τ ニュートリノ荷電カレント断面積

京都大学大学院 理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
物理学第二分野 高エネルギー研究室

向井 貞篤

2000 年 2 月 1 日

概要

本論文では、モデルを用いて τ ニュートリノ荷電カレント全断面積を計算した。ニュートリノのエネルギーは、数十 GeV とする。モデルに含まれているパラメタのいくつかは、ニュートリノ散乱実験によって決定する必要があるが、τ ニュートリノの散乱実験はない。そこでレプトンユニバ– サリティを仮定し、μ ニュートリノ散乱実験から求めたパラメタを用いて、τ ニュートリノの断面積を計算した。その結果、次表を得た。

E_ν [GeV]	3.5	3.75	4.0	6.0	10.0	15.0	20.0	30.0
σ_{ν_τ} $[10^{-38}cm^2]$	0.055	0.15	0.20	0.77	1.9	3.7	5.9	11
$\Delta\sigma_{\nu_\tau}$ $[10^{-38}cm^2]$	$^{+0.041}_{-0.028}$	$^{+0.096}_{-0.071}$	$^{+0.12}_{-0.091}$	$^{+0.21}_{-0.19}$	$^{+0.22}_{-0.20}$	$^{+0.29}_{-0.27}$	$^{+0.37}_{-0.34}$	$^{+0.50}_{-0.47}$
$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$	0.021	0.052	0.068	0.18	0.27	0.36	0.43	0.53
$\Delta(\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu})$	$^{+0.0097}_{-0.0084}$	$^{+0.021}_{-0.020}$	$^{+0.024}_{-0.023}$	$^{+0.024}_{-0.027}$	$^{+0.010}_{-0.0098}$	$^{+0.0079}_{-0.0073}$	$^{+0.0067}_{-0.0062}$	$^{+0.0052}_{-0.0050}$

この結果を用いて、τ appearance 実験での誤差の考察を行った。ニュートリノの質量差を $\Delta m^2 = 3.5 \times 10^{-3} eV^2$、ニュートリノの飛行距離を $730\mathrm{km}$ とした場合、振動確率と τ ニュートリノの断面積から、ニュートリノエネルギー $6\mathrm{GeV}$ 近傍が有利であることが分かった。しかし、このエネルギーでの τ ニュートリノと μ ニュートリノの断面積の比の誤差は約 14% あり、このエネルギー領域での μ ニュートリノ断面積の精密測定が必要である。

目 次

図目次 **3**

1 イントロダクション **5**
- 1.1 ニュートリノとは . . . 5
- 1.2 ニュートリノの質量 . . . 5
- 1.3 ニュートリノ振動 . . . 6
  - 1.3.1 ニュートリノ振動の検証実験 . . . 6
  - 1.3.2 長基線ニュートリノ振動実験 . . . 14
- 1.4 本研究の目的 . . . 14

2 τ ニュートリノ荷電カレント断面積の計算 **16**
- 2.1 断面積の理論式 . . . 16
  - 2.1.1 準弾性散乱 . . . 17
  - 2.1.2 $N-\pi$ 共鳴 . . . 20
  - 2.1.3 深非弾性散乱 . . . 21
- 2.2 パラメタについて . . . 23
  - 2.2.1 準弾性散乱の場合 . . . 23
  - 2.2.2 $N-\pi$ 共鳴の場合 . . . 24
- 2.3 構造関数について . . . 26
  - 2.3.1 クォークモデルから見た構造関数 . . . 26
  - 2.3.2 実験との比較 . . . 28
- 2.4 $N-\pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界について . . . 30
- 2.5 μ ニュートリノの場合 . . . 31
- 2.6 τ ニュートリノの荷電カレントの全断面積 . . . 32

3 考察 **38**
- 3.1 考察 . . . 38
- 3.2 今後の課題 . . . 40
- 3.3 まとめ . . . 42

参考文献 **43**

謝辞 **45**

図 目 次

1.1 スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布 1 8
1.2 スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布 2 9
1.3 スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布 3 10
1.4 太陽ニュートリノスペクトルと、各検出器の観測可能なエネルギー領域 . 11
1.5 カミオカンデ実験、スーパーカミオカンデ実験によるニュートリノ振動 $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ の示唆領域 13

2.1 ファインマンダイアグラム：準弾性散乱 17
2.2 ファインマンダイアグラム：単 π 粒子生成散乱 20
2.3 ファインマンダイアグラム：共鳴を経ない単 π 粒子生成散乱 21
2.4 ファインマンダイアグラム：深非弾性散乱 21
2.5 過去の実験によって求められた M_A:準弾性散乱 23
2.6 M_A の取りうる範囲:準弾性散乱 24
2.7 1π 生成断面積の実験結果 1 25
2.8 1π 生成断面積の実験結果 2 25
2.9 過去の実験によって求められた M_A:1π 生成過程 26
2.10 M_A の取りうる範囲:1π 生成過程 27
2.11 $E_\nu = 20\mathrm{GeV}$ のとき、運動学的に許される $x - Q^2$ の領域 29
2.12 SLAC の実験値と Whitlow のフィット関数 30
2.13 CCFR 実験による xF_3^d の実験値と GRV94 から作った構造関数 xF_3^d . . . 31
2.14 CCFR の実験値と構造関数 xF_3^d につけた誤差の様子 32
2.15 μ ニュートリノの断面積 33
2.16 μ ニュートリノの全断面積の絶対値に対する誤差の割合 33
2.17 準弾性散乱断面積の予想値 34
2.18 1π 生成断面積の予想値 35
2.19 深非弾性散乱断面積の予想値 35
2.20 荷電カレント断面積の予想値 36
2.21 τ ニュートリノの全断面積の絶対値に対する誤差の割合 37

3.1 $\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の計算結果 39
3.2 $\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の絶対値に対する誤差の割合 39

3.3 $L = 730\text{km}$ の場合の τ 粒子の期待値 40

第 1 章

イントロダクション

1.1　ニュートリノとは

ニュートリノとは β 崩壊でエネルギー保存則が破れているようにみえる現象を説明するために、1930 年に Pauli が仮定し、Fermi が理論づけた粒子である。弱い相互作用しかしないため、存在を直接に実証できなかったが、1956 年に Reines と Cowan によって確認された。また、電子の反応に現れる電子ニュートリノと μ 粒子の反応に現れる μ ニュートリノが異なる粒子であることは、1962 年に Lederman、Schwartz、Steinberger による実験で確認された。ニュートリノの種類の数については、LEP での Z ボソンの崩壊幅の測定結果が、3 種類であることを強く示唆している。

標準理論では、ニュートリノは電子ニュートリノ、μ ニュートリノ、τ ニュートリノの 3 種類あり、質量を持たないとされている。

1.2　ニュートリノの質量

標準理論では、ニュートリノは左巻き、反ニュートリノは右巻きしか存在しないとされている。このため、Dirac 質量項 $m\bar{\psi}_L\psi_R$ を組むことができず、ニュートリノ質量はゼロである。逆に、ニュートリノが質量を持つならば、右巻きニュートリノが存在するということを意味している。

しかし、ニュートリノ質量がゼロであることの理論的な根拠は無く、トリチウムの β 崩壊の実験などによって、質量の上限が与えられているにすぎない。ニュートリノに質量があれば、他の粒子と比べて質量が非常に小さいことを説明する、何らかの機構が存在するはずである。ニュートリノ質量は、標準理論を越える素粒子物理への鍵となることが期待されている。

また、ニュートリノは、宇宙の見えない質量を担うダークマターの候補として、アクシオンなどと共に挙がっている。ダークマターは銀河の構造や、宇宙の大域的構造の形成と深く関わっており、ニュートリノ質量は宇宙物理からも興味が持たれている。

1.3　ニュートリノ振動

トリチウムの β 崩壊からニュートリノ質量を求める方法では、分子レベル等のシステマティクスのため、ニュートリノ質量の測定精度があがらない。

ニュートリノ振動は、ニュートリノ質量がゼロでないことを検証し、3 種類のニュートリノの質量差を求める有力な方法である。ニュートリノ振動とは、ある種類のニュートリノが別の種類のニュートリノに変化する現象のことである。この現象はフレーバーの固有状態である ν_e, ν_μ, ν_τ が質量の固有状態 ν_1, ν_2, ν_3 の混合状態で表され、かつ、それぞれの質量固有状態に質量差があるとき、すなわち 3 つのニュートリノ質量の少なくとも 1 つがゼロでないときに起こる。

1.3.1　ニュートリノ振動の検証実験

大気ニュートリノ

ニュートリノ振動の存在を示唆する観測事実の 1 つが、地球の大気圏で発生する大気ニュートリノの観測である。宇宙から地球に降り注ぐ陽子や α 粒子等の 1 次宇宙線が、大気中の原子核と反応することによって π 中間子や K 中間子を生じる。これらの π 中間子や K 中間子、さらに、その子粒子の μ 粒子が空中で崩壊し、電子ニュートリノや μ ニュートリノを生成する。これが大気ニュートリノである。

大気ニュートリノの観測は、カミオカンデ [1]、スーパーカミオカンデ [2]、IMB [3]、NUSEX [4]、Frejus [5]、Soudan2 [6] が行っている。

カミオカンデ検出器、スーパーカミオカンデ検出器は、大量の水を標的にしている。ニュートリノの衝突によって生成された、電子や μ 粒子などの荷電 2 次粒子が水中を高速で運動する際に生ずるチェレンコフ光を、水槽壁を取り囲む光電子増倍管で検出し、その光分布、光量、到達時間等より、反応したニュートリノのフレーバーと生成粒子のエネルギーを決定する。IMB もこれらと同じく、水チェレンコフ型の検出器である。

NUSEX、Frejus、Soudan2 は、鉄カロリーメータ検出器である。これは、粒子カウンターと鉄板を交互に重ねて、粒子の飛跡と貫通距離を測定し、ニュートリノによって生成される 2 次粒子の発生点、方向、エネルギー、種類より、反応したニュートリノのフレーバーと生成粒子のエネルギーを決定する。

ニュートリノ振動の存在を示す強力な証拠としては、観測される大気ニュートリノ数の天頂角分布が非対称という観測結果がある。

地表におけるニュートリノ生成量はどこでも一様であると考えられる。ただし、低エネルギーの 1 次宇宙線は、地球の磁場の影響により必ずしも一様とは言えない。しかし、エネルギーが 500MeV 以上のニュートリノならば、地球磁場の影響は無視できるか、補正可能である。天頂角が 90 度より大きいニュートリノは地球の裏側で生成され、天頂角に依存する距離 L だけ地球内部を通って検出器に到達する。ニュートリノにとっては、地球の構成物はほとんど透明であるから、上から来るニュートリノと下から来るニュートリノは同数のはずである。すなわち、天頂角分布は上下対称でなければならない。

図 1.1, 1.2, 1.3にスーパーカミオカンデによる天頂角分布のデータを示す。電子ニュートリノは、どのエネルギー領域でも対称に分布しているが、高エネルギー μ ニュートリノは、対称分布から大きくずれている。

高エネルギー μ ニュートリノの非対称分布は、ニュートリノ振動によって説明することができる。つまり、振動によって μ ニュートリノが電子ニュートリノ、τ ニュートリノに変化していると考えることができる。一方で、電子ニュートリノは対称に分布していることから、$\nu_\mu \to \nu_e$ 振動ではないと考えられる。加えて、$\bar{\nu_e} \to \bar{\nu_\mu}$ 振動の検証を行っている CHOOZ 実験により、$\nu_\mu \to \nu_e$ 振動の可能性について否定的な結果が出ている [7]。これらの $\nu_\mu \to \nu_e$ 振動を否定する結果から、$\nu_\mu \to \nu_e$ 振動ではなく、 $\nu_\mu \to \nu_\tau$ 振動が大気ニュートリノ異常を説明すると考えられている。

太陽ニュートリノ

太陽ニュートリノとは、太陽の中心部での水素核融合反応に伴って発生するニュートリノのことである。電子ニュートリノであり、pp チェインから始まる表 1.1の原子核反応によって作られる。

反応	省略名
$p + p \to D + e^+ + \nu_e$	pp
$p + e^- + p \to D + \nu_e$	pep
$^3\mathrm{He}{+}p \to {}^4\mathrm{He}{+}e^+ + \nu_e$	hep
$^7\mathrm{Be}{+}e^- \to {}^7\mathrm{Li}{+}\nu_e(+\gamma)$	^{7}Be
$^8\mathrm{B} \to {}^8\mathrm{Be}^* + e^+ + \nu_e$	^{8}B
$^{13}\mathrm{N} \to {}^{13}\mathrm{C}{+}e^+ + \nu_e$	^{13}N
$^{15}\mathrm{O} \to {}^{15}\mathrm{N}{+}e^+ + \nu_e$	^{15}O
$^{17}\mathrm{F} \to {}^{17}\mathrm{O}{+}e^+ + \nu_e$	^{17}F

表 **1.1**： 太陽ニュートリノの発生源となる反応

太陽ニュートリノの観測は、カミオカンデ [8]、スーパーカミオカンデ [9]、Homestake [10]、SAGE [11]、GALLEX [12] が行っている。

Homestake 検出器は液体 2 塩化炭素、SAGE 検出器と GALLEX 検出器は液体 3 塩化ガリウムを標的に用いた検出器である。一定期間ニュートリノにさらした後、それぞれ $^{37}\mathrm{Cl}{+}\nu_e \to {}^{37}\mathrm{Ar}{+}e^-$、$^{71}\mathrm{Ga}{+}\nu_e \to {}^{71}\mathrm{Ge}{+}e^-$ という反応で発生した ^{37}Cl 原子、^{71}Ge 原子の数を数えることによって電子ニュートリノの数を調べている。この方法は、一定期間 ^{37}Cl 原子、^{71}Ge 原子を貯めるので、ニュートリノのエネルギーや方向、ニュートリノが来た時刻は分からない。

前述の水チェレンコフ型の検出器、塩素を用いた検出器、ガリウムを用いた検出器は、観測可能なエネルギー領域が異なる。それぞれの検出器の観測可能領域を図 1.4に示す。

