

ニュートリノ反応のお話

Yoshinari Hayato

Neutrino experiments ~ detection of neutrinos

実験的に粒子を「みる」(検出する)

多くの場合、主に電磁相互作用によって検出器内で生成する
電子(陽電子)や光子を用いる。

粒子が電荷を持たないと、それだけで測定は難しい。

中性子を測定するのは結構大変

光子ですら、変換長が問題になることがある。

(小さくて軽い検出器だとすり抜けてしまう)

ニュートリノの特徴(性質)

ほとんど重さがない

電荷を持たない

弱い相互作用 ~ 反応確率が非常に小さい

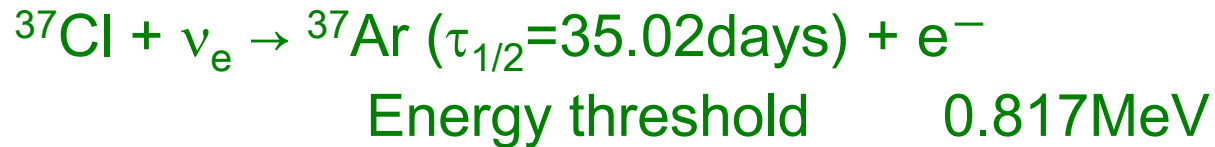
多くの観測は、物質との弱い相互作用によって生成した
荷電粒子と光子を用いておこなわれてきた。

(例外もある)

Neutrino experiments ~ detection of neutrinos

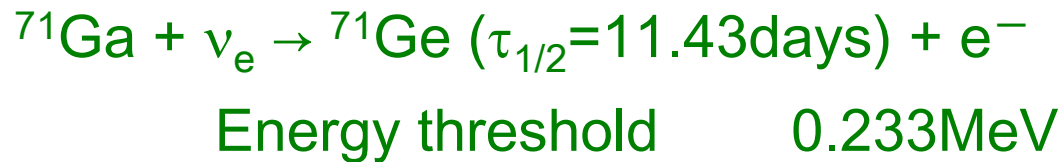
太陽ニュートリノ観測 ~ 化学的手法

ニュートリノと原子核の反応から生成する、
「そこに存在していなかった」核種を使う手法。



Davis et al. from 1967

Homestake mine (South Dakota)



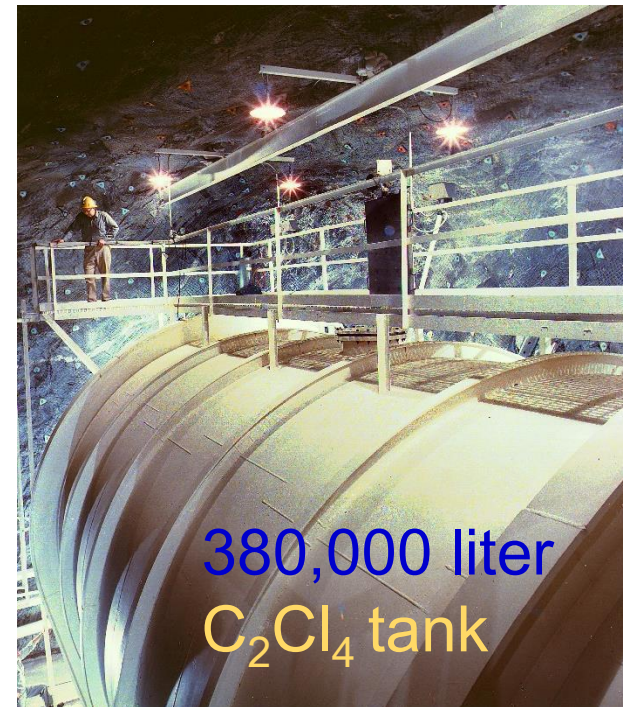
SAGE (1990 ~)

Baksan neutrino observatory

Gallex (1991 ~ 1997)

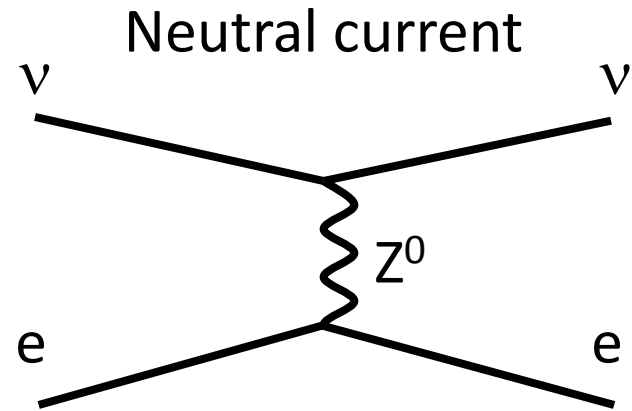
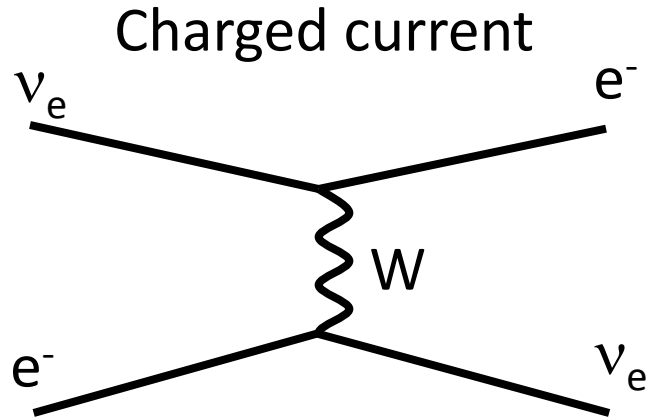
-> GNO (1998 ~)

Gran Sasso Lab., Italy



Neutrino interactions

Neutrino – electron scattering (lepton - lepton scattering)



Interaction cross-sections ($E_\nu = 10$ MeV)

$$\sigma(\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-) \\ \sim 9.5 \times 10^{-44} \text{ cm}^2$$

$$\sigma(\nu_{\mu,\tau} + e^- \rightarrow \nu_{\mu,\tau} + e^-) \\ \sim 1.6 \times 10^{-44} \text{ cm}^2$$

10MeVのニュートリノは、水の中を

3×10^{21} cm 通過すると、1回の電子と反応する。

(1光年 $\sim 9.46 \times 10^{17}$ cm)

Major neutrino interactions $\sim E_\nu \geq 100 \text{ MeV}$

荷電カレント 擬弾性散乱

Charged current quasi-elastic scattering



中性カレント 弾性散乱

Neutral current elastic scattering



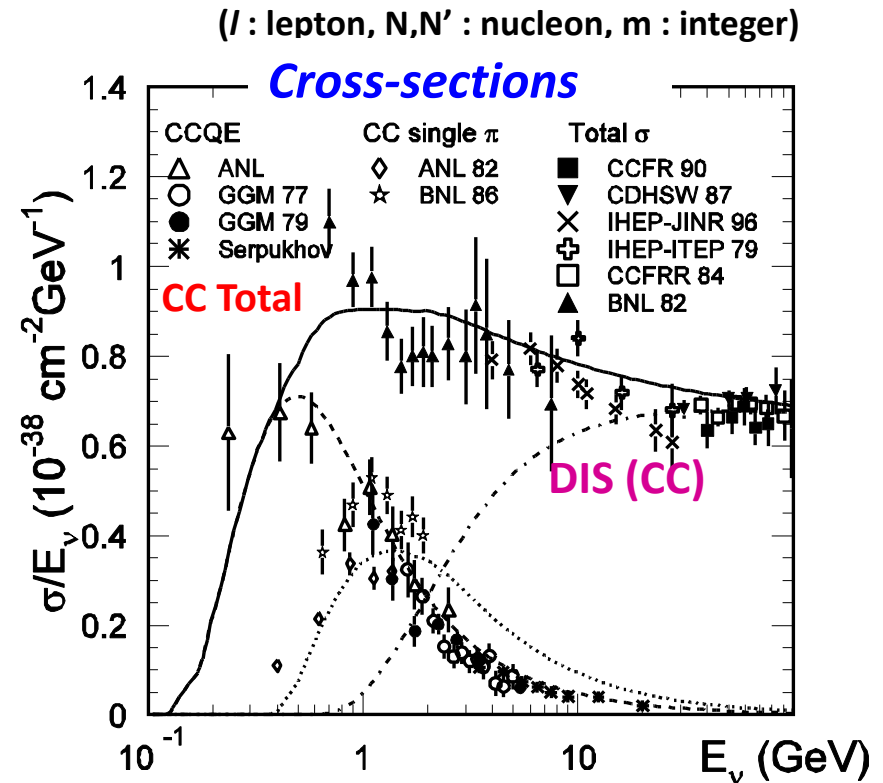
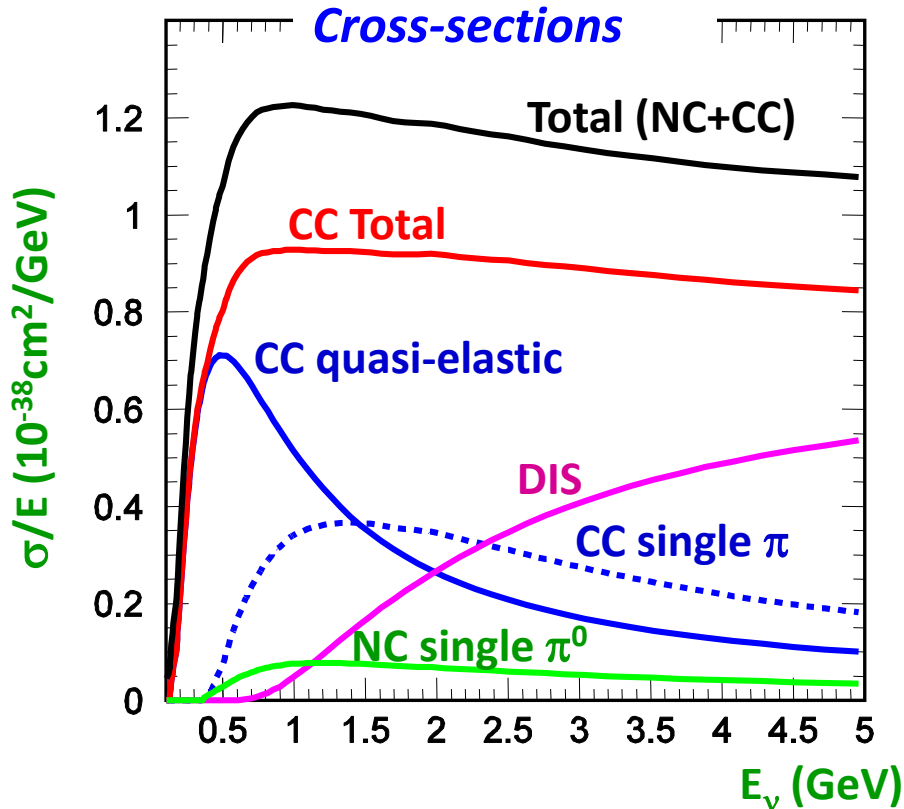
単一メソン生成

Single meson productions



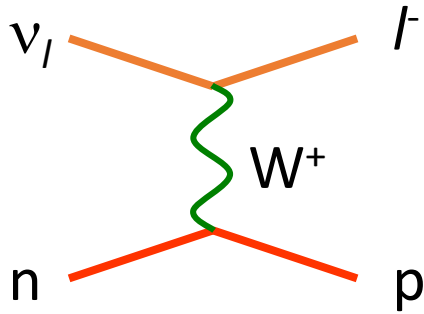
深非弾性散乱

Deep inelastic scattering



Charged current Quasi-elastic scattering

低エネルギー領域(数百MeV)の主要な反応

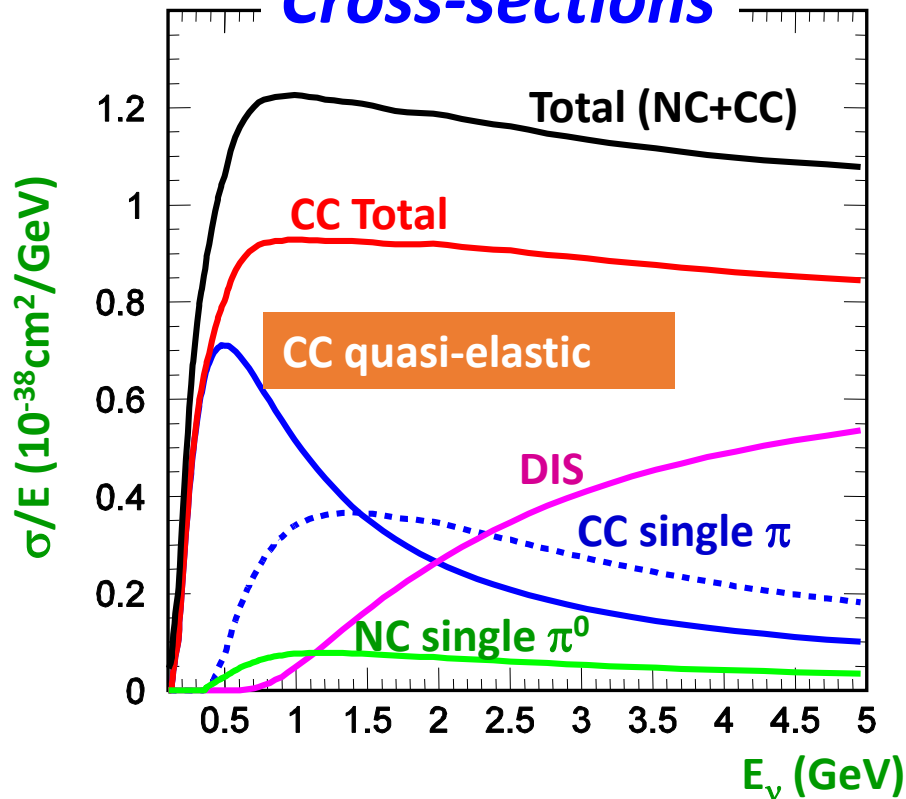


2体反応

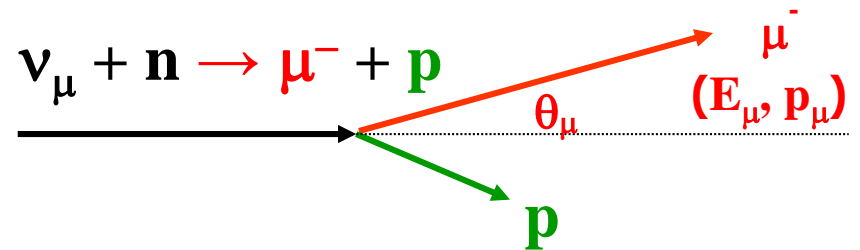
~ 標的核子が静止していれば、
荷電レプトンの情報のみで

ニュートリノエネルギーの再構成可能

Cross-sections



低エネルギーニュートリノビームの
スペクトラム測定に利用される



$$E_\nu = \frac{m_N E_\mu - m_\mu^2/2}{m_N - E_\mu + p_\mu \cos \theta_\mu}$$

(核子が静止しているとき)

ニュートリノ実験の例

加速器を用いたニュートリノ実験

ニュートリノの方向は既知

Case 1: $E_\nu = 100 \sim 1 \text{ GeV}$

事象選別 : $\nu + N \rightarrow l + N'$

Charged current quasi-elastic scattering events

解析の例

1. 観測された荷電レプトンの運動量及び方向から
ニュートリノのエネルギーを再構成
(散乱断面積測定、ニュートリノ振動解析)
2. 観測された荷電レプトンの運動量と方向を、
シミュレーション結果と比較する。
(ニュートリノ振動解析 例:T2K)

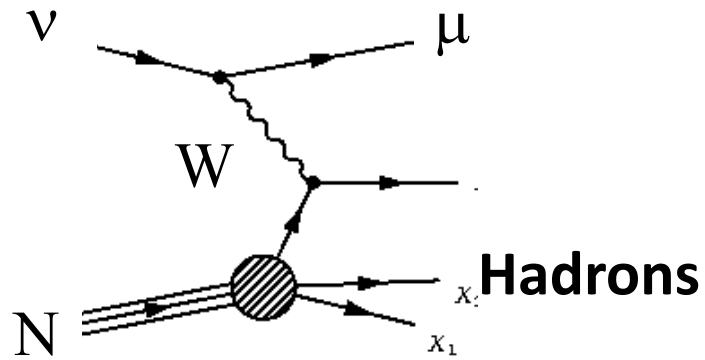
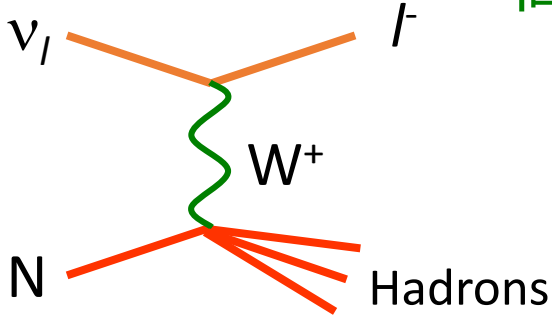
各反応種別の、荷電レプトンの運動量・方向分布、
反応種別同定における

事象選択効率や純度、背景事象の混ざりこみ、
シミュレーションを用いて評価する。

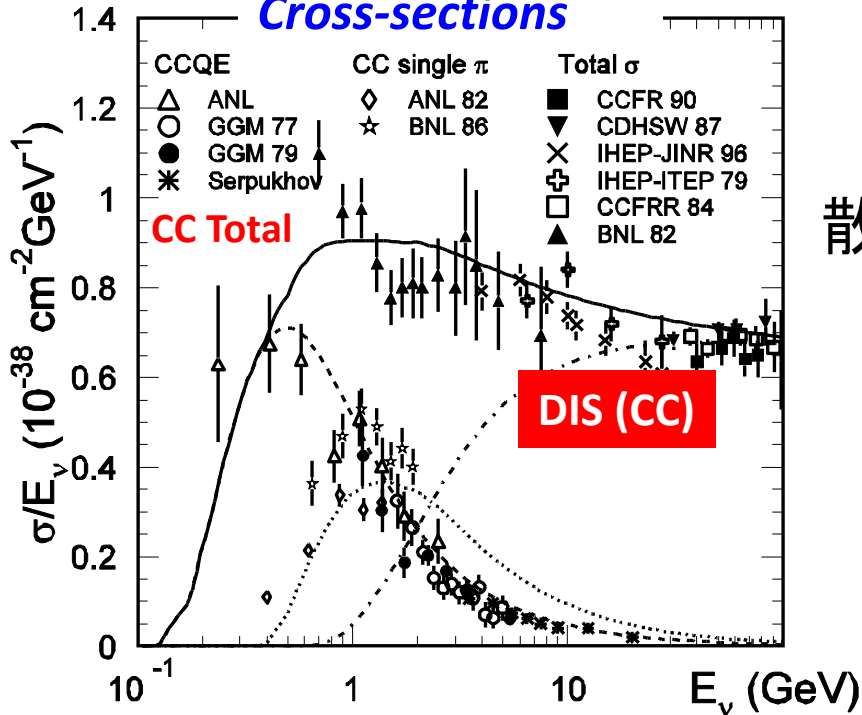
Charged current Deep inelastic scattering

高エネルギー領域 (~数十GeV) の主要な反応

ニュートリノが quark と散乱していると
近似できる



Cross-sections



散乱断面積も“比較的”

精度良く決まっている

高エネルギーニュートリノビームの
スペクトラム測定などに用いられる

$E_\nu \sim \text{lepton energy} + \text{Hadron energy}$

(Calorimetric method)

ニュートリノ実験の例

加速器を用いたニュートリノ実験

ニュートリノの方向は既知

Case 2: $E_\nu > \text{several GeV}$

事象選別 : 荷電カレント反応

主に $\nu + N \rightarrow l + N' + \text{hadrons}$

Charged current deep inelastic scattering events

解析の例

1. 観測された荷電レプトンの運動量と方向と、
ハドロンのエネルギーを用いて、
ニュートリノのエネルギーを再構成。
(散乱断面積測定、ニュートリノ振動解析)
2. 観測された事象とシミュレーションによる事象の
パターンを比較、事象種別を判定
(荷電/中性カレントを判別)
(ニュートリノ振動解析
例: MINOS電子ニュートリノ出現事象解析)

ニュートリノ実験の例

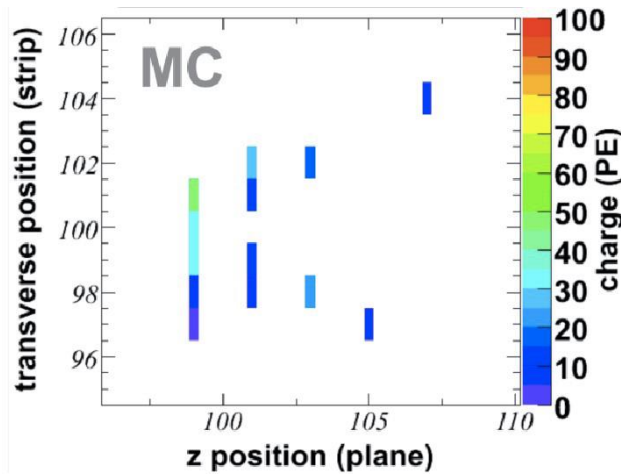
加速器を用いたニュートリノ実験

ニュートリノの方向は既知

Case 2: $E_\nu > \text{several GeV}$

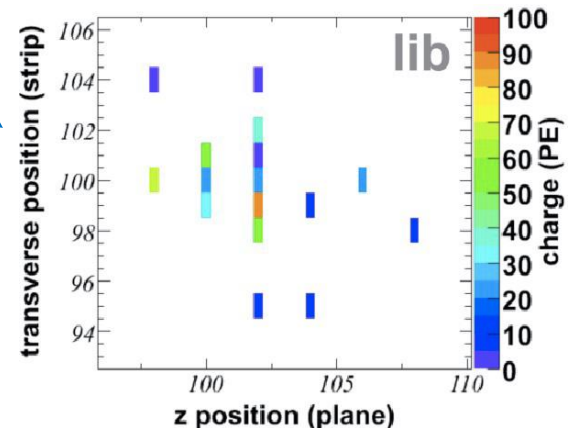
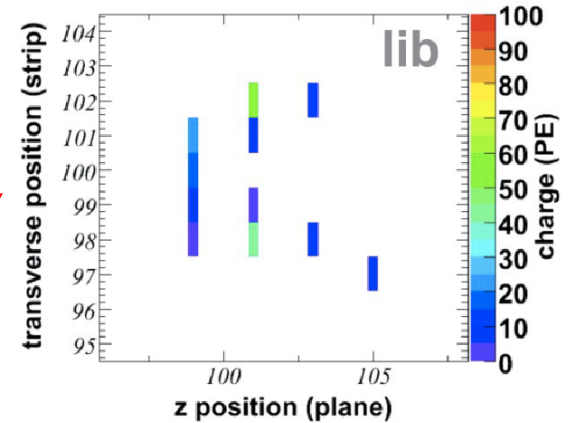
電子ニュートリノ事象と中性カレント事象の識別 (MINOS実験)
観測事象と大量のシミュレーション事象のパターンを比較、
「類似度」を用いて事象種別を判定

比較の例



似てる

似てない



シミュレーションのデータ再現性の
高さが重要となる

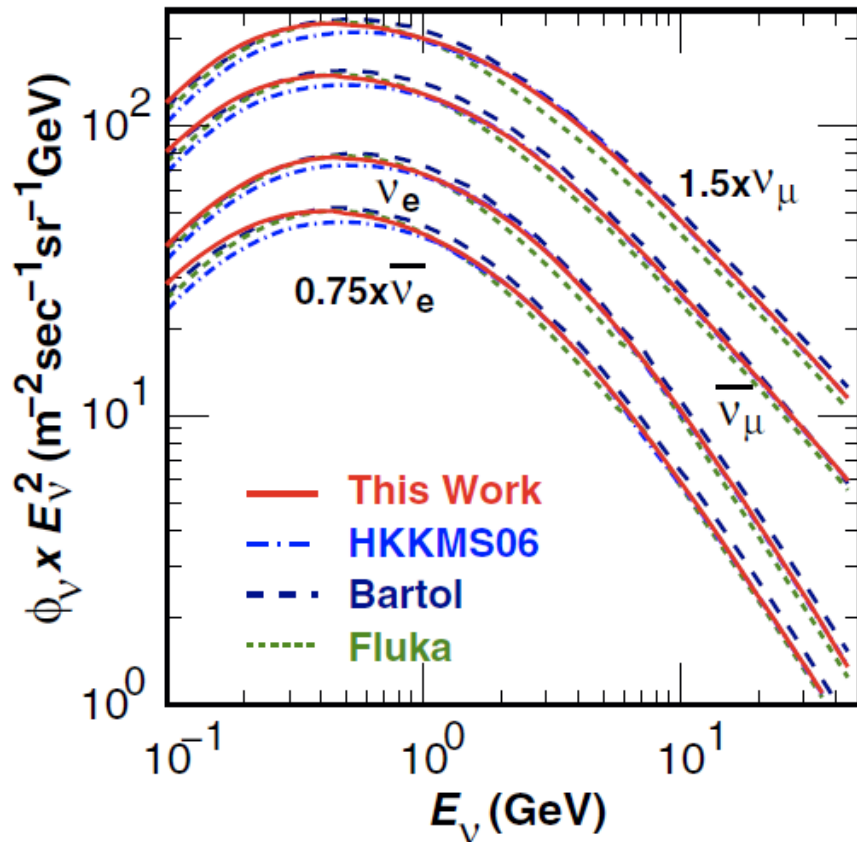
ニュートリノ実験の例

大気ニュートリノ観測実験

ニュートリノの飛来方向は不明

観測されたレプトン及び他の粒子の運動量及び方向を用いる。

大気ニュートリノフラックス



M. Honda et al., Phys. Rev. D 83, 123001 (2011)

エネルギーレンジが広い
(数百MeV ~ TeV 以上)

ニュートリノの飛距離の幅が広い
10 Km ~ 13,000 km

全てのニュートリノフレーバーが
混ざっている。

→ データをうまく使えば、
様々なニュートリノの性質
(質量階層・CP非保存など)
の解析も可能に。

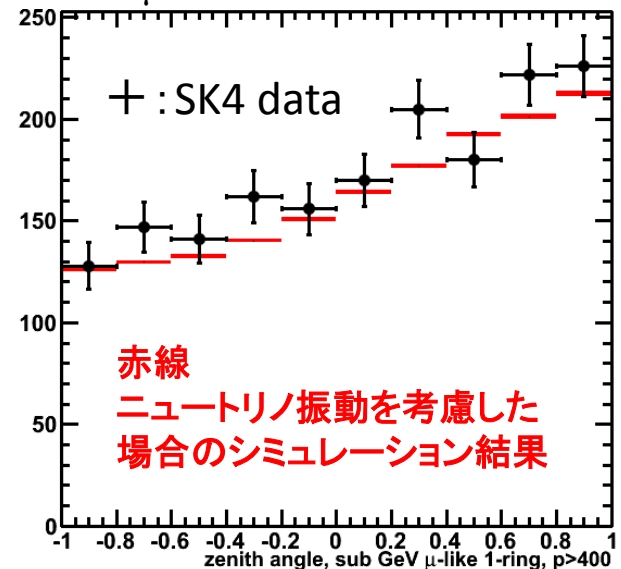
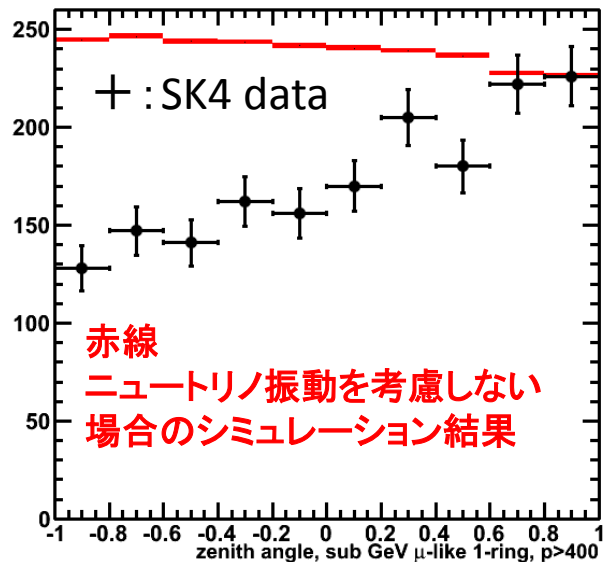
ニュートリノ実験の例

大気ニュートリノ観測実験

ニュートリノの飛来方向は不明

観測されたレプトン及び他の粒子の運動量及び方向を用いる。
複数のデータサンプル(15種類以上)の観測データの分布と
ニュートリノ振動を考慮にいれたシミュレーション結果を
比較、それらの一致度を用いることで
ニュートリノ振動パラメータを決定

データサンプルの比較例 (解析に用いられる binning とは別)
(μ -like, 1ring, $1.3 \text{ GeV}/c > P_{\mu} > 0.4 \text{ GeV}/c$)



Neutrino experiments ~ detection of neutrinos

ニュートリノ研究 ~ 事象解析 の難しさ

- 大半のニュートリノはエネルギーに広がりを持っている
~ エネルギーが既知でない
 - 反応したあとの粒子しか見られない
~ 反応した後の粒子を観測することで、
ニュートリノの種別、エネルギーなどを
再構成する必要がある。
 - 反応後の全ての粒子が測定(検出・観測)できるわけではない
 - 反応数が少ない ~ 弱い相互作用のみ
大質量の検出器が必要
~ 統計量と検出器の精度の兼ね合い
- ➡ シミュレーションとの比較によって、
エネルギー測定や種別判定の精度を見積る
- ➡ ニュートリノ反応の理解が重要

ニュートリノ反応シミュレーションプログラム (Neutrino event generator)

Procedure of the neutrino event generation

(Event generator)

- ニュートリノエネルギーの決定

最終的な事象のエネルギー分布が

neutrino flux ($\phi(E_\nu)$) と total cross-section ($\sigma_{total}(E_\nu)$)
の積の分布を再現するように。

- 反応種別の決定

各反応種別毎の散乱断面積を用いて、反応種別を決定。

(各反応の散乱断面積が計算できていることが必要)

- 素過程ニュートリノ反応のシミュレーション

生成粒子数を決定、

各粒子の粒子種別及び運動量(方向)を決定。

- 生成粒子の原子核中での散乱シミュレーション(必要なら)

原子核中で発生した各粒子(ハドロン)の核内での散乱を

シミュレーションし、各粒子が原子核から出た時の状態を決定。

(吸収・散乱・粒子生成・荷電変換反応などが起こりうる)

Procedure of the neutrino event generation

ニュートリノエネルギーの決定

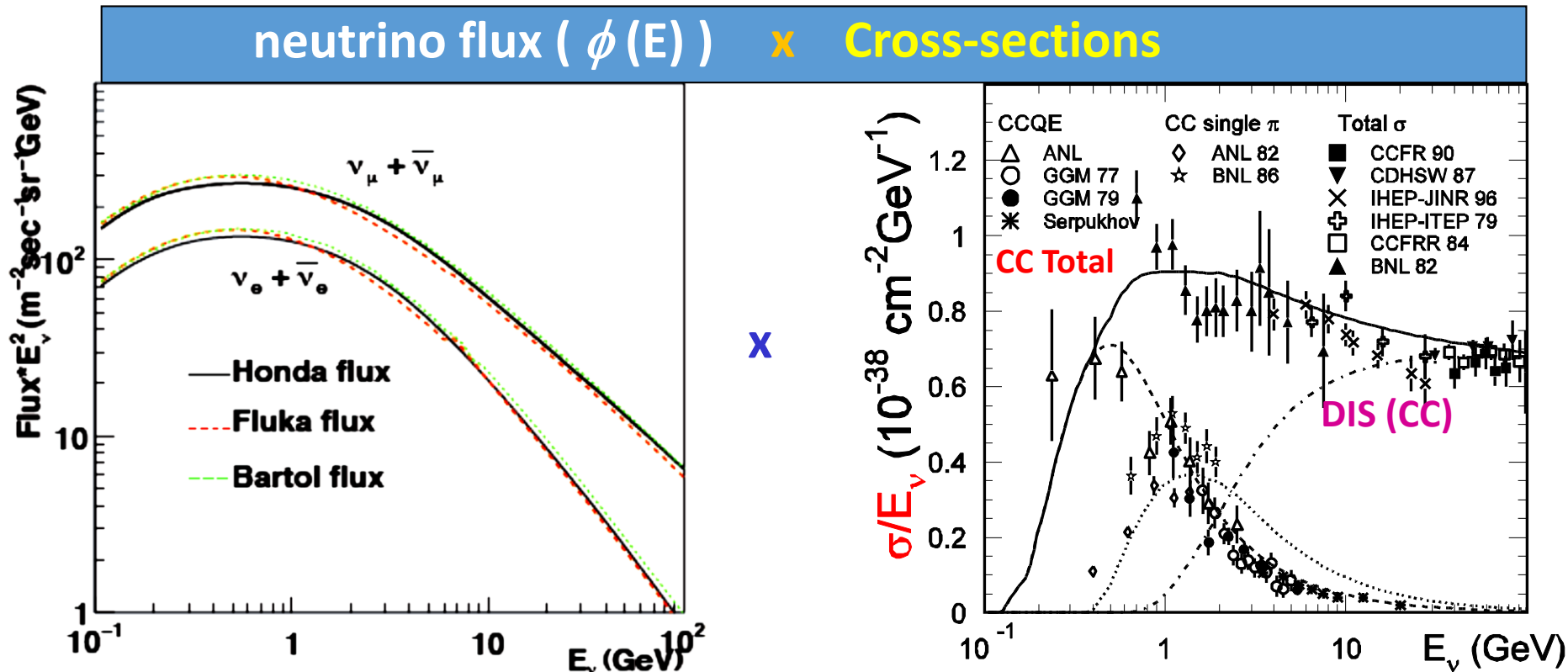
最終的な事象のエネルギー分布が

neutrino flux ($\phi(E_\nu)$) と total cross-section ($\sigma_{total}(E_\nu)$)
の積の分布を再現するように。

example)

Atmospheric neutrino

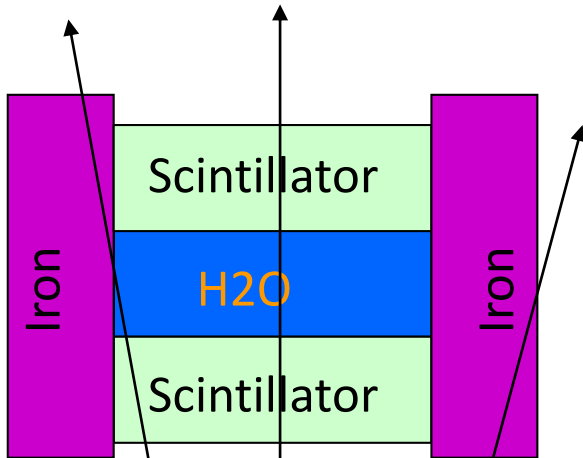
(Angular distribution is also taken into account in the actual simulation.)



Procedure of the neutrino event generation

ニュートリノエネルギーと反応位置の決定

(T2K 実験前置検出器の例)



- T2K ニュートリノビームシミュレーションから
ニュートリノの種類 (flavor)、方向、エネルギー
を得る。



- 各検出器内の各物質について、
通過する距離 (L) = 厚さ を計算する。
L(Iron), L(Scintillator), L(H2O) etc...



- 各物質についての反応確率を計算する

$$P(\text{Iron}) = L(\text{Iron}) \times \sigma_{\text{Iron}}(E\nu)$$

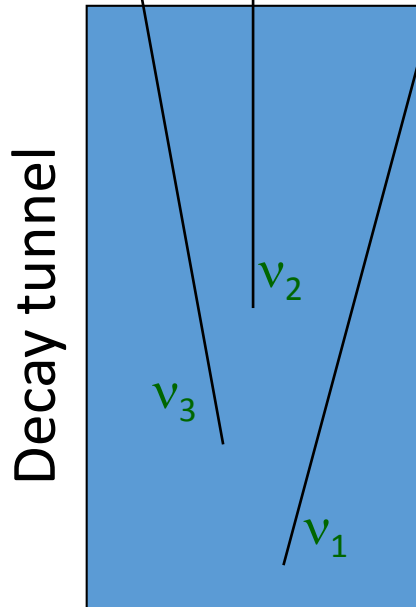
$$P(\text{Scintillator}) = L(\text{Scint.}) \times \sigma_{\text{Scint.}}(E\nu)$$

$$P(\text{H2O}) = L(\text{H2O}) \times \sigma_{\text{H2O}}(E\nu)$$

$$P_{\text{Total}} = P(\text{Iron}) + P(\text{Scint.}) + P(\text{H2O})$$



- 反応したか、どの物質で反応したかを決めた後、
検出器内での反応位置を決める



Procedure of the neutrino event generation

反応種別の決定

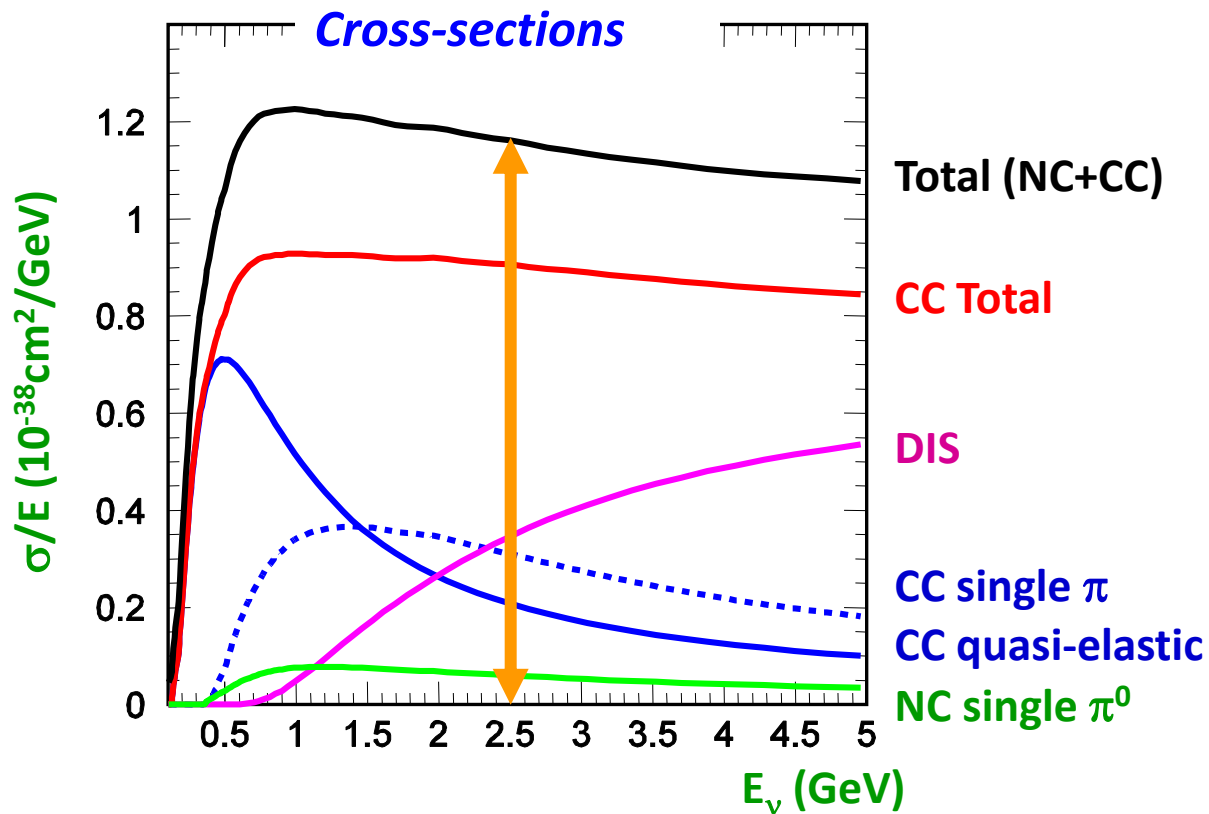
前のステップで決めたエネルギーにおける、

反応種別ごとの散乱断面積を用い、反応種別を選択

(シミュレーションプログラム内では、

生成する反応種別それぞれの散乱断面積の情報が必要となる)

Example) このオレンジ色の線上の割合となるよう、反応種別を選択

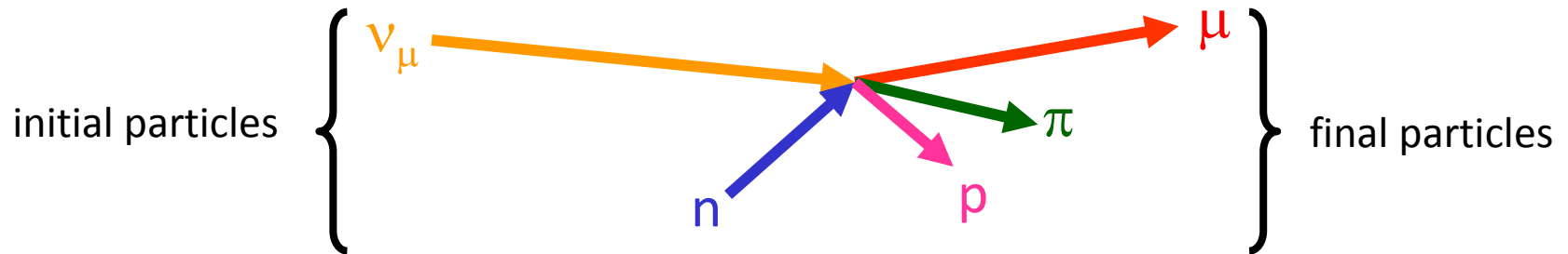


Procedure of the neutrino event generation

反応から生成する粒子種類、数、方向、運動量を決める

Example) 荷電カレント 単一 π 粒子生成事象

あらかじめ決定したエネルギーでの反応によって生成する
全ての粒子について、方向とエネルギー(運動量)を与える
(初期状態の核子の方向とエネルギー(運動量)もここで決める)

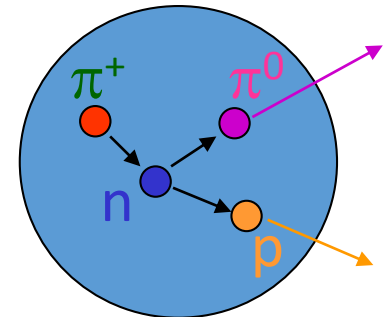


原子核内での生成粒子の再散乱を考慮する

前ステップで生成した粒子のうち、原子核内で再散乱する可能性のある
粒子についてシミュレーションを行う。
各粒子について、原子核から出るときの方向とエネルギー(運動量)を決める。

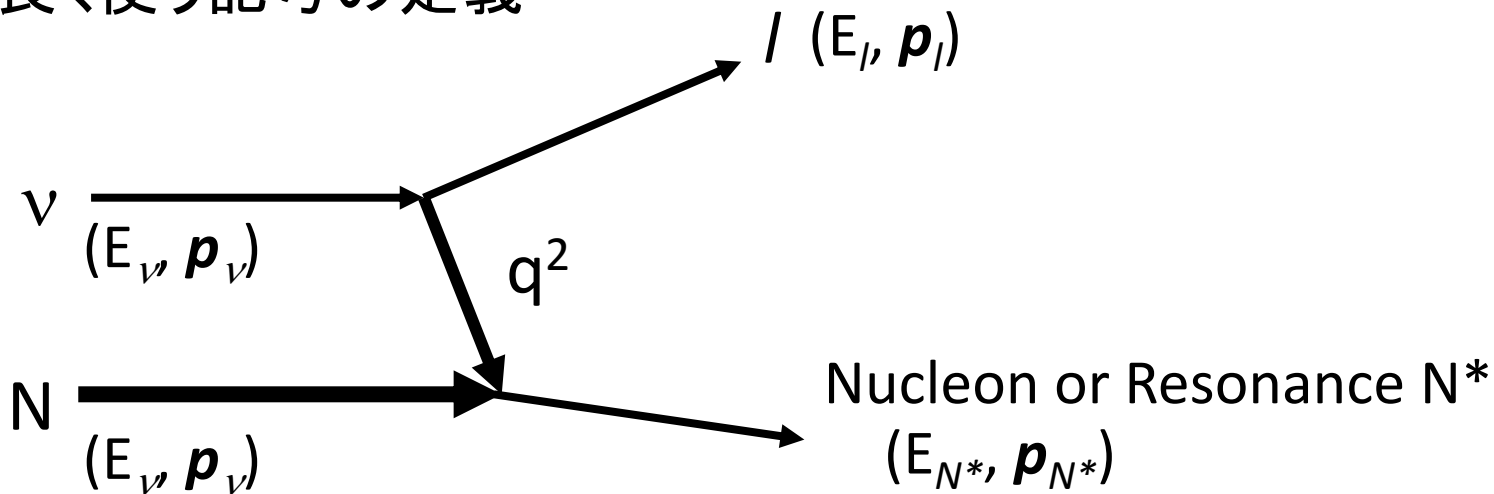
Example) π 荷電交換反応

π 粒子の原子核内での軌跡を追跡、
反応可能性を調べ、反応した場合には
粒子種別、運動量などを変化させる。



個別のニュートリノ反応のお話 ～「自由な」核子との反応～

以下で良く使う記号の定義



q^2 : 4 momentum transfer

$$q^2 \equiv (E_l - E_\nu)^2 - (\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_\nu)^2 \quad (= -Q^2)$$

W : Invariant Mass of N^*

$$W \equiv \sqrt{E_{N^*}^2 - \mathbf{p}_{N^*}^2}$$

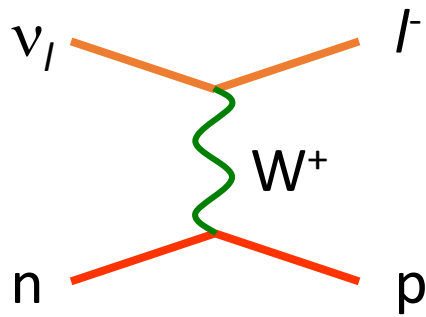
Charged current Quasi-elastic scattering (CCQE)

低エネルギー領域(数百MeV)の主要な反応

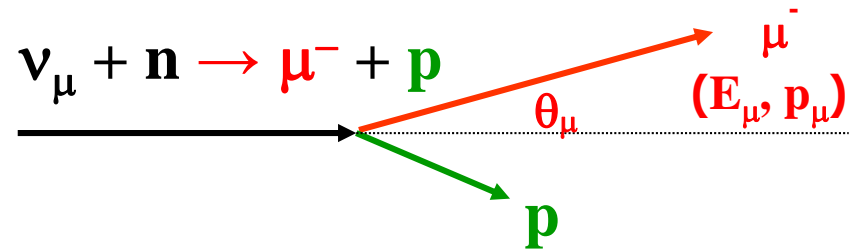
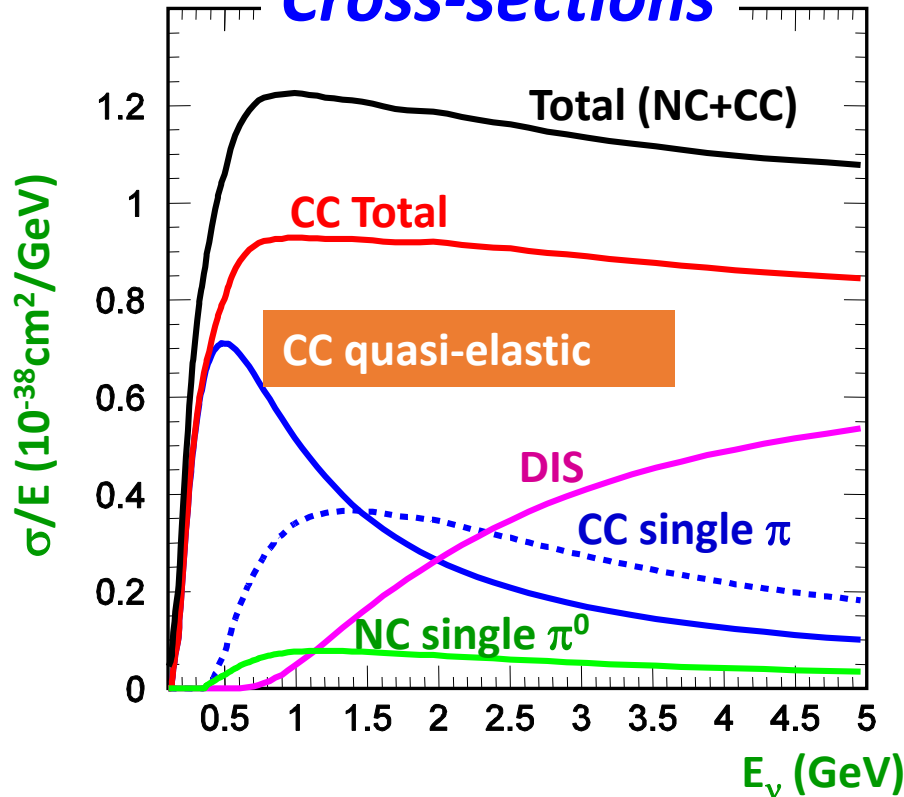
2体反応

~ 標的核子が静止していれば、
荷電レプトンの情報のみで

ニュートリノエネルギーの再構成可能



Cross-sections

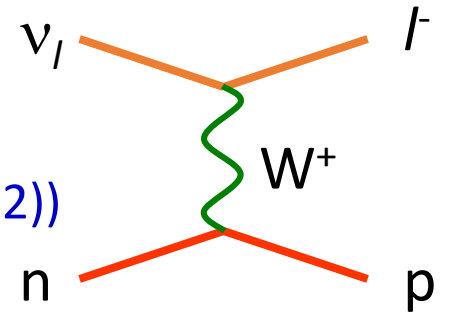


$$E_\nu = \frac{m_N E_\mu - m_\mu^2/2}{m_N - E_\mu + p_\mu \cos \theta_\mu}$$

Charged current Quasi-elastic scattering

Cross-section calculations

Free nucleon : C.H.L. Smith (Phys. Rep. 3,261(1972))



$$\mathcal{H}_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} J_{\alpha}^{lep} J_{had}^{\alpha} + h.c.$$

$$\langle \mu(k') | J_{\alpha}^{lep} | \nu_{\mu}(k) \rangle = \bar{u}(k') \gamma_{\alpha} (1 - \gamma_5) u(k), \quad J_{had}^{\alpha} = \cos \theta_C (V^{\alpha} - A^{\alpha}).$$

$$\frac{d\sigma_{\nu, \bar{\nu}}}{dQ^2} = \frac{G^2 \cos^2 \theta_C M^2}{8\pi E^2} \left(A(Q^2) \pm B(Q^2) \frac{s-u}{M^2} + C(Q^2) \left(\frac{s-u}{M^2} \right)^2 \right)$$

$$A(Q^2) = \frac{m^2 + Q^2}{4M^2} \left[\left(4 + \frac{Q^2}{M^2} \right) F_A^2 - \left(4 - \frac{Q^2}{M^2} \right) F_V^2 + \frac{Q^2}{M^2} \left(1 - \frac{Q^2}{4M^2} \right) F_M^2 \right. \\ \left. + 4 \frac{Q^2}{M^2} F_V F_M - \frac{m^2}{M^2} \left((F_V + F_M)^2 + (F_A + 2F_P)^2 - \left(4 + \frac{Q^2}{M^2} \right) F_P^2 \right) \right]$$

$$B(Q^2) = \frac{Q^2}{M^2} F_A (F_V + F_M) \quad C(Q^2) = \frac{1}{4} \left(F_A^2 + F_V^2 + \frac{Q^2}{4M^2} F_M^2 \right)$$

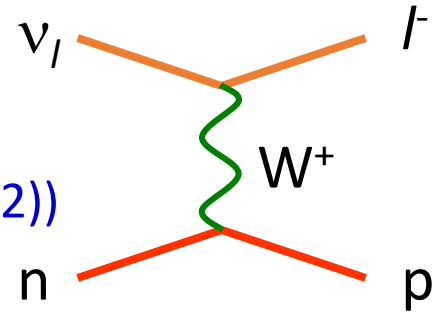
$$(s - u = 4ME_{\nu} + q^2 - m^2)$$

Charged current Quasi-elastic scattering

Cross-section calculations

Free nucleon : C.H.L. Smith (Phys. Rep. 3,261(1972))

