mathbf{E} = [\epsilon]^{-1} \mathbf{D}$  なので、  $[\eta] = \epsilon_0 [\epsilon]^{-1}$ ,  $\mathbf{k} = k \mathbf{u}$ ,  $n = \frac{k}{k_0}$ ,  $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$  を用いて、

$$-\mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times [\eta] \mathbf{D}) = \frac{1}{n^2} \mathbf{D} \quad (\text{D.17})$$

である。これに 2 つの基準モードの結晶の屈折率  $n_a$ 、 $n_b$  を上式に代入することで、2 つの基準モードの  $bfD$  を求められる。さて、演算  $\mathbf{u} \times \mathbf{u} \times$  は、単位ベクトル  $\mathbf{u}$  をベクトル積の形で 2 回かけることを表すが、これは図形的には  $\mathbf{u}$  ベクトルに垂直な平面に射影をとることを意味する。その射影操作を表す演算子を  $P_u$  と表せば、式

$$P_u[\eta] \mathbf{D} = \frac{1}{n^2} \mathbf{D} \quad (\text{D.18})$$

で表される。これは演算子  $P_u[\eta]$  の固有方程式である。演算子  $[\eta]$  は屈折率楕円体により表される。よって、式 (D.18) の固有値方程式を解くことは、屈折率楕円体とベクトル  $\mathbf{u}$  に垂直な綿との交線によって形成される楕円の主軸を見つけることと同等である。よって、上記の手続きの正当性が立証された。

ordinary 光については、常に主軸とは垂直な向きに伝播をしているので、屈折率は  $n_o$  である。一方 extraordinary 光は、屈折率は、この楕円体における、点 OA の距離に対応している。よって、extraordinary 光に対しては、式 (D.1) が成立する。(証明終)

# 付録E down conversionで出てくる2光子の角度の計算

98年度課題研究P1の卒業論文を参考にしました。

以下は、Paul G. Kwiat氏がfaxでおくって下さった御自身の博士論文のappendixのページを基にした議論である。まず、index matching condition、つまり pump signal+idler において波

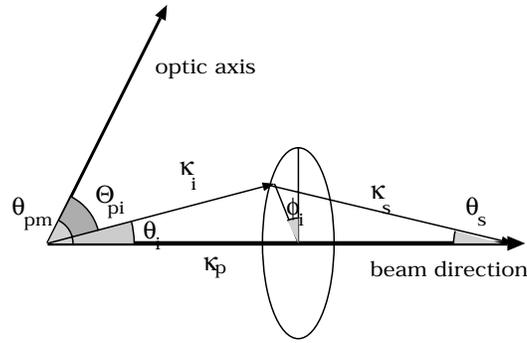


図 E.1: down conversion における位相整合条件の schematic

数ベクトルが保存されていることが down conversion の出力を最大にする条件となる (Appendix C 参照)。我々の実験では、pump 光としては YAG laser の 3 倍波を用いたので、 $\lambda_p = 355nm$  である、また、以下での屈折率  $n_o, n_e$  の値は、結晶の Sellmeiner 方程式によって得られるものとする。縦方向と横方向を考慮することにより、

$$k_p = k_s \cos \theta_s + k_i \cos \theta_i, \quad k_s \sin \theta_s + k_i \sin \theta_i = 0 \quad (E.1)$$

を得る。BBO は type I の down conversion を起こす、つまり down conversion の光子の偏極は共通であり、e o+o となる。そこで、屈折率と振動数の関係式は、以下ようになる。

$$k_p = \omega_p \left( \frac{\sin^2 \theta_{pm}}{n_e^2(\omega_p)} + \frac{\cos^2 \theta_{pm}}{n_o^2(\omega_p)} \right)^{-1/2}, \quad k_s = \omega_s n_o(\omega_s), \quad k_i = \omega_i n_o(\omega_i) \quad (E.2)$$