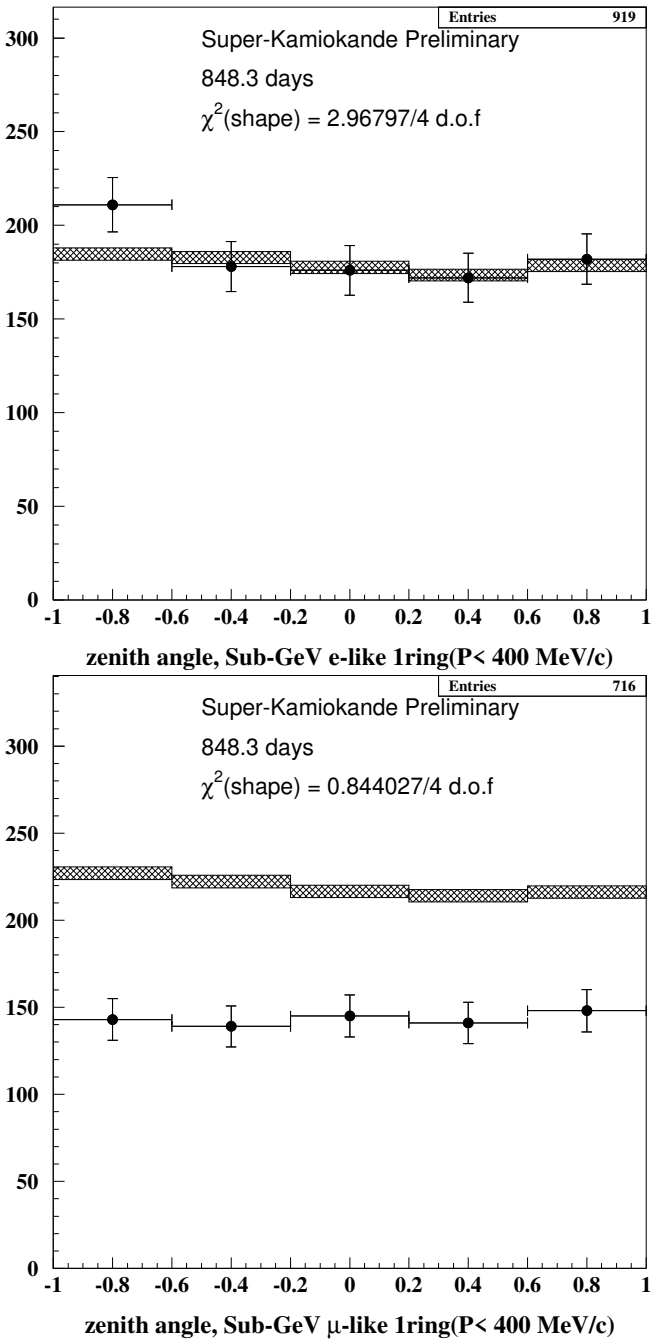

図 1.1： スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布。$E_l < 400MeV$。Sub-GeV とは $E_l < 1.33GeV$ であることを示す。上は電子、下は μ 粒子 生成イベントである。斜線付四角はニュートリノ振動のない場合の予想値。横軸 -1 は上向き、$+1$ は下向きを表す。

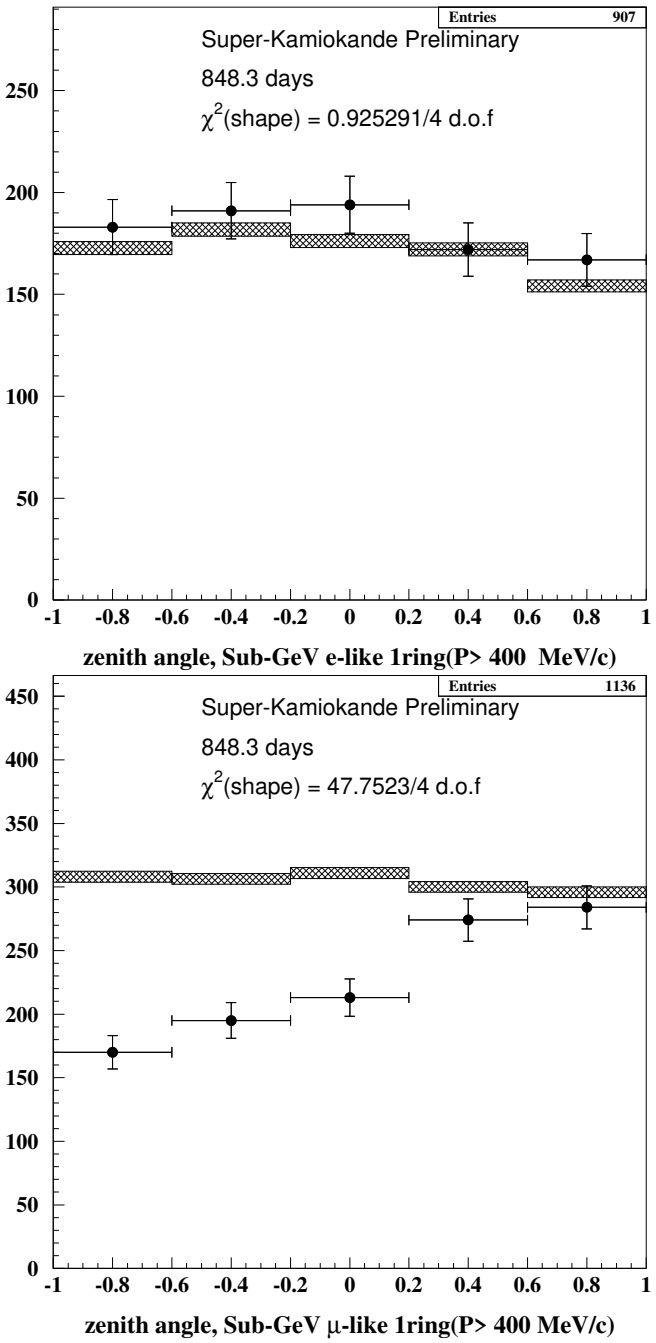

図 **1.2**： スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布。$E_l > 400MeV$。Sub-GeV とは $E_l < 1.33GeV$ であることを示す。上は電子、下は μ 粒子 生成イベントである。斜線付四角はニュートリノ振動のない場合の予想値。横軸 -1 は上向き、$+1$ は下向きを表す。

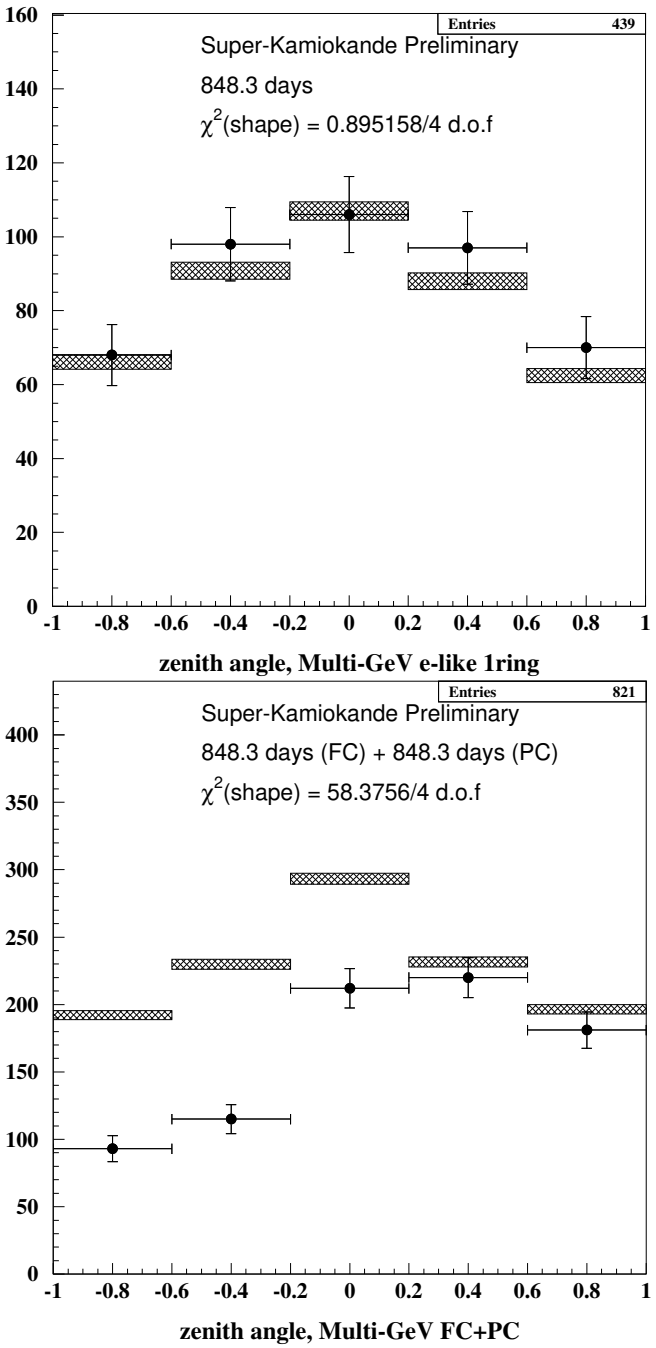

図 **1.3**： スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの天頂角分布。$\mathrm{Multi\text{-}GeV}$ とは $E_l > 1.33GeV$ であることを示す。上は電子、下は μ 粒子 生成イベントである。斜線付四角はニュートリノ振動のない場合の予想値。横軸 -1 は上向き、$+1$ は下向きを表す。

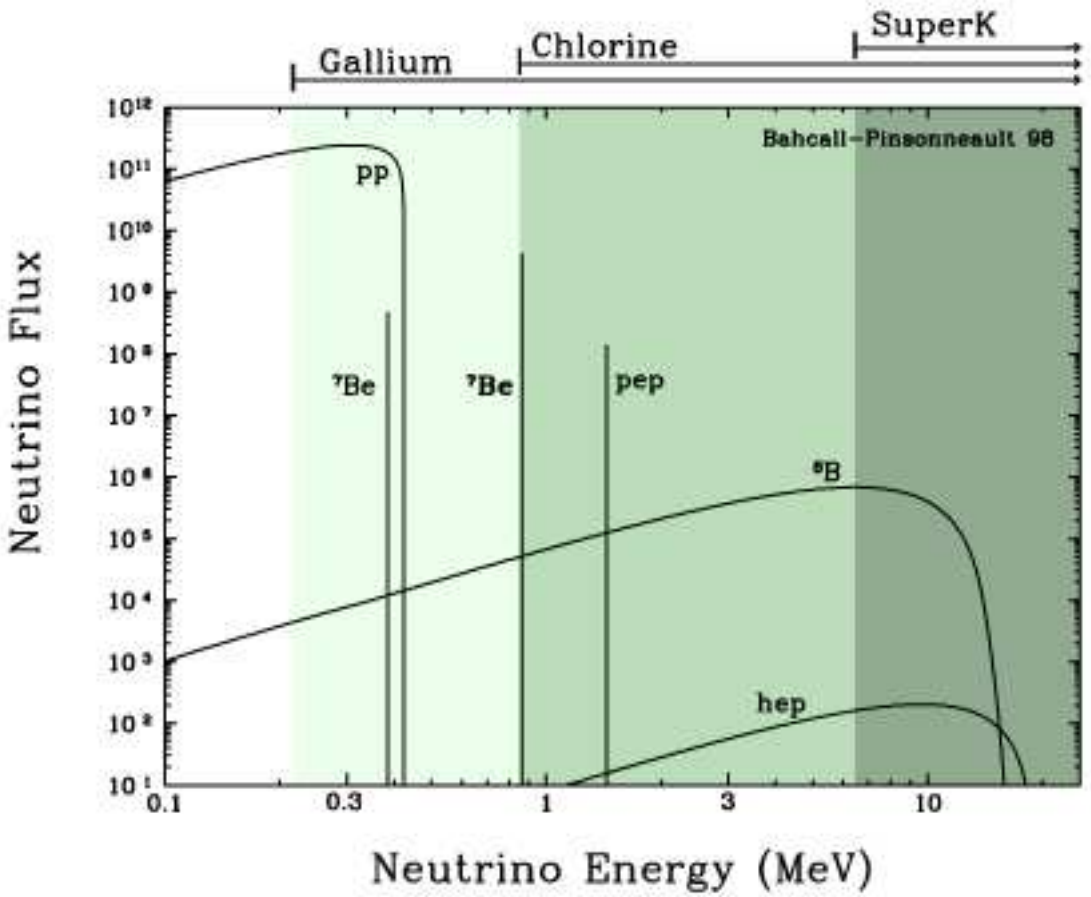

図 1.4 : 太陽ニュートリノスペクトルと、各検出器の観測可能なエネルギー領域。Gallium はガリウムを用いた検出器、Chlorine は塩素を用いた検出器、SuperK はスーパーカミオカンデ検出器の観測可能領域である。また、ニュートリノ生成反応は省略名で示してある。

太陽ニュートリノのフラックスは、標準太陽モデルを用いて計算できる。スーパーカミオカンデの測定結果は、標準太陽モデルの予想の 50% 以下であった。この結果はニュートリノ振動の存在を示唆しているものと思われる。だが、標準太陽モデルが不定性をもつため、確実な証拠であるとは言い切れない。

ニュートリノ振動の表式

3 世代のニュートリノの混合は、

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i}\nu_i \qquad (\alpha = e, \mu, \tau) \tag{1.1}$$

と表すことができる。$U_{\alpha i}$ は、クォークの混合の場合と同様に、3 つの混合角 $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$、

CP 非保存の位相 δ を用いて次のように表される。

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

$s_{ij} = \sin\theta_{ij},\ \ c_{ij} = \cos\theta_{ij}\ \ (i,j = 1,2,3)$ である。ここで、大気ニュートリノ、太陽ニュートリノの観測結果より、

$$\Delta m^2_{solar} < 10^{-5}\ \ eV^2$$
$$\Delta m^2_{atm.} \sim 10^{-3}\ \ eV^2$$

と分かっている。そこで、

$$\Delta m^2_{solar} = |m_2^2 - m_1^2| \ll |m_3^2 - m_{1,2}^2| = \Delta m^2_{atm.} \equiv \Delta m^2 \tag{1.3}$$

という近似をとる。これを"one mass-scale dominance" と呼ぶ。ここで、$\theta_{23} = \psi,\ \theta_{13} = \phi$ とおくと、

$$U^2_{e3} = \sin^2\phi \tag{1.4}$$
$$U^2_{\mu 3} = \cos^2\phi sin^2\psi \tag{1.5}$$
$$U^2_{\tau 3} = \cos^2\phi cos^2\psi \tag{1.6}$$

を得る。また $E_\nu \sim p_\nu + \frac{m^2}{2p_\nu}$ とすると、$E_3 - E_{1,2} = \frac{\Delta m^2}{E_\nu}$ であるから、振動の時間発展は、

$$S = \sin^2\left(1.27 \cdot \Delta m^2(eV^2)L(km)/E_\nu(GeV)\right) \tag{1.7}$$

と表すことができる。上記の"one mass-scale dominance" の近似では、振動の確率は、

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) = 4U^2_{\alpha 3}U^2_{\beta 3}S \tag{1.8}$$
$$P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) = 4U^2_{\alpha 3}(1 - U^2_{\alpha 3})S \tag{1.9}$$

となる。ここで $\alpha,\ \beta$ はニュートリノのフレーバーである。

これよりニュートリノ振動は、ニュートリノ質量の 2 乗差 Δm^2 と混合のパラメタ $\psi,\ \phi$ によって特徴づけられることが分かる。

2 種類のニュートリノ間の振動のみを考える場合、簡単になって、

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) = \sin^2 2\theta S \tag{1.10}$$

となる。2 種類のニュートリノ間での振動のみを考えたときに、カミオカンデ、スーパーカミオカンデの結果が示唆する $\nu_\mu \to \nu_x$ 振動の領域を図 1.5に示す。