電子・核子散乱実験などから決定



$$\left[\begin{array}{l}
 F_V(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} \left[G_E^V(q^2) - \frac{q^2}{4M^2} G_M^V(q^2) \right] \\
 F_M(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} [G_M^V(q^2) - G_E^V(q^2)] \quad (M : \text{nucleon mass}) \\
 G_E^V(q^2) \sim \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \quad G_M^V(q^2) \sim (1 + \mu_p - \mu_n) \times \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2} \\
 (M_V = 0.84 \text{ GeV}/c)
 \end{array} \right.$$

ニュートリノ・核子散乱実験から決定

$$F_A(q^2) = F_A(0) \times \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2} \qquad F_P(q^2) = \frac{2M^2 F_A(q^2)}{m_\pi^2 - q^2}$$

$F_A(0) \sim 1.267$ (From β decay) ($q^2 = -Q^2$)

構造関数 (Vector form factor)

A. Bodek et al.

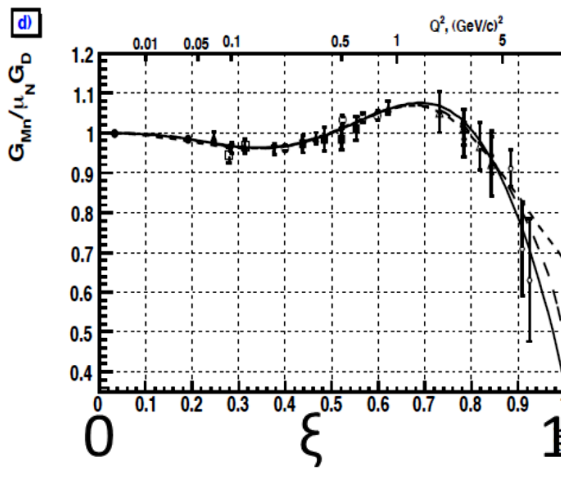
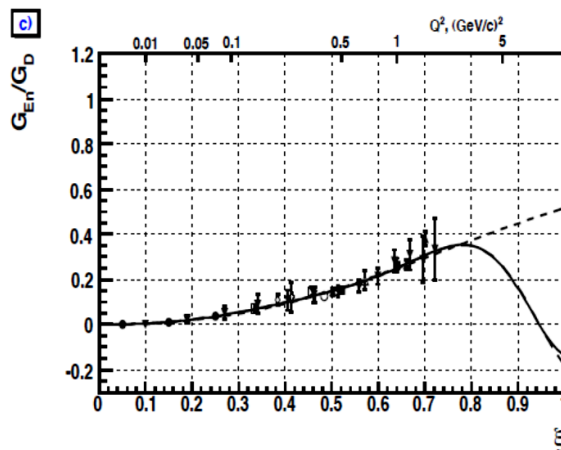
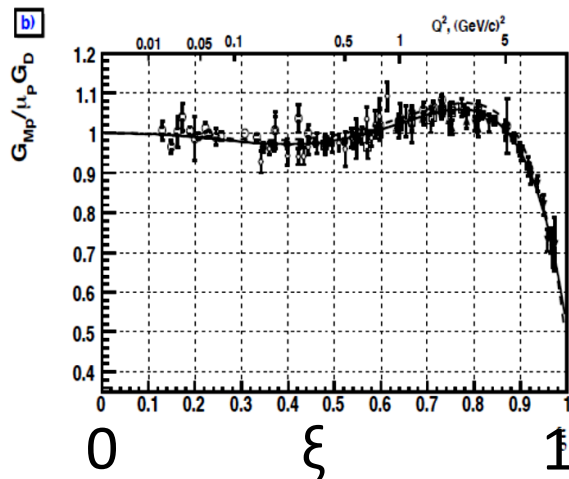
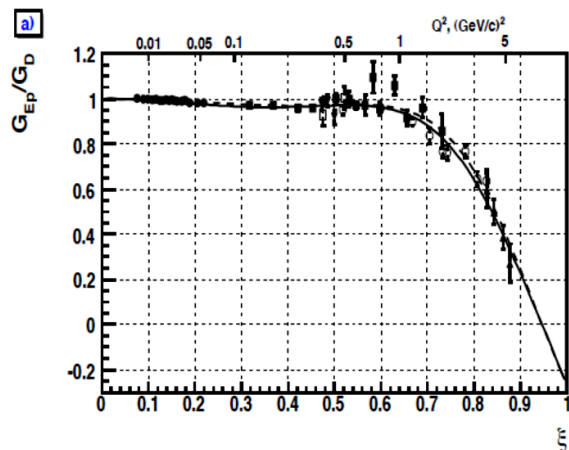
B. Eur.Phys.J.C53:349-354,2008

電子・核子散乱実験などから決定

最近は dipole 型からの乖離が話題にされている

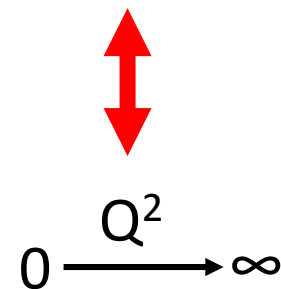
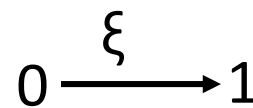
$$G_E^V(q^2) \sim \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \quad G_M^V(q^2) \sim (1 + \mu_p - \mu_n) \times \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}$$

dipole 型関数に対する比



$$\xi^{p,n,N} = \frac{2}{(1 + \sqrt{1 + 1/\tau_{p,n,N}})}$$

$$\tau_{p,n,N} = Q^2 / 4M_{p,n,N}^2$$



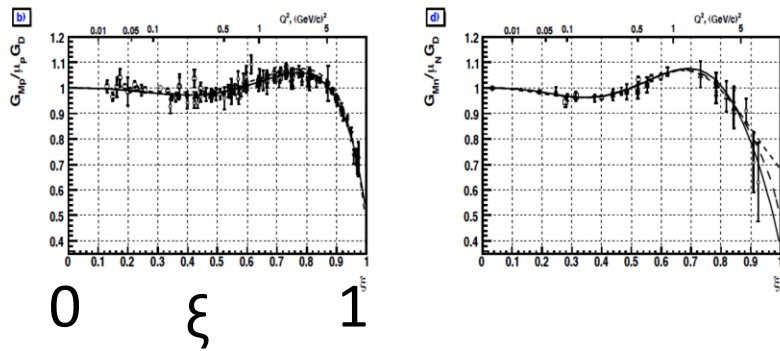
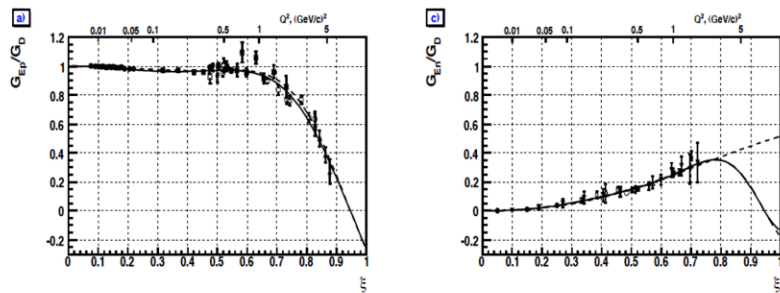
構造関数 (Vector form factor)

電子・核子散乱実験などから決定

最近では dipole 型からの乖離が話題にされている

A. Bodek et al.

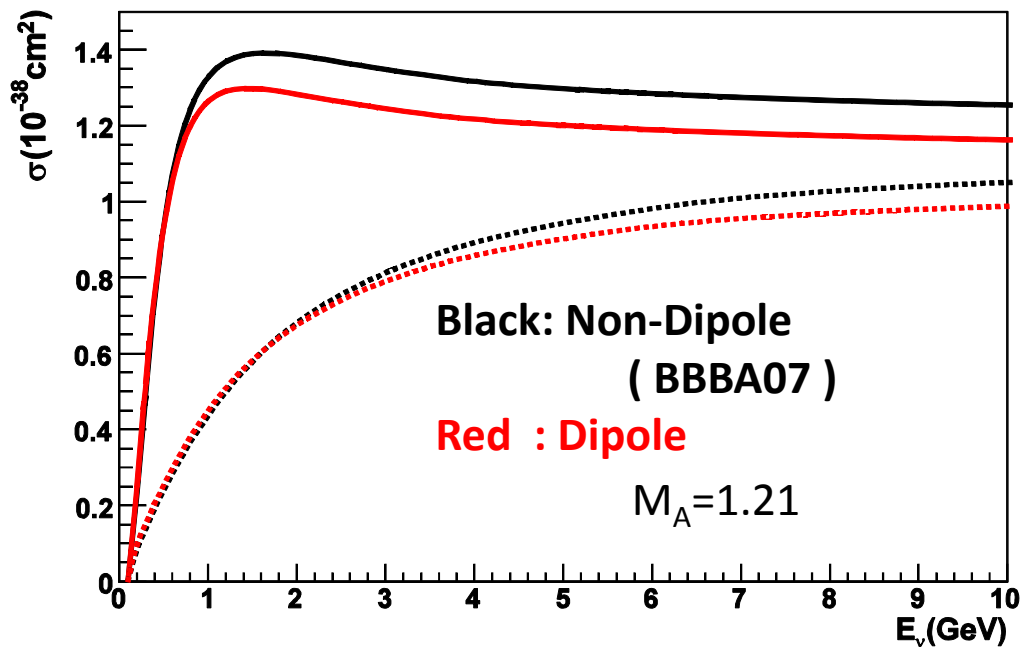
B. Eur.Phys.J.C53:349-354,2008



large q^2 領域で違いが大きい

→ 高エネルギーで違いが顕著

CCQE Cross-section



$$\xi_{p,n,N} = \frac{2}{(1 + \sqrt{1 + 1/\tau_{p,n,N}})}$$

$$\tau_{p,n,N} = Q^2 / 4M_{p,n,N}^2$$

Charged current Quasi-elastic scattering

Axial vector mass dependence of $d\sigma/dq^2$

M_A を大きくすると

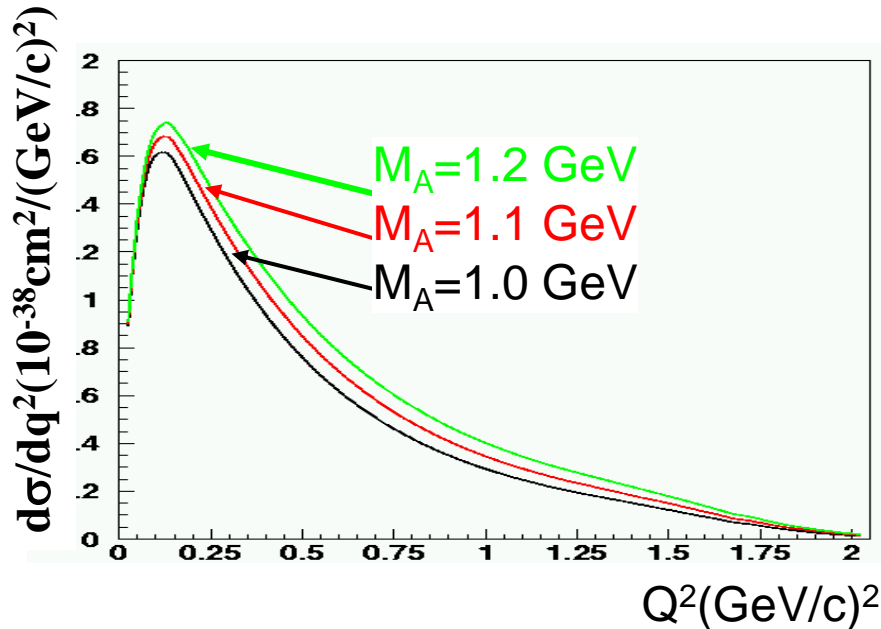
- 全散乱断面積が大きくなる
- small q^2 で $\frac{d\sigma}{dq^2}$ が小さくなる
- large q^2 で $\frac{d\sigma}{dq^2}$ が大きくなる

$$F_A(q^2) = -\frac{1.276}{(1 - (q^2 / M_A^2))^2}$$

~ 前方散乱が減る

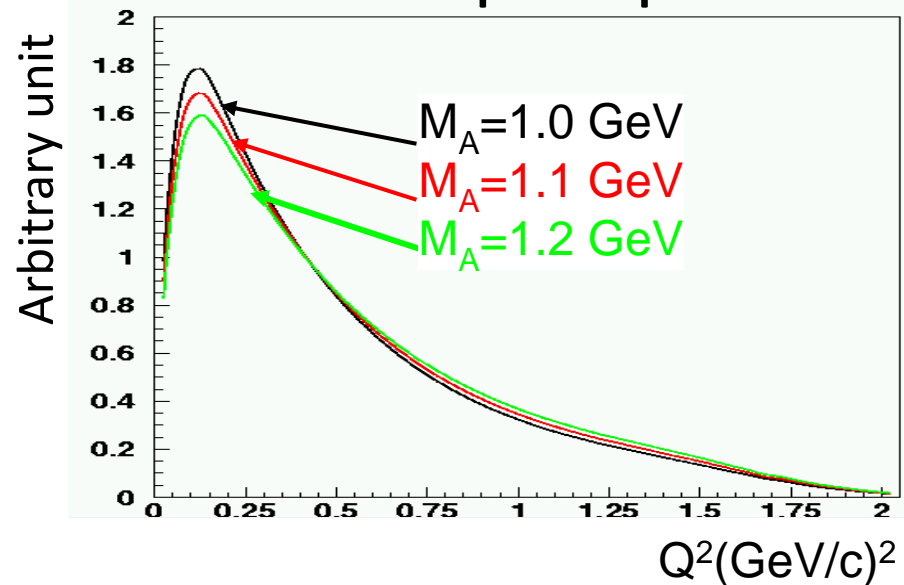
~ 後方散乱が増える

Absolute cross-section



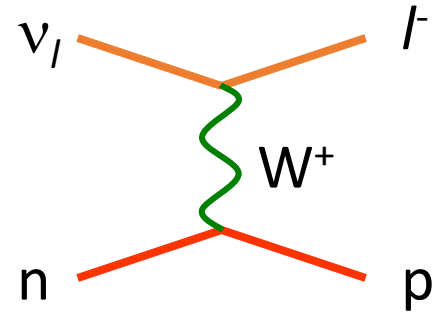
Area normalized

for shape comparison



Charged current Quasi-elastic scattering

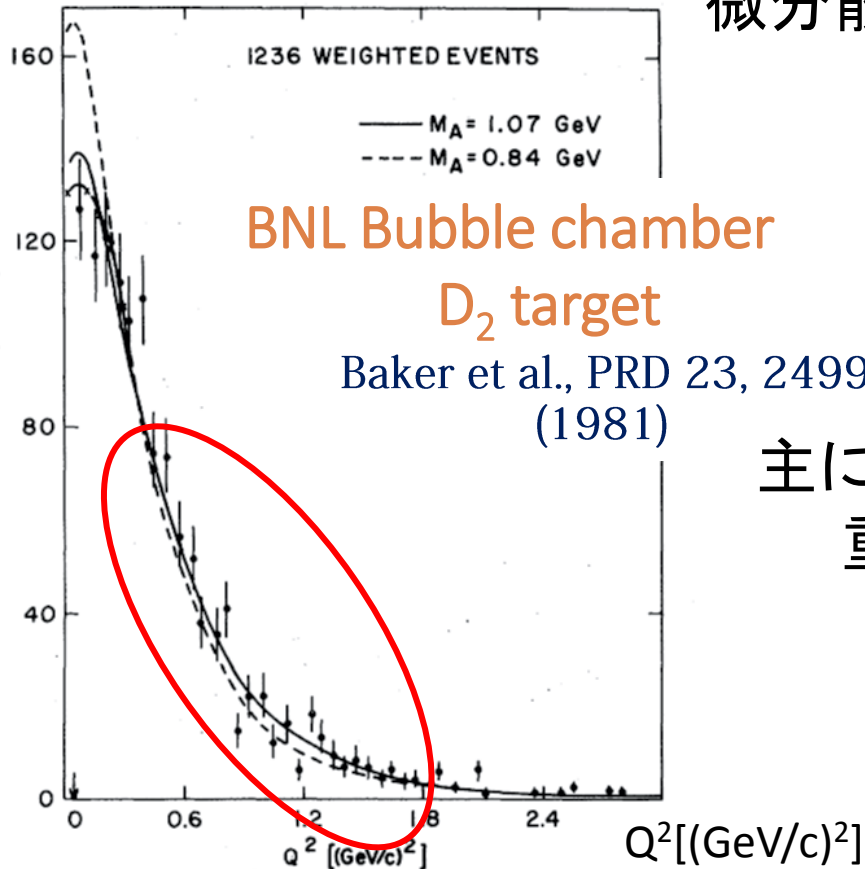
M_A の決定



全散乱断面積の測定は

ニュートリノラックスの不定性が直接みえるので難しい。

微分散乱断面積 $\frac{d\sigma}{dq^2}$ による評価ならば、
絶対値を使わないでも可能



(両方の手法で求められてきた)

主に「自由な」中性子に近い標的である
重水素を用いた泡箱実験の
データから M_A が求められた。

$$M_A \sim 1.03 \text{ GeV}/c^2$$

~ Bubble chamber ~ (泡箱)

- 過熱状態の液体
粒子通過時に
気圧を下げて
過熱状態を作る
粒子通過によって電離が
発生すると泡が生成
- 粒子通過時に写真を撮影
粒子の飛跡を直接観測
(目で見る事が出来る)
- 事象の再構成は写真を
人間が目で飛跡を判定
- 非常に高い位置精度

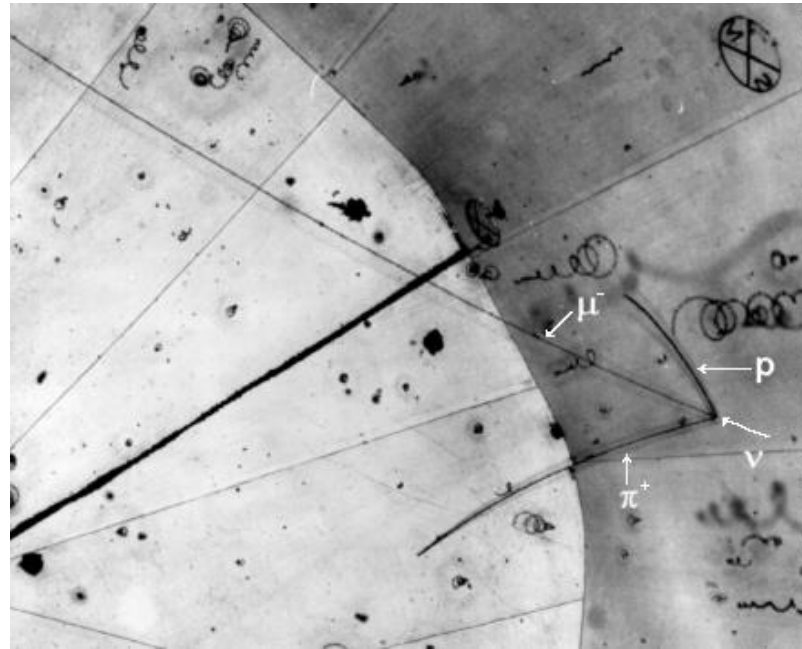


~ Bubble chamber ~ (泡箱)

特長

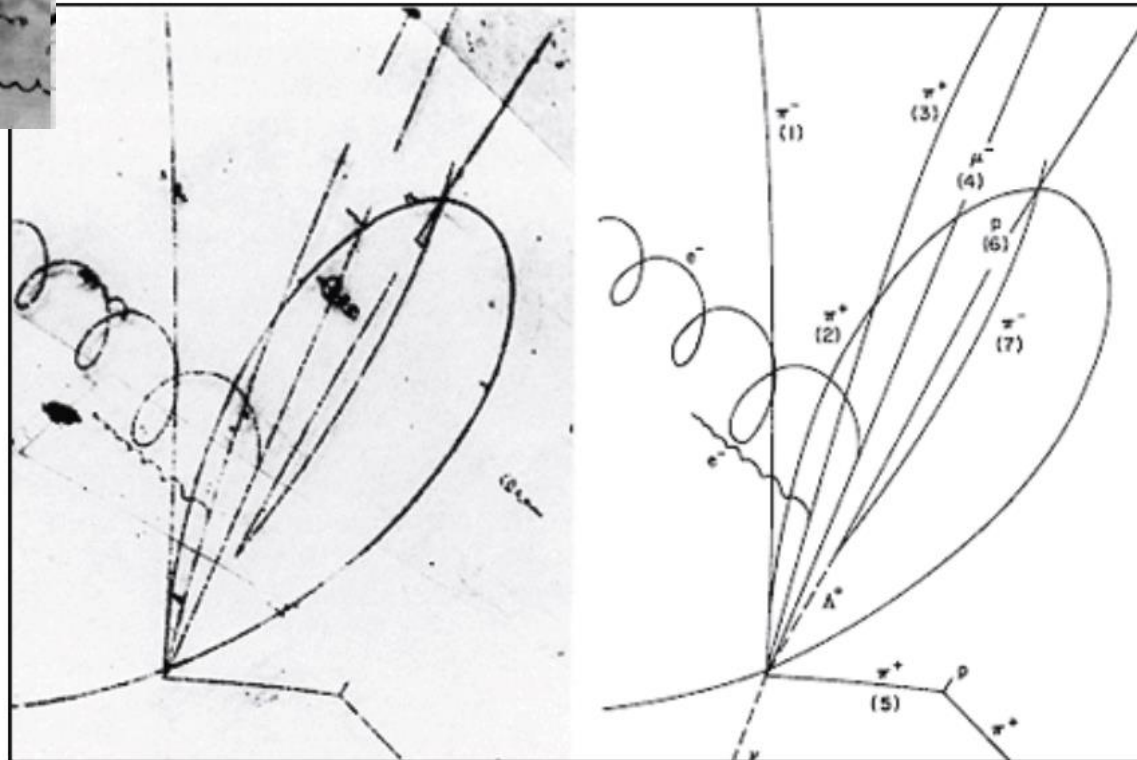
- 曲率で運動量測定・電荷判別
- dE/dx で粒子識別
- 低い運動量の荷電粒子まで
高効率で高精度に検出が可能

実際の反応(写真)の例



弱点

- 統計に限られる
(人間が目で見ている)
- μ^\pm と π^\pm の区別は難しい
- π^0 の検出効率が低め

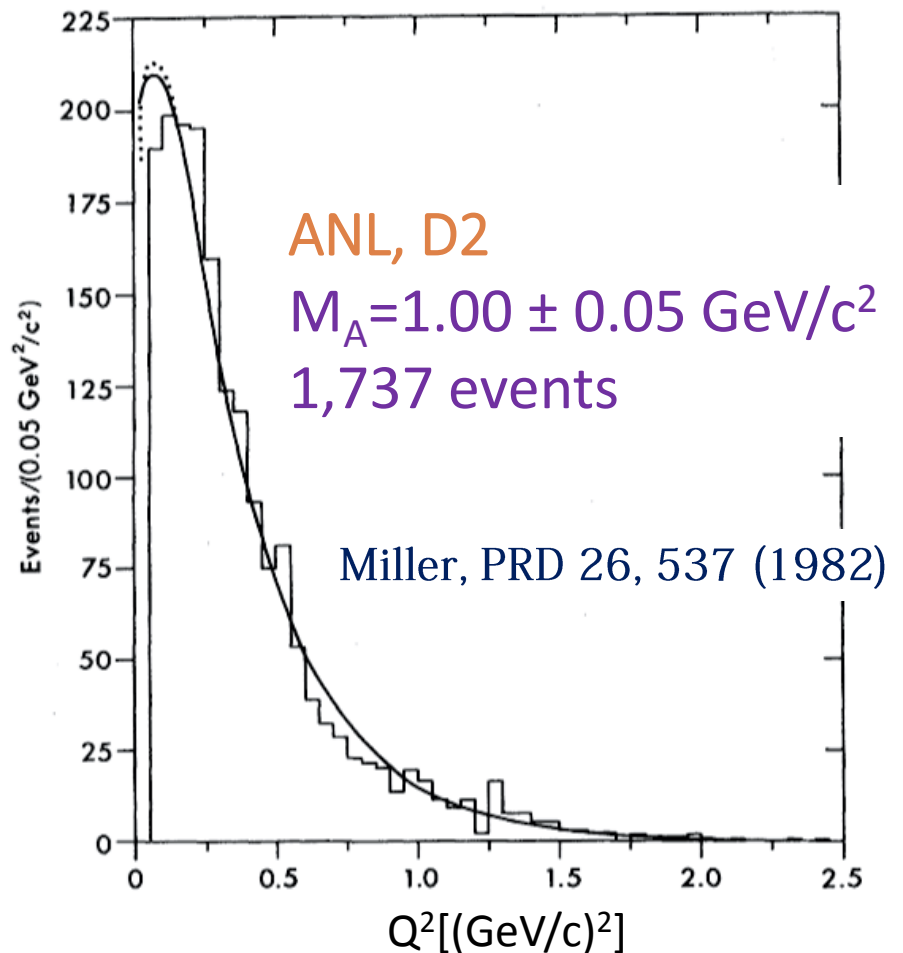
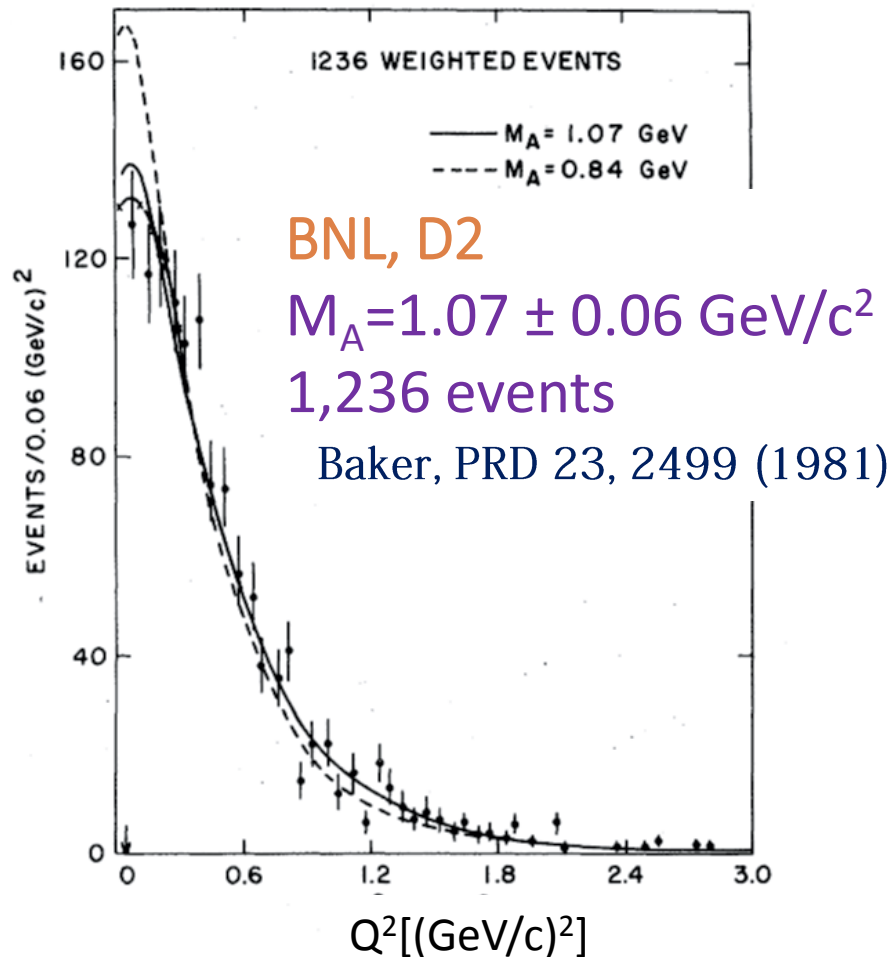
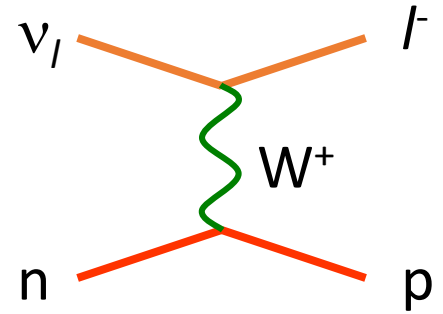


Charged current Quasi-elastic scattering

M_A の決定 ~ 泡箱実験(重水素標的)の場合

重水素でも原子核効果は存在

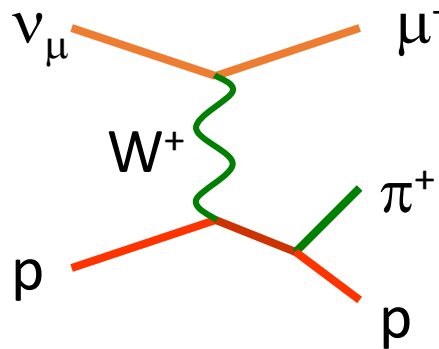
$Q^2 > 0.2 (\text{GeV}/c)^2$ の領域を使うなどの工夫



Single pion production

数GeV以下で Charged current quasi-elastic 散乱の次にくる反応
低エネルギーのニュートリノ振動実験にも影響を与える

Charged current



π 粒子が何らかの理由

(検出器の性質・原子核内反応等)で

検出できなかった場合、

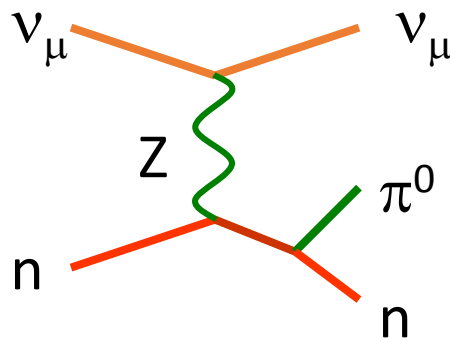
CC Quasi-elastic 事象と誤認される可能性あり。

(水チェレンコフ型検出器の場合、

荷電 π 粒子の検出閾値は 200MeV/c 程度)

**CC quasi-elastic 散乱を用いてエネルギーを決めるとき、
影響を与える (背景事象となる)**

Neutral current



π^0 が崩壊して発生する γ のうち片方が、

非対称崩壊等により運動量が小さく

検出されなかった

二つの γ の開き角が小さく、1つの γ と判別された場合、

CC Quasi-elastic 事象と誤認される可能性あり。

**ν_e appearance による Neutrino oscillation 測定において
影響を与える (背景事象となる)**

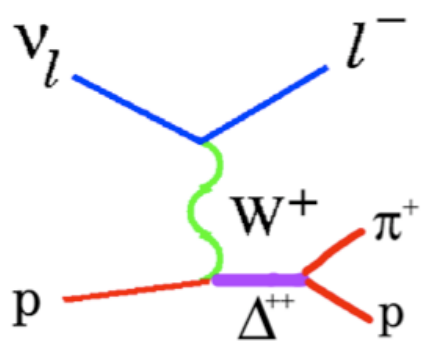
Single meson production via resonances

$$\nu + N \rightarrow l + N' + \pi (K, \eta)$$

Based on D.Rein, and L.M.Sehgal, Ann. of Phys. 133(1981)

$$\nu + N \rightarrow l + \Delta(N^*)$$

$$\Delta(N^*) \rightarrow \pi + N'$$



“Relativistic harmonic oscillator model”

by Feynman, Kislinger and Ravndal

(Feynman et al. Phys. Rev. D3 (1971) 2706)

特徴

2GeV までの既知の核子共鳴状態について、
干渉まで含めた形で散乱断面積の計算が出来る

反応を 2 段階にわけてあるため、
後段でもちいている崩壊確率などを変えることで、
単一 π 生成以外の散乱断面積も計算できる。

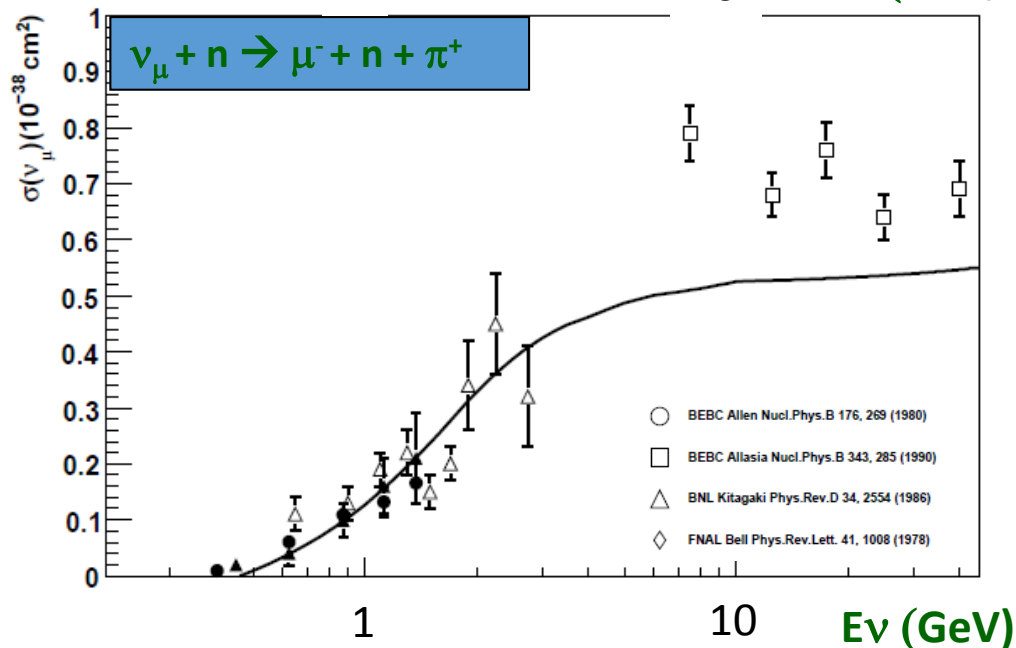
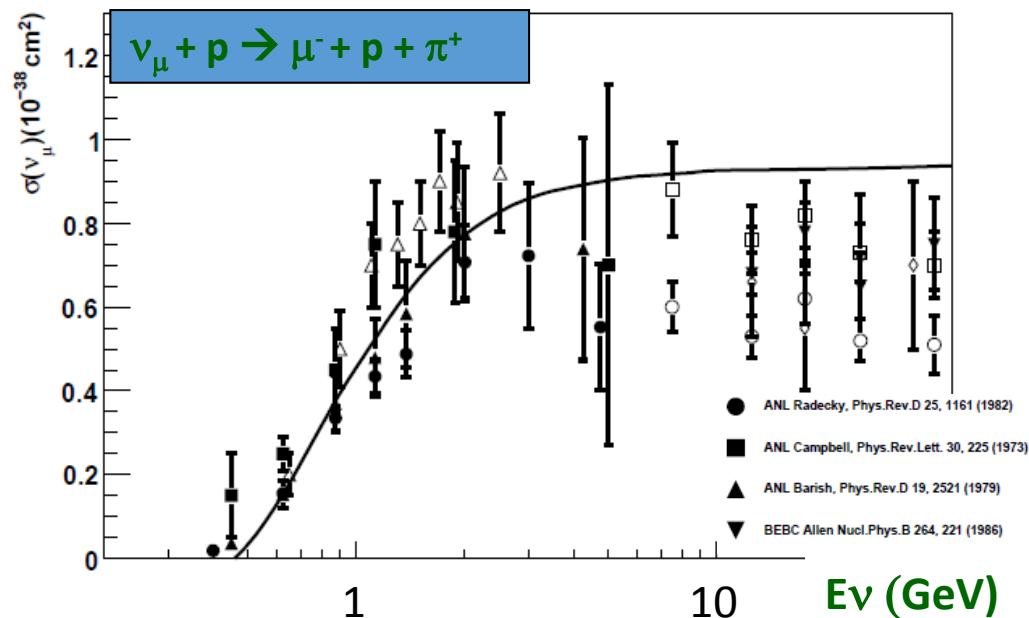
Single meson production via resonances

Rein-Sehgal model

$$\nu + N \rightarrow l + N' + \pi$$

Considered resonances
(from original ref.)

Resonance Symbol ^a	Central mass value M [MeV/c ²]	Total width Γ_0 [MeV]	Elasticity $x_E = \pi \mathcal{N}$ branching ratio
$P_{33}(1234)$	1234	124	1
$P_{11}(1450)$	1450	370	0.65
$D_{13}(1525)$	1525	125	0.56
$S_{11}(1540)$	1540	270	0.45
$S_{31}(1620)$	1620	140	0.25
$S_{11}(1640)$	1640	140	0.60
$P_{33}(1640)$	1640	370	0.20
$D_{13}(1670)$	1670	80	0.10
$D_{13}(1680)$	1680	180	0.35
$F_{15}(1680)$	1680	120	0.62
$P_{11}(1710)$	1710	100	0.19
$D_{33}(1730)$	1730	300	0.12
$P_{13}(1740)$	1740	210	0.19
$P_{31}(1920)$	1920	300	0.19
$F_{35}(1920)$	1920	340	0.15
$F_{37}(1950)$	1950	340	0.40
$P_{33}(1960)$	1960	300	0.17
$F_{17}(1970)$	1970	325	0.06

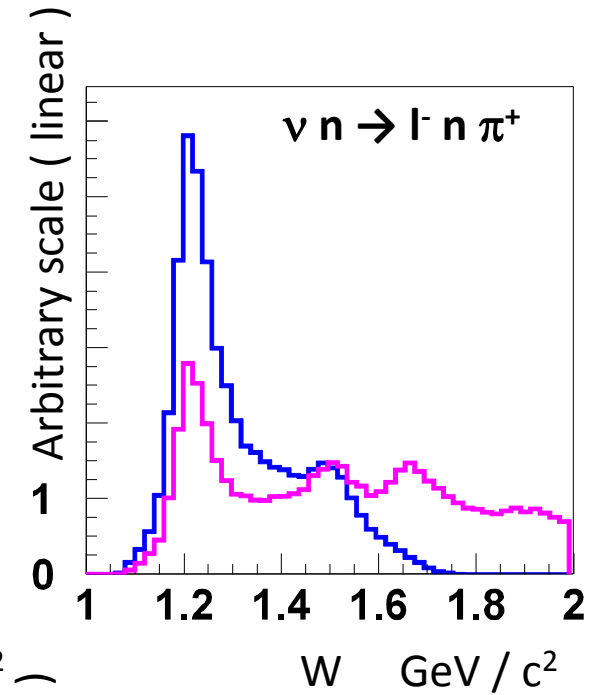
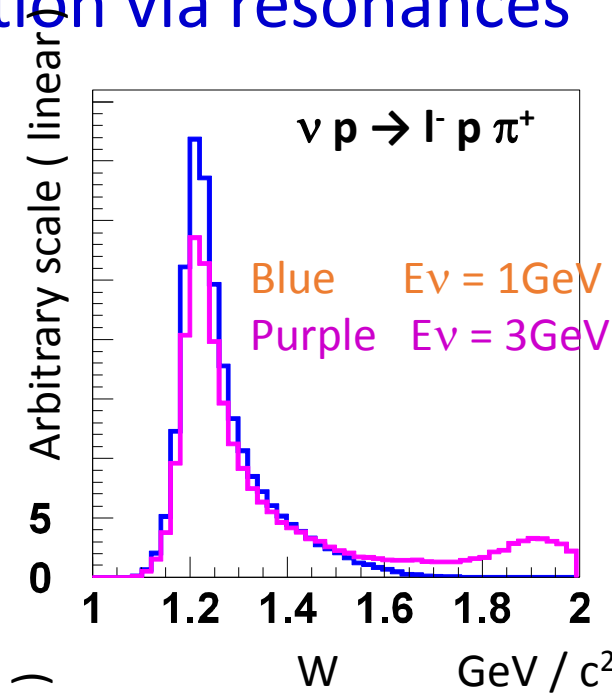


Single meson production via resonances

Invariant mass
of resonance (W)

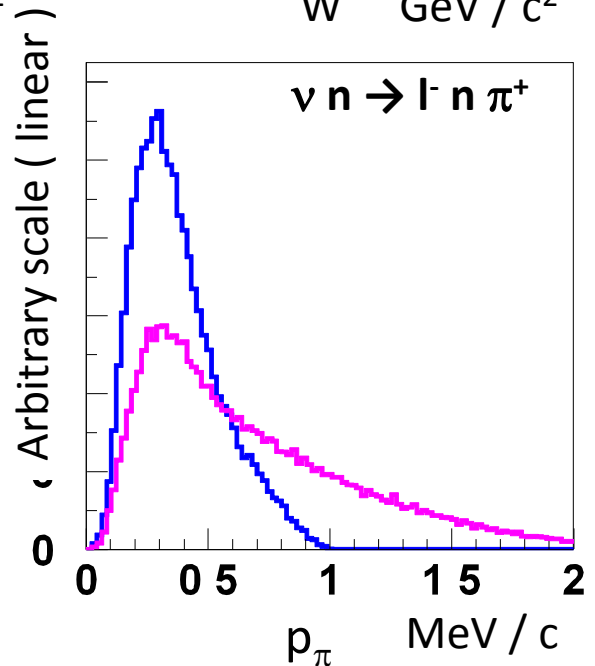
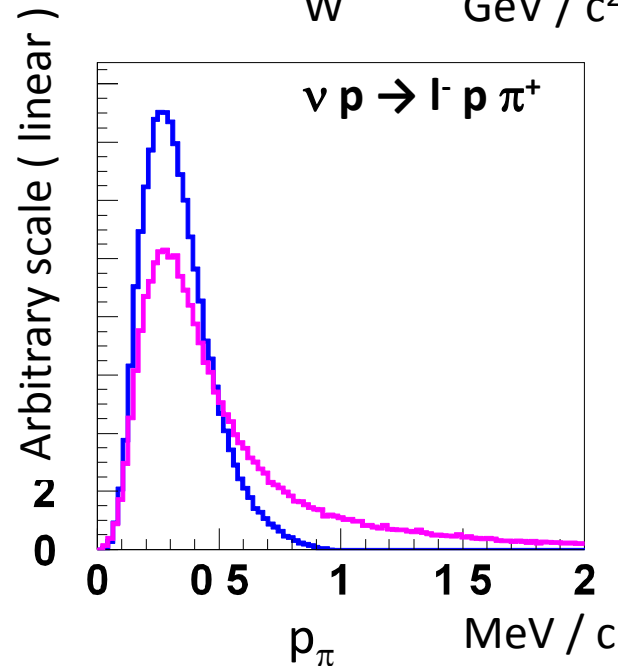
$\nu p \rightarrow l^- p \pi^+$

Δ^{++} (1232) dominant



momentum of π

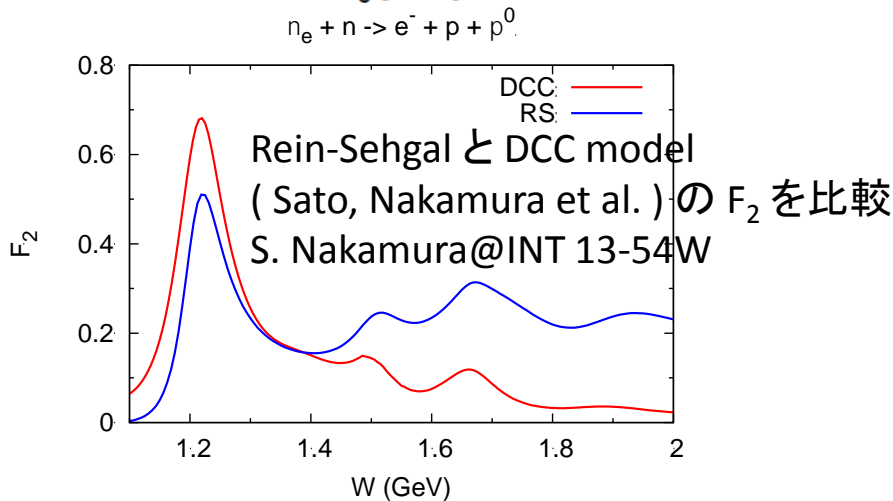
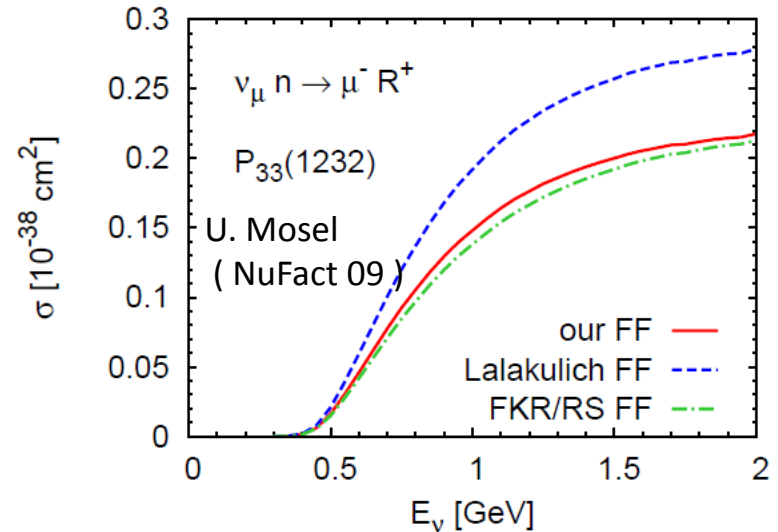
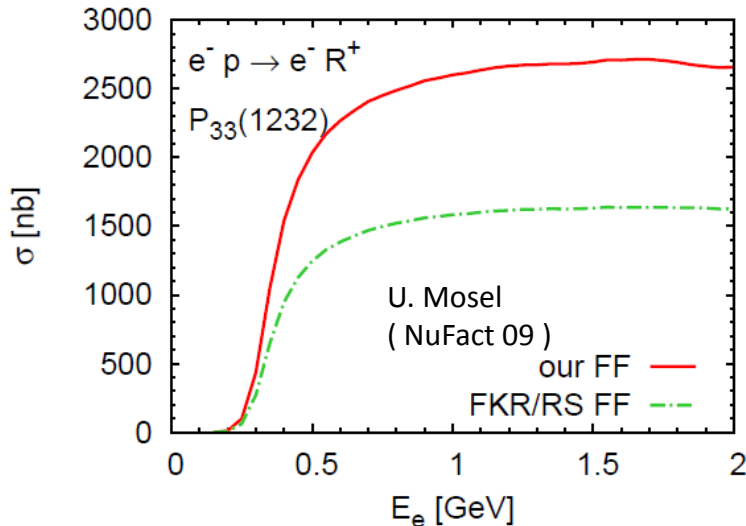
first order :
determined by resonance masses



Single meson production via resonances

Rein-Sehgal model の問題点

Vector form factor 部分を使って electro-pion production の散乱断面積計算すると、データとあわない。



Neutrino の場合にはほぼ一致する (Axial vector の項が加わると なぜか同じような値になる)

Single meson production via resonances

なぜいまだに Rein-Sehgal model ?

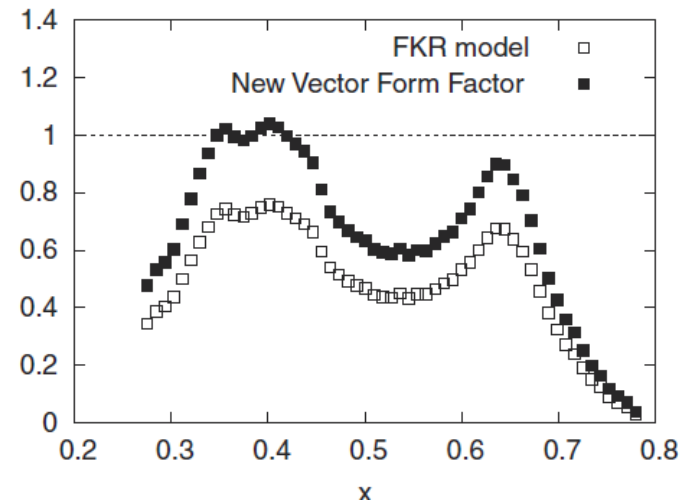
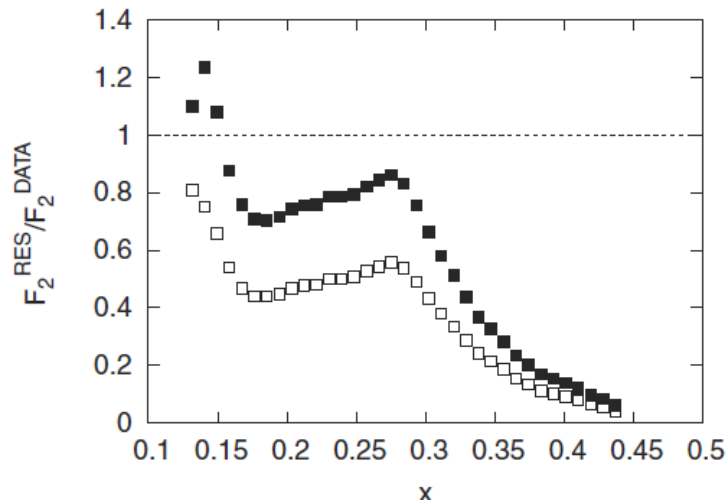
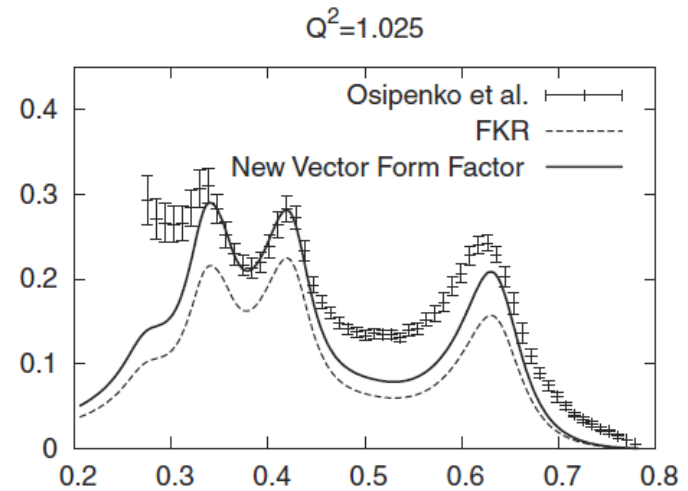
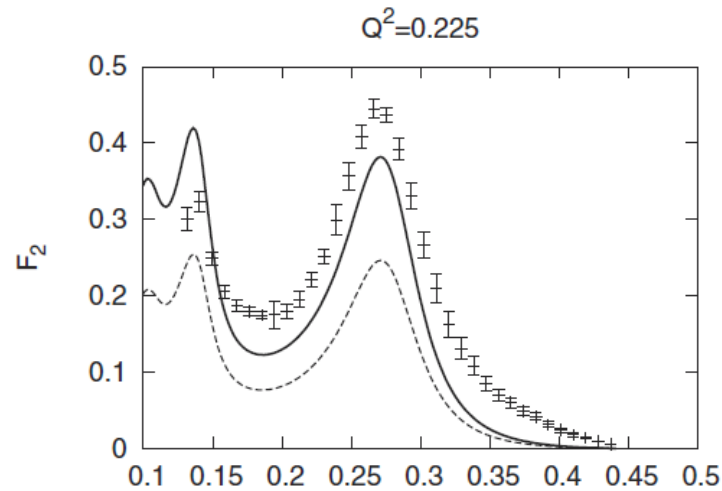
「おかしい」と言われながらも永らく使われてきている理由

- 1) 著者から使える形でコードが提供された。
- 2) Rein-Sehgal モデルの計算結果は、
ニュートリノ実験のデータとかなりよくあっていた。
（「モデルが正確」であることを証明しているわけでもない）
一部あわないデータもある（後で議論）が、
新しいモデルにしてもあうようになるわけでもない。
- 3) シンプルなモデルなので π 生成以外にもつかえる。
- 4) つい最近まで、P33(1232) 以外の共鳴までとりいれた
シミュレーションプログラム内で
「まともに使える」モデルがなかった。
（最近いくつか発表・実装されている）

Single meson production via resonances

Rein-Sehgal model の Vector form factor を 「より正しい方向に」修正する試み

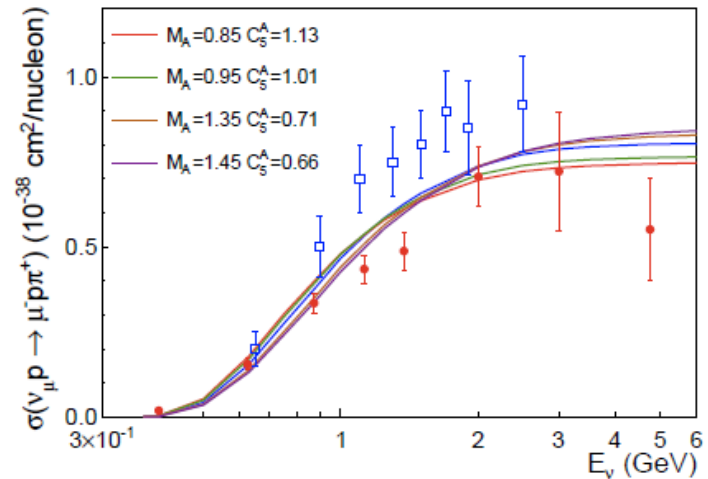
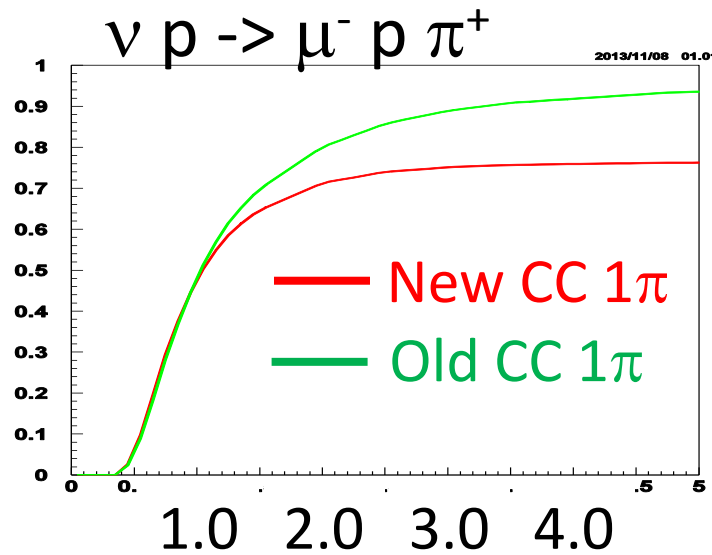
K.M. Graczyk and J.T. Sobczyk, Phys.Rev.D 77,053001 (2008)



Single pion production via resonances

Parametrization

- ▶ Best fit: $M_A^{\text{res}} = 0.95$, $C_5^A(0) = 1.01$
Choose BG scale 1.3 ± 0.2



Cross-section comparison (new vs old)

Samples from the curve: nearly const

- ▶ Parameters in nucleon model:

$C_5^A(0)$ Value of axial FF at $Q^2 = 0$. Main effect is normalization of total xsec

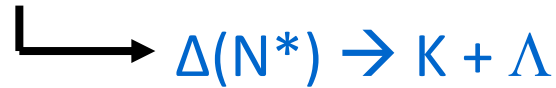
M_A^{res} Mass parameter in axial FF. Affects both shape of $d\sigma/dQ^2$ and overall normalization.