結晶の中でのエネルギー保存則より、 $\omega_s = \omega_p - \omega_i$  が成立する。よって、まず、横方向、縦方向の index matching condition はそれぞれ、

$$\omega_p \left( \frac{\sin^2 \theta_{pm}}{n_e^2(\omega_p)} + \frac{\cos^2 \theta_{pm}}{n_o^2(\omega_p)} \right)^{-1/2} = (\omega_p - \omega_i) n_o(\omega_p - \omega_i) \cos \theta_s + \omega_i n_o(\omega_i) \cos \theta_i \quad (E.3)$$

$$(\omega_p - \omega_i)n_o(\omega_p - \omega_i) \sin \theta_s = \omega_i n_o(\omega_i) \sin \theta_i \quad (\text{E.4})$$

を得る。これを用いて、とりあえず  $\theta_s$  を消去すると、結晶の内部においては、以下の関係式で idler 光の広がりを得ることができる。

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{\omega_p^2 \left(\frac{\sin^2 \theta_{pm}}{n_e^2(\omega_p)} + \frac{\cos^2 \theta_{pm}}{n_o^2(\omega_p)}\right)^{-1} + \omega_i^2 n_o^2(\omega_i) - (\omega_p - \omega_i)^2 n_o^2(\omega_p - \omega_i)}{2\omega_p \omega_i n_o(\omega_i) \left(\frac{\sin^2 \theta_{pm}}{n_e^2(\omega_p)} + \frac{\cos^2 \theta_{pm}}{n_o^2(\omega_p)}\right)^{-1/2}}\right) \quad (\text{E.5})$$

この値は、結晶の内部での idler 光の広がりの角度である。我々が ring として見えるのは、結晶の外である。よって、屈折角に対しては snell の法則を適用する必要がある。そうすれば、 $\theta'_i$  を、結晶の外での広がりの角度として、

$$\sin \theta'_i = n_o(\omega_i) \sin \theta_i \quad (\text{E.6})$$

を得る。

## 付録F 実験日記 ( detector )

- 2/1 PMTで single photon を見ようと試みる  
→ gain が小さく失敗
- 2/2 PMTを '元エース候補' に変えたら見えた  
PIN PDで試してみるが、gain が全く足りない  
→ pre-amp を使う  
→ noise が多き過ぎて見えない
- 2/3 LEDをPMTで見て、欲しい数の photon を作る
- 2/4 PIN PDの信号の ground を安定させようと試みる → 失敗
- ∴ PIN PDが antenna となって電波を拾っていることを教わる
- 2/9 PIN PDの noise level 測定
- 2/10 PMTで欲しい数の photon を作ろうとするが、photo electron 当りのADC channelが光量によって変化するのに気付く
- 2/15 pre-amp の decay time が order 1msec もあることに気付く  
← 気にせず進む  
PDの出力をオシロで見て、ぎりぎり確認できる程度の光を作り、PMTで数える →  $10^4$  個  
計り方によって factor 2 くらいズレる。
- 2/16 LEDにける電圧  $V$  vs. photon 数  $N$  の graph を作り始める  
物理的, 時間的な安定性, 再現性ナシ ( order は変わらない )
- 2/18 post-amp 使い始める
- 2/21  $V - N$  に執着  
再現性強化: LEDを発泡スチロールで固定  
PMTの gainが、ある傾向を持って変化  
→ サチってるんじゃないかと疑う  
PDをオシロで見る  
→ PMTで数えると、 $PD\ 500_{channel} \sim 5000_{photon}$   
再現性には疑問符
- 2/23 LEDのインピーダンスが高いことに気付く  
post-amp の parameter をいろいろ変える

- 2/24 shaping time との関連で H P F を作る。  
noise level の再現性ナシ ( factor 2 程度 )
- 2/25 P D 付近をいじって noise level の変化を見る
- 2/26 gate 幅を変える  
→ 信号がちょうど入る程度が一番良さ気  
再現性を得るため、set-up には出来るだけ触れないようにする  
それでも factor 1.2 程度は動く  
→ あまり厳密な議論が出来ない  
noise の源を調べてみる

P D	post-amp	pre-amp	H P F
110 :	50 :	24 :	1.2

- 2/28 post-amp がある NIM bin の module をどける  
P D, P M T を交互に見る  
→ 見るたび変化 ( factor 4 )
- 3/1 post-amp の gain を変える  
(  $\frac{1}{50}$  attenuator を作る )  
→ 大き過ぎても小さ過ぎてもダメ、50~200 なら O K
- 3/2 post-amp の空いてる口に  $50\Omega$  をつけてたのを取る  
→ 劇的に改善  
noise level