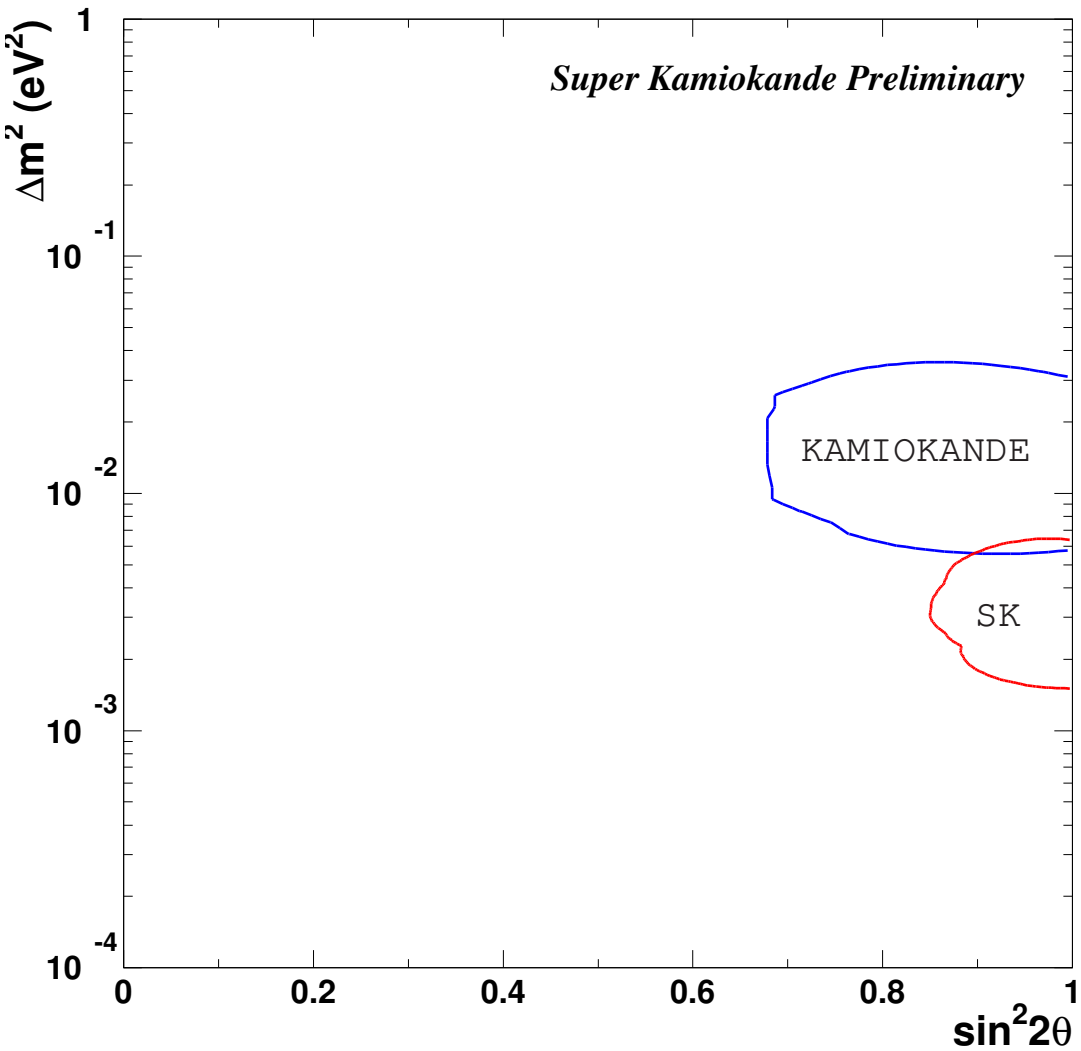

図 1.5： カミオカンデ実験 (KAMIOKANDE)、スーパーカミオカンデ実験 (SK) によるニュートリノ振動 $\nu_\mu \to \nu_x$ の示唆領域。信頼度 90%。

1.3.2 長基線ニュートリノ振動実験

大気ニュートリノを用いた実験では、1 次宇宙線の組成やフラックスなどに不定な部分が存在し、ニュートリノのフラックスを知ることは難しい。そこで、自然に存在するニュートリノを用いた実験だけでなく、加速器で作ったニュートリノを用いた実験も行われている。ニュートリノを加速器で作ることによって、種類、生成量、エネルギー分布を直接測定することができ、これらを振動後の分布と比較することにより、ニュートリノ振動を検証することができる。$\Delta m^2 \geq$ 数 eV^2、$\sin^2 2\theta \leq 10^{-3}$ と、質量差が大きく、混合角の小さい領域は、CERN で行われている CHORUS 実験 [13] が探索している。一方で、カミオカンデ実験が示唆する $\Delta m^2 \sim 3.5 \times 10^{-3} eV^2$ の領域は最近まで調べられていなかった。これは、式 1.7を見れば分かるように、ニュートリノ振動の影響を大きくするためには、$\Delta m^2(eV^2)L(km)/E_\nu(GeV) \sim 1$ とする必要があるからである。つまり、$\Delta m^2 \sim 3.5 \times 10^{-3} eV^2$ とき、ニュートリノのエネルギーを 1GeV 程度とすれば、$L \sim 290$km と、ニュートリノの飛距離を大きくしなければならない。そこで、加速器と検出器の間の距離を数百 km に設定して、ニュートリノ振動を検出しようという試みが行われている。これが「長基線ニュートリノ振動実験」である。 現在、行われているものとしては「つくば– 神岡間、長基線ニュートリノ振動実験」[14] がある。この実験では、茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の 12GeV 陽子シンクロトロンを用いてニュートリノを生成し、検出器として 250km 先の岐阜県神岡町のスーパーカミオカンデ検出器を用いている。この実験は、スーパーカミオカンデ実験が示唆する $\Delta m^2 \sim 3.5 \times 10^{-3}\ eV^2$ の領域での検証に有効であり、期待されている。現在、計画されている長基線ニュートリノ振動実験としては、OPERA/ICANOE と MINOS がある。OPERA/ICANOE は、スイスの CERN とイタリアの Grann Sasso の間の約 730km、MINOS は Fermi 研究所と Soudan 研究所の間の 730km の距離で計画されている。OPERA/ICANOE の主目的は、τ 粒子生成の閾値以上の高エネルギーニュートリノを 730km 飛行の後、荷電カレント反応によって生成される τ 粒子を測定し、ニュートリノ振動の検証をすることにある。

1.4 本研究の目的

現在までの実験結果から、$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ の振動が有力視されており、振動によって現れる τ ニュートリノを検出する実験が考えられている。このような τ appearance 実験では、振動前には存在しなかった τ ニュートリノが検出できればニュートリノ振動の存在を証明することができる。しかし、さらに踏み込んで、ニュートリノ振動の 2 つのパラメタ $\sin^2 2\theta, \Delta m^2$ を議論するためには、それぞれのニュートリノの数 (N_ν) を知る必要がある。

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \frac{N_{\nu_\beta}}{N_{\nu_\alpha}}$$

一般に、ニュートリノの数は、ニュートリノが原子核と反応することによって作られる荷電レプトンの数 (N_l) から求める。ここに、ニュートリノの荷電カレント断面積 $(\sigma_{c.c.})$ が現れる。

$$N_\nu = \frac{N_l}{\sigma_{c.c.}}$$

電子ニュートリノと μ ニュートリノでは、生成される荷電レプトンの質量が小さいため、微分断面積の式中に現れるレプトン質量を含む項を無視でき、運動学的に許される領域もほぼ同じになる。つまり、反応断面積の大きさがほとんど同じになるのである。これより $\nu_\mu \to \nu_e$ 振動などの場合、

$$\frac{N_e}{N_\mu} = \frac{N_{\nu_e}}{N_{\nu_\mu}}$$

と、反応断面積を気にする必要が無い。

しかし、τ ニュートリノの場合、τ 粒子の質量は非常に大きいため、微分断面積、運動学的に許される領域 共に、他の 2 つのニュートリノの場合とは異なる。つまり、他の観測されたニュートリノ数との比をとっても、反応断面積をキャンセルすることができないのである。このため反応断面積の誤差が、$\sin^2 2\theta, \Delta m^2$ の結果にそのまま影響を及ぼしてしまう。ここに、τ ニュートリノの断面積の誤差を調べる必要が現れる。しかし、τ ニュートリノの断面積を求めた実験は、まだ存在しない。

本論文では τ ニュートリノの荷電カレント断面積とその誤差を、電子散乱実験、μ ニュートリノ散乱実験の結果から推測することを目的とする。

第 2 章

τ ニュートリノ荷電カレント断面積の計算

モデルを用いて、ニュートリノの荷電カレント断面積を計算する。ニュートリノのエネルギーは、数十 GeV を想定する。モデルに含まれているパラメタのいくつかは、ニュートリノ散乱実験によって決定する必要があるが、τ ニュートリノの散乱実験はない。そこでレプトンユニバ– サリティを仮定して、電子散乱実験、μ ニュートリノ散乱実験から求めたパラメタを用いて、τ ニュートリノの断面積を計算する。扱う標的の種類はアイソスカラー標的に限る (2.3節参照)。

2.1 断面積の理論式

ニュートリノの荷電カレント反応を、準弾性散乱、$N-\pi$ 共鳴、深非弾性散乱の 3 つの散乱過程に分けて考える。

G_F は Fermi coupling constant、θ_c は Cabibbo 角である。ニュートリノの 4 元運動量、エネルギーを $k_1,\ E_\nu$、生成される荷電レプトンの 4 元運動量、質量、エネルギーを $k_2,\ m_l,\ E_l$、核子の始状態の 4 元運動量、終状態の 4 元運動量、質量を $p_1,\ p_2,\ M$ と表す。また、

$$
\begin{aligned}
q &= k_1 - k_2 \\
Q^2 &= -q^2 \\
\nu &= \frac{p\cdot q}{M} \\
W &= \sqrt{-Q^2 + M^2 + 2M\nu} \\
x &= \frac{Q^2}{2M\nu} \\
y &= \frac{\nu}{k_1^0} \\
s &= (k1 + p1)^2 \\
t &= (k1 - k2)^2 = q^2 \\
u &= (k1 - p2)^2
\end{aligned}
$$

で表されるパラメタを用いる。q は 4 元運動量移行、ν はエネルギー移行、W は終状態のハドロン系の不変質量、$x,\ y$ は Bjorken scaling パラメタ、$s,\ t,\ u$ は Mandelstam パラメタである。

2.1.1 準弾性散乱

準弾性散乱とは、ニュートリノが、対応する荷電レプトンに変化する、次のような散乱過程である。

$$\nu(k_1) + n(p_1) \to l^-(k_2) + p(p_2)$$

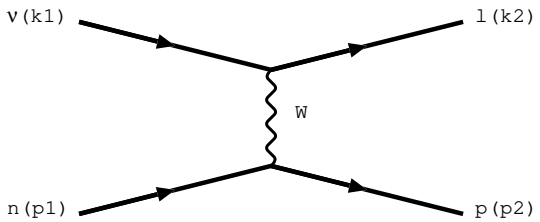

図 2.1： 準弾性散乱をあらわすファインマンダイアグラム。

準弾性散乱のハドロンカレントは、

$$< p(p_2)|J_\lambda^+|n(p_1) >= \cos\theta_c \bar{p}(p_2)\Gamma_\lambda n(p_1) \tag{2.1}$$

と表せる。ここで、Γ 行列の項として使えるのは $\gamma_\lambda, \gamma_5, \sigma_{\mu\nu}, q_\lambda, (p_1+p_2)_\lambda$ だけであるから、Γ 行列のとりうる形は以下の通りである。

$$\begin{aligned}\Gamma_\lambda = &\gamma_\lambda F_V^1(q^2) + \frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu \xi F_V^2(q^2)}{2M} + \frac{q_\lambda F_V^3(q^2)}{M} \\ &+ \gamma_\lambda\gamma_5 F_A(q^2) + \frac{q_\lambda\gamma_5 F_P(q^2)}{M} + \frac{\gamma_5(p_1+p_2)_\lambda F_A^3(q^2)}{M}\end{aligned} \tag{2.2}$$

以上より、微分断面積の形は次のようになる。

$$\frac{d\sigma^{QEL}}{dQ^2}\begin{pmatrix}\nu n \to l^- p \\ \bar{\nu} p \to l^+ n\end{pmatrix} = \frac{M^2 G^2 \cos^2\theta_c}{8\pi E_\nu^2} \cdot \left[A(Q^2) \mp B(Q^2)\frac{s-u}{M^2} + C(Q^2)\frac{(s-u)^2}{M^4}\right] \tag{2.3}$$

$$A(Q^2) = \frac{(m_l^2+Q^2)}{4M^2}\Bigg[\Big(4+\frac{Q^2}{M^2}\Big)|F_A|^2 - \Big(4-\frac{Q^2}{M^2}\Big)|F_V^1|^2 + \frac{Q^2}{M^2}\cdot|\xi F_V^2|^2\Big(1-\frac{Q^2}{4M^2}\Big)$$
$$+ \frac{4Q^2 ReF_V^{1*}\xi F_V^2}{M^2} - \frac{Q^2}{M^2}\Big(4+\frac{Q^2}{M^2}\Big)|F_T|^2$$
$$- \frac{m_l^2}{M^2}\Big(|F_V^1+\xi F_V^2|^2 + |F_A+2F_P|^2 - \Big(\frac{Q^2}{M^2}+4\Big)\cdot(|F_S|^2+|F_P|^2)\Big)\Bigg] \tag{2.4}$$

$$B(Q^2) = \frac{Q^2}{M^2}\cdot ReF_A^*(F_V^1+\xi F_V^2)$$
$$- \frac{m_l^2}{M^2}\cdot Re\Big[\Big(F_V^1 - \frac{Q^2}{4M^2}\cdot\xi F_V^2\Big)^* F_S - \Big(F_A - \frac{Q^2}{2M^2}\cdot F_P\Big)^* F_T\Big] \tag{2.5}$$

$$C(Q^2) = \frac{1}{4}\Big(|F_A|^2 + |F_V^1|^2 + \frac{Q^2}{M^2}\cdot\Big|\frac{\xi F_V^2}{2}\Big|^2 + \frac{Q^2}{M^2}\cdot|F_T|^2\Big) \tag{2.6}$$

ここで、各形状因子にかかる制限を考察する。まず、時間反転対称性より、すべての形状因子は実数でなければならない。また、荷電対称性より、F_V^1, F_V^2, F_A, F_P は実数、F_V^3, F_A^3 は虚数でなければならない。この 2 つの条件より、$F_V^3 = F_A^3 = 0$ となり、残る形状因子は F_V^1, F_V^2, F_A, F_P の 4 つとなる。以下、この 4 つの形状因子の関数形を見ていく。

- ベクトル形状因子: F_V^1, F_V^2

  CVC 仮説より、 F_V^1 と F_V^2 は、よく知られた電磁形状因子 G_E^V, G_M^V と次のように関係づけることができる。

$$F_V^1(Q^2) = \Big(1+\frac{Q^2}{4M^2}\Big)^{-1}\Big[G_E^V(Q^2) + \frac{Q^2}{4M^2}G_M^V(Q^2)\Big] \tag{2.7}$$
$$\xi F_V^2(Q^2) = \Big(1+\frac{Q^2}{4M^2}\Big)^{-1}\Big[G_E^V(Q^2) - G_M^V(Q^2)\Big] \tag{2.8}$$

  $\xi = \mu_p - \mu_n = 3.71$ (μ :anomalous magnetic moment)

  また、電磁形状因子は電子ビ− ム等を用いた実験などから、次のような形で表すことができることが分かっている。

$$G_E^V = \frac{1}{\Big(1+\frac{Q^2}{M_V^2}\Big)^2} \tag{2.9}$$
$$G_M^V = \frac{1+\xi}{\Big(1+\frac{Q^2}{M_V^2}\Big)^2} \tag{2.10}$$