BG Scale of $J = 1/2$ nonresonant background terms

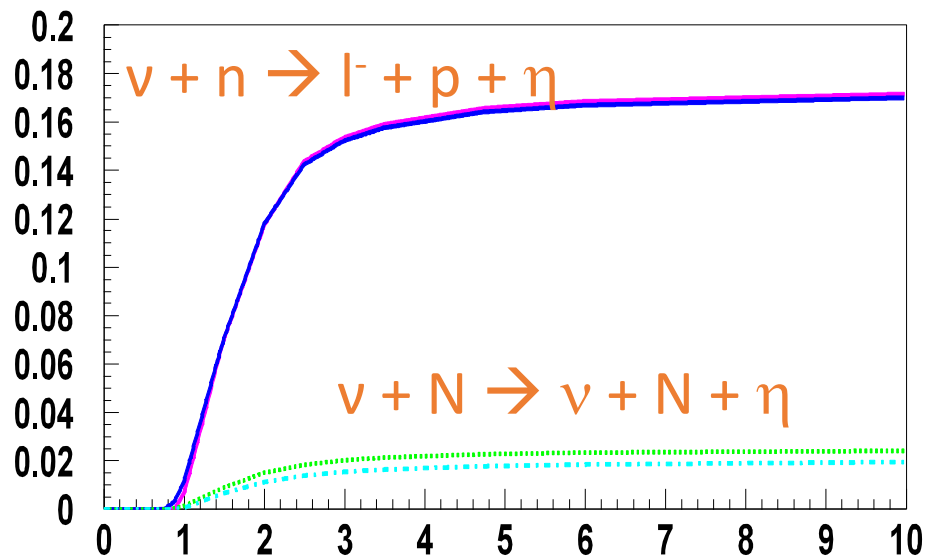
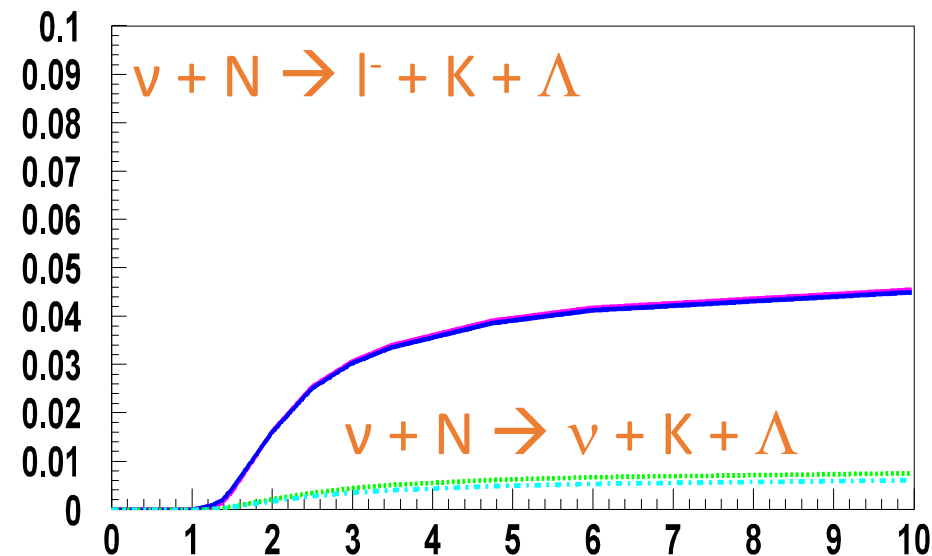
- ▶ Try to reparametrize $(M_A^{\text{res}}, C_5^A(0))$ into (shape, norm) for convenience

Single meson production via resonances

Rein-Sehgal model の拡張 \sim K, Λ などの生成反応



K や η については、共鳴の生成までは π と全く同じモデル
崩壊のところは、崩壊確率を変えるなどして拡張



Single photon production via resonances

$\Delta \rightarrow N\gamma$ decay

This branching ratio is small,

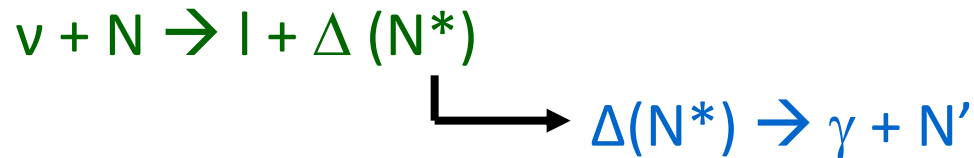
but **NC $\Delta \rightarrow N\gamma$ can be background**

in searching for the $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ appearance.

Δ resonance can decay into gamma (Br $\sim < 0.5\%$)

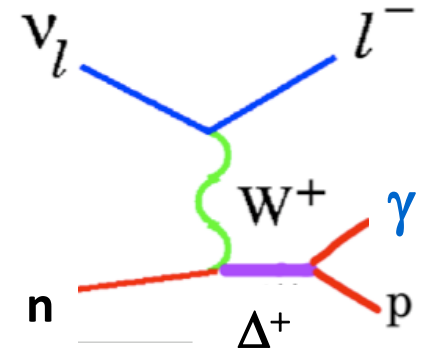
This mode is added to NEUT, assuming

- Kinematics are basically same as $\Delta \rightarrow N\pi$



- Three reactions are considered

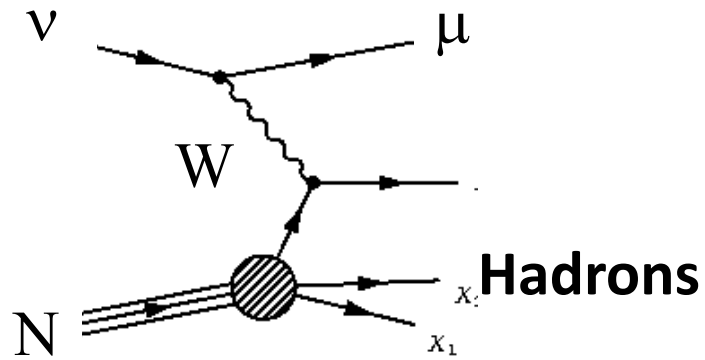
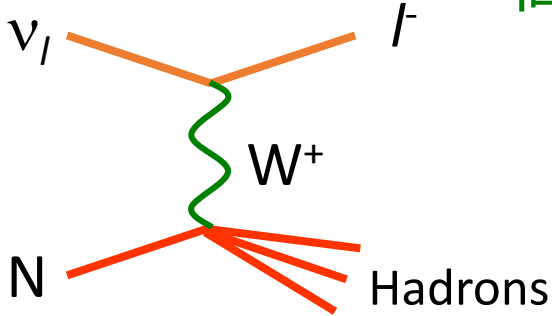
- CC: $\nu + n \rightarrow l + p + \gamma$
- NC: $\nu + n \rightarrow \nu + n + \gamma$
- NC: $\nu + p \rightarrow \nu + p + \gamma$



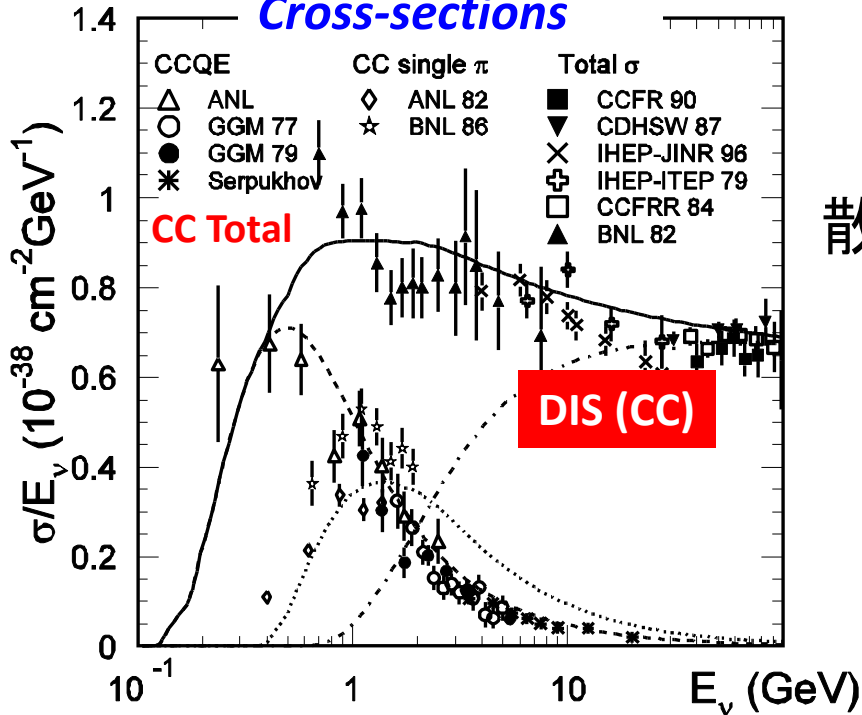
Charged current Deep inelastic scattering

高エネルギー領域 (~数十GeV) の主要な反応

ニュートリノが quark と散乱していると
近似できる



Cross-sections



散乱断面積も“比較的”

精度良く決まっている

高エネルギーニュートリノビームの
スペクトラム測定などに用いられる

$E_\nu \sim \text{lepton energy} + \text{Hadron energy}$

(Calorimetric method)

Deep Inelastic scattering

$$\nu + N \rightarrow l + \text{hadrons}$$

Dominant interaction in the high energy region (> several GeV)

$$\frac{d^2\sigma^\nu}{dx dy} = \frac{G_F^2 m_N E_\nu}{\pi} \left[\left(1 - y + \frac{1}{2}y^2 + C_1\right) F_2(x) + y \left(1 - \frac{1}{2}y + C_2\right) [xF_3(x)] \right]$$

$$C_1 = \frac{m_\ell^2(y-2)}{4m_N E_\nu x} - \frac{m_N xy}{2E_\nu} - \frac{m_\ell^2}{4E_\nu^2},$$

$$C_2 = -\frac{m_\ell^2}{4m_N E_\nu x},$$

$$F_2^{\nu N}(x) = 2x[Q(x) + \bar{Q}(x)],$$

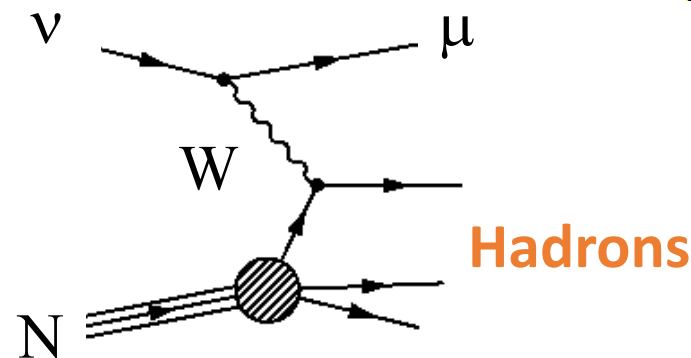
$$xF_3^{\nu N}(x) = 2x[Q(x) - \bar{Q}(x)]$$

Parton distribution functions

加速器による実験から決定され、

クォーク(グルオン)の分布関がライブラリ化。

(GRV,CTEQ etc..)



* 主な Parton distribution function は

利用可能なパラメータ領域に制限がある

例) GRV: $Q^2 > (0.8 \text{ GeV}/c)^2$, $W > 2 \text{ GeV}$

1. Modified scaling variable

$$\xi_w = x \frac{Q^2 + B}{0.5Q^2(1 + [1 + (2Mx)^2/Q^2]^{1/2}) + Ax}$$

2. Correction factor for the PDF (K-factor) to describe low q^2

$$K_{valence} = \frac{[1 - G_D^2(Q^2)][Q^2 + C_{2v}]}{Q^2 + C_{1v}}$$

$$1 - G_D^2(Q^2) = \frac{Q^2}{Q^2 + C}$$

$$K_{sea} = \frac{Q^2}{Q^2 + C_{sea}}$$

$$A = 0.419$$

$$B = 0.223$$

$$C_{1v} = 0.544$$

$$C_{2v} = 0.431$$

$$C_{sea} = 0.380$$

3. Correction to Callan-Gross relation

$$2xF_1 = F_2 \frac{1 + 4Mx^2/Q^2}{1 + R}$$

R: Fitted function

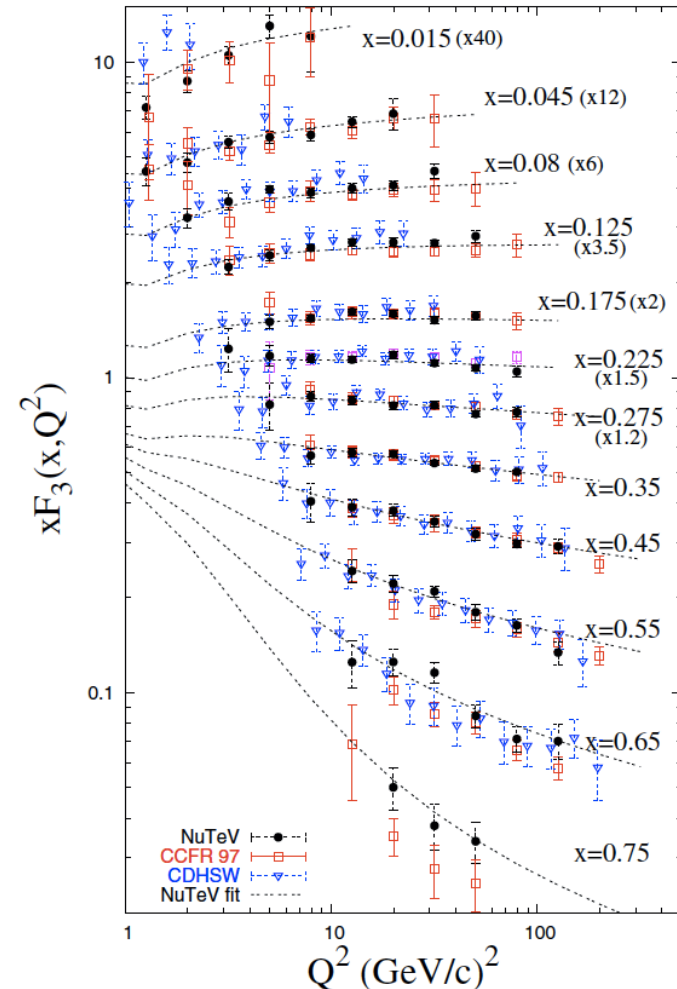
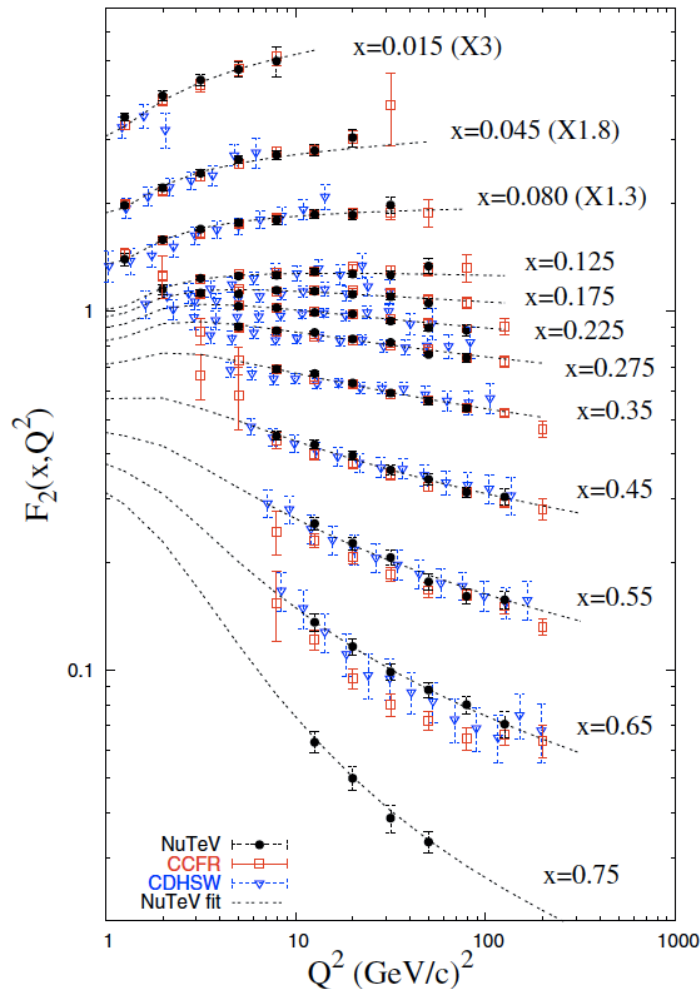
4. d/u ratio

$$u_v \rightarrow u'_v(d_v, u_v) \quad d_v \rightarrow d'_v(d_v, u_v)$$

Deep Inelastic scattering

高エネルギーニュートリノを用い
構造関数が測定されてきた。
(パラメータ領域は限定されている)

Experiment	Target	Energy
CCFR	Fe	30–360
CDHSW	Fe	20–212
CHORUS	Pb	10–200
NuTeV	Fe	30–500



Deep Inelastic scattering

$$\nu + N \rightarrow l + \text{hadrons}$$

Avoid double counting : the resonance region to the DIS region

$W < 2\text{GeV}$: 生成 meson 数が2以上のものだけを考える

生成数は multiplicity function (W の関数)を使っている。

確率的に何%が2以上になるかを散乱断面積に掛ける

(1つ meson ができるような場合は、既に考慮済のため)

multiplicity function は過去の実験結果から決定

Current version: S. J. Barish et al. Phys. Rev D.17,1 (1978)

(There are recent reports from CHORUS collaboration.

Eur.Phys.J.C51:775-785,2007)

$$\langle n_\pi \rangle = 0.09 + 1.83 \ln(W^2)$$

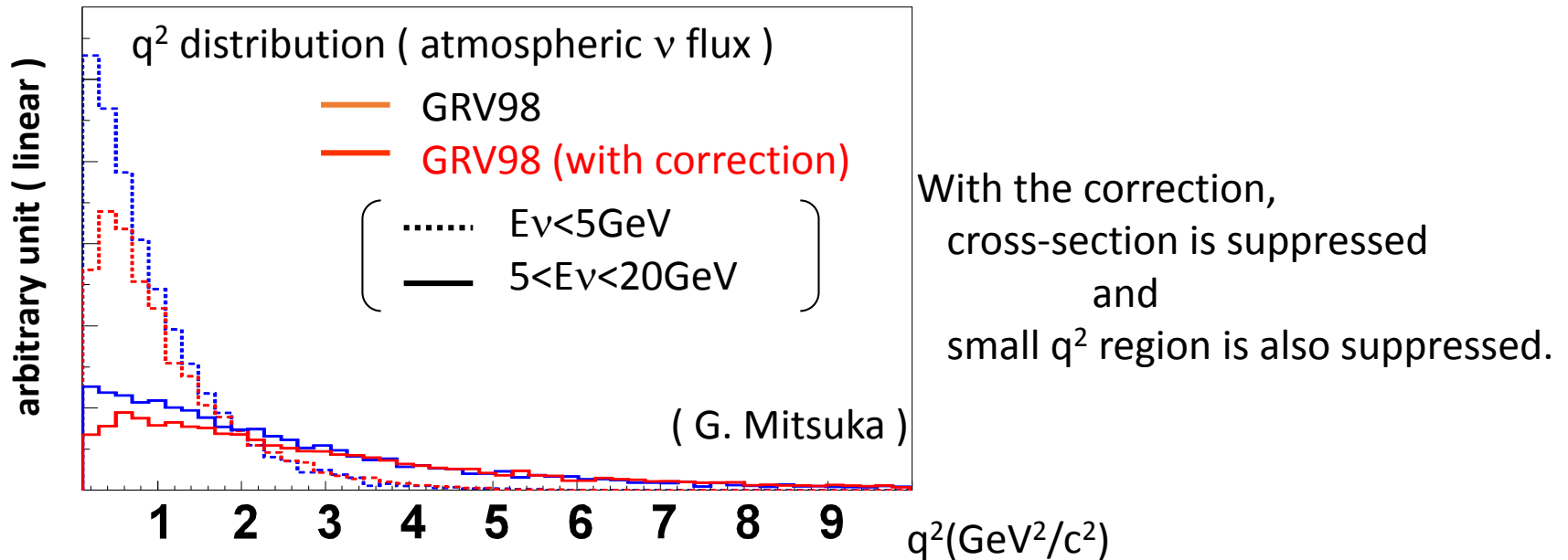
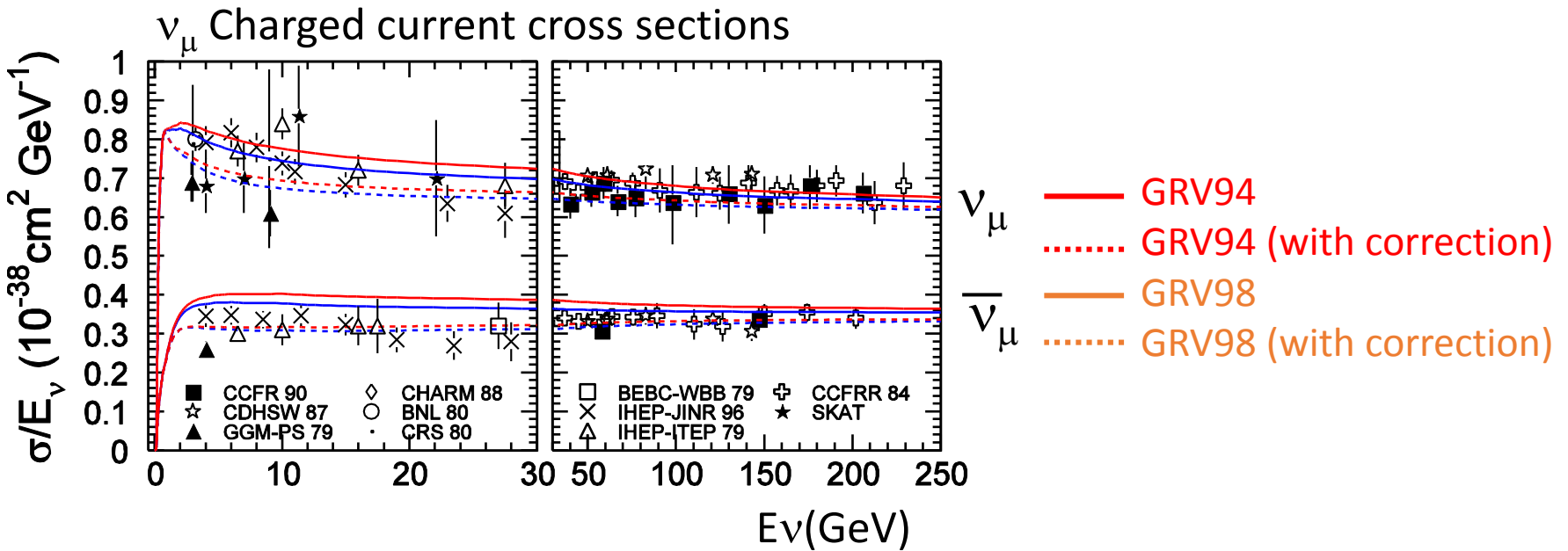
$W > 2\text{GeV}$: Use PYTHIA to generate vectors.

	$W < 2\text{GeV}$	$W > 2\text{GeV}$
# of $\pi = 1$	Rein & Sehgal	PDF + Custom kinematics (Bodek & Yang Corr.)
# of $\pi > 1$	Use PDF + PYTHIA (Bodek & Yang Corr.)	Use PDF + PYTHIA (Bodek & Yang Corr.)

As for the parton distribution function,

we use the correction suggested by Bodek and Yang.

Deep Inelastic scattering

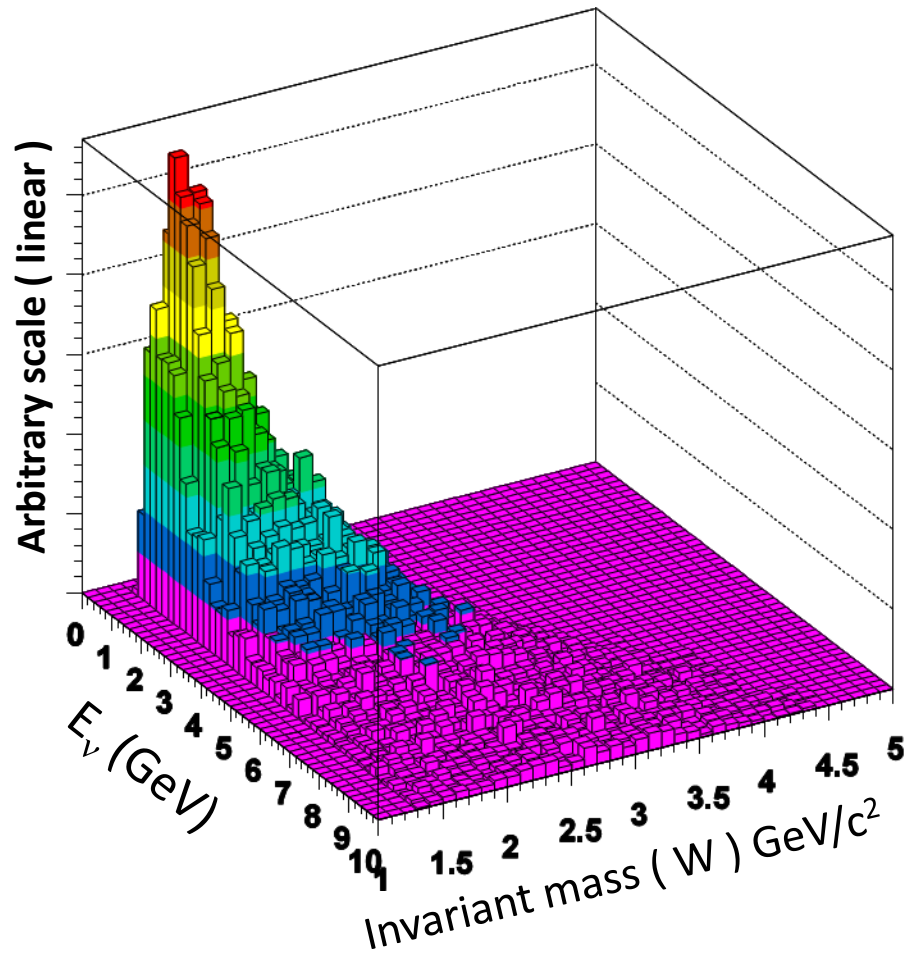


Deep Inelastic scattering

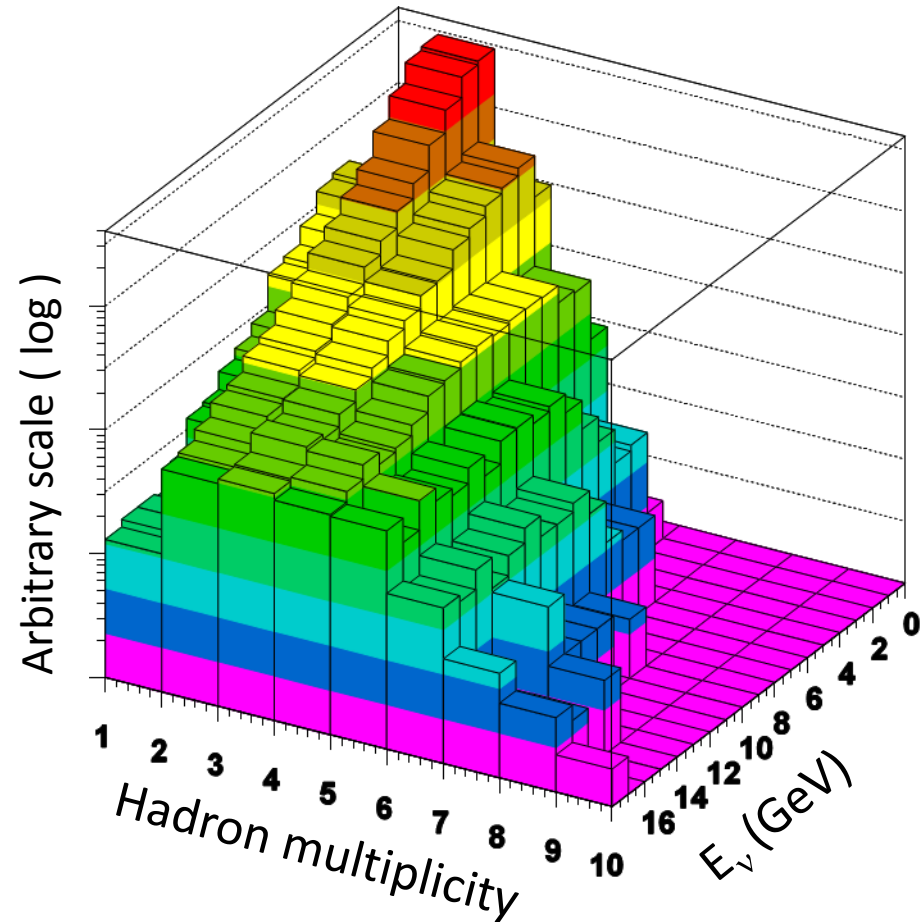
Two examples of basic distributions

(Atmospheric neutrino flux was used as input)

Invariant mass (W) vs. E_ν



Hadron multiplicity vs. E_ν

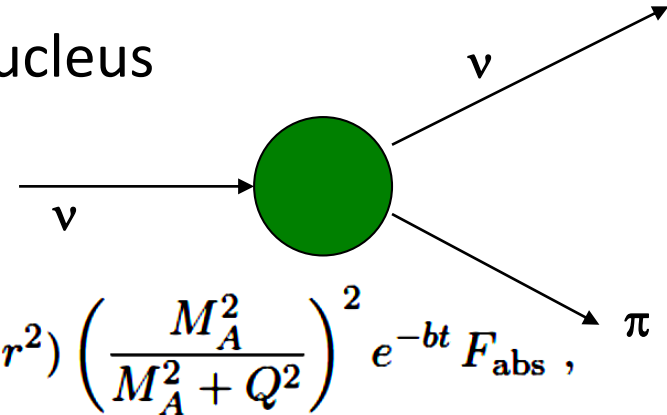


Coherent pion productions



π production without breaking the target nucleus

Model by Rein & Sehgal (Nucl.Phys.B223:29,1983)

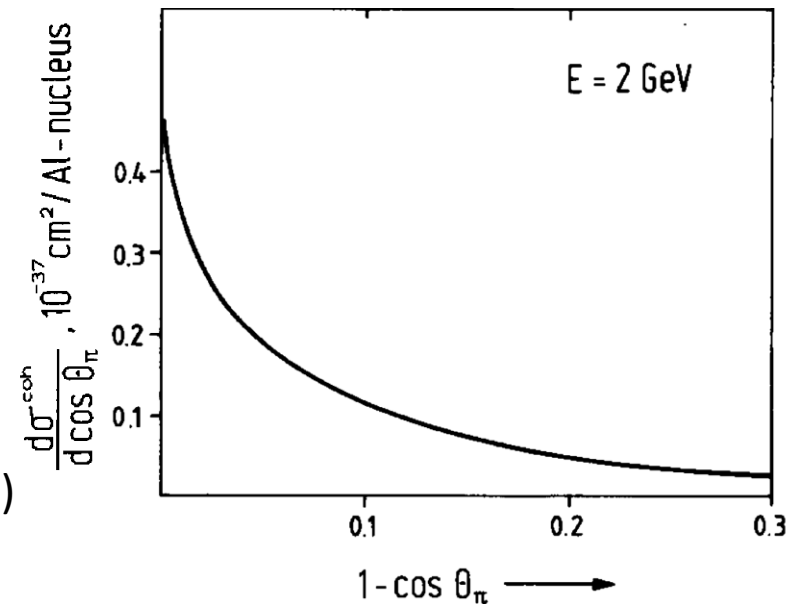
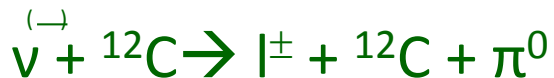


$$\frac{d^3\sigma}{dQ^2 dy dt} = \frac{G_F^2 m_N E_\nu}{2\pi^2} f_\pi^2 A^2 (1-y) \frac{1}{16\pi} (\sigma_{\text{tot}}^{\pi N})^2 (1+r^2) \left(\frac{M_A^2}{M_A^2 + Q^2} \right)^2 e^{-bt} F_{\text{abs}},$$

$$r = \frac{\text{Re}[f_{\pi N}(0)]}{\text{Im}[f_{\pi N}(0)]},$$

- Cross-section is smaller than the resonance-mediated mode.
- Direction of π has peak in forward

(Experimentally observed in the higher energy neutrino experiments.)



Recently, cross-section of **charged current** coherent pion production was found to be very small in $\sim < \text{GeV}$ region.

M. Hasegawa et al.(K2K collaboration) (hep-ex/0506008)

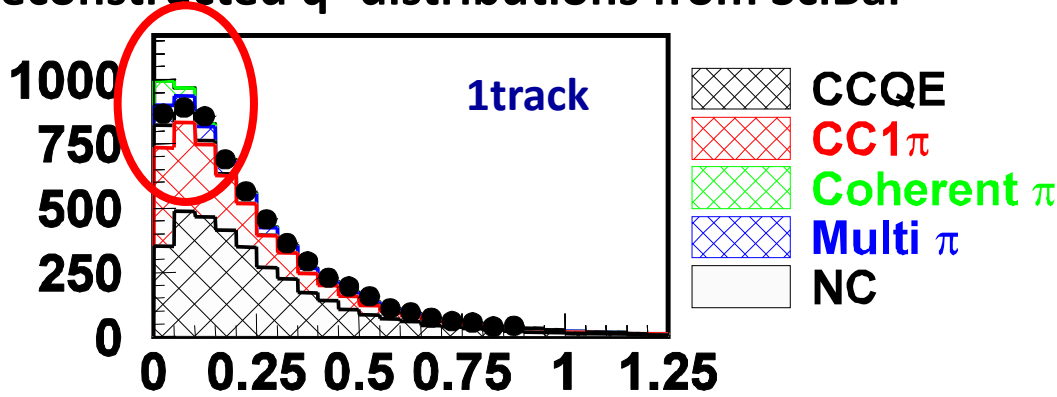
Charged current coherent π production

In K2K, number of forward going particles

was smaller than expected.

If we assume quasi-elastic scattering and reconstruct q^2 ,
deficits were observed in the small q^2 region.

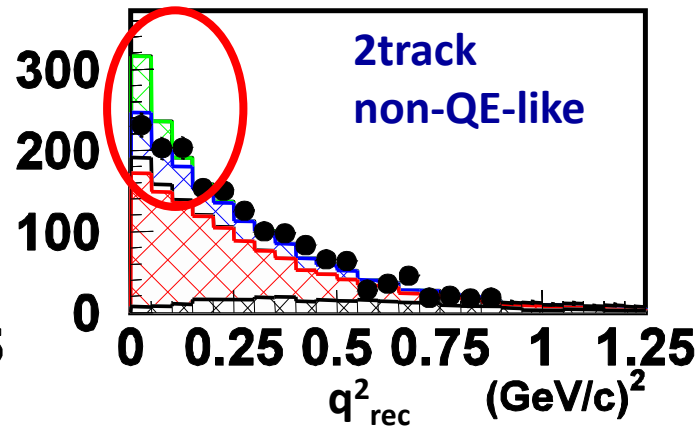
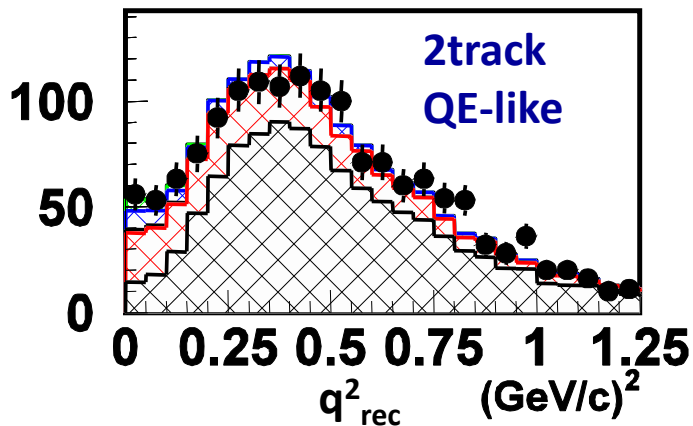
Reconstructed q^2 distributions from SciBar



q^2_{rec} : from p_μ/θ_μ , assuming
CCQE kinematics

$$q^2_{rec} = 2E_\nu^{rec} (E_\mu - p_\mu \cos \theta_\mu) - m_\mu^2$$

$$E_\nu^{rec} = \frac{m_n E_\mu - m_\mu^2 / 2}{m_n - E_\mu + p_\mu \cos \theta_\mu}$$

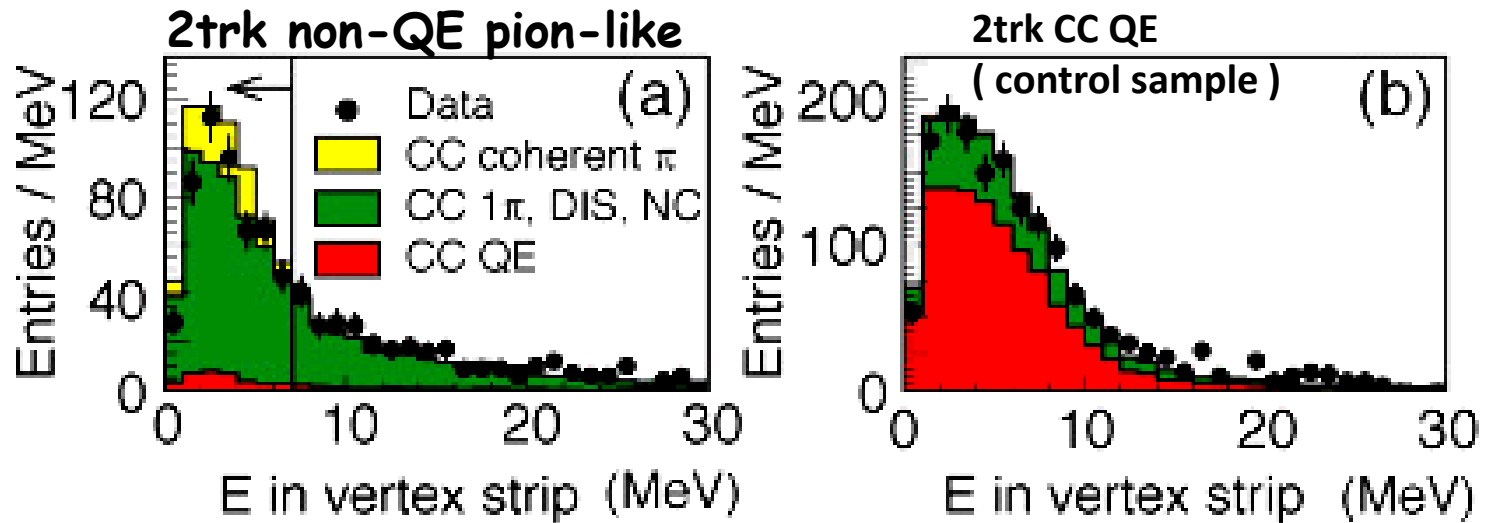


Disagreement of single π production or coherent π production?

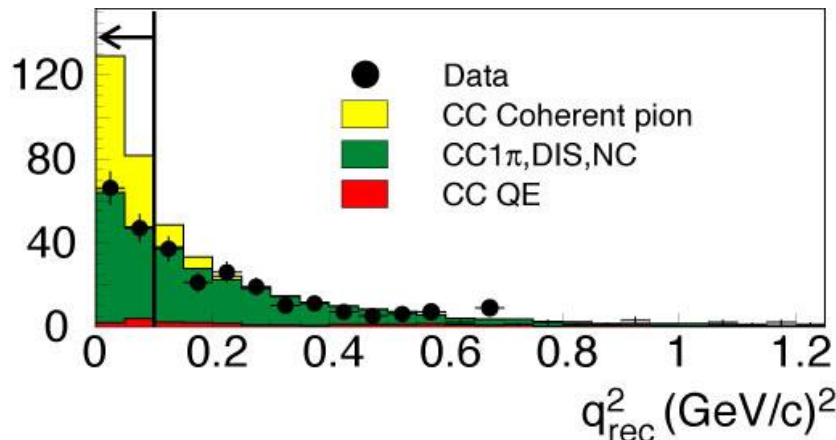
Charged current coherent π analysis

- **Vertex activity rejection**

Cut by the energy deposit around the vertex.



- **Reconstructed q^2 cut**



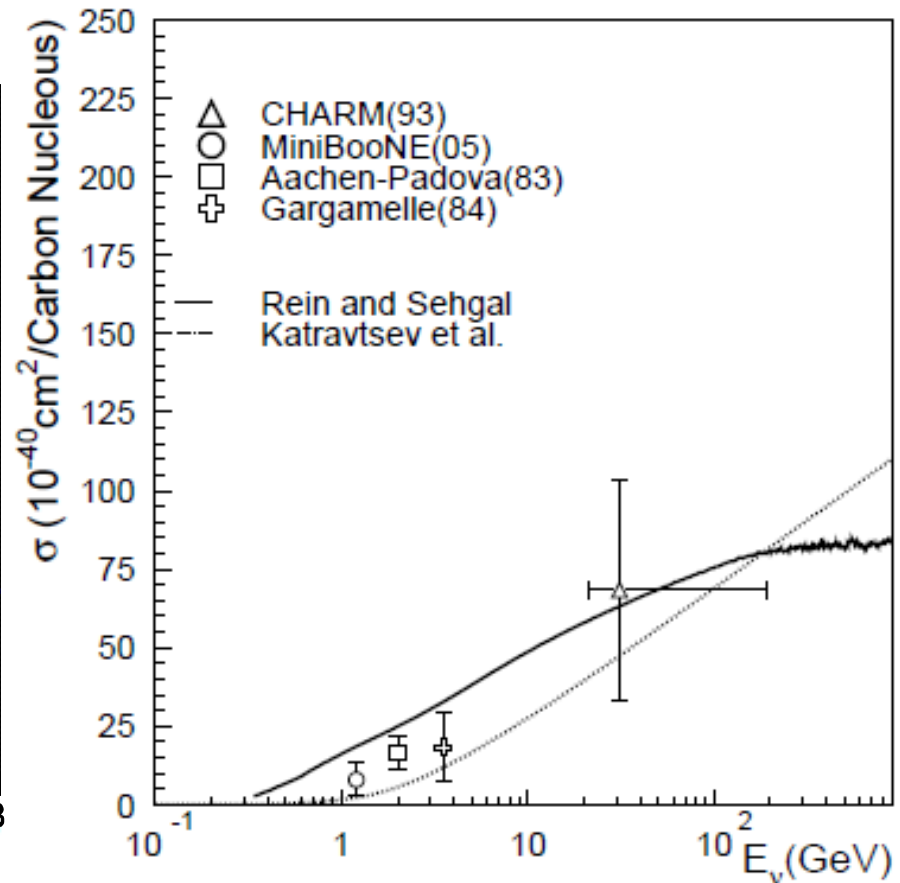
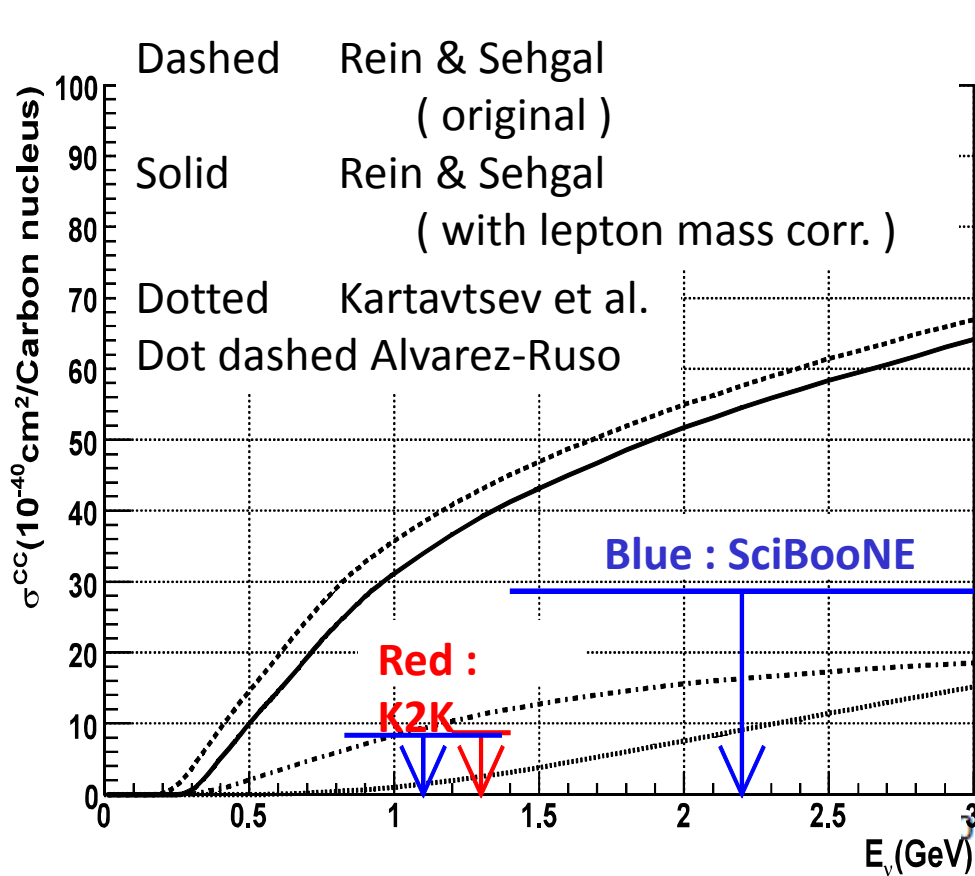
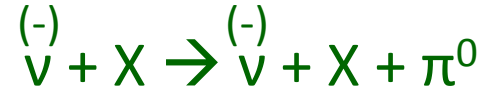
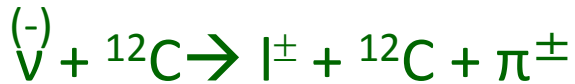
Select events with

$$q_{\text{rec}}^2 < 0.10 \text{ (GeV}/c^2\text{)}^2$$

# of events	113
Efficiency	21.1%
Purity	47.1%

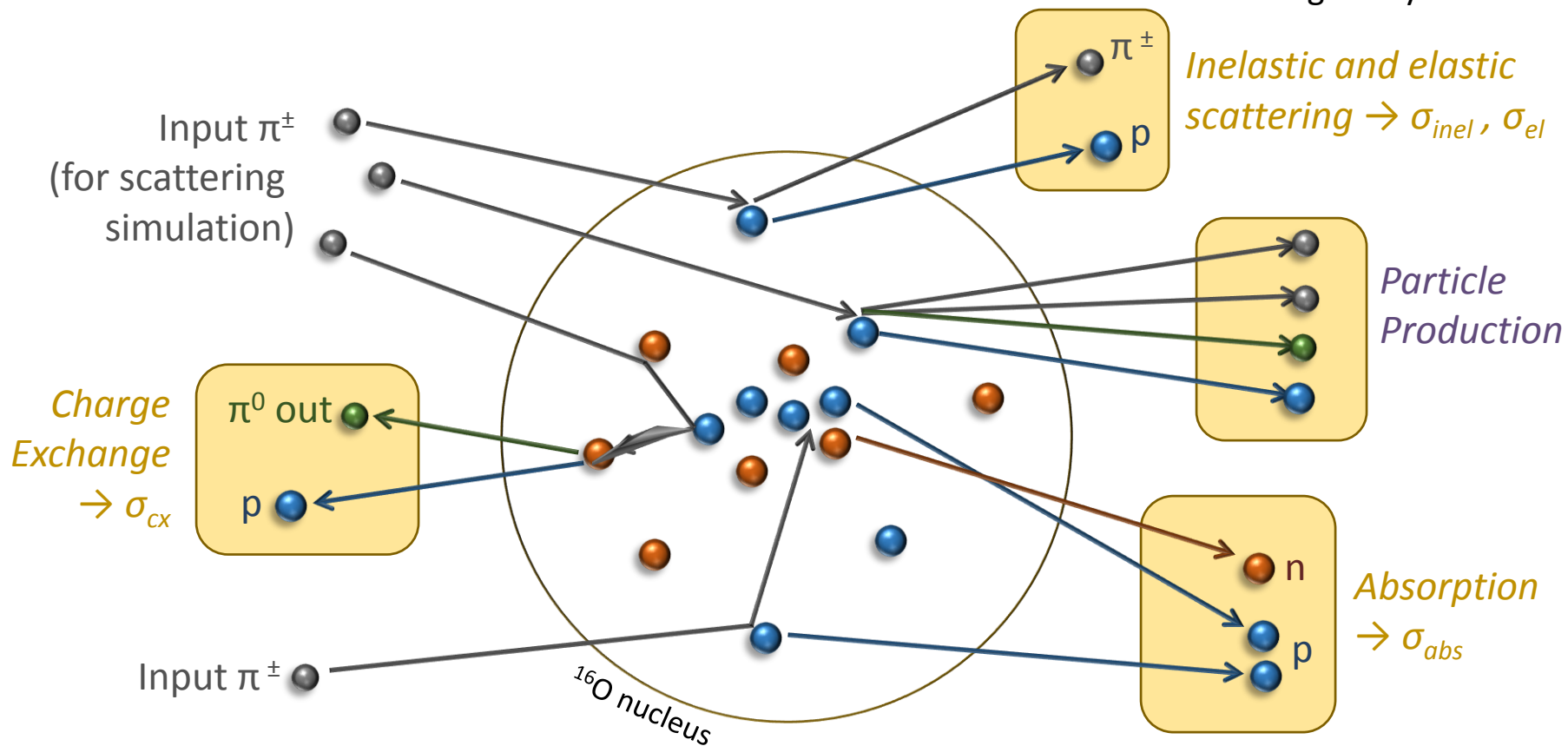
Coherent pion productions

Low energy charged current coherent pion production seems to be small.
 (Results from the K2K and the SciBooNE experiments.)