P D + ...	post-amp + ...	pre-amp + ...	H P F + ...
3000 個	670 個	130 個	42 個

- 3/3 linearity の測定のため switch 付 L E D 2 個 set を作る  
A D C が暴れ始める
- peak がふたこぶに
  - ある channel に関して、そこに入るべき data が隣に入る
- 3/4 A D C の ch, station number を変えたがダメ  
A D C を変えてもダメ  
← 形が変なのは気にせず先に進む

- pre-amp 付近の noise を調べる
  - 再現性のなさのため有意な変化は観測できなかった
- PMTで見てもふたこぶになる
  - H P Fを入れるとましになる
  - 広い gate を使っていたから A C noise を拾っていたらしい
- 3/7 pre-amp に bias cable をつないでみる
  - 目立った noise の変化ナシ
- linarity の測定
  - 2 個 set L E Dを用い、4 個の on.off の組み合わせで測定
  - 両方とも max (  $\sim 10^5$  個 ) にしても linarity は保たれていた
- 3/8 pre-amp の電源を post-amp の後ろから取ることにする
- 3/9 thermo-modul の set-up を作る
  - 銅板で P D の部屋をつくり、thermo-modul で冷やす
  - thermo-modul との接触部分以外を発泡スチロールで覆う
  - 温度計の回路組む
  - 氷水で calibration を行う
    - ← 不安定。おおよその温度しか言えなさそう
- 3/12 安定性の test
  - set-up に触れなくても、時間的に変化することが判明
  - 電源を落とさないことにする
- 3/13 thermo-modul を使う
  - 放熱が全く追いつかない
  - fin が必要
- ∴ 銅製 fin を自作したり thermo-modul を二段にしてみたりといろいろやったが 270K までしか下がらない
- 3/17 とりあえず、そこまですぐ冷やして data 取ろうとする
  - noise が酷いことになってる
  - power suply を遠ざけるなど、比較的すぐできる
  - 対策をした後でも、以前の倍残る
  - それにもめげずに測ってみる
    - 殆んど変化ナシ
    - thermal-noise は少ない模様

- 3/18 アルミの箱を買ってきて、P D,pre-amp 等を入れて shield してみる  
 : → 結局、pre-amp の電源 cable を中に入れて、P D 等は蓋の上に置くことにする
- 3/20 pre-amp に capacitance をつけて noise を測る  
 再現性はさらに悪化  
 → cable を置く位置で大きく異なる
- 3/22 段ボールにアルミホイルをはって、shield の箱を作る  
 → 効果ナシ  
 温度計の cable をしっかり shield  
 $\sigma : 32 \rightarrow 28$   
 蓋 ( P D,pre-amp, H P F,attenuator ) の ground を孤立させる  
 $\sigma : 28 \rightarrow 23$
- 3/23 ground 整備  
 再現性ナシ  $\sigma : 24 \sim 30$  くらいをふらつく  
 時間的安定性ナシ  $\sigma : 2 \sim 3$  ゆらぐ  
 温度測ると再現性なくなる  
 → thermo-modul に流す電流を測っておいて、測定後その電流で何度まで冷えるか測る  
 → 冷やした効果は見えるようになった  
 ( 小さすぎるが … )  
 入力なしでも安定しない
- 3/26 温度計付近をいじる  
 → たいした変化なし  $\sigma : 24 \sim 30$  が多い  
 全体に shield が弱そう  
 余ってた PIN P D をしっかり shield して使う  $\sigma : 27.4$
- 3/27 冷した時の noise の形をオシロで見てみる  
 → 常温と変化ナシ  
 ground 整備  
 配電盤の earth とは離れた方がよい  
 いろいろいじっていると突然  $\sigma : 14$  となった。その後、だんだん上がっていき、3分ほどで 28 になった  
 ⇒ P D をつけてすぐは pre-amp の調子がでない時もあるようだ
- 3/28 B P F を作ってみた  
 → ない方がまし  
 いよいよ A P D を使う  
 回路は組まずに使い、bias を parameter に data 取る
- 3/29 PIN P D ( 部屋なし ) で同じことする  
 bias cable に L P F を入れてみる