$M_V = 0.84\ GeV$:vector mass

- 軸性ベクトル形状因子: F_A

  $F_A(0)$ は中性子の β 崩壊から -1.261 ± 0.004 となることが分かっている。

  電磁形状因子との類推で、

$$F_A(Q^2) = \frac{F_A(0)}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_A^2}\right)^n} \quad (n = 1, 2, 3...) \tag{2.11}$$

  と仮定する。Baker [15] では、最尤法により $n = 1$ を棄却し、$n = 2$ としている。本論文でも $n = 2$ とする。M_A :axial mass は未定パラメタであり、ニュー トリノビームを用いた実験で決定しなければならない量である。

- 擬スカラー 形状因子: F_P

  擬スカラー 形状因子は (m_l^2/M^2) に比例する形でのみ、断面積の式に現れる。電子ニュートリノ、μ ニュートリノの場合には、荷電レプトンの質量が小さいため無視できる。よって、この形状因子に関する情報は少ない。

  PCAC 仮説を満たす式として、

$$F_P(Q^2) = \frac{2M^2 F_A(Q^2)}{M_\pi^2 + Q^2} \tag{2.12}$$

  M_π : π 粒子の質量

  が妥当な近似式と言われている [16]。この形を仮定すると、τ ニュートリノの場合、準弾性散乱断面積に対する F_P の寄与は約 5% である。

  Q^2 の小さい領域 $(Q^2 < 0.2GeV^2)$ では、核子の μ 粒子捕獲実験により検証が行われている [17]。その結果は、π 粒子の極による表式、

$$F_P(Q^2) = \frac{2M f_\pi g_{\pi NN}}{M_\pi^2 + Q^2} \tag{2.13}$$

  f_π :pion decay constant, $g_{\pi NN}$:pion-nucleon coupling

  で、ほぼ説明できている。

以上より、ニュー トリノの準弾性散乱の微分断面積は、M_A: axial mass を決定することによって、予想できる。

2.1.2 $N-\pi$ 共鳴

$N-\pi$ 共鳴とは、中間状態にある共鳴を経由して、終状態には核子と π 粒子を 1 つ出す過程のことである。荷電カレント反応としては以下のものがある。

$$\nu p \to l^- p\pi^+, \bar{\nu} n \to l^+ n\pi^-$$
$$\nu n \to l^- p\pi^0, \bar{\nu} p \to l^+ n\pi^0$$
$$\nu n \to l^- n\pi^+, \bar{\nu} p \to l^+ p\pi^-$$

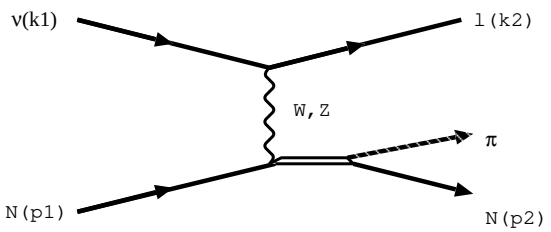

図 2.2： 単 π 粒子生成散乱をあらわすファインマンダイアグラム

ここでは、Rein, Sehgal の作成したモデル [22] を用いて計算する。このモデルでは、$\nu N \to lN'\pi$ という反応を 2 つのステップに分けて扱っている。

- 1. ニュートリノにより核子が励起されて、レプトンと核子の共鳴状態を作る。

このステップでは、Feynman, Kislinger, Ravndal の relativistic quark model [21] を用いて、共鳴状態の波動関数を計算している。この波動関数を用いて、核子から共鳴状態への遷移確率を計算する。その後、

- 2. 共鳴状態が、π 粒子と核子に崩壊する確率 (χ_E) をかける。

を行っている。
中間状態に生成する共鳴 (質量 M) が 1 つの場合には、その反応断面積は

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 dE_\nu} = \frac{1}{32\pi m_N E_\nu^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sum_{spins} |T(\nu N \to lN^*)|^2 \cdot \chi_E \cdot \delta(W^2 - M^2) \qquad (2.14)$$

と表される。しかし、起こりうる共鳴状態は 1 種類ではなく、その質量が 2 GeV までの範囲に 18 種類ある (表 2.1)。そこで、各共鳴が起こす干渉の効果をとりいれるため、各共鳴の散乱振幅を足し合わせて行列要素を求め、その行列要素を用いて散乱断面積を計算している。また、共鳴を経ずに π 粒子を生成する、図 2.3のような過程も考慮してある。
本論文では $M \leq 1.4GeV$ として、最低の共鳴状態 $(P_{33}(1232))$ のみ考えている。この $N-\pi$ 共鳴の境界の取り方による誤差は 2.4節で述べる。

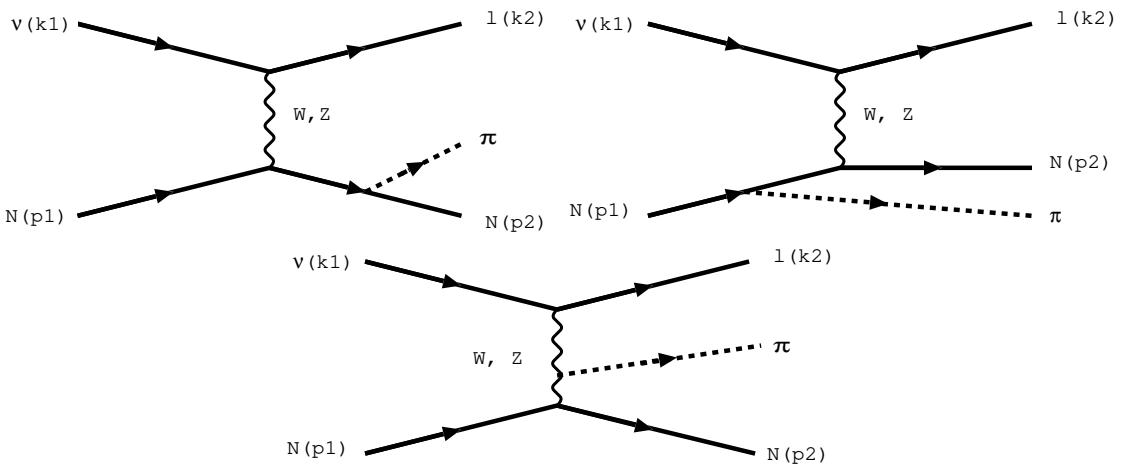

図 2.3： 共鳴を経ない単 π 粒子生成散乱をあらわすファインマンダイアグラム

2.1.3 深非弾性散乱

深非弾性散乱とは、標的であるハドロンへの四元運動量移行の大きな過程のことである。ここでは、終状態のハドロン系の不変質量 W が $1.4\ \mathrm{GeV}$ 以上の場合を深非弾性散乱とした。

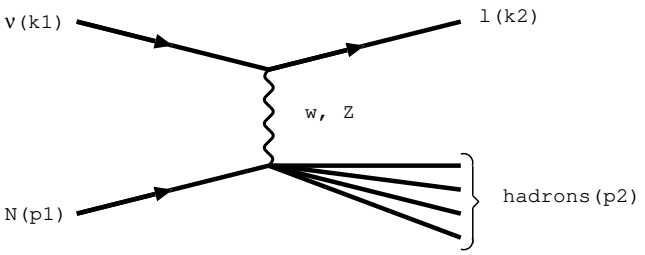

図 2.4： 深非弾性散乱をあらわすファインマンダイアグラム

ハドロンバーテックスは、ローレンツ変換性より、次のようにおくことができる。

$$W_{\alpha\beta} = \left[W_1 \cdot M^2 g_{\alpha\beta} + W_2 \cdot p_\alpha p_\beta + W_3 \cdot \frac{\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_\gamma q_\delta}{2} + W_4 \cdot q_\alpha q_\beta + W_5 \cdot \frac{p_\alpha q_\beta + q_\alpha p_\beta}{2} \right] \quad (2.15)$$

これを用いて微分断面積を計算すると、

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} = \frac{G_F^2 E_l}{2\pi E_\nu} \left[W_1 \left(1 - \frac{p_l}{E_l} \cos\theta \right) + \frac{W_2}{2} \left(1 + \frac{p_l}{E_l} \cos\theta \right) \right.$$

resonance symbol	central mass [MeV]	total width [MeV]	πN branching ratio (χ_E)
$P_{33}(1232)$	1232	115	1
$P_{11}(1440)$	1440	200	0.60
$D_{13}(1520)$	1520	125	0.55
$S_{11}(1535)$	1535	150	0.43
$S_{31}(1620)$	1620	140	0.30
$S_{11}(1650)$	1650	150	0.60
$P_{33}(1600)$	1600	370	0.10
$D_{13}(1700)$	1700	100	0.10
$D_{15}(1675)$	1675	155	0.35
$F_{15}(1680)$	1680	125	0.60
$P_{11}(1710)$	1710	110	0.15
$D_{33}(1700)$	1700	250	0.15
$P_{13}(1720)$	1720	200	0.15
$P_{31}(1910)$	1910	220	0.22
$F_{35}(1905)$	1905	300	0.12
$F_{37}(1950)$	1950	240	0.40
$P_{33}(1920)$	1920	250	0.17
$F_{17}(1990)$	1990	325	0.01

表 2.1： Rein, Sehgal **モデルで扱うことのできる共鳴状態。**resonance symbol $L_{2I\ 2J}(mass)$ **は、**L：$N-\pi$ **の軌道角運動量の指標、**I：**アイソスピン、**J：**スピン、**mass：**質量を表す。**

$$\mp \frac{W_3}{2M}\Big(-\frac{m_l^2}{E_l}+(E_\nu+E_l)\Big(1-\frac{p_l}{E_l}\cos\theta\Big)\Big)+\frac{W_4 m_l^2}{2M^2}\Big(1-\frac{p_l}{E_l}\cos\theta\Big) - \frac{W_5 m_l^2}{2ME_l}\Big] \tag{2.16}$$

を得る。ただし、時間反転対称性より $W_4=0$ **である。**
ここで、$x=\frac{q^2}{2M\nu},\ y=\frac{\nu}{E}$ **を用いて、**

$$F_1=MW_1,\quad F_2=\nu W_2=\nu x W_5,\quad F_3=-\nu W_3 \tag{2.17}$$

として、式 (2.16) **を書き直すと、**

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy}=\frac{G_F^2 M E_\nu}{\pi}\Big[y^2xF_1+\Big(1-y-\frac{M}{2E_\nu}xy\Big)F_2\pm\Big(y-\frac{y^2}{2}\Big)xF_3$$

$$+\frac{m_l^2}{ME_\nu}\left(-\left(\frac{M}{4E_\nu}+\frac{1}{2x}\right)\cdot F_2+\frac{yF_1}{2}\mp\frac{yF_3}{4}\right)\Bigg] \tag{2.18}$$

を得る。

よって、構造関数 F_1, F_2, F_3 を決定することが出来れば、深非弾性散乱の断面積を知ることが出来る。

2.2 パラメタについて

2.2.1 準弾性散乱の場合

準弾性散乱の場合、モデルの持つパラメタは $F_A(0), M_V, M_A$ の 3 つである。このうち、$F_A(0), M_V$ に関しては、$F_A(0) = -1.23$、電子ビ– ム等を用いた実験より、電磁形状因子が精密に測定されており、$M_V = 0.84\mathrm{GeV}$ と決定されている。

準弾性散乱断面積の測定より、M_A の値が求められているが、決定された M_A の値は、実験によって大きなばらつきがある (図 2.5)。

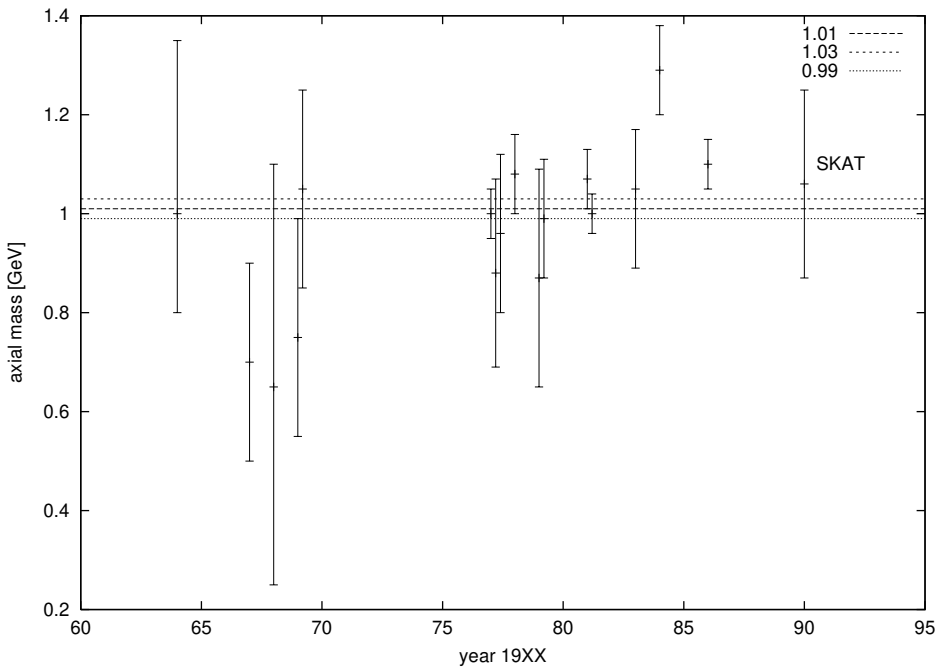

図 2.5 : 過去の実験によって求められた M_A。横軸は、その M_A の値が発表された年。3 本の横線は world average とその誤差である。図中の”SKAT” は、SKAT の実験結果を示している。

そこで、1 つの実験結果 (SKAT [18]) を取り上げて、M_A をパラメタとしてフィットを行った。SKAT は、ニュートリノの準弾性散乱に関する最新の結果である。1 パラメタフィットを行ったところ、ベストフィットは $M_A = 1.06$ であった $(\chi^2/dof = 0.43, dof = 7)$。また、信頼度が 90% の範囲で誤差を見積もることにした。このとき M_A の取る値は 0.84 から 1.25 であった。(図 2.6)