原子核中で粒子が生成した場合の反応の取り扱い

Figure by P. de Perio



Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

原子核内で生成した $\pi, K, \eta, \Omega, p, n$ の、核子との再散乱

NEUT では Cascade model が用いられている

原子核内で生成した粒子を、核内で少しずつ動かし、
各ステップで散乱するかどうかを確認、

粒子が原子核の外に出るまでこれを繰り返す

NEUT では粒子により若干違うモデルが用いられている。

For low momentum π ($< 500\text{MeV}/c$, Δ 領域)

Δ - ホール模型 を用い、平均自由行程を計算

(π の運動量と核子内の密度(位置)の関数)

(L. Salcedo et al., Nucl. Phys. A484(1998) 79)

計算結果を、実際の π 散乱実験と比較、

再現性が良くなるようにパラメータをスケールさせている。

For the higher momentum π ($> 500\text{MeV}/c$), K, η, Ω, p, n

各粒子の、核子/原子核散乱実験のデータから

平均自由行程を見積り

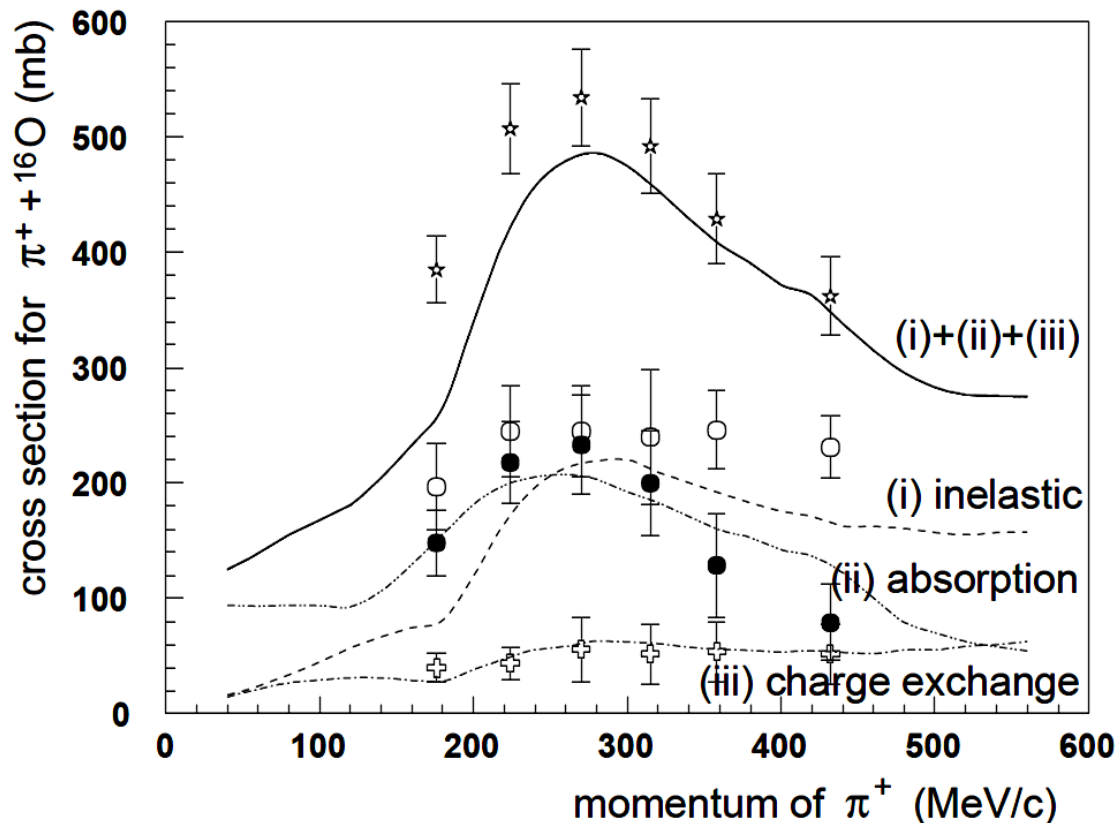
Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

△ 領域を特別に扱っている理由

single π production の π は、ほとんどが の崩壊から生成

これらの π と核子の散乱断面積は非常に大きい

すなわち、原子核内で核子と反応する確率も当然高い



Momentum of π
from $p \rightarrow e^+ \pi^0$
is $\sim 460 < \text{MeV}/c$.

Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

原子核内で生成した粒子を、核内で少しずつ動かす

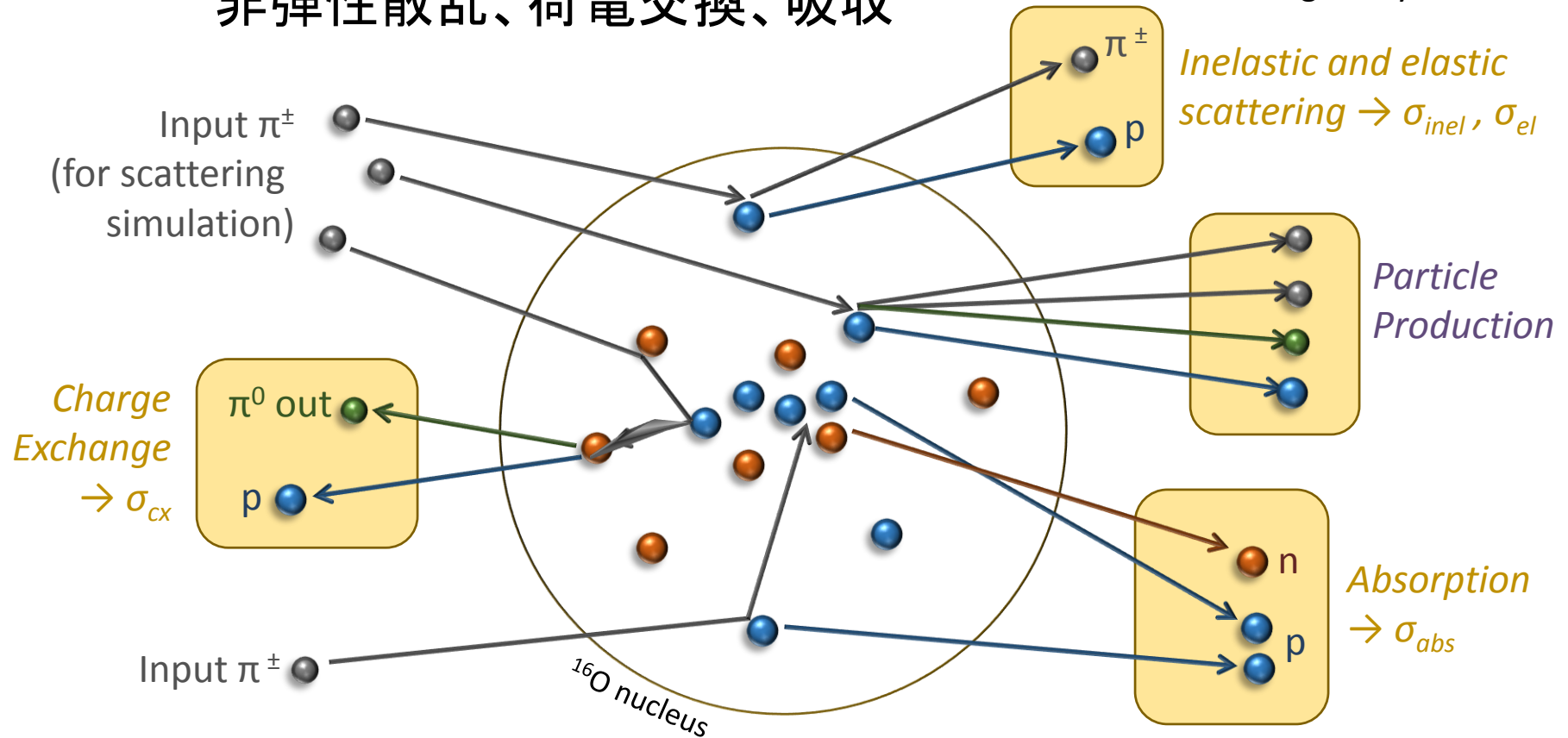
[移動距離]/[平均自由行程]を計算、反応するかどうか判定

粒子が原子核の外に出るまでこれを繰り返す

π について考慮している反応

非弾性散乱、荷電交換、吸収

Figure by P. de Perio



Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

- 原子核密度 ~ Woods-Saxon Distribution を用いている

Target:	Oxygen	Carbon (and other nuclei)
Model	<u>2-parameter Fermi model</u> $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-c}{a}\right)} \right)$	<u>3-parameter Fermi model</u> $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{1 + w \cdot \left(\frac{r}{c}\right)^2}{1 + \exp\left(\frac{r-c}{a}\right)} \right)$
c (fm)	2.69	2.355
a (fm)	0.40961	0.5224
w	-	-0.149
ρ_0 (fm ⁻³)	(N/16) / 100.33	(N/12) / 100.33

- **Local Fermi Gas model**

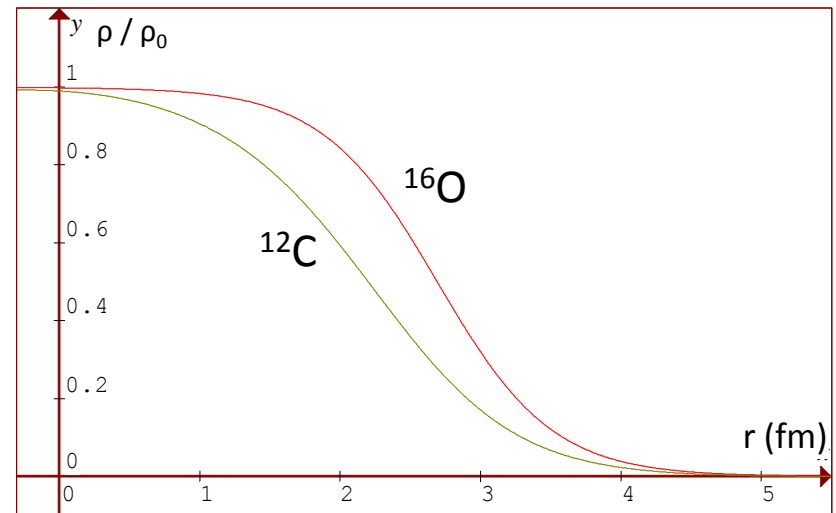
Fermi surface momentum

(核子の離脱判定に使う運動量)
 が密度に依存する

高密度 : p_F 大きい ~ 束縛が強い

低密度 : p_F 小さい ~ 束縛が弱い

$$p_F = (3\pi\rho*(Z/A)^{1/3})$$



Parameters from *Atom. & Nucl. Data Tables* 14 479 (1974)

Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

Low momentum pion ($< 500\text{MeV}/c$, so-called Δ region)

(L.L.Salcedo et al. Nucl. Phys. A484(1998) 79)

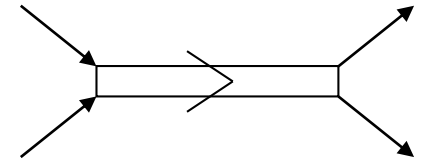
Calculate interaction probability using Δh model

and π & Δ self-energy

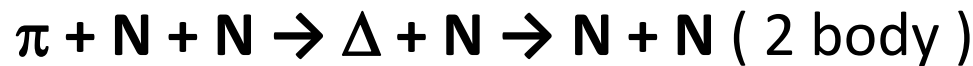
また Local Fermi gas モデルが使われている

π の前方散乱がうまく再現される

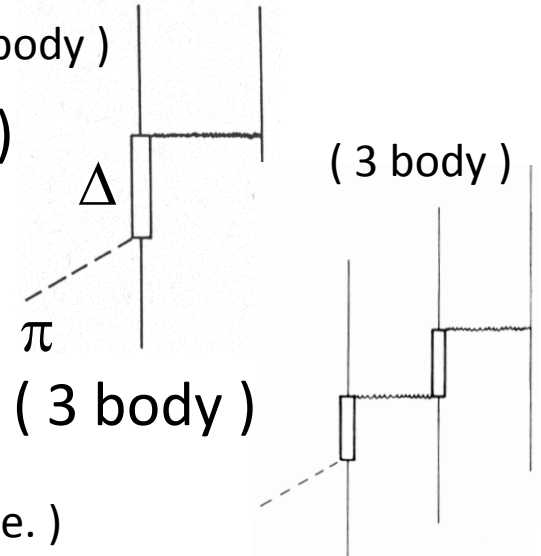
Pion scattering



Pion absorption



(2 body)

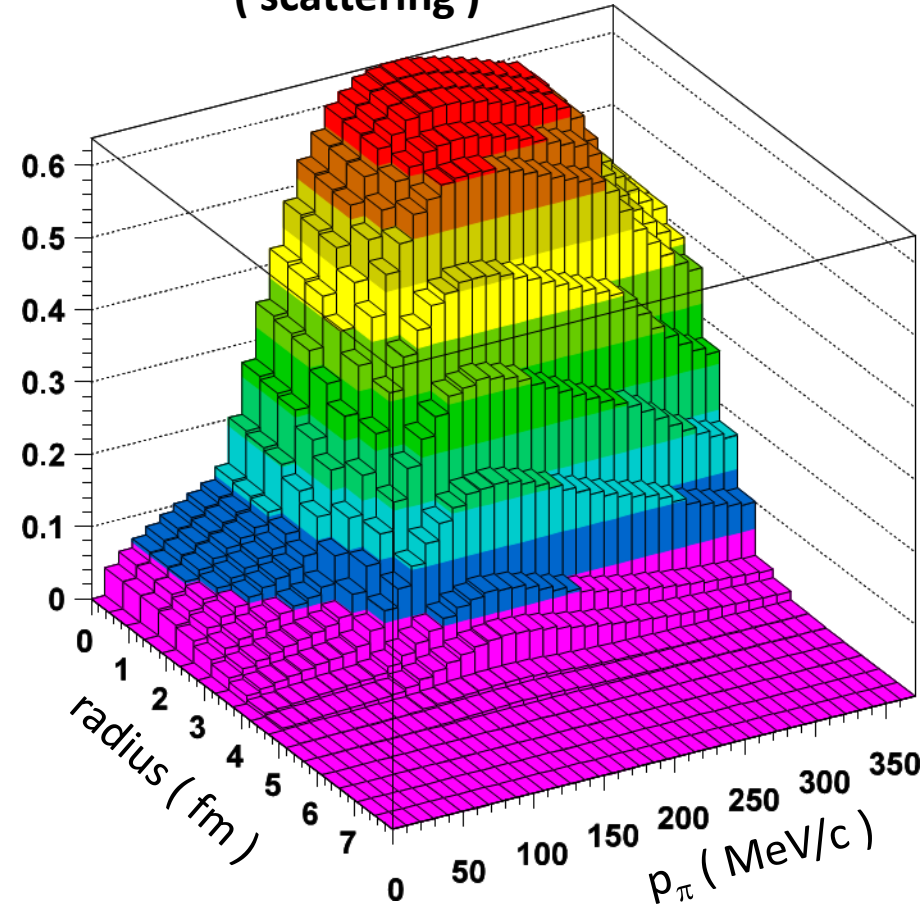


(Note: There are several other diagrams. See reference.)

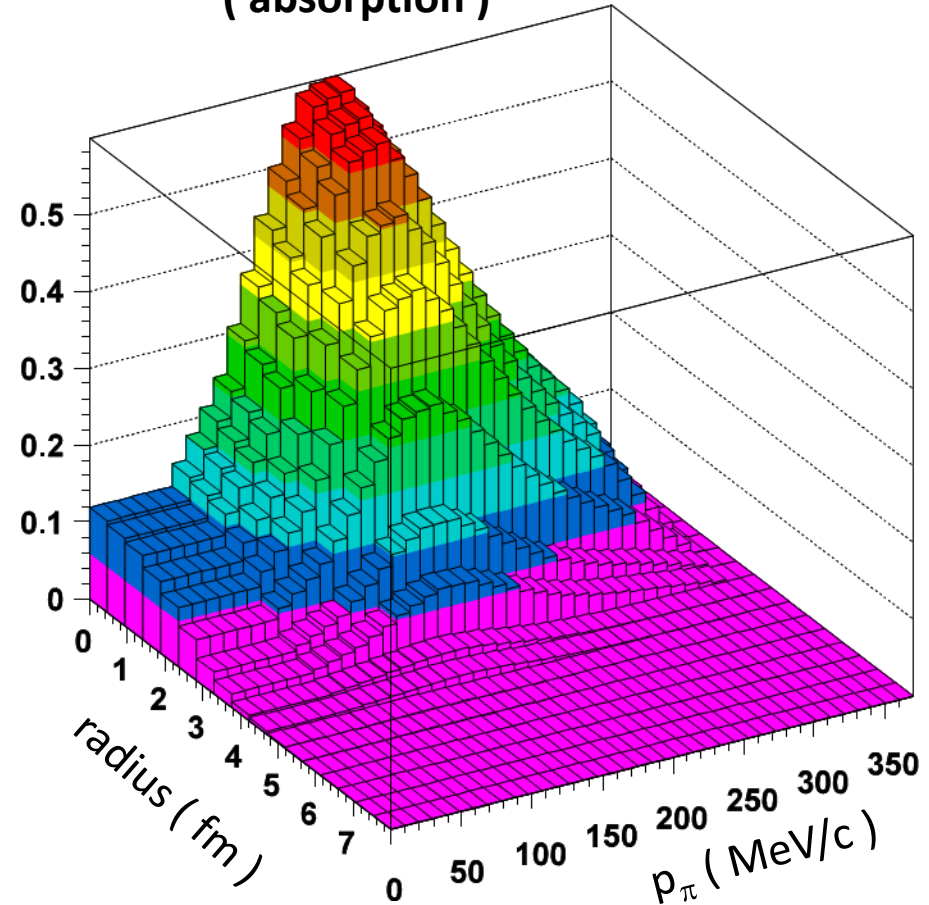
Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

反応確率 (平均自由行程) の π 運動量および位置(半径/密度)依存性

Interaction probability
(scattering)



Interaction probability
(absorption)



Fermi surface momentum が密度(位置)に依存している

周辺部では Fermi surface momentum が小さく、小さい q^2 反応が許容

Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

高運動量の π のとりあつかい ($p_\pi > 500 \text{ MeV}/c$)

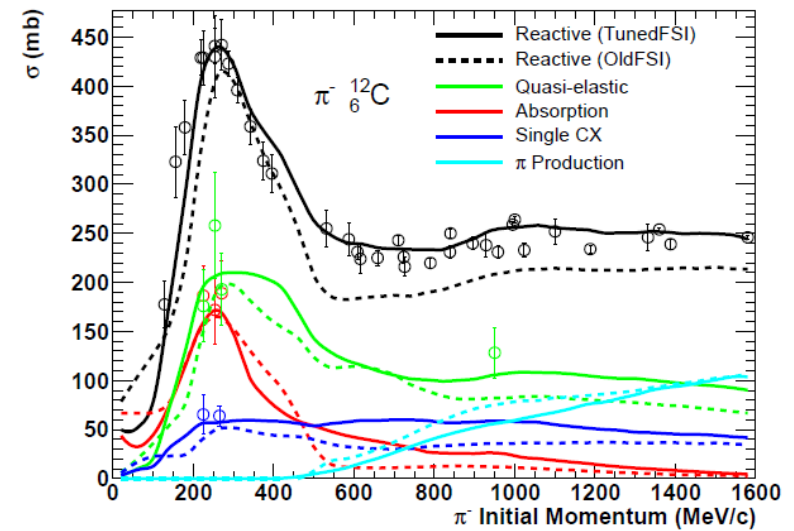
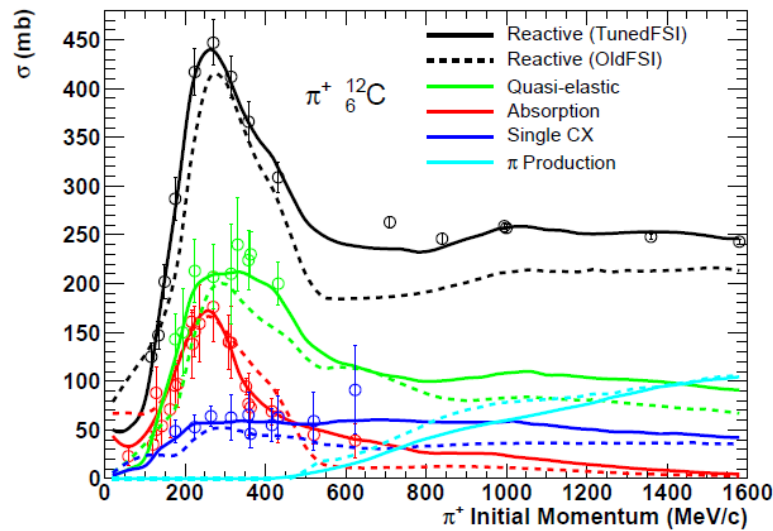
- $\pi^\pm N$ and $\pi^\pm d$ 散乱のデータを用いる
弾性散乱と非弾性散乱(粒子生成)を考える

	$\pi^+ p \mid \pi^- n$	$\pi^+ n \mid \pi^0 N \mid \pi^- p$
$\sigma_{free}^{el} =$	$\sigma_{\pi^+ p}^{el}$	$\sigma_{\pi^- p}^{el}$
$\sigma_{free}^{tot} =$	$\sigma_{\pi^+ p}^{tot}$	$\sigma_{\pi^- p}^{tot}$

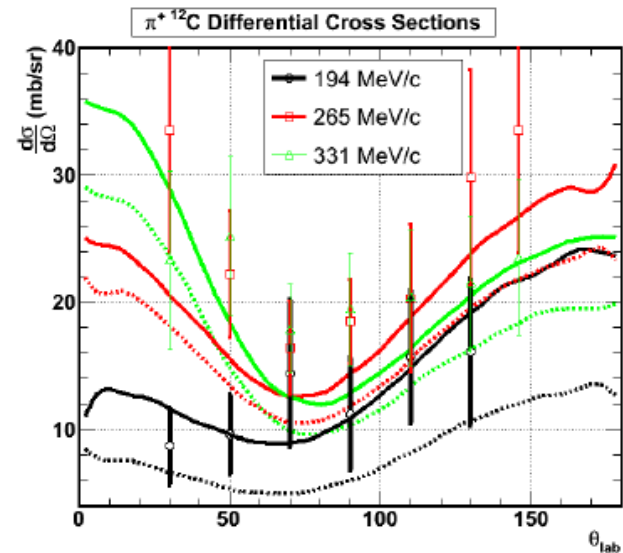
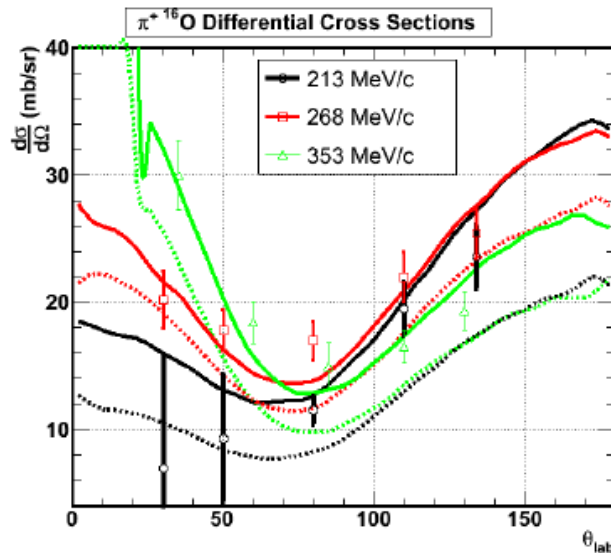
- Elastic scattering:
$$\sigma_{el} = \frac{1}{2} \sigma_{\pi^\pm d}^{total} \left(\frac{\sigma_{free}^{el}}{\sigma_{free}^{tot}} \right)$$
- Hadronic Production:
$$\sigma_{inel} = \frac{1}{2} \sigma_{\pi^\pm d}^{total} \left(1 - \frac{\sigma_{free}^{el}}{\sigma_{free}^{tot}} \right)$$

Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

π Carbon scattering interaction cross-sections

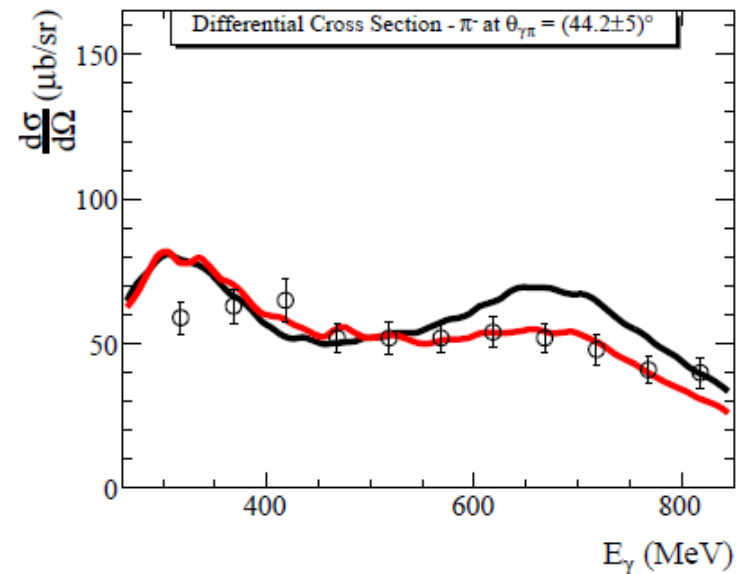
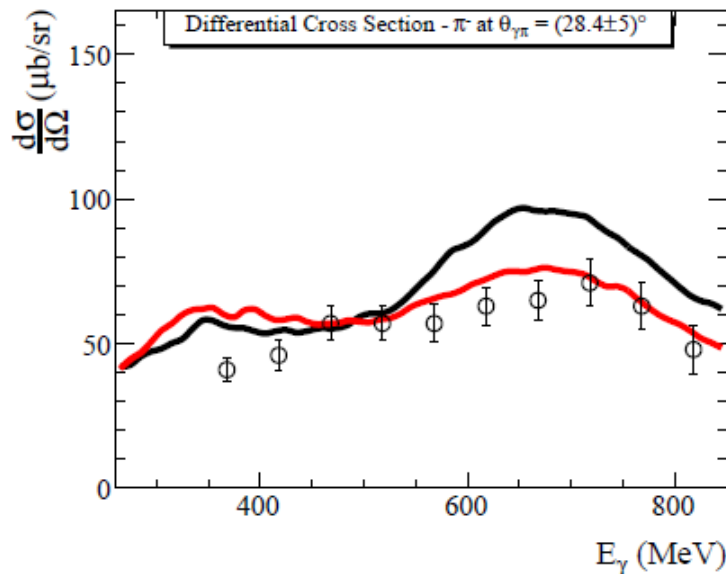
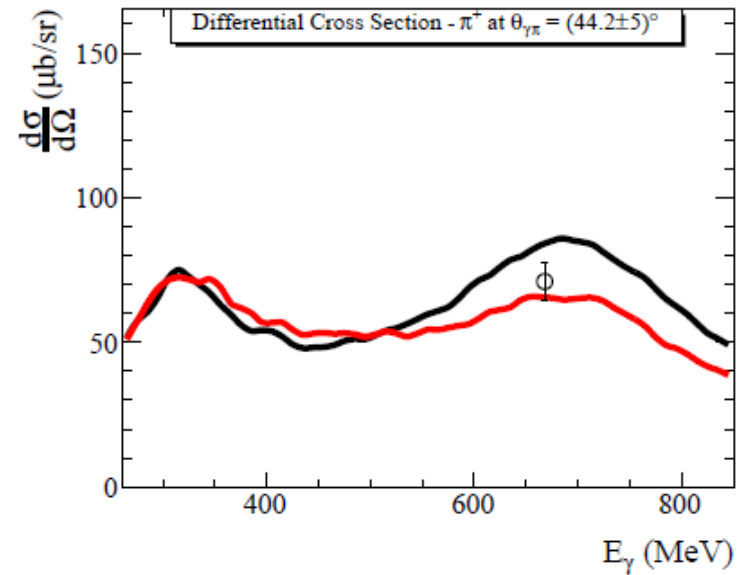
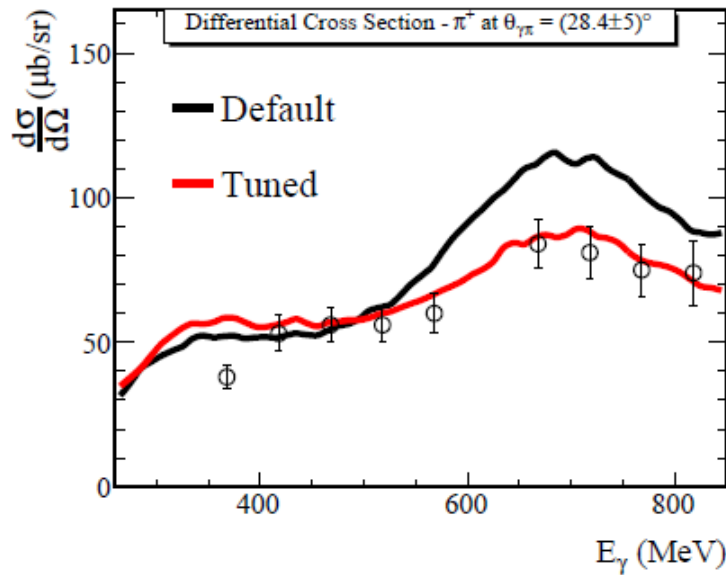


π^+ Oxygen scattering differential cross-sections



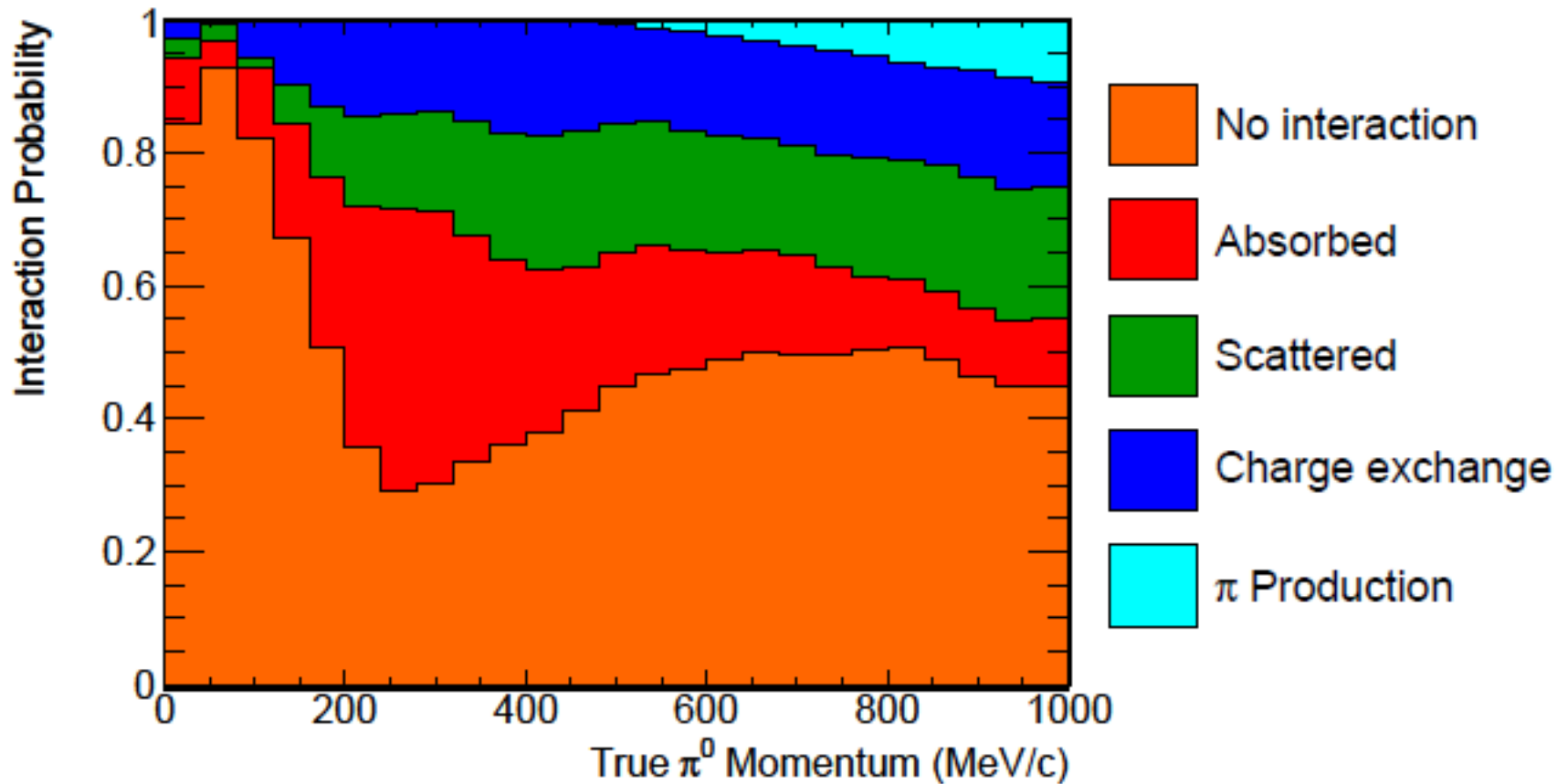
Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

π^+ Carbon scattering differential cross-sections



Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

酸素中で生成した π^0 の反応確率



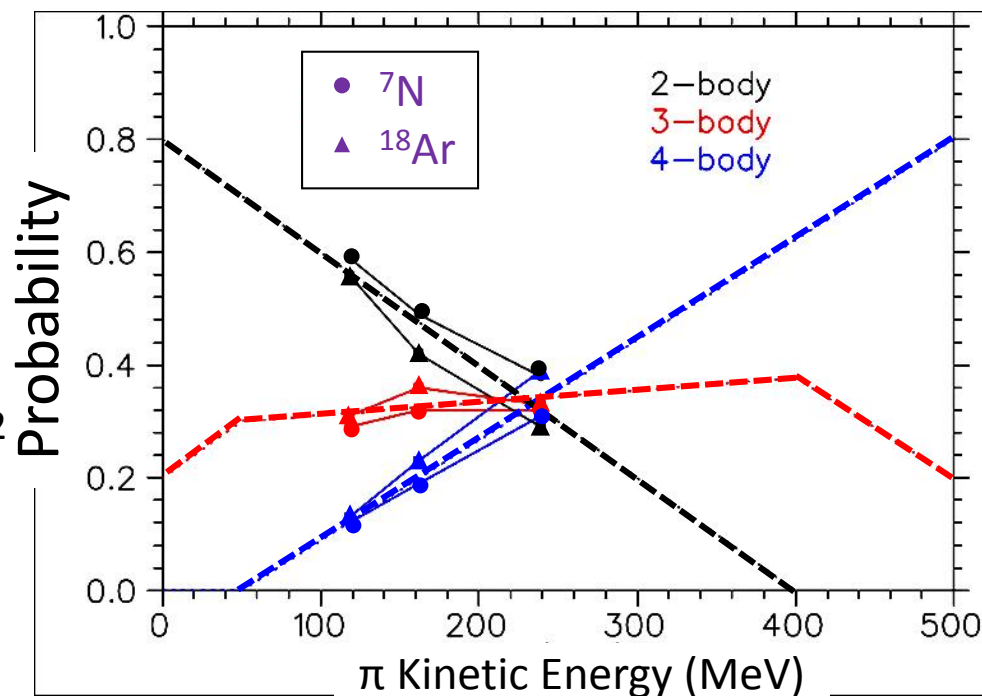
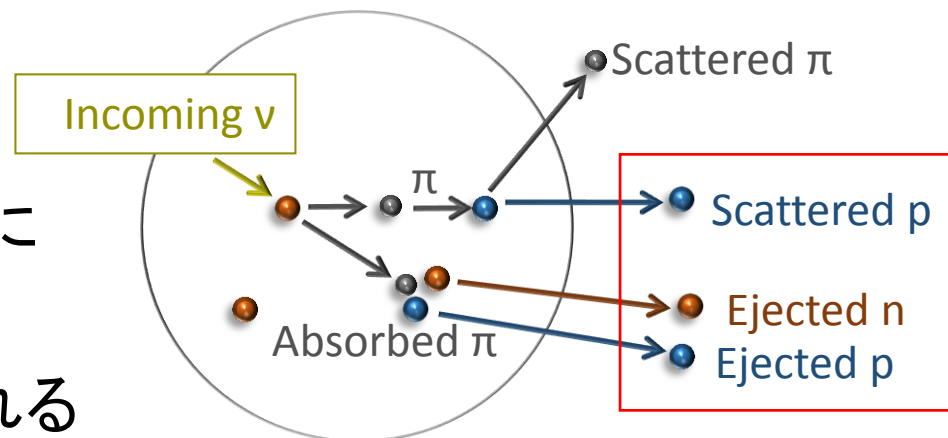
Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

π 吸収あとの核子放出

π 粒子が吸収されたとき、
そのエネルギーは核子に
わたされている。

→ 核子が原子核から放出される

- 核子の放出数は
 π 吸収の実験データ
より決定¹
- 核子の運動量は
2 体については πd 散乱²
それ以外は phase space
で許されるように生成



[1] Rowntree *et al.* Phys. Rev. C60 (99) 054610

[2] Ritchie, Phys. Rev. C 44, 533

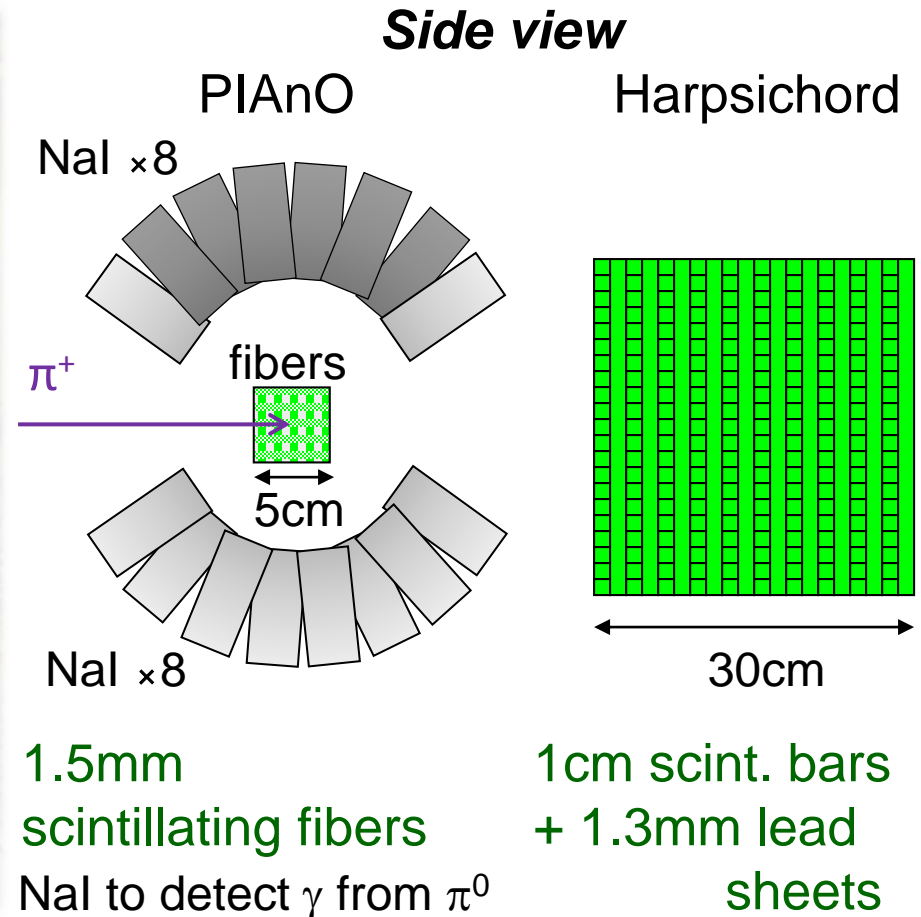
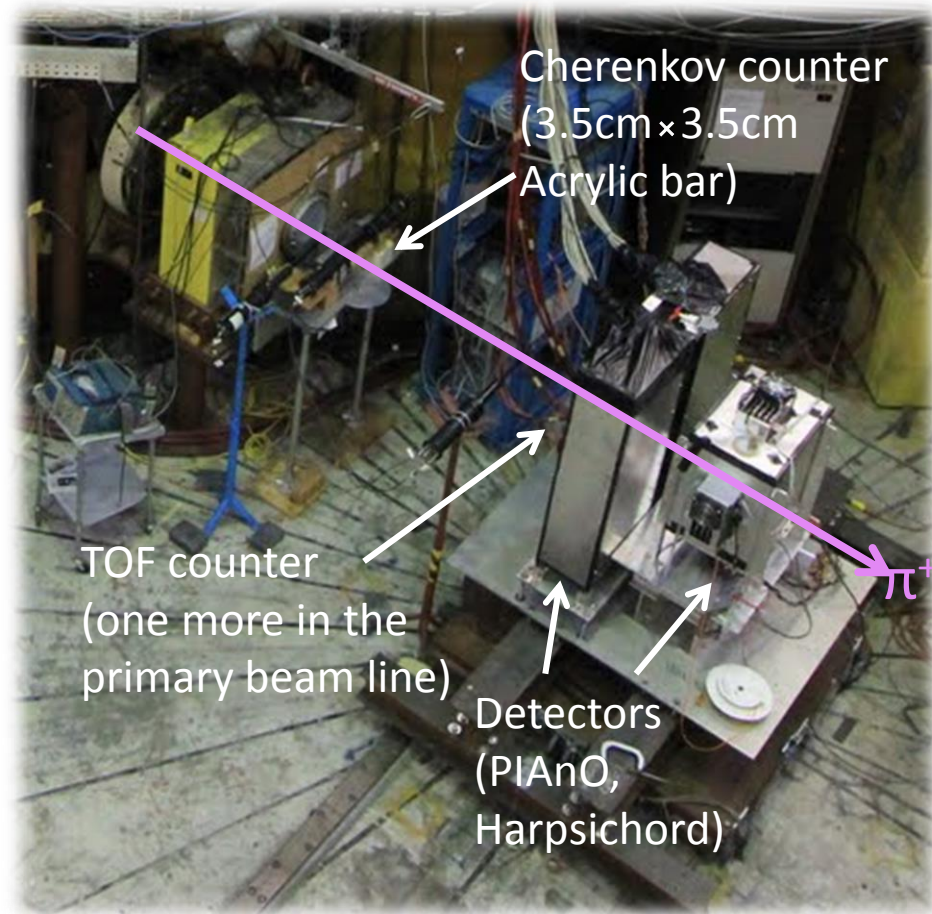
(P. de Perio / R. Tacik)

Duet experiment ~ Study of π interactions

Two Scintillator detectors

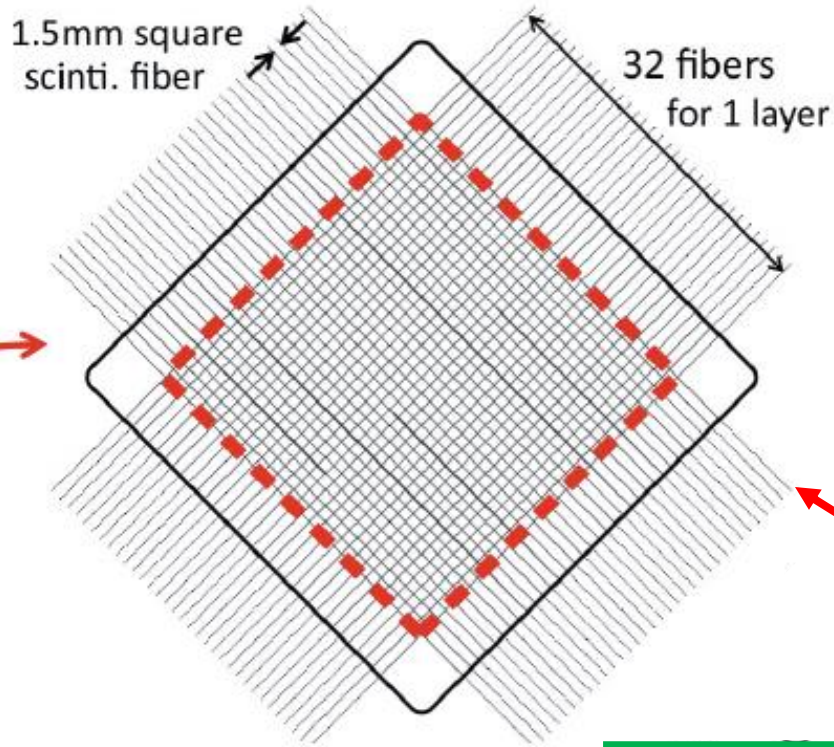
Full active scintillating fiber detector with NaI
Scintillator bars + Lead sheets

High purity π beam in TRIUMF (M11) $p_{\pi} = 175 \sim 375$ MeV/c

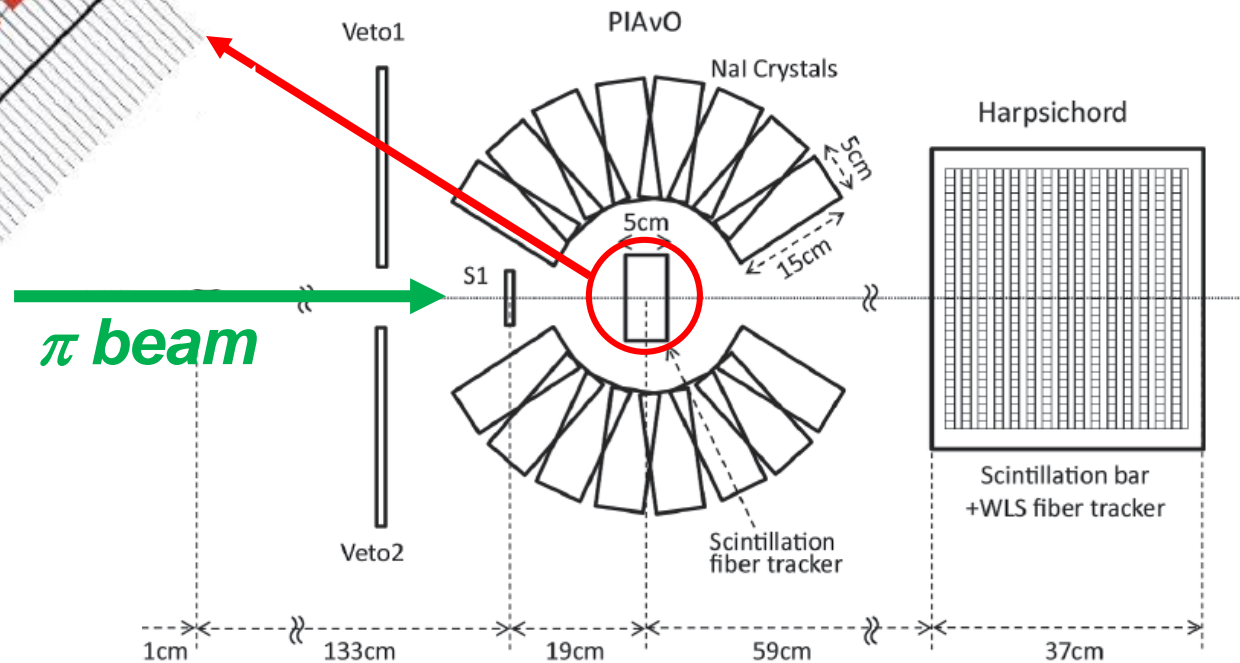


PIAvO experiment

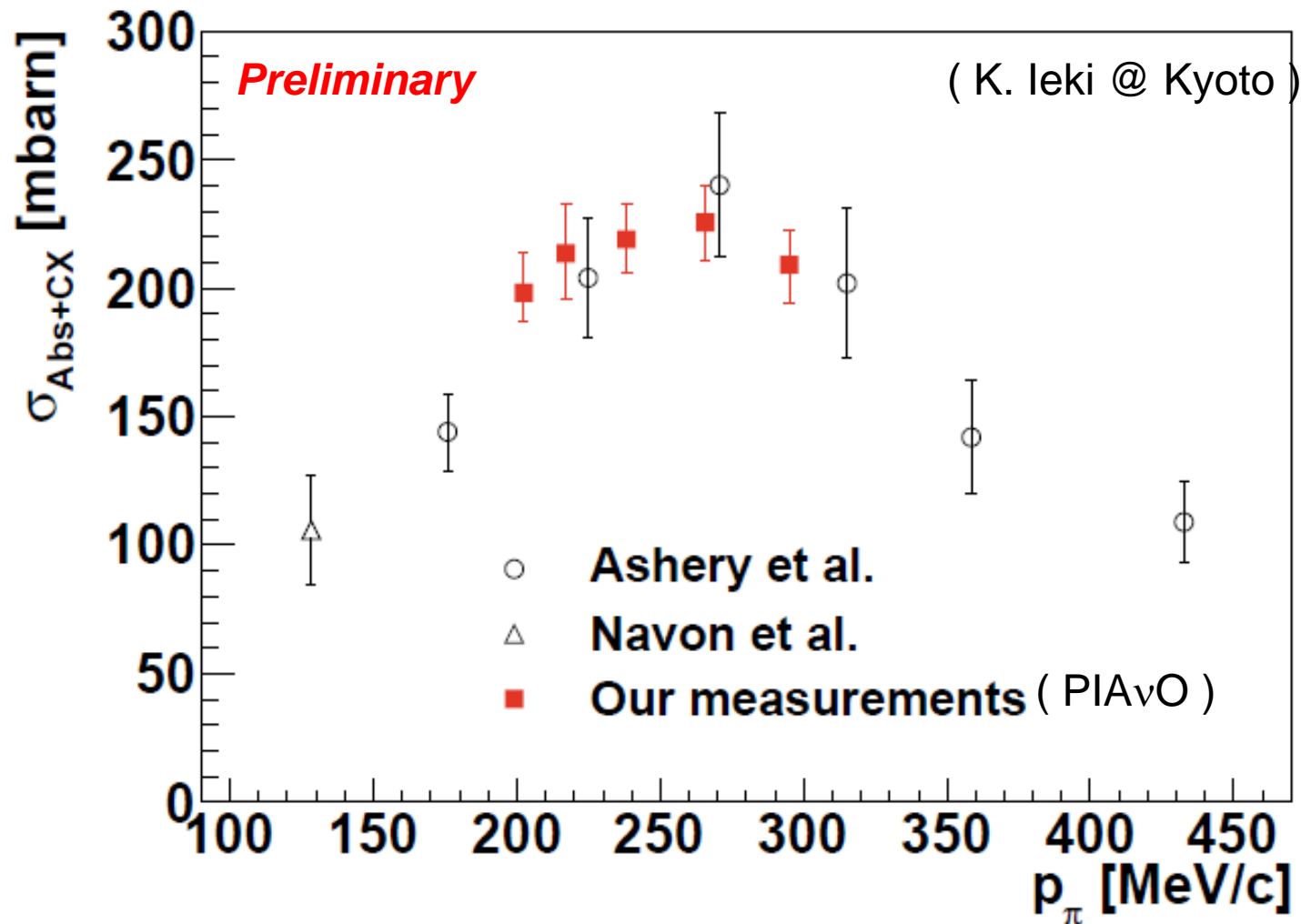
Study π absorption and charge exchange
with the full active fiber tracking detector



1.5mm x 1.5mm square fibers
Total 32 layers of fibers
(16 X and 16 Y layers)



π interaction cross-section (Absorption + Charge Exchange)



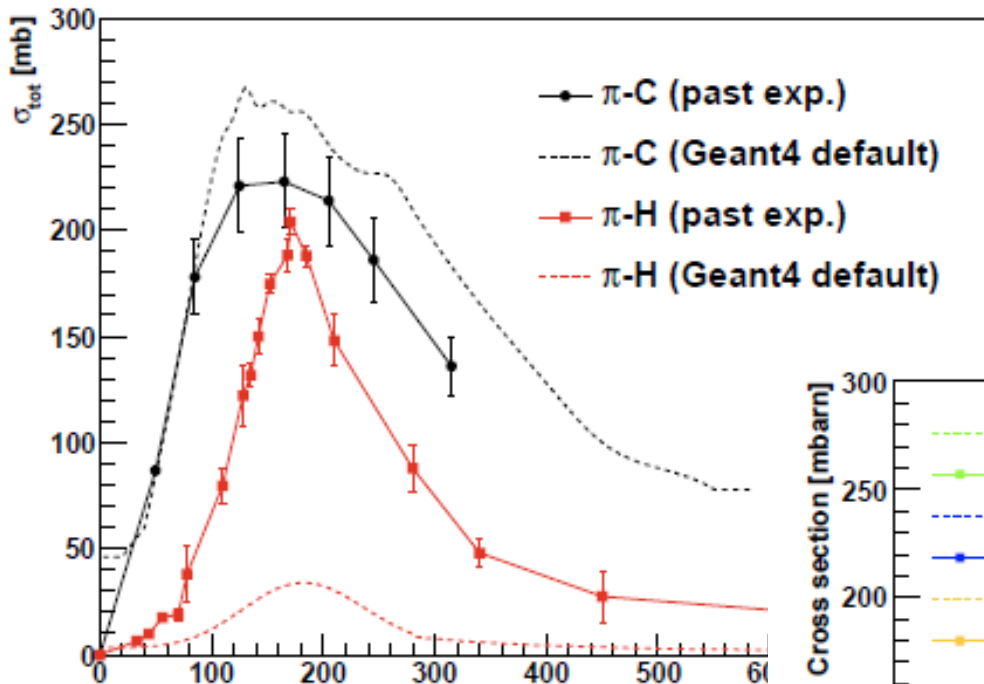
Want to measure higher momentum region

Want to measure proton momentum / energy after absorption
with this kind of tracking detector.