- 3/30 A P D の data もう一度取る
- 3/31 光入れずに冷す  
 PIN P D 気持 noise 減る  
 ここまで来ると pre-amp noise が limit  
 A P D 温度が変わると  $V_{br}$  が変化して比較出来ない...
- 4/4 G-mode 用 A P D 1 完成  
 試運転 → ダメダメ
- 4/6 ハンダがちゃんとしていなかった  
 つけようとしたがどうしてもつかない。接触させて導通させる  
 D C path が無かったので作った  
 a-mode, 170V, ぎりぎり → ~ 2000 個  
 G-mode, 188V, なんとか → > 20000 個  
 A P D 集光率 →  $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$
- 4/7 A C noise がやや多い  
 a-mode で data 取る  
 bias 変えると安定するまで時間がかかることに気付く  
 G-mode で data 取る  
 dark current の count rate 測定
- 4/9 G-mode 用 A P D 2 完成  
 a-mode で data 取る
- 4/10 A P D 2 を冷す  
 fan 回すと noise のる  
 止めても残る  
 bias 電源が変 → 変える  
 fan 回す → A D C の裾が広がる  
 とりあえず a-mode で data 取る  
 160V → ~ 2200 個  
 光量変化 → 275K で data 取り直す
- 4/11 そのままの set-up で光量測る

## 関連図書

- [1] 京都大学理学部物理教室 1998 年度課題研究 P1,  
”1998 年度課題研究 P1 卒業論文,”  
(1999)
- [2] D. M. Greenberger, M. A. Horne, and A. Zeilinger,  
”多粒子の干渉と重ね合わせの原理,” ( 町田茂訳 )  
パリティ Vol. **9** No. 3, 19 (1994)
- [3] Roger Penrose,  
”心は量子で語れるか,” ( 中村和幸訳 )  
ブルーバックス B1251, 講談社 (1999)
- [4] 尾関章,  
”量子論の宿題は解けるか,”  
ブルーバックス B1195, 講談社 (1997)
- [5] 日本物理学会,  
”アインシュタインとボーア,”  
裳華房 (1999)
- [6] X. Y. Zou, L. J. Wang, and L. Mandel,  
”Induced coherence and indistinguishability in optical interference,”  
Phys. Rev. Lett. **67**, 318 (1991)
- [7] L. J. Wang, X. Y. Zou, and L. Mandel,  
”Induced coherence without induced emission,”  
Phys. Rev. A **44**, 4614 (1991)
- [8] R. Brown, K. Ridley, and J. Rarity,  
”Characterization of silicon avalanche photodiodes for photon correlation measurements,”  
Appl. Opt. **25**, 4122 (1986)
- [9] R. Penrose, and C. J. Isham,  
”Quantum Concepts in Space and Time,”  
Oxford science publications (1986)
- [10] S. Cova, A. Longoni, and A. Andeoni,  
”Towards picosecond resolution with single-photon avalanche diodes,”  
Rev. Sci. Instrum. **52**, 408 (1981)

- [11] T. Regan, H. Fenker, and J. Thomas,  
"A method to quench and recharge avalanche photo diodes for use in high rate situations,"  
Nucl. Instr. and Meth. **A326** 570 (1993)
- [12] T. Giallorenzi, and C. Tang,  
"Quantum theory of spontaneous parametric scattering of intense light,"  
Phys. Rev. **166** 225 (1967)
- [13] William R. Leo,  
"Techniques for nuclear and particle physics experiments,"  
Springer-Verlag (1994)
- [14] T. D. Lee,  
"Particle physics and introduction to field theory,"  
Harwood Academic Publishers, New York (1981)
- [15] 松岡 正浩,  
"量子光学," Chap. 5,  
東京大学出版会 (1996)
- [16] "Thermo-Module の catalog,"  
小松エレクトロニクス株式会社 (1999)
- [17] "Photo-Diode の catalog,"  
浜松ホトニクス株式会社 (1998)
- [18] "Crystal Guide '99,"  
CASIX (1999)