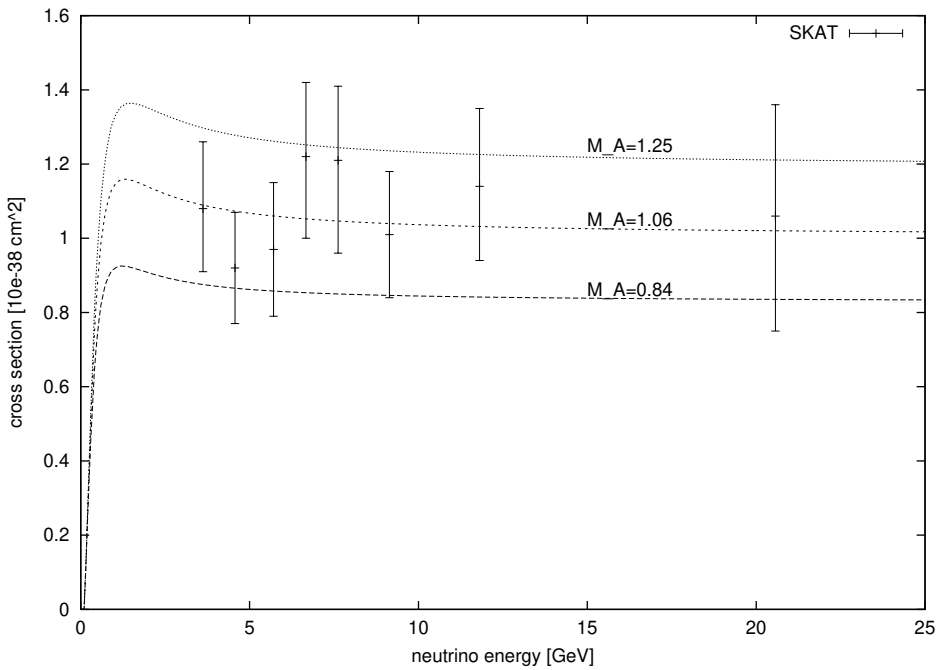

図 **2.6**： SKAT の実験結果と M_A の取りうる範囲。3 本の曲線は、それぞれ上から $M_A = 1.25,\ M_A = 1.06,\ M_A = 0.84$ のときの準弾性散乱断面積である。

2.2.2 $N - \pi$ 共鳴の場合

Rein, Sehgal のシミュレーションは、クォーク振動子の角振動数 Ω、共鳴状態の断面積に含まれる vector mass (M_V) や axial mass (M_A)、共鳴状態から π 粒子と核子に崩壊する確率 χ_E 等、多くのパラメタを持つが、ニュートリノ実験から決めなければならないのは M_A だけである。

準弾性散乱の場合と同じく、1π 生成断面積の測定より M_A の値が求められているが、断面積の測定値の誤差が非常に大きい (図 2.7,2.8)。また決定された M_A の値は、実験によって大きなばらつきがある (図 2.9)。

$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + p + \pi^+$ に限って考える。準弾性散乱の場合と同様に、1 つの実験結果 (BEBC [20]) を取り上げて、M_A をパラメタとしてフィットを行った。BEBC は最新の結果ではないが、誤差が最も小さい。1 パラメタフィットを行ったところ、ベストフィットは

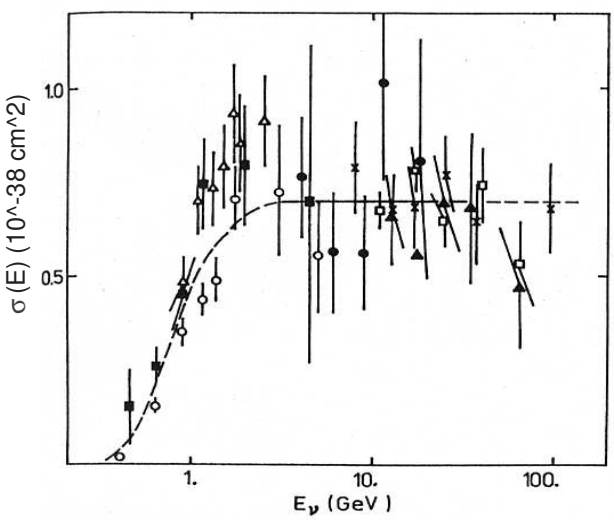

図 2.7： 1π 生成断面積の実験結果。$\nu_\mu + p \to \mu^- + p + \pi^+$ 反応の断面積。

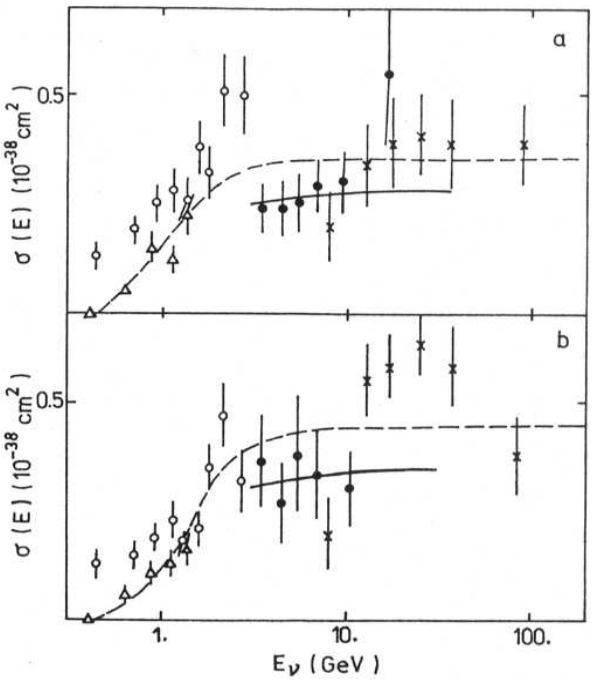

図 2.8: 1π 生成断面積の実験結果。上は $\nu_\mu + n \to \mu^- + p + \pi^0$ 反応、下は $\nu_\mu + n \to \mu^- + n + \pi^+$ 反応の断面積。

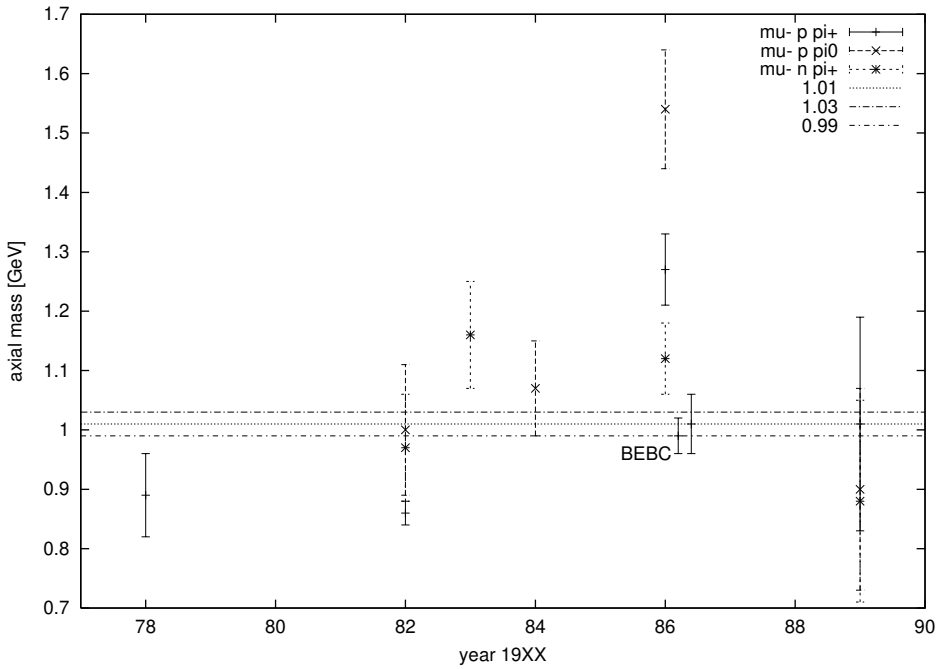

図 **2.9**： 過去の実験によって求められた M_A。横軸は、その M_A の値が発表された年。3 本の横線は world average とその誤差である。図中の”BEBC” は、BEBC の実験結果を示している。

$M_A = 1.228$ であった $(\chi^2/dof = 0.97, dof = 4)$。また、信頼度が 90% の範囲で誤差を見積もることにした。このとき M_A の取る値は 1.130 から 1.318 であった (図 2.6)。

2.3 構造関数について

2.3.1 クォークモデルから見た構造関数

核子との深非弾性散乱は、核子内部のクォークとの弾性散乱として扱える。クォークの分布関数を q_i、反クォークの分布関数を $\bar{q}_i$ とすれば、

$$F_2^\nu = \Sigma 2x[q_i + \bar{q}_i] \tag{2.19}$$

$$xF_3^\nu = \Sigma 2x[q_i - \bar{q}_i] \tag{2.20}$$

となる。標的のスピンが $\frac{1}{2}$ の場合には Callan-Gross の関係式 : $2xF_1 = F_2$ が成り立つが、

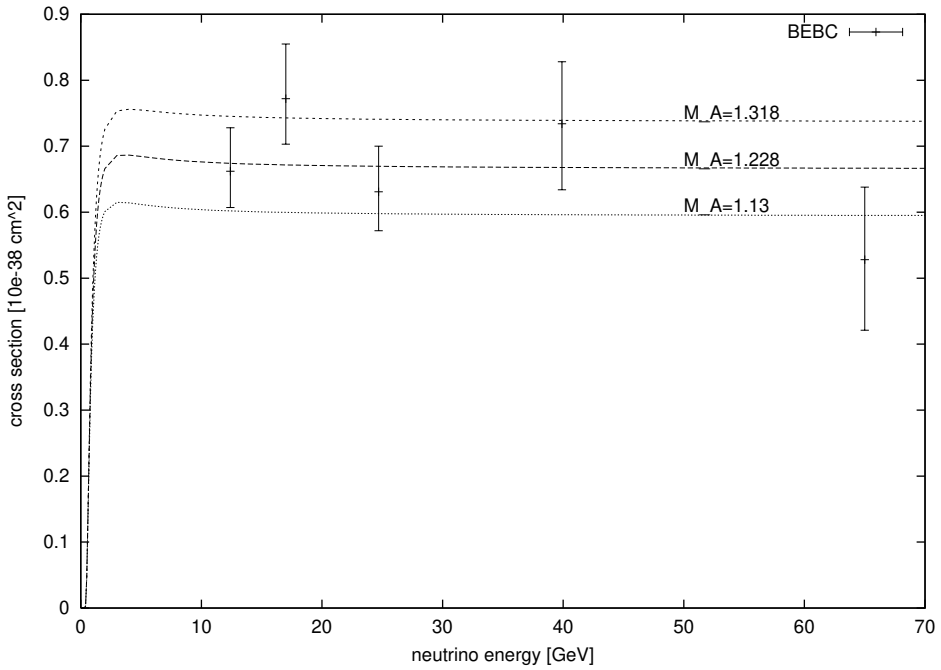

図 2.10： BEBC の実験結果と M_A の取りうる範囲。3 本の曲線は、それぞれ上から $M_A = 1.318,\ M_A = 1.228,\ M_A = 1.13$ のときの 1π 生成断面積である。

Q^2 が小さな領域では補正が必要である。そこで、

$$2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) \times \frac{1 + 4M^2x^2/Q^2}{1 + R(x, Q^2)} \tag{2.21}$$

$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_R}$: W ボソンの縦偏極断面積 (σ_L) と横偏極断面積 (σ_R) の比

とおく。この関数 $R(x, Q^2)$ については Whitlow らの解析結果 [26] を用いる。

ここで、陽子、中性子の内部には valence クォークとしては存在しない strange クォーク、charm クォークの寄与を無視する近似をとると、起こりうるクォークとニュートリノの反応は以下の通りである。

$$\nu_l d \to l^- u \tag{2.22}$$
$$\nu_l \bar{u} \to l^- \bar{d} \tag{2.23}$$
$$\bar{\nu}_l u \to l^+ d \tag{2.24}$$
$$\bar{\nu}_l \bar{d} \to l^+ \bar{u} \tag{2.25}$$

陽子の中での各クォーク分布関数を $u, d, \bar{u}, \bar{d}$ とすると、ニュートリノ反応での陽子構造関数は次のようになる。

$$F_2^{\nu p} = 2x[d + \bar{u}] \tag{2.26}$$
$$xF_3^{\nu p} = 2x[d - \bar{u}] \tag{2.27}$$

荷電対称性により、中性子の中の up クォークの分布関数は d、down クォークの分布関数は u となる。よって、中性子の場合は、u と d、 $\bar{u}$ と $\bar{d}$ を入れ換えればよい。

また、アイソスカラー標的の場合には、

$$F_2^{\nu N} = (F_2^{\nu p} + F_2^{\nu n})/2 = x[u + d + \bar{u} + \bar{d}] \tag{2.28}$$
$$xF_3^{\nu N} = x(F_3^{\nu p} + F_3^{\nu n})/2 = x[u + d - \bar{u} - \bar{d}] \tag{2.29}$$

となる。

一方、電子反応の場合は、

$$F_2^{ep} = x\Big[\frac{4}{9}(u + \bar{u}) + \frac{1}{9}(d + \bar{d})\Big] \tag{2.30}$$
$$F_2^{en} = x\Big[\frac{4}{9}(d + \bar{d}) + \frac{1}{9}(u + \bar{u})\Big] \tag{2.31}$$

となることから、アイソスカラー標的に対しては、

$$F_2^{eN} = x\Big[\frac{5}{18}(u + d + \bar{u} + \bar{d})\Big] \tag{2.32}$$

となる。つまり、アイソスカラー標的については、$F_2^{\nu N} = \frac{18}{5}F_2^{eN}$ が成立する。

2.3.2 実験との比較

2 つの構造関数 F_2, F_3 がとりうる誤差を、実験との比較により考察する。

ニュ− トリノビ− ムを用いた深非弾性散乱の実験は今までにいくつか行われている。しかし、それらは私の想定している運動学的領域よりも Q^2 の大きな領域で行われている。その代わり、SLAC での $ep,\ eD$ 散乱実験が存在する。(図 2.11)

任意の運動学的領域での構造関数を求める最も標準的な方法は、CTEQ [23] や MRS [24]、GRV [25] などのパートン分布関数を用いて構造関数を構成する方法である。これらのパートン分布関数は正しく扱える Q^2 の下限値があるが、GRV は十分に小さな Q^2 にまで対応している $(Q^2 \geq 0.4GeV^2)$。

しかし Q^2 が小さな領域では、このようにして構成した構造関数と実験結果が異なっていることが知られている。そこで、構造関数 F_2 については、SLAC 実験の $e\ D$ 散乱のデー

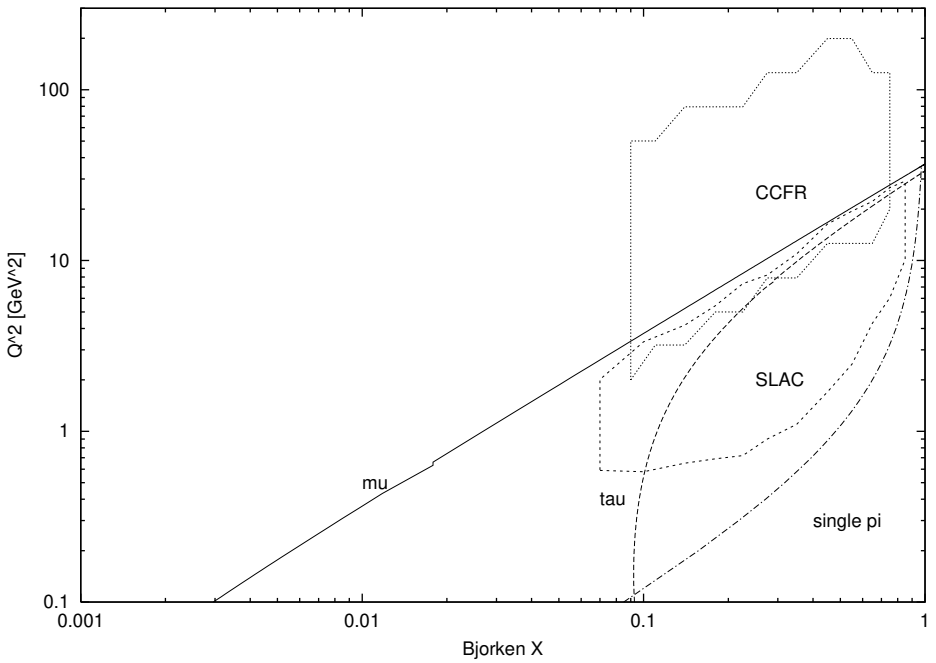

図 2.11： $E_\nu = 20\mathrm{GeV}$ のとき、運動学的に許される $x - Q^2$ の領域。(SLAC 実験がカバーする領域 (SLAC)、CCFR 実験がカバーする領域 (CCFR)、本論文では $N - \pi$ 共鳴として扱っている領域 (single pi) を同時に示す。)