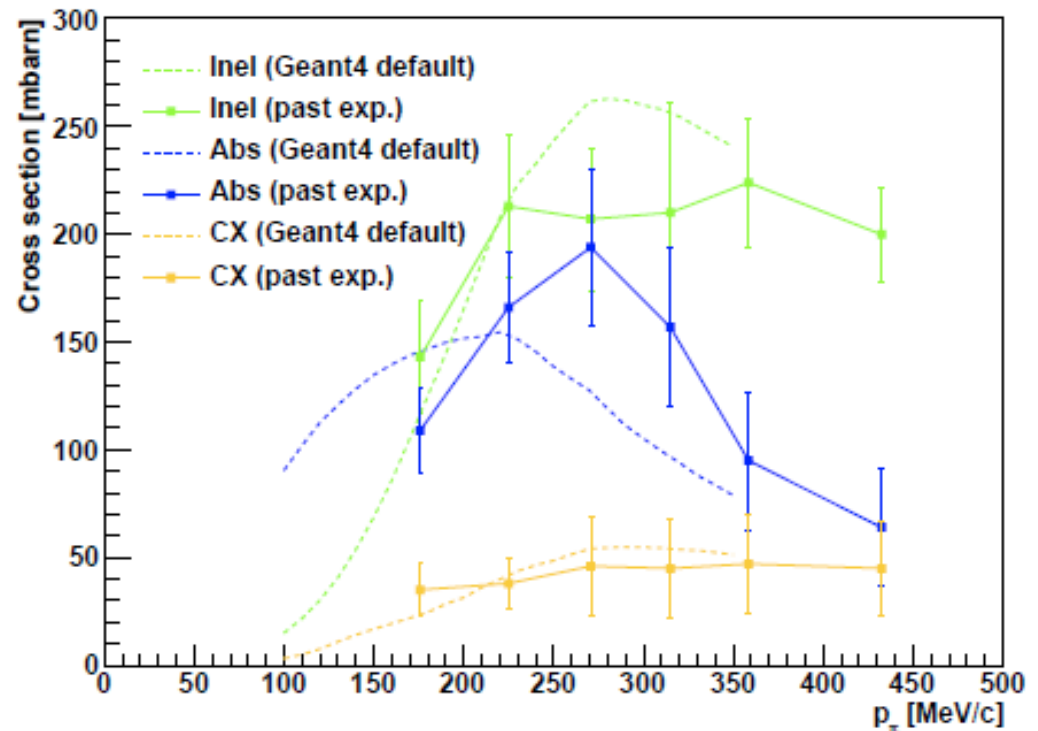
Comparisons of π interaction cross-sections in GEANT4 default (QGSP-BERT)

π elastic

(K. Ieki @ Kyoto)

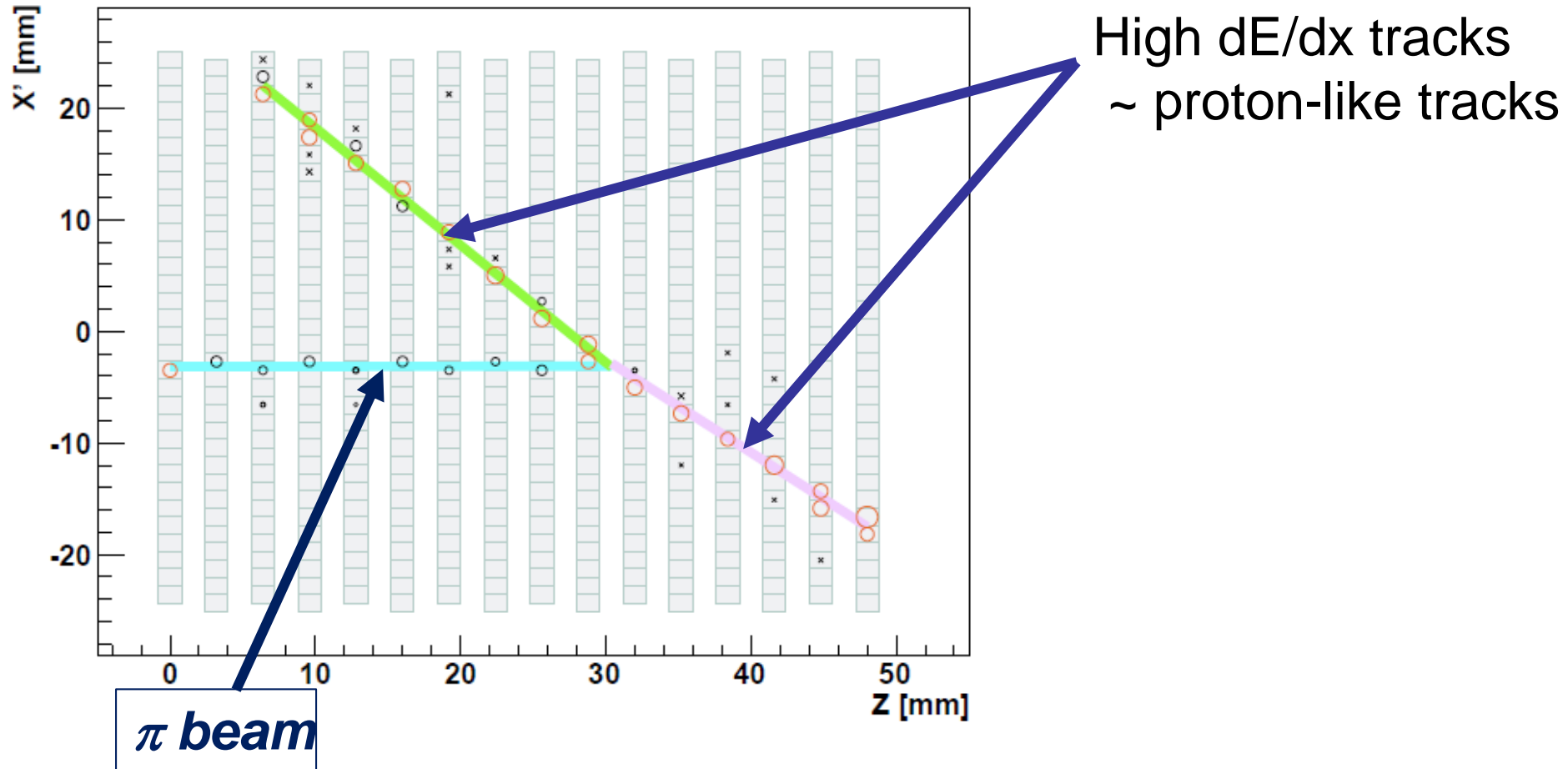


π inelastic



Event display from the PIA_vO experiment

Candidate event of π absorption



Two proton-like tracks were observed.

Unfortunately, they did not contain in the detector.

and we can not measure the energy / momentum of protons

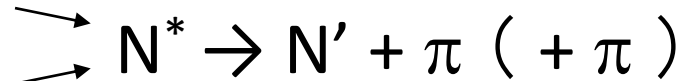
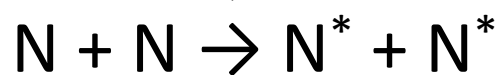
Nuclear effects ~ Nucleon final state interaction in Neut

Nucleon re-scattering

核子の原子核内での再散乱も cascade model で
シミュレーションしている

弾性散乱、 $1 \cdot 2\pi$ 粒子生成を考慮

(Original ref. S.J.Lindenbaum and R.M.Sternheimer, Phys.Rev. 105 (1957),
Modifications in MECC7 and GCALOR have been taken into account.
Initially, prepared for the IMB experiment by W. Gajewski)



反応確率 (各反応の平均自由行程) と

核子(生成した励起状態)の散乱角度など運動の決定は
MECC7 および GCALOR をもとにしている。

(これらの CODE は、実験値からそのパラメータをとっている)

中間状態の励起状態 (resonance) の崩壊については、

励起状態の静止系 (resonance rest frame) で等方的に
なるようにしている。

Nuclear effects ~ Nucleon Final state interaction in Neut

核子再散乱のシミュレーション結果 Target : ^{16}O

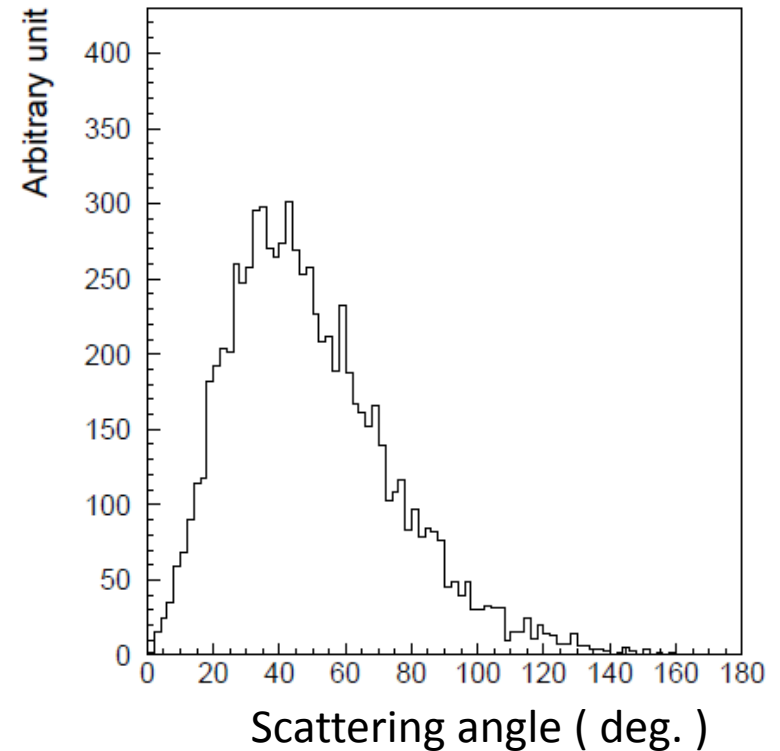
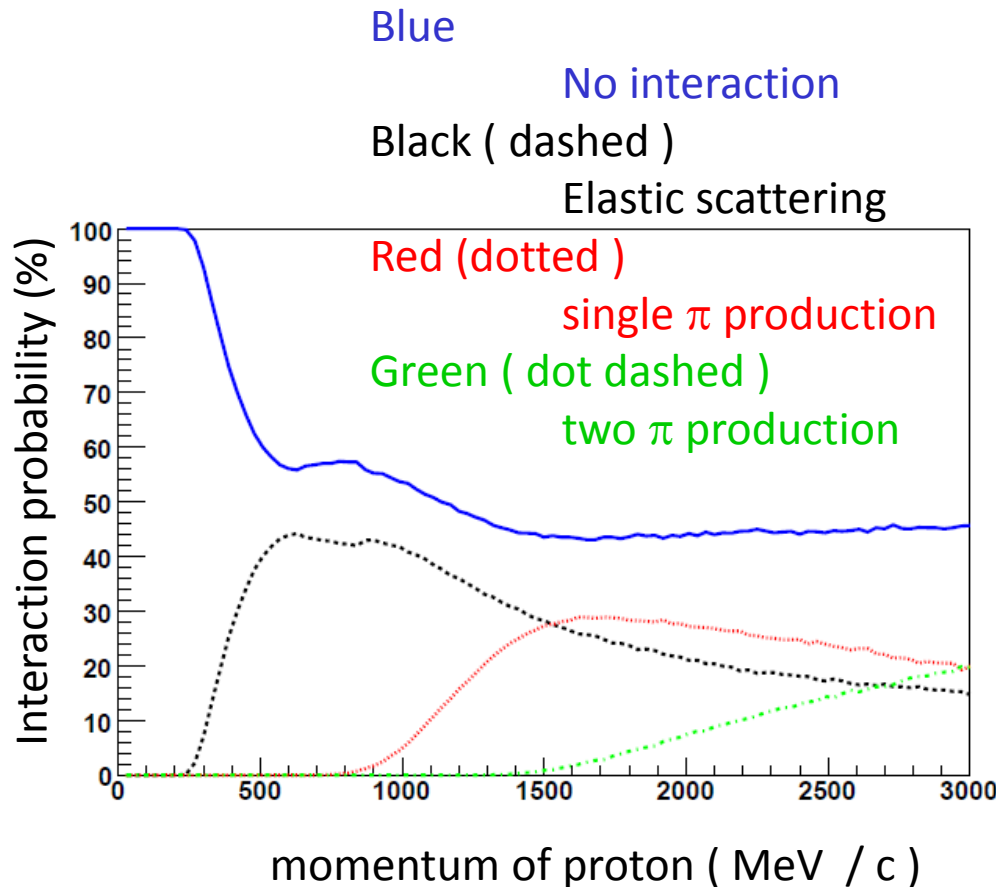
核内で生成した陽子の反応確率

陽子の散乱角

(最も大きい運動量を持つ核子)

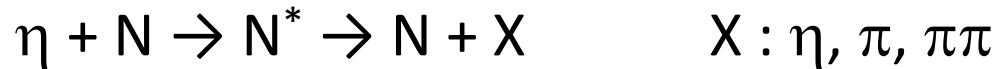
Incident momentum of proton

0.5 ~ 1.0 GeV / c (uniform)



Nuclear effects (Final state interactions of η)

Interactions of η



Interaction cross-section : Use Breit - Wigner formula

$$\sigma(k) = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{\Gamma_{\eta N} \Gamma_X}{(W - M_N)^2 + \Gamma_{tot}^2 / 4}$$

Γ_{tot} : Total width of N^*

$\Gamma_{\eta N}$: Partial decay width of $N^* \rightarrow \eta + N$

$\Gamma_{\eta X}$: Partial decay width of $N^* \rightarrow X$

As the intermediate resonance (N^*),
N(1535) and N(1650) are considered.

The direction of the scattered η is isotropic in the resonance rest frame.

ω is also simulated in the same manner as η .

Formation zone ~ location of the hadronization ~

In determining the location of the interaction,
the simple Woods-Saxon density function is used.

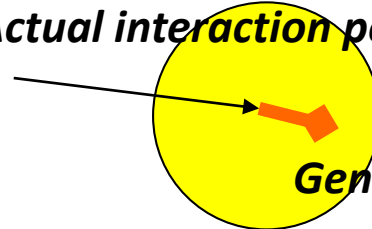
In order to pick up the location of the production point
of hadrons,
Formation Zone is taken into account.

The idea of formation zone:

Hadronization does not occur at the interaction point

Distance from the neutrino interaction point
to the production point of hadron
is proportional to the momentum of hadron.

Actual interaction position



Generated position of hadron

Formation Zone (L) is defined as follows:

$$L = p / \mu^2$$

p : Momentum of hadron

μ^2 : fitted constant = $0.08 \pm 0.04 \text{ GeV}^2$

Ammosov et al.

Gamma ray emission from Oxygen

ニュートリノ反応により核子が原子核からけりだされる
一つ小さい(pかnが一つ少ない)原子核の励起状態になる。
数 MeV のエネルギーを持つ、
脱励起 γ 線放出が予想される。

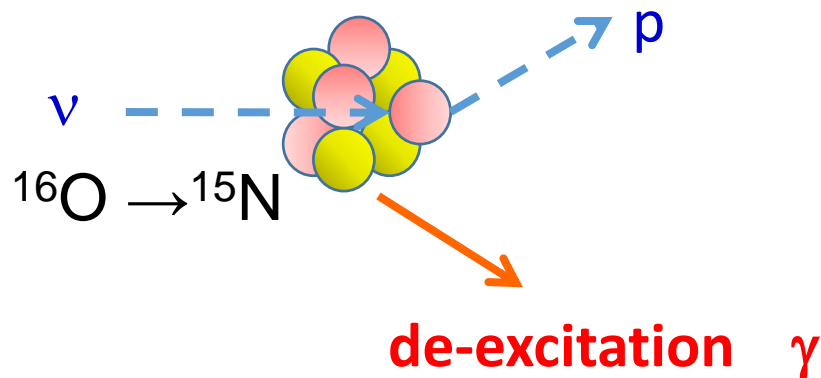
水チェレンコフ型検出器

NC elastic 反応自体はみえない

陽子の energy threshold は $1\text{GeV}/c$ 以上

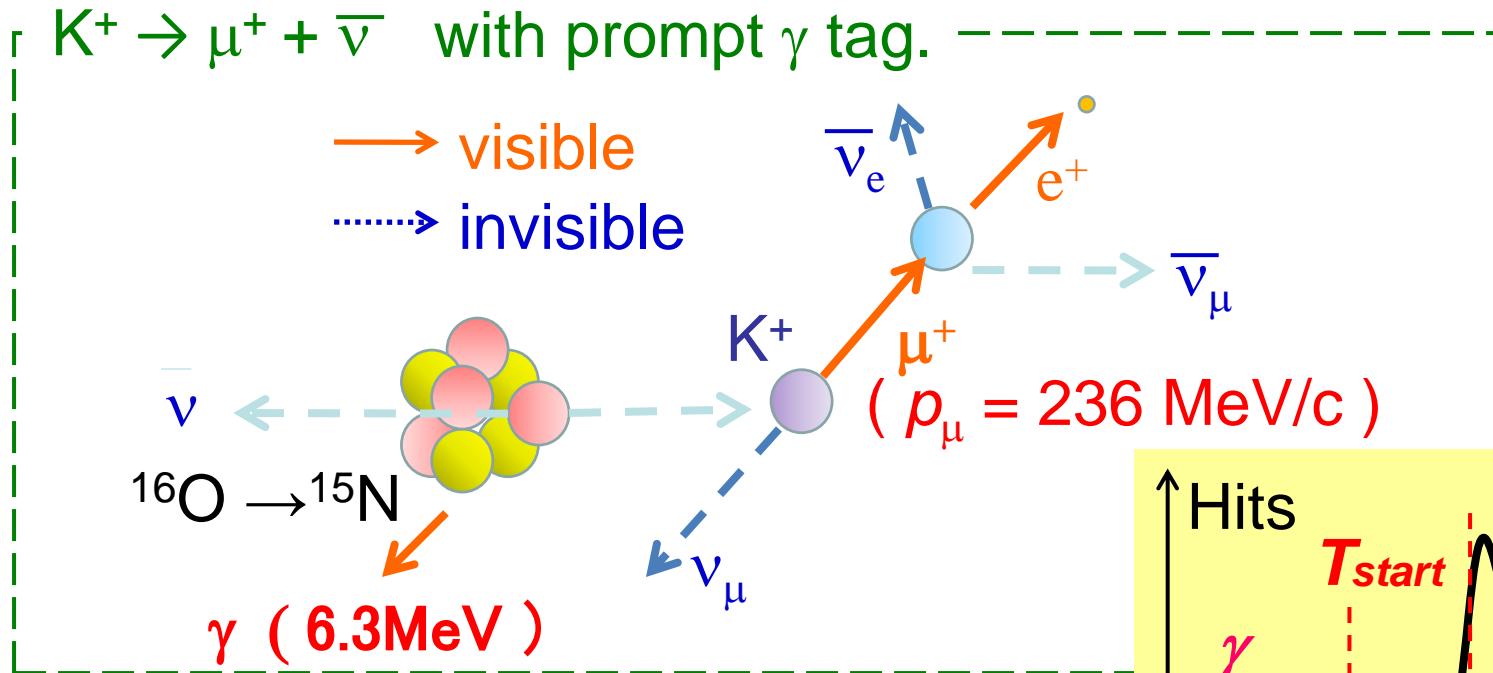
中性子はそもそも直接みることができない

脱励起 γ 線を見れば、このような反応のてがかりに？

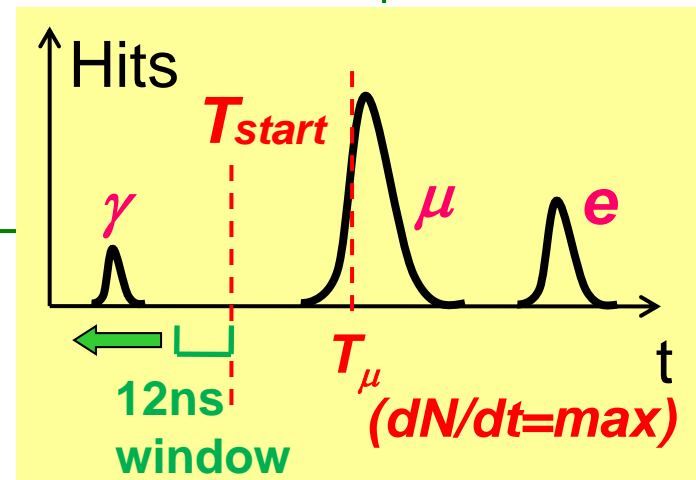


Proton decay search in SK

$$p \rightarrow \bar{\nu} + K^+$$



When a proton in oxygen decays,
 6.3 MeV de-excitation γ is also emitted
 with probability of $\sim 40\%$.



- Search for 1 ring μ -like events with $p_\mu \sim 236 \text{ MeV}/c$ with 1 decay electron
- Additionally, search for the pre-activity from prompt de-excitation 6.3 MeV γ

Gamma ray emission from Oxygen

Recent result from (e,e'p) experiment (PRD72, 053005),
p_{3/2} and s_{1/2}-hole states were both found to have
smaller spectroscopic strength than
the theoretical predictions
(a shell model calculation).

	Shell model	DWIA	LDA (PRD72,053005)
p _{1/2} (ground state)	0.25	0.16	0.165
p _{3/2} (6.32 MeV)	0.41	0.29	0.343
s _{1/2}	0.25	0.20	0.123

Gamma ray emission from Oxygen

Probability and energy determination of γ emission
after the π absorption has been rough.
(flat from 5 to 20 MeV).

Decided to use the experimental data
(*H.D.Engelhardt et al., NPA258, 480 (1976)*)

Based on the data, $E_\gamma < 8$ MeV after π absorption.

Prompt γ -ray transition yields and isotopic yields of the reactions induced by stopped π^- on ^9Be , ^{10}B and ^{16}O

Target nucleus	Energy range (keV)	Residual isotope	Transition (keV)	Branch (%)	J^π	τ (psec)	Measured energy (keV)	Transition yield (%)	Isotopic yield (%)	
^9Be	300- 6000									
^{10}B	100-17000	^7Li	477 \rightarrow 0	100	$\frac{1}{2}^-$		478	1.7 ± 0.4	1.7	
^{16}O	300- 8000	$^{16}\text{O}^*$	6131 \rightarrow 0	100	3^-	24	6133	1.7 ± 0.3	1.7	
		^{15}N	5270 \rightarrow 0	100	$\frac{5}{2}^+$	2.9	5268	0.5 ± 0.2	0.5	
		^{14}N	2313 \rightarrow 0	100	0^+	8.5×10^{-2}		2314	5.3 ± 0.6	6.4
			3945 \rightarrow 2313	96	1^+	4.5×10^{-3}		1634	4.8 ± 0.9	
			5106 \rightarrow 0	80	2^-		12	5106	0.7 ± 0.2	
		^{14}C	5106 \rightarrow 2313	20	2^-		12	2794	0.2 ± 0.1	
		^{14}C	6728 \rightarrow 0	93	3^-	97		(6728)	< 0.2	< 0.2
		^{13}C	3684 \rightarrow 0	100	$\frac{3}{2}^-$	1.5×10^{-3}		3682	1.9 ± 1.0	2.9
			3854 \rightarrow 0	62	$\frac{3}{2}^+$		11	3853	1.0 ± 0.3	
^{12}C	4439 \rightarrow 0	100	2^+	5.6×10^{-2}		4436	4.0 ± 1.3	4.0		
^{10}B	717 \rightarrow 0	100	3^+	1.01×10^3		717	1.3 ± 0.3	1.3		

標的が原子核中の核子の場合

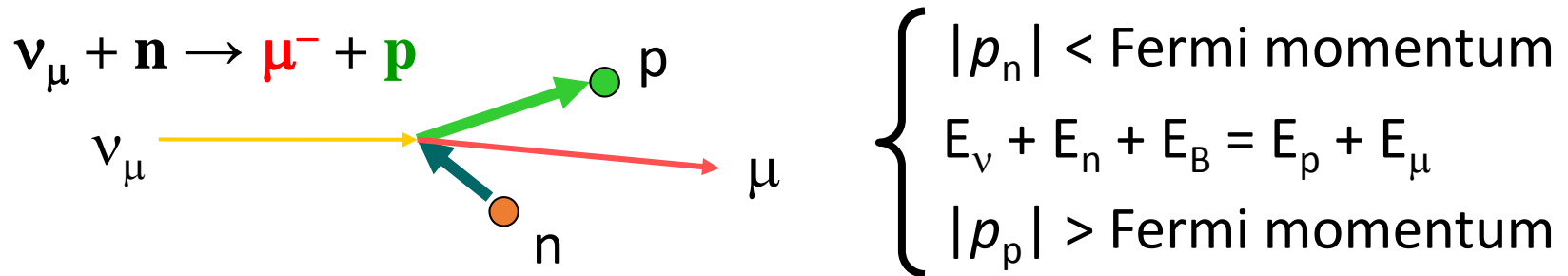
Charged current Quasi-elastic scattering

原子核中の中性子が標的の場合

中性子が束縛されている ~ 散乱断面積が小さくなる

$$E_\nu > 100\text{MeV}$$

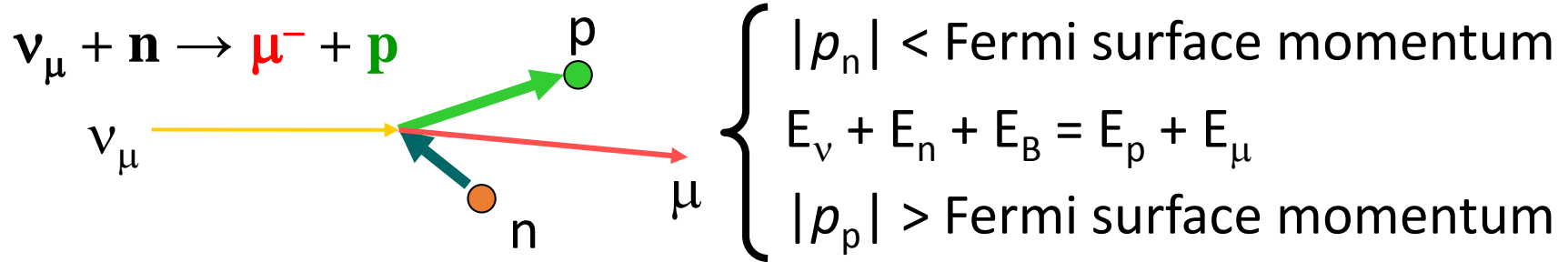
→ 第一近似としては(単純)フェルミガス模型が使える



- 核子は原子核中をフェルミ運動量以下で動いている
 $|p_n| < p_{\text{Fermi}}$ かつ運動量分布はフラット
- 核子は原子核中に束縛されている
(“binding energy” E_B)
- パウリ排他律 (Pauli Blocking)
終状態の核子の運動量はフェルミ運動量より大きい

Charged current Quasi-elastic scattering

(Simple) Relativistic Fermi Gas model ~ Smith & Moniz



解析的な微分散乱断面積の式 ($\frac{d\sigma}{d\theta_l dE_l}$) が

Smith and Moniz によって計算されている

(Nucl.Phys.B43 605(1972), erratum-ibid.B101 547(1975))

- 初期状態の核子について運動量を変化させて積分してある。
- 積分時に Binding energy と Pauli blocking が考慮されている。
- 与えるパラメータは $M_A (F_A(q^2))$ 以外に、
フェルミ面運動量 (p_{Fermi}) と束縛エネルギー (E_B)

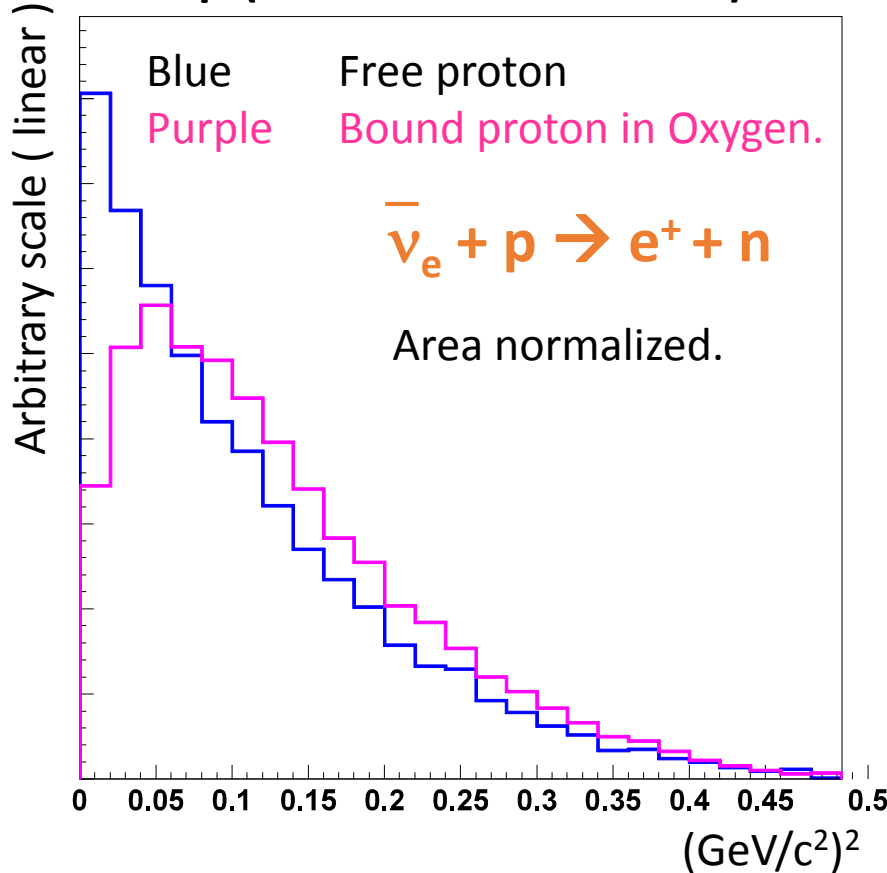
- 解析的な式なので使いやすい
- いろいろな原子核について計算可能

→ ながらくシミュレーションで使われてきている

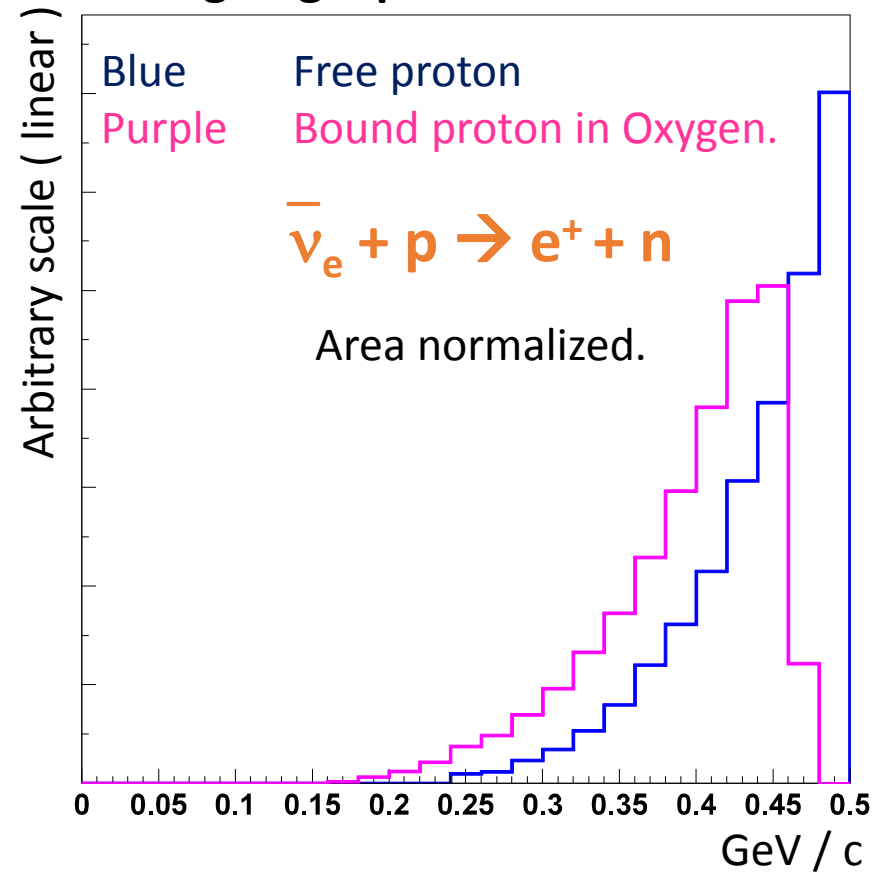
Charged Current Quasi elastic scattering

(Simple) Relativistic Fermi Gas model ~ Smith & Moniz

q^2 (momentum transfer)



Outgoing lepton momentum



q^2 (運動量移行)の小さい領域で反応が抑制される

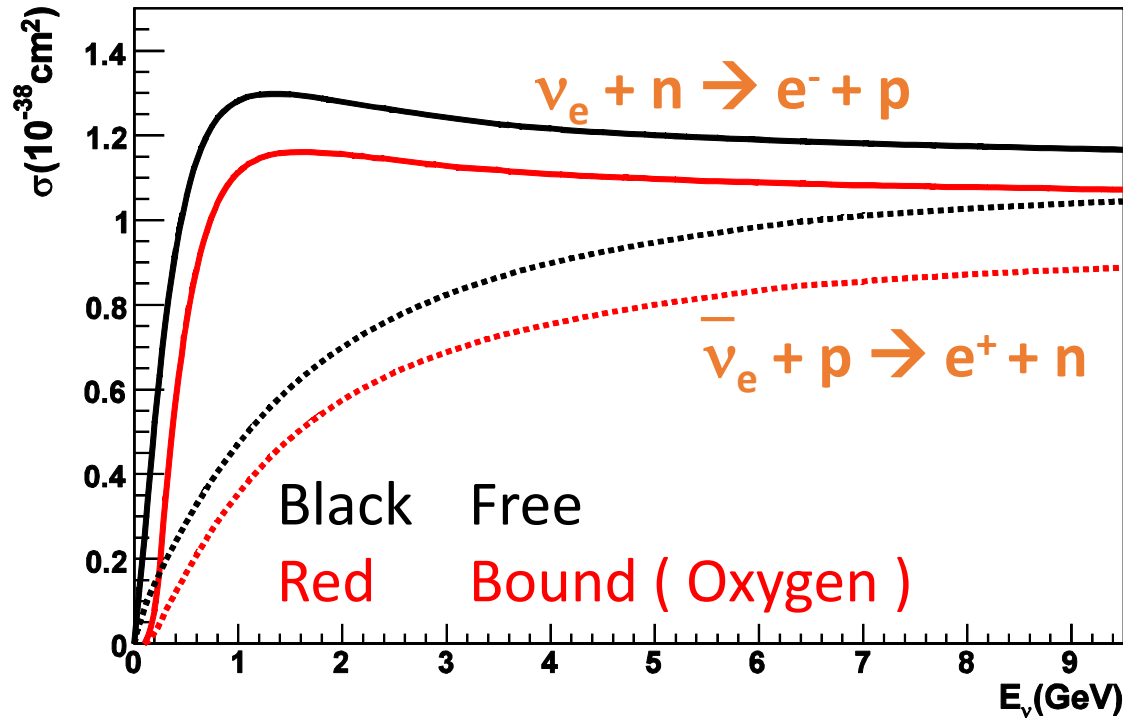
= 運動量の大きい荷電レプトンが減る

Pauli Blocking + Binding energy の効果

Charged Current Quasi elastic scattering

(Simple) Relativistic Fermi Gas model ~ Smith & Moniz

全散乱断面積の違い Free vs. bound (Oxygen)



q^2 (運動量移行)の小さい領域で反応が抑制される

全散乱断面積は小さくなる。

(small q^2 の微分散乱断面積が大きいため、

高エネルギーでも違いがのこる)

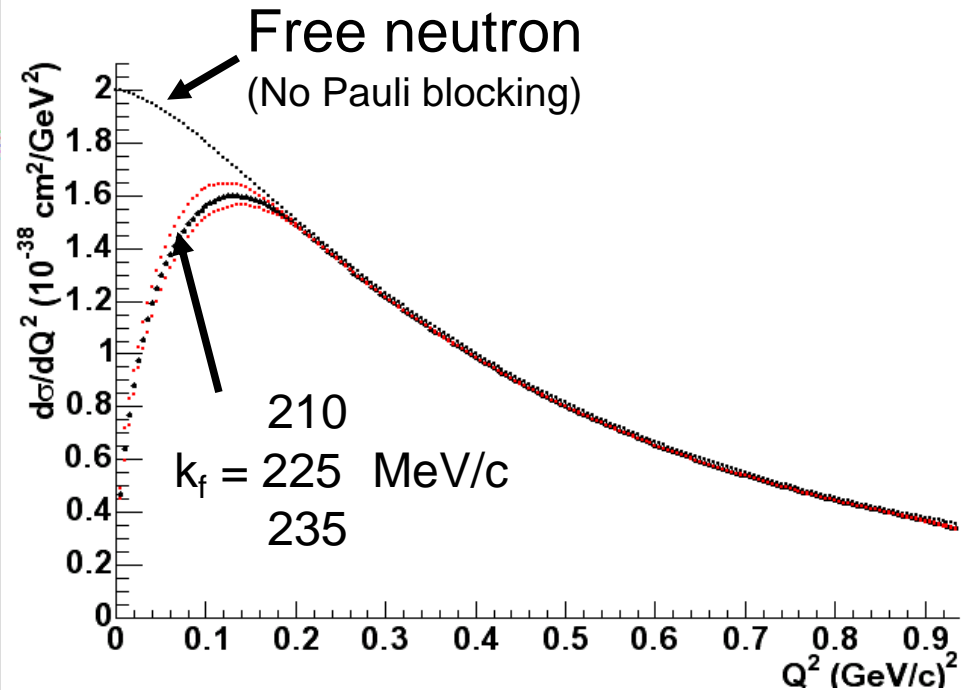
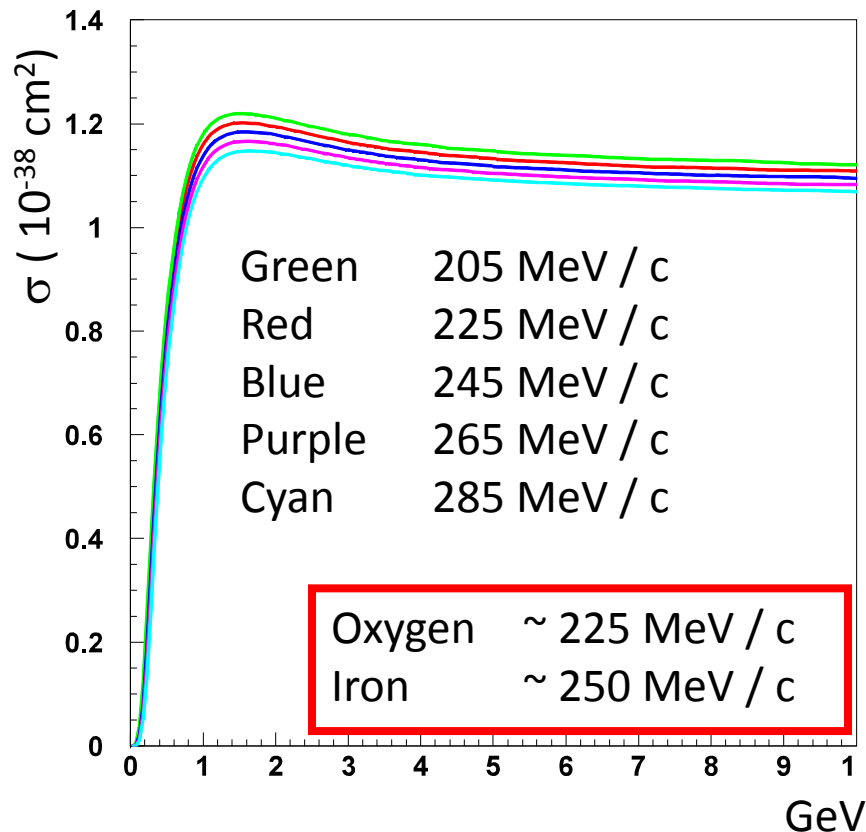
Charged Current Quasi elastic scattering

(Simple) Relativistic Fermi Gas model ~ Smith & Moniz

散乱断面積の違い 原子核依存性

Fermi surface momentum & Binding energy

の違いとして表現される

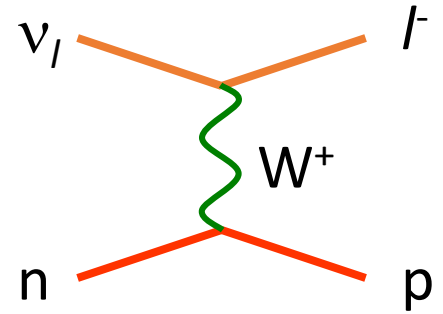


全散乱断面積: 鉄と酸素/炭素の違いは数%程度

Charged Current Quasi elastic scattering

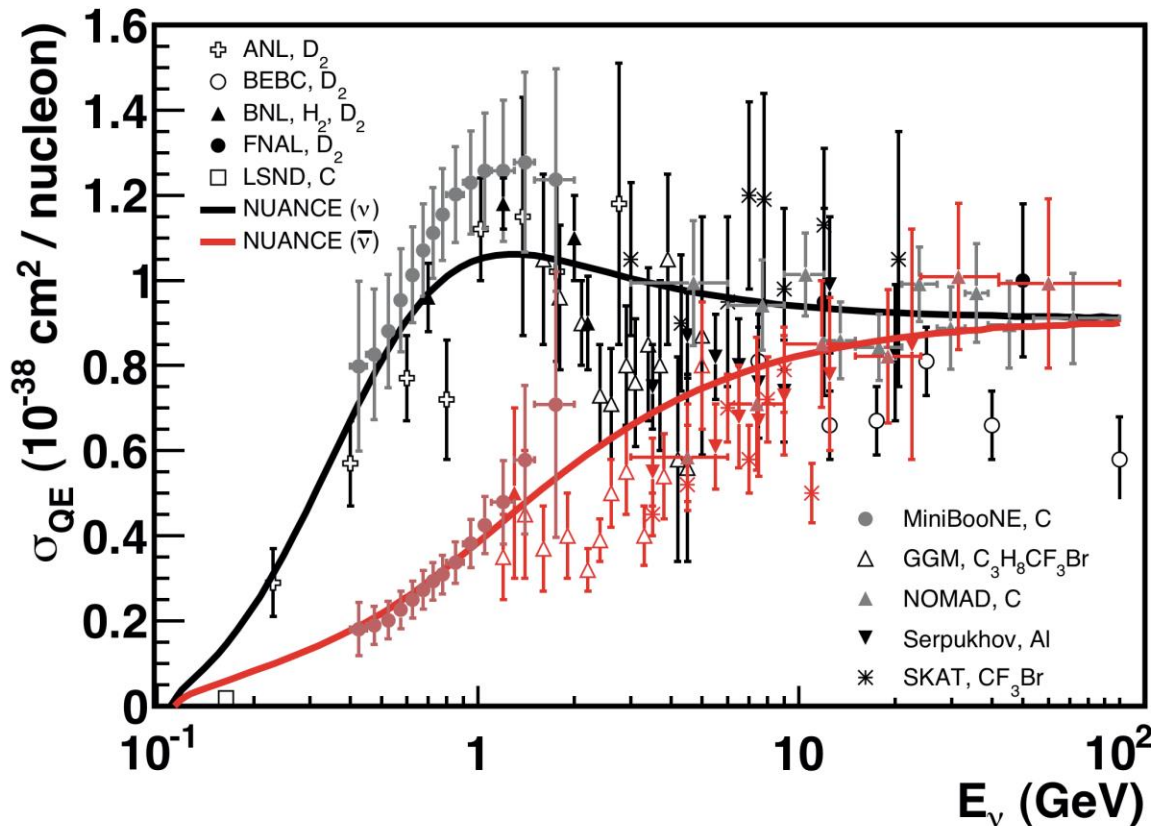
実験結果及び散乱断面積の計算結果

標的核種が重水素以外のものも含む



(Review of Particle Properties, to appear in 2014 edition)

NUANCE (simulation)
Relativistic Fermi Gas
($M_A \sim 1.0 \text{ GeV}/c^2$)



実験によって実験結果(散乱断面積)のばらつきが大きい
特に、2000年代以後におこなわれた $E_\nu \sim 1 \text{ GeV}$ 程度の実験で
得られた散乱断面積は大きめ(?)

The K2K experiment

K2K ~ 世界で初めての長基線ニュートリノ振動実験
平均ニュートリノエネルギーは 1.3GeV

振動前のニュートリノを測定するために、
KEK に「前置検出器」として、

水チェレンコフ型検出器(水標的)

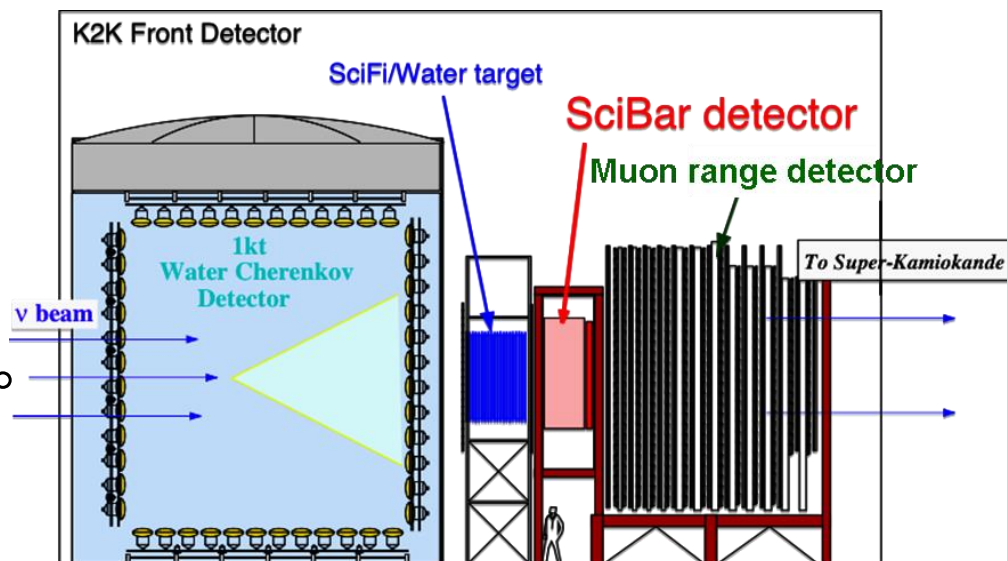
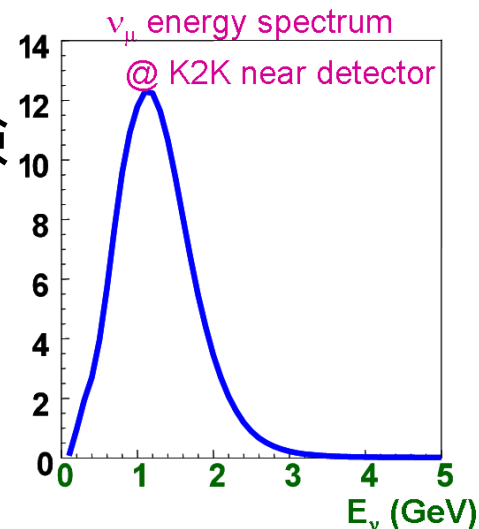
シンチレーションファイバートラッカー(主に水標的)

Full active シンチレータートラッカー(主に炭素標的)

ミュレンジトラッカー(鉄標的)

などが設置された。

このエネルギー領域の
ニュートリノビーム実験は
長らく行われていなかった。

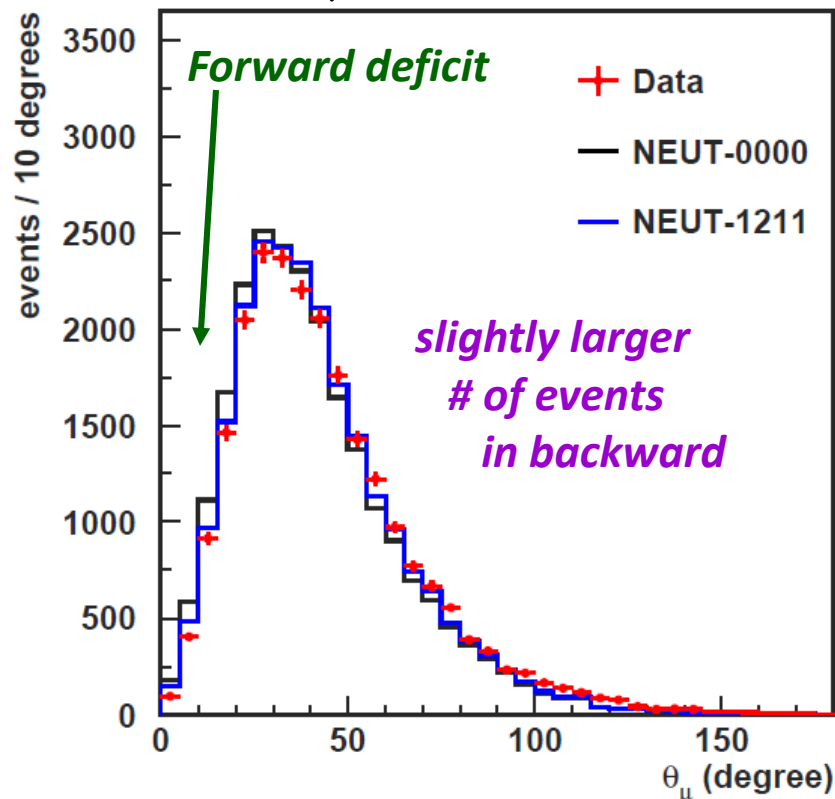


The K2K experiment

K2K 前置検出器データとシミュレーション結果の比較

Direction of μ w.r.t. beam

Fully contained 1 ring μ -like events



NEUT-1211

$M_A=1.1 \text{ GeV}/c^2$ for CCQE

$M_A=1.2 \text{ GeV}/c^2$ for 1π

GRV94 with Bodek-Yang corr.