タを用いて考察を行うことにする。クォークモデルより $F_2^{\nu D} = \frac{18}{5} F_2^{eD}$ であるから、電子ビームでの実験結果を用いることが可能である。

構造関数 xF_3 はパリティ非保存を担っており、電磁相互作用では存在しない。よって SLAC の実験では、この構造関数に関する情報を得ることはできず、ニュートリノビームを用いた他の実験にあたる必要がある。しかし、前述の通り、私の想定する領域での実験は存在しない。そこで、CCFR 実験によって行われた νFe 散乱のデータを用い、GRV から構成した xF_3 を調整する。一般に、同じアイソスカラー標的であっても、重陽子標的と鉄標的では、EMC 効果により 1 核子あたりの断面積の大きさが異なるが、ここではそれを考慮しないことにする。

まず構造関数 F_2 について考える。SLAC 実験の構造関数の測定結果に対して、フィット関数が与えられている [27]。 重水素標的の構造関数 F_2^{eD} の場合の、フィットの様子を示したのが図 2.12である。

F_2 に対する誤差は、フィット関数全体に掛かるパラメタを新しく導入して、それを信頼度 90% の範囲で動かした。そのパラメタのとる範囲は 0.988 から 1.016 であった。

次に、構造関数 xF_3 について考える。

式 2.29に従い、GRV を用いて xF_3 を構成したところ、Q^2 の小さな領域では、実験値と合わなかった。そこで、GRV のもつ 1 つのパラメタ (μ^2:デフォルト値は 0.34) を動かして、

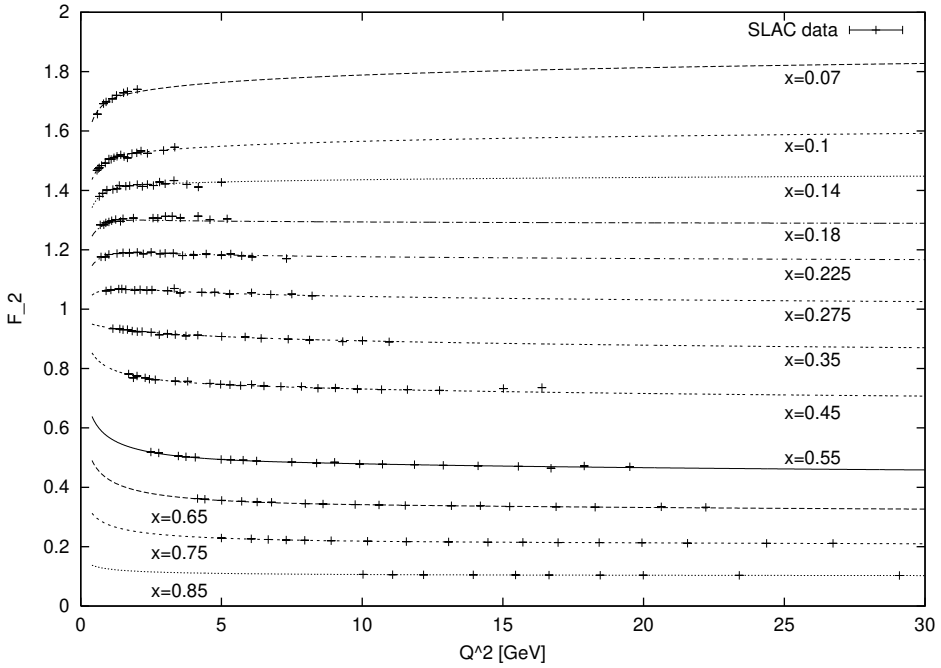

図 **2.12**： SLAC の実験値と Whitlow のフィット関数

$Q^2 \leq 30GeV^2$ の条件のもとでフィットを行った。デフォルトでは $\chi^2/dof = 1.84 \ \ (dof = 30)$、ベストフィットは $\mu^2 = 0.34 \times 0.934, \ \ \chi^2/dof = 1.51 \ \ (dof = 30)$ であった (図 2.13)。

ここで、$\chi^2/dof \sim 2.5$ までとして誤差をつけた (図 2.14)。この幅の取り方による誤差の変化は無視できる程度 (数 %) であった。

2.4 $N - \pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界について

本論文では、$N - \pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界を、終状態のハドロンの不変質量 W=1.4 GeV においた。しかし、$N - \pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界は自明ではない。この境界をどこにおくかは、断面積の不定性となる。

SLAC 実験がカバーする領域 $(Q^2 \geq 0.6GeV^2$ かつ $W^2 \geq 3GeV^2)$ では、深非弾性散乱として取り扱うことは正しいであろう。そこで、$1.4 < W < 2.0$ の範囲で、SLAC 実験がカバーしていない領域について、$N - \pi$ 共鳴、深非弾性散乱の断面積を計算した。τ ニュートリノの計算結果を表 2.2、μ ニュートリノの計算結果を表 2.3に示す。

これらを、深非弾性散乱の誤差として扱うことにする。つまり、深非弾性散乱の誤差は、パラメタからくる誤差と境界の取り方による誤差の和とする。

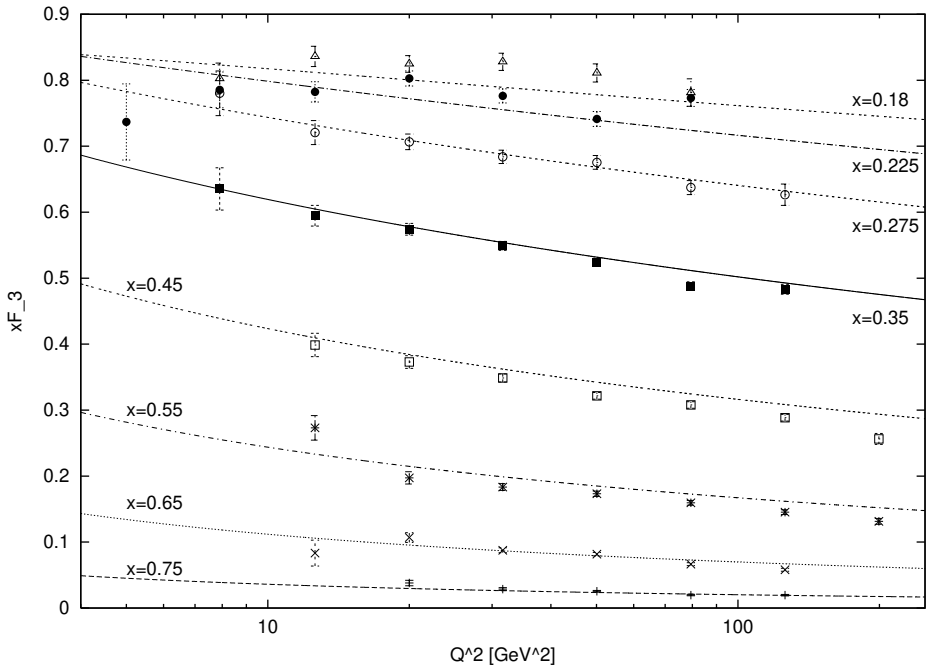

図 2.13： CCFR 実験による xF_3^d の実験値と、GRV94 から作った構造関数 xF_3^d をフィットしたものの比較。

E_ν [GeV]	3.5	3.75	4.0	6.0	10.0	15.0	20.0	30.0
$\lvert\sigma_{RES} - \sigma_{DIS}\rvert$ $[10^{-38} cm^2]$	0.0	0.0	0.0	0.019	0.0099	0.048	0.078	0.12

表 2.2： 境界の取り方による誤差。τ ニュートリノの場合。

E_ν [GeV]	3.5	3.75	4.0	6.0	10.0	15.0	20.0	30.0
$\lvert\sigma_{RES} - \sigma_{DIS}\rvert$ $[10^{-38} cm^2]$	0.28	0.28	0.27	0.26	0.24	0.23	0.23	0.23

表 2.3： 境界の取り方による誤差。μ ニュートリノの場合。

2.5 μ ニュートリノの場合

この節では、計算結果を実際の μ ニュートリノ実験の結果と比較して、得たパラメタが適当であることを確認する。

これまでの議論から得たパラメタを用いて計算を行ったところ、μ ニュートリノの荷電カレント断面積として表 2.4を得た。

図 2.15は、実際の実験結果 (CCFRR [28], BNL7 [29]) と予想断面積の比較である。

μ ニュートリノの深非弾性散乱断面積を求める場合には、フィット関数の使える範囲外まで積分を行っているが、図 2.15を見る限りでは問題は無いようである。

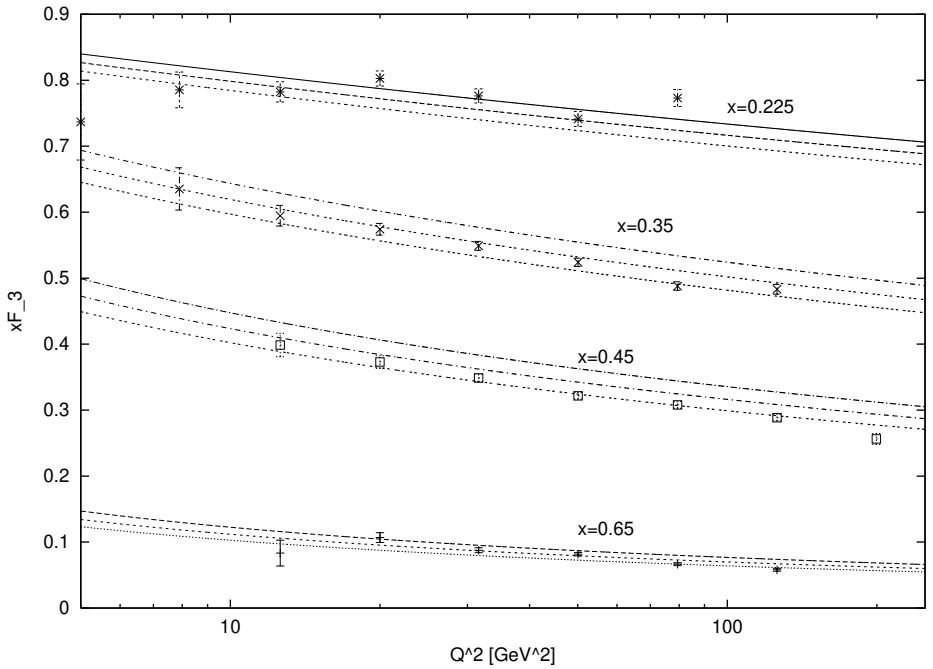

図 **2.14**： CCFR の実験値と構造関数 xF_3^d につけた誤差の様子。

E_ν [GeV]	0.25	0.50	0.75	1.0	2.0	3.5	3.75	4.0	6.0
σ_{ν_μ} $[10^{-38}cm^2]$	0.19	0.47	0.74	0.95	1.7	2.7	2.8	3.0	4.3
$\Delta\sigma_{\nu_\mu}$ $[10^{-38}cm^2]$	$^{+0.011}_{-0.019}$	$^{+0.059}_{-0.081}$	$^{+0.10}_{-0.12}$	$^{+0.15}_{-0.17}$	$^{+0.45}_{-0.44}$	$^{+0.50}_{-0.48}$	$^{+0.50}_{-0.48}$	$^{+0.50}_{-0.48}$	$^{+0.50}_{-0.48}$
E_ν [GeV]	10	15	20	30	50	100	150	200	250
σ_{ν_μ} $[10^{-38}cm^2]$	7.0	10	14	20	33	65	96	127	157
$\Delta\sigma_{\nu_\mu}$ $[10^{-38}cm^2]$	$^{+0.53}_{-0.51}$	$^{+0.58}_{-0.55}$	$^{+0.63}_{-0.60}$	$^{+0.74}_{-0.71}$	—	—	—	—	—

表 **2.4**： μ ニュートリノ荷電カレント断面積の予想値。誤差の計算は $E_\nu = 30\mathrm{GeV}$ までしか行っていない。

断面積の絶対値に対する誤差の割合を、図 2.16に示す。

2.6 τ ニュートリノの荷電カレントの全断面積

- 仮定 1： レプトンユニバーサリティ。
- 仮定 2： $N-\pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界を $W = 1.4\mathrm{GeV}$ におく。この境界の取り

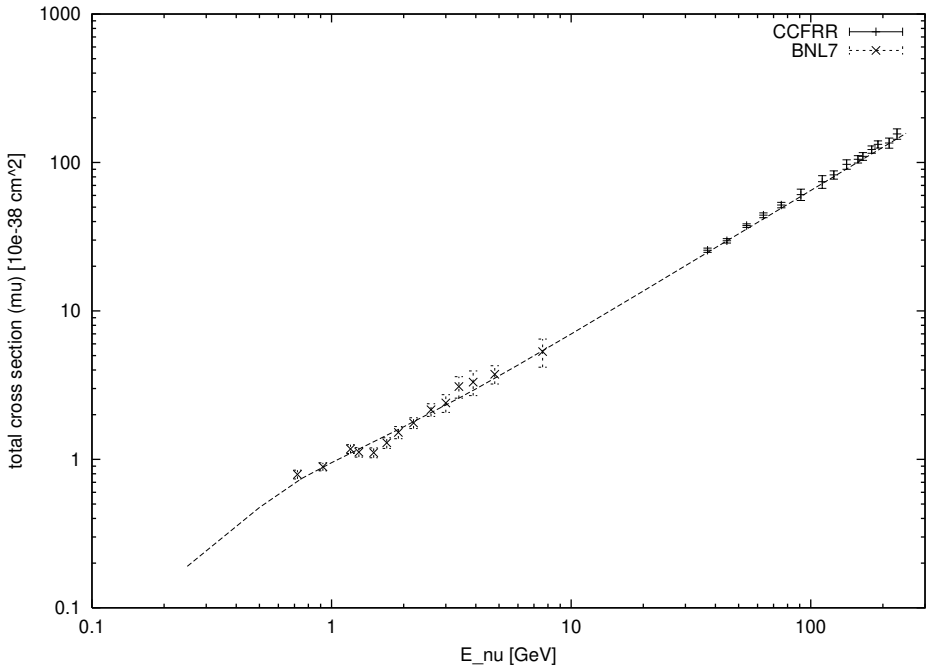

図 2.15： μ ニュートリノの予想断面積と CCFRR、BNL7 の実験値の比較。

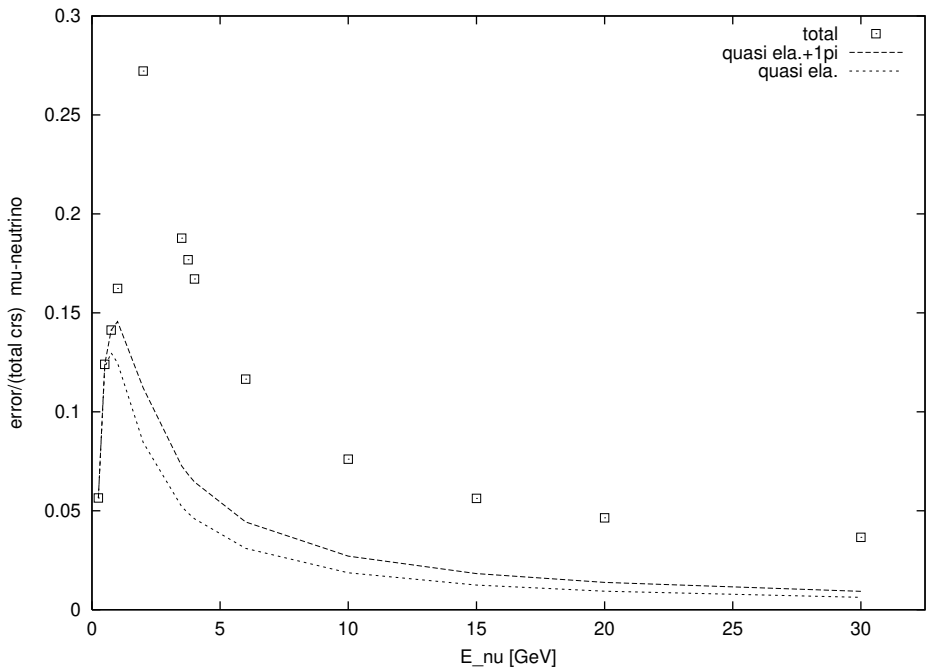

図 2.16： μ ニュートリノの全断面積の絶対値に対する誤差の割合

方による誤差を表 2.2と見積もる。

の下で、τ ニュートリノの荷電カレント全断面積を計算したところ、表 2.5を得た。

E_ν [GeV]	σ^{total} $[10^{-38}cm^2]$	σ^{QEL} $[10^{-38}cm^2]$	σ^{RES} $[10^{-38}cm^2]$	σ^{DIS} $[10^{-38}cm^2]$
3.5	$0.055^{+0.041}_{-0.028}$	$0.055^{+0.041}_{-0.028}$	0.0	0.0
3.75	$0.15^{+0.096}_{-0.071}$	$0.15^{+0.096}_{-0.071}$	0.0	0.0
4.0	$0.20^{+0.12}_{-0.091}$	$0.20^{+0.12}_{-0.091}$	$0.00041^{+0.000070}_{-0.000067}$	0.0
6.0	$0.77^{+0.21}_{-0.19}$	$0.39^{+0.14}_{-0.12}$	$0.28^{+0.044}_{-0.043}$	$0.095^{+0.022}_{-0.022}$
10	$1.9^{+0.22}_{-0.20}$	$0.46^{+0.13}_{-0.11}$	$0.41^{+0.056}_{-0.055}$	$1.0^{+0.036}_{-0.035}$
15	$3.7^{+0.29}_{-0.27}$	$0.47^{+0.12}_{-0.10}$	$0.46^{+0.059}_{-0.058}$	$2.8^{+0.11}_{-0.11}$
20	$5.9^{+0.37}_{-0.34}$	$0.48^{+0.12}_{-0.099}$	$0.48^{+0.060}_{-0.058}$	$4.9^{+0.19}_{-0.18}$
30	$11^{+0.50}_{-0.47}$	$0.48^{+0.12}_{-0.098}$	$0.49^{+0.060}_{-0.059}$	$9.7^{+0.32}_{-0.32}$

表 2.5： τ ニュートリノの全断面積の予想値

準弾性散乱、$N-\pi$ 共鳴、深非弾性散乱の断面積の様子は図 2.17∼2.19の通りである。

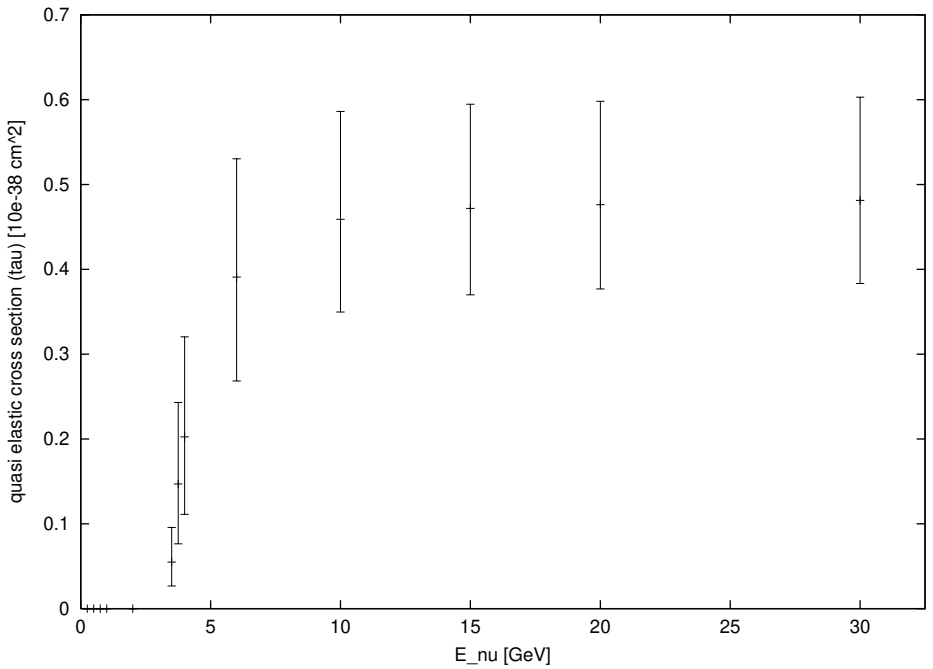

図 2.17： 準弾性散乱断面積の予想値

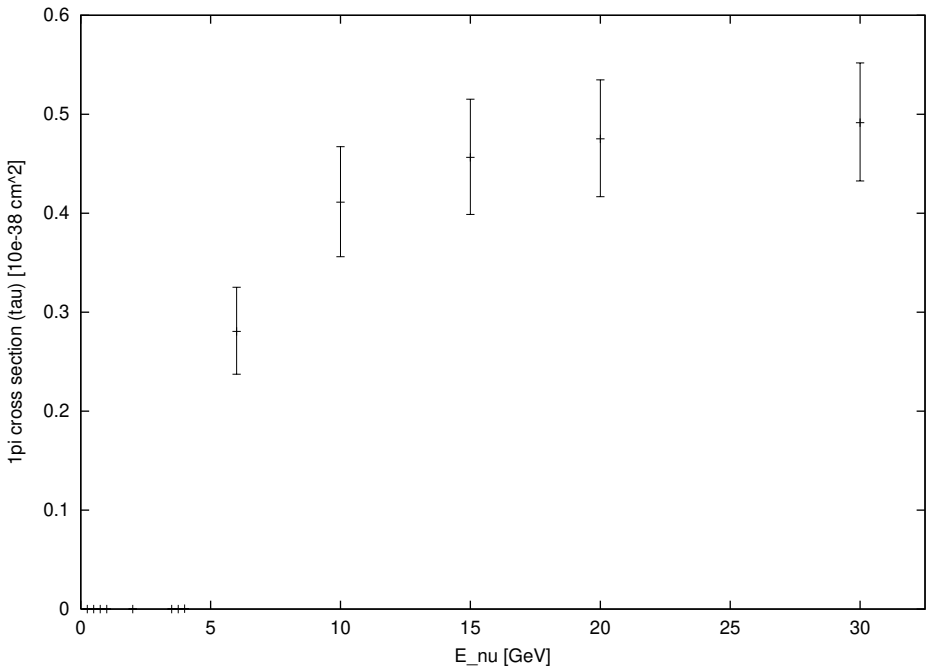

図 2.18： 1π 生成断面積の予想値

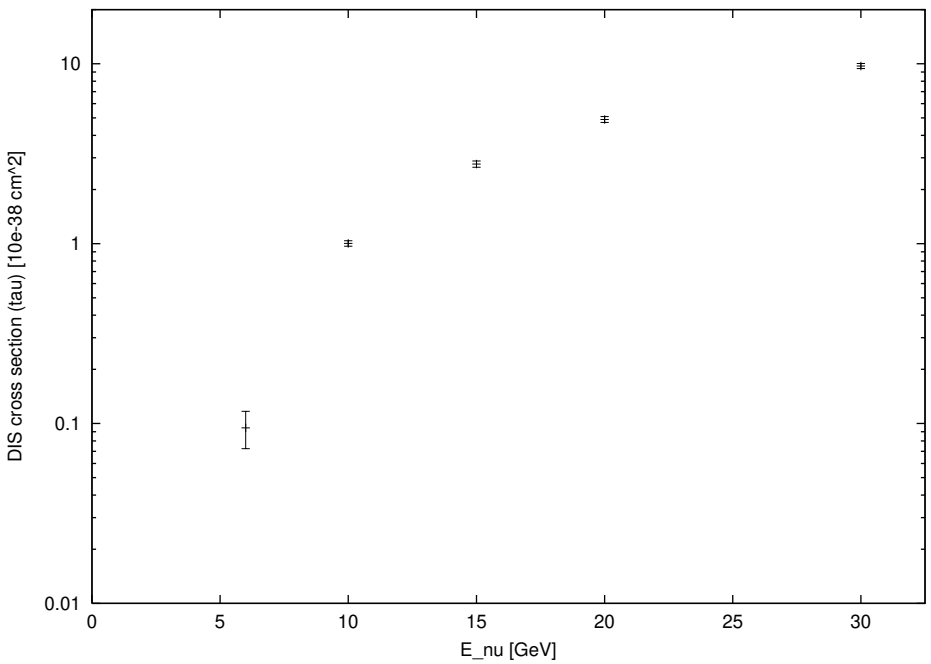

図 2.19： 深非弾性散乱断面積の予想値

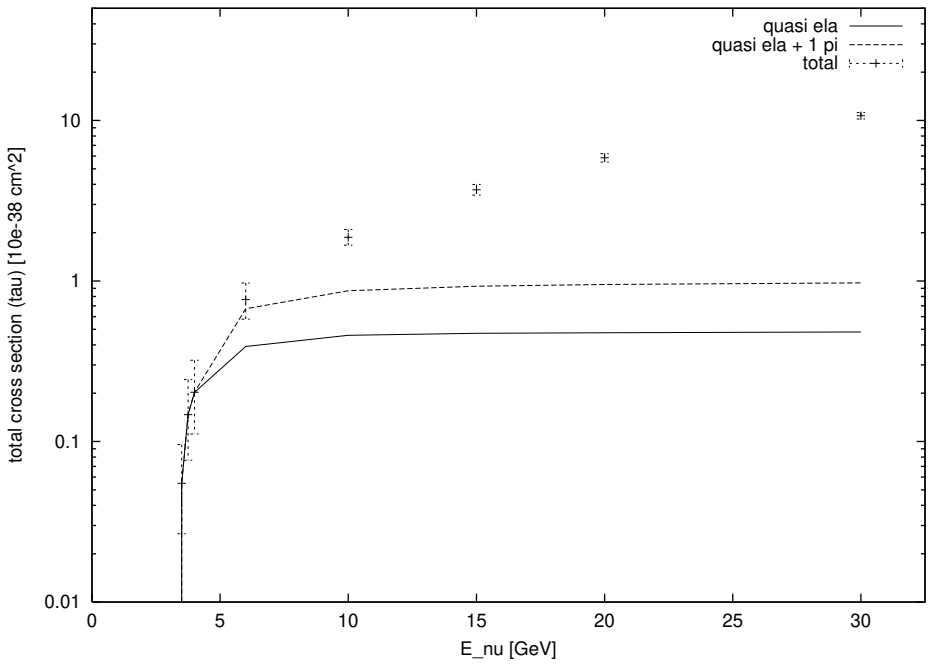

図 2.20： 荷電カレント断面積の予想値

荷電カレント断面積の様子は図 2.20の通りである。
また、全断面積に対する誤差の割合を図 2.21に示す。

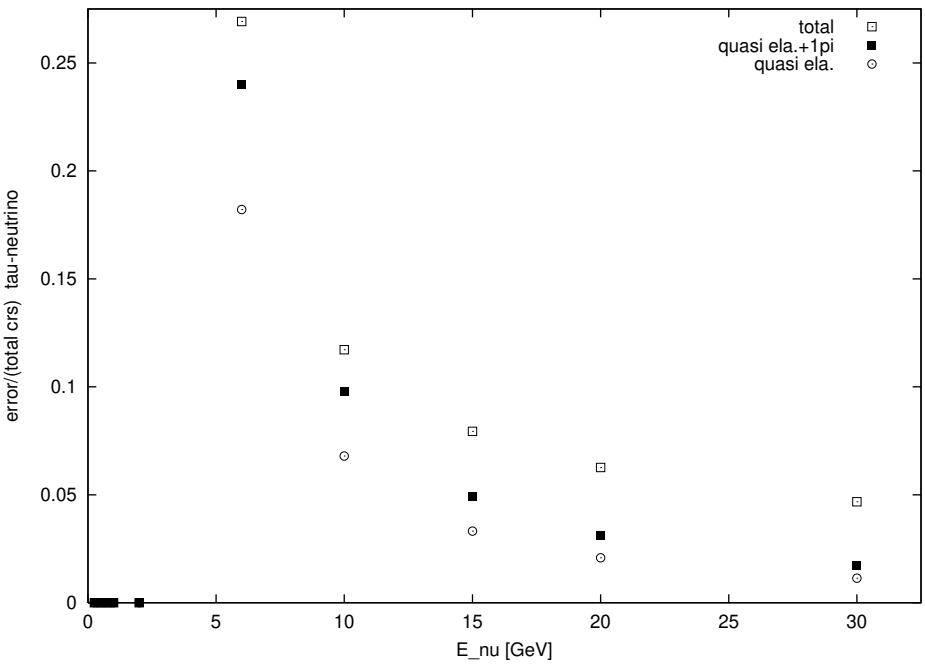

図 2.21： τ ニュートリノの全断面積の絶対値に対する誤差の割合

第 3 章

考察

3.1 考察

μ ニュートリノ荷電カレント断面積 (σ_{ν_μ})、τ ニュートリノ荷電カレント断面積 (σ_{ν_τ}) の計算結果を用いて、τ apperance 実験についての考察を行う。

$\nu_\mu \to \nu_\tau$ の振動確率を測定する場合には、

$$P(\nu_\mu \to \nu_\tau) = \frac{(N_\tau/\sigma_{\nu_\tau})_{obs.}}{(N_\mu/\sigma_{\nu_\mu})_{expected}}$$

であり、重要なのは σ_{ν_τ} そのものの誤差ではなく、$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の誤差である。ここで N_τ は後置検出器での τ 粒子の数、N_μ はニュートリノ振動がない場合に期待される後置検出器での μ 粒子の数である。