Coherent π by Marteau et.al.

NEUT-0000

$M_A=1.0 \text{ GeV}/c^2$ for CCQE

$M_A=1.0 \text{ GeV}/c^2$ for $1p$

GRV94, Rein Sehgal coherent p

前方に μ がとぶ事象がかなり少ない
後方散乱は予想より多い

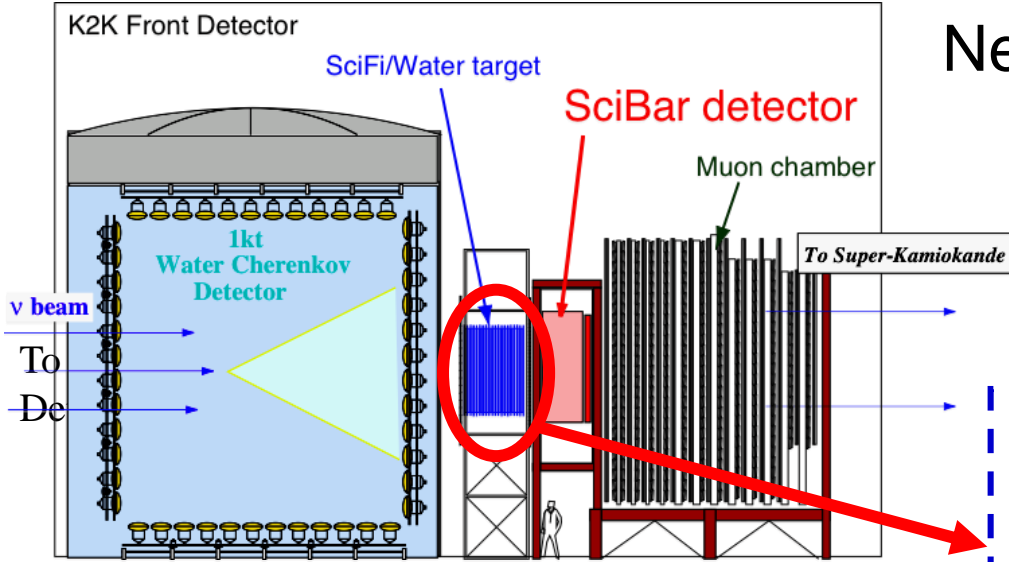
M_A を大きくすると、
データとシミュレーションの
一致が良くなる

(DIS parton distribution function
の補正

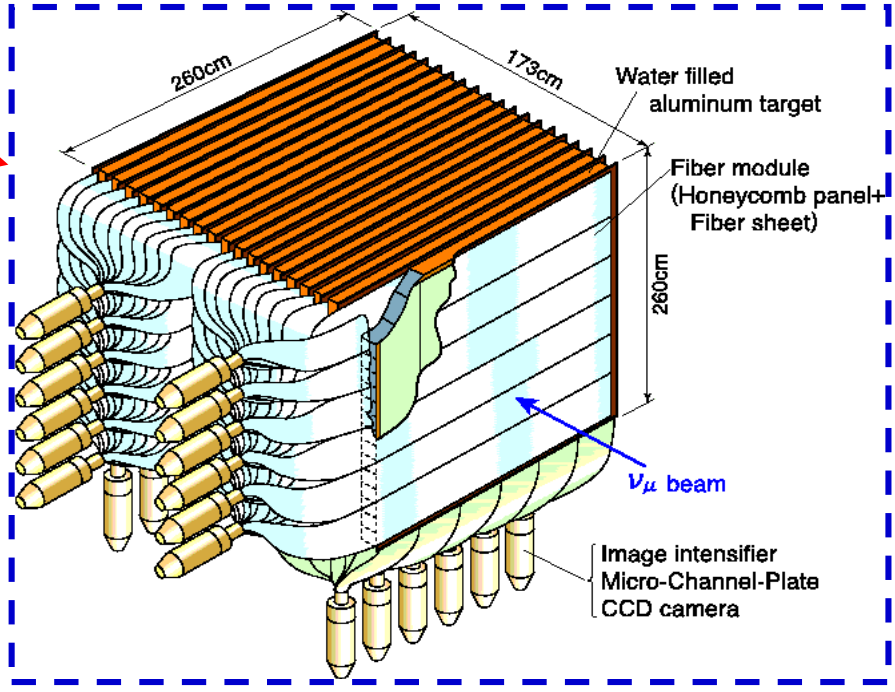
CC Coherent 散乱の抑制
も必要だった)

大角度の散乱をみることも重要!

K2K Scintillating Fiber (SciFi) detector



Neutrino interaction target
Water in Aluminum tanks
(70% H₂O, 22% Al, 8% CH)



- Angle resolution ~ 1 deg.
- μ momentum threshold
 $P_{\mu} > 600$ MeV
 (Require μ to reach MRD.)
- proton momentum threshold
 $P_p > 600$ MeV
 (Require proton to penetrate
 at least three layers in SciFi.)

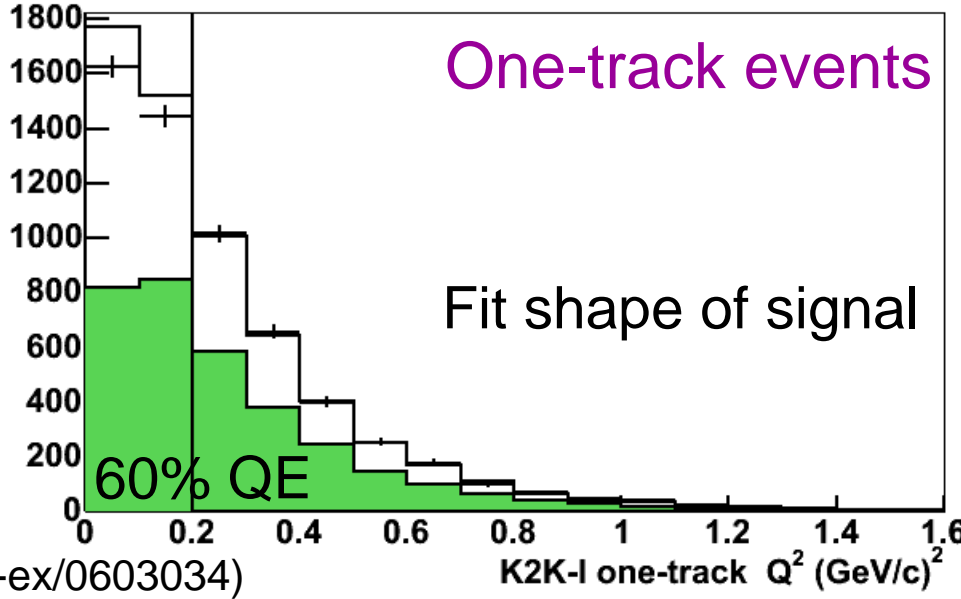
Charged current Quasi-elastic scattering

$M_A = 1.20 \pm 0.12 \text{ GeV}$
 $(\chi^2 = 261/235 \text{ dof})$ shape only

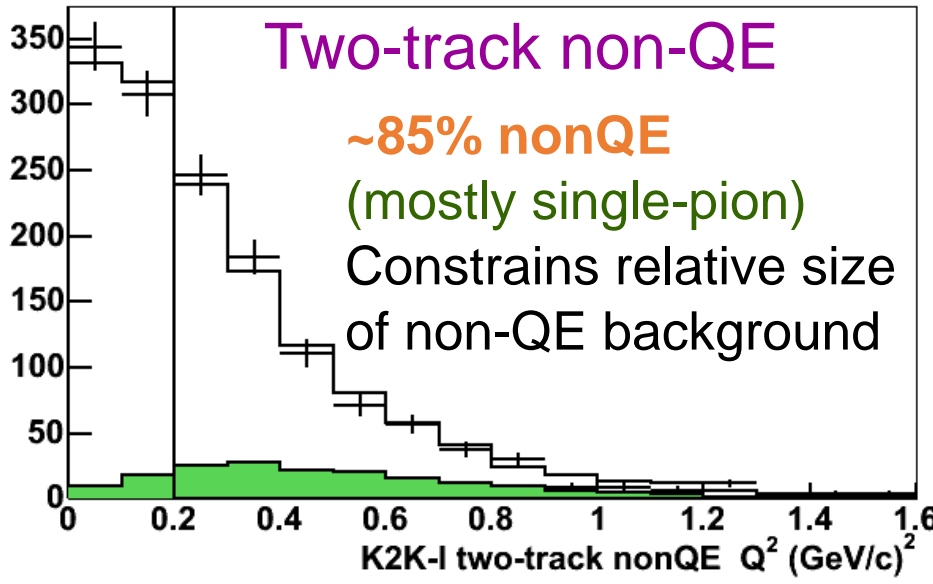
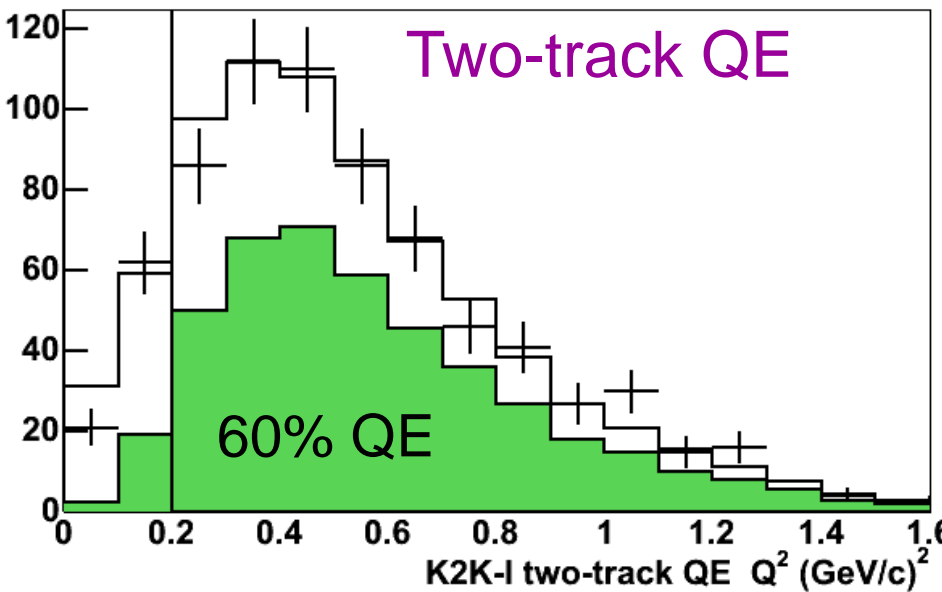
Most significant errors:

- Muon momentum scale 0.07
- Relative flux and normalization 0.06
- M_A 1π 0.03
- relative non-QE fraction 0.03
- Nuclear re-scattering 0.03
- Statistics only 0.03

SciFi M_A fit result

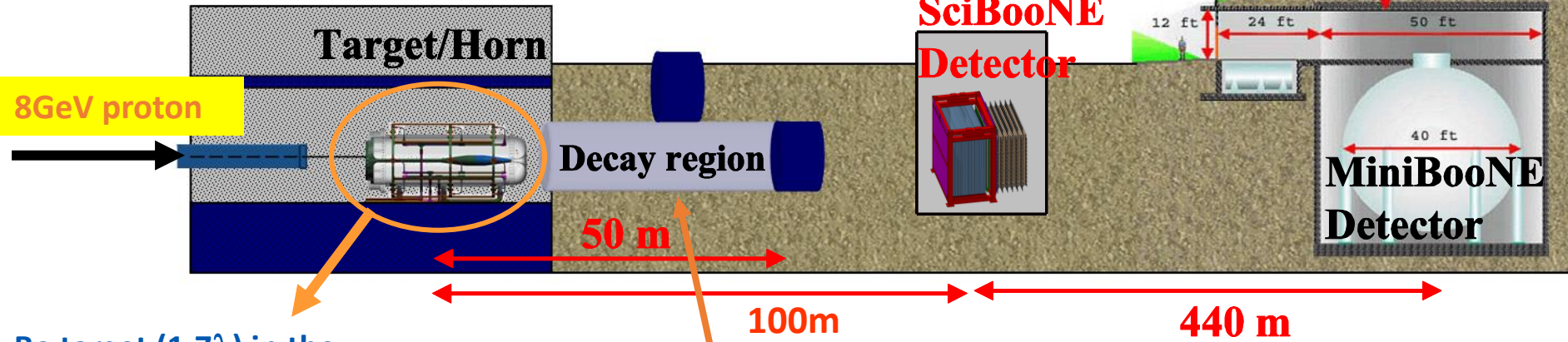


R.Gran, E.Jeon, et al., accepted by PRD (hep-ex/0603034)

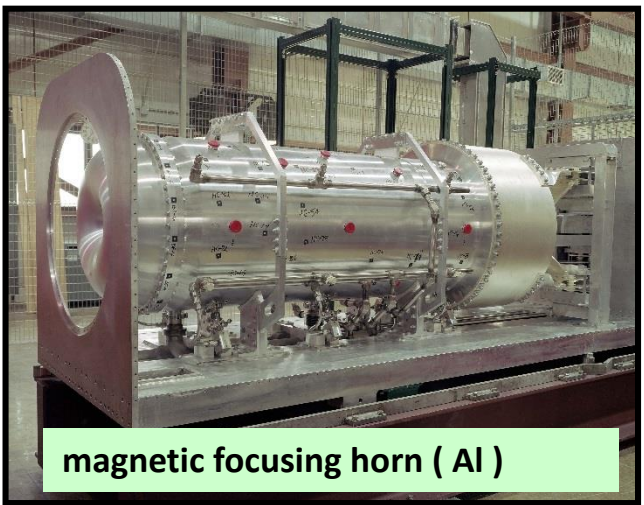


MiniBooNE & SciBooNE experiments

FNAL Booster neutrino beam



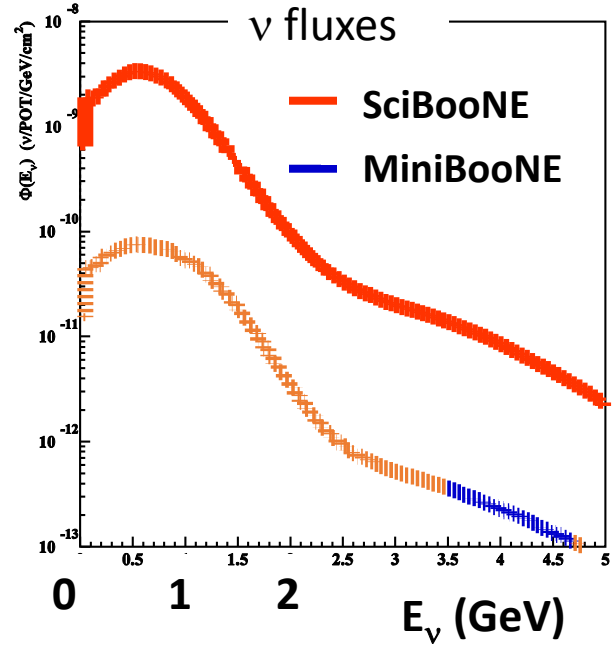
Be target (1.7λ) in the magnetic horn for meson focusing



π^+ / K^+ or π^- / K^- are focused
(depending on the polarity of the horn current)

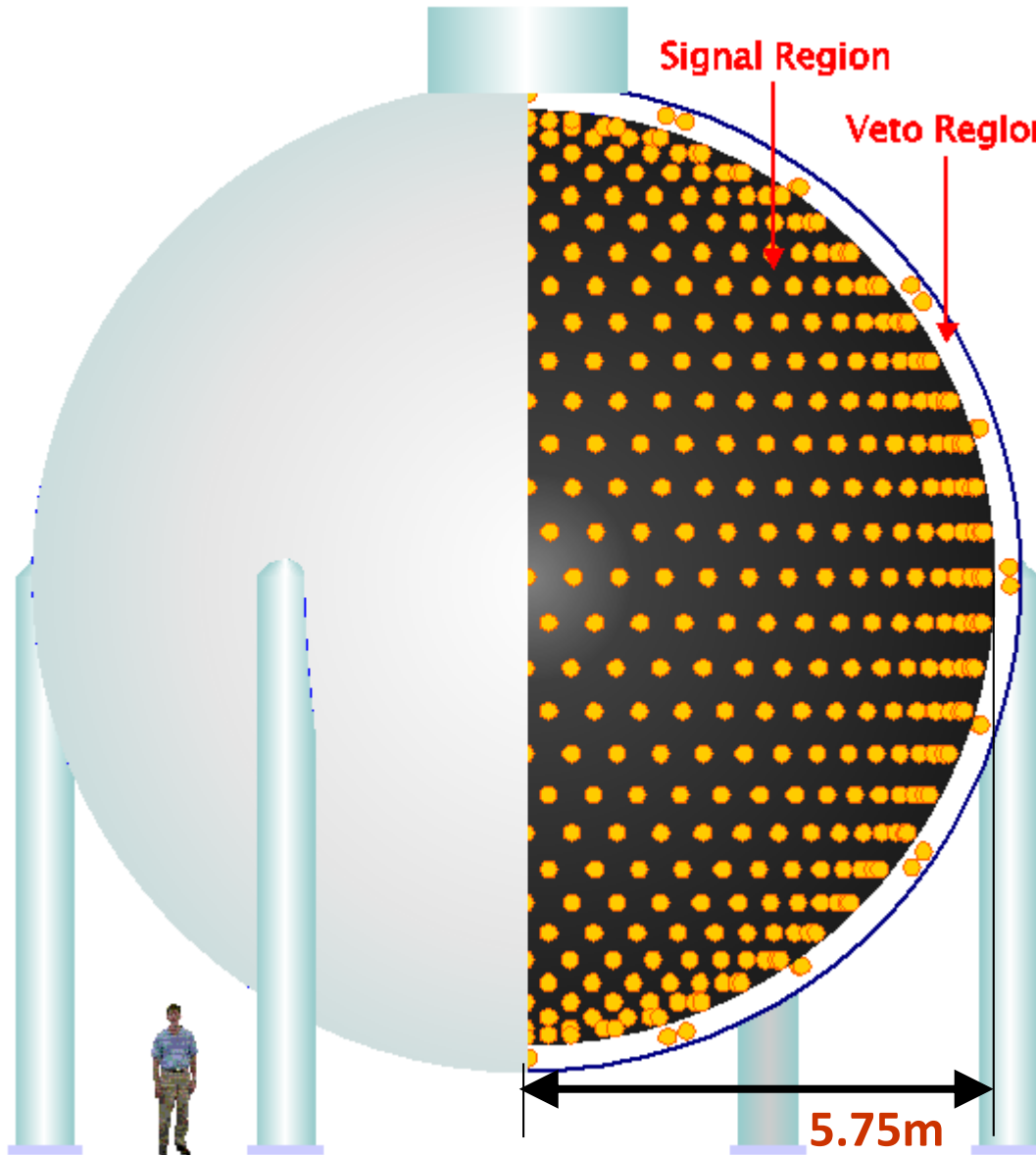
→ ν or $\bar{\nu}$ beam can be produced

π/K decays into ν in the decay region
 ν_μ mode: >99% pure ν_μ
 Mean neutrino energy $\sim 0.7\text{GeV}$
 MiniBooNE ν_μ flux
 99% is below 2.5 GeV

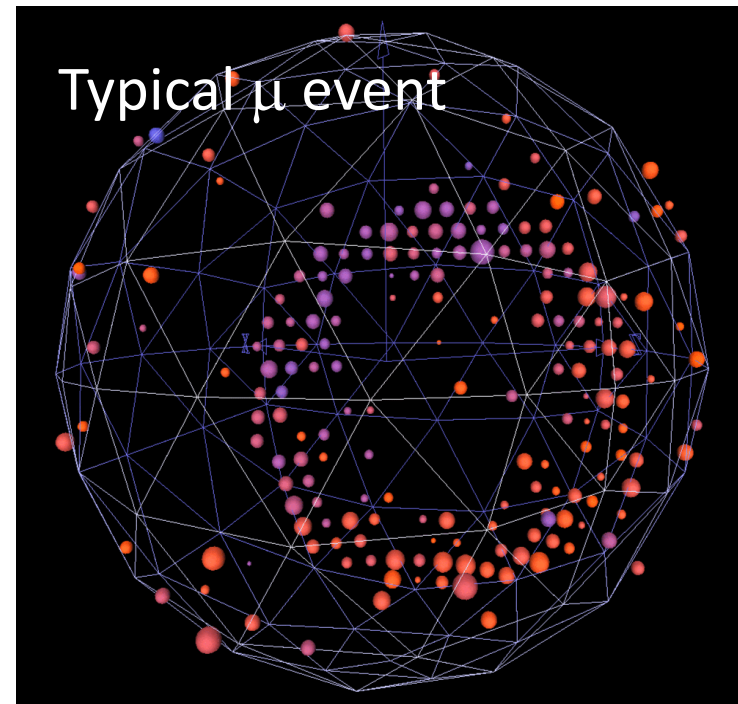


MiniBooNE detector

Experiment started in August 2002.



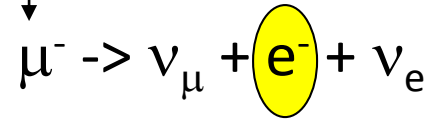
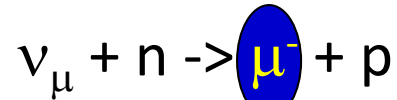
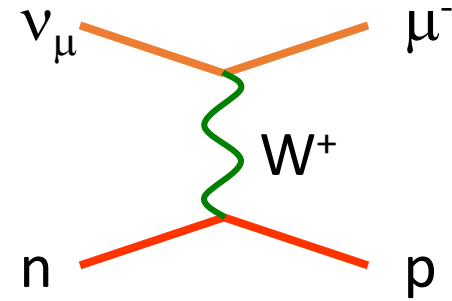
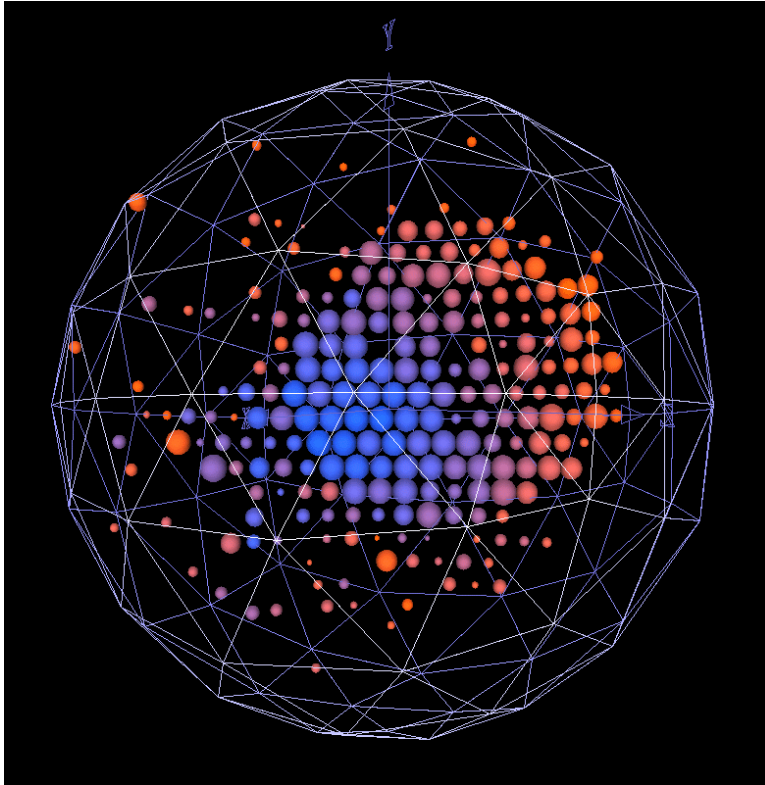
- 800 ton CH_2 detector
- Signal region
1280 8inch PMTs
- Veto region
240 8inch PMTs
- Use Cherenkov light
and scintillation light



Charged current Quasi-elastic scattering

MiniBooNE

Measure energy and direction of μ



Prompt μ^{-} with delayed e^{-}
from the decay of μ^{-} .

(26.5% efficiency, 75.8% purity)

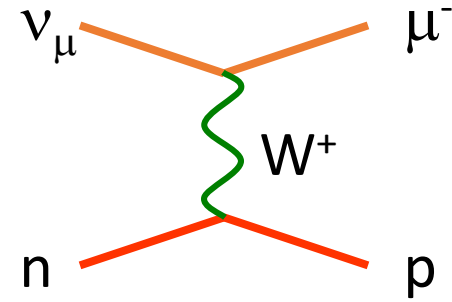
146,070 ν_{μ} QE candidate events
observed in 5.58×10^{20} POT

Charged current Quasi-elastic scattering

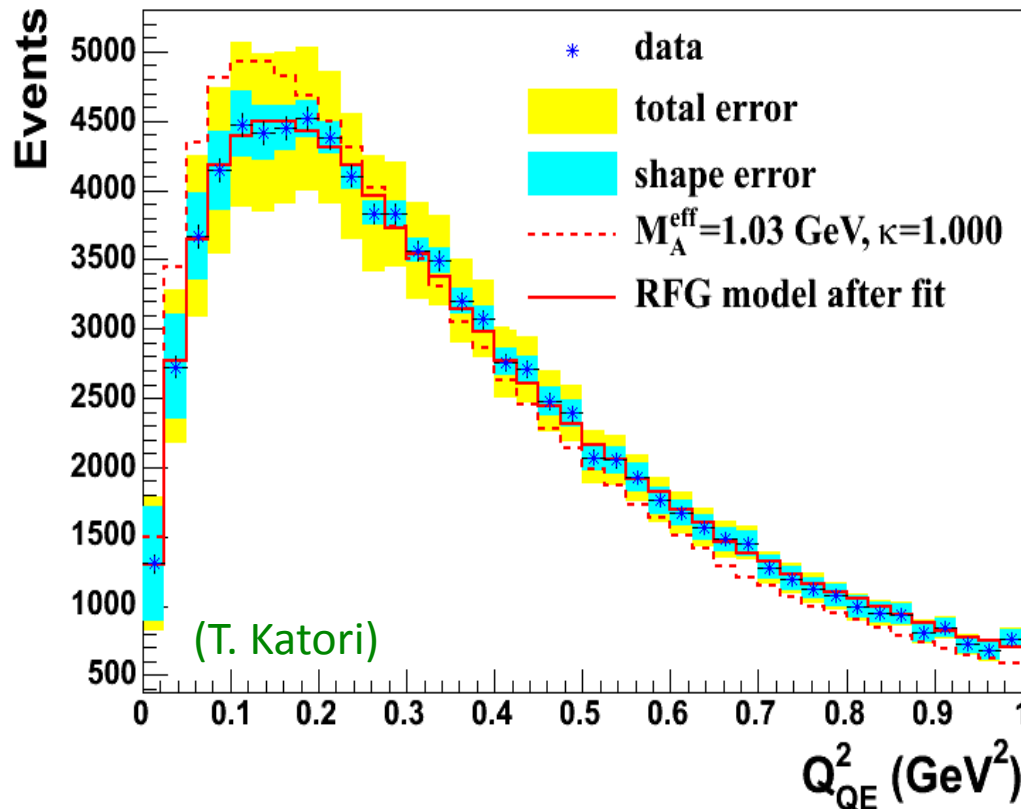
MiniBooNE

Axial vector form factor parameter M_A

$$F_A(Q^2) = \frac{g_A}{(1 + Q^2/M_A^2)^2}$$



Need to be determined from the neutrino scattering data.



$$M_A = 1.35 \pm 0.17 \text{ GeV}$$

- **World avg.**

$$M_A = 1.02 \pm 0.17 \text{ GeV}$$

- **K2K SciFi** (^{16}O , $Q^2 > 0.2$)

Phys. Rev. **D74**, 052002 (2006)

$$M_A = 1.20 \pm 0.12 \text{ GeV}$$

- **K2K SciBar** (^{12}C , $Q^2 > 0.2$)

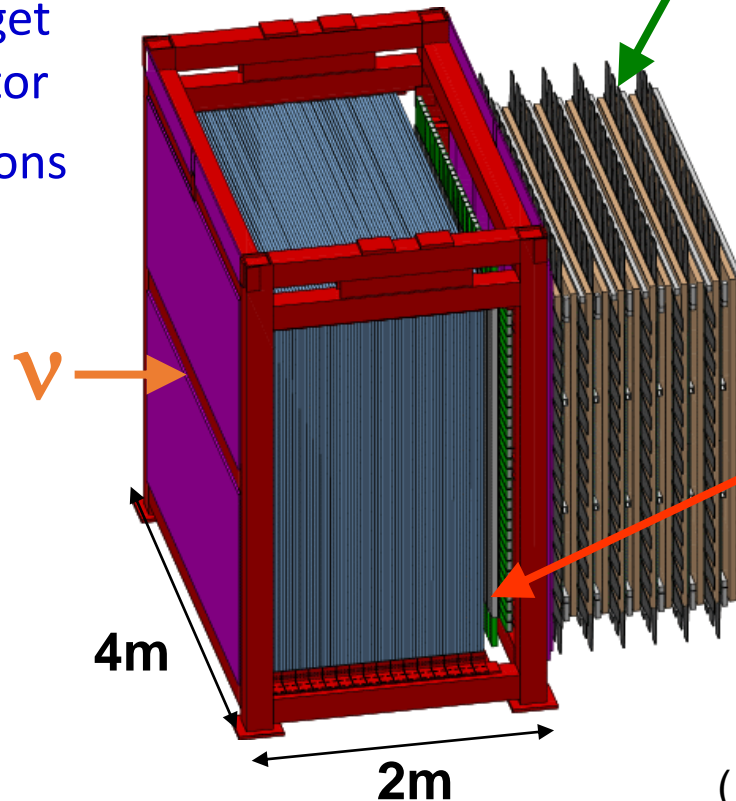
$$M_A = 1.14 \pm 0.11 \text{ GeV}$$

SciBooNE detectors

(Data taking: June 2007 to August 2008.)

SciBar (Used in K2K experiment)

- Full active tracking detector
15 tons of scintillator (14336 bars)
also acts as the interaction target.
Cell size : **2.5 x 1.3 x 300cm³**
WLS fiber readout, 64ch MA-PMT
- ν Interaction target
& tracking detector
- Identify interactions
- PID (p/π ID)
using dE/dx



Muon Range Detector (MRD)

- 12 2"-thick steel layers + scintillator planes (alternate x & y)
 - Measure μ momentum using range (up to ~ 1.2 GeV/c)
- (Components are recycled from past experiment)

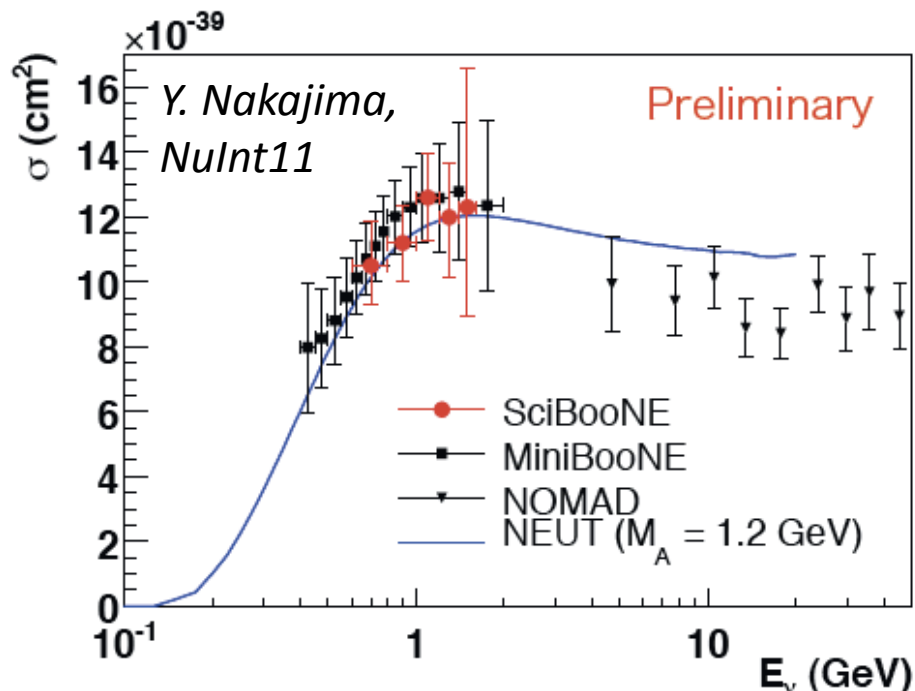
Electron Catcher (EC)

- Spaghetti calorimeter
- 2 planes ($11 X_0$)
4 x 4 cm² cell x 128
- Identify π^0 and ν_e

(Used in CHORUS, HARP and K2K)

Charged Current Quasi elastic scattering

実験結果及び散乱断面積の計算結果



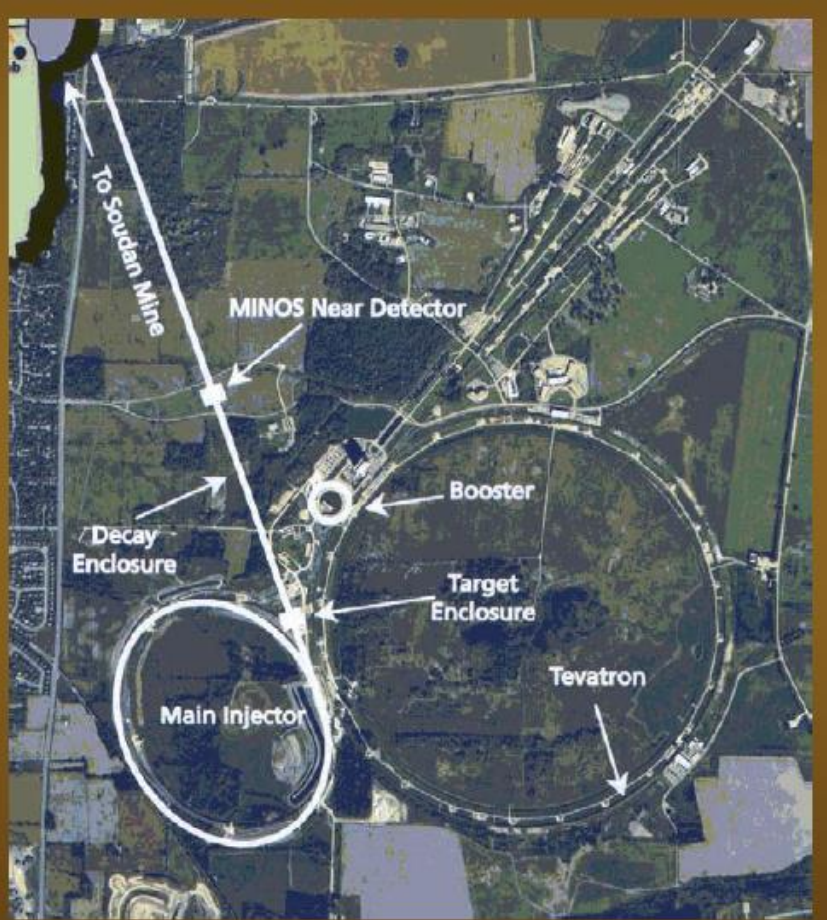
MiniBooNE / SciBooNE 実験と
NOMAD 実験の結果に
違いがある

MiniBooNE 実験は
 $M_A = 1.0 \text{ GeV}/c^2$ の予言より
散乱断面積もかなり大きい

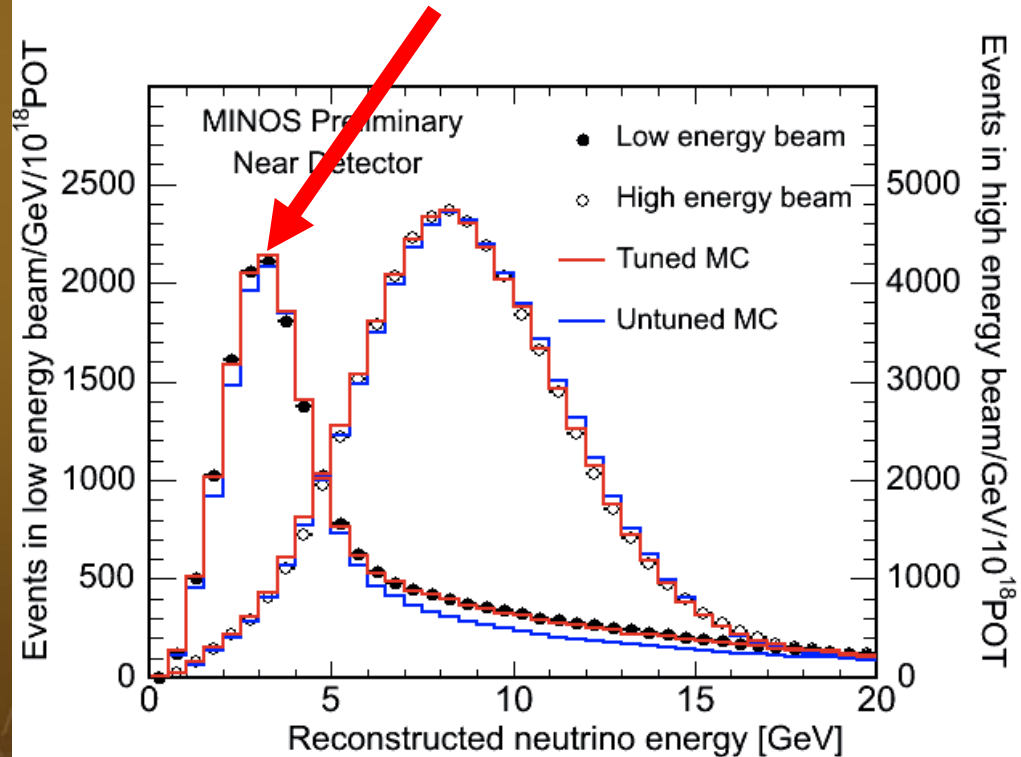
- 原子核効果 \sim 散乱断面積を小さくする方向に働く(はず)
- 微分散乱断面積は?

MINOS experiment

Fermi Lab. から Soudan にある検出器にニュートリノを打ち込む
基線長 735 km の長基線ニュートリノ振動実験



陽子ビームのエネルギー 120 GeV
平均ニュートリノエネルギー
3.5 GeV



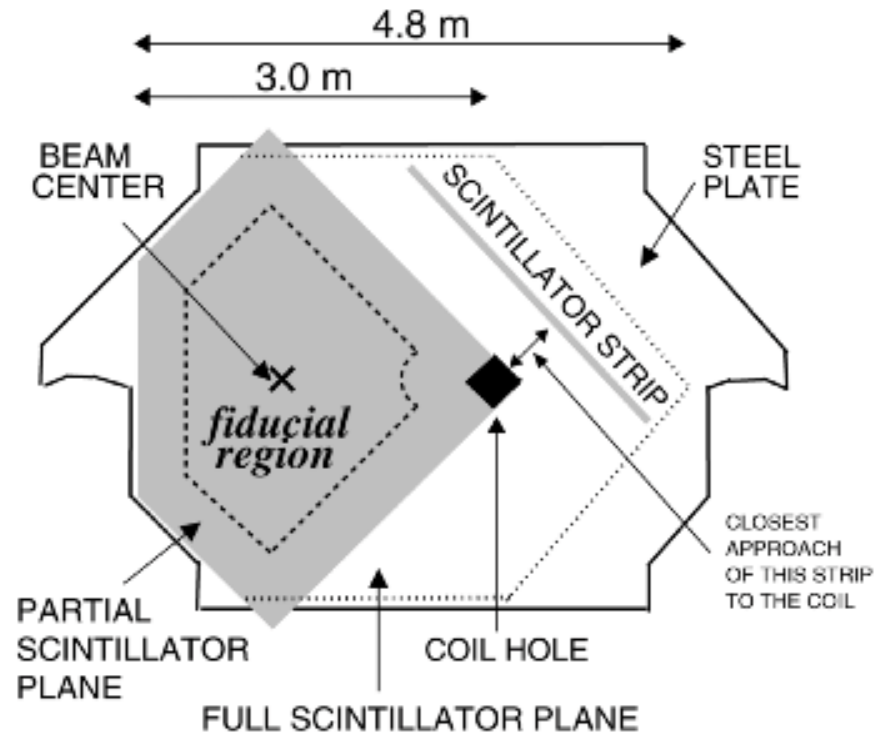
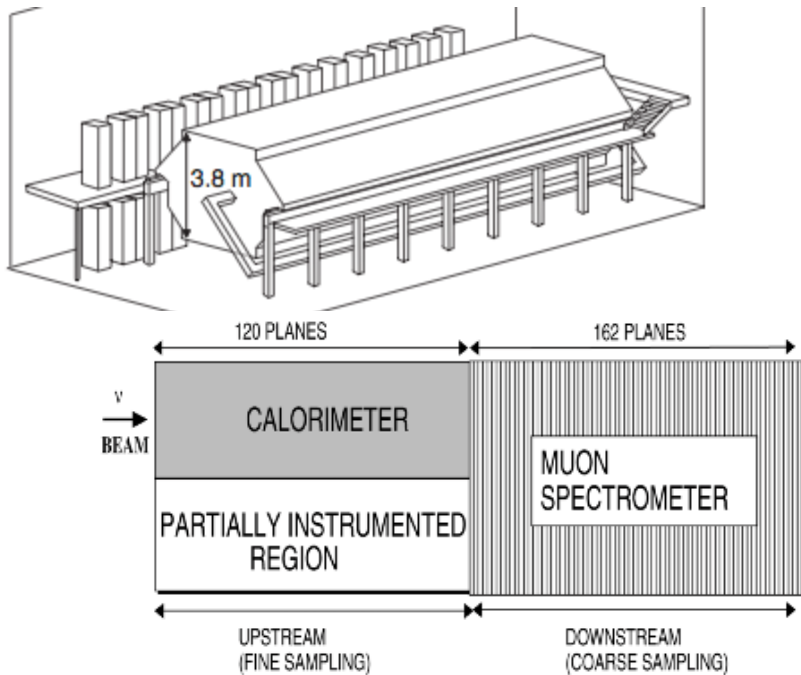
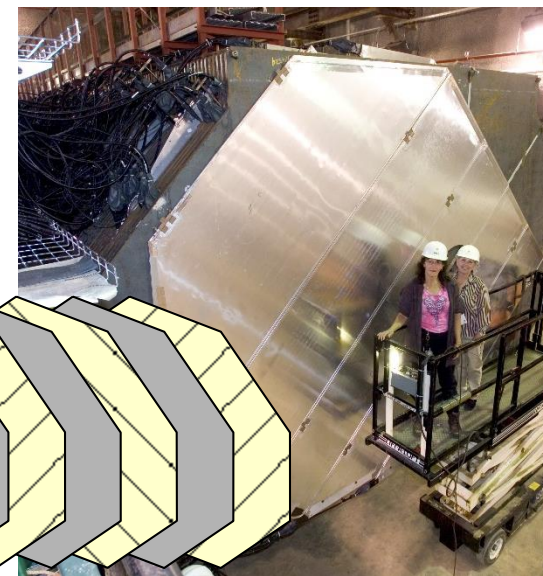
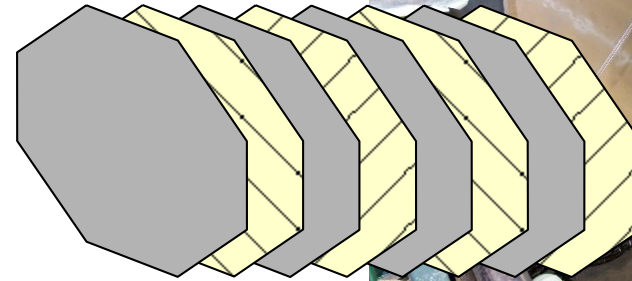
MINOS Near detector

- ◆ 980 tons Tracking sampling calorimeters

- ◆ 鉄とシンチレータのサンドイッチ
鉄の厚さは 2.54 cm
シンチレータの幅は 4.1cm

- ◆ 磁場がかかっている
 μ のエネルギーは飛距離
と曲率で測定

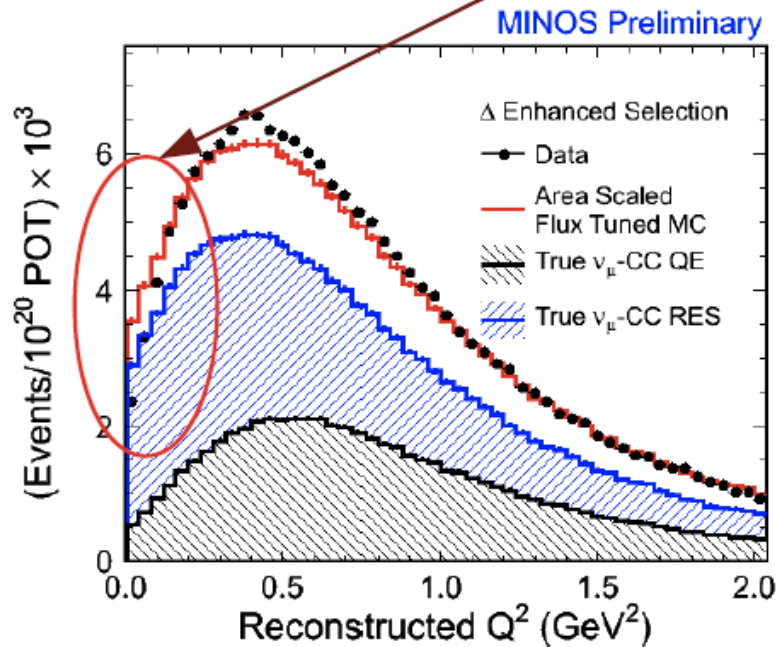
電荷もわかる



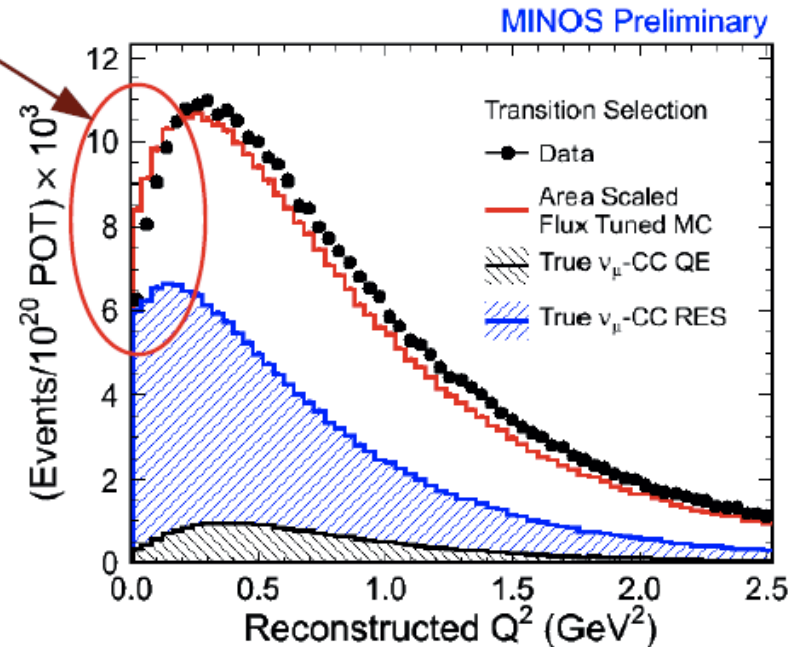
MINOS 実験

CCQE 解析 ~ バックグラウンドの ds/dq^2 分布
= Small q^2 であってない ~ 補正する

Two RES dominated subsamples have very different QE and DIS background mixes. MC prediction is high in lowest Q^2 bins for both.



RES Enhanced Selection:
 $W_{\text{reco}} < 1.3 \text{ GeV}$
 $E_{\text{had}} > 250 \text{ MeV}$



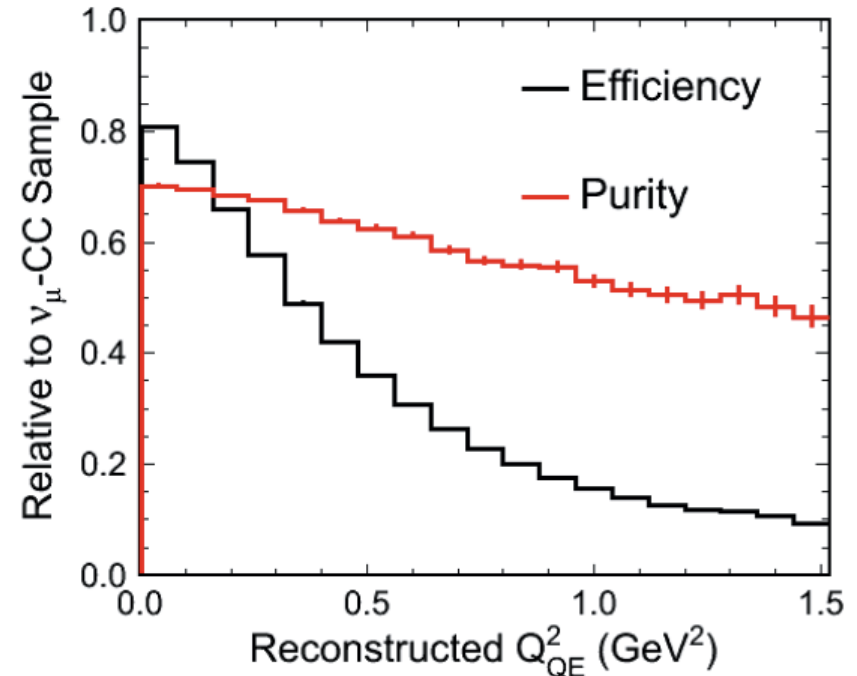
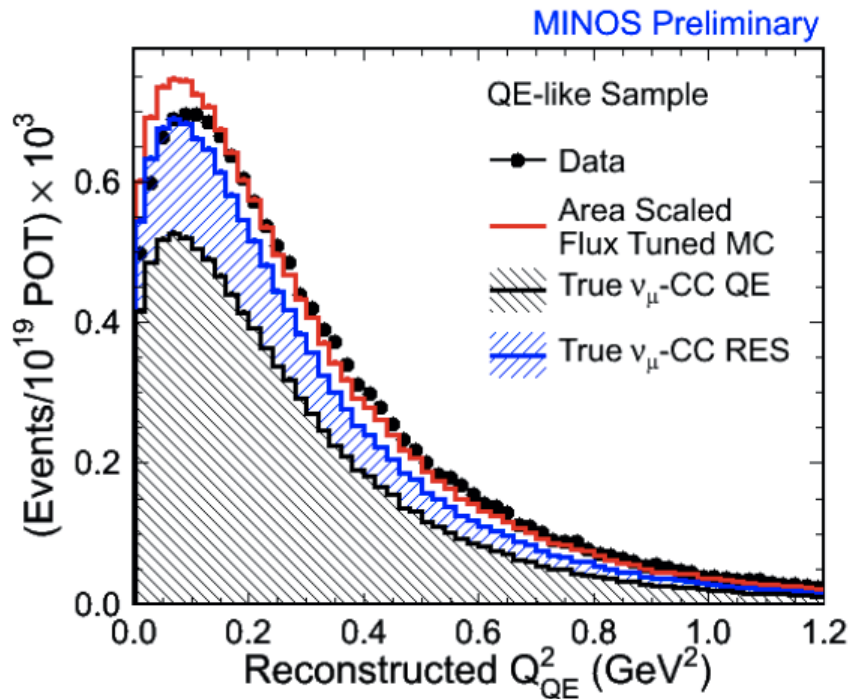
RES to DIS Transition Selection:
 $1.3 < W_{\text{reco}} < 2.0 \text{ GeV}$

MINOS 実験

CCQE 解析 バックグラウンドを引く

～ やはり、small q^2 はデータが少ない。

- **Low E_{had}** : Select from ν_{μ} -CC sample events with Reconstructed $E_{had} < 225$ MeV.
- Select events with muon tracks that stop in ND.
- Includes the RES re-weighting function.
- **Selects QE Interactions with 44% Efficiency and 63% Purity**



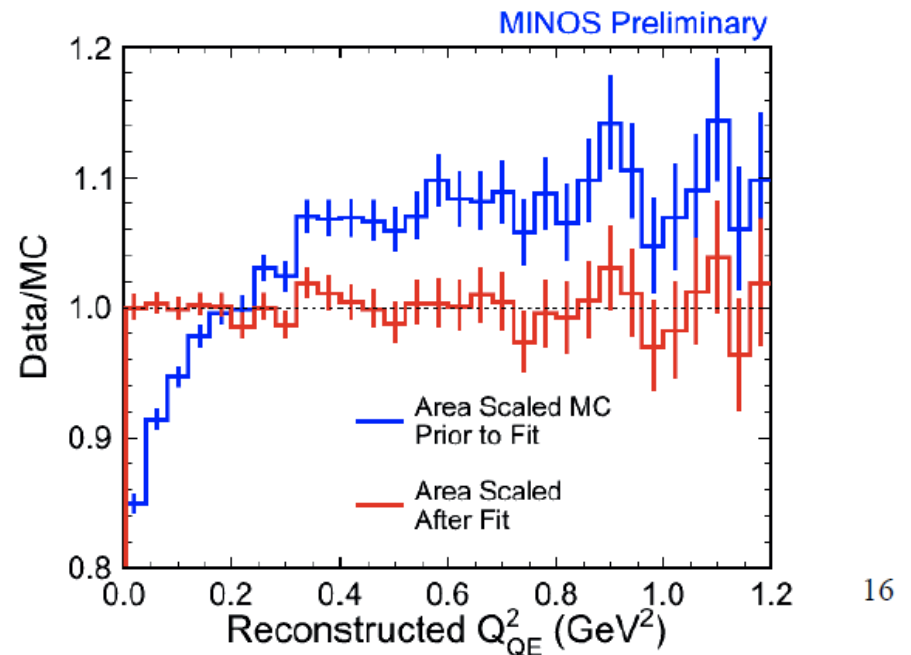
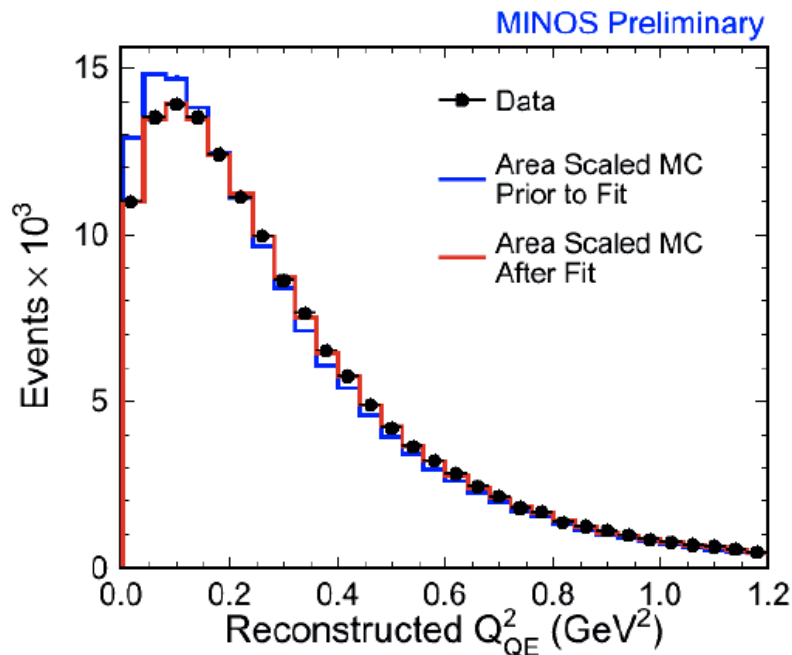
MINOS 実験

CCQE 解析 M_A を大きくするとあう

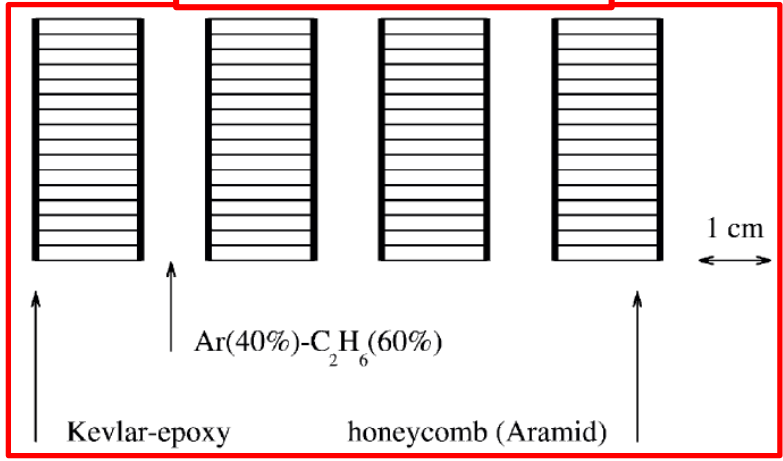
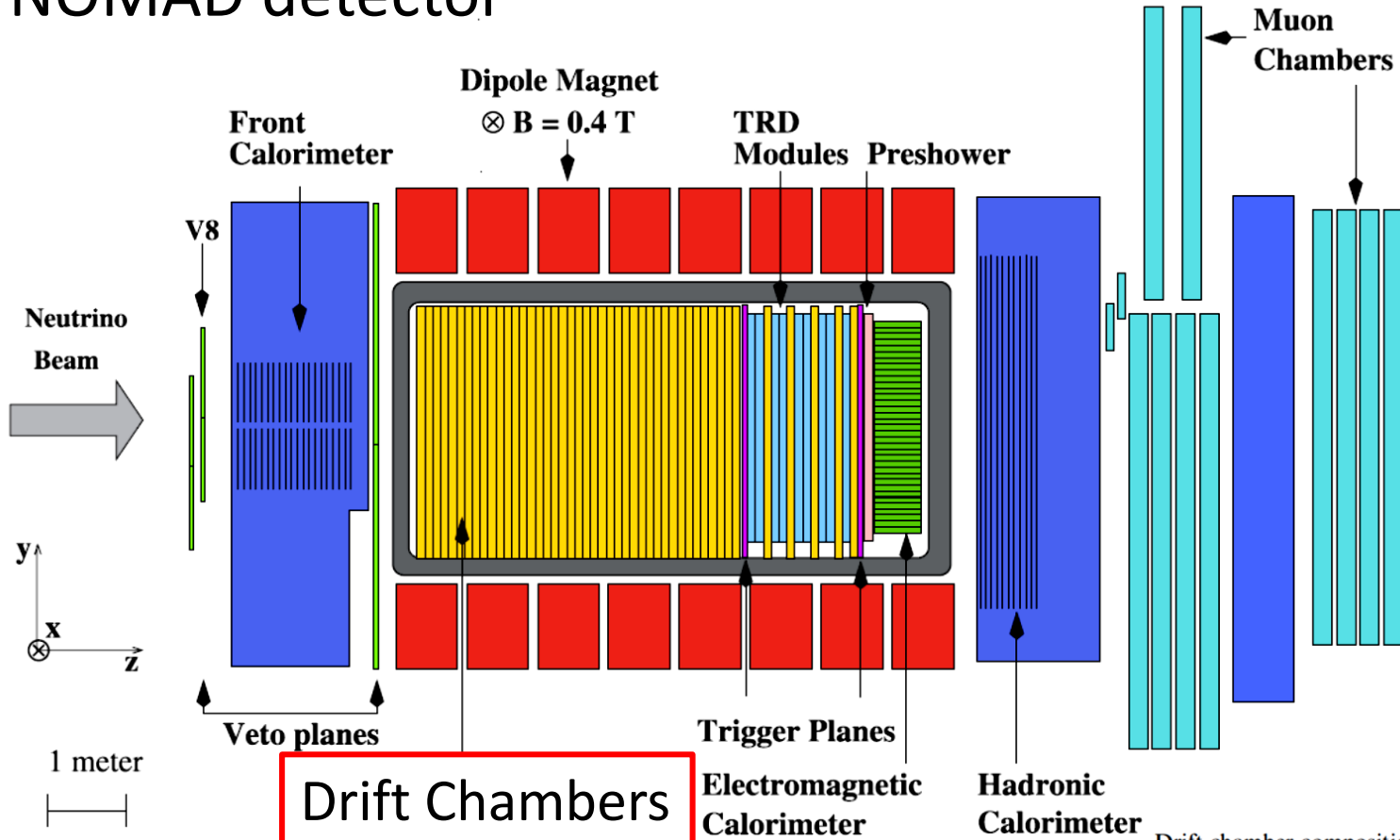
CCQE 検出効率 44%
純度 63%

$$M_A = 1.21^{+0.18}_{-0.10} \text{ GeV}/c^2$$

	M_A^{QE} (GeV)	E_μ Scale	M_A^{RES} (GeV)	$k_{\text{Fermi}}^{\text{QE}}$
Principal: $0 < Q^2 < 1.2$	$1.21^{+0.18}_{-0.10}$	$0.996^{+0.007}_{-0.015}$	$1.10^{+0.15}_{-0.16}$	$1.10^{+0.02}_{-0.03}$



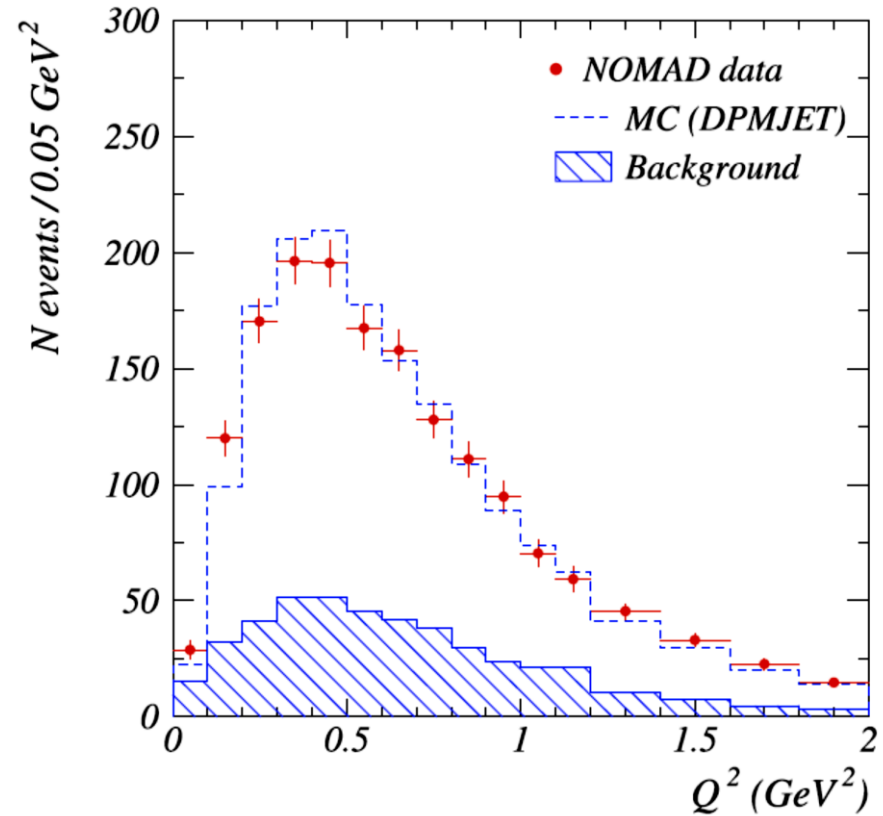
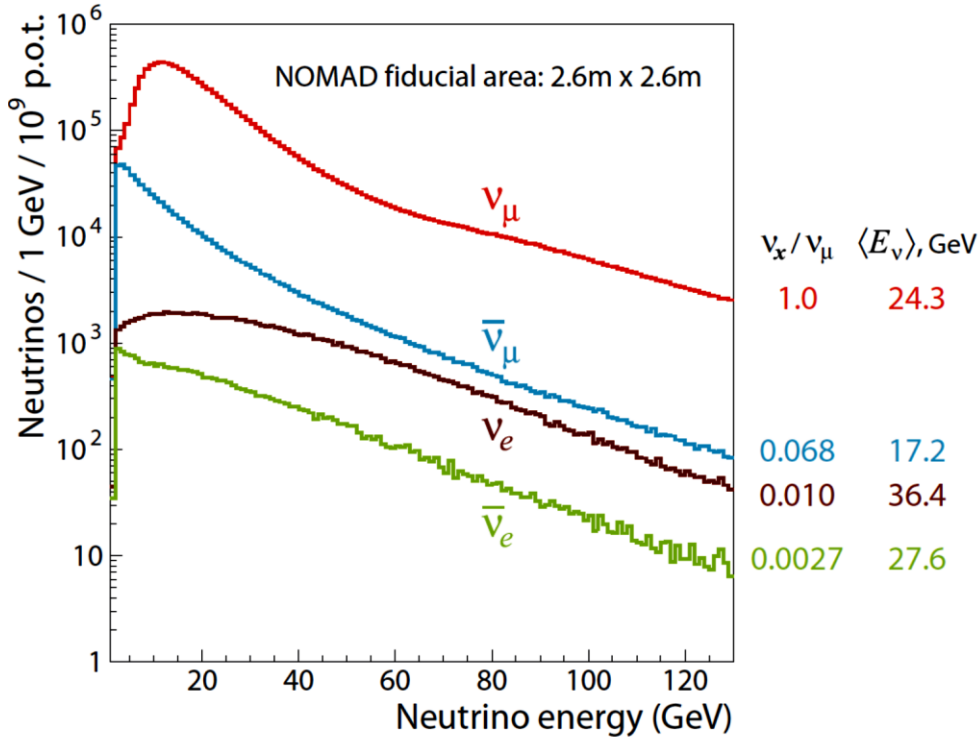
NOMAD detector



Drift chamber composition by weight (in %)

Atom	prop./weight (%)	Protons (%)	Neutrons (%)
C	64.30	32.12	32.18
H	5.14	5.09	0.05
O	22.13	11.07	11.07
N	5.92	2.96	2.96
Cl	0.30	0.14	0.16
Al	1.71	0.82	0.89
Si	0.27	0.13	0.14
Ar	0.19	0.09	0.10
Cu	0.03	0.01	0.02
Total	99.99	52.43	47.56

NOMAD experiment



$$\sigma_{\text{QE}}^\nu = [0.92 \pm 0.02(\text{stat.}) \pm 0.06(\text{syst.})] \times 10^{-38} \text{cm}^2$$

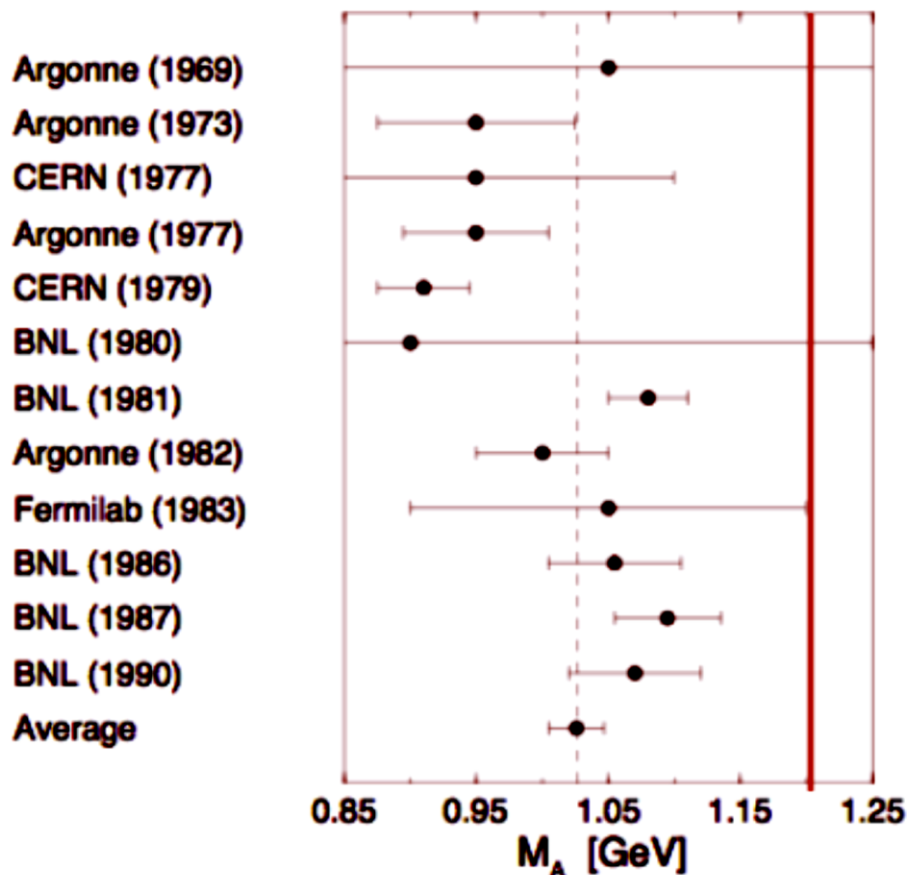
$$\sigma_{\text{QE}}^{\bar{\nu}} = [0.81 \pm 0.05(\text{stat.}) \pm 0.08(\text{syst.})] \times 10^{-38} \text{cm}^2$$

$$M_A(\nu) = [1.06 \pm 0.02(\text{stat.}) \pm 0.06(\text{syst.})] \text{GeV}$$

$$M_A(\bar{\nu}) = [1.06 \pm 0.07(\text{stat.}) \pm 0.10(\text{syst.})] \text{GeV}$$

Charged current quasi-elastic scattering

全散乱断面積、微分散乱断面積を用いた M_A の測定



Experiment	Target	Cut in Q^2 [GeV ²]	M_A [GeV]
K2K ⁴	oxygen	$Q^2 > 0.2$	1.2 ± 0.12
K2K ⁵	carbon	$Q^2 > 0.2$	1.14 ± 0.11
MINOS ⁶	iron	no cut	1.19 ± 0.17
MINOS ⁶	iron	$Q^2 > 0.2$	1.26 ± 0.17
MiniBooNE ⁷	carbon	no cut	1.35 ± 0.17
MiniBooNE ⁷	carbon	$Q^2 > 0.25$	1.27 ± 0.14
NOMAD ⁸	carbon	no cut	1.07 ± 0.07

1970～80年代の実験(主に泡箱を用いていた)では、 $M_A \sim 1.0 \text{ GeV}/c^2$

1990～2000年代に入ってからの実験では、

低エネルギーのニュートリノ実験では M_A が大きく出ている。

高エネルギーの実験(NOMAD)では M_A は $1.1 \text{ GeV}/c^2$ 程度

MINERvA 実験

MINOS検出器の前に

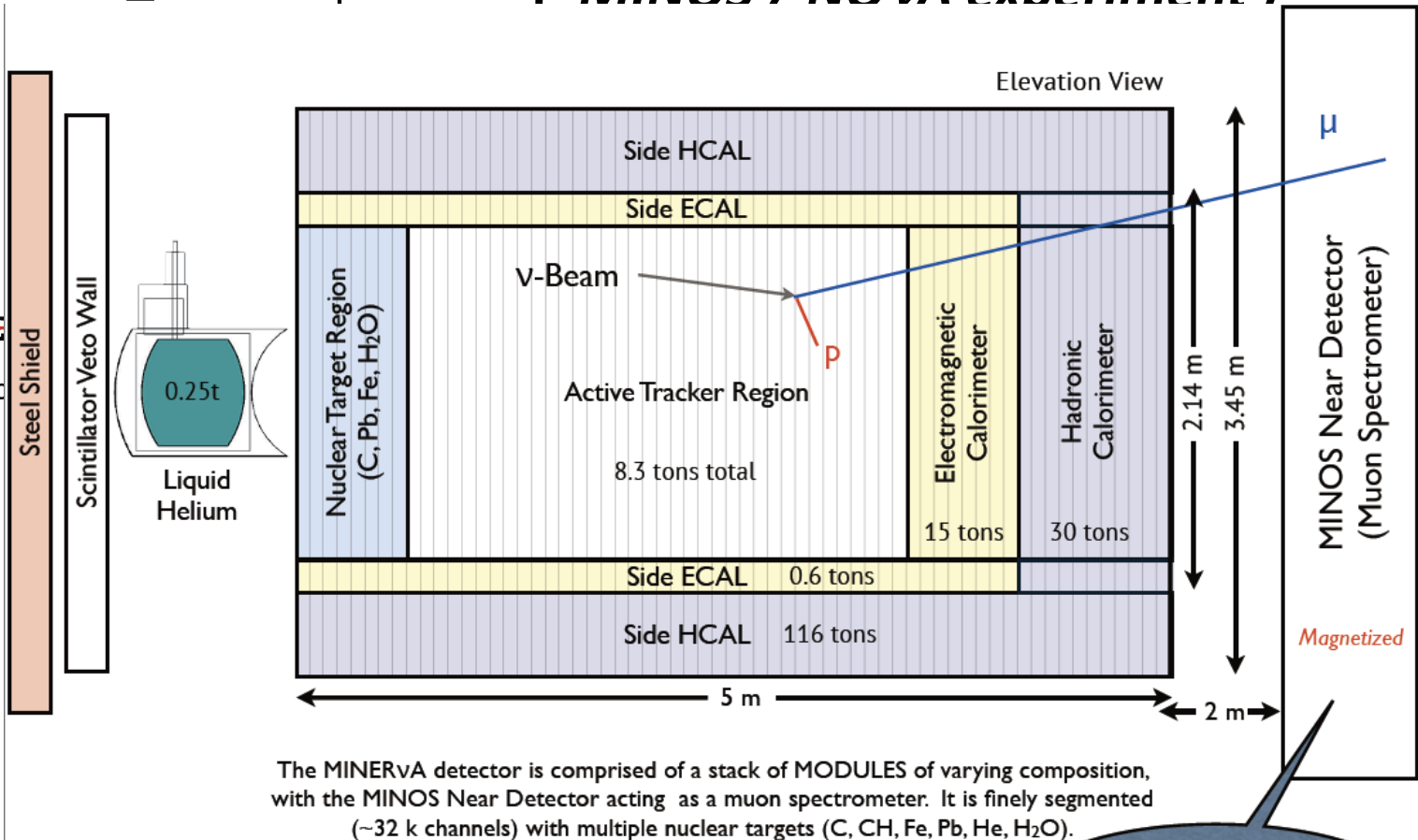
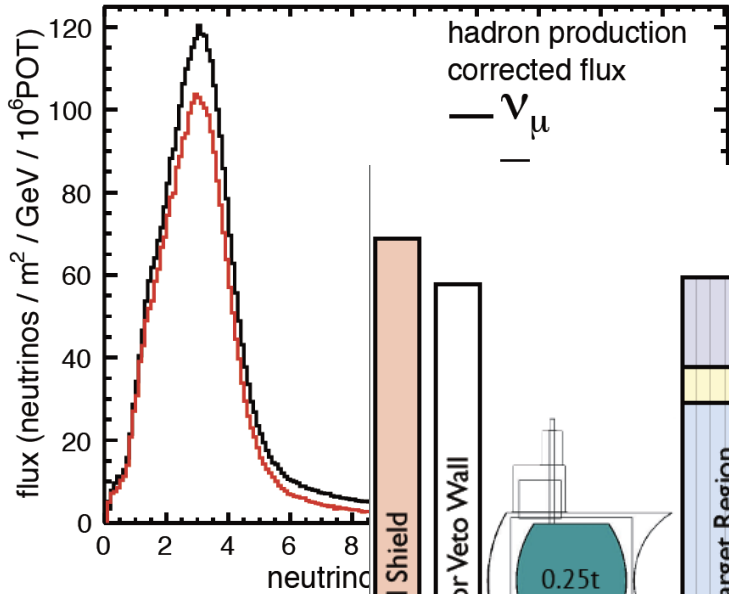
新たなニュートリノ反応研究用検出器を設置

NuMI Low Energy Beam, FTFP

$\bar{E}_\nu \sim 3.5 \text{ GeV}$ (Low energy config.)

NuMI beamline

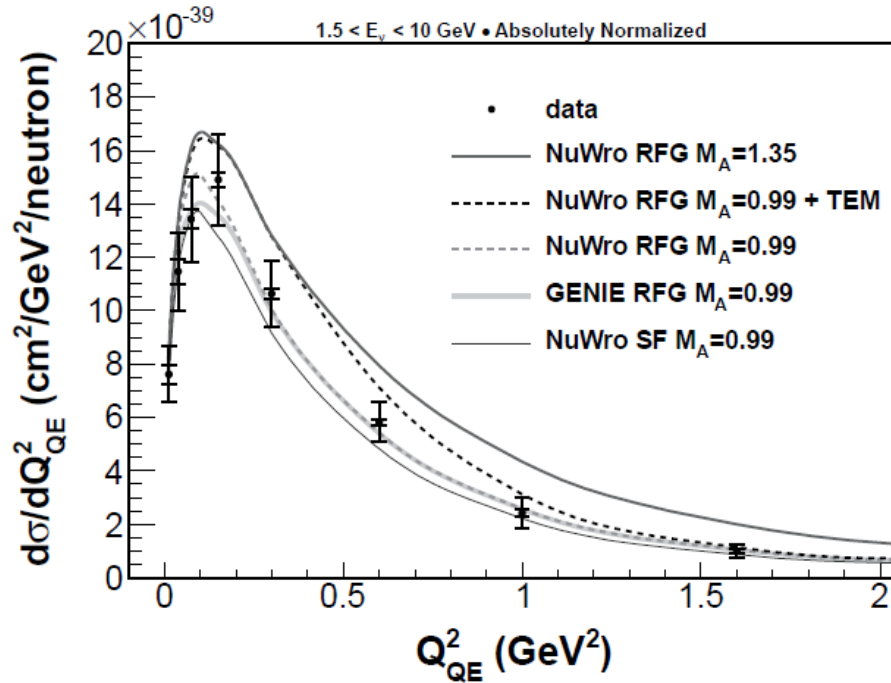
(MINOS / NOvA experiment)



The MINERvA detector is comprised of a stack of MODULES of varying composition, with the MINOS Near Detector acting as a muon spectrometer. It is finely segmented (~32 k channels) with multiple nuclear targets (C, CH, Fe, Pb, He, H₂O).

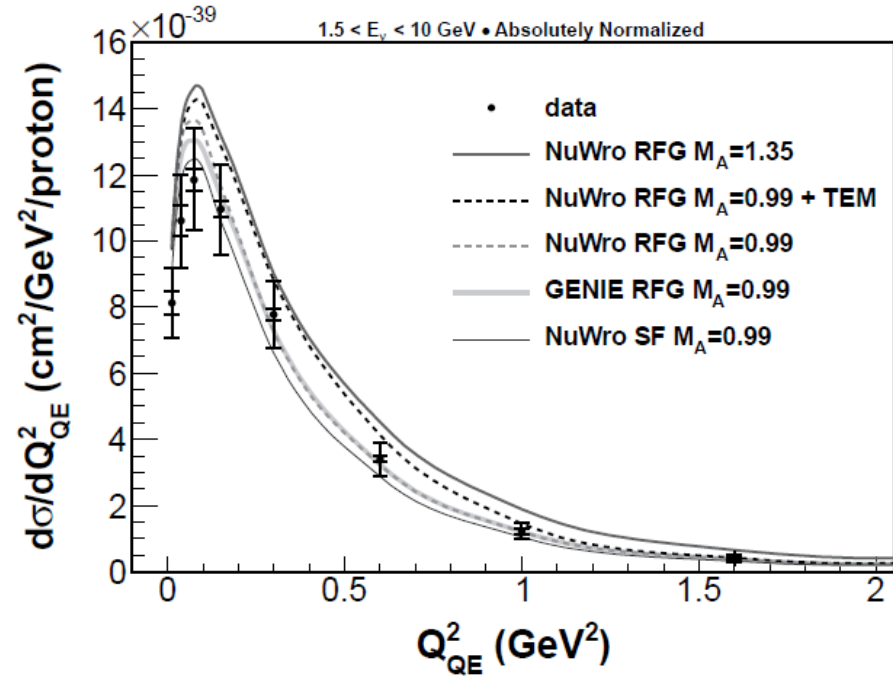
MINERvA 実験

Neutrino beam



NuWro Model	RFG	RFG +TEM	RFG	SF
M_A (GeV/ c^2)	0.99	0.99	1.35	0.99
Rate χ^2 /d.o.f.	3.5	2.4	3.7	2.8
Shape χ^2 /d.o.f.	4.1	1.7	2.1	3.8

Anti Neutrino beam



NuWro Model	RFG	RFG +TEM	RFG	SF
M_A (GeV)	0.99	0.99	1.35	0.99
Rate χ^2 /d.o.f.	2.64	1.06	2.90	2.14
Shape χ^2 /d.o.f.	2.90	0.66	1.73	2.99

Simple relativistic Fermi Gas model $M_A = 0.99$

+ TEM model (A. Bodek et al.) gives the best agreement.

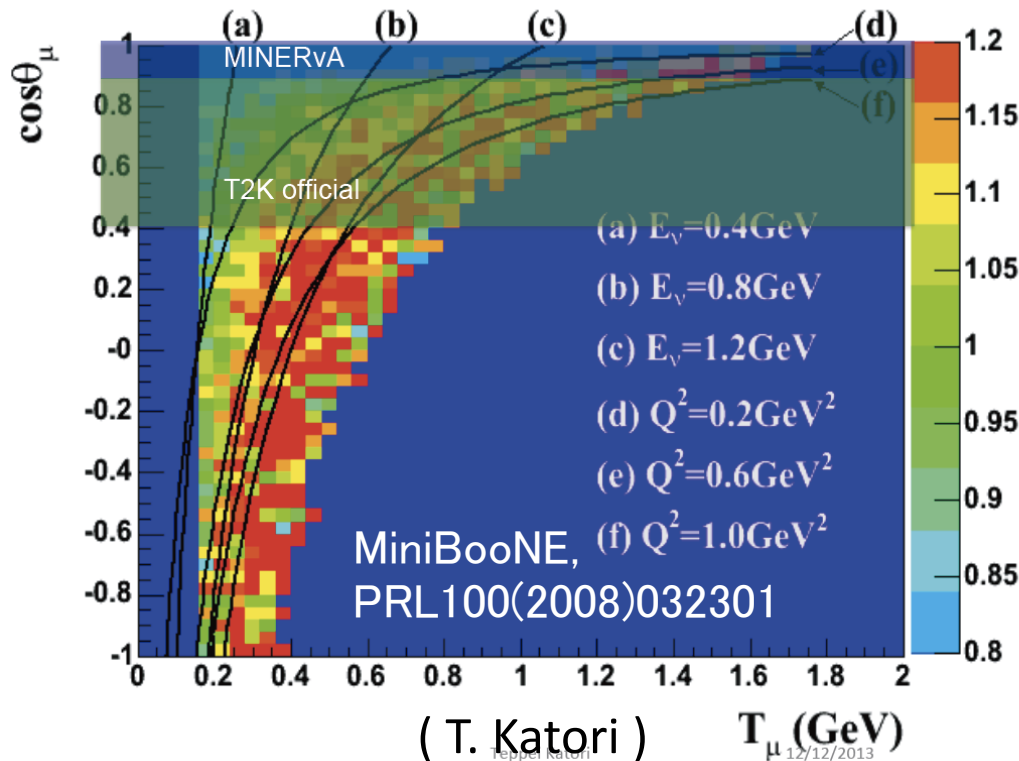
MINERvA 実験とMINOSなど他実験の比較

問題点

μ の検出に、MINOS 検出器を併用しているため、
前方に μ がとんだ事象のみが使われている ($\theta_\mu < 20$ degree)
しかし、そもそも前方の事象が少ない (K2K, MiniBooNE etc.)
前方だけ使って 散乱断面積を求めると、
偏った結果になる可能性がある。

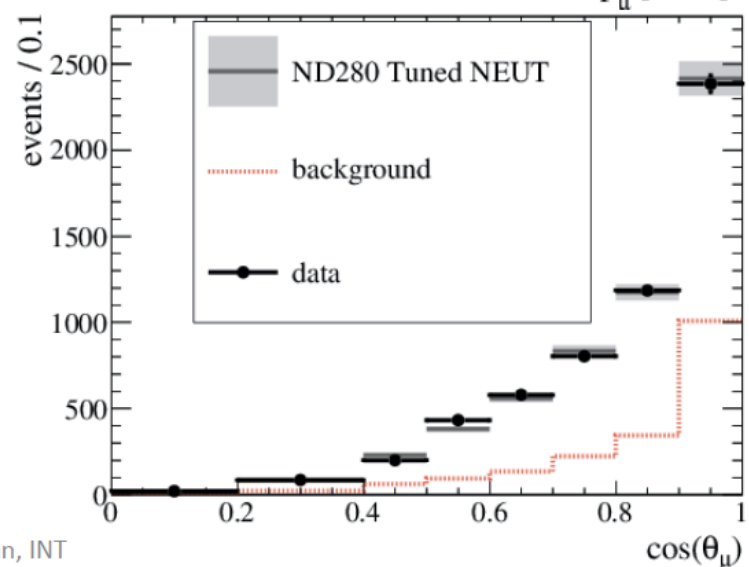
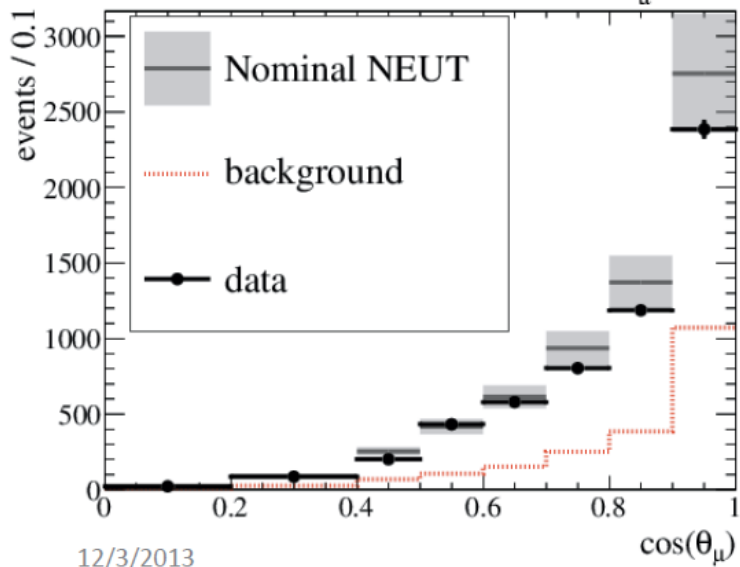
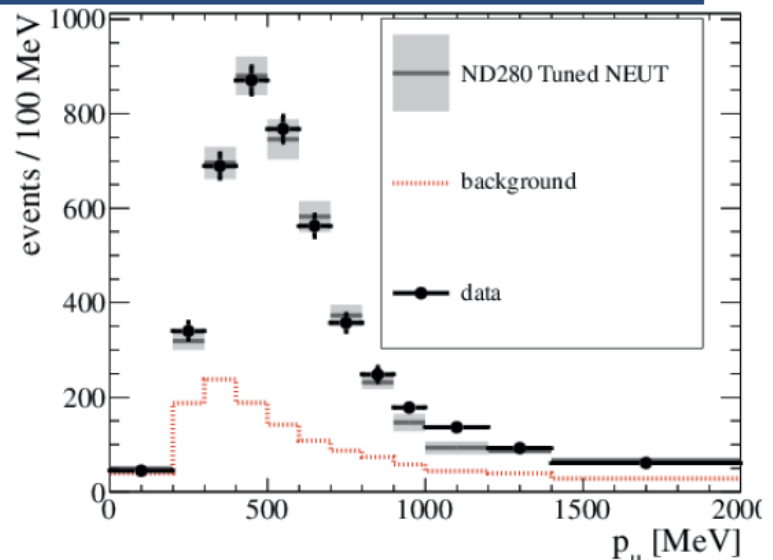
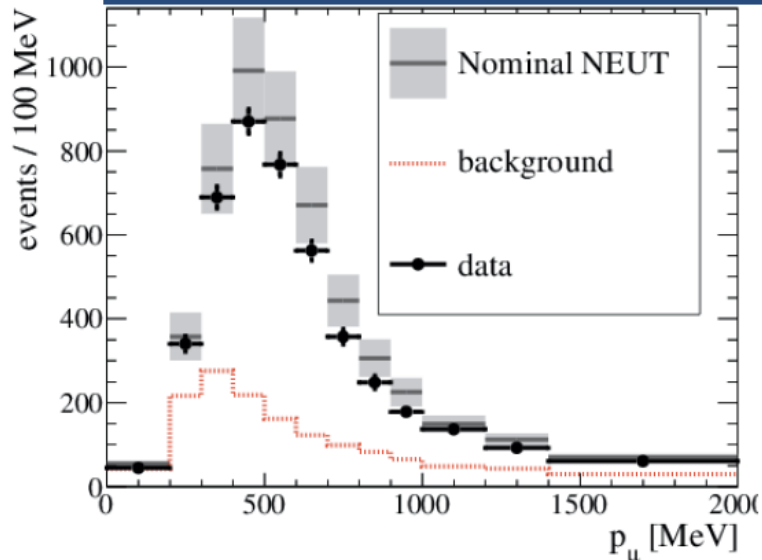
少なくとも全散乱断面積は
小さく出るはず。

前方だけ使った場合、
MiniBooNEの結果は?

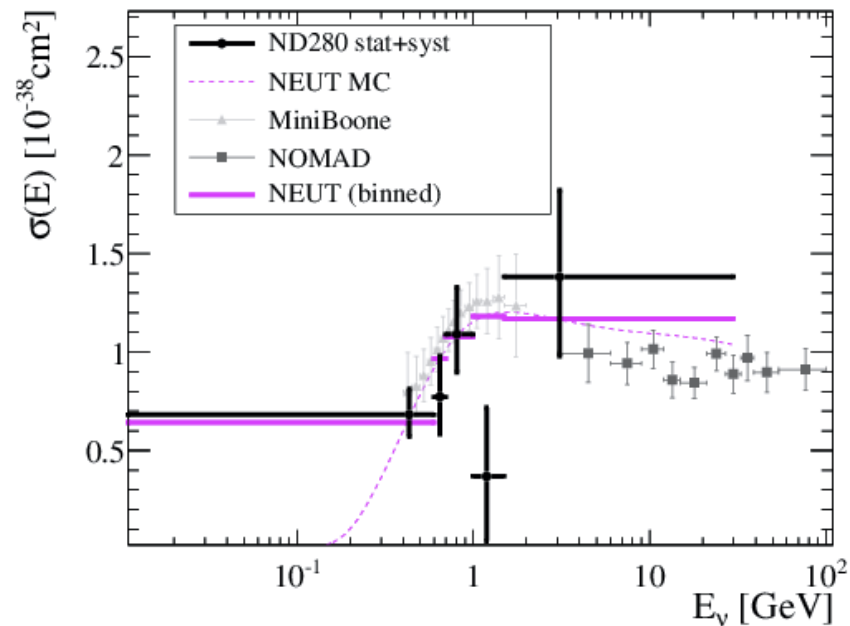
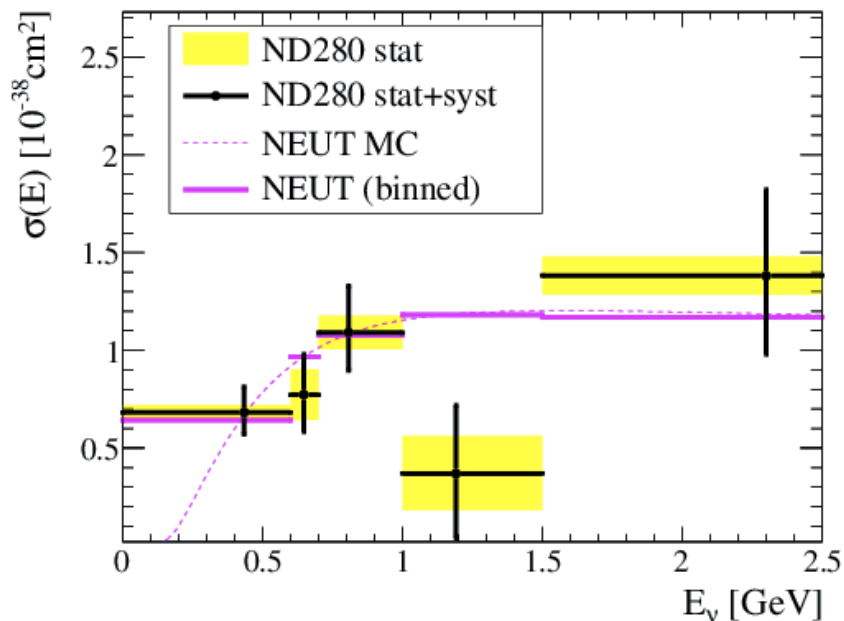


T2K CCQE cross-section measurement

T2K CCQE enhanced sample: $p_\mu / \cos(\theta_\mu)$



T2K CCQE cross-section measurement



NEUT : $M_A \sim 1.2 \text{ GeV}/c^2$

NOMAD 実験の結果よりも、やはり大きい散乱断面積。

CC quasi-elastic / NC elastic scattering

~ 原子核中の核子の場合 ~

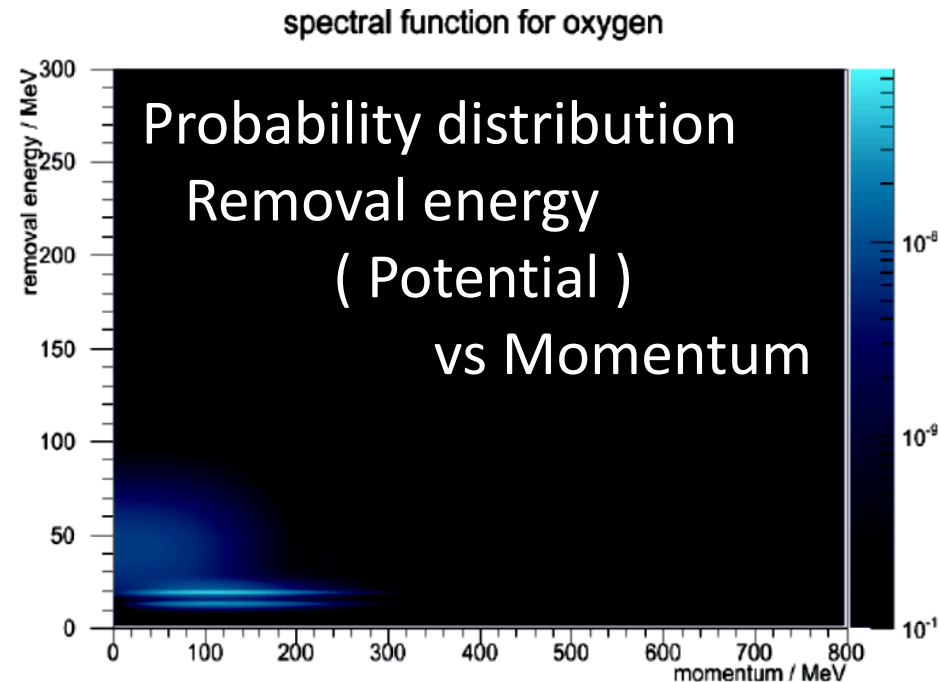
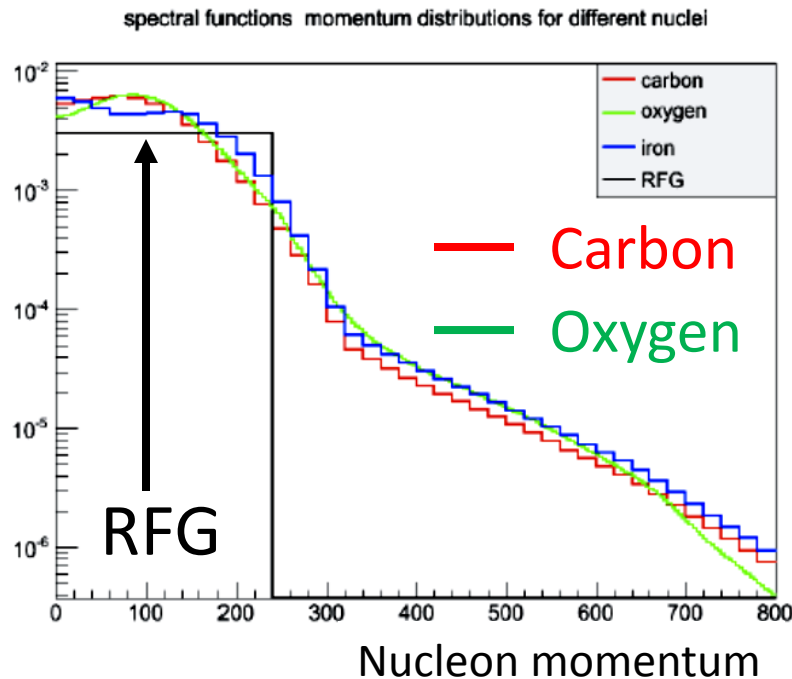
Simple relativistic Fermi gas model by Smith & Moniz

Flat momentum distribution, Fixed nuclear potential

→ **Spectral function**

2-dimensional momentum – potential distribution
(from electron-scattering measurements)

A. Ankowski Phys. Rev. C 86, 024616 (2012)



CC quasi-elastic / NC elastic scattering

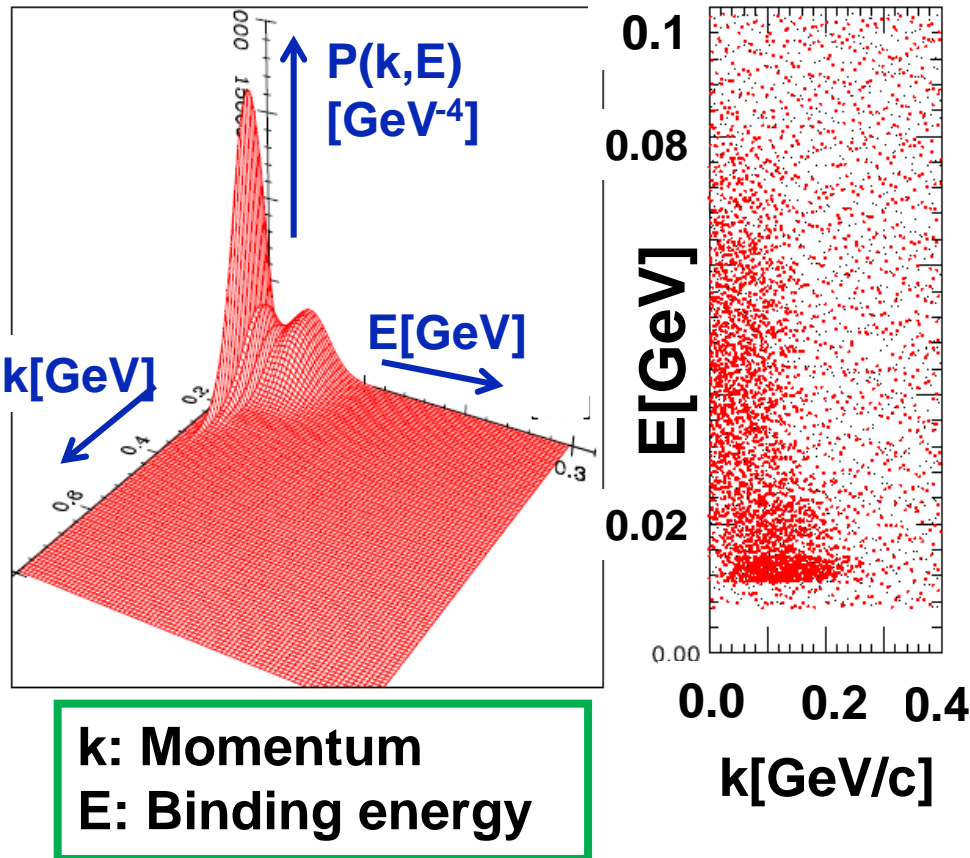
~ 原子核中の核子の場合 ~

Impulse approximation

$$\frac{d\sigma_{\nu A}}{d\omega d\Omega} = \int d^3p dE \underbrace{P(\vec{p}, E)}_{\text{Spectrum function}} \frac{1}{4p_o p'_o} \left(\frac{d\sigma_{\nu N}}{d\omega d\Omega} \right)$$

- Spectral Functions $P(\mathbf{p}, E)$ for various nuclei, eg. ^{16}O , ^{12}C , are measured at JLAB and estimated by Benhar.
- $P(\mathbf{p}, E)$: Probability of removing a nucleon of momentum \mathbf{p} from ground state leaving the residual nucleus with excitation energy E .

Spectrum function



O.Benhar et al., Phys. Rev. D 72, 053005 (2005).

A. Ankowski Phys. Rev. C 86, 024616 (2012)

CC quasi-elastic / NC elastic scattering

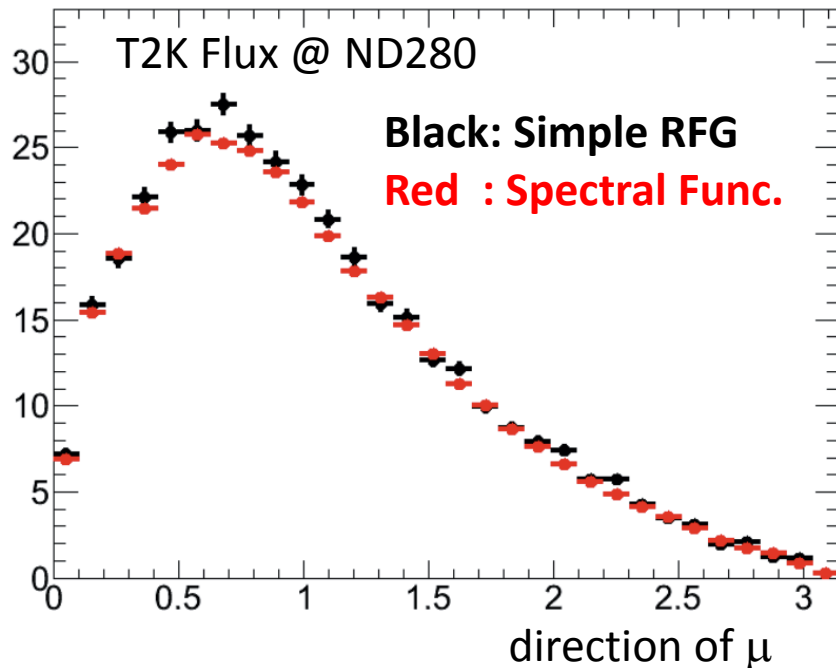
~ 原子核中の核子の場合 ~

With spectral function

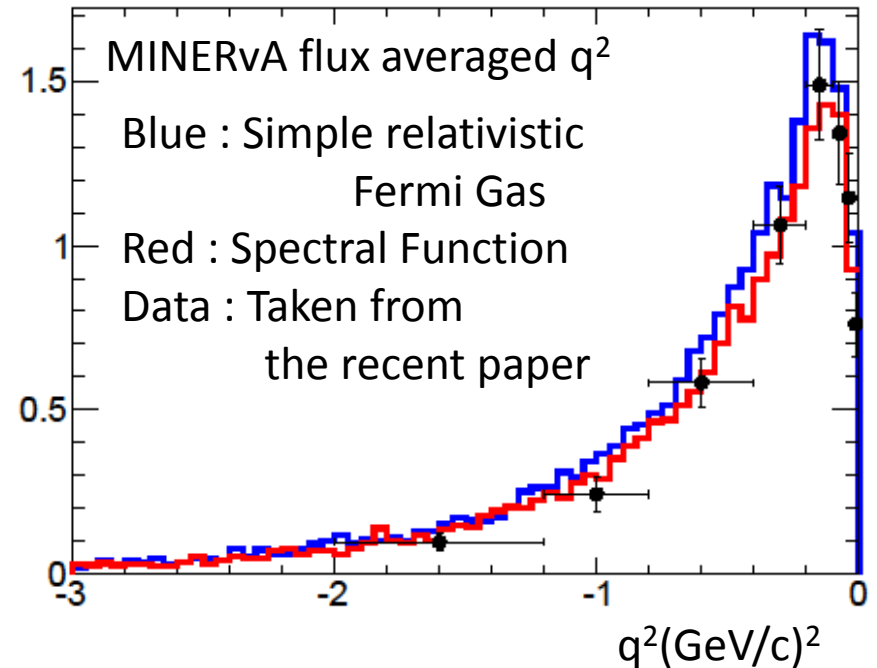
2-dimensional momentum – potential distribution
(from electron-scattering measurements)

A. Ankowski Phys. Rev. C 86, 024616 (2012)

direction of μ



q^2 distribution



$(M_A = 1.2 \text{ GeV}/c^2 \text{ for these plots})$

Charged current multi-nucleon quasi-elastic like scattering

原子核標的の CC quasi-elastic scattering の実験結果で、

1) 散乱断面積が大きめに出る

2) 前方散乱が少ない

= M_A を大きくすると分布があうように見える

「なにか別の反応が CC quasi-elastic として
みえてしまっているのでは？」

原子核中の単一核子との散乱「だけでは不足」

原子核内で核子が強く束縛されている効果

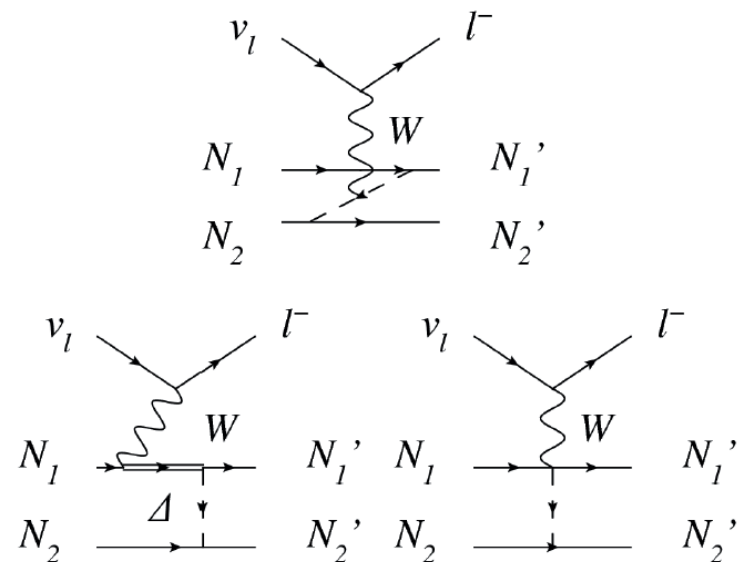
Model by Nieves et al.