そこで、この比に対する考察を行う。

表 3.1は $\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の計算結果である。

E_ν [GeV]	3.5	3.75	4.0	6.0	10.0	15.0	20.0	30.0
$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$	0.021	0.052	0.068	0.18	0.27	0.36	0.43	0.53
$\Delta(\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu})$	$^{+0.0097}_{-0.0084}$	$^{+0.021}_{-0.020}$	$^{+0.024}_{-0.023}$	$^{+0.024}_{-0.027}$	$^{+0.010}_{-0.0098}$	$^{+0.0079}_{-0.0073}$	$^{+0.0067}_{-0.0062}$	$^{+0.0052}_{-0.0050}$

表 3.1を図示したものが図 3.1である。絶対値に対する誤差の割合を図 3.2に示す。

これをみると、ニュートリノのエネルギーを 10GeV 以上にできれば、$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の誤差を 5% 以下に抑えられることがわかる。

しかし一方で、ニュートリノ振動の時間発展の式 1.7より、ニュートリノ振動の影響を大きくするために、

$$\frac{\Delta m^2(eV^2)L(km)}{E_\nu(GeV)} \sim 1$$

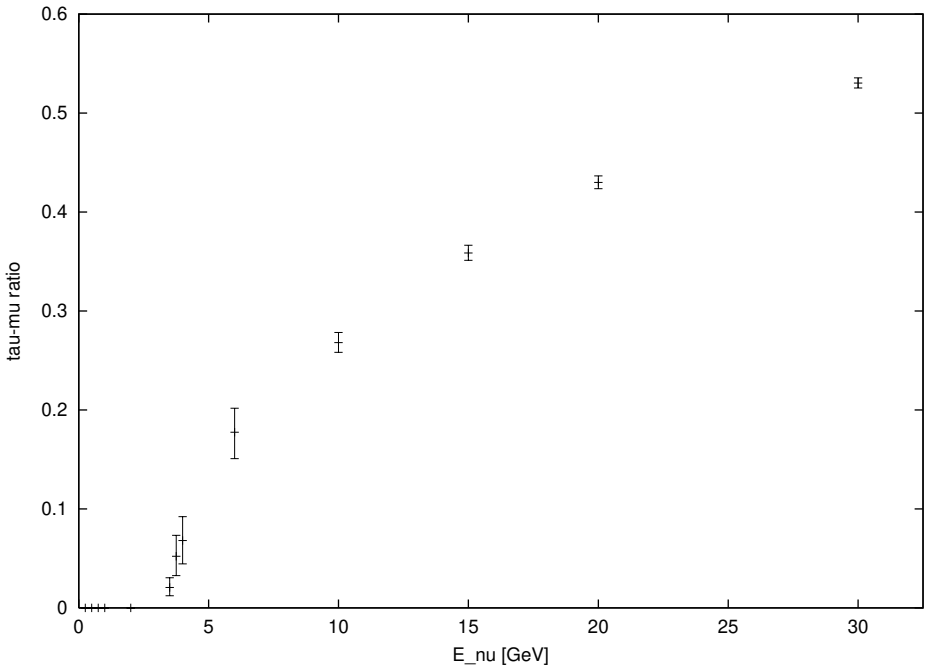

図 3.1： $\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の計算結果。

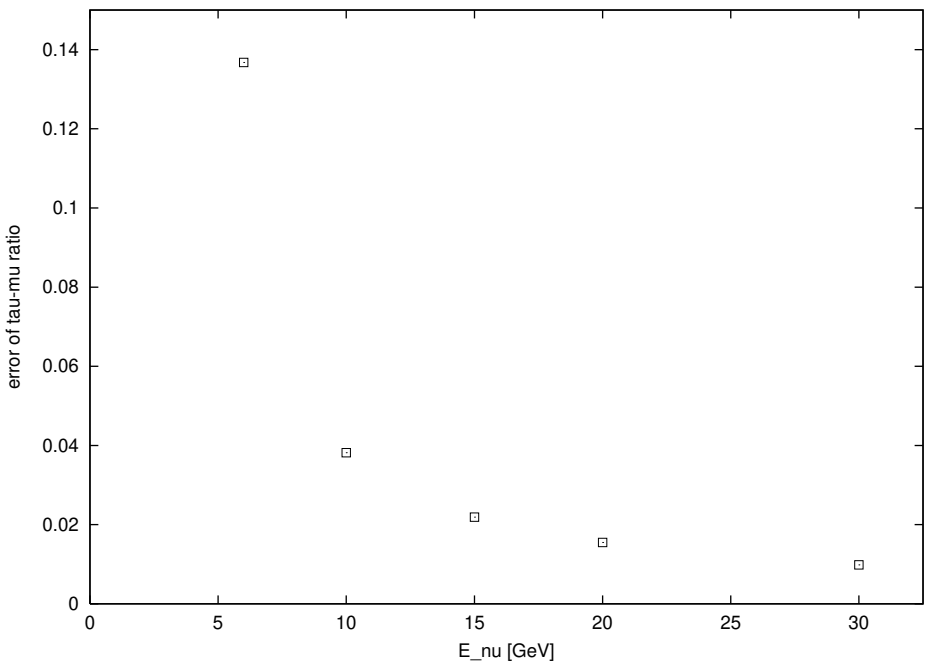

図 3.2： $\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の絶対値に対する誤差の割合。

となることが望ましい。ここで Δm^2 を、スーパーカミオカンデのベストフィットの値である $3.5 \times 10^{-3}\ eV^2$ 程度とした場合、 $E_\nu = 10\ GeV$ のとき、$L \sim 2900\ km$ となる。

現在計画中の MINOS 実験と OPERA 実験は、ニュートリノの飛行距離を約 $730\mathrm{km}$ としている。$L = 730\mathrm{km}$ として、τ 粒子の期待値 $N_\tau \propto P(E_\nu) \cdot \sigma_{\nu_\tau}(E_\nu)$ を計算したところ、図 3.3を得た。

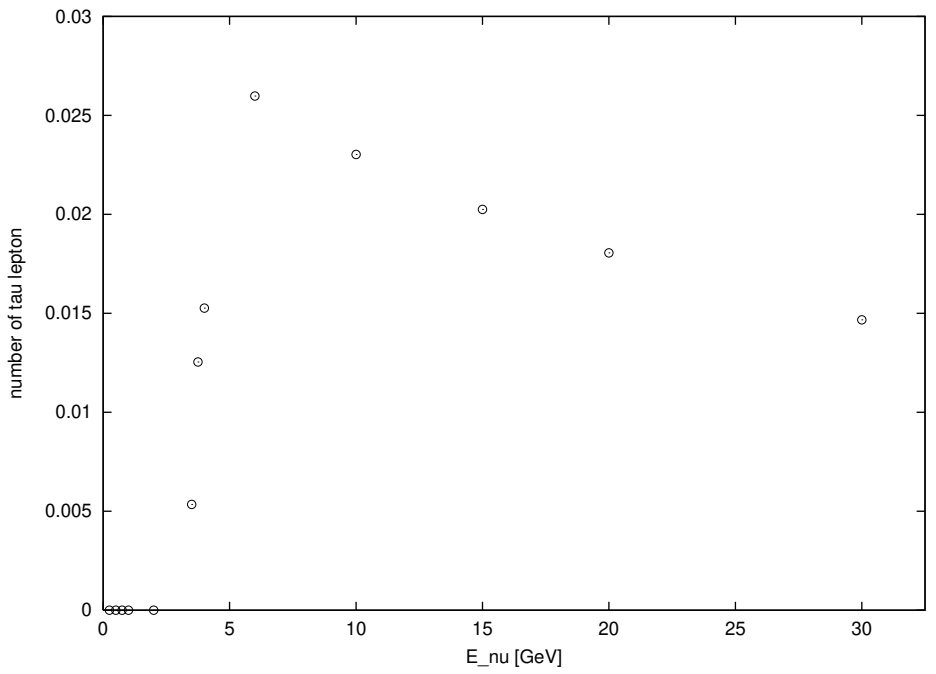

図 **3.3**： $L = 730\mathrm{km}$ の場合の τ 粒子の期待値。ただし、μ ニュートリノのフラックスを掛けていないので、絶対値に意味はない。

この結果をみると、$E_\nu = 6GeV$ 近傍で実験を行うのが有利である。しかし、$E_\nu = 6GeV$ の場合、$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ の誤差は 14% である。ニュートリノの混合角や質量 2 乗差を議論するためには、準弾性散乱断面積のパラメタ M_A、$N - \pi$ 共鳴断面積のパラメタ M_A、構造関数 F_2^ν, xF_3^ν の精密な測定が必要である。

3.2 今後の課題

本論文では、深非弾性散乱における構造関数 xF_3 の誤差を見積りにおいて、クォーク分布関数から構成したものを用い、また、想定されるよりも Q^2 が大きな領域の実験データとの比較を行った。しかし、構造関数 F_2 では、Q^2 の小さい領域でクォーク分布関数から構成したものと実験値が大きく異なっていることから、xF_3 においても大きなずれが予想される。よって、Q^2 が小さい領域でのニュートリノ実験が必要である。また、F_2^ν の評価

には重水素標的のデータ、xF_3^ν の評価には鉄標的のデータを用いたが、EMC 効果を考慮していない。この場合、生成直後の μ ニュートリノの量を調べる前置検出器と、ニュートリノ振動後の τ ニュートリノの量を調べる後置検出器の標的を同じにすれば、EMC 効果はほぼキャンセルされると考えられる。しかし、Arnold [30] らの報告によれば、断面積の比 σ_{Fe}/σ_D は Q^2 には依らないが x には依存する。よって、τ ニュートリノと μ ニュートリノのように運動学的に許される領域の違いが大きい場合には、EMC 効果を完全にキャンセルすることはできない。$x \sim 0.6$ のとき、$\sigma_{Fe}/\sigma_D \sim 0.9$ であることから、$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$ には 5% 程度の誤差が加わると考えられる。

3.3 まとめ

レプトンユニバーサリティを仮定し、終状態のハドロンの不変質量 W=1.4 GeV を $N-\pi$ 共鳴と深非弾性散乱の境界として、τ ニュートリノの荷電カレント断面積を計算した。

結果として表 3.3を得た。

E_ν [GeV]	3.5	3.75	4.0	6.0	10.0	15.0	20.0	30.0
σ_{ν_τ} $[10^{-38}cm^2]$	0.055	0.15	0.20	0.77	1.9	3.7	5.9	11
$\Delta\sigma_{\nu_\tau}$ $[10^{-38}cm^2]$	$^{+0.041}_{-0.028}$	$^{+0.096}_{-0.071}$	$^{+0.12}_{-0.091}$	$^{+0.21}_{-0.19}$	$^{+0.22}_{-0.20}$	$^{+0.29}_{-0.27}$	$^{+0.37}_{-0.34}$	$^{+0.50}_{-0.47}$
$\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu}$	0.021	0.052	0.068	0.18	0.27	0.36	0.43	0.53
$\Delta(\sigma_{\nu_\tau}/\sigma_{\nu_\mu})$	$^{+0.0097}_{-0.0084}$	$^{+0.021}_{-0.020}$	$^{+0.024}_{-0.023}$	$^{+0.024}_{-0.027}$	$^{+0.010}_{-0.0098}$	$^{+0.0079}_{-0.0073}$	$^{+0.0067}_{-0.0062}$	$^{+0.0052}_{-0.0050}$

これを用いて、τ appearance 実験での誤差の考察を行った。$\Delta m^2 = 3.5\times10^{-3}eV^2$、ニュートリノの飛行距離を 730km とした場合、振動確率と τ ニュートリノの断面積から、ニュートリノエネルギー 6GeV 近傍が有利であることが分かった。しかし、このエネルギーでの τ ニュートリノと μ ニュートリノの断面積の比の誤差は約 14% あり、ニュートリノの混合角や質量 2 乗差を議論するためには、準弾性散乱断面積のパラメタ M_A、$N-\pi$ 共鳴断面積のパラメタ M_A、構造関数 F_2^ν, xF_3^ν の精密な測定が必要である。

参考文献

[1] K.S.Hirata et al. : Phys.Lett.B280 (1992) 146

[2] T.Kajita for the Super-Kamiokande and Kamiokande collaborations: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.123, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 123]

[3] D.Casper et al. : Phys.Rev.Lett.66 (1991) 2561

[4] M.Aglietta et al.: Euro.Lett.8 (1989) 611

[5] Ch.Berger et al. : Phys.Lett.B245 (1990) 305

[6] E.Peterson for the Soudan2 Collaboration: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.111, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 111]

[7] M.Apollonio et al. : Phys.Lett.B420 (1998) 397

[8] K.Nakamura : Nucl.Phys.Proc.Suppl.31 (1993) 105

[9] Y.Suzuki for the Super-Kamiokande Collaboration: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.35, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 35]

[10] K.Lande et al.: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.13, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 13]

[11] V.N.Gavrin for the SAGE Collaboration: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.20, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 20]

[12] W.Hampel et al. : Phys.Lett.B447 (1999) 127

[13] O.Sato for the CHORUS Collaboration: Proc. of the 18th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan,4-9 June 1998, ed. Y.Suzuki and Y.Totsuka (North Holland,1999),p.220, [Nucl.Phys.B(Proc. Suppl)77 (1999) 220]

[14] K.Nishikawa : "Present and Future Neutrino Oscillation Experiments in Japan" Internal report

[15] N.J.Baker et al. : Phys.Rev.D23 (1981) 2499

[16] C.H.Clewenllyn Smith : Phys.Rep.3C (1971) 261

[17] V.Bernard : hep-ph/9811336

[18] J.Brunner et al.: Z.Phys.C - Particles and Fields 45 (1990) 551

[19] H.J.Grabosch et al.: Z.Phys.C - Particles and Fields 41 (1989) 527

[20] P.Allen et al. : Nucl.Phys.B264 (1986) 221

[21] R.P.Feynman et al.: Phys.Rev.D11 (1971) 2706

[22] D.Rein and L.M.Sehgal: Ann.of Phys. 133 (1981) 79

[23] J.Botts et al. : Phys.Lett.B304 (1993) 159

[24] A.D.Martin et al. :Phys.Rev.D51 (1995) 4756

[25] M.Glück et al. : Z.Phys.C67 (1995) 433

[26] L.W.Whitlow et al. : Phys.Lett.B250 (1990) 193

[27] L.W.Whitlow et al. : Phys.Lett.B282 (1992) 475

[28] D.B.MacFarlane et al. : Z.Phys.C - Particles and Fields 26 (1984) 1

[29] N.J.Baker et al. : Phys.Rev.D25 (1982) 617

[30] R.G.Arnold et al. : Phys.Rev.Lett.52 (1984) 727

謝辞

本研究を指導して下さいました指導教官の西川公一郎先生に深く感謝いたします。西川先生には、ニュートリノ振動実験の基礎から細かく指導していただきました。

高エネルギー加速器研究機構の早戸さんには、 数値計算の基礎やスーパー神岡実験のシミュレーションプログラムなど、様々なことがらについて教えていただきました。

神戸大学の小浜さんと大阪大学の吉田さんには、プログラミングの細かな疑問の相談にのっていただきました。

京都大学高エネルギー研究室の助手の中家さん、先輩である稲垣さんには、物理についていろいろと相談にのっていただきました。その他、高エネルギー研究室の皆様には、日々の研究の上でいろいろと助けていただきました。

お世話になった皆様に、心よりお礼を申し上げたいと思います。