~ Meson-exchange current

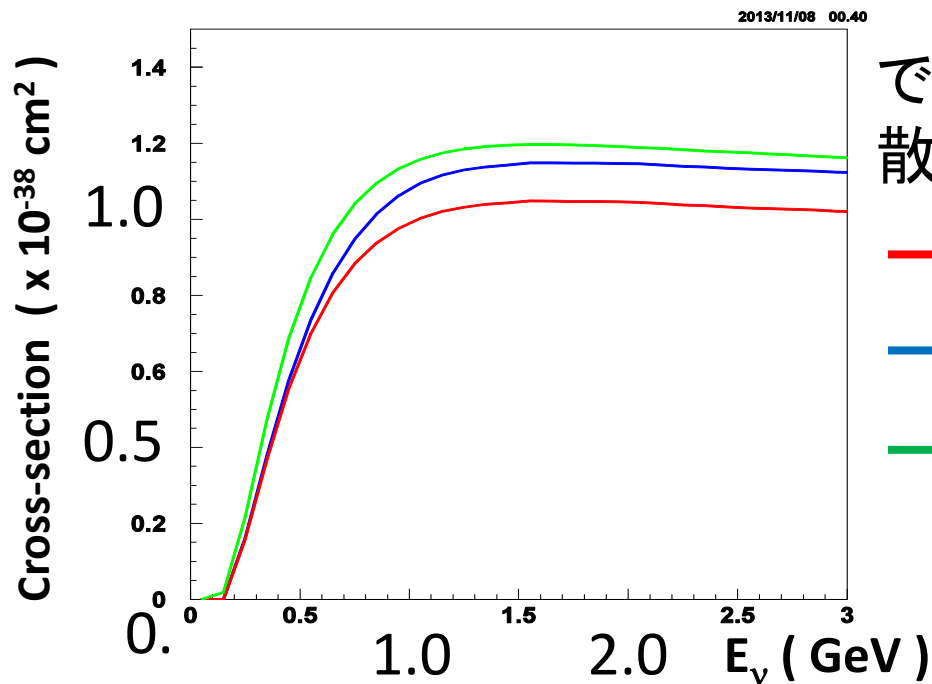
$\nu N N' \rightarrow l N'' N'''$

Contains Delta absorption

$\nu N N' \rightarrow l \Delta N'' \rightarrow l N''' N''''$



Charged current multi-nucleon quasi-elastic like scattering



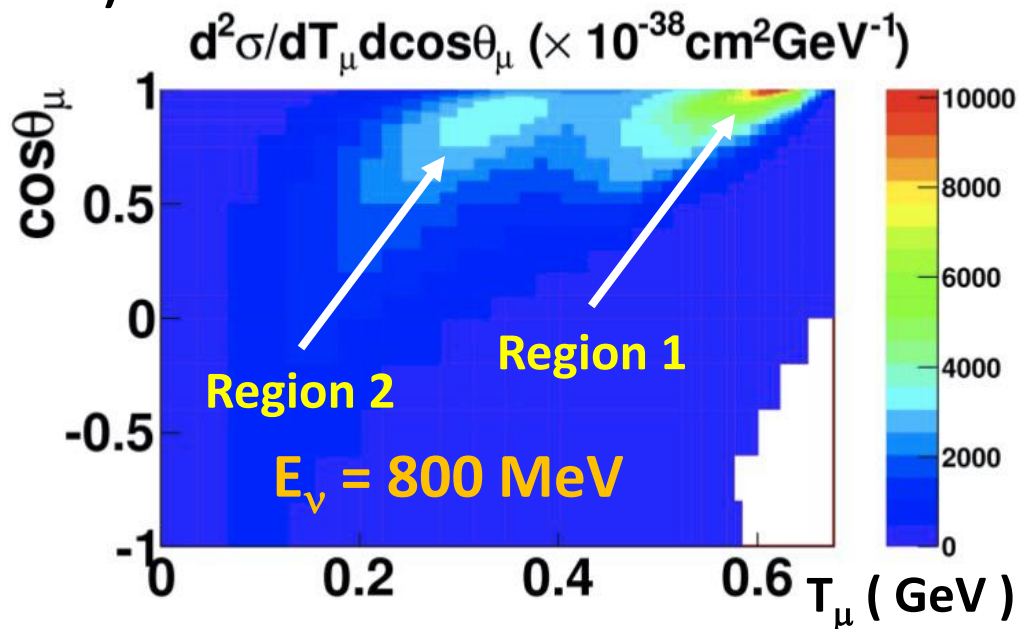
でも、spectral function の散乱断面積は RFG より小さかった

Region 1

2-nucleon scattering
($\nu N N' \rightarrow l N'' N'''$)

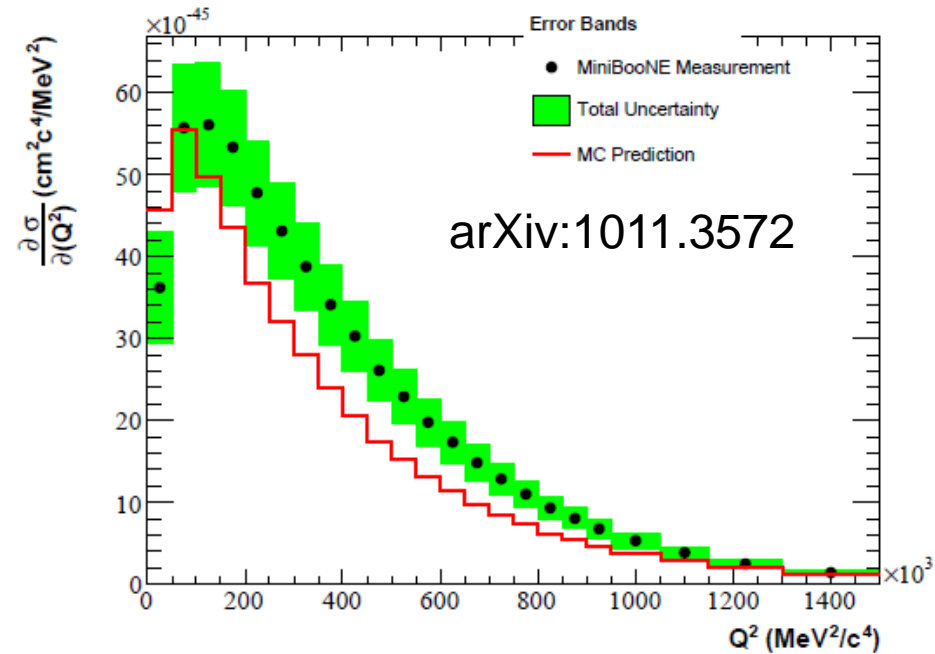
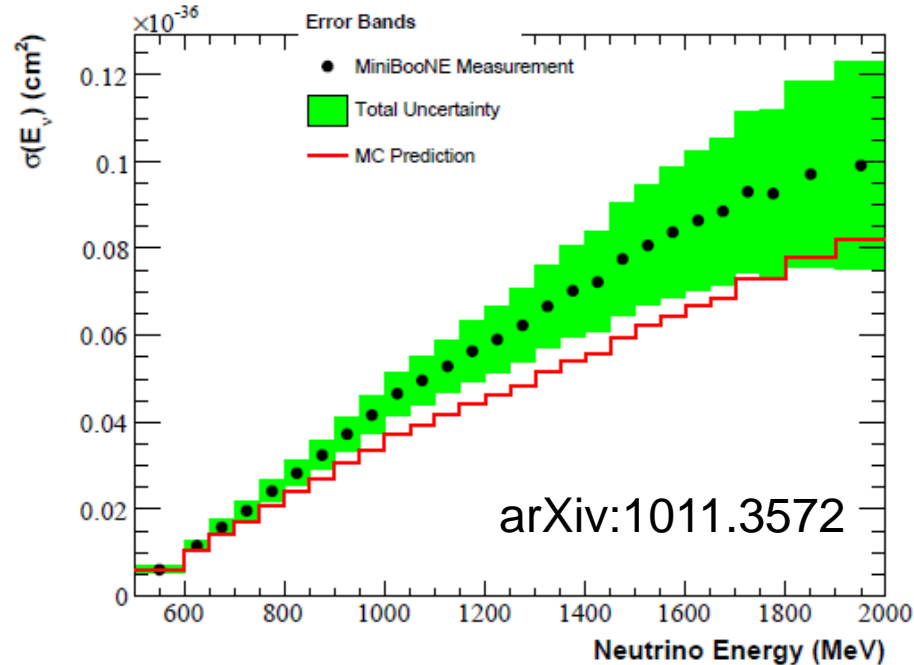
Region 2

Delta absorption
($\nu N \rightarrow l \Delta, \Delta N' \rightarrow N'' N'''$)



Single pion productions

CC $1\pi^+$ production



MiniBooNE実験結果では、 $M_A = 1.1 \text{ GeV}/c^2$ では小さすぎる？
Nuclear effect (π 再散乱)も影響する??

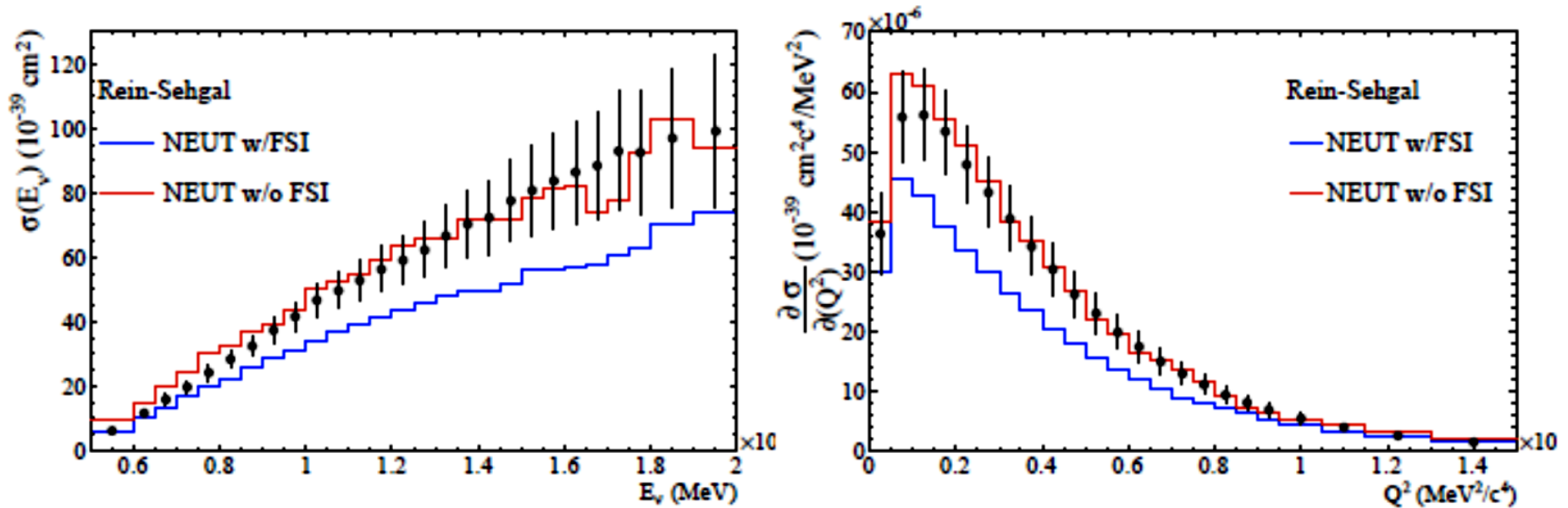
(注: MiniBooNEは CCQE でも散乱断面積が大きく出ている。)

Single pion productions

CC $1\pi^+$ production

Rein-Sehgal model ($M_A=1.2\text{GeV}/c^2$)

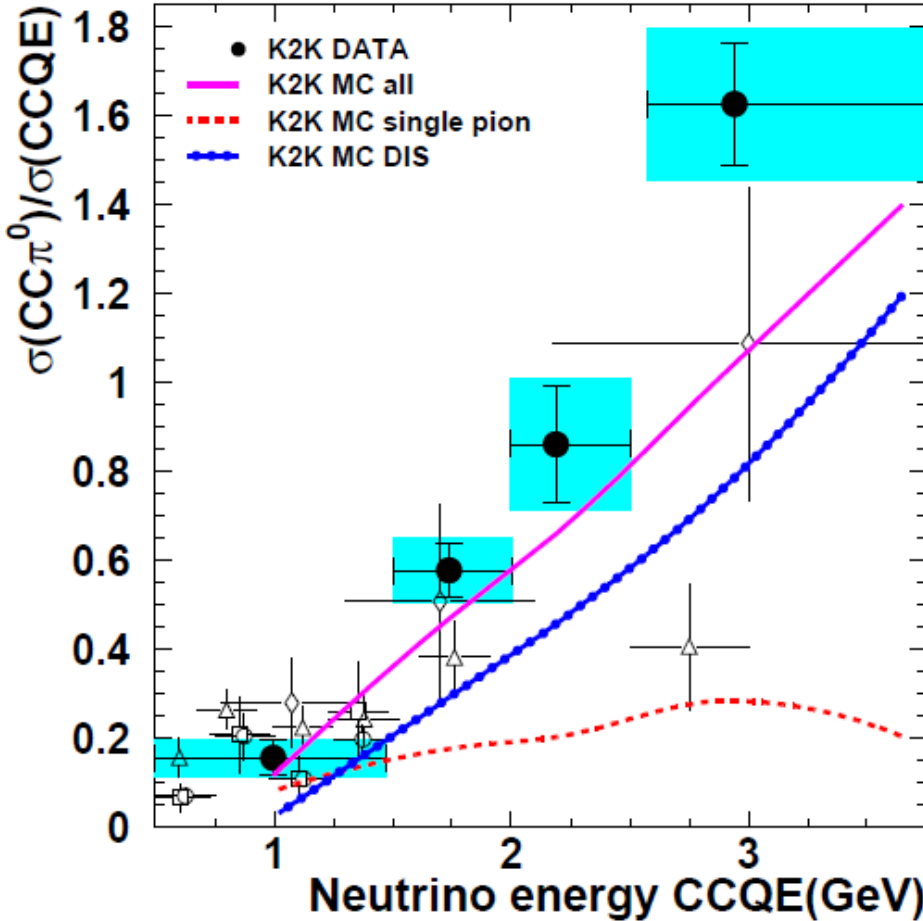
で simulation した場合 (NEUT)



これでもまだ小さい。

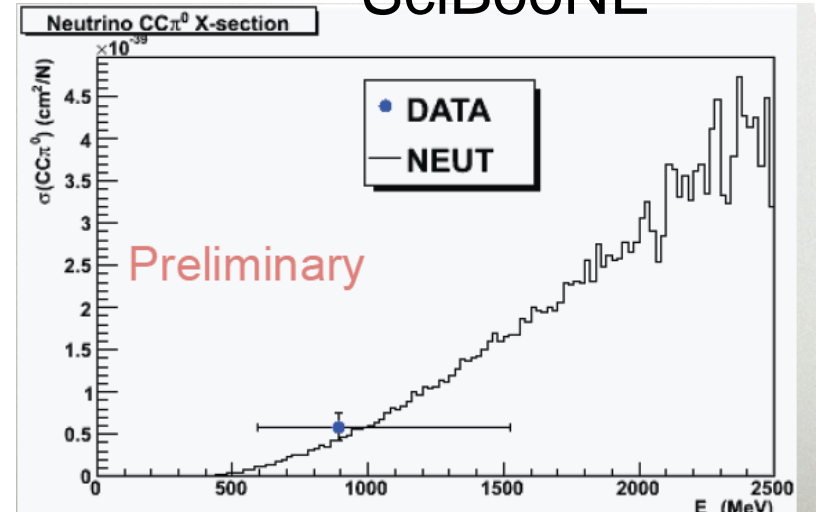
Single pion productions

K2K SciBar (Scintillator detector)



High energy 側では
simulation が小さく出ているが
single π の割合も少ない

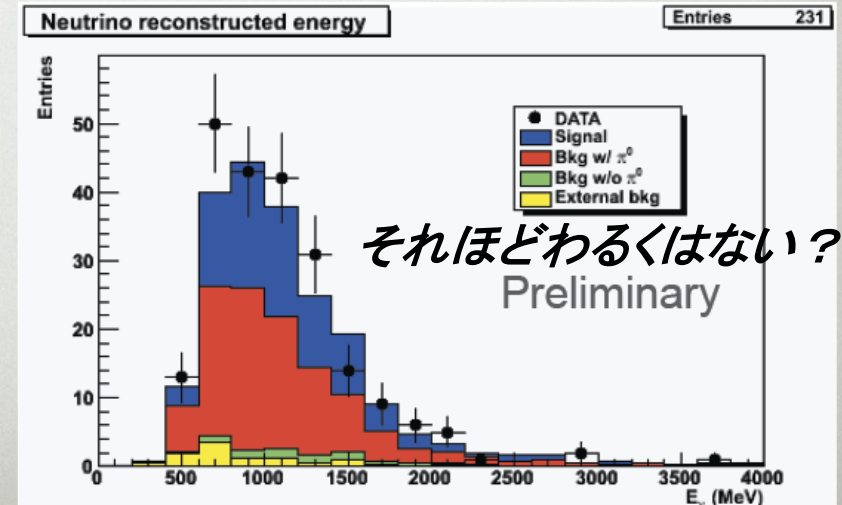
SciBooNE



Ev reconstruction

$$E_v^{rec} = \frac{m_p^2 - m_n^2 - m_X^2 + 2m_n E_X}{2(m_n - E_X + |p_X| \cos(\theta_{vX}))}$$

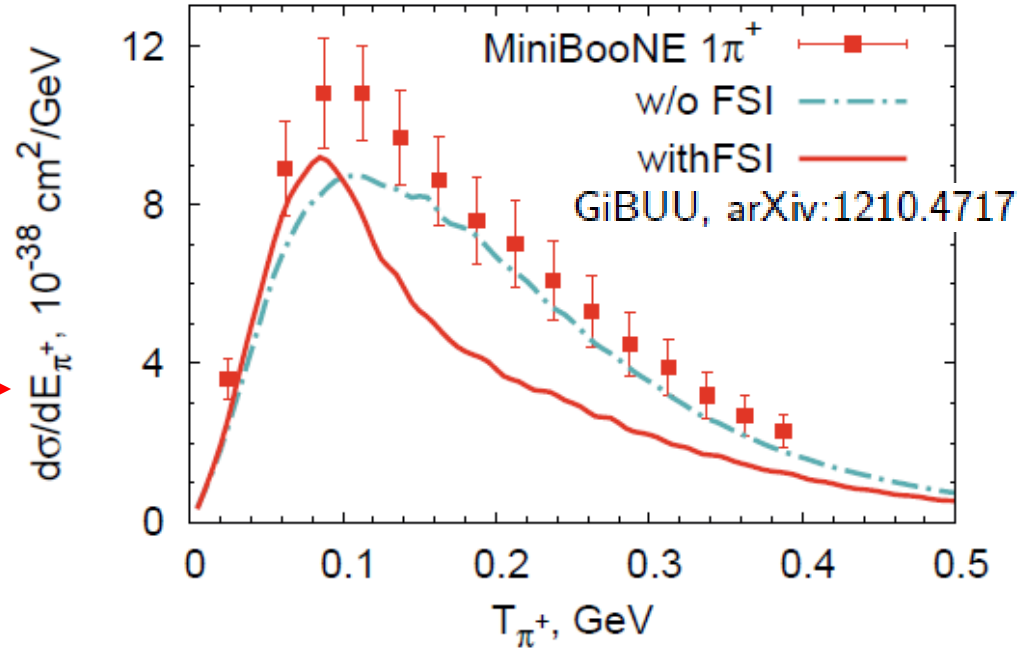
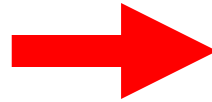
$$p_X \equiv p_\mu + p_{Y1} + p_{Y2}$$



Single pion productions

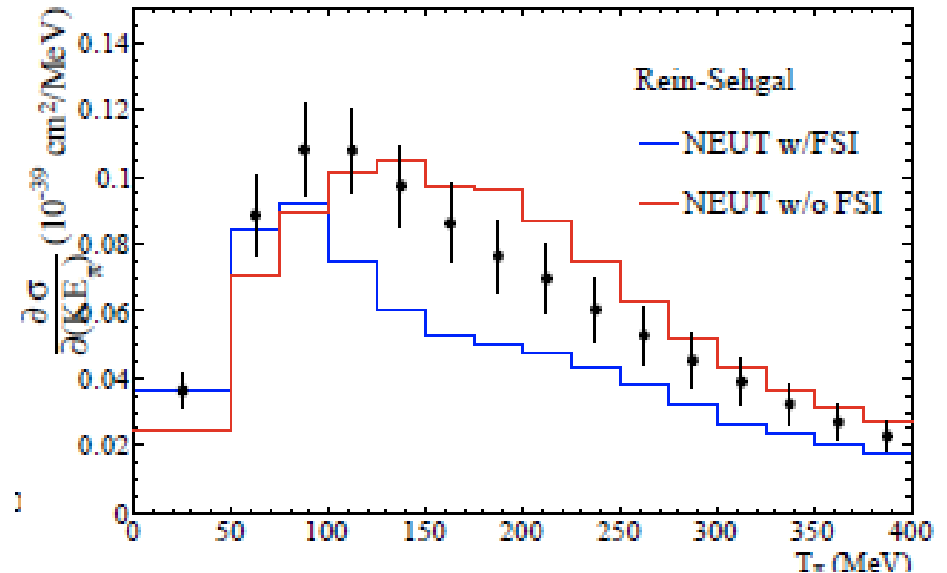
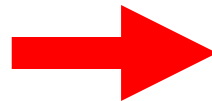
CC $1\pi^+$ production

π^+ の運動量が再現できない
(理論家のシミュレーション
でもうまくいっていない)



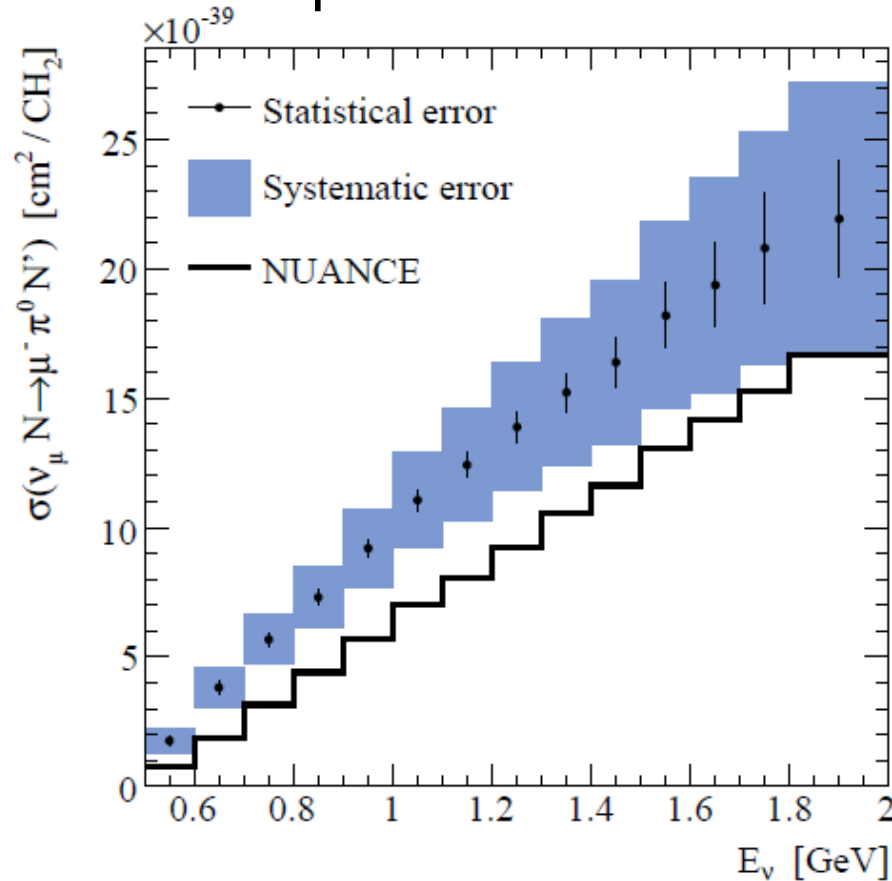
Rein-Sehgal model

($M_A=1.2\text{GeV}/c^2$) + NEUT FSI
でもうまくいかない

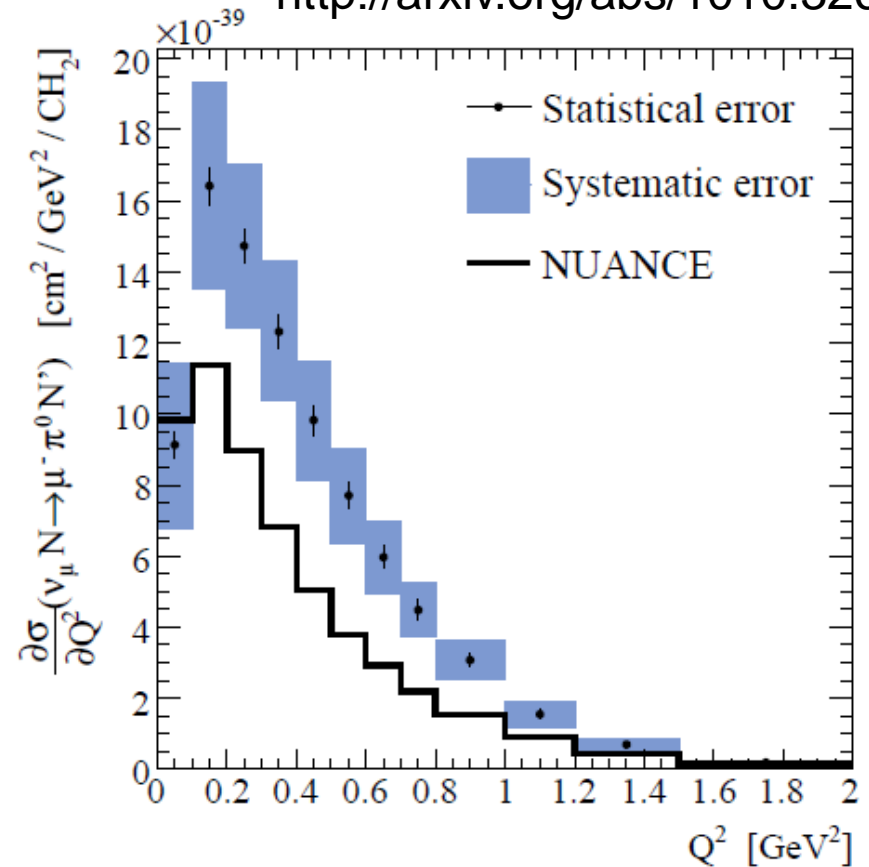


Single pion productions

CC $1\pi^0$ production



<http://arxiv.org/abs/1010.3264>



こちらのモードでも

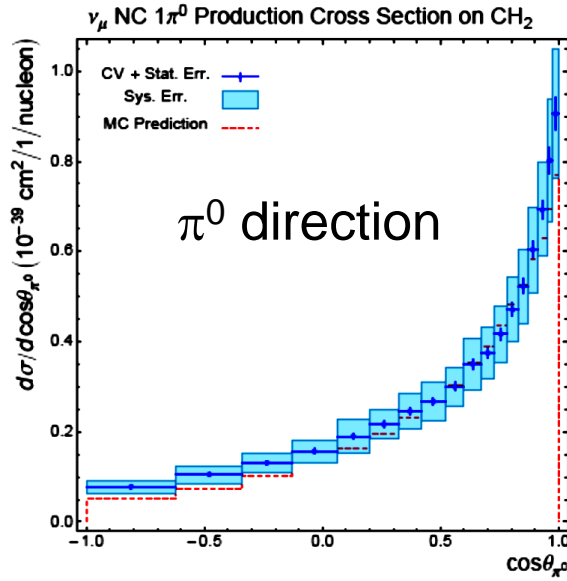
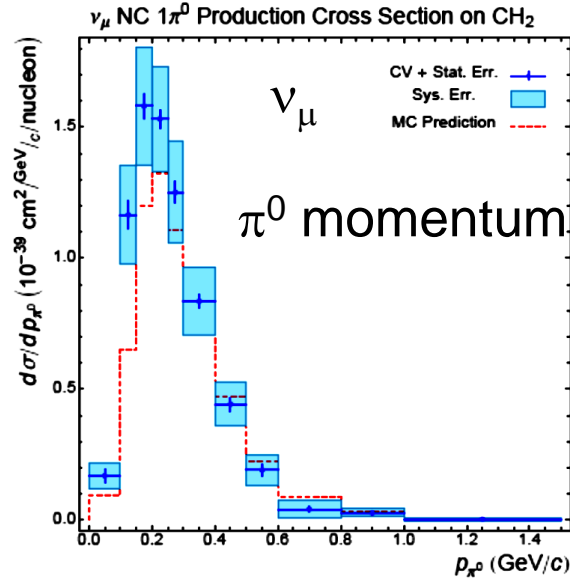
MiniBooNE実験結果では、 $M_A = 1.1 \text{ GeV}/c^2$ では小さすぎる？

Nuclear effect (π 再散乱)も影響する??

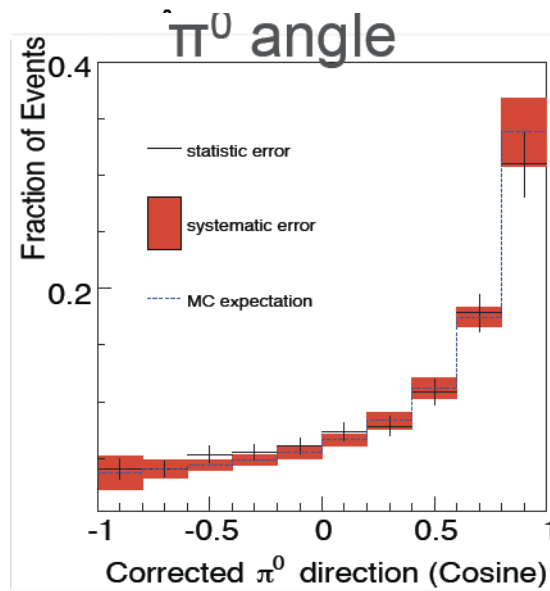
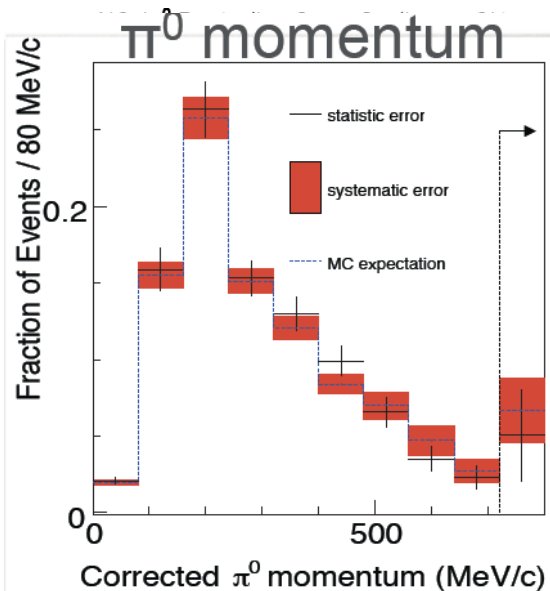
(注: MiniBooNEは CCQE でも散乱断面積が大きく出ている。)

Single pion productions

NC $1\pi^0$ production



MiniBooNE、SciBooNE
比較的良くあっている？

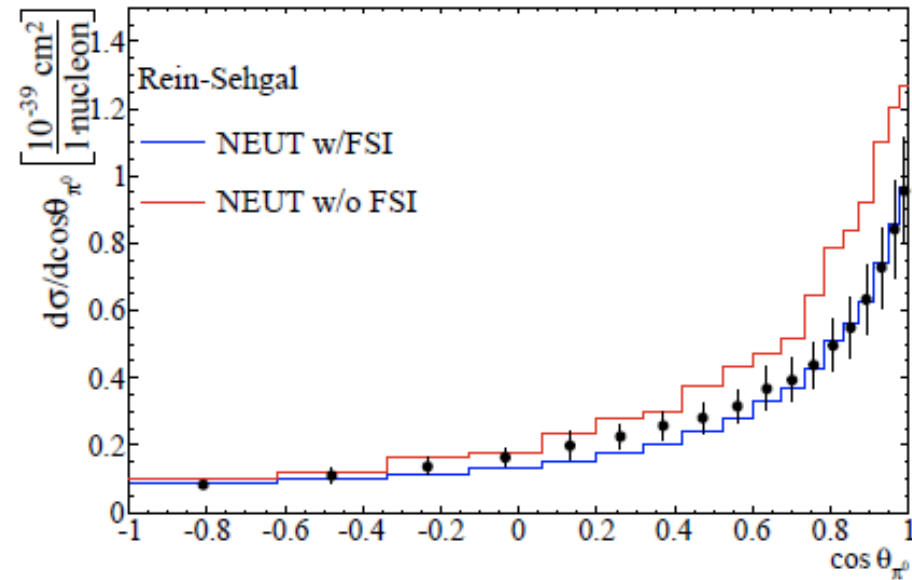
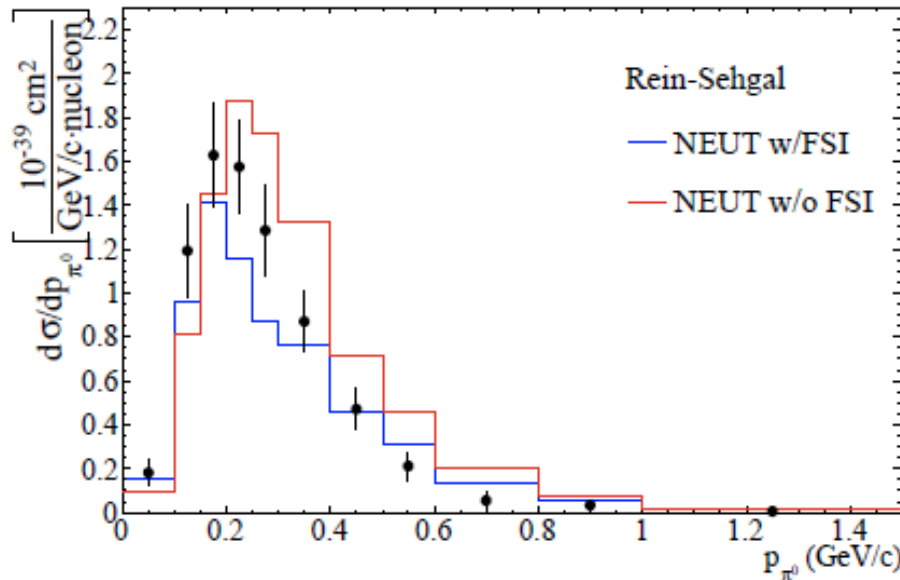


Single pion productions

NC $1\pi^0$ production

MiniBooNE Data vs

Rein-Sehgal model ($M_A=1.2\text{GeV}/c^2$) + NEUT FSI



Rein-Sehgal model ($M_A=1.2\text{GeV}/c^2$) + NEUT FSI

なかなか(?)よい一致になる

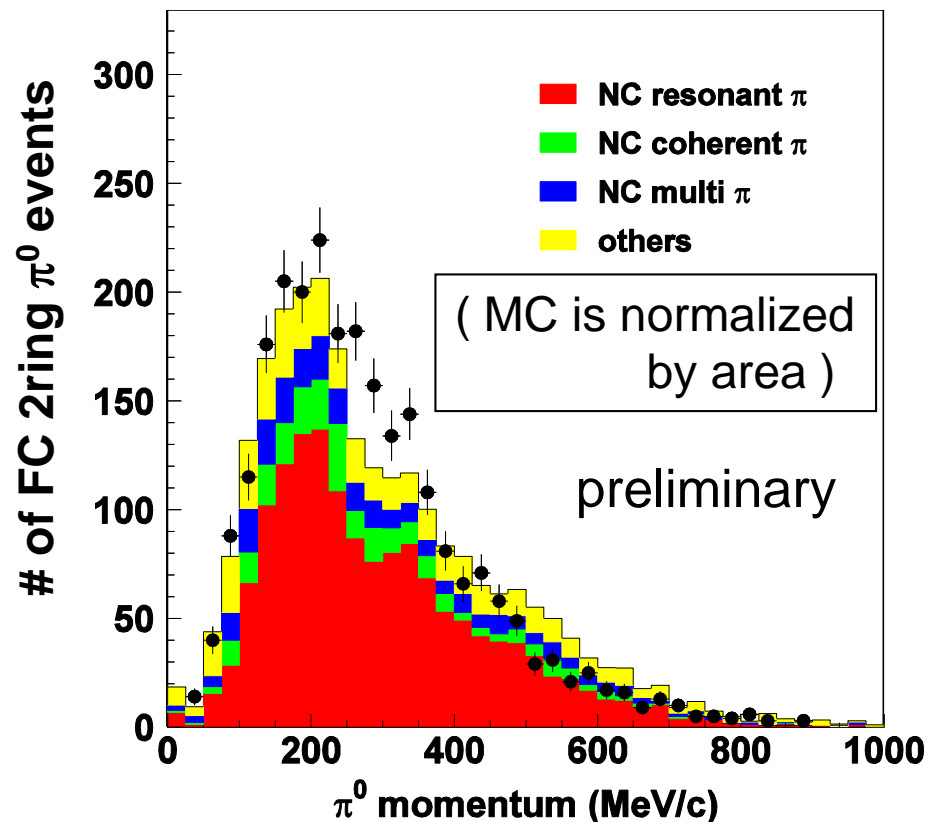
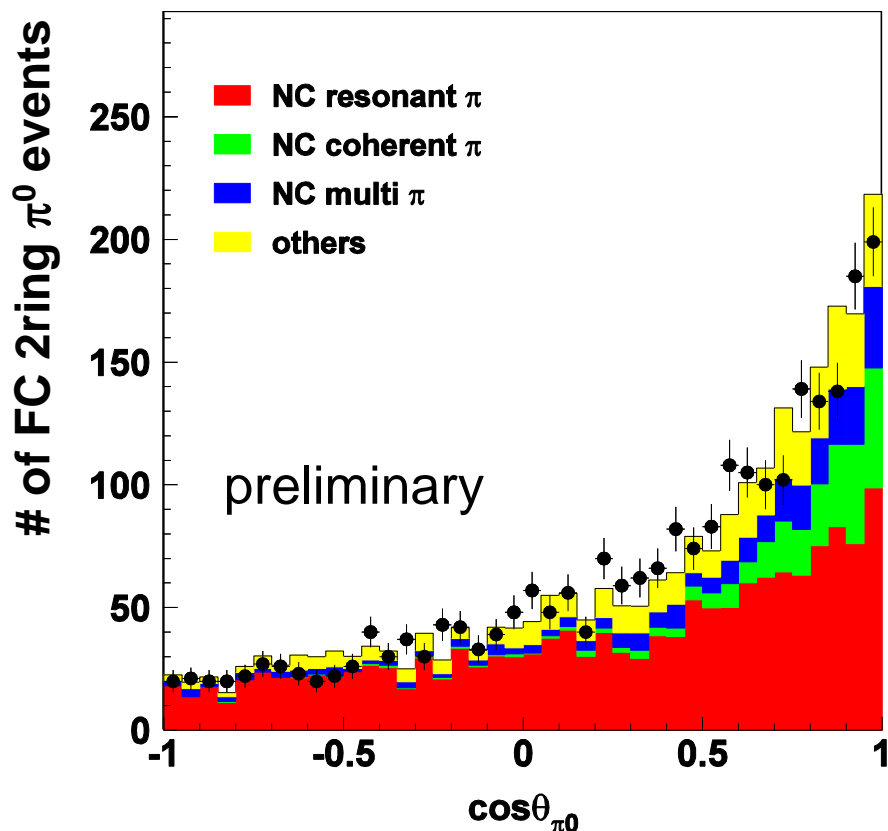
Charged current $1\pi^+$ と何が違う？

Single pion productions

NC $1\pi^0$ production

momentum and direction of π^0

K2Kも良くあった
(古い NEUT を使った図)



NC π^0 は、ニュートリノのエネルギーがわからないため、
flux averaged になってしまう。

backup slides

Single meson production via resonances

Iso-spin に関する CG 係数で決まっている

$$\text{Ampl}(\nu p \rightarrow \mu p \pi^+) = A^{\text{CC}}(p\pi^+) = \sqrt{2} A_3^{\text{CC}},$$

$$\text{Ampl}(\nu n \rightarrow \mu p \pi^0) = A^{\text{CC}}(p\pi^0) = \frac{2}{3} (A_3^{\text{CC}} - A_1^{\text{CC}}),$$

$$\text{Ampl}(\nu n \rightarrow \mu n \pi^+) = A^{\text{CC}}(n\pi^+) = \frac{\sqrt{2}}{3} (A_3^{\text{CC}} + 2A_1^{\text{CC}}),$$

$$\text{Ampl}(\nu p \rightarrow \nu p \pi^0) = A^{\text{NC}}(p\pi^0) = \frac{2}{3} A_3^{\text{NC}} + \frac{1}{3} (A_1^{\text{NC}} - \sqrt{3} S_1^{\text{NC}}),$$

$$\text{Ampl}(\nu p \rightarrow \nu n \pi^+) = A^{\text{NC}}(n\pi^+) = \frac{\sqrt{2}}{3} A_3^{\text{NC}} - \frac{\sqrt{2}}{3} (A_1^{\text{NC}} - \sqrt{3} S_1^{\text{NC}}),$$

$$\text{Ampl}(\nu n \rightarrow \nu n \pi^0) = A^{\text{NC}}(n\pi^0) = \frac{2}{3} A_3^{\text{NC}} + \frac{1}{3} (A_1^{\text{NC}} + \sqrt{3} S_1^{\text{NC}}),$$

$$\text{Ampl}(\nu n \rightarrow \nu p \pi^-) = A^{\text{NC}}(p\pi^-) = \frac{\sqrt{2}}{3} A_3^{\text{NC}} - \frac{\sqrt{2}}{3} (A_1^{\text{NC}} + \sqrt{3} S_1^{\text{NC}}),$$

11. Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

$\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ Interaction probability

$$P(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) = \frac{1}{\omega} 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} n(\mathbf{k}) \frac{2}{3} \left(\frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \mathbf{q}^2_{c.m.} |G_\Delta(q+k)|^2 \frac{1}{2} \tilde{\Gamma}(q+k)$$

Δ propagator

$$G_\Delta = \left(\sqrt{S} - M_\Delta + \frac{1}{2} i\Gamma \right)^{-1}$$

Corrected width of Δ

$$\frac{1}{2} \tilde{\Gamma}(q+k) = \frac{1}{2} \Gamma \times \frac{1}{4} (\bar{\mu}^3_{c.m.} + \bar{\mu}_{c.m.} + 2)$$

Use local density to determine k_F
when considering Pauli blocking effect.

$$\bar{\mu}_{c.m.} = \begin{cases} -1 & (\text{if } \mu^0 < -1) \\ \mu^0 & (\text{if } -1 \leq \mu^0 \leq 1) \\ 1 & (\text{if } \mu^0 > 1) \end{cases}$$

$$\mu^0 = \frac{E_\Delta E^N_{c.m.} - E_F W}{|\mathbf{q} + \mathbf{k}| |\mathbf{q}_{c.m.}|}$$

$$E_\Delta = q^0 + k^0$$

$$E_{c.m.} = \sqrt{q^2_{c.m.} + M^2}$$

$$E_F = \sqrt{k_F^2 + M^2}$$

$$W = \sqrt{S}$$

11. Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

Absorption probability

$$P = \frac{1}{\omega} \frac{4}{9} \left(\frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \mathbf{q}^2_{c.m.} \left| \tilde{G}_\Delta(\overline{q+k}) \right|^2 \left(\frac{1}{2} \tilde{\Gamma} - \text{Im} \Sigma_\Delta \right) \rho$$

$$\text{Im} \Sigma_\Delta(\omega) = -[C_Q(\rho/\rho_0)^\alpha + C_{A2}(\rho/\rho_0)^\beta + C_{A3}(\rho/\rho_0)^\gamma]$$

$$C(T_\pi) = ax^2 + bx + c \quad x = T_\pi / \mu$$

E.Oset et al. Nucl. Phys. A468 (1987) 631

	C_Q (MeV)	C_{A2} (MeV)	C_{A3} (MeV)	α	β
<i>a</i>	-5.19	1.06	-13.46	0.382	-0.038
<i>b</i>	15.35	-6.64	46.17	-1.322	0.204
<i>c</i>	2.06	22.66	-20.34	1.466	0.613

$$\gamma = 2\beta$$

11. Nuclear effects (Final state interactions of hadrons)

Kinematics of the scattered particles

Use the results of phase shift analysis of π -N scattering

Also, the medium correction is applied to each phase shift.

(R.Seki et al., Phys. Rev. C27 (1983) 2817)

$$f = \sum_T C_T \sum_l \{ [l f_{2T,2l-1}^l + (l+1) f_{2T,2l+1}^l] \\ \times P_l(\cos \theta) - i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} [f_{2T,2l-1}^l - f_{2T,2l+1}^l] \\ \times P_l'(\cos \theta) \}.$$

Here, $f_{2T,2J}^l$ is an amplitude with orbital angular momentum l , isospin T , and total angular momentum J . C_T is the isospin factor written with Clebsch-Gordan coefficients,

$$C_T = \left(1 t_{\pi'} \frac{1}{2} t_N \mid T t_{\pi} + t_N \right) \left(1 t_{\pi} \frac{1}{2} t_N \mid T t_{\pi} + t_N \right),$$

($t_N, t_{\pi}, t_N', t_{\pi'}$ are initial and final Z component of π, N isospin.)

$\boldsymbol{\sigma}$ is the Pauli matrix and $\mathbf{n} = (\mathbf{k} \times \mathbf{k}') / (|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|)$, with \mathbf{k}, \mathbf{k}' being pion initial and final momenta. We consider 8 resonances, $S_{11}, S_{31}, P_{11}, P_{13}, P_{31}, P_{33}, D_{13}, D_{15}$ for this amplitude. The resonance parameters are taken from the phase shift analyses of π - N scattering.²⁵⁾ Pion interaction in oxygen is

$$f_{2T,2J}^{(16O)} = f_{2T,2J} \times \left\{ 1 - \frac{2f_{2T,2J}^l}{\pi} \times C \times \int k^2 dk Q_0(k, K) G_0(k, E) \right\}^{-1}.$$

$$C = 1 + (k^2 + m_{\pi}^2)^{1/2} / (k^2 + m_N^2)^{1/2},$$

$$Q_0(k, K) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi K + k < P_F, \\ 0 & \text{if } |\xi K - k| > P_F, \\ [P_F^2 - (\xi K - k)] / 4\xi K k & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$G_0^{-1}(k, E) = \left(E - \frac{k^2}{2M} \right)^2 - k^2 - m_{\pi}^2 + i\epsilon,$$

$$\xi = 1 \left| \left(1 + \frac{W}{m_N} \right) \right|,$$

4. Nuclear effects ~ Final state interaction in Neut

Kinematics of the scattered particles

Use the results of phase shift analysis of π -N scattering

Also, the medium correction is applied to each phase shift.

(R.Seki et al., Phys. Rev. C27 (1983) 2817)

$$f = \sum_T C_T \sum_l \{ [l f_{2T,2l-1}^l + (l+1) f_{2T,2l+1}^l] \\ \times P_l(\cos \theta) - i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} [f_{2T,2l-1}^l - f_{2T,2l+1}^l] \\ \times P_l'(\cos \theta) \}.$$

Here, $f_{2T,2J}^l$ is an amplitude with orbital angular momentum l , isospin T , and total angular momentum J . C_T is the isospin factor written with Clebsch-Gordan coefficients,

$$C_T = \left(1 t_{\pi'} \frac{1}{2} t_N \mid T t_{\pi} + t_N \right) \left(1 t_{\pi} \frac{1}{2} t_N \mid T t_{\pi'} + t_N \right),$$

($t_N, t_{\pi}, t_N', t_{\pi'}$ are initial and final Z component of π, N isospin.)

$\boldsymbol{\sigma}$ is the Pauli matrix and $\mathbf{n} = (\mathbf{k} \times \mathbf{k}') / (|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|)$, with \mathbf{k}, \mathbf{k}' being pion initial and final momenta. We consider 8 resonances, $S_{11}, S_{31}, P_{11}, P_{13}, P_{31}, P_{33}, D_{13}, D_{15}$ for this amplitude. The resonance parameters are taken from the phase shift analyses of π - N scattering.²⁵⁾ Pion interaction in oxygen is

$$f_{2T,2J}^{(16)\text{O}} = f_{2T,2J} \times \left\{ 1 - \frac{2f_{2T,2J}^l}{\pi} \times C \times \int k^2 dk Q_0(k, K) G_0(k, E) \right\}^{-1}.$$

$$C = 1 + (k^2 + m_{\pi}^2)^{1/2} / (k^2 + m_N^2)^{1/2},$$

$$Q_0(k, K) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi K + k < P_F, \\ 0 & \text{if } |\xi K - k| > P_F, \\ [P_F^2 - (\xi K - k)] / 4\xi K k & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$G_0^{-1}(k, E) = \left(E - \frac{k^2}{2M} \right)^2 - k^2 - m_{\pi}^2 + i\epsilon,$$

$$\xi = 1 \left| \left(1 + \frac{W}{m_N} \right) \right|,$$